

Міністерство освіти і науки України
Національний університет водного господарства та
природокористування

Сидорчук Б. П., Наумчук О. М., Матус С. К.

ІДЕНТИФІКАЦІЯ ТА МОДЕЛЮВАННЯ

ЧАСТИНА II. ІДЕНТИФІКАЦІЯ ТА МОДЕЛЮВАННЯ ТЕХНОЛОГІЧНИХ ОБ'ЄКТІВ ЗА МЕТОДАМИ КОМП'ЮТЕРНОГО МОДЕЛЮВАННЯ

Навчальний посібник

Рівне – 2023

УДК 681.5.015

C12

Рецензенти:

Петрівський Я. Б., доктор технічних наук, професор, проректор Рівненського державного гуманітарного університету;

Турбал Ю. В., доктор технічних наук, професор, завідувач кафедри комп'ютерних наук та прикладної математики Національного університету водного господарства та природокористування, м. Рівне.

Рекомендовано Вченою радою Національного університету водного господарства та природокористування.

Протокол № 8 від 30 серпня 2023 р.

Сидорчук Б. П., Наумчук О. М., Матус С. К.

C12 Ідентифікація та моделювання. Частина II. Ідентифікація та моделювання технологічних об'єктів за методами комп'ютерного моделювання : навч. посіб. [Електронне видання]. – Рівне : НУВГП, 2023. – 201 с.

ISBN 978-966-327-563-5

Навчальний посібник присвячено викладенню методів побудови моделей та ідентифікації технологічних об'єктів методами комп'ютерного моделювання за активними експериментами. Практичне застосування розглянутих методів ідентифікації та моделювання ілюструється прикладами досліджень об'єктів автоматизації та технологічних процесів.

Посібник рекомендовано для студентів, які вивчають дисципліну «Ідентифікація та моделювання», денної та заочної форм навчання спеціальностей 151 «Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології» та 141 «Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка».

УДК 681.5.015

ISBN 978-966-327-563-5

© Б. П. Сидорчук, О. М. Наумчук,
С. К. Матус, 2023.

© НУВГП, 2023

ЗМІСТ

ВСТУП	5
РОЗДІЛ I. ІДЕНТИФІКАЦІЯ ТА МОДЕЛЮВАННЯ ДИНАМІЧНИХ ОБ'ЄКТІВ ЗА АКТИВНИМИ ЕКСПЕРИМЕНТАМИ	8
1.1. Типові іспитові сигнали активної ідентифікації....	10
1.2. Методи побудови моделей динамічних об'єктів в MatLab.....	16
1.2.1. Методи пониження та підвищення порядку похідної.....	17
1.2.2. Числове інтегрування диференціальних рівнянь.....	21
1.2.3. Використання редактора диференціальних рівнянь.....	22
РОЗДІЛ II. ІДЕНТИФІКАЦІЯ ТА МОДЕЛЮВАННЯ ОБ'ЄКТІВ ЗА ЧАСОВИМИ ХАРАКТЕРИСТИКАМИ	26
2.1. Ідентифікація та моделювання об'єктів, заданих типовими динамічними ланкам.....	26
2.2. Ідентифікація та моделювання об'єктів II-го порядку за розгінною характеристикою.....	36
2.2.1. Аперіодична ланка 2–го порядку.....	36
2.2.2. Коливна ланка (інерційна ланка другого порядку).....	39
2.2.3. Консервативна ланка.....	43
2.3. Ідентифікація та моделювання об'єктів III-го порядку за перехідною характеристикою.....	45
РОЗДІЛ III. ІДЕНТИФІКАЦІЯ ОБ'ЄКТІВ ЗА ЧАСТОТНИМИ ХАРАКТЕРИСТИКАМИ	62
3.1. Ідентифікація об'єктів за активними еспериментами в частотній області.....	63
3.2. Ідентифікація об'єктів за амплітудно-фазовою характеристикою.....	72

РОЗДІЛ IV. ІДЕНТИФІКАЦІЯ ТА МОДЕЛЮВАННЯ ОБ'ЄКТІВ РОЗПОДІЛЕНИМИ ПАРАМЕТРАМИ.....	77
4.1. Ідентифікація динамічних об'єктів з розподіленими параметрами.....	77
4.2. Моделювання об'єктів із розподіленими параметрами в середовищі Matlab.....	84
РОЗДІЛ V. МОДЕЛЮВАННЯ ТИПОВИХ ТЕХНОЛОГІЧНИХ ОБ'ЄКТІВ.....	98
5.1. Моделювання процесів передачі тепла теплообмінної апаратури.....	98
5.2. Моделювання теплообмінників.....	103
5.2.1. Моделювання трубчатих теплообмінників в режимі ідеального витіснення.....	103
5.2.2. Моделювання теплообмінників типу «труба в трубі» у випадку прямогоку.....	110
5.2.3. Моделювання теплообмінників типу «труба в трубі» у випадку протитоку.....	116
5.2.4. Моделювання теплообмінників типу «змішування – змішування».....	119
5.3. Моделювання котельної установки.....	123
5.4. Моделювання процесу виробництва пари.....	126
5.5. Моделювання контура конденсатора геотермального теплового насоса.....	135
Тестова програма.....	147
Предметний покажчик.....	196
Список літератури.....	198

ВСТУП

У наш час проблеми пов'язані зі створенням математичних моделей об'єктів технологічних процесів, економіки та живої природи, формують один з основних напрямків науки й техніки – моделювання. Це пояснюється тим, що математичні моделі об'єктів широко застосовуються як при створенні систем керування цими об'єктами, так і при їх експлуатації. Модель представляє об'єкт або систему у деякій формі, відмінній від форми їх реального існування. Вона служить засобом, що допомагає в поясненні, розумінні або удосконаленні об'єкта. Модель будь-якого об'єкта може бути точною копією цього об'єкта (хоча і виконаної з іншого матеріалу та в іншому масштабі), або відображати деякі характерні властивості об'єкта в абстрактній формі. Математичні моделі використовують при прогнозуванні поведінки моделюючих об'єктів. На математичних моделях також виконують контрольовані експерименти в тих випадках, коли експериментування на реальних об'єктах практично неможливо через відсутність останніх, або виникаючої під час експериментів небезпеки (мережі енергопостачання, хімічні виробництва і т.д.). Вивчення властивостей об'єкта моделювання шляхом аналізу аналогічних властивостей його моделі являє собою процес моделювання. Більшість сучасних технологічних об'єктів є складними багатоелементними системами. Не вникаючи у внутрішню структуру об'єкта, його можна характеризувати як єдине ціле і моделювати зв'язок між його вхідними і вихідними процесами. Така модель не виявляє особливостей фізичних та інших процесів, які відбуваються у об'єкті під час його функціонування. Але отримані за допомогою такої моделі результати спостереження дозволяють проаналізувати зв'язки між входом і виходом об'єкта. Для керування поведінкою

об'єкта необхідно знати його характеристики, щоб правильно побудований сигнал керування міг перевести об'єкт з деякого початкового стану у необхідний.

Оскільки для формування змістовних і достатньо докладних висновків щодо параметрів і характеристик технологічних об'єктів необхідно проводити значну кількість розрахунків, наводити підходи та методи використання як математичних, так і імітаційних (в більшості випадків) комп'ютерних моделей об'єктів. Використання програмного середовища Matlab дозволяє розробити достатньо гнучкі математичні моделі в плані модифікації окремих її складових, що надає можливість сконцентруватися на досягненні поставленої мети. Представлено алгоритми та детальний математичний опис і розв'язки задач побудови моделей, які дозволяють отримувати динамічні характеристики об'єкта. Зокрема, показано універсальність і самостійність побудованих математичних моделей, за допомогою яких можна проводити як розрахунок, так і прогнозування режимів роботи технологічних об'єктів.

Представлені у посібнику матеріали сприятимуть формуванню сучасного рівня знань з ідентифікації та моделювання об'єктів автоматизації, вивчення принципів побудови моделей типових технологічних об'єктів у студентів спеціальності «Автоматизація, комп'ютерно-інтегровані технології та робототехніка» та «Електроенергетика, електротехніка та електромеханіка».

Представлені у посібнику матеріалів сприятимуть набуттю знань студентами з:

- методів моделювання та ідентифікації об'єктів автоматизації;
- методів побудови статичних та динамічних характеристик за результатами пасивних та активних експериментів;

- використання прикладних програм для ідентифікації технологічних об'єктів – застосування методів системного аналізу, моделювання, ідентифікації та числових методів для розроблення математичних та імітаційних моделей окремих елементів та систем автоматизації в цілому, для аналізу якості їх функціонування із використанням новітніх комп'ютерних технологій;

- виконання аналізу об'єктів автоматизації на основі знань про процеси, що в них відбуваються та застосовувати методи теорії автоматичного керування для дослідження, аналізу та синтезу систем автоматичного керування;

- проведення аналізу об'єктів автоматизації і обґрунтуванню вибору структури, алгоритмів та схем керування ними на основі результатів дослідження їх властивостей;

Даний навчальний посібник допоможе студентам краще засвоїти матеріал та ретельніше підготуватися до виконання лабораторних та практичних робіт. Він містить: теоретичну частину, тестову програму, предметний покажчик і бібліографічний список.

РОЗДІЛ I. ІДЕНТИФІКАЦІЯ ТА МОДЕЛЮВАННЯ ДИНАМІЧНИХ ОБ'ЄКТІВ ЗА АКТИВНИМИ ЕКСПЕРИМЕНТАМИ

Кожен функціонуючий технологічний об'єкт (технологічний процес, апарат, устаткування тощо) має статичні та динамічні властивості. Статичні – визначають залежність між вхідними та вихідними змінними об'єкта в усталених режимах. Для ідентифікації таких об'єктів у теорії ідентифікації застосовується підхід, який з'явився у вигляді теорії наближення функцій багаточленами. Цей напрям пов'язаний з представленням функції і її розподілу за деякою системою функцій (найчастіше за системою поліномів).

Динамічні властивості характеризують інерційні властивості об'єкта – реакцію вихідної змінної на вхідні збурення, тобто встановлюють причинно-наслідкові зв'язки, властиві об'єкту дослідження. Для об'єктів автоматизації, як правило, формою моделей є математичні вирази у вигляді операторів [1; 7; 14; 17]. Такі математичні моделі не гарантують повного співпадання з реальним об'єктом, але можуть забезпечити необхідну адекватність об'єкту і можуть бути використані для рішення конкретних задач з автоматизації. Ідентифікацію динамічних об'єктів розглянемо за результатами пасивних та активних експериментів.

До динамічних процесів відносяться: перехідні процеси, що виникають при змінах режиму роботи (через випадкові збурювання або при регулюванні); всі періодичні процеси; етапи будь-якого процесу – пуск і зупинка.

Для опису динамічних об'єктів широко використовуються моделі, котрі виражаються кінцево-різницевиими, звичайними диференціальними рівняннями і диференціальними рівняннями з частковими похідними. У

математичний опис таких об'єктів поряд з рівняннями стану, тобто рівняннями, що встановлюють зв'язок між вхідними та вихідними параметрами, повинні входити також додаткові умови. Вони представляють собою початкові або крайові умови. Початкові і крайові умови впливають на функціональний зв'язок параметрів моделі. Тому вони можуть використовуватися і як додаткові впливи для керування експериментом при активній ідентифікації динамічних моделей. Наприклад, при дослідженні кінетики хімічних реакцій усе керування експериментом обмежується варіюванням початкових умов.

Керування крайовими умовами – більш складна задача, ніж керування початковими умовами. Це пов'язано з тим, що крайові умови задаються функціями, а початкові – величинами.

Методи активної ідентифікації (активного експерименту при ідентифікації динамічних об'єктів) прередбачають подачу на вхід досліджуваного динамічного об'єкта спеціального тестового сигналу. Застосування цих методів зв'язане із певними труднощами, а саме необхідністю порушення технологічного режиму ідентифікуючого об'єкта. А тому дослідження таких об'єктів зручно проводити, використовуючи їх моделі. Суть цих методів полягає в створенні штучного збурювання сигналом регулярної форми за вхідною координатою і в реєстрації змін вихідного параметра.

Існують різні типи іспитових сигналів, вибір яких відбувається з урахуванням характеру роботи і властивостей об'єкта. Зокрема, в хімічній технології в якості тестового сигналу використовується різне введення індикатора, а саме: східчасте, імпульсне, синусоїдальне, у вигляді періодичного двоїстого шуму. В якості індикаторів використовуються розчини солей і кислот, барвники, радіоактивні ізотопи. При східчастому введенні індикатора

весь вхідний потік (чи його частина) у визначений момент часу замінюється потоком індикатора. Цей спосіб використовується для аналізу сумішей, що виходять з трубопроводу, при послідовному прокачуванні через нього різних рідин. При імпульсному введенні весь індикатор вводиться в основний потік за короткий час. Імпульсне введення найбільш зручне, і його часто застосовують як у лабораторних, так і в промислових апаратах. При синусоїдальному введенні концентрація індикатора на його вході і виході також змінюється по синусоїді з тією ж частотою, але з іншою амплітудою і зі зміщенням по фазі. Цей спосіб застосовується для електричних кіл та систем автоматичного регулювання.

1.1. Типові іспитові сигнали активної ідентифікації

Як відомо з теорії автоматичного керування типові іспитові сигнали [1; 17], поділяються на аперіодичні і періодичні. До аперіодичних сигналів відносяться:

– ступінчата функція:

$$x(t) = \begin{cases} 0, & t < 0, \\ A_x, & t > 0, \end{cases} \quad (1.1)$$

де A_x – амплітуда вхідного сигналу.

Частковий випадок ступінчаті функції – одиничний ступінчатий сигнал:

$$x(t) = \begin{cases} 0, & t < 0, \\ 1, & t > 0. \end{cases} \quad (1.2)$$

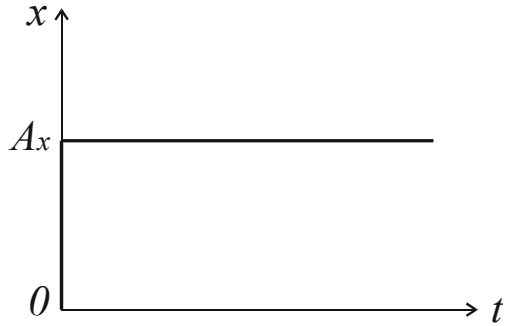


Рис. 1.1. Ступінчата функція

За допомогою блока *Step* програми Matlab можна змодельовати подачу на вхід об'єкта ступінчатого сигналу (рис. 1.2, 1.3).

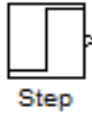


Рис. 1.2. Блок стрибкоподібного сигналу Matlab

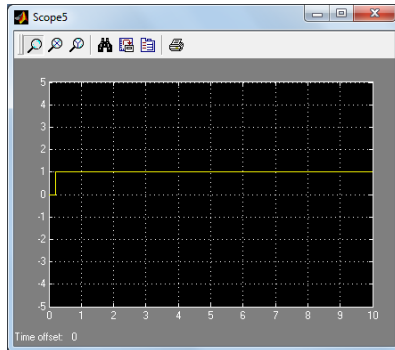


Рис. 1.3. Графік одиничного ступінчатого сигналу в Matlab

– прямокутний імпульс:

$$x(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \text{ i } t > T_a, \\ A_x, & 0 < t < T_a, \end{cases} \quad (1.3)$$

де T_a – час надходження сигналу.

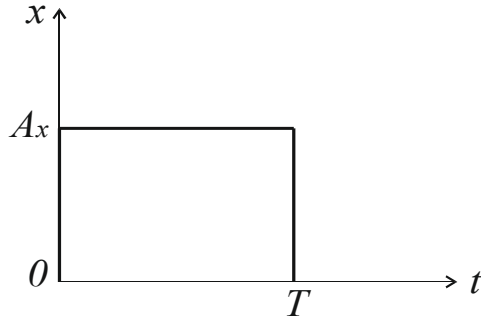


Рис. 1.4. Прямокутний імпульс

Блок *Pulse Generator* в Matlab створює прямокутний імпульс (рис. 1.5, 1.6).

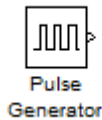


Рис. 1.5. Блок прямокутного імпульсу Matlab

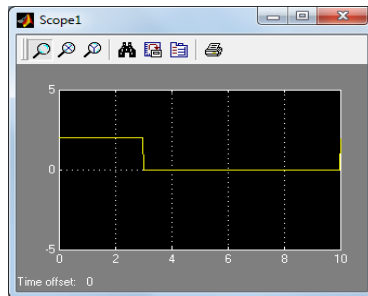


Рис. 1.6. Графік прямокутного імпульсу в Matlab

– імпульсна функція (дельта функція):

$$\delta(t - \tau) = \begin{cases} 0, & \text{при } t < \tau, \\ \infty, & \text{при } t = \tau, \\ 0, & \text{при } t > \tau, \end{cases} \quad (1.4)$$

де $\tau > 0$ – момент часу проходження імпульсу.

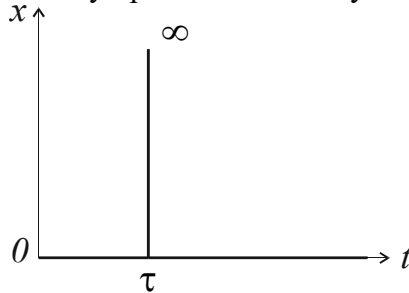


Рис. 1.7. Імпульсна функція

Якщо у вікні настройки блока *Pulse Generator* змінити значення полів: *Duty cycle* (ширина імпульсу) та *Amplitude* (амплітуда) отримаємо імпульсну функцію (рис. 1.8).

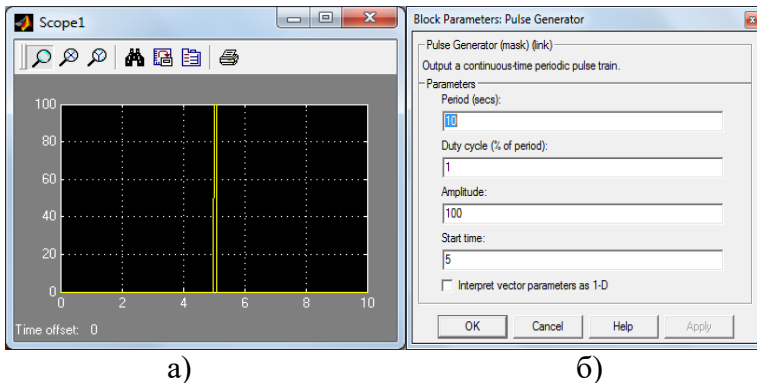


Рис. 1.8. Графік імпульсної функції (а) та вікно налаштувань блоку *Pulse Generator* (б)

– прямокутна хвиля:

$$x(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \text{ і } t > T_a, \\ A_x, & 0 < t < \frac{T_a}{2}, \\ -A_x, & \frac{T_a}{2} < t < T_a. \end{cases} \quad (1.5)$$

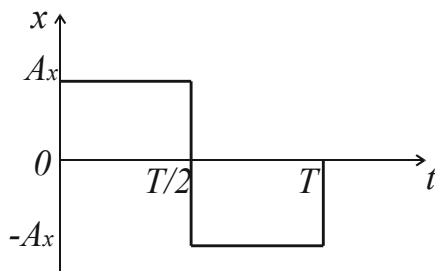


Рис. 1.9. Прямокутна хвиля

До періодичних сигналів відносяться:

– гармонічний сигнал (змінюється за синусоїдальним законом): $x(t) = A_x \sin \omega t$, ωt – фаза.

Блок *Sine Wave* програми Matlab дозволяє змодельовати подачу на вхід об'єкта гармонічного (синусоїдального) сигналу (рис. 1.10, 1.11).

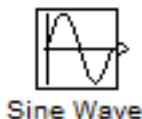


Рис. 1.10. Блок синусоїдального сигналу Matlab

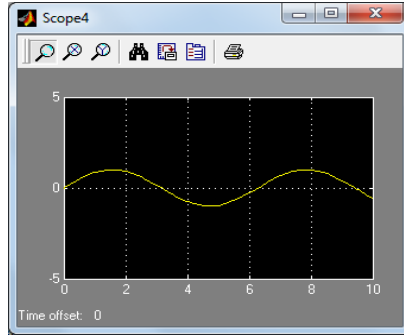


Рис. 1.11. Графік синусоїдального сигналу

– прямокутна хвиля:

$$x(t) = \begin{cases} A_x, & T(i) < t < T\left(i + \frac{1}{2}\right), i = 0, 1, 2, \dots, \\ -A_x, & T\left(i + \frac{1}{2}\right) < t < T(i+1), i = 0, 1, 2, \dots, \end{cases} \quad (1.6)$$

де $T(i)$ – довжина періоду i -го кроку.

Блок *Signal Generator* в Matlab (рис. 1.12) подає на вхід об'єкта прямокутну хвилю. При цьому у вікні настройки блока у полі *Wave form* треба вибрати *square* (рис. 1.13).

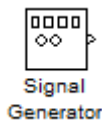


Рис. 1.12. Блок прямокутної хвилі Matlab

Зміна вихідного сигналу об'єкта в залежності від сигналу на вході може виражатися часовими та частотними характеристиками об'єкта [11; 18].

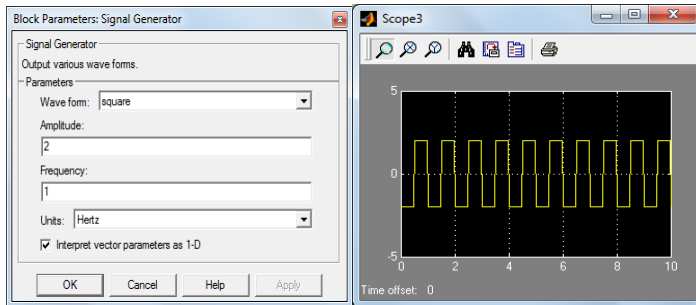


Рис. 1.13. Вікно налаштувань блока *Signal Generator* та графік прямокутної хвилі

Часові характеристики є функціональними залежностями вихідного сигналу об'єкта від часу при подачі на його вхід деякого типового сигналу. Для об'єктів автоматизації використовуються два види часових характеристик:

- перехідна характеристика (перехідна функція);
- імпульсна перехідна характеристика (функція ваги).

Перехідна характеристика $h(t)$ – це залежність вихідного сигналу об'єкта від часу при подачі на його вхід одиночного ступінчатого сигналу. Імпульсна перехідна характеристика (або функція ваги) об'єкта $\omega(t)$ – це залежність вихідної величини від часу при подачі на його вхід одиночної імпульсної функції.

До частотних характеристик належать: амплітудно-частотна (АЧХ), фазо-частотна (ФЧХ) та амплітудно-фазова характеристики (АФХ).

1.2. Методи побудови моделей динамічних об'єктів в MatLab

Один і той же динамічний об'єкт може бути адекватно відображений математичними моделями різного виду: коефіцієнтами диференціального рівняння або його вагової

функції; амплітудною або фазовою частотними характеристиками моделі; апроксимацією динамічних характеристик об'єкта деякою системою функцій; наближеною моделлю об'єкта з налаштуванням домінуючих параметрів (коефіцієнта підсилення, часу запізнювання, полюса передаточної функції).

Диференціальні рівняння і передаточна функція є найбільш загальними формами зв'язку між вхідними та вихідними параметрами об'єкта. Але в реальних умовах часто спостерігаються тільки сигнали керування і реакція об'єкта, за якими необхідно отримати рівняння зв'язку.

Як відомо [11; 13], об'єкти автоматизації можуть бути описані системою n звичайних диференціальних рівнянь (ЗДР) або одним ЗДР n -го порядку. Додаток Simulink програми MatLab є програмним середовищем для моделювання таких об'єктів в режимі графічного інтерфейсу.

1.2.1. Методи пониження та підвищення порядку похідної

Розглянемо методи побудови моделей динамічних об'єктів у MatLab, заданих диференціальними рівняннями або передаточною функцією з метою подальшого використання даних моделей при активній ідентифікації [4; 9; 15].

Нехай об'єкт заданий ЗДР n -го порядку, а саме:

$$a_n \frac{d^n y}{dt^n} + a_{n-1} \frac{d^{n-1} y}{dt^{n-1}} + \dots + a_1 \frac{dy}{dt} + a_0 y = b_0 x, \quad (1.7)$$

де x, y – відповідно вхідний та вихідний сигнал об'єкта.

Стан такого об'єкта однозначно визначається значеннями n величин: $y, y^{(1)}, y^{(2)}, \dots, y^{(n-1)}$, тобто

значеннями вихідної координати і її похідними до $n-1$ порядку включно. Ці змінні називаються змінними стану.

Якщо вхідне зовнішнє збурення відсутнє ($x=0$), то зміна у часі змінних стану представляє собою вільний рух. До тих пір доки всі величини, що визначають стан об'єкта, не змінюються в часі, об'єкт знаходиться у рівновазі. В даному випадку це означає відсутність руху об'єкта і всі змінні часу приймають нульове значення. Якщо початкове значення хоча б однієї змінної стану не дорівнює нулю, то об'єкт починає рухатися.

Один методів побудови моделей динамічних об'єктів MatLab це – метод пониження порядку похідної. Для цього рівняння (1.7) необхідно розв'язати відносно старшої похідної вихідної координати y , а саме:

$$\frac{d^n y}{dt^n} = \frac{1}{a_n} \left(b_0 x - a_{n-1} \frac{d^{n-1} y}{dt^{n-1}} - \dots - a_1 \frac{dy}{dt} - a_0 y \right). \quad (1.8)$$

За отриманим виразом для старшої похідної розробляється блок схема (рис. 1.14).

Принцип розробки даної схеми полягає в наступному: на входах суматора ($n+1$ вхід) передбачаються всі множники виразів $\frac{d^{n-1} y}{dt^{n-1}}, \dots, \frac{dy}{dt}, y - a_{n-1}, a_{n-2}, \dots, a_1, a_0$.

Знак сумування (+ або -) в блоці Sum залежить від знаку множника. Результат сумування (після блока Sum) помножується на $1/a_n$ з допомогою блока Gain. На виході даного блока формується значення $y^{(n)}$. Потім будується послідовність з n інтеграторів – блоки Integrator для отримання всіх інших похідних y , включаючи похідну нульового порядку, тобто саму вихідну змінну y . Необхідні входи суматора формуються з допомогою зворотних

зв'язків, в яких відбувається множення змінних на відповідні коефіцієнти вихідного рівняння.

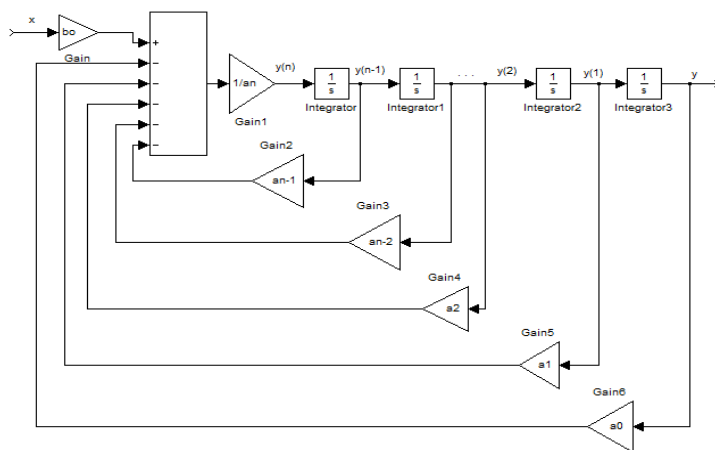


Рис. 1.14. Блок – схема за методом пониження порядку похідної

Для даного способу можлива побудова іншої моделі, в якій замість блока Gain1 вводиться два блоки: блок Constant і блок Product, в якому виконується операція ділення на константу, що задається у блоці Constant (рис. 1.15).

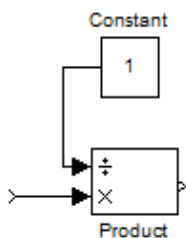


Рис. 1.15. Блок ділення вхідної величини на константу

Подібний до попереднього методу – метод підвищення порядку похідної. У даному випадку вихідне рівняння (1.7) розв'язується відносно найменшої похідної, наприклад нульової, а саме:

$$y = \frac{1}{a_0} \left(b_0 x - a_n \frac{d^n y}{dt^n} - a_{n-1} \frac{d^{n-1} y}{dt^{n-1}} - \dots - a_1 \frac{dy}{dt} \right). \quad (1.9)$$

За отриманим виразом розробляється блок схема (рис. 1.16).

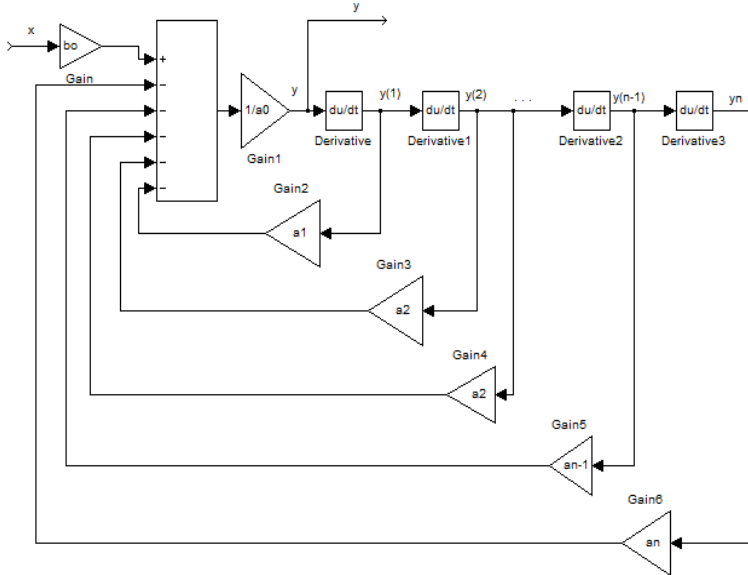


Рис. 1.16. Блок-схема за методом підвищення порядку похідної

У цьому випадку використовується той же принцип побудови, що і в попередньому методі. Формально дані два методи є еквівалентні, однак у них є принципова різниця: основу першого методу складає блок інтегрування – Integrator, а основу другого – блок диференціювання Derivative. Числове диференціювання в Matlab є трудомістким процесом і при цьому можуть виникати проблеми, зв'язані з точністю і часом розрахунків. Тому на практиці в більшості використовується перший метод – метод пониження порядку похідної.

1.2.2. Числове інтегрування диференціальних рівнянь

Розглянемо інший підхід до дослідження моделей об'єктів, заданих звичайними диференціальними рівняннями (ЗДР), який полягає у використанні *m*-файлів Matlab для числового інтегрування диференціального рівняння [15].

Будь-яка система ЗДР може бути представлена як система диференціальних рівнянь 1-го порядку в явній формі Коші

$$\frac{dy}{dt} = f(y, x, t), \quad (1.10)$$

де y – вектор стану, x – вхідний сигнал, t – час.

Функції Matlab *ode23* і *ode45* призначені для числового інтегрування систем ЗДР. Дані функції застосовуються, як для рішення простих диференціальних рівнянь, так і для моделювання складних динамічних об'єктів та систем. Функції *ode23* і *ode45* інтегрують системи диференціальних рівнянь використовуючи формули Рунге-Куте відповідно 2-го і 3-го та 4-го і 5-го порядків (точність даних методів: для *ode23*= $1.e-3$, для *ode45*= $1.e-6$).

Форма запису функцій *ode23* і *ode45*:

$$[t, y] = \text{ode23}(\langle \text{назва функції} \rangle, t0, tf, y0),$$

$$[t, y] = \text{ode45}(\langle \text{назва функції} \rangle, t0, tf, y0),$$

де $\langle \text{назва функції} \rangle$ – це змінна, що є назвою *m*-файла, в якому обчислюються праві частини системи ЗДР, $t0$, tf – початкове та кінцеве значення часу, $y0$ – вектор початкових значень, $[t, y]$ – вектор вихідних значень у в моменти часу t .

Розглянемо застосування даного методу для дослідження об'єктів, заданих рівнянням:

$$\frac{dy}{dt} = \frac{1}{a_1}(b_0x - y). \quad (1.11)$$

Для цього в MatLab необхідно створити два *m*-файли. В першому файлі *m1.m* описуються функції для розрахунку правої частини диференціального рівняння.

```
m1.m
function dy=m1(t,y) % функція правої частини
диф.рівняння
xn=b0*x;           %значення вхідного сигналу
dy=1/a1*(xn-a0*y) % рівняння правої частини
диф.рівняння
```

В другому файлі *m2.m* – задаються вихідні дані та початкові умови, а також рішення диференціального рівняння з використанням функції *ode23* (або *ode45*).

```
m2.m
t=[t0 tf];
[t,y]=ode23('m1',t,y0);
plot(t,y)
```

Після цього в робочому просторі MatLab викликаємо 2-й *m*-файл: *m2*. В результаті на екрані з'явиться графік залежності вхідного параметра об'єкта від часу.

1.2.3. Використання редактора диференціальних рівнянь

MatLab містить спеціальний блок – *Differential Equation Editor* (*dee* – редактор диференціальних рівнянь). З допомогою даного блоку можна задавати системи диференціальних рівнянь в явній формі Коші і виконувати дослідження об'єктів. Виклик редактора виконується введенням команди *dee* у робочому просторі MatLab (рис. 1.17).

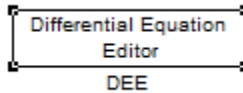


Рис. 1.17. Блок *DEE* програми Matlab

Далі цей блок необхідно перенести у вікно зі створюваною моделлю. У вікні настройки блоку вводяться:

- *# of inputs* – розмірність вектора вхідного сигналу;
- *first order equations* – рівняння першого порядку.

У даному вікні необхідно ввести досліджуване рівняння у певній “машинній” формі, в якій жорстко задані назви параметрів, які вводяться у вигляді векторів: u – вхідні параметри, x – параметри стану.

Вихідне рівняння (1.11) у “машинній” формі ($y=x$, $x=u$) матиме вигляд:

$$\frac{dx}{dt} = \frac{1}{a_1} (b_0 * u(1) - a_0 x(1)). \quad (1.12)$$

У вікні x_0 задаються початкові умови (рис. 1.18).

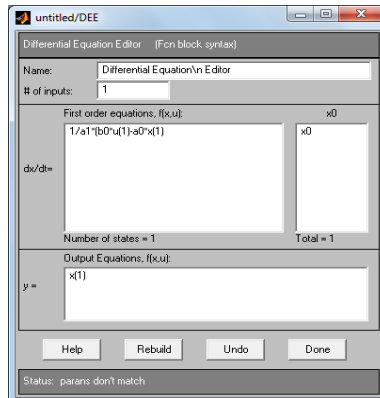


Рис. 1.18. Вікно налаштувань блоку *DEE*

Час моделювання вибирається через меню: *Simulation/Simulation Parameters* у полях *Start time* та *Stop time*. Модель об'єкта матиме вигляд показаний на рис. 1.19.

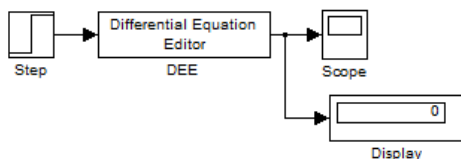


Рис. 1.19. Модель об'єкта з допомогою блока *DEE*

Перевагою редактора *DEE* є також те, що коефіцієнти диференціального рівняння можуть бути змінними і задаватися так само, як і вхідні сигнали (через вхідний порт). Крім того, значення коефіцієнтів рівняння можна задавати не тільки як числові константи, але і використовувати змінні робочого простору MatLab (рис. 1.20).

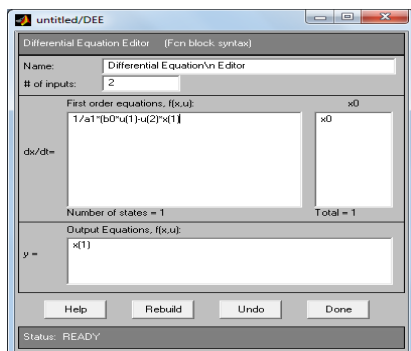


Рис. 1.20. Вікно налаштувань блоку *DEE* із змінними коефіцієнтами

Аналогічною до попередньої є модель на рис. 1.21, що побудована через змінні робочого простору Matlab.

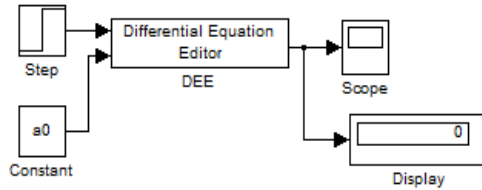


Рис. 1.21. Модель об'єкта із змінними коефіцієнтами диференціального рівняння

Питання для самоконтролю

1. Який блок програми Matlab використовується для подачі на вхід моделі об'єкта ступінчатого сигналу?
2. Який блок програми Matlab створює прямокутний імпульс?
3. Як змоделювати в Matlab імпульсну функцію?
4. Які блоки програми Matlab використовується для подачі на вхід моделі об'єкта гармонічного сигналу та прямокутної хвилі?
5. Для чого використовується метод пониження порядку похідної?
6. В чому полягає суть методу пониження порядку похідної?
7. В чому полягає принцип розробки блок – схеми за методом пониження порядку похідної?
8. В чому полягає відмінність методів пониження та підвищення порядку похідної?
9. Для чого призначені функції ode23 і ode45 програми Matlab?
10. Для чого призначений блок dee програми Matlab?

РОЗДІЛ II. ІДЕНТИФІКАЦІЯ ТА МОДЕЛЮВАННЯ ОБ'ЄКТІВ ЗА ЧАСОВИМИ ХАРАКТЕРИСТИКАМИ

2.1. Ідентифікація та моделювання об'єктів, заданих типовими динамічними ланками

При різній фізичній природі об'єктів і процесів вони можуть описуватися однаковими диференціальними рівняннями, а відповідно однаковими передаточними функціями. Розглянемо ідентифікацію та моделювання одновірних об'єктів з властивостями стаціонарності, лінійності та зосередженості параметрів. На вхід такого об'єкта подається ступінчате збурення, а на виході отримують криву розгону. На практиці доводиться вирішувати обернену задачу: за відомою кривою розгону визначити коефіцієнти передаточної функції [8; 9; 11; 18]. Розглянемо спочатку криві розгону, яким відповідають елементарні типові ланки, зокрема: пропорційна, інтегруюча, ідеальна диференціююча, аперіодична (інерційна першого порядку). Для побудови та дослідження моделей об'єктів, заданих типовими ланками, використовують моделі програми Matlab, що побудовані за диференціальними рівняннями та за передаточною функцією об'єкта. Моделювання об'єктів здійснимо засобами додатка Simulink. Розгінна характеристика $h(t) = kt$ зображена на рис. 2.1.

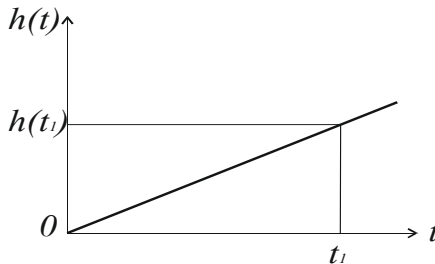


Рис. 2.1. Графік розгінної характеристика інтегруючої ланки

Така розгінна характеристика, як відомо, відповідає інтегруючій ланці, що описується диференціальним рівнянням:

$$\frac{dy}{dt} = kx, \quad (2.1)$$

де k – коефіцієнт передачі, x , y – відповідно вхідний та вихідний сигнал.

Передаточна функція такої ланки має вигляд:

$$W(p) = \frac{k}{p}. \quad (2.2)$$

З графіка розгінної характеристики коефіцієнт передачі визначається наступним чином:

$$k = \left. \frac{h(t_1)}{t_1} \right|_{t_1 > 0}. \quad (2.3)$$

На рис. 2.2–2.4 представлено моделі, побудовані в Matlab, які дозволяють отримати та графічно представити розгінну характеристику $h(t)=kt$. Дані моделі отримані за диференціальним рівнянням з використанням методу пониження порядку похідної (рис. 2.2) та з використання блоку передаточної функції (рис. 2.3).

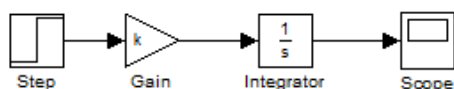


Рис. 2.2. Модель інтегруючої ланки за диференціальним рівнянням (2.1)

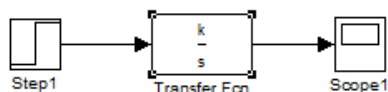


Рис. 2.3. Модель інтегруючої ланки за передаточною функцією (2.2)

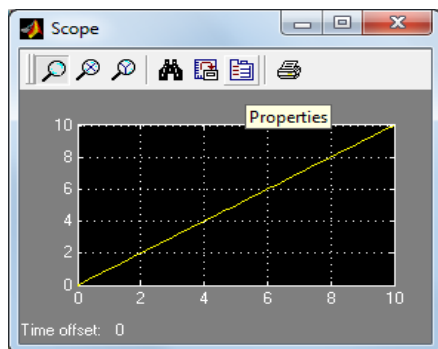


Рис. 2.4. Графік розгінної характеристики інтегруючої ланки, отриманої за моделями рис. 2.2 та 2.3 при $k=1$

Аналогічним чином отримують моделі об'єктів, які відповідають іншим типовим ланкам. Розгінна характеристика пропорційної ланки (2.4) має вигляд показаний на рис. 2.5.

$$h(t) = k1(t). \quad (2.4)$$

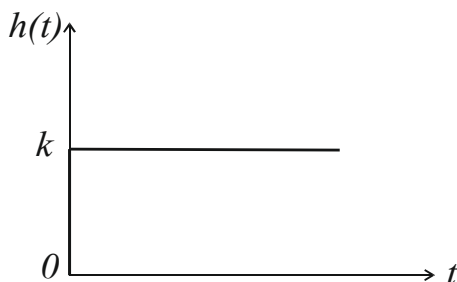


Рис. 2.5. Графік розгінної характеристики пропорційної ланки

Для пропорційної ланки рівняння та передаточна функція відповідно мають вигляд

$$y = kx, \quad (2.5)$$

$$W(p) = k. \quad (2.6)$$

З графіка розгінної характеристики (рис. 2.5) коефіцієнт передачі визначається наступним чином:

$$k = h(t) \Big|_{t>0}. \quad (2.7)$$

Відповідна модель у Matlab та результати моделювання (графік розгінної характеристики пропорційної ланки) наведені на рис. 2.6, 2.7.

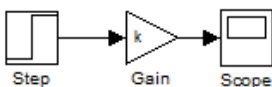


Рис. 2.6. Модель пропорційної ланки

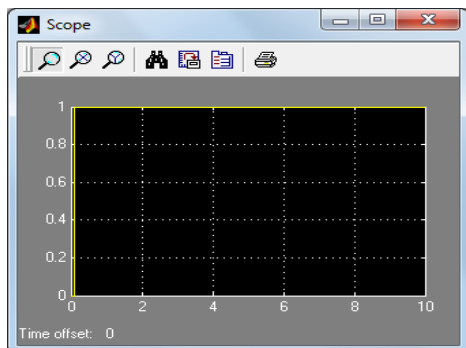


Рис. 2.7. Графік розгінної характеристики $h(t)=kl(t)$, отриманої за моделлю рис. 2.6 при $k=1$

Розрізняють ідеальну та реальну диференціюючі ланки. Розгінна характеристика ідеальної диференціюючої ланки (2.8) має вигляд, представлений на рис. 2.8:

$$h(t) = k \frac{d1(t)}{dt} = k\delta(t). \quad (2.8)$$

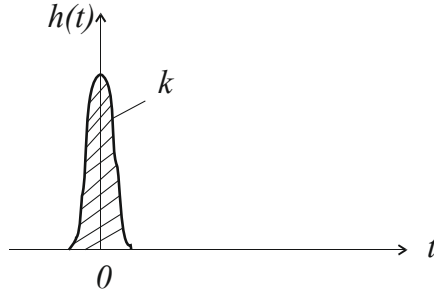


Рис. 2.8. Графік розгінної характеристика ідельної диференціюючої ланки

Для такої ланки рівняння та передаточна функція відповідно мають вигляд:

$$y = k \frac{dx}{dt}, \quad (2.9)$$

$$W(p) = kp. \quad (2.10)$$

З графіка розгінної характеристики (рис. 2.8) коефіцієнт передачі визначається наступним чином:

$$k = \int_{-\infty}^{+\infty} h(t) dt. \quad (2.11)$$

Відповідна модель Matlab та результати моделювання (графік розгінної характеристики ідельної диференціюючої ланки) наведені на рис. 2.9, 2.10.

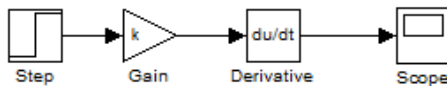


Рис. 2.9. Модель ідельної диференціюючої ланки

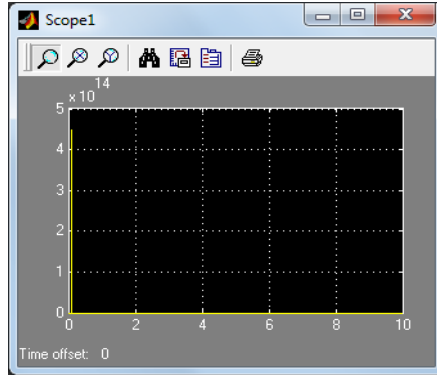


Рис. 2.10. Графік розгінної характеристики ідеальної диференціюючої ланки, отриманої за моделлю рис. 2.9

Розгінна характеристика реальної диференціюючої ланки (2.12) має вигляд показаний на рис. 2.11

$$h(t) = ke^{-\frac{t}{T}}. \quad (2.12)$$

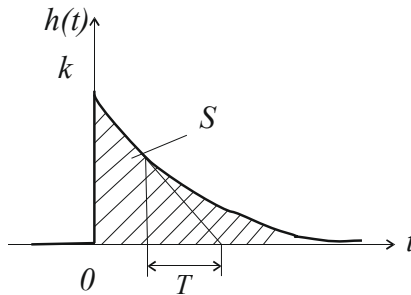


Рис. 2.11. Графік розгінної характеристика реальної диференціюючої ланки

Для такої ланки диференціальне рівняння та передаточна функція мають вигляд:

$$T \frac{dy}{dt} + y = k \frac{dx}{dt}, \quad (2.13)$$

$$W(p) = \frac{kp}{Tp + 1}. \quad (2.14)$$

З графіка розгінної характеристики (рис. 2.11) коефіцієнт передачі визначається наступним чином:

$$k = \lim_{t \rightarrow 0+} h(t). \quad (2.15)$$

Як відомо, сталу часу T можна визначити як піддотичну до $h(t)$ (рис. 2.11), але точніше її обчислюють так:

$$S = \int_0^{\infty} h(t) dt = k \int_0^{\infty} e^{-\frac{t}{T}} dt = kT, \quad (2.16)$$

звідки

$$T = \frac{S}{k}, \quad (2.17)$$

де S – площа фігури, обмежена $h(t)$ та лінією абсцис.

Відповідна модель у Matlab та результати моделювання (графік розгінної характеристики) реальної диференціюючої ланки наведені на рис. 2.12, 2.13.

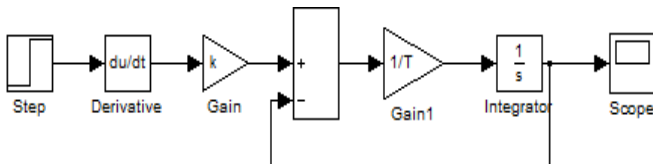


Рис. 2.12. Модель реальної диференціюючої ланки

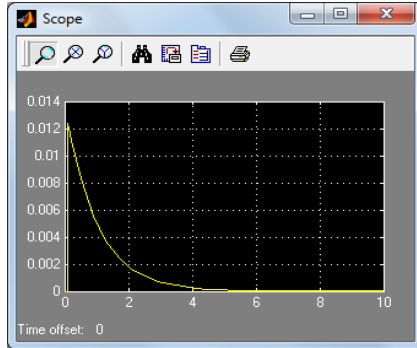


Рис. 2.13. Графік розгінної характеристики реальної диференціюючої ланки, отриманої за моделлю рис. 2.12

Розгінна характеристика аперіодичної ланки (2.18) показана на рис. 2.14:

$$h(t) = k \left(1 - e^{-t/T} \right). \quad (2.18)$$

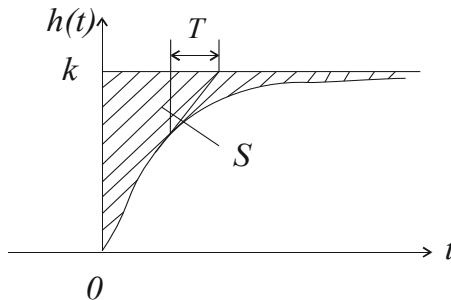


Рис. 2.14. Графік розгінної характеристики аперіодичної ланки

Аперіодична (інерційна ланка першого порядку) описується диференціальним рівнянням:

$$T \frac{dy}{dt} + y = kx. \quad (2.19)$$

Передаточна функція такої ланки має вигляд:

$$W(p) = \frac{k}{Tp + 1}. \quad (2.20)$$

З графіка розгінної характеристики (рис. 2.14) коефіцієнт передачі визначається наступним чином:

$$k = \lim_{t \rightarrow \infty} h(t). \quad (2.21)$$

Сталу часу T можна визначити як величину проекції дотичної на лінію встановленого значення $k = \lim_{t \rightarrow \infty} h(t)$.

Тобто, з будь-якої точки розгінної характеристики проводиться дотична до перетину з лінією $h(t)=k$, а проекція даного відрізка на вісь абсцис і є величиною T .

Параметр T характеризує інерційність ланки. Як правило довжина перехідного процесу $t \approx 3T$. Хоча теоретично перехідний процес повинен закінчитися тільки при $t = \infty$, але на практиці він завершується через проміжок часу $3T$.

Точніше сталу T можна обчислити, як заштриховану площу (рис. 2.14), а саме:

$$S = \int_0^{\infty} (k - h(t)) dt = k \int_0^{\infty} e^{-\frac{t}{T}} dt = kT, \quad (2.22)$$

звідки

$$T = \frac{S}{k}, \quad (2.23)$$

де S – площа фігури, обмежена $h(t)$ та прямою $h(t)=k$.

Для створення моделі в MatLab за методом пониження порядку похідної перетворюємо рівняння (2.19) до вигляду:

$$\frac{dy}{dt} = \frac{1}{T}(kx - y). \quad (2.24)$$

Модель в MatLab аперіодичної ланки, побудованої за рівнянням (2.24) матиме вигляд представлений на рис. 2.15.

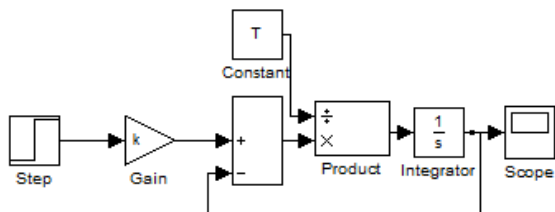


Рис. 2.15. Модель аперіодичної ланки за рівнянням (2.24)

Для створення моделі в MatLab за методом підвищення порядку похідної перетворимо рівняння (2.19) до виду

$$y = kx - T \frac{dy}{dt}. \quad (2.25)$$

Тоді модель в MatLab аперіодичної ланки за даним методом матиме вигляд

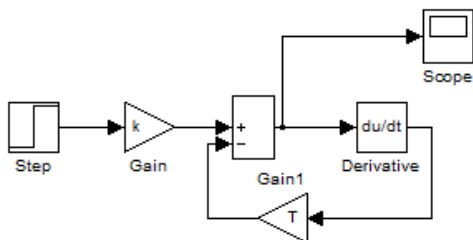


Рис. 2.16. Модель аперіодичної ланки за рівнянням (2.25)

Модель в MatLab, побудована для об'єкта за його передаточною функцією та результати моделювання (графік розгінної характеристики) аперіодичної ланки представлені на рис. 2.17, 2.18.

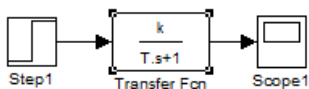


Рис. 2.17. Модель аперіодичної ланки за передаточною функцією

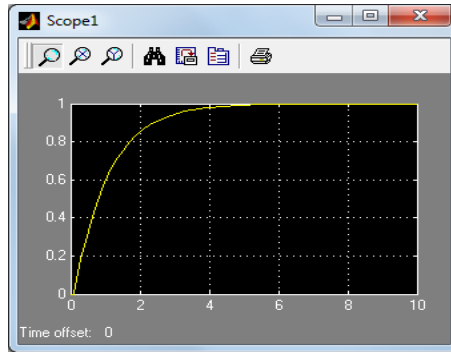


Рис. 2.18. Графік розгінної характеристики аперіодичної ланки, отриманої за моделями рис. 2.15, 2.16, 2.17

2.2. Ідентифікація та моделювання об'єктів II-го порядку за розгінною характеристикою

2.2.1. Аперіодична ланка 2 –го порядку

Аперіодична ланка описується диференціальним рівнянням 2-го порядку [9; 17]:

$$T_4^2 \frac{d^2 y}{dt^2} + T_3 \frac{dy}{dt} + y = kx. \quad (2.26)$$

При цьому корені p_1, p_2 характеристичного рівняння $T_4^2 p^2 + T_3 p + 1 = 0$ є дійсними числами, а тому $T_3^2 - 4T_4^2 \geq 0$.

Передаточна функція такої ланки

$$W(p) = \frac{k}{(T_1 p + 1)(T_2 p + 1)}, \quad (2.27)$$

де $T_1 T_2 = T_4$, $T_1 + T_2 = T_3$.

Розглянемо спочатку випадок, коли $T_1 = T_2$. Тоді розгінна характеристика (рис. 2.19) має вигляд:

$$h(t) = k \left[1 - \left(1 + \frac{t}{T_1} \right) e^{-\frac{t}{T_1}} \right]. \quad (2.28)$$

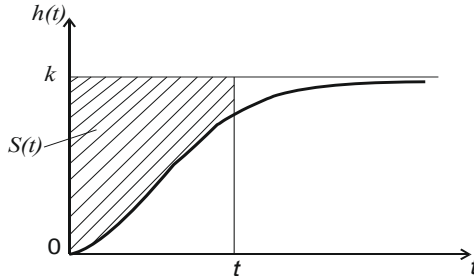


Рис. 2.19. Графік розгінної характеристики аперіодичної ланки 2-го порядку при $T_1 = T_2$

З графіка розгінної характеристики (рис. 2.19) коефіцієнт передачі визначається наступним чином:

$$k = \lim_{t \rightarrow \infty} h(t). \quad (2.29)$$

Сталу часу T визначимо аналогічно до (2.22), а саме:

$$S = \int_0^{\infty} (k - h(t)) dt = k \int_0^{\infty} \left(1 - \frac{t}{T_1} \right) e^{-\frac{t}{T_1}} dt = 2kT_1, \quad (2.30)$$

звідки

$$T_1 = \frac{S}{2k}, \quad (2.31)$$

де S – площа фігури, обмежена $h(t)$ та прямою $h(t) = k$.

Розглянемо випадок, коли $T_1 \neq T_2$. Тоді матимемо:

$$h(t) = k \left(1 - \frac{T_1 e^{-\frac{t}{T_1}} - T_2 e^{-\frac{t}{T_2}}}{T_1 - T_2} \right). \quad (2.32)$$

Обчислимо значення $S(t)$ з рис. 2.19:

$$S(t) = \int_0^t (k - h(t)) dt = \frac{k}{T_1 - T_2} \int_0^t \left(T_1^2 e^{-\frac{t}{T_1}} - T_2^2 e^{-\frac{t}{T_2}} \right) dt, \quad (2.33)$$

звідки:

$$S(t) = k(T_1 + T_2) = \frac{k}{T_1 - T_2} \int_0^t \left(T_1^2 e^{-\frac{t}{T_1}} - T_2^2 e^{-\frac{t}{T_2}} \right) dt. \quad (2.34)$$

Графік функції $S(t)$ зображено на рис. 2.20.

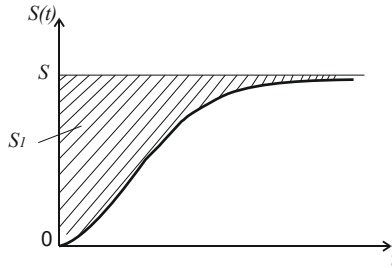


Рис. 2.20. Графік розгінної характеристики аперіодичної ланки 2-го порядку при $T_1 \neq T_2$

З (2.34) знайдемо

$$\lim_{t \rightarrow \infty} S(t) = k(T_1 + T_2) = S. \quad (2.35)$$

Інтегруючи $S - S(t)$, матимемо:

$$S_1 = \int_0^{\infty} (S - S(t)) k dt = \frac{k}{T_1 - T_2} \int_0^{\infty} \left(T_1^2 e^{-\frac{t}{T_1}} - T_2^2 e^{-\frac{t}{T_2}} \right) dt, \quad (2.36)$$

$$S_1 = \frac{k}{T_1 - T_2} (T_1^3 - T_2^3) = k(T_1^2 + T_1 T_2 + T_2^2). \quad (2.37)$$

Запишемо системи рівнянь:

$$\begin{cases} k(T_1 + T_2) = S, \\ k(T_1^2 + T_1 T_2 + T_2^2) = S_1. \end{cases} \quad (2.38)$$

$$\begin{cases} T_1 + T_2 = S_1^*, \\ T_1^2 + T_1 T_2 + T_2^2 = S_1^*, \end{cases} \quad (2.39)$$

де $S^* = \frac{S}{k}, S_1^* = \frac{S_1}{k}$.

Розв'яжемо дану систему відносно T_1 :

$$T_{1(1,2)} = \frac{S^* \pm \sqrt{(S^*)^2 - 4((S^*)^2 - S_1^*)}}{2}. \quad (2.40)$$

Легко помітити, що сума двох варіантів розв'язку: $T_{1(1)} + T_{1(2)} = S^*$, що відповідає формулі $k(T_1 + T_2) = S$.

Отже, варіанти розв'язку можна прийняти як $T_{1(1)} = T_1, T_{1(2)} = T_2$, а тому

$$T_1 = \frac{S^* + \sqrt{(S^*)^2 - 4((S^*)^2 - S_1^*)}}{2}, \quad (2.41)$$

$$T_2 = \frac{S^* - \sqrt{(S^*)^2 - 4((S^*)^2 - S_1^*)}}{2}. \quad (2.42)$$

2.2.2. Коливна ланка (інерційна ланка другого порядку)

Коливна ланка (інерційна ланка другого порядку) описується диференціальним рівнянням [9; 17]:

$$T_2^2 \frac{d^2 y}{dt^2} + T_1 \frac{dy}{dt} + y = kx. \quad (2.43)$$

Передаточна функція та розгінна характеристика такої ланки відповідно мають вигляд [17]:

$$W(p) = \frac{k}{T_2^2 + T_1 p + 1}, \quad (2.44)$$

$$h(t) = k \left(1 + \frac{p_2}{p_1 - p_2} e^{p_1 t} - \frac{p_1}{p_1 - p_2} e^{p_2 t} \right), \quad (2.45)$$

де p_1, p_2 – корені характеристичного рівняння $T_2^2 + T_1 p + 1$:

$$p_{1,2} = \frac{-T_1 \pm \sqrt{T_1^2 - 4T_2^2}}{2T_2^2}. \quad (2.46)$$

Причому $T_1^2 - 4T_2^2 < 0$ і корені p_1, p_2 є комплексно спряженими, а саме:

$$p_{1,2} = \frac{-T_1 \pm \sqrt{T_1^2 - 4T_2^2}}{2T_2^2} = \alpha \pm j\beta, \quad (2.47)$$

$$\text{де } \alpha = \frac{-T_1}{2T_2^2}, \quad \beta = \frac{\sqrt{4T_2^2 - T_1^2}}{2T_2^2}.$$

У даному випадку розгінна характеристика матиме вигляд:

$$h(t) = k \left(1 + \frac{\alpha - j\beta}{2j\beta} e^{(\alpha + j\beta)t} - \frac{\alpha + j\beta}{2j\beta} e^{(\alpha - j\beta)t} \right), \quad (2.48)$$

де j – уявна одиниця.

$$h(t) = k \left(1 - \left(\cos \beta t - \frac{\alpha}{\beta} \sin \beta t \right) e^{\alpha t} \right). \quad (2.49)$$

Графік розгінної характеристики за рівнянням (2.49) має вигляд показаний на рис. 2.21.

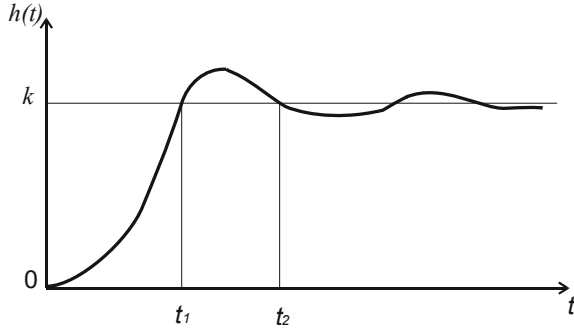


Рис. 2.21. Графік розгінної характеристики коливної ланки

Оскільки, $\alpha < 0$, то з графіка бачимо, що

$$k = \lim_{t \rightarrow \infty} h(t). \quad (2.50)$$

Розглянемо $h(t)$ при $t=t_1$, де t_1 – перша точка перетину прямої $h(t)=k$ з функцією $h(t)$ (рис. 2.21):

$$k = k \left(1 - \left(\cos \beta t_1 - \frac{\alpha}{\beta} \sin \beta t_1 \right) e^{\alpha t_1} \right), \quad (2.51)$$

звідки $\cos \beta t_1 - \frac{\alpha}{\beta} \sin \beta t_1 = 0$, а отже

$$\operatorname{tg} \beta t_1 = \frac{\beta}{\alpha}. \quad (2.52)$$

Аналогічно для другої точки t_2 (рис. 2.21):

$$\operatorname{tg} \beta t_2 = \frac{\beta}{\alpha}. \quad (2.53)$$

Порівнюючи отримані вирази (2.52) та (2.53), матимемо

$$\beta t_1 + \pi = \beta t_2, \quad (2.54)$$

звідки

$$\beta = \frac{\pi}{t_2 - t_1}. \quad (2.55)$$

Підставляючи значення β , отримаємо

$$\alpha = \frac{\beta}{\operatorname{tg} \beta t_1}. \quad (2.56)$$

Маючи значення α та β сталі T_1 та T_2 знаходитимемо із системи:

$$\begin{cases} \alpha = \frac{-T_1}{2T_2^2} \\ \beta = \frac{\sqrt{4T_2^2 - T_1^2}}{2T_2^2} \end{cases} \quad (2.57)$$

у вигляді

$$T_1 = \frac{-2\alpha}{\alpha^2 + \beta^2}, \quad (2.58)$$

$$T_2 = \sqrt{\frac{1}{\alpha^2 + \beta^2}}. \quad (2.59)$$

Для створення моделі в MatLab за методом пониження порядку похідної перетворимо рівняння (2.43) до вигляду

$$\frac{d^2 y}{dt} = \frac{1}{T_2^2} \left(kx - T_1 \frac{dy}{dt} - y \right). \quad (2.60)$$

Модель в MatLab інерційної та аперіодичної ланок другого порядку, побудованої за рівнянням (2.60) матиме вигляд показаний на рис. 2.22.

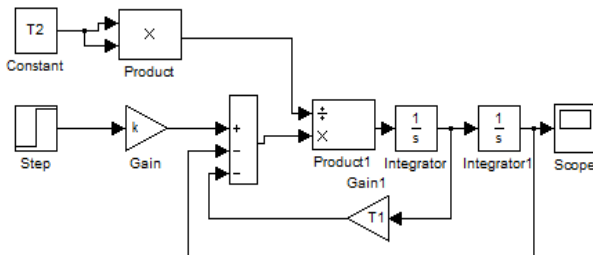


Рис. 2.22. Модель аперіодичної та інерційної ланок II порядку за

рівнянням (2.60)

Модель в MatLab, побудована для об'єкта за його передаточною функцією (2.44) представлена на рис. 2.23.

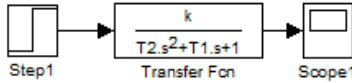


Рис. 2.23. Модель аперіодичної та інерційної ланок II порядку за передаточною функцією (2.44)

На рис. 2.24 представлено результати моделювання (графік розгінної характеристики інерційної ланки другого порядку).

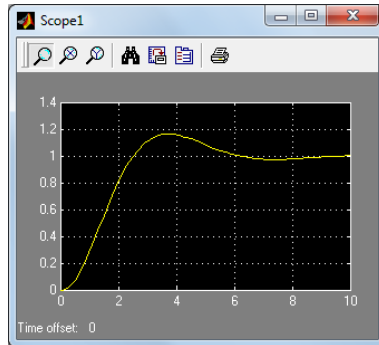


Рис. 2.24. Графік розгінної характеристики інерційної ланки другого порядку, отриманої за моделями рис. 2.22, 2.23

2.2.3. Консервативна ланка

Консервативна ланка описується диференціальним рівнянням [9; 18]:

$$T_2^2 \frac{d^2 y}{dt^2} + y = kx. \quad (2.61)$$

Передаточна функція та розгінна характеристика такої ланки відповідно мають вигляд

$$W(p) = \frac{k}{T_2^2 p^2 + 1}, \quad (2.62)$$

$$h(t) = k \left(1 - \cos \frac{t}{T_2} \right). \quad (2.63)$$

Графік розгінної характеристики, що відповідає рівнянню (2.63), зображено на рис. 2.25.

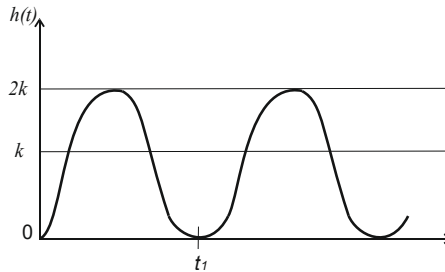


Рис. 2.25. Графік розгінної характеристики консервативної ланки

З рис. 2.25 видно, що

$$k = \frac{\max h(t)}{2}. \quad (2.64)$$

Для моменту часу t_1 : $1 - \cos \frac{t_1}{T_2} = 0$, звідки $\frac{t_1}{T_2} = 2\pi$, а

отже

$$T_2 = t_1 / (2\pi). \quad (2.65)$$

Для створення моделі в MatLab, перетворимо рівняння (2.61) до виду

$$\frac{d^2 y}{dt^2} = \frac{1}{T_2^2} (kx - y). \quad (2.66)$$

Модель в MatLab консервативної ланки, побудованої за рівнянням (2.66) матиме вигляд (рис. 2.26).

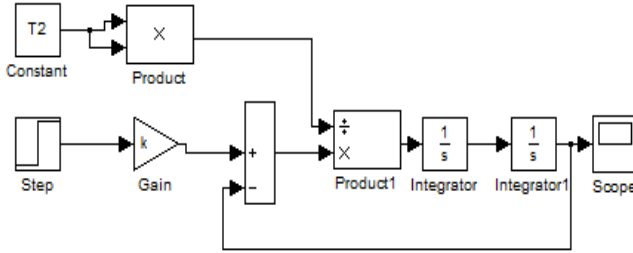


Рис.2.26. Модель консервативної ланки за рівнянням (2.66)

На рис. 2.27 представлено результати моделювання (графік розгінної характеристики консервативної ланки).

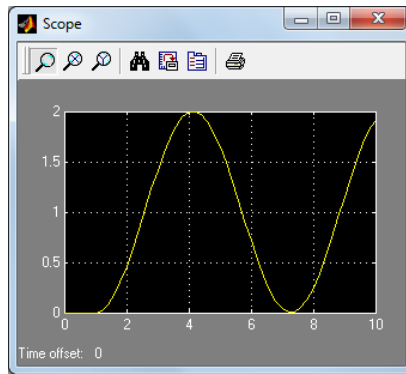


Рис. 2.27. Графік розгінної характеристики консервативної ланки, отриманої за моделлю рис. 2.26

2.3. Ідентифікація та моделювання об'єктів III-го порядку за перехідною характеристикою

Розглянемо метод ідентифікації об'єктів, що вирізняється своєю простотою і оперативністю. Модель об'єкта визначатимемо у вигляді диференціального рівняння та передаточної функції. Вигляд рівняння залежить від перехідної характеристики.

Рівняння об'єкта вибиратимемо у вигляді [9; 17]:

$$T_3 \frac{d^3 y}{dt^3} + T_2 \frac{d^2 y}{dt^2} + T_1 \frac{dy}{dt} + y = x, \quad (2.67)$$

якщо перехідні характеристики об'єкта мають вигляд як показано на рис. 2.28

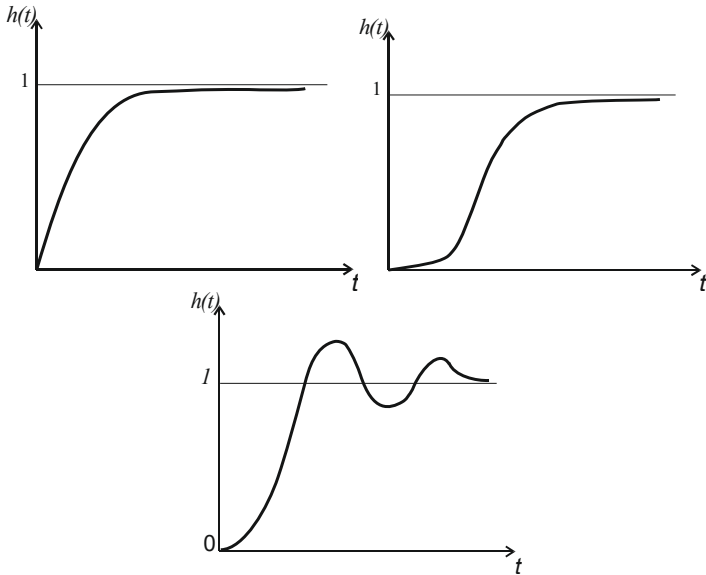


Рис. 2.28. Графіки перехідних характеристик об'єкта за рівнянням (2.67)

$$T_3 \frac{d^3 y}{dt^3} + T_2 \frac{d^2 y}{dt^2} + T_1 \frac{dy}{dt} + y = k_1 \frac{dx}{dt} + x, \quad (2.68)$$

якщо перехідні характеристики об'єкта мають вид як показано на рис. 2.29

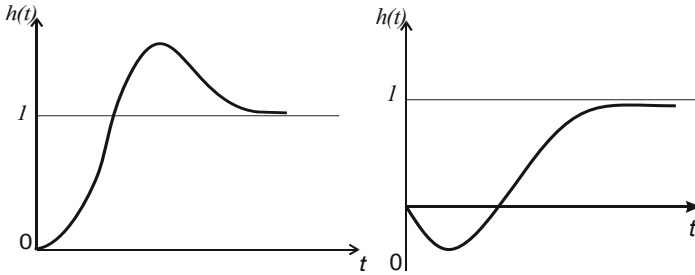


Рис. 2.29. Графіки перехідних характеристик об'єкта за рівнянням (2.68)

$$T_3 \frac{d^3 y}{dt^3} + T_2 \frac{d^2 y}{dt^2} + T_1 \frac{dy}{dt} + y = k_1 \frac{dx}{dt}, \quad (2.69)$$

якщо перехідні характеристики об'єкта мають вид як показано на рис. 2.30.

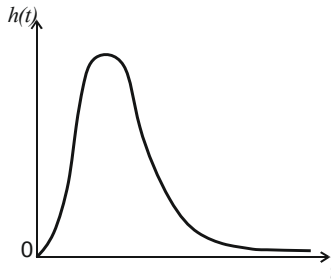


Рис. 2.30. Графік перехідної характеристики об'єкта за рівнянням (2.69)

Для моделі першого типу, а саме, для об'єкта, що описується рівнянням (2.67) передаточна функція має вигляд

$$W(p) = \frac{1}{T_3 p^3 + T_2 p^2 + T_1 p + 1}. \quad (2.70)$$

Представимо структуру об'єкта у вигляді послідовно з'єднаних двох ланок. Перша ланка – аперіодична, а друга – в загальному випадку ланка II-го порядку

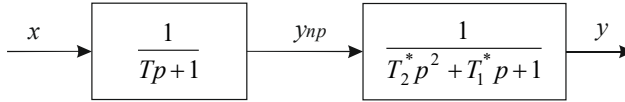


Рис. 2.31. Структура об'єкта за рівнянням (2.70)

Зв'язок між коефіцієнтами встановимо, прирівнюючи передаточну функцію і передаточні функції двох послідовно з'єднаних ланок

$$\frac{1}{T_3 p^3 + T_2 p^2 + T_1 p + 1} = \frac{1}{(Tp + 1)} \cdot \frac{1}{(T_2^* p^2 + T_1^* p + 1)},$$

$$T_3 p^3 + T_2 p^2 + T_1 p + 1 = TT_2 p^3 + (T_2^* + TT_1^*) p^2 + (T_1^* + T) p + 1,$$

звідки

$$T_3 = TT_2^*, \quad T_2 = T_2^* + TT_1^*, \quad T_1 = T_1^* + T. \quad (2.71)$$

Оскільки, ланки з'єднані послідовно, то при подачі на вхід збурення у вигляді одиничного стрибка $x(t) = 1(t)$, вхід на другу ланку, рівний виходу першої визначається наступним чином:

$$y_{np} = 1 - e^{-\frac{t}{T}}, \quad (2.72)$$

а вихід другої ланки буде представляти криву розгону об'єкта, диференціальне рівняння якого можна записати у вигляді

$$T_2^* \frac{d^2 y}{dt^2} + T_1^* \frac{dy}{dt} + y = 1 - e^{-\frac{t}{T}}. \quad (2.73)$$

Знайдемо коефіцієнти T_1^* та T . Як відомо, в точці перегину графіка функції (рис. 2.32) друга похідна рівна 0,

а саме $y''(t_n) = 0$.

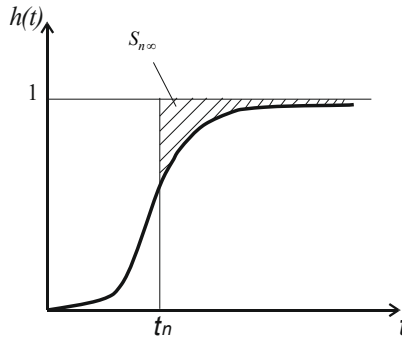


Рис. 2.32. Графік перехідної характеристики об'єкта за рівнянням (2.67) з точкою перегину

Тоді для моменту часу, який відповідає точці перегину, рівняння (2.73) запишеться у вигляді

$$T_2^* \cdot 0 + T_1^* y'(t_n) + y(t_n) = 1 - e^{-\frac{t_n}{T}}, \quad (2.74)$$

звідки

$$T_1^* = \frac{1 - e^{-\frac{t_n}{T}} - y(t_n)}{y'(t_n)}. \quad (2.75)$$

Далі запишемо (2.73) у виді

$$T_2^* y'' + T_1^* y' + e^{-\frac{t}{T}} = 1 - y. \quad (2.76)$$

Проінтегруємо (2.76) в межах $[t_1, t_2]$

$$\int_{t_1}^{t_2} \left(T_2^* y'' + T_1^* y' + e^{-\frac{t}{T}} \right) dt = \int_{t_1}^{t_2} (1 - y) dt, \quad (2.77)$$

$$T_2^* (y'(t_2) - y'(t_1)) + T_1^* (y(t_2) - y(t_1)) - T \left(e^{-\frac{t_2}{T}} - e^{-\frac{t_1}{T}} \right) = S_{12}, \quad (2.78)$$

де S_{12} – площа фігури (рис. 2.33), що обмежена лінією встановленого значення y , кривою розгону і вертикалями в точках t_1 і t_2 .

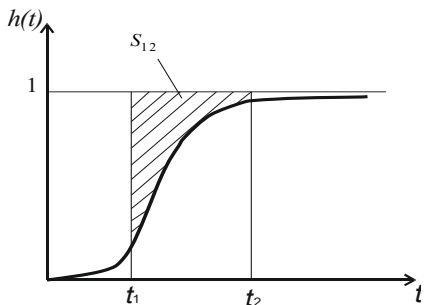


Рис. 2.33. Графік перехідної характеристики об'єкта за рівнянням (2.67) з вертикалями в точках t_1 і t_2

В рівнянні (2.78) візьмемо за межі інтегрування $t_1 = 0$, $t_2 = \infty$. А також врахуємо, що $y(0) = 0$, $y(\infty) = 1$, $y'(0) = 0$, $y'(\infty) = 0$, тоді отримаємо:

$$T_2^*(0 - 0) + T_1^*(1 - 0) - T \left(e^{\frac{\infty}{T}} - e^{\frac{0}{T}} \right) = S_{0\infty}, \quad (2.79)$$

$$T = S_{0\infty} - T_1^*, \quad (2.80)$$

де $S_{0\infty}$ – це площа над кривою розгону для $t_1 = 0$ і $t_2 = \infty$, тобто на всьому діапазоні спостереження.

Значення сталих T_1^* , T визначаємо на основі рівнянь (2.75), (2.80), які утворюють систему

$$\begin{cases} T_1^* = \frac{1 - e^{-\frac{t_n}{T}} - y(t_n)}{y'(t_n)}, \\ T = S_{0\infty} - T_1^*. \end{cases} \quad (2.81)$$

Визначимо далі сталу T_2^* . Візьмемо в рівнянні (2.78) за межі інтегрування $t_1 = t_n$ і $t_2 = \infty$:

$$T_2^* \left(y'(\infty) - y'(t_n) \right) + T_1^* \left(y(\infty) - y(t_n) \right) - T \left(e^{-\frac{\infty}{T}} - e^{-\frac{t_n}{T}} \right) = S_{n\infty}, \quad (2.82)$$

де $S_{n\infty}$ – площа над кривою розгону для $t_1 = t_n$ і $t_2 = \infty$.

Врахуємо, що $y(\infty) = 1$, $y'(\infty) = 0$, тоді з (2.82) матимемо

$$T_2^* \left(0 - y'(t_n) \right) + T_1^* \left(1 - y(t_n) \right) + T e^{-\frac{t_n}{T}} = S_{n\infty}, \quad (2.83)$$

звідки

$$T_2^* = \frac{T_1^* \left(1 - y(t_n) \right) + T e^{-\frac{t_n}{T}} - S_{n\infty}}{y'(t_n)}. \quad (2.84)$$

Підставляючи отримані значення T_1^* , T_2^* і T з (2.81) та (2.84) в (2.71), отримаємо значення коефіцієнтів T_1, T_2, T_3 . Перевагою даної методики є те, що отримується аналітичний вираз для передаточної функції.

Модель об'єкта в MatLab, заданого рівнянням (2.67), отримаємо у вигляді рис. 2.34. Результати моделювання – графік перехідного процесу зображено на рис. 2.35.

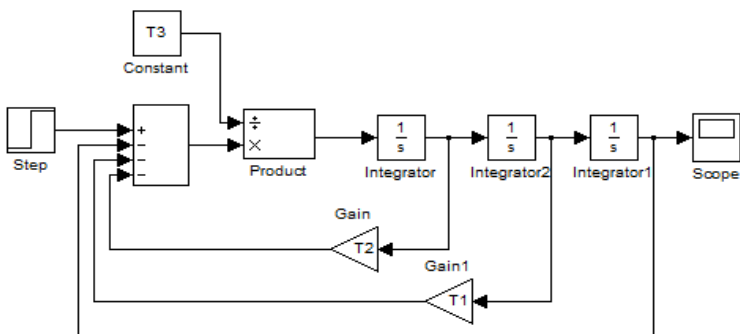


Рис. 2.34. Модель об'єкта III порядку за рівнянням (2.67)

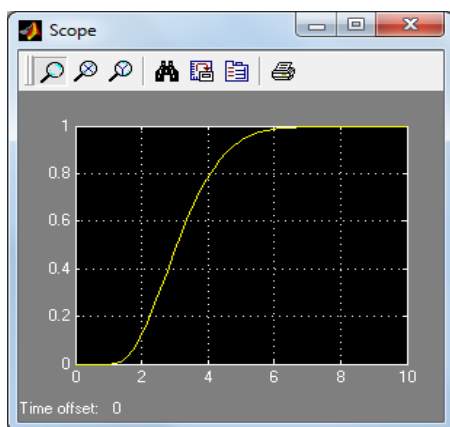


Рис. 2.35. Графік перехідної характеристики об'єкта III порядку за рівнянням (2.67)

Для об'єктів, що описуються рівнянням (2.68), передаточна функція має вигляд

$$W(p) = \frac{k_1 p + 1}{T_3 p + T_2 p^2 + T_1 p + 1}. \quad (2.85)$$

Структуру об'єкта аналогічно представимо у виді послідовно з'єднаних двох ланок: перша ланка – інтегрально-диференціююча, а друга – ланка II-го порядку.

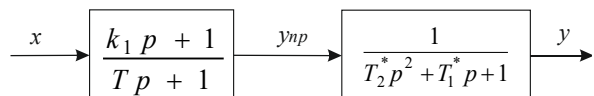


Рис. 2.36. Структура об'єкта за рівнянням (2.68)

Зв'язок між коефіцієнтами встановимо, аналогічно до попереднього, прирівнюючи передаточну функцію (2.85) і передаточні функції двох послідовно з'єднаних ланок

$$\frac{k_1 p + 1}{T_3 p + T_2 p^2 + T_1 p + 1} = \frac{k_1 p + 1}{T p + 1} \cdot \frac{1}{T_2^* p^2 + T_1^* p + 1} \quad (2.86)$$

Звідки отримаємо рівняння аналогічні (2.71).

Оскільки ланки з'єднані послідовно, то при подачі на вхід збурення у вигляді сигналу $x(t) = I(t)$, вхід на другу ланку, рівний виходу першої визначається, як відомо, у вигляді

$$y_{np} = 1 - k_2 e^{-\frac{t}{T}}, \quad (2.87)$$

де $k_2 = \frac{k_1}{T} - 1$.

Вихід другої ланки буде представляти криву розгону об'єкта, диференціальне рівняння якого можна записати у вигляді

$$T_2^* \frac{d^2 y}{dt^2} + T_1^* \frac{dy}{dt} + y = 1 - k_2 e^{-\frac{t}{T}} \quad (2.88)$$

Перепишемо рівняння (2.88) у вигляді

$$T_2^* \frac{d^2 y}{dt^2} + T_1^* \frac{dy}{dt} + k_2 e^{-\frac{t}{T}} = 1 - y. \quad (2.89)$$

Інтегруючи (2.89) в межах $[t_1, t_2]$, отримаємо

$$T_2^* (y'(t_2) - y'(t_1)) + T_1^* (y(t_2) - y(t_1)) - k_2 T \left(e^{-\frac{t_2}{T}} - e^{-\frac{t_1}{T}} \right) = S_{12}. \quad (2.90)$$

В рівнянні (2.90), аналогічно до попереднього випадку, візьмемо за межі інтегрування $t_1 = 0$, $t_2 = \infty$. А також врахуємо, що $y(0) = 0$, $y(\infty) = 1$, $y'(0) = 0$, $y'(\infty) = 1$, тоді отримаємо:

$$T_1^* (1 - 0) - k_2 T \left(e^{-\frac{\infty}{T}} - e^{-\frac{0}{T}} \right) = S_{0\infty}, \quad (2.91)$$

$$T_1^* + k_2 T = S_{0\infty}. \quad (2.92)$$

Далі візьмемо в (2.89) за межі інтегрування $t_1 = t_m$, тоді

$$T_2^* (y'(\infty) - y'(t_m)) + T_1^* (y(\infty) - y(t_m)) - k_2 T \left(e^{-\frac{\infty}{T}} - e^{-\frac{t_m}{T}} \right) = S_{m\infty}, \quad (2.93)$$

звідки

$$T_1^* (1 - y(t_m)) + k_2 T e^{-\frac{t_m}{T}} = S_{m\infty}, \quad (2.94)$$

де t_m – значення осі абсцис, в якій перехідна характеристика приймає максимальне (мінімальне) значення (рис. 2.37).

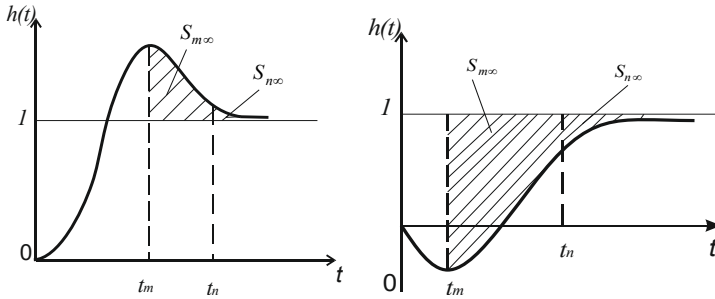


Рис. 2.37. Графіки перехідних характеристики об'єкта за рівнянням (2.68)

Врахувавши (2.92), (2.94) отримаємо у вигляді

$$T_1^* (1 - y(t_m)) + (S_{0\infty} - T_1^*) e^{-\frac{t_m}{T}} = S_{m\infty}. \quad (2.95)$$

Також аналогічно до попереднього, в точці перегину графіка функції друга похідна рівна 0, а саме $y''(t_n) = 0$. Тоді для моменту часу, який відповідає точці перегину, рівняння (2.89) запишеться у вигляді

$$T_1^* y'(t_n) + k_2 e^{-\frac{t_n}{T}} = 1 - y(t_n), \quad (2.96)$$

$$T_1^* y'(t_n) + \left(\frac{k_1}{T} - 1\right) e^{-\frac{t_n}{T}} = 1 - y(t_n). \quad (2.97)$$

Значення сталих k_1 , T , T_1^* визначаємо на основі отриманих рівнянь (2.92), (2.95) та (2.97), які утворюють систему

$$\begin{cases} T_1^* + k_2 T = S_{0\infty}, \\ T_1^* (1 - y(t_m)) + (S_{0\infty} - T_1^*) e^{-\frac{t_m}{T}} = S_{m\infty}, \\ T_1^* y'(t_n) + \left(\frac{k_1}{T} - 1\right) e^{-\frac{t_n}{T}} = 1 - y(t_n). \end{cases} \quad (2.98)$$

Значення сталої T_2^* визначимо аналогічно до попереднього, а саме

$$T_2^* = \frac{T_1^* (1 - y(t_n)) + k_2 T e^{-\frac{t_n}{T}} - S_{n\infty}}{y'(t_n)}. \quad (2.99)$$

Модель об'єкта в MatLab, заданого рівнянням (2.68) отримасмо у вигляді показаному на рис. 2.38. Результати моделювання – графік перехідного процесу зображено на рис. 2.39.

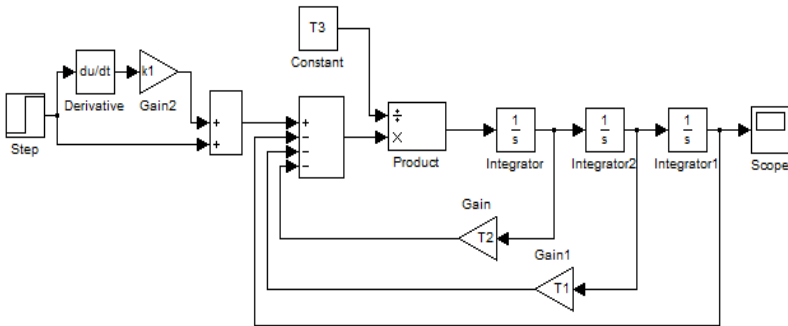


Рис. 2.38. Модель об'єкта III порядку за рівнянням (2.68)

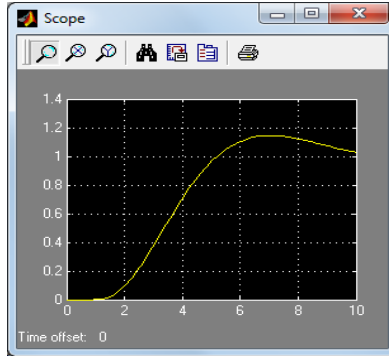


Рис. 2.39. Модель та графік перехідної характеристики об'єкта III порядку за рівнянням (2.68)

Для об'єктів, що описуються рівнянням (2.69), передаточна функція має вигляд

$$W(p) = \frac{k_1 p}{T_3 p + T_2 p^2 + T_1 p + 1}. \quad (2.100)$$

Структуру об'єкта аналогічно до попереднього випадку представимо у виді послідовно з'єднаних двох ланок: перша ланка – реально-диференціююча, а друга – ланка II-го порядку у загальному виді показана на рис. 2.40.

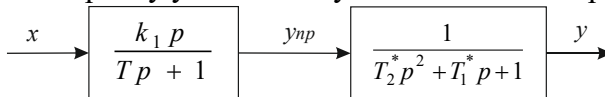


Рис. 2.40. Структура об'єкта за рівнянням (2.69)

Зв'язок між коефіцієнтами встановимо, прирівнюючи передаточну функцію і передаточні функції двох послідовно з'єднаних ланок:

$$\frac{k_1 p + 1}{T_3 p + T_2 p^2 + T_1 p + 1} = \frac{k_1 p}{T p + 1} \cdot \frac{1}{T_2^* p^2 + T_1^* p + 1}. \quad (2.101)$$

Звідки отримаємо рівняння аналогічні (2.71).

При подачі на вхід збурення у вигляді сигнала $x(t)=1(t)$, вхід на другу ланку, рівний виходу першої визначається, як відомо, у вигляді

$$y_{np} = \frac{k_1}{T} e^{-\frac{t}{T}}. \quad (2.102)$$

Вихід другої ланки буде представляти криву розгону об'єкта, диференціальне рівняння якого можна записати у вигляді

$$T_2^* \frac{d^2 y}{dt^2} + T_1^* \frac{dy}{dt} + y = \frac{k_1}{T} e^{-\frac{t}{T}}. \quad (2.103)$$

Перепишемо рівняння (2.103) у вигляді

$$T_2^* \frac{d^2 y}{dt^2} + T_1^* \frac{dy}{dt} + \frac{k_1}{T} e^{-\frac{t}{T}} = -y. \quad (2.104)$$

Інтегруючи (2.104) в межах $[t_1, t_2]$, отримаємо

$$T_2^* (y'(t_2) - y'(t_1)) + T_1^* (y(t_2) - y(t_1)) + k_1 \left(e^{-\frac{t_2}{T}} - e^{-\frac{t_1}{T}} \right) = -S_{12}. \quad (2.105)$$

В рівнянні (2.105) візьмемо за межі інтегрування $t_1 = 0$, $t_2 = \infty$, а також врахуємо, що $y(0) = 0$, $y(\infty) = 0$, $y'(0) = 0$, $y'(\infty) = 0$, тоді

$$T_1^* (0 - 0) - k_1 \left(e^{-\frac{\infty}{T}} - e^{-\frac{0}{T}} \right) = -S_{0\infty}, \quad (2.106)$$

звідки

$$k_1 = S_{0\infty}. \quad (2.107)$$

Далі візьмемо в (2.104) за межі інтегрування $t_1 = t_m$, $t_2 = \infty$, тоді отримаємо

$$T_2^*(y'(\infty) - y'(t_m)) + T_1^*(y(\infty) - y(t_m)) + k_1 \left(e^{\frac{\infty}{T}} - e^{\frac{t_m}{T}} \right) = -S_{n\infty}, \quad (2.105)$$

звідки

$$T_1^* y(t_m) + k_1 e^{-\frac{t_m}{T}} = S_{m\infty}. \quad (2.106)$$

В точці перегину графіка з (2.104) отримаємо

$$T_1^* y'(t_n) - \frac{k_1}{T} e^{-\frac{t_n}{T}} = -y(t_n). \quad (2.107)$$

Значення сталих T , T_1^* визначаємо, аналогічно до попереднього, на основі отриманих рівнянь (2.107), (2.106), які утворюють систему.

Визначимо далі аналогічно сталу T_2^* . Візьмемо в (2.104) за межі інтегрування $t_1 = t_n$, $t_2 = \infty$, тоді

$$T_2^*(y'(\infty) - y'(t_n)) + T_1^*(y(\infty) - y(t_n)) + k_1 \left(e^{\frac{\infty}{T}} - e^{\frac{t_n}{T}} \right) = -S_{n\infty}. \quad (2.108)$$

З врахуванням $y(\infty) = 0$, $y'(\infty) = 0$, із (2.108) отримаємо

$$T_2^*(0 - y'(t_n)) + T_1^*(0 - y(t_n)) - k_1 e^{-\frac{t_n}{T}} = -S_{n\infty}, \quad (2.109)$$

звідки

$$T_2^* = \frac{S_{n\infty} - k_1 e^{-\frac{t_n}{T}} - T_1^* y(t_n)}{y'(t_n)}. \quad (2.110)$$

Модель об'єкта в MatLab, заданого рівнянням (2.69) отримаємо у вигляді який показано на рис. 2.40. Результати

модельовання – графік перехідного процесу зображено на рис. 2.41.

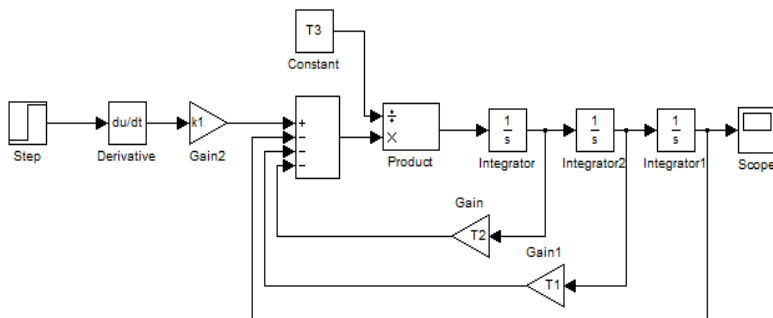


Рис. 2.40. Модель об'єкта III порядку за рівнянням (2.69)

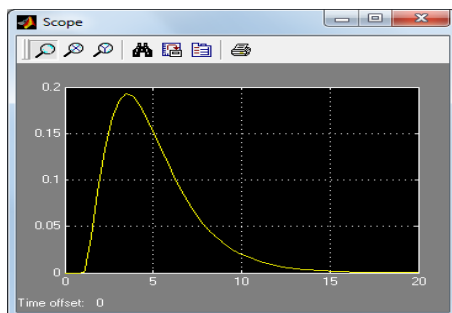


Рис. 2.41. Графік перехідної характеристики об'єкта III порядку за рівнянням (2.69)

Аналізуючи описаний вище метод ідентифікації моделей у виді диференціального рівняння (передаточної функції) за перехідною характеристикою можна встановити наступну послідовність дій.

1. Визначити приналежність перехідної характеристики до одного із типів.

2. За перехідною характеристикою визначити значення t_n , t_m , $y(t_n)$, $y(t_m)$, $y'(t_n)$, $S_{0\infty}$, $S_{n\infty}$, $S_{m\infty}$.

3. З відповідних рівнянь визначити значення T, T_1^*, T_2^* та k_1 .

4. За формулами (2.71) визначити коефіцієнти диференціального рівняння T_1, T_2, T_3 .

Питання для самоконтролю

1. Які блоки програми Matlab використовується для побудови моделей типових динамічних ланок?
2. Як з допомогою програми Matlab отримати розгінні характеристики типових динамічних ланок?
3. До якого виду зводиться диференціальне рівняння аперіодичної ланки за методом підвищення порядку похідної?
4. Як отримати числове значення сталої часу аперіодичної ланки?
5. Чому моделі аперіодичної та інерційної ланок 2-го порядку, побудовані в Matlab, є аналогічними?
6. Як отримати числове значення сталих часу аперіодичної та інерційної ланок 2-го порядку?
7. Як визначити коефіцієнт передачі аперіодичної та інерційної ланок 2-го порядку?
8. До якого виду зводиться диференціальне рівняння аперіодичної та інерційної ланок 2-го порядку за методом пониження порядку похідної?
9. Які точки розгінної характеристики коливної ланки використовуються для отримання сталих часу?
10. Як визначається коефіцієнт передачі консервативної ланки?

РОЗДІЛ III. ІДЕНТИФІКАЦІЯ ОБ'ЄКТІВ ЗА ЧАСТОТНИМИ ХАРАКТЕРИСТИКАМИ

Розглянемо вибір структури моделі з точки зору її адекватності об'єкту при зміні характеру і темпу проходження перехідних процесів у досліджуваному об'єкті, наприклад, при підвищенні інтенсивності регулюючих впливів, як це має місце при збільшенні, зокрема, коефіцієнта передачі регулятора системи керування об'єктом. Отже, при виборі апроксимуючої структури будемо враховувати діапазон частот, в якому повинна забезпечуватись адекватність моделі об'єкту.

Нагадаємо основні частотні характеристики [17].

Якщо на вході лінійної ланки об'єкта діє гармонічний вхідний сигнал $x(t) = A_x \sin \omega t$, то і вихідний сигнал буде гармонічним з іншою амплітудою A_y та зміщенням за фазою, а саме: $y(t) = A_y \sin(\omega t + \varphi)$.

У гармонічних законах перейдемо до комплексного виду

$$x(t) = A_x e^{j\omega t}, \quad y(t) = A_y e^{j(\omega t + \varphi)} = A_y e^{j\omega t} e^{j\varphi}. \quad (3.1)$$

Відношення комплексної амплітуди вихідного сигналу до комплексної амплітуди вхідного сигналу називається, як відомо, амплітудно-фазовою характеристикою

$$W(j\omega) = \frac{y(j\omega)}{x(j\omega)} = \frac{A_y e^{j\omega x} e^{j\varphi}}{A_x e^{j\omega x}} = A(\omega) e^{j\varphi(\omega)}, \quad (3.2)$$

де $A(\omega) = \frac{A_y}{A_x}$ – амплітудно-частотна характеристика, $\varphi(\omega)$

– фазо-частотна характеристика.

З теорії комплексних чисел відомо [17], що

$$W(j\omega) = A(\omega)e^{j\varphi(\omega)} = P(\omega) + jQ(\omega), \quad (3.3)$$

де $P(\omega)$ – дійсна частотна характеристика, $Q(\omega)$ – уявна частотна характеристика, $A(\omega) = \sqrt{P^2(\omega) + Q^2(\omega)}$, $\varphi(\omega) = \arctg \frac{Q(\omega)}{P(\omega)}$.

АЧХ показує у скільки разів амплітуда сигналу на виході об'єкта відрізняється від амплітуди вхідного сигналу на всьому діапазоні частот.

На графіку АЧХ по осі абсцис відкладається частота, а по осі ординат відношення амплітуд вхідного та вихідного сигналів. Як правило, для частоти використовується логарифмічний масштаб, так як досліджуваний діапазон частот може змінюватися у достатньо широких діапазонах. У випадку, коли і на осі ординат використовується логарифмічний масштаб, матимемо логарифмічну амплітудно – частотну характеристику.

ФЧХ відображає залежність зсуву фаз між вхідним та вихідним сигналом в залежності від частоти.

Графік АФХ називається діаграмою (годографом) Найквіста.

Передаточна функція $W(p)$, як відомо, є функцією комплексної змінної $p = \sigma + j\omega$. Якщо накласти умову $\sigma = 0$, то передаточна функція перетворюється у функцію уявної частини $j\omega$ комплексної змінної p , тобто в амплітудно-фазову характеристику $W(j\omega)$.

3.1. Ідентифікація об'єктів за активними еспериментами в частотній області

Розглянемо отримання частотних характеристик $A(\omega)$, $\varphi(\omega)$ [9]. Якщо на вході об'єкта діє гармонічний сигнал

$$x(t) = A_x \sin \omega t, \quad (3.4)$$

або прямокутна хвиля

$$x(t) = \begin{cases} A_x, T(k) < t < T\left(k + \frac{1}{2}\right), k = 0, 1, 2, \dots, \\ -A_x, T\left(k + \frac{1}{2}\right) < t < T(k+1), k = 0, 1, 2, \dots, \end{cases} \quad (3.5)$$

то після закінчення перехідного процесу на виході об'єкта встановлюється коливання

$$y(t) = A_y \sin(\omega t + \varphi). \quad (3.6)$$

Дискретно змінюючи частоту вхідного сигналу

$$\omega = \omega_i = \frac{2\pi}{T_i}, \quad i = \overline{1, N} \quad \text{визначаємо значення амплітудно-}$$

частотної та фазочастотної характеристик за графіками вхідного та вихідного сигналів

$$A(\omega_i) = \frac{A_y(\omega_i)}{A_x(\omega_i)}, \quad i = \overline{1, N}, \quad (3.7)$$

$$\varphi(\omega_i) = -\omega_i \Delta T_i = -2\pi \frac{\Delta T_i}{T_i}, \quad i = \overline{1, N}, \quad (3.8)$$

де T_i – період, ΔT_i – часове зміщення (запізнення) між $x(t)$ та $y(t)$, ΔT_i – це величина, що рівна відрітку часу між моментами перетину гармонік $x(t)$, $y(t)$ своїх середніх значень. Якщо вихідні коливання відстають за фазою від вхідних, то ΔT_i береться із знаком мінус.

Якщо в якості досліджуваного сигналу застосовується прямокутна хвиля, необхідно виділити із нього першу гармоніку. Для цього $x(t)$ розкладається в ряд Фур'є і використовується перший член розкладу

$$x(t) \approx \frac{4}{\pi} A_p \sin \omega t = A_x \sin \omega t, \quad (3.9)$$

де $A_x = \frac{4}{\pi} A_p$, A_p – амплітуда прямокутної хвилі.

В результаті отримуємо сукупності точок $(A(\omega_i), \omega_i)$ та $(\varphi(\omega_i), \omega_i)$, $i = \overline{1, N}$, які дискретно задають амплітудно-частотну та фазо-частотну характеристики об'єкта. Для отримання неперервних функцій $A(\omega)$, $\varphi(\omega)$, необхідно здійснити апроксимацію послідовностей $A(\omega_i)$, $\varphi(\omega_i)$, $i = \overline{1, N}$.

Розглянемо два підходи отримання неперервних $A(\omega)$, $\varphi(\omega)$. Перший підхід полягає в наступному: будуються емпіричні лінії регресії за сукупностями точок $(A(\omega_i), \omega_i)$, $(\varphi(\omega_i), \omega_i)$, $i = \overline{1, N}$ та апроксимуються поліномами (за методом найменших квадратів, з використання програми MatLab). Отримані поліноми підставляємо у формулу амплітудно-фазової характеристики $W(j\omega) = A(\omega)e^{j\varphi(\omega)}$.

Другий підхід дозволяє відразу отримати формулу для передаточної функції. Алгоритм побудови $W(p)$ у даному випадку наступний: спочатку припускаємо, що динаміка об'єкта описується передаточною функцією

$$W(p) = \frac{k}{Tp + 1}. \quad (3.10)$$

Для ідентифікації об'єкта необхідно знайти коефіцієнти k, T .

Отримаємо із передаточної функції амплітудно-фазову характеристику

$$W(j\omega) = \frac{k}{Tj\omega + 1}. \quad (3.11)$$

Виділимо дійсну та уявну частину

$$W(j\omega) = \frac{k(1-Tj\omega)}{(1+Tj\omega)(1-Tj\omega)} = \frac{k(1-Tj\omega)}{1+T^2\omega^2} = \frac{k}{1+T^2\omega^2} + j\frac{-kT\omega}{1+T^2\omega^2}. \quad (3.12)$$

$$\text{Отже, } P(\omega) = \frac{k}{1+T^2\omega^2}, \quad Q(\omega) = -\frac{kT\omega}{1+T^2\omega^2}.$$

Тоді АЧХ та ФЧХ визначатимуться відповідно за співвідношеннями

$$A(\omega) = \sqrt{P^2(\omega) + Q^2(\omega)} = \frac{k}{\sqrt{1+T^2\omega^2}}, \quad (3.13)$$

$$\varphi(\omega) = \arctg \frac{Q(\omega)}{P(\omega)} = -\arctg(T\omega). \quad (3.14)$$

Підставляючи у формулу (3.13) будь-яку пару значень $(A(\omega_i), \omega_i)$, отримаємо систему двох рівнянь на дві невідомі k, T . Розв'язавши дану систему, отримаємо оцінки коефіцієнтів k, T . Далі необхідно перевірити правильність припущення вибору передаточної функції у виді (3.10). Для цього, використовуючи значення $(\varphi(\omega_i), \omega_i)$, $i = \overline{1, N}$, обчислюємо оцінку F_1 суми квадратів відхилень експериментальних значень фазо-частотної характеристики від її значень, що обчислюються за теоретичною залежністю (3.14), а саме

$$F_1 = \sum_{i=1}^n (\varphi(\omega_i + \arctg(T\omega_i)))^2. \quad (3.15)$$

Після цього припускаємо, що динаміка об'єкта описується іншою передаточною функцією і для її конкретного виду повторюємо описану вище процедуру. В результаті отримаємо оцінку F_2 . Якщо $F_2 > F_1$, то найкращу апроксимацію передаточної функції об'єкта забезпечує залежність (3.10). Якщо ж $F_2 < F_1$, то пошук треба продовжити.

Приклад. Розглянемо отримані експериментально і зображені на рис. 3.1 коливання вхідної змінної $x(t)$ – загальної витрати циркуляційного газу і вихідної змінної $y(t)$ – температури колони синтезу аміака.

При $T_1 = 20(\text{хв})$ $\left(\omega = \omega_1 = 2\pi \frac{1}{T} = 0.314 \right)$ з рис. 3.1 маємо: амплітуда прямокутної хвилі $A_p(\omega_1) = 33.0$, амплітуда вихідного сигналу $A_y(\omega_1) = 4.0(^{\circ}\text{C})$, часове зміщення $\Delta T_1 = -7.5(\text{хв})$.

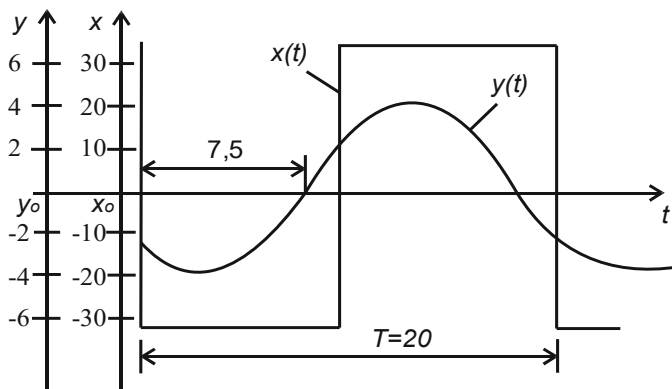


Рис. 3.1. Графіки зміни вхідного та вихідного сигналів при $T_1 = 20(\text{хв})$

Визначимо амплітуду вхідного сигналу

$$A_x(\omega_1) = \frac{4}{\pi} 33 = 42.0 \text{ (м}^3 / \text{хв)}.$$

Тоді обчислимо параметри АФХ

$$A_x(\omega_1) = A(0,314) = \frac{A_y(\omega_1)}{A_x(\omega_1)} = \frac{4}{42} = 0.095 \text{ (}^\circ \text{C} \cdot \text{хв} / \text{м}^3 \text{)},$$

$$\varphi(\omega_1) = \varphi(0,314) = -2\pi \frac{7.5}{20} = -0.75\pi = -2.36.$$

При $T_2 = 10 \text{ (хв)}$ ($\omega = \omega_2 = 2\pi \frac{1}{T} = 0.628$) з рис. 3.2

маємо: амплітуда прямокутної хвилі: $A_p(\omega_2) = 25.0$,
амплітуда вихідного сигналу: $A_y(\omega_2) = 2.0 \text{ (}^\circ \text{C)}$, часове
зміщення $\Delta T_2 = -5 \text{ (хв)}$.

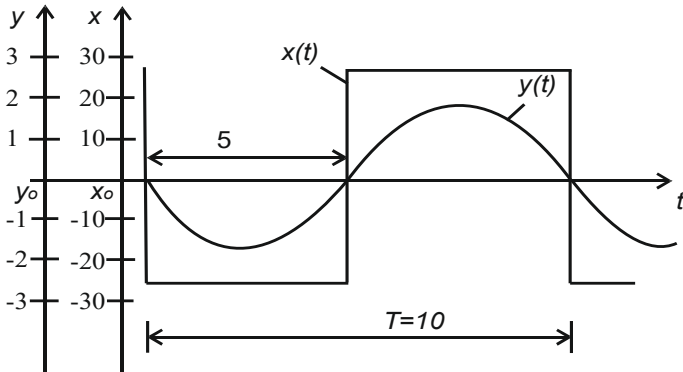


Рис. 3.2. Графіки зміни вхідного та вихідного сигналів при $T_2 = 10 \text{ (хв)}$

Амплітуда вхідного сигналу $A_x(\omega_1) = \frac{4}{\pi} 25 = 31.8 \text{ (м}^3 / \text{хв)}$.

Тоді параметри АФХ:

$$A_x(\omega_2) = A(0,628) = \frac{A_y(\omega_2)}{A_x(\omega_2)} = \frac{2}{31.8} = 0.063 \text{ (} ^\circ C \cdot \text{хв} / \text{м}^3 \text{)},$$

$$\varphi(\omega_2) = \varphi(0,628) = -2\pi \frac{5}{10} = -\pi = -3.14.$$

При $T_3 = 6(\text{хв})$ $\left(\omega = \omega_3 = 2\pi \frac{1}{T} = 1.046 \right)$ з рис. 3.3

маємо: амплітуда прямокутної хвилі: $A_p(\omega_3) = 31.0$, амплітуда вихідного сигналу: $A_y(\omega_3) = 0.9 \text{ (} ^\circ C \text{)}$, часове зміщення $\Delta T_3 = -3.5(\text{хв})$.

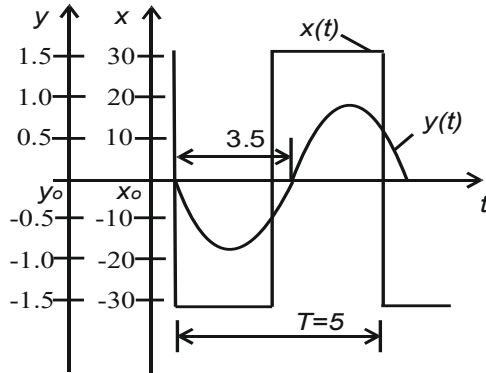


Рис. 3.3. Графіки зміни вхідного та вихідного сигналів при $T_3 = 6(\text{хв})$

$$\text{Амплітуда вхідного сигналу } A_x(\omega_3) = \frac{4}{\pi} 31 = 39.5 \text{ (} \text{м}^3 / \text{хв} \text{)}.$$

Тоді параметри АФХ

$$A_x(\omega_3) = A(1,046) = \frac{A_y(\omega_3)}{A_x(\omega_3)} = \frac{0.9}{39.5} = 0.023 \text{ (} ^\circ C \cdot \text{хв} / \text{м}^3 \text{)},$$

$$\varphi(\omega_3) = \varphi(1,046) = -2\pi \frac{3.5}{6} = -1.166\pi = -3.66.$$

При $T_4 = 4(\text{хв})$ $\left(\omega = \omega_4 = 2\pi \frac{1}{T} = 1.57 \right)$ з рис. 3.4 маємо: амплітуда прямокутної хвилі: $A_p(\omega_4) = 35.0$, амплітуда вихідного сигналу: $A_y(\omega_4) = 0.8(^{\circ}\text{C})$, часове зміщення $\Delta T_4 = -3(\text{хв})$.

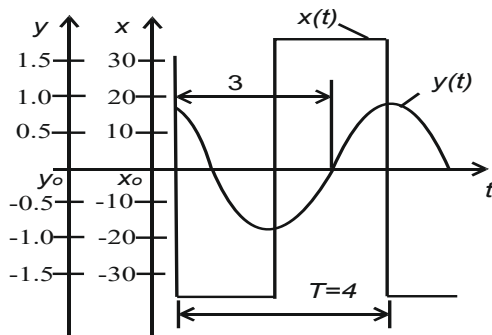


Рис. 3.4. Графіки зміни вхідного та вихідного сигналів при $T_4 = 4(\text{хв})$

$$\text{Амплітуда вхідного сигналу } A_x(\omega_4) = \frac{4}{\pi} 35 = 44.6 (\text{м}^3 / \text{хв}).$$

Тоді параметри АФХ

$$A_x(\omega_4) = A(1,57) = \frac{A_y(\omega_4)}{A_x(\omega_4)} = \frac{0.8}{44.6} = 0.018 (^{\circ}\text{C} \cdot \text{хв} / \text{м}^3),$$

$$\varphi(\omega_4) = \varphi(1,57) = -2\pi \frac{3}{6} = -1.5\pi = -4.71.$$

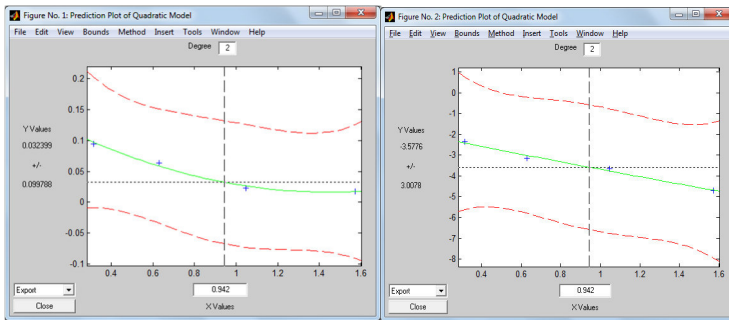
Отже, отримано сукупність точок $(A(\omega_i), \omega_i)$ та $(\varphi(\omega_i), \omega_i)$, $i = \overline{1,4}$, які зведемо в табл. 3.1.

Таблиця 3.1

Значення АЧХ та ФЧХ в залежності від частоти

№ експ.	1	2	3	4
ω	0.314	0.628	1.046	1.570
$A(\omega)$	0.095	0.063	0.023	0.018
$\varphi(\omega)$	-2.36	-3.14	-3.66	-4.71

На основі даних табл. 3.1, використовуючи програму Matlab, будемо лінії регресії амплітудно-частотної (рис. 3.5, а) та фазо-частотної (рис. 3.5, б) характеристик.



а)

б)

Рис. 3.5. Графіки ліній регресії амплітудно-частотної а) та фазо-частотної б) характеристик

В робочому просторі Matlab отримуємо числові значення коефіцієнтів ліній регресії

$$\text{beta} = 0.0624 \quad -0.1811 \quad 0.1476.$$

Отже, АЧХ може бути апроксимована поліномом

$$A(\omega) = 0.06\omega^2 - 0.18\omega + 0.15.$$

Аналогічно для ФЧХ:

$$\varphi(\omega) = 0.07\omega^2 - 1.93\omega - 1.82.$$

Отримані поліноми підставляємо у формулу амплітудно-фазової характеристики

$$W(j\omega) = A(\omega)e^{j\varphi(\omega)} = (0.06\omega^2 - 0.18\omega + 0.15)e^{j(0.07\omega^2 - 1.93\omega - 1.82)}.$$

Використаємо інший підхід та отримаємо аналітичний вираз передаточної функції. Припустимо, що динаміка об'єкта описується передаточною функцією

$$W(p) = \frac{k}{Tp + 1}.$$

Тоді у формулу (3.13) підставимо із табл. 3.1 $\omega = \omega_i$, $A(\omega) = A(\omega_i)$, $i = 3, 4$. В результаті для визначення коефіцієнтів k, T отримаємо систему рівнянь

$$\begin{cases} 0.023 = \frac{k}{\sqrt{1 + (1.046)^2 \cdot T^2}}, \\ 0.018 = \frac{k}{\sqrt{1 + (1.57)^2 \cdot T^2}}. \end{cases}$$

Звідки: $T = 0.96$, $k = 0.001$. Отже, передаточна функція об'єкта $W(p) = \frac{0.001}{0.96p + 1}$.

Далі необхідно перевірити правильність вибору передаточної функції у такому виді та розглянути іншу передаточну функцію, а для її конкретного виду повторити описану вище процедуру.

3.2. Ідентифікація об'єктів за амплітудно-фазовою характеристикою

У найпростіших випадках як апроксимуюча структура може розглядатись одна із елементарних динамічних ланок. Розглянемо спочатку реальну диференціюючу ланку. Амплітудно-фазова характеристики такої ланки, як відомо, має вигляд [9; 17]:

$$W(j\omega) = P(\omega) + jQ(\omega) = k \frac{(T\omega)^2}{1 + (T\omega)^2} + jk \frac{T\omega}{1 + (T\omega)^2}. \quad (3.16).$$

Годограф АФХ для рівняння (3.16) показано на рис. 3.6.

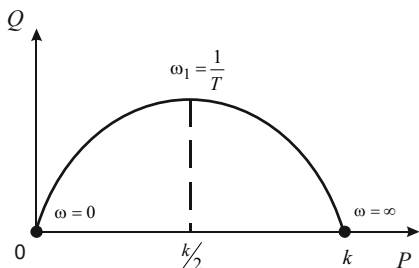


Рис. 3.6. Годограф АФХ реальної диференціюючої ланки

Коефіцієнт передачі k – це межа, до якої наближається годограф при $\omega \rightarrow \infty$, а саме $k = \lim_{\omega \rightarrow \infty} P(\omega)$.

Як бачимо з рис. 3.6 $P(\omega_1) = \frac{k}{2}$, $Q(\omega_1) = \frac{k}{2}$, тобто найвища точка годографа відповідає частоті $\frac{1}{T}$. Коли ця частота ω_1 відома, то легко визначається $T = \frac{1}{\omega_1}$.

Якщо в наявності є кілька точок годографа, наприклад, з частотами $\omega_2, \omega_3, \dots$, то розв'язком рівняння

$$P(\omega_2) = k \frac{(T\omega_2)^2}{1 + (T\omega_2)^2}, \quad \text{або} \quad Q(\omega_2) = k \frac{(T\omega_2)^2}{1 + (T\omega_2)^2} \quad \text{відносно}$$

$T\omega_2$, а потім відносно T (оскільки ω_2 вважається відомим), можна уточнити (усереднити) значення T в околі бажаного значення частоти. Необхідною умовою успішності апроксимації є близькість форми годографа АФХ до півкола, зображеного на рис. 3.6.

Розглянемо аперіодичну ланку першого порядку. АФХ такої ланки, як відомо, має вигляд

$$W(j\omega) = P(\omega) + jQ(\omega) = \frac{k}{1 + (T\omega)^2} - j \frac{kT\omega}{1 + (T\omega)^2}. \quad (3.17)$$

Годограф АФХ для рівняння (3.18) показано на рис. 3.7.

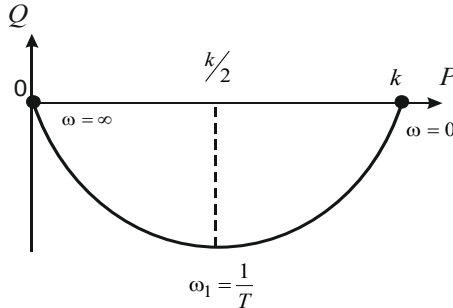


Рис. 3.7. Годограф АФХ аперіодичної ланки першого порядку

З формули (3.17) та рис. 3.8 бачимо, що $k = \lim_{\omega \rightarrow 0} P(\omega)$,

$T = \frac{1}{\omega_1}$, де ω_1 – частота найнижчої точки годографа.

Розглянемо аперіодичну ланку другого порядку та коливну ланку. АФХ таких ланок, як відомо, має вигляд

$$W(j\omega) = P(\omega) + jQ(\omega) = k \frac{1 - a_2\omega^2}{(1 - a_2\omega^2)^2 + (a_1\omega)^2} - jk \frac{a_1\omega}{(1 - a_2\omega^2)^2 + (a_1\omega)^2}. \quad (3.18)$$

Годограф АФХ для рівняння (3.18) показано на рис. 3.8. З формули (3.18) та рис. 3.9 бачимо, що

$k = \lim_{\omega \rightarrow 0} P(\omega)$, $a_2 = \frac{1}{\omega_1^2}$, де ω_1 – частота точки перетину

годографа з уявною піввіссю.

Визначивши $Q(\omega_1) = -\frac{k}{a_1\omega_1}$, отримаємо

$$a_1 = -\frac{k}{\omega_1|Q(\omega_1)|}.$$

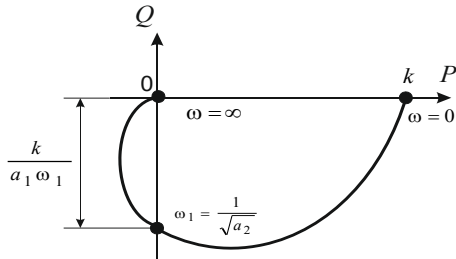


Рис. 3.8. Годограф АФХ аперіодичної ланки другого порядку та коливної ланки

АФХ консервативної ланки має вигляд

$$W(j\omega) = \frac{k}{1 - a_2\omega^2}. \quad (3.19)$$

Годограф АФХ консервативної ланки зображено на рис. 3.9.

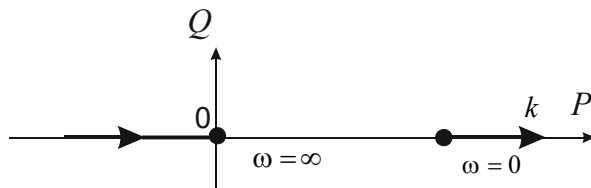


Рис. 3.9. Годограф амлітудно-фазової характеристики консервативної ланки

Отже, $k = \lim_{\omega \rightarrow \infty} P(\omega)$. Для визначення a_2 досить знати

$$P(\omega) \text{ для будь-якої ненульової частоти } P(\omega_2) = \frac{k}{1 - a_2\omega_2^2},$$

звідки
$$a_2 = \frac{1 - \frac{k}{P(\omega_2)}}{\omega_2^2}.$$

Питання для самоконтролю

1. Що називається амлітудно-фазовою характеристикою?
2. У якому виді отримується вихідний параметр, якщо на вхід об'єкта подано гармонічний сигнал?
3. Що називається діаграмою Найквіста?
4. За якими формулами визначається значення амплітудно-частотної та фазо-частотної характеристик, якщо дискретно змінювати частоту вхідного сигналу?
5. Як здійснити апроксимацію дискретних амплітудно-частотної та фазо-частотної характеристик?
6. За якою формулою визначається сума квадратів відхилень експериментальних значень фазо-частотної характеристики від її значень, розрахованих за моделлю?
7. Як виділити першу гармоніку із прямокутної хвилі, що подається на вхід об'єкта?
8. Які є підходи отримання неперервних амплітудно-частотної та фазо-частотної характеристик за їх дискретними значеннями?
9. Як визначити сталу часу та коефіцієнт передачі за годографом амлітудно-фазової характеристики реальної диференціюючої ланки?
10. Як визначити сталу часу та коефіцієнт передачі за годографом амлітудно-фазової характеристики аперіодичної ланки першого порядку?

РОЗДІЛ IV. ІДЕНТИФІКАЦІЯ ТА МОДЕЛЮВАННЯ ОБ'ЄКТІВ З РОЗПОДІЛЕНИМИ ПАРАМЕТРАМ

4.1. Ідентифікація динамічних об'єктів з розподіленими параметрами

Для аналізу процесів, які протікають в об'єктах з розподіленими параметрами, достатньо задати початкові та граничні умови і розв'язати відповідні рівняння, що описують процеси в цих об'єктах. Якщо ж об'єкт з розподіленими параметрами є складовою ланкою системи, то аналіз процесу в ньому є досить складною задачею [9; 14].

Розглянемо побудову структури апроксимуючої передаточної функції на прикладі врахування теплоаккумуляції в стінках, обмежуваних досліджуваним тепловим об'єктом, наприклад, топку, або в більш загальній постановці, проточну ємність з товстими теплоакмулюючими стінками [9].

Вважатимемо, що стінка розглядається плоскою (нехтуючи можливою кривизною), а отже, процес поширення тепла в стінці може бути описаний диференціальним рівнянням в частинних похідних:

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = a \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2}, \quad (4.1)$$

де θ – температура, $a = \frac{\lambda}{\rho c}$ – коефіцієнт температуропровідності, λ – коефіцієнт теплопровідності, ρ – щільність матеріалу стінки, c – коефіцієнт теплоємності.

Граничні умови приймемо у вигляді

$$\left\{ \begin{array}{l} -\lambda \frac{\partial \theta}{\partial x} \Big|_{x=0} = a_0 (\theta^{S,L} - \theta|_{x=0}), \\ \frac{\partial \theta}{\partial x} \Big|_{x=\delta} = 0, \end{array} \right. \quad (4.2)$$

тобто граничну умову III роду на «лівій» поверхні (при $x = 0$, відраховується від внутрішньої поверхні, яка омивається теплоносієм у досліджуваній проточній ємності з температурою $\theta^{S,L}$), де a_0 – коефіцієнт теплообміну між теплоносієм та поверхнею.

На правій поверхні (при $x = \delta$ де δ – товщина стінки) приймаємо умову ідеальної теплоізоляції, тобто граничну умову II роду при нульовому тепловому потоці. Будемо шукати передаточну функцію стінки для каналу $\theta^{S,L}$. Для цього вважатимемо, що температури у наведених вище рівняннях записані в приростах відносно базового ustalеного режиму.

Оскільки задача полягає у визначенні передаточної функції, початкові умови є нульовими. Перетворимо за Лапласом рівняння (4.1), (4.2) вважаючи незалежною змінною час t , а x розглядаючи як параметр:

$$\frac{\partial^2 \theta(x, p)}{\partial x^2} - \frac{p}{a} \theta(x, p) = 0, \quad (4.3)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} -\frac{\lambda}{a_0} \frac{\partial \theta(x, p)}{\partial x} \Big|_{x=0} + \theta(x, p) \Big|_{x=0} = \theta(x, p)^{S,L}, \\ \frac{\partial \theta(x, p)}{\partial x} \Big|_{x=\delta} = 0. \end{array} \right. \quad (4.4)$$

Рівняння (4.3) є звичайним диференціальним рівнянням, відповідне характеристичне рівняння якого має вигляд

$$r^2 - \frac{p}{a} = 0. \quad (4.5)$$

Коренями рівняння (4.5) є

$$r_{1,2} = \pm \sqrt{\frac{p}{a}}. \quad (4.6)$$

Розв'язок рівняння (4.3) запишеться у вигляді

$$\theta(x, p) = C_1 e^{\sqrt{\frac{p}{a}}x} + C_2 e^{-\sqrt{\frac{p}{a}}x}, \quad (4.7)$$

де C_1, C_2 – сталі інтегрування.

Для визначення C_1, C_2 скористаємось граничними умовами (4.4), а саме

$$\begin{cases} -\frac{\lambda}{a_0} \sqrt{\frac{p}{a}} (C_1 - C_2) + C_1 + C_2 = \theta(x, p)^{S,L}, \\ \sqrt{\frac{p}{a}} \left(C_1 e^{\delta \sqrt{\frac{p}{a}}} - C_2 C_1 e^{-\delta \sqrt{\frac{p}{a}}} \right) = 0. \end{cases} \quad (4.8)$$

Звівши подібні доданки, із (4.8) отримаємо

$$\begin{cases} C_1 \left(1 - \frac{\lambda}{a_0} \sqrt{\frac{p}{a}} \right) + C_2 \left(1 + \frac{\lambda}{a_0} \sqrt{\frac{p}{a}} \right) = \theta(x, p)^{S,L}, \\ C_1 e^{\delta \sqrt{\frac{p}{a}}} - C_2 C_1 e^{-\delta \sqrt{\frac{p}{a}}} = 0. \end{cases} \quad (4.9)$$

Розв'язавши дану систему за правилом Крамера, матимемо

$$C_1 = \frac{\theta(x, p)^{S,L} \cdot e^{-\delta\sqrt{\frac{p}{a}}}}{e^{\delta\sqrt{\frac{p}{a}}\left(1 + \frac{\lambda}{a_0}\sqrt{\frac{p}{a}}\right)} + e^{-\delta\sqrt{\frac{p}{a}}\left(1 - \frac{\lambda}{a_0}\sqrt{\frac{p}{a}}\right)}}, \quad (4.10)$$

$$C_2 = \frac{\theta(x, p)^{S,L} \cdot e^{\delta\sqrt{\frac{p}{a}}}}{e^{\delta\sqrt{\frac{p}{a}}\left(1 + \frac{\lambda}{a_0}\sqrt{\frac{p}{a}}\right)} + e^{-\delta\sqrt{\frac{p}{a}}\left(1 - \frac{\lambda}{a_0}\sqrt{\frac{p}{a}}\right)}}. \quad (4.11)$$

Підставивши отримані значення C_1, C_2 в (4.7), отримаємо

$$\theta(x, p) = \theta(x, p)^{S,L} \frac{e^{-\delta\sqrt{\frac{p}{a}}\left(1 + \frac{\lambda}{a_0}\sqrt{\frac{p}{a}}\right)} + e^{\delta\sqrt{\frac{p}{a}}\left(1 - \frac{\lambda}{a_0}\sqrt{\frac{p}{a}}\right)}}{e^{\delta\sqrt{\frac{p}{a}}\left(1 + \frac{\lambda}{a_0}\sqrt{\frac{p}{a}}\right)} + e^{-\delta\sqrt{\frac{p}{a}}\left(1 - \frac{\lambda}{a_0}\sqrt{\frac{p}{a}}\right)}}. \quad (4.12)$$

Оскільки, передаточна функція об'єкта $W(x, p)$ – це відношення перетворених за Лапласом вихідного сигналу $\theta(x, p)$ до вхідного $\theta^{S,L}(x, p)$, то

$$W(x, p) = \frac{e^{-\delta\sqrt{\frac{p}{a}}\left(1 + \frac{\lambda}{a_0}\sqrt{\frac{p}{a}}\right)} + e^{\delta\sqrt{\frac{p}{a}}\left(1 - \frac{\lambda}{a_0}\sqrt{\frac{p}{a}}\right)}}{e^{\delta\sqrt{\frac{p}{a}}\left(1 + \frac{\lambda}{a_0}\sqrt{\frac{p}{a}}\right)} + e^{-\delta\sqrt{\frac{p}{a}}\left(1 - \frac{\lambda}{a_0}\sqrt{\frac{p}{a}}\right)}}, \quad (4.13)$$

або

$$W(x, p) = \frac{e^{-\delta x \sqrt{\frac{p}{a}}} + e^{\delta x \sqrt{\frac{p}{a}}}}{e^{\delta \sqrt{\frac{p}{a}}} + e^{-\delta \sqrt{\frac{p}{a}}} + \frac{\lambda}{a_0} \sqrt{\frac{p}{a}} \left(e^{\delta \sqrt{\frac{p}{a}}} - e^{-\delta \sqrt{\frac{p}{a}}} \right)}. \quad (4.14)$$

Якщо досліджуваний об'єкт є об'єктом управління, то необхідно враховувати процеси, що відбуваються як в часі, так і в просторі, тобто вздовж обох координат t, x , то в структурній схемі такої системи даний об'єкт слід враховувати передаточною функцією (4.14). Якщо ж об'єкт є елементом зв'язку між регулятором та об'єктом управління, то можна не враховувати процеси, які відбуваються у самому об'єкті вздовж координати x , а сам об'єкт задавати передаточною функцією, яку отримаємо з (4.14) за каналом $\theta^{S,L} \rightarrow \theta|_{x=0}$ у вигляді

$$W_{\theta^{S,L} \rightarrow 0|_{x=0}}(p) = \frac{e^{\delta \sqrt{\frac{p}{a}}} + e^{-\delta \sqrt{\frac{p}{a}}}}{e^{\delta \sqrt{\frac{p}{a}}} + e^{-\delta \sqrt{\frac{p}{a}}} + \frac{\lambda}{a_0} \sqrt{\frac{p}{a}} \left(e^{\delta \sqrt{\frac{p}{a}}} - e^{-\delta \sqrt{\frac{p}{a}}} \right)}. \quad (4.15)$$

Поділивши чисельник і знаменник правої частини на $e^{\delta \sqrt{\frac{p}{a}}} + e^{-\delta \sqrt{\frac{p}{a}}}$ (4.15) набуде вигляду

$$W_{\theta^{S,L} \rightarrow 0|_{x=0}}(p) = \frac{1}{1 + \frac{\lambda}{a_0} \sqrt{\frac{p}{a}} th \left(\delta \sqrt{\frac{p}{a}} \right)}, \quad (4.16)$$

де $th \left(\delta \sqrt{\frac{p}{a}} \right)$ – тангес гіперболічний від $\delta \sqrt{\frac{p}{a}}$.

Якщо «праву» поверхню стінки віднести на нескінченість ($\delta \rightarrow \infty$, дуже товста стінка), то з граничної умови на цій поверхні впливатиме, що $C_1 = 0$ (інакше друге рівняння системи (4.9) не виконується) і тоді гранична умова на лівій поверхні (перше рівняння системи (4.9) набуває вигляду

$$C_2 \left(1 + \frac{\lambda}{a_0} \sqrt{\frac{p}{a}} \right) = \theta(p)^{S,L}, \quad (4.17)$$

звідки
$$C_2 = \frac{\theta(p)^{S,L}}{1 + \frac{\lambda}{a_0} \sqrt{\frac{p}{a}}}.$$

В результаті формулу (4.7) перетворимо до вигляду

$$\theta(p) = \theta(p)^{S,L} \frac{e^{-\sqrt{\frac{p}{a}}}}{1 + \frac{\lambda}{a_0} \sqrt{\frac{p}{a}}}, \quad (4.18)$$

а відповідна передаточна функція матиме вигляд

$$W_{\theta^{S,L} \rightarrow \theta|_{x=0}}(p) = \frac{1}{1 + \frac{\lambda}{a_0} \sqrt{\frac{p}{a}}}. \quad (4.19)$$

Розглянемо різні варіанти апроксимації передаточної функції (4.16) залежно від діапазону частот. Коли $\omega \rightarrow 0$ (відповідно $p \rightarrow 0$), очевидно, що

$$W_1(p)_{p \rightarrow 0} \cong 1. \quad (4.20)$$

Це означає, що при дуже низьких частотах температура поверхні стінки буде практично відповідати

зміні температури теплоносія. При таких низьких частотах стінка прогрівається цілком, повторюючи температуру теплоносія.

Розкладемо $th\left(\delta\sqrt{\frac{p}{a}}\right)$ в ряд Маклорена. Як відомо:

$$th(x) = x\left(1 - \frac{1}{3}x^2 + \frac{2}{15}x^4 - \frac{17}{315}x^6 + \dots\right), \quad (4.21)$$

отже, матимемо:

$$th\left(\delta\sqrt{\frac{p}{a}}\right) = \delta\sqrt{\frac{p}{a}}\left(1 - \frac{1}{3}\left(\delta\sqrt{\frac{p}{a}}\right)^2 + \frac{2}{15}\left(\delta\sqrt{\frac{p}{a}}\right)^4 - \frac{7}{315}\left(\delta\sqrt{\frac{p}{a}}\right)^6 + \dots\right). \quad (4.22)$$

Підставляючи цей вираз в (4.13), отримаємо

$$W_{\theta^{S,L} \rightarrow \theta}|_{x=0}(p) = \frac{1}{1 + a_1 p - a_2 p^2 + a_3 p^3 - a_4 p^4 + \dots}, \quad (4.23)$$

$$\text{де } a_1 = \frac{\delta \rho c}{a_0}, \quad a_2 = \frac{1}{3} \frac{\delta^3 \rho c}{a_0 a}, \quad a_3 = \frac{2}{15} \frac{\delta^5 \rho c}{a_0 a^2}, \quad a_4 = \frac{7}{315} \frac{\delta^7 \rho c}{a_0 a^3}.$$

Обмежуючись у знаменнику (4.23) двома першими доданками, отримаємо

$$W_2(p) \cong \frac{1}{T p + 1}, \quad (4.24)$$

$$\text{де } T = a_1 = \frac{\delta \rho c}{a_0}.$$

Формула (4.24) задає передаточну функцію аперіодичної ланки першого порядку. Це означає, що стінка веде себе як окрема зосереджена теплоакуюча ємність, що взаємодіє з теплоносієм.

Розглянемо далі апроксимуючу структуру передаточної функції на високих частотах. Відомо, що при

великих значеннях аргументу тангенс гіперболічний може бути розкладений в ряд типу:

$$th(x) = 1 - 2e^{-2x} + 2e^{-4x} - 2e^{-6x} + \dots \quad (4.25)$$

Утримуючи в цьому ряду лише його перший член, можна звести передаточну функцію (4.16) до вигляду

$$W_2(p) \cong \frac{1}{1 + \frac{\lambda}{a_0} \sqrt{\frac{p}{a}}} \quad (4.26)$$

Отримана передаточна функція аналогічна (4.19), тобто передаточній функції напівобмеженої стінки ($\delta \rightarrow 0$). Отже, температурні хвилі, що виникають як реакція на високочастотні коливання температури теплоносія, не доходять до поверхні $x = \delta$.

При подальшому збільшенні частоти (a , отже, p) передаточна функція буде рівна нулю, а саме

$$W_4(p) \cong 0 \quad (4.27)$$

Це означає, що кількість тепла, яке встигає поглинати стінка чи віддавати протягом півперіоду високочастотних коливань настільки незначна, що при аналізі динаміки температури теплоносія нею можна знехтувати.

Отже, можна зробити висновки, що для адекватного моделювання поведінки досліджуваного об'єкта з розподіленими параметрами в певному конкретному діапазоні частот необхідно вибирати відповідну апроксимуючу структуру передаточної функції.

4.2. Моделювання об'єктів із розподіленими параметрами в середовищі Matlab

Функція програми Matlab – *pdetool* запускає додаток, який дозволяє користувачу проводити дослідження та

модельовання об'єктів, які описуються диференціальними рівняннями з розподіленими параметрами [6; 11; 14].

Такими рівняннями в *pdetool* є: *Elliptic* – еліптичні, *Parabolic* – параболічні, *Hyperbolic* – гіперболічні, *Eigenmodes* – рівняння для визначення власних значень еліптичного рівняння.

Примітка. Нагадаємо, що для скалярної функції $u(x, y, z)$ градієнтом $grad(u)$ є вектор $\left(\frac{\partial u}{\partial x}, \frac{\partial u}{\partial y}, \frac{\partial u}{\partial z}\right)$, а дивергенція від градієнта $div(grad(u))$ обчислюється за формулою $div(grad(u)) = \Delta u = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2}$.

Еліптичне рівняння (стаціонарне) має вигляд

$$-div(c \cdot grad(u)) + a \cdot u = f, \quad (4.28)$$

де c , a – коефіцієнти диференціального рівняння, f – права частина диференціального рівняння.

Параболічне рівняння (нестационарне) має вигляд

$$d \cdot \frac{du}{dt} - div(c \cdot grad(u)) + a \cdot u = f, \quad (4.29)$$

де d – коефіцієнт диференціального рівняння.

Гіперболічне рівняння (нестационарне) має вигляд

$$d \cdot \frac{d^2 u}{dt^2} - div(c \cdot grad(u)) + a \cdot u = f. \quad (4.30)$$

Рівняння для визначення власних значень еліптичного рівняння (в програмі Matlab – *Eigenmodes*)

$$-div(c \cdot grad(u)) + a \cdot u = \lambda \cdot d \cdot u. \quad (4.31)$$

При деяких значеннях λ дане рівняння не має єдиного розв'язку відносно поля u . Такі значення λ називаються власними значеннями еліптичного диференціального

рівняння. Розв'язуючи задачу на власні значення, можна дослідити чисельну стійкість стаціонарних і нестаціонарних диференціальних рівнянь.

Pdetool підтримує два варіанта граничних умов:

- граничні умови першого роду (умови Діріхле)
 $h \cdot u = r$;

- граничні умови другого роду (умови Неймана)
 $n \cdot c \cdot \text{grad}(u) + q \cdot u = g$, де q, g, h, r – коефіцієнти, n – вектор одиночної зовнішньої нормалі до границі розрахункової області.

Якщо $r=0$ або $g=0$, то граничні умови називаються нулевими.

Pdetool для рішення вказаних вище рівнянь використовує метод кінцевих елементів.

Можна виділити наступні етапи розв'язання рівнянь з допомогою додатка *Pdetool*:

- 1) побудова області, в якій розв'язується рівняння;
- 2) введення рівнянь в часткових похідних;
- 3) визначення початкових і граничних умов;
- 4) триангуляція області;
- 5) розв'язування рівняння та візуалізація результату.

Розглянемо використання *pdetool* для дослідження об'єктів, заданих еліптичними рівняннями на конкретному прикладі.

Приклад. Необхідно знайти розподіл температури в деякій області, зображеній на рис. 4.1.

Права і ліва границі теплоізольовані. Коефіцієнт температуропровідності $a^2 = 225$ ($a = \lambda/c\rho$, де λ – коефіцієнт теплопровідності, c – питома теплоємність, ρ – густина). На верхній і нижній границі області G температура рівна 580°C , а на колах – 450°C .

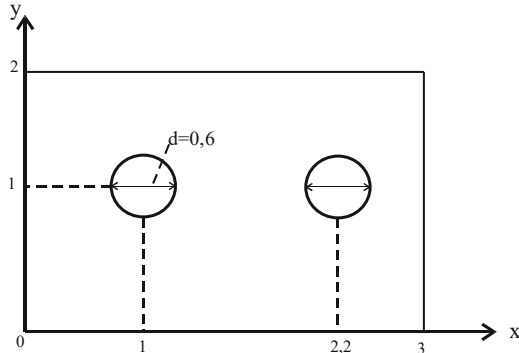


Рис. 4.1. Область дослідження G – прямокутник розміром 2×3 м з двома круговими отворами діаметром $0,6$ м

Диференціальне рівняння, яке описує розподіл температури по області має вигляд (рівняння теплопровідності Фур'є)

$$a^2 \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) = 0. \quad (4.32)$$

Це еліптичне рівняння: $-\text{div}(c \cdot \text{grad}(u)) + a \cdot u = f$, де $f = 0$, $a = 0$, $c = a^2$.

Граничні умови на лівій і правій границі мають вигляд

$$n a^2 \frac{\partial u}{\partial n} = 0. \quad (4.33)$$

Це граничні нульові умови другого роду (умови Неймана): $n \cdot c \cdot \text{grad}(u) + q \cdot u = g$, де $q = 0$.

Перший етап – побудова області. Запускаємо *pdetool*. В результаті відкриється діалогове вікно (рис. 4.2).

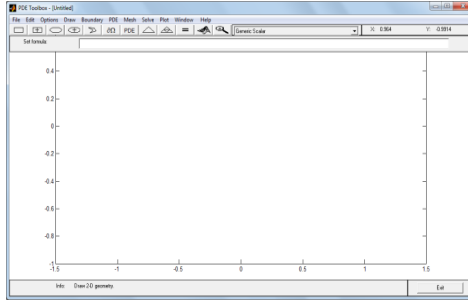


Рис. 4.2. Початкове діалогове вікно додатка *pdeTool*

Вибираємо пункт меню *Options/Axes Limits* та встановлюємо значення по x та y (рис. 4.3).

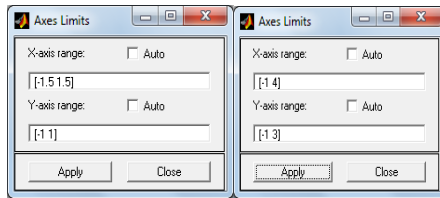


Рис. 4.3. Вікно налаштувань меж системи координат

Наносимо координатну сітку на область, вибравши пункт меню *Options/Grid*. У вікні додатка *pdeTool* отримаємо систему координат для досліджуваної області з нанесеною координатною сіткою (рис. 4.4).

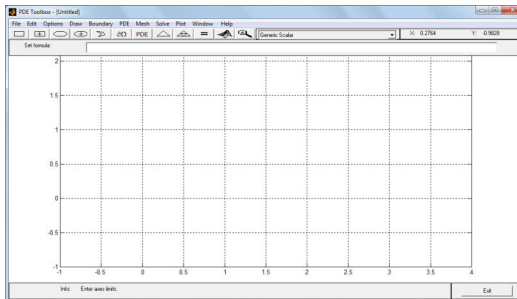



Рис. 4.4. Вікно додатка *pdeTool* із координатною сіткою

Інструментальна панель *pdetool* містить кнопки, дублюючі деякі команди меню (рис. 4.5).



Рис. 4.5. Вид інструментальної панелі *pdetool*

Вибираємо кнопку  – введення прямокутника або квадрата за допомогою миші (аналог команди *Draw/Rectangle/square*) і малюємо прямокутник. Для внесення координат вершин прямокутника – двічі ЛКМ – відкривається вікно в якому вводимо координати (рис. 4.6).

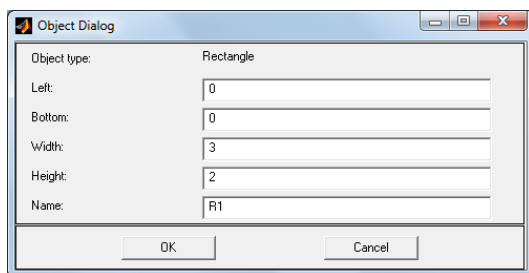



Рис. 4.6. Вікно налаштувань розміру досліджуваної області

В результаті у вікні додатка *pdetool* отримаємо досліджувану область – прямокутник розміром 2x3 м.

Вибираємо кнопку  – введення еліпса або круга за допомогою миші малюємо еліпс (круг). Для внесення координат та радіуса круга – двічі ЛКМ – відкривається вікно в якому вводимо координати кругів (рис. 4.7). В результаті отримаємо графічне зображення досліджуваної області (рис. 4.8).

Далі необхідно визначити взаємозв'язок між елементами області. Для цього в рядку *Set formula* вводимо: *R1-E1-E2*.

В *Pdetool* наявні наступні взаємозв'язки між елементами: “-” – операція віднімання об'єктів, “+” – операція об'єднання об'єктів, “*” – операція перетинання об'єктів – дослідження проводяться на області спільній для об'єктів.

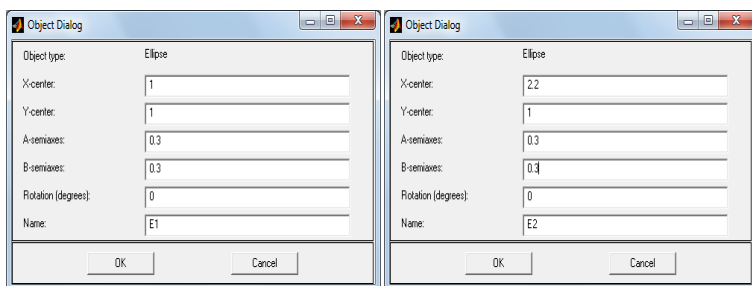


Рис. 4.7. Вікно налаштувань отворів діаметром 0,6 м

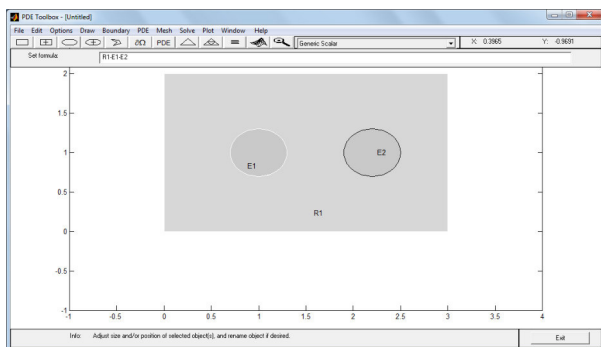


Рис. 4.8. Графічне вікно досліджуваної області

Другий етап – введення рівнянь в часткових похідних. Пункт меню **PDE** – введення параметрів (коефіцієнтів) *PDE* для всієї розрахункової області або для виділених зон (рис. 4.9). Ця кнопка є аналогом команди *PDE/PDE Specification*.

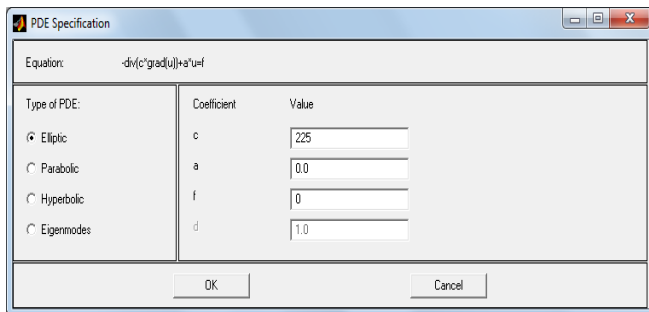


Рис. 4.9. Вікно вибору типу диференціального рівняння

Крім цього, в *pdetool* є можливість задавати тип розв’язуваної задачі. Зокрема, при виборі пункту меню *Options/Application* та вибравши для розв’язання даної задачі тип *Heat Transfer* (задача про поширення тепла) з’явиться вікно, в якому вказується рівняння теплопровідності:

$$\rho c \frac{\partial \theta}{\partial t} = \operatorname{div}(k \cdot \operatorname{grad} \theta) + Q, \quad (4.34)$$

де Q – об’ємна густина потужності сторонніх джерел тепла, k – теплопровідність речовини, θ – температура; ρ – густина речовини, c – питома теплоємність речовини.

Це рівняння описує динамічний режим теплового поля. У статичному режимі $\frac{\partial \theta}{\partial t} = 0$, тому рівняння теплопровідності набуває наступний вигляд:

$$Q = \operatorname{div}(k \cdot \operatorname{grad} \theta). \quad (4.35)$$

Рівняння (4.34) є параболічним рівнянням, а (4.35) – еліптичним.

У *pdetool* дослідження теплопровідності базується на рівняннях (4.34) та (4.35). На рис. 4.10 показано вид діалогового вікна введення коефіцієнтів PDE даної крайової

задачі.

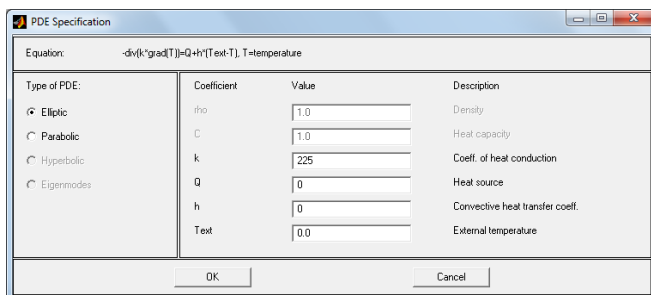



Рис. 4.10. Вікно введення коефіцієнтів крайової задачі

Третій етап – визначення початкових і граничних умов. Вибираємо  – перемикання в режим введення граничних умов, або вибираємо пункт меню команди *Boundary/Boundary Mode*. Після цього ЛКМ необхідно виділити границю (для виділення декількох ділянок границь – тримати клавішу Shift+ЛКМ). Вводимо спочатку умови для верхньої і нижньої границі області, виділивши їх та для визначення умов вибираємо команду *Boundary/Specify Boundary Condition*.

У даній задачі на верхній і нижній границі області G температура рівна 580°C , а на колах – 450°C , тому у вікні, що відкрилося, вводимо умови Діріхле типу $h \cdot u = r$, а саме: $h=1$, $r=580$ рис. 4.11.

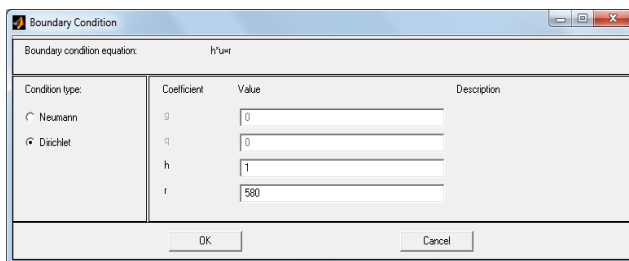


Рис. 4.11. Вікно введення умов на границі області

Далі аналогічно виділивши границі кругів, встановимо для них температуру 450°C (рис. 4.12).

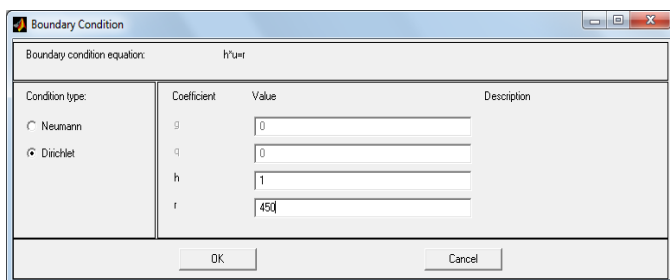


Рис. 4.12. Вікно введення умов на кругових отворах області

Потім для лівої і правої границі області вводимо умови Неймана: $g=0$, $q=0$. (рис. 4.13).

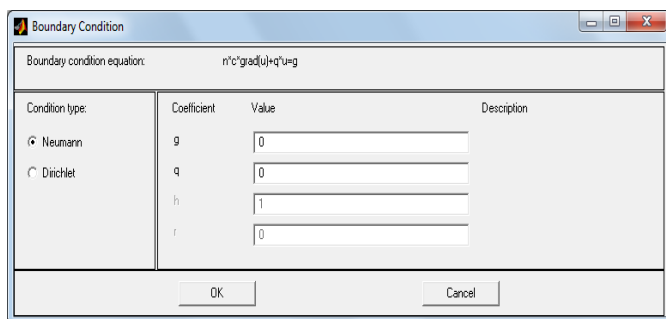



Рис. 4.13. Вікно введення умов Неймана

На наступному – четвертому етапі – триангуляція області, а саме розбиття області моделювання на так звані кінцеві елементи. У даному випадку область покривається сіткою, що складається із трикутників. Режимом триангуляції керує пункт меню *Mesh*. Потрібно вибрати *Mesh/Mesh Mode*, або натиснути кнопку  (рис. 4.14).

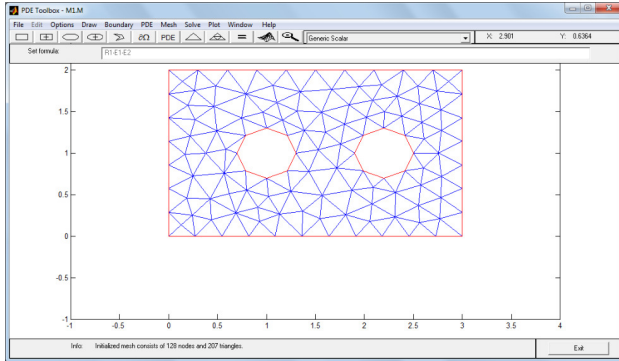




Рис. 4.14. Вікно початкової триангуляції області

Як правило, початкової триангуляції недостатньо для отримання рішення з відповідною точністю. Для розбиття області на менші трикутники використовуємо команду меню *Mesh/Refine Mesh* або кнопку  (рис. 4.15). Для повернення до початкової триангуляції відбувається командою *Mesh/Initialize Mesh* або кнопкою .

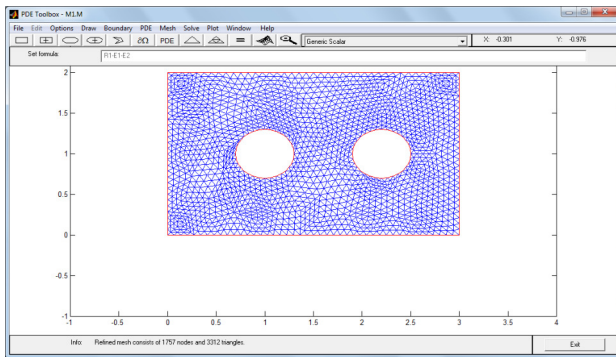



Рис. 4.15. Вікно триангуляції області

Примітка. Дуже дрібна сітка призводить до збільшення тривалості рішення задачі.

На п'ятому етапі – розв'язування рівняння використовуємо команду *Solve/PDE Solve* або кнопку . В

результаті отримаємо візуальний розв'язок поставленої задачі (рис. 4.16).

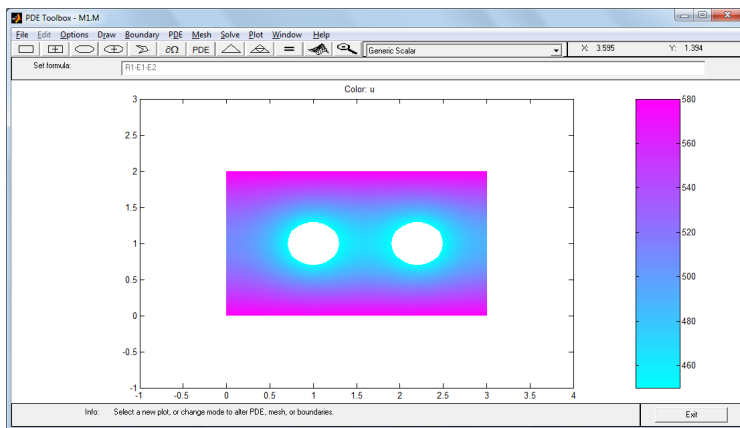



Рис. 4.16. Графічне вікно візуалізації результатів досліджень

Користувач може змінити тип побудованого графіка, вибравши пункт меню *Plot/Parameters* або натиснувши кнопку  (рис. 4.17).

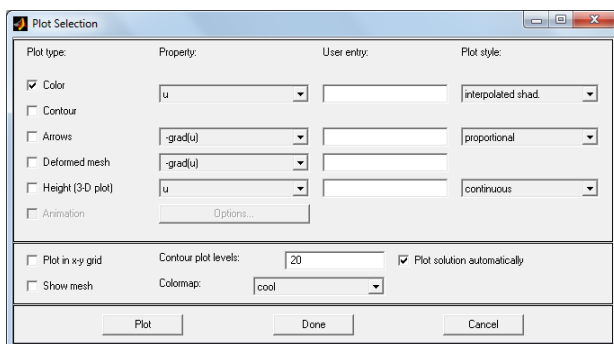


Рис. 4.17. Вікно зміни типу візуалізації результатів досліджень

Також, можна вибрати тривимірний графік

відображення *Height (3-D plot)* (рис. 4.18).

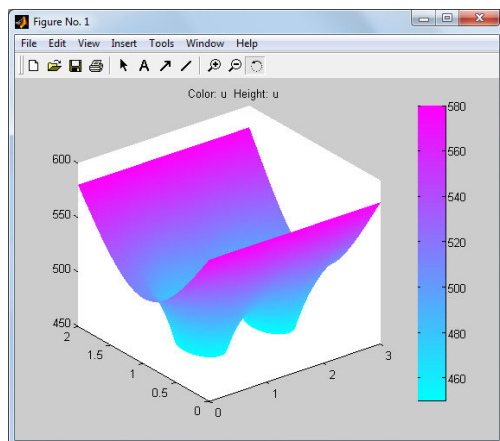


Рис. 4.18. Графічне вікно тривимірного графіка результатів досліджень

Питання для самоконтролю

1. Які умови необхідно задати при побудові моделей об'єктів з розподіленими параметрами?
2. Якими рівняннями описуються об'єкти з розподіленими параметрами?
3. Якими повинні бути початкові умови при визначенні передаточної функції об'єктів з розподіленими параметрами?
4. Як перетворити за Лапласом рівняння в частинних похідних?
5. Як використовуються граничні умови при ідентифікації об'єктів з розподіленими параметрами?
6. Яка функція програми Matlab запускає додаток, який дозволяє проводити дослідження та моделювання об'єктів з розподіленими параметрами?

7. Які типи рівнянь можна досліджувати в додатку `pdetool` програми Matlab?
8. Які варіанти граничних умов підтримує програма Matlab при моделюванні об'єктів з розподіленими параметрами?
9. Що називається триангуляцією області?
10. Як вводяться граничні умови в додаток `pdetool` програми Matlab при дослідженні об'єктів з розподіленими параметрами?

РОЗДІЛ V. МОДЕЛЮВАННЯ ТИПОВИХ ТЕХНОЛОГІЧНИХ ОБ'ЄКТІВ

5.1. Моделювання процесів передачі тепла теплообмінної апаратури

Процес передачі тепла в теплообмінній апаратурі є основним і використовується для надання технологічному потоку необхідної температури [18; 19; 20; 24; 25; 30; 31; 34]. Процес передачі тепла через стінку досить поширений в хімічній технології і значно впливає на протікання хімічних реакцій у всіх типах реакторів. Вибираючи різні способи оформлення реакторів, можна впливати на інтенсивність теплообміну між основним (реакційним) потоком і потоком холодоагенту або зовнішнього середовища.

При розгляді передачі тепла від одного теплоносія до іншого через стінку можна виділити декілька елементарних етапів:

- перехід тепла від гарячого теплоносія до більш холодної стінки;
- поглинання тепла матеріалом стінки і її нагрівання;
- розподіл тепла по об'єму стінки;
- перехід тепла від стінки до холодного теплоносія.

Якщо процес теплообміну протікає стаціонарно, то температура в кожній точці матеріала (теплоносіїв і стінки) не змінюється в часі. Застосування моделі із зосередженими параметрами приводить до алгебраїчних співвідношень між температурами в об'єкті. Якщо, навпаки, температури змінюються в часі, математичний опис отримується у виді системи звичайних диференціальних рівнянь. Динамічна модель при наявності просторово-розподілених ефектів описується рівняннями в часткових похідних.

Інтенсивність переходу тепла від одного теплоносія (наприклад, гарячого потоку рідини або газу) до іншого (стінки) залежить від різниці температур між ними, а також від теплового опору. В розрахункові рівняння, однак, як правило включають не опір, а обернену величину: α – коефіцієнт тепловіддачі.

Повний тепловий потік q визначається

$$q = \alpha S \Delta\theta, \quad (5.1)$$

де q – тепловий потік (ккал/час або Вт) через поверхню площею 1 м^2 при різниці температур 1° C , S – площа поверхні, $\Delta\theta$ – температурний напір (різниця температур).

Рівняння (5.1) застосовується як до нагрівання стінки від гарячої рідини, так і навпаки, до нагрівання холодної рідини гарячею стінкою, при цьому $\Delta\theta$ буде мати різні знаки.

Якщо знехтувати поширенням тепла в стінці, то теплопередачу від гарячого потоку рідини до холодного, що знаходиться по іншу сторону стінки, можна представити як процес подолання тепловим потоком двох послідовних опорів тепловіддачі – від гарячого потоку до стінки і від стінки, що нагрілась, до холодного потоку.

Аналогічно до попереднього, використовуючи замість опорів коефіцієнти тепловіддачі α_1 і α_2 , отримаємо вираз, що визначає коефіцієнт теплопередачі K

$$\frac{1}{K} = \frac{1}{\alpha_1} + \frac{1}{\alpha_2}. \quad (5.2)$$

Відповідно повний тепловий потік q в данному випадку – теплообмін між потоками через стінку, визначається

$$q = K S \Delta\theta, \quad (5.3)$$

де коефіцієнт K теплопередачі характеризує інтенсивність теплообміну між потоками.

Коефіцієнти тепловіддачі залежать від багатьох параметрів, але найбільш сильно від швидкості потоку, характеру набігання рідини на стінку та густини і теплопровідності рідини.

При виконанні точних розрахунків залежність коефіцієнта тепловіддачі від параметрів потоку необхідно враховувати. Однак, для більшості інженерних розрахунків теплообмінної апаратури і реакторів достатніми є спрощені представлення.

Для виведення рівнянь математичного опису процесу теплообміну через стінку необхідно розглядати тепловий баланс кожного середовища, що має запас тепла.

В статистиці прихід дорівнює витраті і накопичення тепла відповідно рівне нулю:

$$Q_n - Q_v = 0. \quad (5.4)$$

В динаміці: накопичення = прихід – витрата:
 $Q = Q_n - Q_v$, де Q – кількість тепла в апараті.

Прихід тепла визначається: тепловідачею (теплопередачею), а у випадку проточноого об'єкта із розподіленими параметрами – також притоком і витоком тепла з конвективним потоком

$$Q_n = Q_k + Q_m, \quad (5.5)$$

де Q_k – кількість тепла, що надходить в апарат з конвективним потоком (тепло, яке отримує апарат за рахунок конвективного переносу енергії), Q_m – кількість тепла за рахунок тепловіддачі (тепло від теплоносія).

Отже, накопичення тепла в апараті визначається за співвідношенням (рівняння теплового балансу)

$$Q = Q_k + Q_m - Q_v. \quad (5.6)$$

Накопичення тепла зв'язане із зміною температури:

$$Q = \rho c_p V \Delta \theta, \quad (5.7)$$

$$Q = \rho c_p S_p \Delta x \Delta \theta, \quad (5.8)$$

де ρ – густина, c_p – питома теплоємність, V – об'єм, S_p – площа поперечного перерізу потоку, Δx – ділянка потоку.

Кількість тепла, що надходить в апарат з конвективним потоком за час Δt , визначається

$$Q_k = \rho c_p G \theta \Delta t, \quad (5.9)$$

де G – об'ємна витрата потоку.

Кількість тепла за рахунок тепловіддачі за час Δt визначається за рівнянням

$$Q_m = KS \Delta \theta \Delta t. \quad (5.10)$$

У даному випадку $\Delta \theta = \theta_3 - \theta$, де θ_3 – температура зовнішнього теплоносія, θ – температура в апараті. Тоді (5.10) матиме вигляд

$$Q_m = KS(\theta_3 - \theta) \Delta t. \quad (5.11)$$

Кількість тепла, яке виходить з апарата із конвективним потоком за час Δt , визначається наступним виразом:

$$Q_v = \rho c_p G(\theta + \Delta \theta) \Delta t. \quad (5.12)$$

З врахування отриманих співвідношень, накопичення тепла в об'єкті визначатиметься

$$\rho c_p S \Delta x \Delta \theta = \rho c_p G \theta \Delta t + K \frac{S_p S}{V} (\theta_3 - \theta) \Delta x \Delta t - \rho c_p G (\theta + \Delta \theta) \Delta t. \quad (5.13)$$

Перейдемо від приростів до диференціалів:

$$\rho_p S dx dT = \rho_p G \theta dt + KF(\theta_3 - \theta) dt - \rho_p G(\theta + d\theta) dt, \quad (5.14)$$

$$\rho_p S_p dx \frac{d\theta}{dt} = -\rho_p G dt + KS(\theta_3 - \theta). \quad (5.15)$$

Припустимо, що потік речовини, що надходить в апарат миттєво перемішується з речовиною в апараті (ідеальне змішування потоку), а тому $S_p dx = V$. Тоді рівняння (5.15) матиме вигляд:

$$\rho_p V \frac{d\theta}{dt} = G \rho_p (\theta_0 - \theta) + KF(\theta_3 - \theta), \quad (5.16)$$

де θ_0, θ – температура потоку на вході та в зоні ідеального перемішування.

Рівняння (5.16) – рівняння теплообмінників ідеального змішування.

Відповідно для трубчатих теплообмінників, що працюють за принципом витіснення, рівняння динаміки із (5.15) отримаємо у вигляді

$$\rho_p \frac{\partial \theta}{\partial t} = -\frac{G \rho_p}{S_p} \frac{\partial \theta}{\partial x} + \frac{KS(\theta_3 - \theta)}{V}. \quad (5.17)$$

В статичному режимі накопичення тепла в об'єкті рівне нулю. А тому рівняння статички для теплообмінників ідеального змішування отримаємо із (5.16) у вигляді

$$G \rho_p (\theta_0 - \theta) + KS(\theta_3 - \theta) = 0. \quad (5.18)$$

звідки

$$\theta = \frac{KS\theta_3 + G\rho_p\theta_0}{G\rho_p + KS}. \quad (5.19)$$

Аналогічно рівняння статички для теплообмінників витіснення (трубчатих теплообмінників) отримаємо із (5.17) у вигляді

$$-\frac{G\rho c_p}{S_p} \frac{\partial \theta}{\partial x} + \frac{KS(\theta_3 - \theta)}{V} = 0,$$

звідки

$$\frac{d\theta}{dx} = \frac{KS(\theta_3 - \theta)}{u\rho c_p V}, \quad (5.20)$$

де $u = G/S_p$ – швидкість руху потоку речовини.

5.2. Моделювання теплообмінників

Завдання моделювання теплообмінників полягає в розрахунку температур вихідних потоків, а при моделюванні трубчастих апаратів визначаються температурні профілі кожного з потоків, що беруть участь у теплообміні [5; 9; 18; 19; 20; 24; 25; 30; 31; 34]. Основними вихідними даними для моделювання є геометричні розміри теплообмінника, а також величини, що визначають фізичні властивості потоків (середовищ). Поряд з спрощеннями, що стосуються гідродинаміки (моделі ідеального перемішування і витіснення потоків), при моделюванні теплообмінників прийняті наступні допущення: коефіцієнти теплопередачі і тепловіддачі, щільності, теплоємності теплоносіїв не залежать від температури і приймаються постійними в кожній точці об'єму ідеального перемішування і по довжині теплообмінника ідеального витіснення, об'єм потоку теплоносія не залежить від температури.

Розглянемо моделювання в середовищі Matlab теплообмінників різних типів на конкретних прикладах.

5.2.1. Моделювання трубчастих теплообмінників в режимі ідеального витіснення

Розглянемо теплообмінник, що представляє собою тонкостінний зміювик, по якому в режимі ідеального

витіснення рухається потік речовини, що охолоджується. Змійовик занурений у воду, що неперервно протікає через посудину, таким чином, що температура охолоджувальної речовини $T_3 = 10^\circ \text{C}$ практично постійна по всьому об'ємі. Необхідно визначити температуру T на виході потоку, що рухається по змійовику з постійною швидкістю $u = 4 \text{ м/с}$, якщо температура його на вході рівна $T|_{x=0} = T(0) = 95^\circ \text{C}$, довжина трубки змійовика $L = 2 \text{ м}$, його переріз $S = 10^{-4} \text{ м}^2$, коефіцієнт теплопередачі $K = 1,16 \cdot 10^4 \text{ Вт/(м}^2 \cdot ^\circ \text{C)}$, теплоємність охолоджувальної рідини $c_p = 2,93 \cdot 10^3 \text{ Дж/(кг} \cdot ^\circ \text{C)}$, густина охолоджувальної рідини $\rho = 900 \text{ кг/м}^3$.

Температура T потоку, що охолоджується визначається за рівнянням статки для теплообмінників витіснення (5.20), а саме

$$\frac{d\theta}{dx} = \frac{KS(\theta_3 - \theta)}{u\rho c_p V}, \quad (5.21)$$

де $S = 2\pi rL$ – площа поверхні теплообміну, r – радіус змійовика, $V = SL$ – об'єм речовини.

Тоді із врахуванням, що $S = \pi r^2$, $\sqrt{S} = r\sqrt{\pi}$, запишемо рівняння (5.21) у вигляді

$$\frac{d\theta}{dx} = \frac{2K\pi(\theta_3 - \theta)}{u\rho c_p \sqrt{S_p} r \sqrt{\pi}} = \frac{2K\sqrt{\pi}}{u\rho c_p \sqrt{S_p}} (\theta_3 - \theta). \quad (5.22)$$

Обчислимо значення згідно вхідних даних:

$$\frac{2K\sqrt{\pi}}{u\rho c_p \sqrt{S_p}} (\theta_3 - \theta) = \frac{2 \cdot 1,16 \cdot 10^4 \sqrt{3,14}}{4 \cdot 900 \cdot 2,93 \cdot 10^3 \sqrt{10^{-4}}} = 0,39.$$

Тоді (5.21) набуде вигляду

$$\frac{d\theta}{dx} = 0,3 * (\theta_3 - \theta) . \quad (5.23)$$

Дане рівняння необхідно розв'язати в межах змінної x від 0 до 2 м.

Побудуємо в Matlab модель за рівнянням (5.23) методом пониження порядку похідної (рис. 5.1).

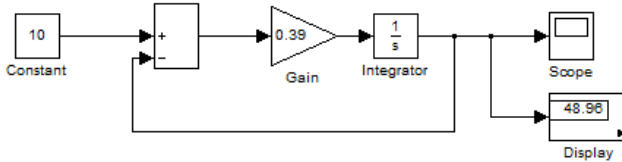


Рис. 5.1. Модель трубчатого теплообмінника в режимі ідеального витіснення

Після цього необхідно задати проміжок від 0 до 2 (м) знаходження вихідної величини. В данному випадку – це час моделювання, який вибарасться через меню Simulation/Simulation Parameters, де у полях Start time та Stop time встановити відповідно 0 та 2.

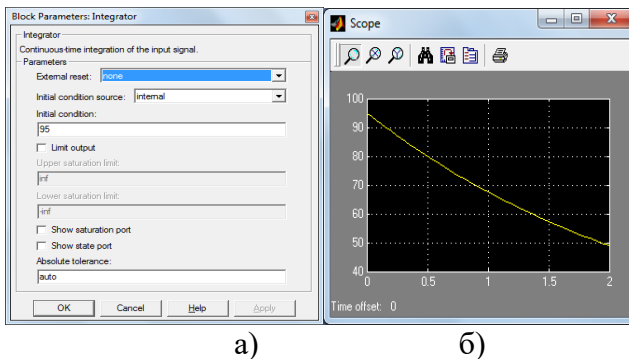


Рис. 5.2. Вікно введення початкових умов: а) результати моделювання; б) трубчатих теплообмінників

Отже, температура на виході теплообмінника $\theta = 48,96 (^{\circ}C)$.

Окрім моделі (рис. 5.1), що створена засобами Simulink програми Matlab, можна скористатися іншими можливостями програми, які розглядалися раніше.

Розглянемо застосування функцій ode23 та ode45 для розв'язання вихідної задачі. Для числового інтегрування диференціального рівняння (5.23) в MatLab необхідно створити два м-файла. В першому файлі m1.m описуються функції для розрахунку правої частини диференціального рівняння.

```
m1.m  
function dT=m1(x,T) % функція правої частини  
диф.рівняння  
Tzn=10; % температура зовнішнього  
теплоносія  
dT=0.39*(Tzn-T) % рівняння правої частини  
диф.рівняння
```

В другому файлі m2.m – задаються вихідні дані та початкові умови, а також рішення диференціального рівняння з використанням функції ode23 (або ode45).

```
m2.m  
L=[0 2];  
T0=95;  
[x,T]=ode23('m1',L,T0);  
plot(x,T)
```

Після цього в робочому просторі MatLab викликаємо 2-й м-файл: m2. В результаті на екрані з'явиться графік зміни температури в теплообміннику.

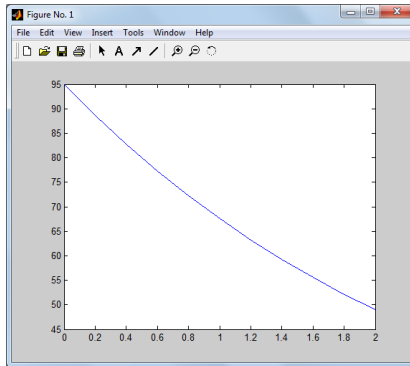


Рис. 5.3. Графік зміни температури в трубчатому теплообміннику

Для визначення значень температури на виході вводимо в робочому просторі MatLab: T. В результаті на екрані з'являться всі значення температури, отримані при чисельному інтегруванні диференціального рівняння, останнє з яких відповідає значенню температури на виході, а саме

```
>> T
T =
95.0000
88.6218
82.7223
77.2654
72.2180
67.5494
63.2310
59.2367
55.5421
52.1248
48.9639
```

Примітка. Другий м-файл *m2.m* можна не створювати, а ввести команди в робочому просторі MatLab.

Розглянемо також розв'язання вихідної задачі з використанням блока *dee* Matlab. Виклик даного редактора виконується, як відомо, введенням команди *dee* у робочому просторі MatLab (рис. 5.4).

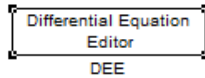


Рис. 5.4. Блок *dee* Matlab для розв'язання диференціальних рівнянь

Далі даний блок необхідно перенести у вікно з моделлю, що створюється. У вікні настройки даного блока вводиться вихідне рівняння (5.3) у «машинній» формі ($\theta \rightarrow x, \theta_3 \rightarrow u$), а саме: $\frac{dx}{dt} = 0,39(u(1) - x(1))$.

У вікні *x0* (рис. 5.5) задаються початкові умови.

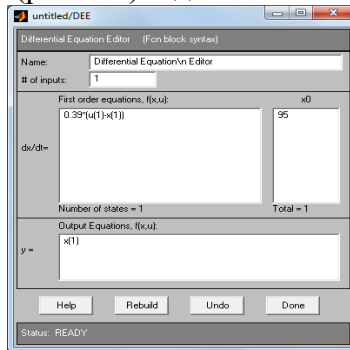


Рис. 5.5. Вікно налаштувань блока *dee* Matlab

Аналогічно до попереднього необхідно задати проміжок від 0 до 2 (м) знаходження вихідної величини.

В результаті отримаємо модель (рис. 5.6) та відповідні результати, а саме графік зміни температури в теплообміннику та значення температури на виході

теплообмінника $\theta \rightarrow = 48,96(^{\circ} C)$.

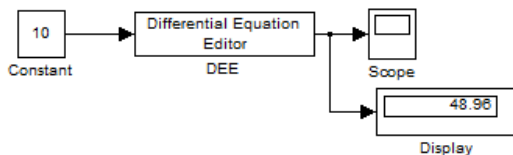


Рис. 5.6. Модель теплообмінника, побудована з використанням блока *dee*

Використаємо можливість редактора *dee* задавати коефіцієнти диференціального рівняння змінними і введемо через вхідний порт коефіцієнт 0.39.

Модель в данному випадку матиме вигляд (рис. 5.7).

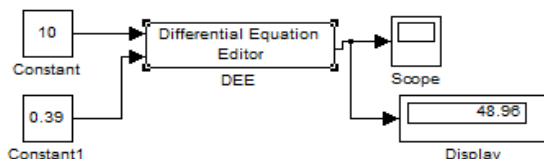


Рис. 5.7. Модель теплообмінника, побудована з використанням блока *dee* із додатковим вхідним портом

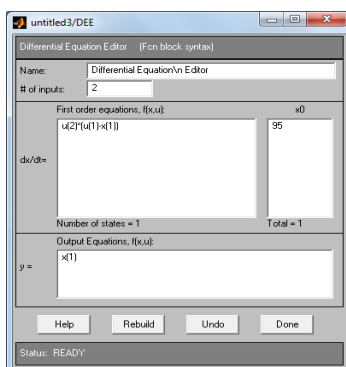


Рис. 5.8. Вікно налаштувань блока *dee* із додатковим вхідним портом

5.2.2. Моделювання теплообмінників типу «труба в трубі» у випадку прямотоку

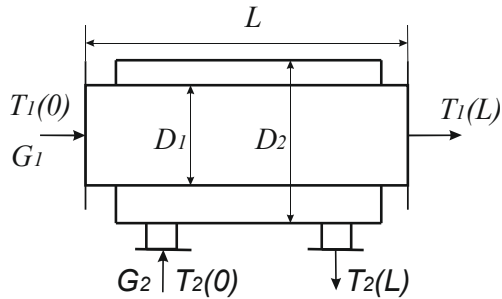


Рис. 5.9. Схема теплообмінника типу «труба в трубі» у випадку прямотоку

Рідина охолоджується в теплообміннику типу «труба в трубі» (рис. 5.9). Охолоджувальна рідина і холодоагент рухаються паралельно (прямотоком). Необхідно визначити температури потоків на виході теплообмінника $\theta_1(L), \theta_2(L)$, якщо початкова температура охолоджувальної рідини рівна $\theta_1(0) = 170^\circ \text{C}$, початкова температура холодоагенту $\theta_2(0) = 15^\circ \text{C}$, густина охолоджувальної рідини і холодоагенту $\rho_1 = \rho_2 = \rho = 900 \text{ кг/м}^3$, діаметри труб теплообмінника: внутрішній $D_1 = 0,1 \text{ м}$, зовнішній (для холодоагенту) $D_2 = 0,3 \text{ м}$, довжина теплообмінника $L = 1 \text{ м}$, теплоємність рідини і холодоагенту $c_{p1} = c_{p2} = c_p = 3,35 \cdot 10^3 \text{ Дж/(кг} \cdot \text{}^\circ \text{C)}$, об'ємна витрата охолоджувальної рідини $G_1 = 2,28 \cdot 10^{-4} \text{ м}^3/\text{с}$, холодоагенту $G_2 = 5,75 \cdot 10^{-4} \text{ м}^3/\text{с}$, коефіцієнт

теплопередачі $K = 4900 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot ^\circ \text{С})$.

Температурний профіль по довжині для кожного із потоків визначається диференціальним рівнянням (5.20), яке перетворимо до вигляду

$$\frac{d\theta}{dx} = \frac{K\pi DL(\theta_3 - \theta)}{\frac{G}{S_p} \rho_p c_p L} = \frac{K\pi DL(\theta_3 - \theta)}{G\rho c_p}, \quad (5.24)$$

де $S = \pi DL$ – площа поверхні теплообміну, D – діаметр труби теплообміну, $V = S_p L$ – об'єм речовини.

У данному випадку

– для охолоджувальної рідини $\frac{d\theta_1}{dx} = \frac{K\pi D_1(\theta_2 - \theta_1)}{G_1 \rho_1 c_{p1}},$

– для холодоагента $\frac{d\theta_2}{dx} = \frac{K\pi D_1(\theta_1 - \theta_2)}{G_2 \rho_2 c_{p2}},$

де θ_1, θ_2 – температури охолоджувальної рідини і холодоагента.

Отже, для рішення поставленої задачі, необхідно розв'язати систему рівнянь

$$\begin{cases} \frac{d\theta_1}{dx} = \frac{K\pi D_1(\theta_2 - \theta_1)}{G_1 \rho_1 c_{p1}}, \\ \frac{d\theta_2}{dx} = \frac{K\pi D_1(\theta_1 - \theta_2)}{G_2 \rho_2 c_{p2}}. \end{cases} \quad (5.25)$$

Після підстановки у систему рівнянь вихідних даних, матимемо

$$\begin{cases} \frac{d\theta_1}{dx} = 2,239(\theta_2 - \theta_1), \\ \frac{d\theta_2}{dx} = 0,888(\theta_1 - \theta_2). \end{cases} \quad (5.26)$$

В Matlab модель, побудована за системою рівнянь (5.26) методом пониження порядку похідної має вигляд (рис. 5.10). Як бачимо, за результатами моделювання температури потоків на виході теплообмінника $\theta_1(L) = 63,88^\circ C$, $\theta_2(L) = 57,09^\circ C$.

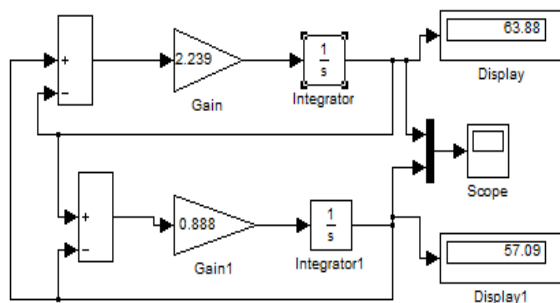


Рис. 5.10. Модель теплообмінника типу «труба в трубі» у випадку прямогоку

На рис. 5.11, 5.12 наведено за результатами моделювання відповідно графіки зміни температур по довжині теплообмінника та вікна налаштувань блоків моделі теплообмінника.

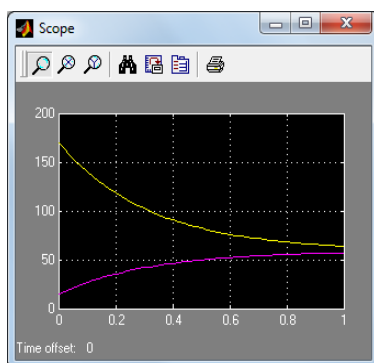


Рис. 5.11. Температури потоків по довжині теплообмінника "труба в трубі" у випадку прямогоку

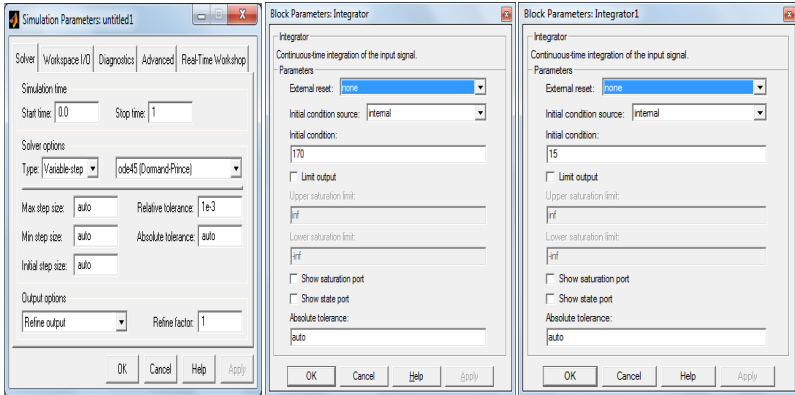


Рис. 5.12. Вікна налаштувань блоків моделі теплообмінника

Далі, використовуючи можливості програми Matlab, побудуємо інші типи моделей об'єкта.

Застосуємо функцію `ode45` для розв'язання вихідної задачі. Для числового інтегрування системи диференціальних рівнянь в MatLab необхідно створити два м-файла. В першому файлі `m1.m` описуються функції для розрахунку правої частини диференціального рівняння.

m1.m

```
function dT=m1(x,T)
dT=[2.239*(T(2)-T(1));0.888*(T(1)-T(2))]
```

Можлива інша форма запису файла m1.m, а саме:

```
function dT=m1(x,T)
dT=zeros(2,1);
dT(1)=2.239*(T(2)-T(1));
dT(2)=0.888*(T(1)-T(2));
```

В другому файлі `m2.m` – задаються вихідні дані та початкові умови, а також рішення диференціального рівняння з використанням функції `ode45`.

m2.m

```
L=1;
```

```
T10=170;
```

```
T20=15;
```

```
[x,T]=ode45('m1',[0,L],[T10,T20]);
```

```
plot(x,T)
```

```
T
```

Примітка. `zeros(M,N)` – створює матрицю розміром (M*N) із нульовими елементами, наприклад:

```
» zeros(3,5)
```

```
ans =
```

```
0 0 0 0 0
```

```
0 0 0 0 0
```

```
0 0 0 0 0
```

Після цього в робочому просторі MatLab викликаємо 2-й м-файл: m2. В результаті на екрані з'явиться графік зміни температур по довжині теплообмінника (рис. 5.13) та числові значення температур охолоджувальної рідини та холодоагента, а саме

```
..... ..  
63.8832 57.0865
```

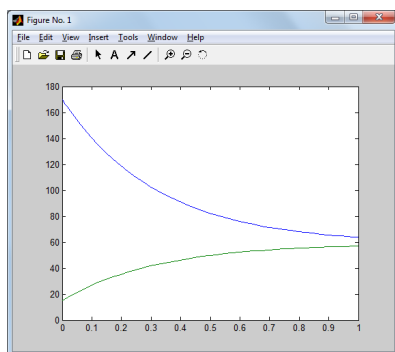


Рис. 5.13. Температури потоків по довжині теплообмінника «труба в трубі» у випадку прямогоку

Використовуючи блок *dee* отримаємо модель рис. 5.14.

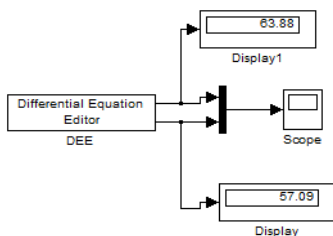


Рис. 5.14. Модель теплообмінника типу «труба в трубі» у випадку прямоку, побудована з використанням блоку *dee*

Як бачимо, числові значення температур на виході теплообмінника отримано аналогічними попередній моделі, а саме, температура охолоджувальної рідини $\theta_1(L) = 63,88^\circ C$, температура холодоагента $\theta_2(L) = 57,09^\circ C$. У вікні блока *Scope* матимемо графіки зміни температур потоків по довжині теплообмінника, які є аналогічними рис. 5.9.

У вікні налаштувань блока *dee* вихідну систему рівнянь (5.6) перетворюємо до «машинної» форми (рис. 5.15), де $\theta_1(L) \rightarrow x(1)$, $\theta_2(L) \rightarrow x(2)$.

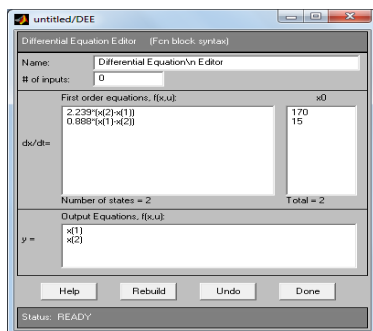


Рис. 5.15. Вікно налаштувань блока *dee*

5.2.3. Моделювання теплообмінників типу «труба в трубі» у випадку протитоку

Змоделюємо статичний режим теплообмінника типу «труба в трубі» для випадку протитоку (рис. 5.16). При цьому прийmemo повну довжину теплообмінника $L = 2,5\text{ м}$. Необхідно визначити температури потоків на виході $\theta_1(L), \theta_2(L)$, якщо початкова температура охолоджувальної рідини рівна $\theta_1(0) = 170^\circ\text{ C}$, початкова температура холодоагенту $\theta_2(L) = 15^\circ\text{ C}$. Інші вихідні дані візьмемо аналогічно до п. 5.2.2: $\rho = 900\text{ кг/м}^3$, $D_1 = 0,1\text{ м}$, $D_2 = 0,3\text{ м}$, $c_p = 3,35 \cdot 10^3\text{ Дж/(кг} \cdot ^\circ\text{ C)}$, $G_1 = 2,28 \cdot 10^{-4}\text{ м}^3/\text{с}$, $G_2 = 5,75 \cdot 10^{-4}\text{ м}^3/\text{с}$, $K = 4900\text{ Вт/м}^2 \cdot ^\circ\text{ C}$.

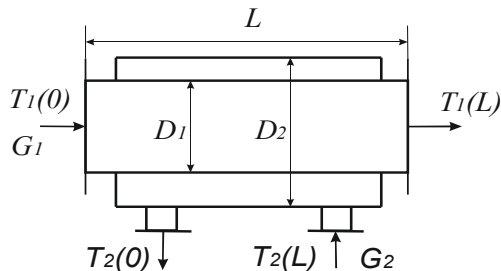


Рис. 5.16. Схема теплообмінника типу «труба в трубі» у випадку протитоку

Теплові процеси в протитоківому теплообміннику підкоряються тим же закономірностям, що і в прямоточному. Тому математичний опис теплообмінника записується аналогічно, однак формально однотипові рівняння для обох теплоносіїв мають аргументи різного знаку, а саме

$$\begin{cases} \frac{d\theta_1}{dx} = \frac{K\pi D_1(\theta_2 - \theta_1)}{G_1\rho_1c_{p1}}, \\ \frac{d\theta_2}{d(-x)} = \frac{K\pi D_1(\theta_1 - \theta_2)}{G_2\rho_2c_{p2}}. \end{cases} \quad (5.8)$$

$$\begin{cases} \frac{d\theta_1}{dx} = \frac{K\pi D_1(\theta_2 - \theta_1)}{G_1\rho_1c_{p1}}, \\ \frac{d\theta_2}{dx} = -\frac{K\pi D_1(\theta_1 - \theta_2)}{G_2\rho_2c_{p2}}. \end{cases} \quad (5.9)$$

Суттєвою різницею, що відображає іншу організацію потоків теплоносіїв, є принципово інше задання умов рішення даних рівнянь у порівнянні із попереднім прикладом.

Сумісне інтегрування даних рівнянь можливе лише в одному напрямку: від 0 до L , або у зворотному напрямку від L до 0. При цьому в обох випадках обумовлена лише одна початкова умова, друга залишається невідомою. Відомо лише до якого значення в кінці рішення повинна прийти друга змінна.

Для рішення задачі скористуємося останньою обставиною і будемо намагатися відшукати невідому початкову умову $\theta_2(0)$ з таким розрахунком, щоб умова, задана для кінця рішення (гранична умова), була виконана, а саме $\theta_2(L) = 15^\circ\text{C}$, тобто задачею пошуку початкової умови $\theta_2(0)$ є виконання граничної умови $\theta_2(L) = 15^\circ\text{C}$ при інтегруванні системи рівнянь (5.9).

Такі задачі при малій кількості умов, як правило, розв'язуються методом проб і помилок. А тому в Matlab необхідно методом проб шукати початкове значення $\theta_2(0)$.

В Matlab для розв'язання рівняння (5.9) побудуємо 2 м-файли.

```
m3_n.m
function dT=m3_n(x,T)
ro=900;
Dl=0.1; cp=3.35e3;
G1=2.28e-4; G2=5.75e-4;
K=4900;
b1=K*pi*Dl/(ro*cp*G1);
b2=K*pi*Dl/(ro*cp*G2);
dT=[b1*(T(2)-T(1));-b2*(T(1)-T(2))];
```

```
m4_n.m
L=2.5;
T10=170;
T20=75.2;
[x,T]=ode23('m3_n',[0,L],[T10,T20])
plot(x,T)
```

В результаті отримаємо графіки зміни температур по довжині теплообмінника (рис. 5.17) та числові значення температур охолоджувальної рідини та холодоагента.

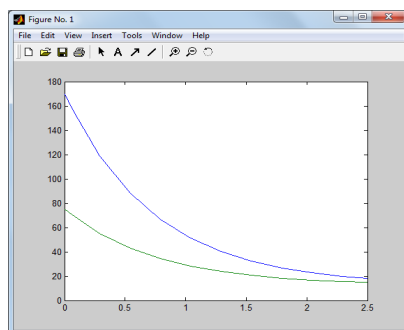


Рис. 5.17. Температури потоків по довжині теплообмінника «труба в трубі» у випадку протитоку

$x =$
 0.00

 2.5000
 $T =$
 170.0000
 75.2000

 18.2324 15.0208

Отже, на виході охолоджувальної рідини температура $\theta_1(L) = 75,2^\circ C$, а холодоагенту $\theta_2(L) = 18,2^\circ C$.

5.2.4. Моделювання теплообмінників типу «змішування – змішування»

Розглянемо перехідний режим теплообмінника типу «змішування – змішування».

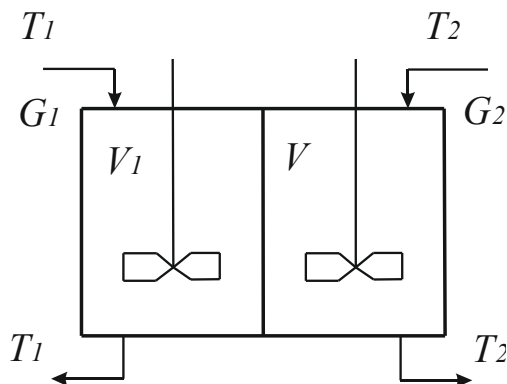


Рис. 5.18. Схема теплообмінника типу «змішування – змішування»

Теплообмінник представляє собою двокамерну ємкість (рис. 5.18). В першу камеру ємкості поступає охолоджувальна рідина, в іншу – холодоагент. Для

забезпечення однорідного розподілу температури по об'єму в камерах встановлені мішалки. При цьому є відомі: густина відповідно охолоджувальної рідини та холодоагента $\rho_1 = 850 \text{ кг/м}^3$, $\rho_2 = 920 \text{ кг/м}^3$, об'єми камер рівні і складають $V_1 = V_2 = 2,5 \text{ м}^3$, об'ємні витрати відповідно теплоносія та холодоагента $G_1 = 4,12 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3/\text{с}$, $G_2 = 5,43 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3/\text{с}$, теплоємність відповідно рідини і холодоагента $c_{p1} = 3,75 \cdot 10^3 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot ^\circ \text{C})$, $c_{p2} = 3,14 \cdot 10^3 \text{ Дж}/(\text{кг} \cdot ^\circ \text{C})$, площа поверхні теплообміну $F = 4 \text{ м}^2$, коефіцієнт теплопередачі $K = 4360 \text{ Вт}/(\text{м}^2 \cdot ^\circ \text{C})$, температура охолоджувальної рідини на вході змінюється стрибкоподібно від 115 до 200°C , а температура холодоагента від 10 до 15°C : $\theta_1|_{L=0} = 115 \rightarrow 200 (^\circ \text{C})$, $\theta_2|_{L=0} = 10 \rightarrow 15 (^\circ \text{C})$. Необхідно знайти $\theta_1(L, t)$, $\theta_2(L, t)$, тобто зміну температур обох теплоносіїв на виході із теплообмінника.

У випадку ідеального змішування рівняння динаміки (5.16) для двох потоків рідини утворює систему рівнянь

$$\begin{cases} \rho_1 c_{p1} V_1 \frac{d\theta_1}{dt} = G_1 \rho_1 c_{p1} (\theta_{10} - \theta_1) + KS(\theta_2 - \theta_1), \\ \rho_2 c_{p2} V_2 \frac{d\theta_2}{dt} = G_2 \rho_2 c_{p2} (\theta_{20} - \theta_2) + KS(\theta_1 - \theta_2), \end{cases} \quad (5.10)$$

де θ_{10}, θ_{20} – температура рідини і холодоагента на вході в теплообмінник.

Отримана система рівнянь розв'язується при початкових умовах $t = 0$, $\theta_1(0) = \theta_1^*$, $\theta_2(0) = \theta_2^*$.

Значення θ_1^*, θ_2^* відповідають номінальному статичному режиму (рівняння статики), а саме

$$\begin{cases} 0 = G_1 \rho_1 c_{p1} (\theta_{10} - \theta_1(0)) + KS(\theta_2(0) - \theta_1(0)), \\ 0 = G_2 \rho_2 c_{p2} (\theta_{20} - \theta_2(0)) + KS(\theta_1(0) - \theta_2(0)). \end{cases} \quad (5.11)$$

Після підстановки числових значень з умови задачі в (5.11) розв'язання системи 2-х рівнянь на 2-і невідомі, отримаємо

$$\theta_1(0) = \theta_1^* = 74,46^\circ \text{C}, \quad \theta_2(0) = \theta_2^* = 43,93^\circ \text{C}.$$

Отже, із (5.10) матимемо наступну систему рівнянь:

$$\begin{cases} \frac{d\theta_1}{dt} = \frac{G_1}{V_1} (\theta_{10} - \theta_1) + \frac{KS}{\rho_1 c_{p1} V_1} (\theta_2 - \theta_1), \\ \frac{d\theta_2}{dt} = \frac{G_2}{V_2} (\theta_{20} - \theta_2) + \frac{KS}{\rho_2 c_{p2} V_2} (\theta_1 - \theta_2). \end{cases} \quad (5.12)$$

при початкових умовах: $\theta_1(0) = 74,46^\circ \text{C}$, $\theta_2(0) = 43,93^\circ \text{C}$.

Побудуємо в MatLab модель (рис. 5.19) за системою рівнянь (5.12), перетворивши її за методом пониження порядку похідної до вигляду

$$\begin{cases} \frac{d\theta_1}{dt} = \frac{G_1}{V_1} \theta_{10} + \frac{KS}{\rho_1 c_{p1} V_1} \theta_2 - \left(\frac{G_1}{V_1} + \frac{KS}{\rho_1 c_{p1} V_1} \right) \theta_1, \\ \frac{d\theta_2}{dt} = \frac{G_2}{V_2} \theta_{20} + \frac{KS}{\rho_2 c_{p2} V_2} \theta_1 - \left(\frac{G_2}{V_2} + \frac{KS}{\rho_2 c_{p2} V_2} \right) \theta_2. \end{cases} \quad (5.13)$$

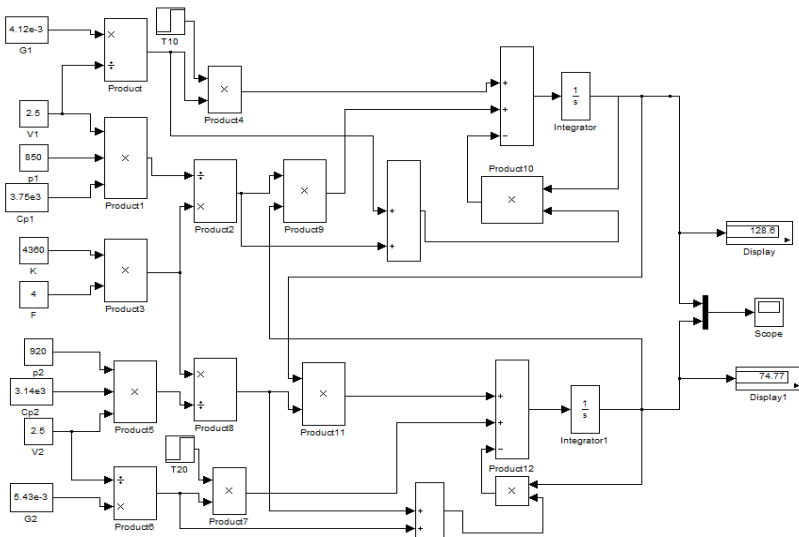


Рис. 5.19. Модель теплообмінника типу «змішування – змішування»

На рис. 5.20 зображені перехідні процеси для температури охолоджувальної рідини та холодоагента на виході теплообмінника при їх стрибкоподібній зміні на вході згідно умови задачі.

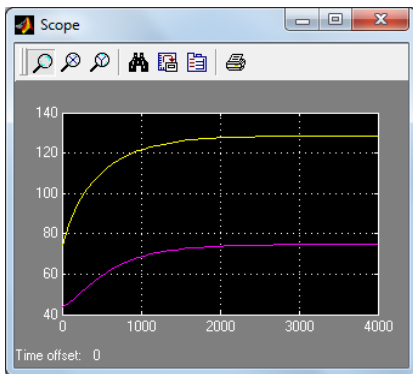


Рис. 5.20. Розгінні характеристики теплообмінника типу «змішування – змішування»

Як бачимо, температури теплоносіїв встановились через 2500 с і становлять відповідно $\theta_1 = 128,6^\circ \text{C}$, $\theta_2 = 74,77^\circ \text{C}$.

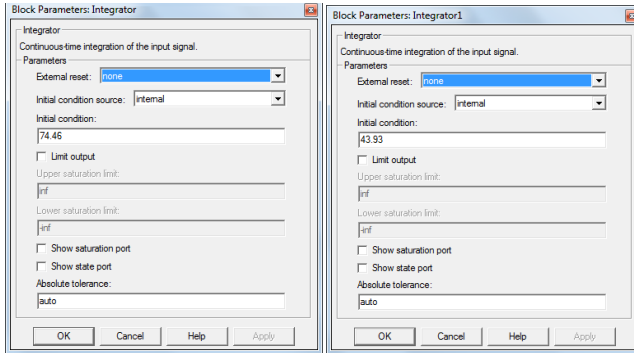


Рис. 5.21. Вікна налаштувань блоків моделі теплообмінника

5.3. Моделювання котельної установки

Розглянемо побудову моделі котельної установки. Даний об'єкт в загальному випадку має три вхідних і один вихідний параметр. Вхідними є температура зворотної води θ_{36} , витрата води через котел F_6 і витрата палива F_n , а вихідним – температура гарячої води θ_2

$$\theta_2 = f(\theta_{36}, F_n, F_6). \quad (5.14)$$

Будемо вважати, що всі параметри об'єкта є лінійними, а отже і об'єкт є лінійним. При цьому котел будемо розглядати як об'єкт з трьома незалежними ланками та одним виходом.

Побудуємо спочатку статичну характеристику котла. Залежність виділеного з топки котла тепла від кількості палива, що подається в топку має вигляд

$$Q = mQ_H F_n, \quad (5.15)$$

де m – к.к.д. топки, а саме коефіцієнт, що характеризує роботу топки і визначає кількість реального тепла від теоретично можливого, Q_H – називається нижчою теплотворною здатністю палива. Нижча теплотворна здатність – це теплота згоряння, що не враховує теплоту від конденсації.

Кількість тепла, яке іде на підігрів води визначається за співвідношенням

$$Q = \frac{\Delta\theta F_6 c_{pв}}{n}, \quad (5.16)$$

де n – к.к.д котла, $c_{pв}$ – питома теплоємність води, $\Delta\theta = \theta_2 - \theta_{3в}$ – різниця температур на виході та вході в котел.

Прирівнюючи (5.15) та (5.16) отримаємо

$$m Q_H G_n = \frac{\Delta\theta F_6 c_{pв}}{n}, \quad (5.17)$$

звідки

$$\theta_2 = \theta_{3в} + \frac{nm Q_H F_n}{c_{pв} F_6}. \quad (5.18)$$

Позначивши $k = \frac{nm Q_H}{c_{pв}}$, (5.19) матиме вигляд:

$$\theta_2 = \theta_{3в} + k \frac{F_n}{F_6}. \quad (5.19)$$

Рівняння (5.19) є статичною характеристикою котла за всіма трьома параметрами. Як бачимо, температура гарячої води прямопропорційна температурі зворотної води та витраті палива і обернено пропорційна витраті води (при $\theta_{3в} = const$).

Оскільки, ми розглядаємо котел, як об'єкт з трьома незалежними вхідними ланками, то динамічні характеристики розглянемо по кожному входу незалежно один від одного.

Задамо малий приріст кожного вхідного параметра і розглянемо в загальному вигляді зміну приросту вихідного параметра котла. Для цього знайдемо повний диференціал функції (5.19), а саме

$$\frac{d\theta_c(\theta_{3\epsilon}(t), F_n(t), F_\epsilon(t))}{dt} = \frac{d\theta_{3\epsilon}}{dt} + \frac{k}{F_\epsilon} \frac{dF_n}{dt} - \frac{kF_n}{F_\epsilon^2} \frac{dF_\epsilon}{dt}. \quad (5.20)$$

Запишемо рівняння (5.20) в приростах

$$\Delta\theta_{cp}(t) \approx \Delta\theta_{3\epsilon}(t) + \frac{k}{F_\epsilon} \Delta F_n(t) - \frac{kF_n}{F_\epsilon^2} \Delta F_\epsilon(t). \quad (5.21)$$

Якщо знехтувати конфективною циркуляцією в котлі і розглянути його як апарат повного витіснення, то температура води на виході з котла буде відрізнятися від температури на вході на час запізнення

$$\Delta\theta_{cp}(t) = \Delta\theta_{3\epsilon}(t - \tau_k), \quad (5.22)$$

де τ_k – час запізнення, який можна визначити як час перебування води в котлі: $\tau_k = \frac{V}{F_\epsilon}$, де V – об'єм води в котлі.

Передаточна функція для ланки, що описується піввідношенням (5.22), як відомо має вигляд

$$W_{3\epsilon} = e^{-p\tau_k}. \quad (5.23)$$

Динамічні характеристики по витраті води і витраті палива аналітично визначити як правило неможливо і визначаються експериментальним шляхом. В більшості випадків передаточні функції котла за ланками по витраті палива та витраті води відповідно мають вигляд

$$W_n = \frac{k_n}{(T_1 p + 1)(T_2 p + 1)}, \quad (5.24)$$

$$W_g = \frac{k_g}{T_3 p + 1}, \quad (5.25)$$

де $k_n = \frac{k}{F_g}$, $k_g = \frac{k F_n}{F_g^2}$, T_1, T_2, T_3 – сталі часу.

Загальна передаточна функція котла матиме вигляд

$$W_2 = e^{-p\tau_k} + \frac{k_n}{(T_1 p + 1)(T_2 p + 1)} - \frac{k_g}{T_3 p + 1}. \quad (5.26)$$

5.4. Моделювання процесу виробництва пари

Для вибору режимів роботи, побудови системи автоматичного регулювання процесами, які протікають при виробництві пари, необхідно попередньо провести аналіз вхідних і вихідних потоків технологічного процесу і отримати математичний опис об'єкта керування [7; 11; 18].

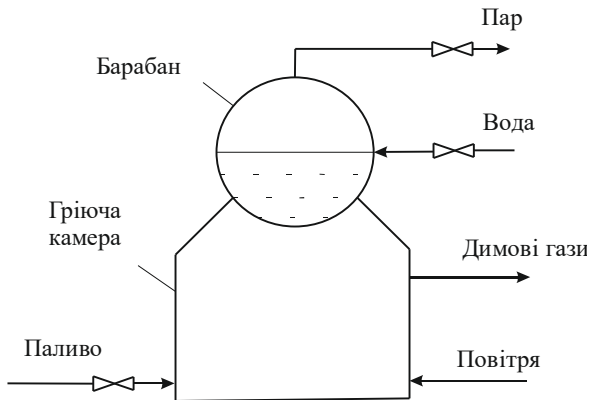


Рис. 5.22. Спрощена схема парового котла

Проведемо аналіз процесу виробництва пари, як об'єкта керування. Основним вихідним параметром процесу виробництва пари є її тиск P . Вхідними параметрами є:

- провідність клапана на лінії подачі палива μ_2 ,
- температура паливної суміші, що подається θ_c^{bx} ,
- тиск в лінії подачі палива P_c ,
- витрата живильної води F_θ ,
- температура живильної води θ_θ^{bx} ,
- провідність клапана на лінії відбору пару μ_1 ,
- тиск в лінії споживання пари P_{cn} .

Основним збурюючим параметром на процес виробництва пари є коливання тиску в лінії споживання пари P_{cn} . До вихідних також відносяться: витрата паливної суміші F_c та витрата спожитої пари F_n .

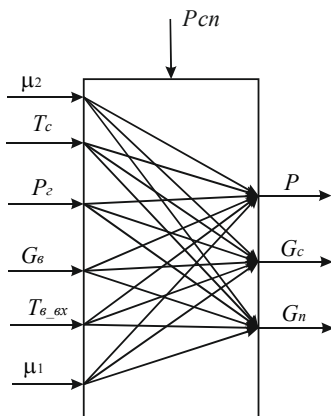


Рис. 5.23. Зв'язок між вхідними і вихідними параметрами парового котла

На основі проведеного аналізу розробимо математичний опис процесу. При цьому приймемо наступні припущення: 1) об'єм води і парового простору є об'єктом із зосередженими параметрами і приймається ідеальне перемішування в об'ємі; 2) тепловою ємкістю поверхні нагрівання нехтуємо; 3) парове середовище приймається як ідеальний газ; 4) при температурі менше температури кипіння пароутворення не відбувається; 5) втрат тепла у зовнішнє середовище не відбувається; 6) температура води і пари однакові; 7) питомі теплоємності води, пари, палива (газоповітряної суміші) постійні; 8) тиск в камері згоряння постійний.

Складемо балансові рівняння для процесу виробництва пара.

Рівняння матеріального балансу для води в барабані котла має вигляд

$$\frac{dm_{\epsilon}}{dt} = F_{\epsilon} - F_n^{\epsilon}, \quad (5.27)$$

де m_{ϵ} – маса води в барабані котла, кг, F_{ϵ} , F_n^{ϵ} – витрати відповідно живильної води та пари, утворилася (випарувалася), кг/с.

Рівняння енергетичного балансу для води в барабані котла має вигляд

$$c_{p\epsilon} \frac{d(m_{\epsilon} \theta_{\epsilon})}{dt} = kS(\theta_k - \theta_{\epsilon}) + F_{\epsilon} c_{p\epsilon} \theta_{\epsilon}^{ex} - F_n^{\epsilon} i_n, \quad (5.28)$$

де $c_{p\epsilon}$ – питома теплоємність води, Дж/(кг·°C), θ_{ϵ} – температура води в барабані котла, °C; θ_k – температура в камері згоряння котла, °C; k – коефіцієнт теплопередачі через поверхню нагріву, Вт/(м²·°C); S – площа поверхні

теплопередачі, m^2 ; i_n – питома ентальпія пари, що утворилася, Дж/кг.

Продиференціюємо ліву частину рівняння (5.28) як функцію двох аргументів

$$c_{p\theta} \frac{d(m_\theta \theta_\theta)}{dt} = c_{p\theta} \frac{dm_\theta}{dt} \theta_\theta + c_{p\theta} \frac{d\theta_\theta}{dt} m_\theta. \quad (5.29)$$

Підставивши в (5.29) рівняння (5.27), отримаємо

$$c_{p\theta} \frac{d(m_\theta \theta_\theta)}{dt} = c_{p\theta} (F_\theta - F_n^\theta) \theta_\theta + c_{p\theta} m_\theta \frac{d\theta_\theta}{dt}. \quad (5.30)$$

Прирівняємо (5.27) та (5.30)

$$c_{p\theta} (F_\theta - F_n^\theta) \theta_\theta + c_{p\theta} m_\theta \frac{d\theta_\theta}{dt} = kS(\theta_k - \theta_\theta) + F_\theta c_{p\theta} \theta_\theta^{ex} - F_n^\theta i_n, \quad (5.31)$$

звідки

$$c_{p\theta} m_\theta \frac{d\theta_\theta}{dt} = kS(\theta_k - \theta_\theta) - F_\theta c_{p\theta} (\theta_\theta - \theta_\theta^{ex}) - F_n^\theta (i_n - c_{p\theta} \theta_\theta). \quad (5.32)$$

Як відомо, питома теплота пароутворення λ рівна $\lambda = i_n - c_{p\theta} \theta_\theta$, тоді рівняння енергетичного балансу для води в барабані (5.32) матиме вигляд

$$c_{p\theta} m_\theta \frac{d\theta_\theta}{dt} = kS(\theta_k - \theta_\theta) - F_\theta c_{p\theta} (\theta_\theta - \theta_\theta^{ex}) - F_n^\theta \lambda. \quad (5.33)$$

Рівняння матеріального балансу для пари в котлі має вигляд

$$\frac{dm_n}{dt} = F_n^\theta - F_n, \quad (5.34)$$

де m_n – маса пари в котлі, F_n – витрата пари, що відбирається.

Згідно прийнятим припущенням стан пари відповідає закону ідеального газу Менделєєва-Клапейрона

$$PV_n = \frac{m_n}{M} R(\theta_\theta + 273), \quad (5.35)$$

де P – тиск пари в котлі, V_n – об’єм парового простору, M – молярна маса води, R – універсальна газова стала.

Об’єм парового простору зв’язаний з об’ємом води в котлі співвідношенням

$$V_n = V_k - V_e = V_k - \frac{m_e}{\rho_e}, \quad (5.36)$$

де V_k – загальний об’єм котла, V_e – об’єм води в котлі, ρ_e – густина води.

Температура кипіння води (і температура пари) є функцією тиску $\theta_e = f(P)$ і визначається за табличними даними властивостей водяної пари на лінії насичення.

Витрата пари через клапан може бути виражена наступним співвідношенням:

$$G_n = \mu_1 \sqrt{P^2 - P_{cn}^2}. \quad (5.37)$$

Рівняння енергетичного балансу для газоповітряного ередовища в камері згоряння (топці) записується у вигляді

$$c_{pk} m_k \frac{d\theta_k}{dt} = -kS(\theta_k - \theta_e) - F_c c_{pk} (\theta_k - \theta_c^{ex}) + F_c r, \quad (5.38)$$

де c_{pk} , m_k – питома теплоємність і маса газоповітряної суміші в камері згоряння, r – питома теплота згоряння палива.

Теплова ємкість камери згоряння значно нижче теплової ємкості води, що нагрівається, тому динамічною зміною температури в камері згоряння (топці) θ_k можна знехтувати, а тому рівняння (5.38) матиме вигляд

$$-kS(\theta_k - \theta_e) - F_c c_{pk} (\theta_k - \theta_c^{ex}) + F_c r = 0. \quad (5.39)$$

Витрата паливної суміші, аналогічно до (5.37), може бути описана залежністю

$$F_c = \mu_2 \sqrt{P_2^2 - P_k^2}, \quad (5.40)$$

де P_k – тиск в камері згорання.

Отже, процес виробництва пари описується наступною системою рівнянь:

$$\left\{ \begin{array}{l} \theta_g = f(P), \\ \frac{dm_g}{dt} = F_g - F_n^g, \\ c_{pg} m_g \frac{d\theta_g}{dt} = kS(\theta_k - \theta_g) - F_g c_{pg} (\theta_g - \theta_g^{ex}) - F_n^g \lambda, \\ \frac{dm_n}{dt} = F_n^g - F_n, \\ P \left(V_k - \frac{m_g}{\rho_g} \right) = \frac{m_n}{M} R(\theta_g + 273), \\ F_n = \mu_1 \sqrt{P^2 - P_{cn}^2}, \\ -kS(\theta_k - \theta_g) - F_c c_{pk} (\theta_k - \theta_c^{ex}) + F_c r = 0, \\ F_c = \mu_2 \sqrt{P_c^2 - P_k^2}. \end{array} \right. \quad (5.41)$$

В даній системі рівнянь невідомими є параметри $P, m_n, F_n, F_n^g, m_g, F_c, \theta_k, \theta_g$.

Для побудови моделі процесу виробництва пари, перетворимо систему рівнянь (5.41) за методом пониження порядку похідної до вигляду (5.42).

Для отримання функціональної залежності $P = f(\theta_g)$ в MatLab необхідно здійснити інтерполяцію функції, а саме знайти значення параметра P при будь-яких значення параметра θ_g , за відомими $\theta_{g_нас}, P_{нас}$ – температура та тиск насиченої пари $P = f(\theta_{g_нас}, P_{нас}, \theta_g)$ (визначається на основі табличних даних фізичних властивостей пари на

лінії насичення). В результаті отримаємо загальну модель процесу виробництва пари (рис. 5.24).

$$\left\{ \begin{array}{l}
 \theta_{\epsilon} = f(P), \\
 m_n = \frac{P \left(V_k - \frac{m_{\epsilon}}{\rho_{\epsilon}} \right) M}{R(\theta_{\epsilon} + 273)}, \\
 F_n = \mu_1 \sqrt{P^2 - P_{cn}^2}, \\
 F_n^{\epsilon} = \frac{dm_n}{dt} + F_n, \\
 \frac{dm_{\epsilon}}{dt} = F_{\epsilon} - F_n^{\epsilon}, \\
 F_c = \mu_2 \sqrt{P_2^2 - P_k^2}, \\
 \theta_k = \frac{kS\theta_{\epsilon} + F_c (c_{pk}\theta_c^{ex} + r)}{kS\theta_{\epsilon} + F_c c_{pk}}, \\
 \frac{d\theta_{\epsilon}}{dt} = \frac{kS(\theta_k - \theta_{\epsilon}) - F_{\epsilon} c_{p\epsilon} (\theta_{\epsilon} - \theta_{\epsilon}^{ex}) - F_n^{\epsilon} \lambda}{c_{p\epsilon} m_{\epsilon}}.
 \end{array} \right. \quad (5.42)$$

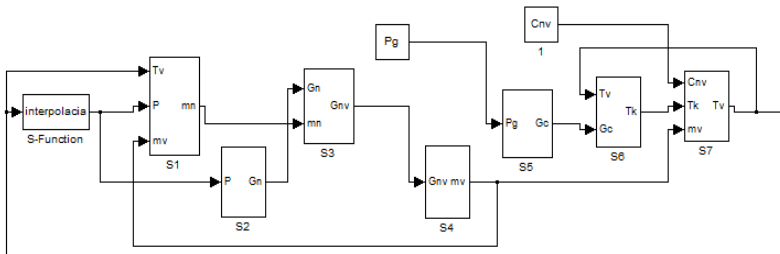


Рис. 5.24. Загальна модель процесу виробництва пари

Кожна із систем $S_1 - S$ є моделлю (рис. 5.25–5.31), що відображає відповідно кожне із рівнянь системи (5.42).

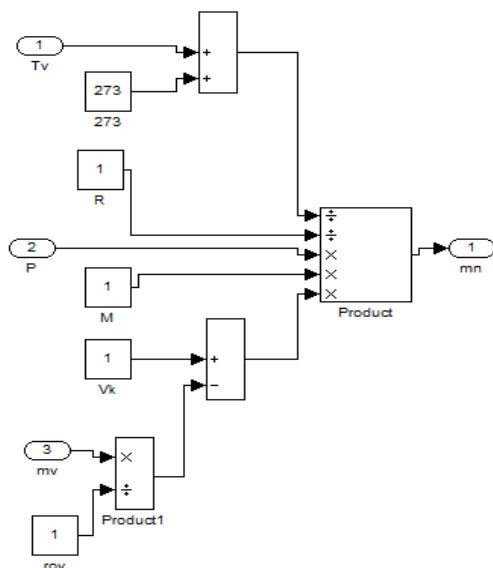


Рис. 5.25. Блоки підсистеми S1

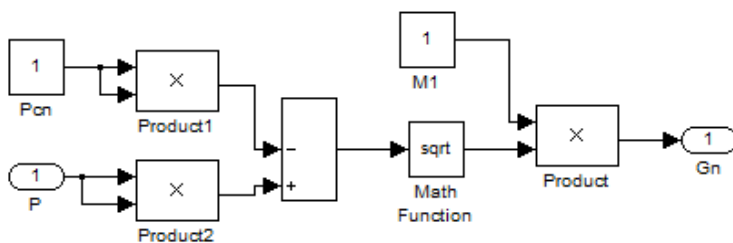


Рис. 5.26. Блоки підсистеми S2

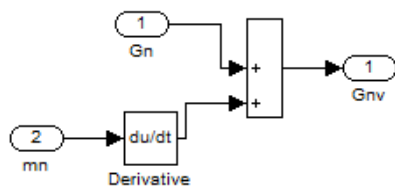


Рис. 5.27. Блоки підсистеми S3

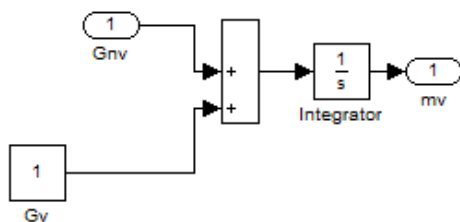


Рис. 5.28. Блоки підсистеми S4

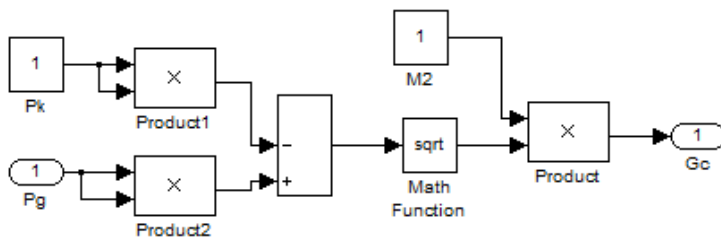


Рис. 5.29. Блоки підсистеми S5

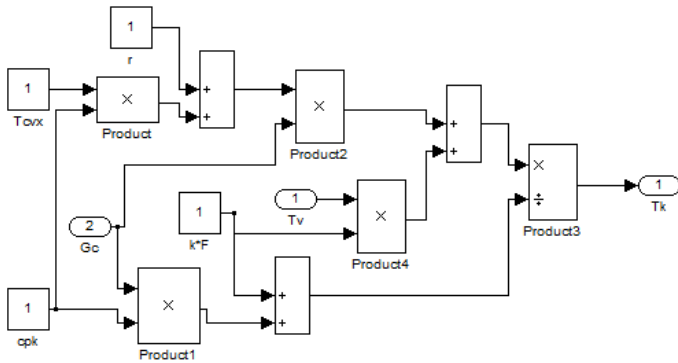


Рис. 5.30. Блоки підсистеми S6

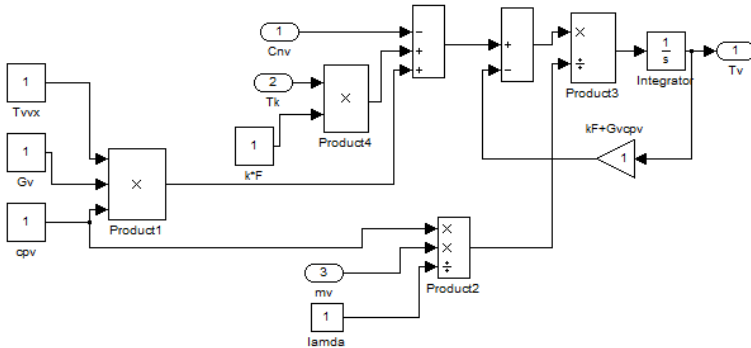


Рис. 5.31. Блоки підсистеми S7

5.5. Моделювання контура конденсатора геотермального теплового насоса

На сьогоднішньому етапі розвитку технологій особливо актуальними є питання використання відновлювальних джерел тепlopостачання. Геотермальні теплові насоси використовують тепло землі, тобто низькопотенціальне джерело тепла і забезпечують автономне опалення та гаряче водопостачання.

Основними елементами системи теплопостачання геотермальних теплових насосів є теплообмінні апарати, які передають низькопотенціальне тепло від ґрунту до споживачів теплоти. Важливою ланкою такої системи є теплообмінник, де відбувається передача тепла від конденсатора теплового насоса до споживачів.

Принцип роботи всіх теплових насосів однаковий і базується на відомому так званому «циклі Карно» [27]. У замкнутому контурі циркулює фреон – рідина з низькою температурою кипіння. Основними елементами внутрішніх контурів теплових насосів є (рис. 5.37): випарювач, конденсатор, компресор та дроселюючий пристрій. Рідкий фреон попадає через дроселюючий пристрій у випарювач, в якому за рахунок низькопотенціального тепла від ґрунтового контура відбувається перехід із рідкого агрегатного стану в паророподібний. Попадаючи потім в компресор, фреон стискається до необхідного значення. При цьому температура фреона зростає. Після цього, під високим тиском в конденсаторі нагрітий фреон віддає отримане тепло через теплообмінник в опалювальний контур.

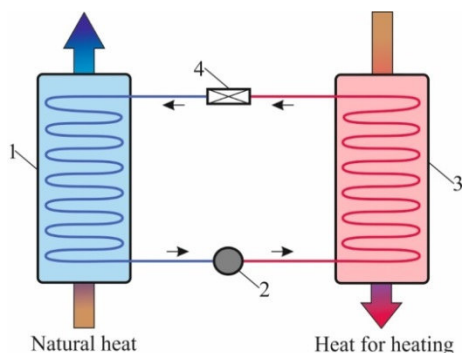


Рис. 5.37. Принципова схема роботи теплового насоса

Для наочного розгляду процесу передачі тепла від низькопотенціальних джерел енергії до споживачів, розглянемо логарифмічну діаграму тиску / ентальпії фізичного стану фреона. На ділянці 1–2 (рис. 5.38) холодоагент (фреон) випарюється. Необхідна для цього енергія (ентальпія випарювання) буде віддаватися в оточуюче середовище. Потім на ділянці 2–3 компресор збільшує з допомогою механічної енергії тиск та відповідно температуру холодоагента. Ентальпія при цьому збільшується. На ділянці 3–4 холодоагент в результаті стиснення конденсується і віддає поглинену енергію при випаровуванні та енергію, отриману від механічного стиснення. На 4–1 холодоагент з допомогою дроселюючого пристрою розширюється та повертається у свій початковий стан з відповідною температурою і тиском. Задача полягає у побудові математичної моделі ділянки 3–4 та дослідженні з її допомогою процесів передачі тепла від контура конденсатора теплового насоса до контура лінії споживання.

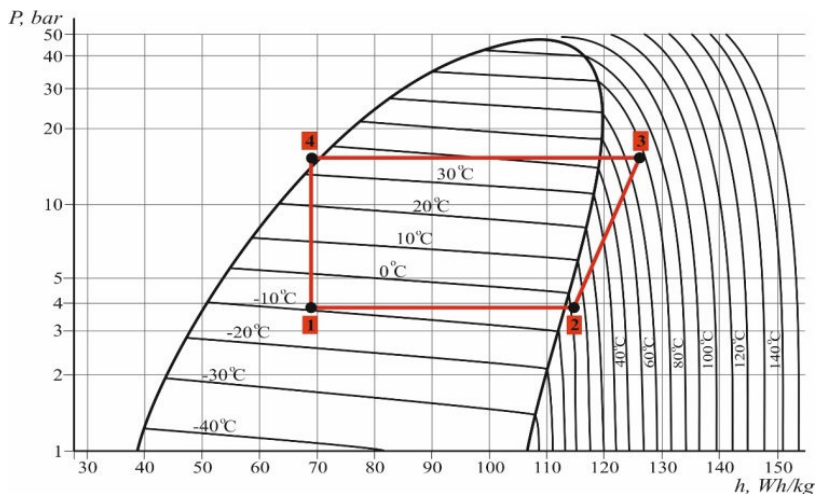


Рис. 5.38. Діаграма тиску / ентальпії

Розглянемо математичну модель, що відображає процес теплообміну в контурі теплового насоса, а саме в теплообміннику, де відбувається передача тепла від конденсатора теплового насоса до споживачів.

По конденсатору (рис. 5.39) протікає холодоагент (фреон), який в результаті стиснення конденсується і віддає поглинену енергію при випаровуванні та енергію, отриману від механічного стиснення. При цьому температура контуру споживачів зростає. Розглянемо конденсатор у вигляді теплообмінника типу «труба в трубі» в припущенні, що втрат тепла у зовнішнє середовище не відбувається.

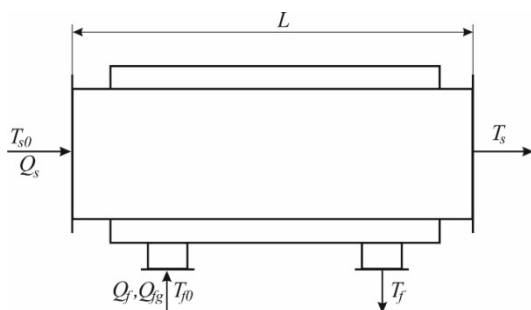


Рис. 5. 39. Схема теплообміну від конденсатора теплового насоса до споживачів

Рівняння матеріального балансу для фреона у конденсаторі має вигляд

$$\frac{dm_f}{dt} = F_f - F_{f\dot{c}} , \quad (5.52)$$

де m_f – маса фреона у випарнику, F_f , $F_{f\dot{c}}$ – витрати відповідно фреона у рідкому та газоподібному стані.

Рівняння енергетичного балансу для фреона у рідкому стані має вигляд

$$c_{pf} \frac{d(m_f \theta_f)}{dt} = kS(\theta_s - \theta_f) + F_f c_{pf} \theta_{f0} - F_{fz} i_f, \quad (5.53)$$

де $k = V \frac{d\rho_f(\theta_f)}{d\theta_f}$ – коефіцієнт теплопередачі через поверхню нагріву, V – об'єм фреона у конденсаторі, L – довжина конденсатора, c_{pf} – питома теплоємність фреона, θ_f, θ_{f0} – температура фреона відповідно у конденсаторі та на його вході, θ_s – температура рідини споживання у теплообміннику, y_{0i} – коефіцієнт теплопередачі через поверхню нагріву, y_{1i} – поверхня теплопередачі між рідиною споживання та фреоном, $F_{fz} i_f$ – кількість теплоти, що витрачається на конденсацію фреона, i_f – питома ентальпія фреона, що перетворився у рідкий стан, $i_f = \lambda + c_{pf} \theta_f$, λ – питома теплота конденсації фреона.

Продиференціювавши ліву частину рівняння (5.52) як функцію двох аргументів, та прирівнявши до (5.53), отримаємо

$$c_{pf} m_f \frac{d\theta_f}{dt} = kS(\theta_{sp} - \theta_f) - F_f c_{pf} (\theta_f - \theta_{f0}) - F_{fz} (i_f - c_{pf} \theta_f). \quad (5.54)$$

Аналогічне рівняння отримаємо для рідини споживання, що проходить через теплообмінник конденсатора:

$$c_{ps} m_s \frac{d\theta_s}{dt} = kS(\theta_f - \theta_s) - F_s c_{ps} (\theta_s - \theta_{s0}),$$

де c_{ps} , m_s – питома теплоємність та маса рідини споживання, θ_{s0} – температура рідини споживання на вході у теплообмінник, F_s – витрата рідини споживання.

Отже, для вирішення поставленої задачі матимемо наступну систему рівнянь:

$$\begin{cases} c_{pf}m_f \frac{d\theta_f}{dt} = kS(\theta_s - \theta_f) - F_f c_{pf}(\theta_f - T\theta_{f0}) - F_{fz}(i_f - c_{pf}\theta_f), \\ c_{ps}m_s \frac{d\theta_s}{dt} = kS(\theta_f - \theta_s) - F_s c_{ps}(\theta_s - \theta_{s0}). \end{cases} \quad (5.55)$$

Застосувавши оператор Лапласа, перетворимо рівняння (5.55) до вигляду

$$\begin{cases} (c_{pf}m_f p + kS + F_f c_{pf} - F_{fz}c_{pf})\theta_f = kS\theta_s + f_1, \\ (c_{ps}m_s p + kS + F_s c_{ps})\theta_s = kS\theta_f + f_2, \end{cases} \quad (5.56)$$

де $f_1 = Q_f c_{pf} \theta_{f0} - Q_{fz} i_f$, $f_2 = Q_s c_{ps} \theta_{s0}$.

Визначимо передаточні функції для кожного рівняння системи (5.56), при цьому для першого рівняння в якості регулюючого впливу задамо величину θ_s , для другого θ_f :

$$\begin{cases} W_{Tf}(p) = \frac{kS}{c_{pf}m_f p + kS + F_f c_{pf} - F_{fz}c_{pf}}, \\ W_{Ts}(p) = \frac{kS}{c_{ps}m_s p + kS + F_s c_{ps}}. \end{cases} \quad (5.57)$$

У першій передаточній функції системи рівнянь (5.57) вихідною величиною є θ_f , що зумовлена регулюючою дією θ_s за умови збурюючого впливу $f_1 = 0$. У другій передаточній функції вихідною величиною є θ_s , що зумовлена регулюючою дією θ_f за умови збурюючого впливу $f_2 = 0$.

Із (5.57) отримаємо рівняння аперіодичних перехідних характеристик h_f , h_s відповідно для температури фреона в конденсаторі та температури рідини лінії споживання, а саме

$$h_f = \frac{kS}{kS + F_f c_{pf} - F_{f2c} c_{pf}} \left(1 - e^{\frac{-(kS + F_f c_{pf} - F_{f2c} c_{pf}) t}{c_{pf} m_f}} \right), \quad (5.58)$$

$$h_s = \frac{kS}{kS + F_s c_{ps}} \left(1 - e^{\frac{-(kS + F_s c_{ps}) t}{c_{ps} m_s}} \right). \quad (5.59)$$

Здійснимо дослідження отриманих передаточних функцій та перехідних характеристик. Для конденсатора параметри теплоносія в точках на лінії насичення і конденсації фреона марки *R407C* визначалися за заданим значенням $\theta_{f0} = 60^\circ C$. Витрата рідини споживання через теплообмінник контура конденсатора $F_s = 2,24 \text{ м}^3 / \text{год}$.

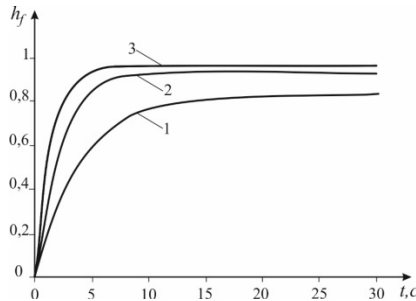


Рис. 5.40. Перехідні характеристики при різних масових витратах фреона через конденсатор: 1(жовт) – $3,4 \text{ м}^3 / \text{год}$,
2 – $5,1 \text{ м}^3 / \text{год}$, 3 – $8,9 \text{ м}^3 / \text{год}$

Як бачимо з рис. 5.40 при збільшенні масової витрати фреону через конденсатор покращується якість перехідного процесу та зменшується інерційність такого контуру, а саме зростає коефіцієнт підсилення від 0,83 до 0,95 та зменшується стала часу від 3,9 до 1,5.

Побудуємо амплітудно-частотну (АЧХ) та фазочастотну (ФЧХ) характеристики за передаточною функцією контуру конденсатора (рис. 5.41).

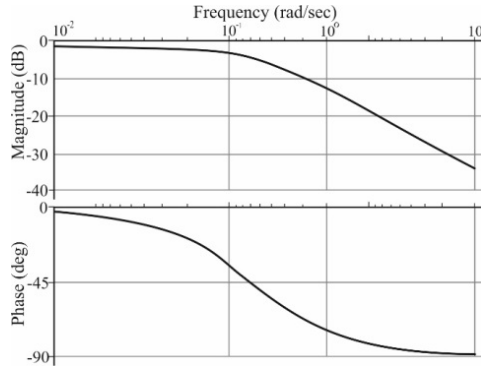


Рис. 5.41. Графіки АЧХ та ФЧХ передаточної функції контуру конденсатора при $F_f = 3,4 м^3 / год$

Аналізуючи амплітудно-частотну характеристику, бачимо, що даний контур має властивість фільтра – добре пропускає сигнали малих частот і погано – великих, із збільшенням частоти зменшується амплітуда вихідного сигналу. Аналіз фазової характеристики показує, що вихідні коливання відстають від вхідних і таке відставання змінюється в межах від 0 до 90° .

Аналогічно проведемо дослідження передаточної функції лінії споживання за умови сталої витрати фреона через конденсатор.

Як бачимо з рис. 5.42 при меншій витраті ріднини в лінії споживання стала часу перехідний процес носить інерційний характер, а тому для даних умов більш оптимальним є збільшення витрати в лінії споживання до $2,24 м^3 / год$.

Побудуємо амплітудно-частотну (АЧХ) та фазочастотну (ФЧХ) характеристики за передаточною функцією контуру споживання (рис. 5.43).

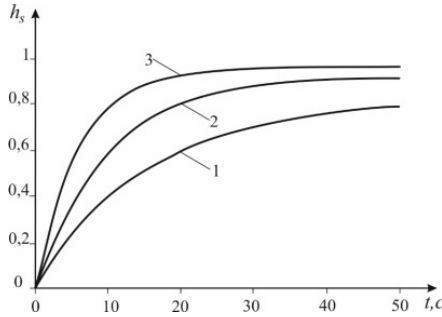


Рис. 5.42. Перехідні характеристики при різних масових витратах рідини в лінії споживання: 1 – $1,08 \text{ м}^3 / 200\text{д}$,
2 – $1,53 \text{ м}^3 / 200\text{д}$, 3 – $2,24 \text{ м}^3 / 200\text{д}$

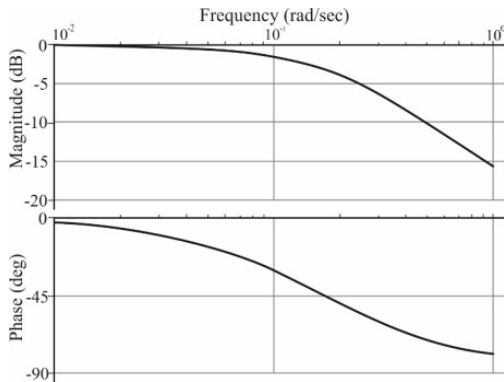


Рис. 5.43. Графіки АЧХ та ФЧХ передаточної функції контуру лінії споживання при $F_s = 2,24 \text{ м}^3 / 200\text{д}$

Як бачимо (рис. 5.43), в контурі лінії споживання із збільшенням частоти зменшується амплітуда вихідного сигналу. А тому, більш якісний перехідний процес

отримуємо при незначних коливаннях температури в лінії споживання.

Проведемо дослідження теплообміну в контурі теплового насоса, а саме в теплообміннику, де відбувається передача тепла від конденсатора теплового насоса до споживачів. Для цього перетворимо систему рівнянь (5.55) до вигляду

$$\begin{cases} \frac{d\theta_f}{dt} = \frac{1}{c_{pf}m_f} \left((-kS - F_f c_{pf} + F_{f2} c_{pf}) \theta_f + kS\theta_s + F_f c_{pf} \theta_{f0} - F_{f2} i_f \right) \\ \frac{d\theta_s}{dt} = \frac{1}{c_{ps}m_s} \left((-kS - F_s c_{ps}) \theta_s + kS\theta_f + F_s c_{ps} \theta_{s0} \right) \end{cases} \quad (5.60)$$

З допомогою Simulink програми Matlab отримано модель, що дозволяє отримати графіки зміни температур в теплообміннику: фреона у контурі конденсатора та рідини в контурі лінії споживання (рис. 5.44).

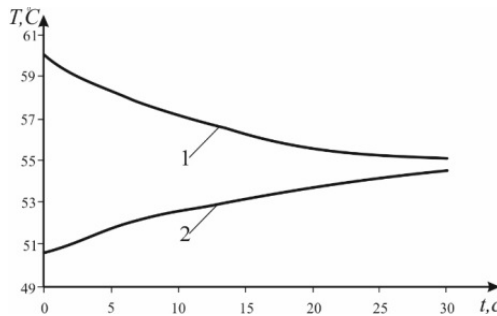


Рис. 5.44. Графіки зміни температур: 1 – температура θ_f фреона, 2 – температура T_s рідини лінії споживання при

$$F_s = 2,24 \text{ м}^3 / \text{год}, F_f = 3,4 \text{ м}^3 / \text{год}$$

З рис. 5.44 бачимо, як і очікувалось, що при зменшенні температури фреона відбувається збільшення температури рідини лінії споживання.

Величина θ_{s0} залежить від необхідності споживання тепла. У даному випадку виникає необхідність у регулюванні продуктивності компресора. Зокрема, таке регулювання необхідне як при сезонному коливанні температури ґрунту, так і при максимальній необхідності споживання тепла при мінімальній температурі оточуючого повітря. Таке регулювання може бути здійснене різними технологічними способами, зокрема, найбільш поширене на практиці - зміна потужності компресора з допомогою інверторної технології.

Питання для самоконтролю

1. В чому полягає завдання моделювання теплообмінників?
2. За яким рівнянням може бути визначена температура потоку трубчатих теплообмінників в режимі ідеального витіснення?
3. За якими методами може бути побудована в Matlab модель трубчатого теплообмінника в режимі ідеального витіснення?
4. Як отримати в Matlab числові значення температури потоку трубчатих теплообмінників в режимі ідеального витіснення?
5. За якими рівняннями визначається температурний профіль для кожного із потоків в теплообмінниках типу «труба в трубі» у випадку прямотоку?
6. В чому полягає різниця моделювання теплообмінників типу «труба в трубі» у випадку прямотоку та протитоку?
7. За якими рівняннями визначається температурний профіль для кожного із потоків в теплообмінниках типу «труба в трубі» у випадку протитоку?

8. В яких блоках Matlab моделей теплообмінників задаються початкові умови ?
9. За якими методами може бути розв'язана задача визначення температурного профілю в теплообмінниках типу «труба в трубі» у випадку протитоку?
10. За якими рівняннями будується модель в Matlab теплообмінників типу «змішування – змішування»?

Тестова програма

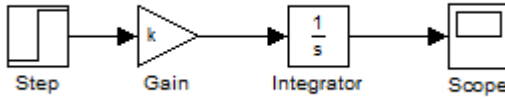
1. Який із сигналів не відноситься до аперіодичних іспитових сигналів, що подаються на вхід об'єкта при активній ідентифікації?
 - гармонічний сигнал
 - ступінчата функція
 - прямокутний імпульс
 - одиночний ступінчатий сигнал
 - прямокутний імпульс
2. Що передбачають методи активної ідентифікації?
 - подачу на вхід досліджуваного динамічного об'єкта спеціального тестового сигналу
 - наявність перехідної характеристики
 - застосування методу Фішера
 - використання поліномної апроксимації
 - використання статичних експериментів
3. Який із блоків Matlab дозволяє подати на вхід моделі об'єкта ступінчатий сигнал?
 - Step
 - Pulse Generator
 - Sine Wave
 - Signal Generator
 - polytool
4. Який із блоків Matlab дозволяє подати на вхід моделі об'єкта прямокутну хвилю?
 - Signal Generator
 - Pulse Generator
 - Sine Wave
 - Step
 - polytool
5. Який із блоків Matlab дозволяє подати на вхід моделі об'єкта прямокутний імпульс?
 - Pulse Generator
 - Signal Generator

- Sine Wave
 - Step
 - polytool
6. Який із блоків Matlab дозволяє подати на вхід моделі об'єкта імпульсну функцію?
- Pulse Generator
 - Signal Generator
 - Sine Wave
 - Step
 - Polytool
7. Для чого призначений блок Step програми Matlab?
- для подачі на вхід об'єкта прямокутного імпульсу
 - для побудови імпульсної функції
 - для подачі на вхід об'єкта гармонічного сигналу
 - для побудови перехідної характеристики
 - для подачі на вхід об'єкта ступінчатого сигналу
8. Для чого призначений блок Signal Generator програми Matlab?
- для подачі на вхід об'єкта прямокутної хвилі
 - для побудови імпульсної функції
 - для подачі на вхід об'єкта гармонічного сигналу
 - для побудови перехідної характеристики
 - для подачі на вхід об'єкта ступінчатого сигналу
9. Як називаються значення вихідної змінної і її похідних до $n-1$ порядку включно?
- змінні стану
 - факторні параметри
 - керуючі параметри
 - похідні змінні
 - регулюючі параметри
10. Відносно якої змінної необхідно розв'язати диференціальне рівняння за методом пониження порядку похідної?
- старшої похідної вихідної змінної

- найменшої похідної вихідної змінної
 - коефіцієнтів передавальної функції
 - найбільшої вихідної змінної
 - коефіцієнтів диференціального рівняння
11. Відносно якої змінної необхідно розв'язати диференціальне рівняння за методом підвищення порядку?
- найменшої похідної вихідної змінної
 - старшої похідної вихідної змінної
 - коефіцієнтів передавальної функції
 - найбільшої вихідної змінної
 - коефіцієнтів диференціального рівняння
12. Для чого призначена функція ode23 програми Matlab?
- для числового інтегрування диференціальних рівнянь
 - для отримання перехідної функції
 - для отримання передавальної функції
 - для визначення вихідних параметрів об'єкта
 - для побудови лінії регресії
13. Для чого призначена функція ode45 програми Matlab?
- для числового інтегрування диференціальних рівнянь
 - для отримання перехідної функції
 - для отримання передавальної функції
 - для визначення вихідних параметрів об'єкта
 - для побудови лінії регресії
14. Які формули використовуються у функції ode23 при інтегруванні диференціальних рівнянь?
- Рунге-Куте
 - Фішера
 - Неймана
 - Найквіста
 - Коші
15. Які формули використовуються у функції ode45 при інтегруванні диференціальних рівнянь?
- Рунге-Куте

- Фішера
 - Неймана
 - Найквіста
 - Коші
16. Що необхідно зробити для побудови моделі об'єкта в Matlab методом числового інтегрування диференціального рівняння?
- створити два m-файла
 - побудувати два числових інтеграла
 - створити дві передавальні функції
 - створити перехідну функцію
 - подати на вхід об'єкта іспитовий сигнал
17. Для чого призначений блок `dee` програми Matlab?
- для розв'язання системи диференціальних рівнянь в явній формі Коші
 - для побудови дельта-функції
 - для отримання передавальної функції об'єкта
 - для побудови перехідної характеристики
 - для побудови лінії регресії
18. Яким символом позначаються вхідні параметри в блоці `dee` програми Matlab?
- u
 - x
 - y
 - k
 - z
19. Яким символом позначаються параметри стану в блоці `dee` програми Matlab?
- k
 - x
 - y
 - u
 - z

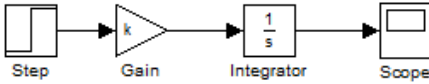
20. За яким методом побудована модель об'єкта?



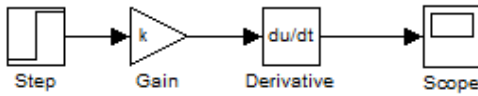
- методом пониження порядку похідної
 - методом підвищення порядку похідної
 - методом числового інтегрування
 - методом Фішера
 - методом найменших квадратів
21. Для чого призначений блок Integrator програми Matlab?
- для знаходження первісної вхідної величини
 - для побудови перехідної характеристики
 - для визначення коефіцієнтів лінії регресії
 - для побудови передавальної функції
 - для знаходження коефіцієнта кореляції
22. Для чого призначений блок Derivative програми Matlab?
- для знаходження похідної від вхідної величини
 - для побудови перехідної характеристики
 - для визначення коефіцієнтів лінії регресії
 - для побудови передавальної функції
 - для знаходження коефіцієнта кореляції
23. У формі запису функції ode23 «назва функції» – це
- змінна, що є назвою м-файла, в якому обчислюються праві частини системи звичайних диференціальних рівнянь
 - вихідний параметр
 - вхідний параметр
 - початкове та кінцеве значення функції
 - вектор вихідних значень функції
24. Що необхідно ввести у вікні настройки блока dee у полі «of inputs»?
- розмірність вектора вхідного сигналу

- коефіцієнти передавальної функції
- коефіцієнти апроксимуючого полінома
- початкове та кінцеве значення функції
- вихідні параметри

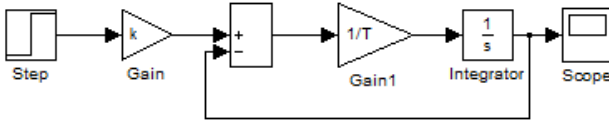
25. Яка модель Matlab відповідає об'єкту, що описується інтегруючою ланкою?



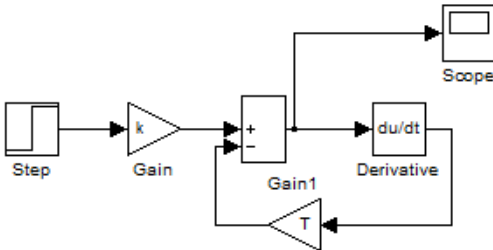
○



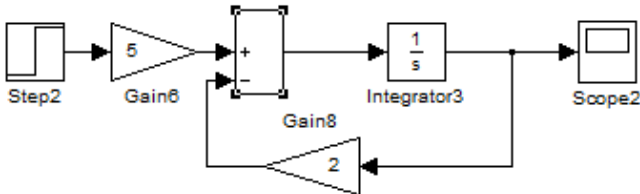
○



○

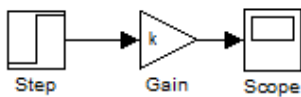
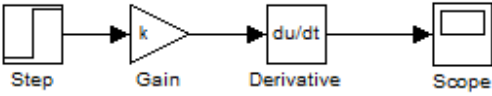
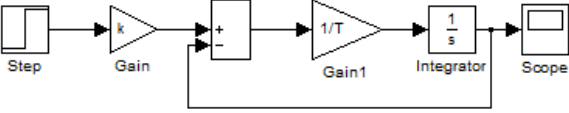
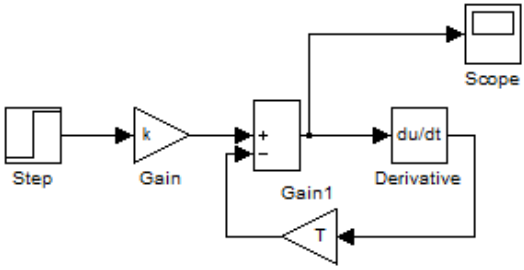
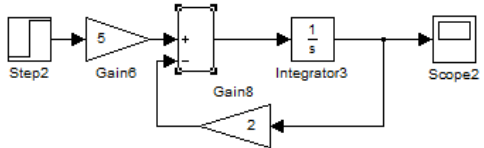


○




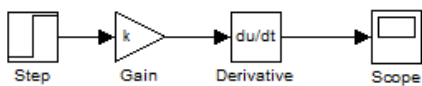
○

26. Яка модель Matlab відповідає об'єкту, що описується пропорційною ланкою?

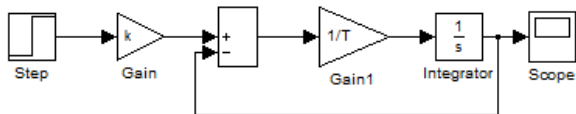
- 
- 
- 
- 
- 

27. Яка модель Matlab відповідає об'єкту, що описується ідеальною диференціюючою ланкою?

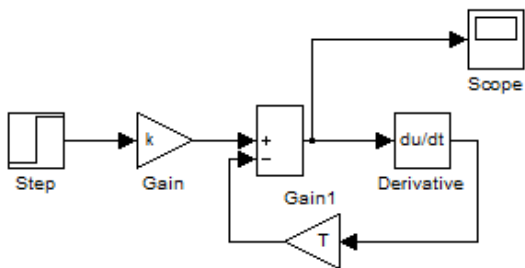
- 



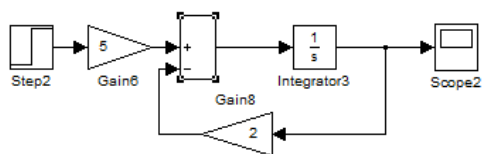
○



○

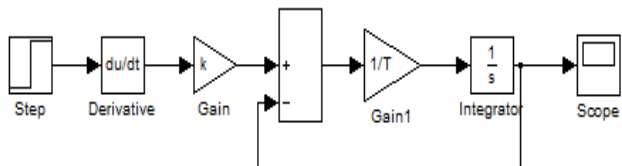


○

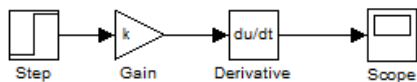


○

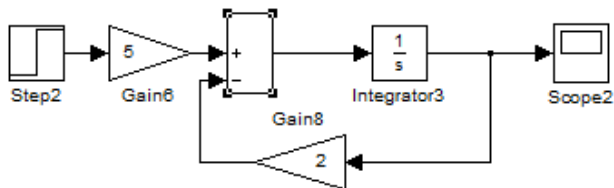
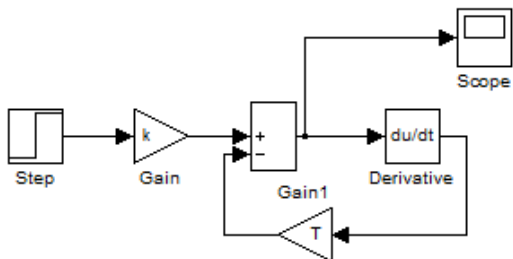
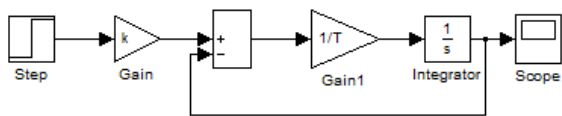
28. Яка модель Matlab відповідає об'єкту, що описується реальною диференціюючою ланкою?



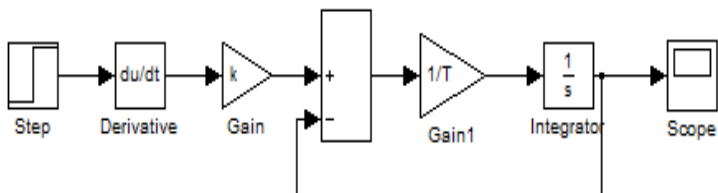
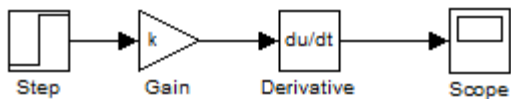
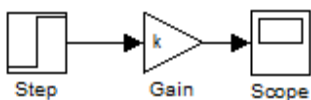
○

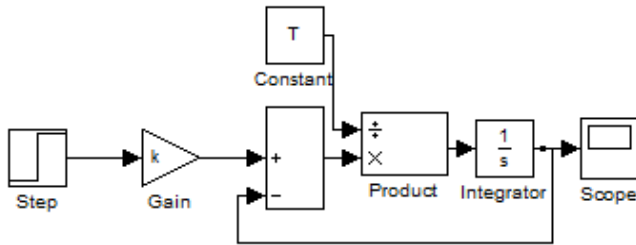


○

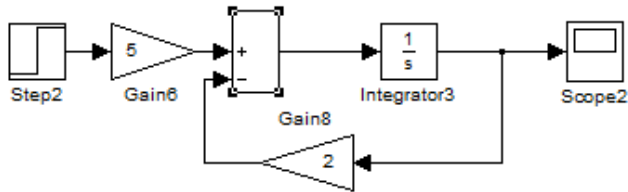


29. Яка модель Matlab відповідає об'єкту, що описується аперіодичною ланкою?





○



○

30. За яким співвідношенням з графіка розгінної характеристики інтегруючої ланки визначається коефіцієнт передачі?

○ $k = \frac{h(t_1)}{t_1} \Big|_{t_1 > 0}$

○ $k = \frac{h(t_1)}{t_1} \Big|_{t_1 < 0}$

○ $k = h(t_1) \Big|_{t_1 < 0}$

○ $k = h(t_1) \Big|_{t_1 > 0}$

○ $k = h(t_1) * t_1 \Big|_{t_1 > 0}$

31. За яким співвідношенням з графіка розгінної характеристики пропорційної ланки визначається коефіцієнт передачі?

○ $k = h(t) \Big|_{t > 0}$

○ $k = \frac{h(t)}{t} \Big|_{t < 0}$

○ $k = h(t) \Big|_{t < 0}$

○ $k = \frac{h(t_1)}{t_1} \Big|_{t_1 > 0}$

○ $k = h(t) * t \Big|_{t > 0}$

32. За яким співвідношенням з графіка розгінної характеристики ідеальної диференціюючої ланки визначається коефіцієнт передачі?

○ $k = \int_{-\infty}^{+\infty} h(t) dt$

○ $k = \frac{h(t)}{t} \Big|_{t < 0}$

○ $k = h(t) \Big|_{t < 0}$

○ $k = h(t) \Big|_{t > 0}$

○ $k = h(t) * t \Big|_{t > 0}$

33. За яким співвідношенням можна визначити коефіцієнт передачі реальної диференціюючої ланки при ідентифікації об'єктів за перехідною характеристикою?

○ $k = \lim_{t \rightarrow 0+} h(t)$

○ $k = \lim_{t \rightarrow \infty} h(t)$

○ $k = \lim_{t \rightarrow -1} h(t)$

○ $k = \lim_{t \rightarrow +\infty} h(t)$

○ $k = \lim_{t \rightarrow -\infty} h(t)$

34. За яким співвідношенням можна визначити коефіцієнт передачі аперіодичної ланки при ідентифікації об'єктів за перехідною характеристикою?

- $k = \lim_{t \rightarrow 0+} h(t)$
- $k = \lim_{t \rightarrow \infty} h(t)$
- $k = \lim_{t \rightarrow 0-} h(t)$
- $k = \lim_{t \rightarrow 1} h(t)$
- $k = \lim_{t \rightarrow -1} h(t)$

35. За якими співвідношеннями можна визначити сталу часу реальної диференціюючої ланки при ідентифікації об'єктів за перехідною характеристикою?

- $T = \frac{S}{k}$
- $T = \frac{S^2}{k}$
- $T = Sk$
- $T = S^2k$
- $T = S^2k^2$

36. За яким співвідношенням можна визначити сталу часу аперіодичної ланки при ідентифікації об'єктів за перехідною характеристикою?

- $T = S/k$
- $T = S^2/k$
- $T = Sk$
- $T = S^2k$
- $T = S^2k^2$

37. За яким співвідношенням визначається амплітуда вхідного сигналу A_p , якщо при ідентифікації за активними експериментами в якості вхідного сигналу використовується прямокутна хвиля?
- $A_x = \frac{\pi}{4} A_p$
 - $A_x = 4 A_p$
 - $A_x = \frac{4}{\pi} A_p$
 - $A_x = \pi A_p$
 - $A_x = 4\pi A_p$
38. Що необхідно дискретно змінювати для визначення значень амплітудно-частотної та фазочастотної характеристик за графіками вхідного та вихідного сигналів при ідентифікації за активними експериментами в частотній області?
- частоту вхідного сигналу
 - швидкість вхідного сигналу
 - кількість вхідних параметрів
 - якість вхідних параметрів
 - тип вхідного сигналу
39. Скільки є підходів для визначення неперервних амплітудно-частотної та фазочастотної характеристик при ідентифікації за активними експериментами в частотній області?
- 2
 - 1
 - 3
 - 4
 - безліч
40. Який додаток програми Matlab дозволяє проводити дослідження та моделювання об'єктів, які описуються

диференціальними рівняннями з розподіленими параметрами?

- pdetool
 - polytool
 - polyval
 - unidrnd
 - ident
41. Який метод використовує додаток Pdetool програми Matlab для розв'язання диференціальних рівнянь з розподіленими параметрами?
- метод кінцевих елементів
 - метод найменших квадратів
 - метод Фішера
 - метод найменшої похідної
 - метод Найквіста
42. Якими повинні бути початкові умови при визначенні передаточної функції об'єктів з розподіленими параметрами?
- нулевими
 - стаціонарними
 - динамічними
 - лінійними
 - нелінійними
43. Як називається процес розбиття області моделювання на кінцеві елементи при дослідженні об'єктів в додатку pdetool програми Matlab?
- триангуляція
 - візуалізація
 - трансформація
 - кореляція
 - розріз

44. За яким рівнянням може бути визначена температура потоку трубчатих теплообмінників в режимі ідеального витіснення?

$\frac{dT}{dx} = \frac{KF(T_3 - T)}{u\rho c_p V}$

$\frac{dT}{dx} = KF(T_3 - T)$

$\frac{dT}{dx} = \frac{KFT}{u\rho c_p V}$

$\frac{dT}{dx} = \frac{T_3 - T}{u\rho c_p V}$

$\frac{dT}{dt} = \frac{T_3 - T}{u\rho c_p V}$

45. В чому полягає різниця моделювання теплообмінників типу «труба в трубі» у випадку прямотоку та протитоку?

однотипові рівняння для обох теплоносіїв мають аргументи різного знаку

однотипові рівняння для обох теплоносіїв мають аргументи одного знаку

рівняння для обох теплоносіїв мають різний вигляд

рівняння для обох теплоносіїв описуються різними моделями

рівняння обох теплоносіїв мають різні коефіцієнти

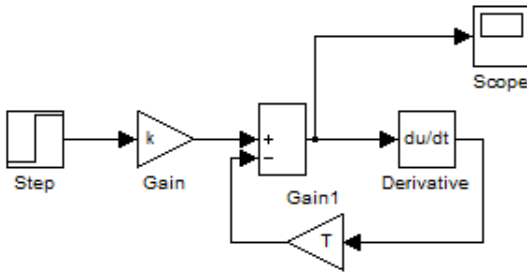
46. За якими методом може бути розв'язана задача визначення температурного профілю в теплообмінниках типу «труба в трубі» у випадку протитоку?

методом проб і помилок

методом Фішера

методом Коші

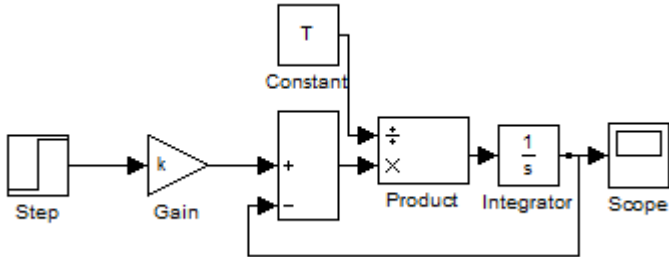
- методом найменших квадратів
- методом Крамера
- 47. Який параметр є основним вихідним параметром процесу виробництва пара?
 - тиск пара
 - витрата живильної води
 - температура живильної води
 - тиск в лінії подачі палива
 - провідність клапана на лінії подачі палива
- 48. Який параметр є основним збурюючим параметром процесу виробництва пара?
 - тиску в лінії споживання
 - витрата живильної води
 - температура живильної води
 - тиск в лінії подачі палива
 - провідність клапана на лінії подачі палива
- 49. Яке диференціальне рівняння відповідає об'єкту, для якого побудована модель Matlab?



- $\frac{dy}{dt} = \frac{1}{T}(kx - y)$
- $\frac{dy}{dt} = T(kx - y)$
- $\frac{dy}{dt} = (kx - y)$
- $\frac{dy}{dt} = k(Tx - y)$

○ $\frac{dy}{dt} = k(x - Ty)$

50. Яке диференціальне рівняння відповідає об'єкту, для якого побудована модель Matlab?



○ $\frac{dy}{dt} = \frac{1}{T}(kx - y)$

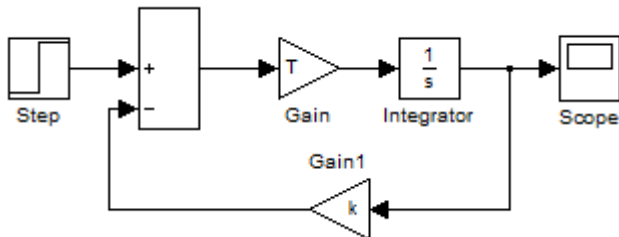
○ $\frac{dy}{dt} = T(kx - y)$

○ $\frac{dy}{dt} = (kx - y)$

○ $\frac{dy}{dt} = k(Tx - y)$

○ $\frac{dy}{dt} = k(x - Ty)$

51. Вкажіть диференціальне рівняння об'єкта, для якого побудована модель Matlab?



$$\frac{dy}{dt} = T(x - ky)$$

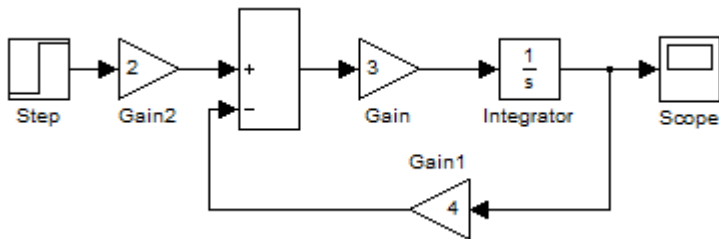
○ $\frac{dy}{dt} = T(kx - y)$

○ $\frac{dy}{dt} = (kx - y)$

○ $\frac{dy}{dt} = k(Tx - y)$

○ $\frac{dy}{dt} = k(x - Ty)$

52. Вкажіть диференціальне рівняння об'єкта, для якого побудована модель Matlab?



$$\frac{dy}{dt} = 3(2x - 4y)$$

○ $\frac{dy}{dt} = 2(3x - 4y)$

○ $\frac{dy}{dt} = \frac{1}{3}(4x - 2y)$

○ $\frac{dy}{dt} = \frac{1}{2}(3x - 4y)$

○ $\frac{dy}{dt} = 4(2x - 3y)$

53. Як записується диференціальне рівняння аперіодичної ланки $T \frac{dy}{dt} + ay = kx$ в блоці *dee* програми Matlab?

○ $\frac{dx}{dt} = \frac{1}{T}(ku(1) - ax(1))$

○ $\frac{dx}{dt} = \frac{1}{T}(kx - ay)$

○ $\frac{dx}{dt} = \frac{1}{T}(kx(1) - ay(1))$

○ $\frac{dx}{dt} = \frac{1}{T}(kx(1) - ax(2))$

○ $\frac{dx}{dt} = \frac{1}{T}(ky(1) - ay(1))$

54. Як записується рівняння ідеальної диференціюючої ланки $T \frac{dx}{dt} + y = k \frac{dx}{dt}$ в блоці *dee* програми Matlab?

○ $\frac{dx}{dt} = \frac{1}{T} \left(k \frac{u(1)}{dt} - x(1) \right)$

○ $\frac{dx}{dt} = \frac{1}{T} \left(k \frac{x(1)}{dt} - y(1) \right)$

○ $\frac{dx}{dt} = \frac{1}{T} \left(k \frac{u(1)}{dt} - y(1) \right)$

○ $\frac{dx}{dt} = \frac{1}{T} \left(k \frac{y(1)}{dt} - x(1) \right)$

○ $\frac{dx}{dt} = \frac{1}{T}(ky(1) - y(1))$

55. Як записується диференціальне рівняння інтегруючої ланки в блоці *dee* програми Matlab?

○ $\frac{dx}{dt} = ku(1)$

○ $\frac{dx}{dt} = kx(1)$

○ $\frac{dx}{dt} = k(u(1) - u(2))$

○ $\frac{dx}{dt} = k(x(1) - x(2))$

○ $\frac{dx}{dt} = kx$

56. Для якого вигляду зводиться диференціальне рівняння аперіодичної ланки $T \frac{dy}{dt} + ay = kx$ за методом пониження порядку похідної?

○ $\frac{dy}{dt} = \frac{1}{T}(kx - ay)$

○ $y = \frac{1}{a} \left(kx - T \frac{dy}{dt} \right)$

○ $T \frac{dy}{dt} + ay - kx = 0$

○ $T \frac{dy}{dt} = kx - ay$

○ $ay = kx - T \frac{dy}{dt}$

57. Для якого вигляду зводиться диференціальне рівняння аперіодичної ланки $T \frac{dy}{dt} + ay = kx$ за методом підвищення порядку похідної?

○ $y = \frac{1}{a} \left(kx - T \frac{dy}{dt} \right)$

○ $\frac{dy}{dt} = \frac{1}{T}(kx - ay)$

○ $T \frac{dy}{dt} + ay - kx = 0$

○ $T \frac{dy}{dt} = kx - ay$

○ $ay = kx - T \frac{dy}{dt}$

58. До якого вигляду зводиться диференціальне рівняння рівняння ідельної диференціюючої ланки

$T \frac{dy}{dt} + y = k \frac{dx}{dt}$ за методом пониження порядку

похідної?

○ $\frac{dy}{dt} = \frac{1}{T} \left(k \frac{dx}{dt} - y \right)$

○ $y = k \frac{dx}{dt} - T \frac{dy}{dt}$

○ $T \frac{dy}{dt} = k \frac{dx}{dt} - y$

○ $T \frac{dy}{dt} + y - k \frac{dx}{dt} = 0$

○ $\frac{dx}{dt} = \frac{1}{k} \left(T \frac{dy}{dt} + y \right)$

59. До якого вигляду зводиться диференціальне рівняння рівняння ідельної диференціюючої ланки

$T \frac{dy}{dt} + y = k \frac{dx}{dt}$ за методом підвищення порядку

похідної?

○ $y = k \frac{dx}{dt} - T \frac{dy}{dt}$

○ $\frac{dy}{dt} = \frac{1}{T} \left(k \frac{dx}{dt} - y \right)$

○ $T \frac{dy}{dt} = k \frac{dx}{dt} - y$

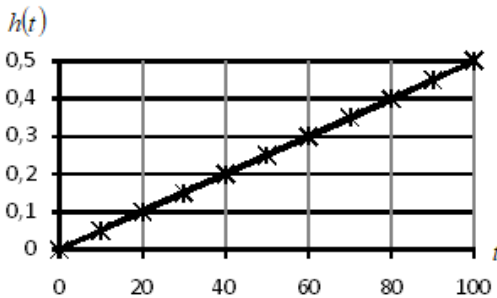
○ $T \frac{dy}{dt} + y - k \frac{dx}{dt} = 0$

○ $\frac{dx}{dt} = \frac{1}{k} \left(T \frac{dy}{dt} + y \right)$

60. Для чого використовується блок Product програми Matlab?

- для множення вхідних сигналів
- для ділення вхідних сигналів
- для додавання вхідних сигналів
- для віднімання вихідних сигналів
- для піднесення до степеня сигналів

61. Яка передаточна функція відповідає об'єкту, розгінна характеристика якого зображена на рисунку?



○ $W(p) = \frac{0,005}{p}$

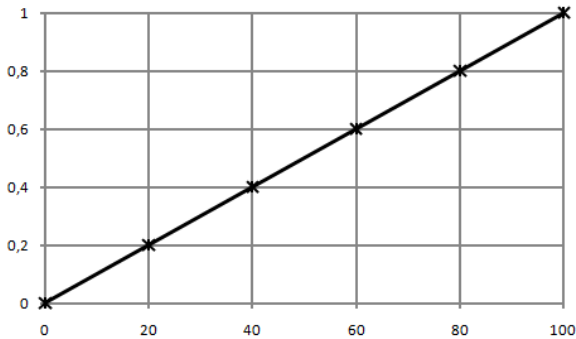
○ $W(p) = \frac{0,004}{p}$

○ $W(p) = \frac{0,04}{p}$

○ $W(p) = \frac{0,002}{p}$

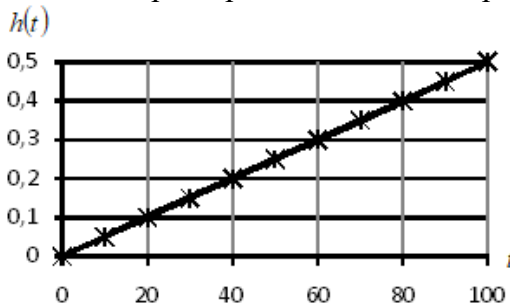
○ $W(p) = \frac{0,05}{p}$

62. Яка передаточна функція відповідає об'єкту, розгінна характеристика якого зображена на рисунку?

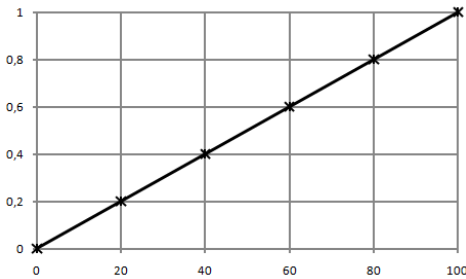


- $W(p) = \frac{0,01}{p}$
- $W(p) = \frac{0,02}{p}$
- $W(p) = \frac{0,03}{p}$
- $W(p) = \frac{0,04}{p}$
- $W(p) = \frac{0,05}{p}$

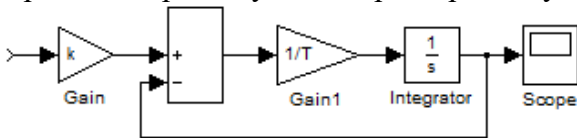
63. Визначте значення коефіцієнта підсилення об'єкта, розгінна характеристика якого зображена на рисунку








64. Визначте значення коефіцієнта підсилення об'єкта, розгінна характеристика якого зображена на рисунку

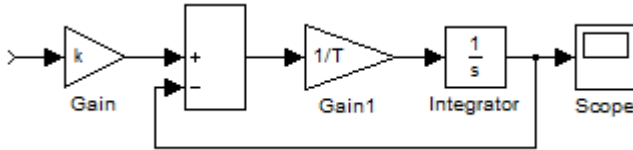







65. Для аперіодичної ланки побудовано модель, зображену на рисунку. Виберіть блок програми Matlab, який необхідно додати на вході, щоб отримати у блоці Scope перехідну характеристику об'єкта



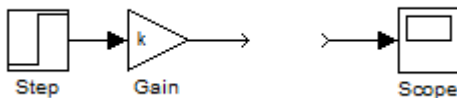
-  Step
-  Pulse Generator
-  Sine Wave
-  Signal Generator
-  Random Number

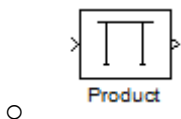
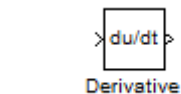
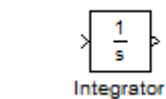
66. Для аперіодичної ланки побудовано модель, зображену на рисунку. Виберіть блок програми Matlab, який необхідно додати на вході, щоб отримати у блоці Scope імпульсну характеристику об'єкта



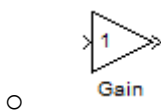
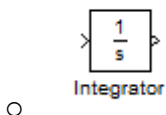
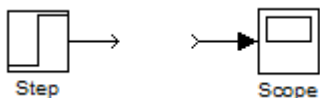
-  Step
-  Pulse Generator
-  Sine Wave
-  Signal Generator
-  Random Number

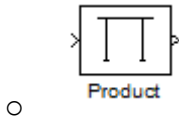
67. Виберіть блок програми Matlab, який необхідно додати до рисунка, щоб отримати модель інтегруючої ланки



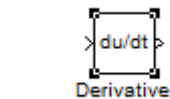
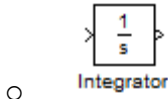
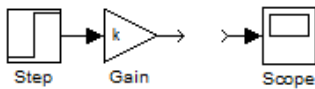


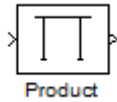
68. Виберіть блок програми Matlab, який необхідно додати до рисунка, щоб отримати модель пропорційної ланки



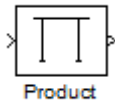
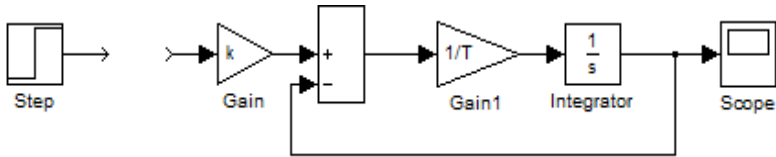


69. Виберіть блок програми Matlab, який необхідно додати до рисунка, щоб отримати модель ідеальної диференціюючої ланки, рівняння якої $y = k \frac{dx}{dt}$

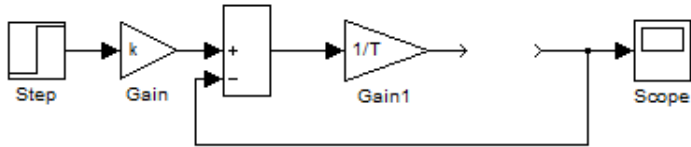




70. Виберіть блок програми Matlab, який необхідно додати до рисунка, щоб отримати модель реальної диференціюючої ланки, рівняння якої $T \frac{dy}{dt} + y = k \frac{dx}{dt}$



71. Виберіть блок програми Matlab, який необхідно додати до рисунка, щоб отримати модель аперіодичної ланки, рівняння якої $T \frac{dy}{dt} + y = kx$



Integrator



Derivative



Gain



Transport Delay



Product

72. Які параметри позначаються символом “*u*” в блоці *dee* програми Matlab?

- вхідні
- вихідні
- керуючі
- збурюючі
- сумарні

73. Які параметри позначаються символом “*x*” в блоці *dee* програми Matlab?

- вихідні
- вхідні
- керуючі

- збурюючі
 - сумарні
74. Який сигнал дозволяє подати на вхід об'єкта блок Step програми Matlab?
- ступінчатий
 - прямокутну хвилю
 - гармонічний
 - імпульсний
 - синусоїдальний
75. Який сигнал дозволяє подати на вхід об'єкта блок Signal Generator програми Matlab?
- прямокутну хвилю
 - ступінчатий
 - гармонічний
 - імпульсний
 - синусоїдальний
76. Який сигнал дозволяє подати на вхід об'єкта блок Pulse Generator програми Matlab?
- імпульсну функцію
 - ступінчатий
 - гармонічний
 - інтегральний
 - синусоїдальний
77. Як називається метод, згідно якого необхідно розв'язати диференціальне рівняння відносно старшої похідної?
- метод пониження порядку похідної
 - метод підвищення порядку похідної
 - метод передавальної функції
 - метод Фішера
 - метод Найквіста
78. Як називається метод, згідно якого необхідно розв'язати диференціальне рівняння відносно найменшої похідної або самої функції?

- метод пониження порядку похідної
 - метод підвищення порядку похідної
 - метод передавальної функції
 - метод Фішера
 - метод Найквіста
79. Яка функція програми Matlab призначена для числового інтегрування диференціальних рівнянь?
- ode23
 - polytool
 - roots
 - polyval
 - derivative
80. Яка функція програми Matlab призначена для числового інтегрування диференціальних рівнянь?
- ode45
 - polytool
 - roots
 - polyval
 - derivative
81. Який блок програми Matlab призначений для розв'язання системи диференціальних рівнянь в явній формі Коші?
- dee
 - derivative
 - polytool
 - mux
 - ident
82. Який блок Matlab використовується для знаходження первісної вхідної величини ?
- Integrator
 - Derivative
 - Scope
 - Ode23
 - Polyval

83. Який блок Matlab використовується для знаходження похідної вхідної величини ?

- Integrator
- Derivative
- Scope
- Ode23
- Polyval

84. Які диференціальні рівняння дозволяє досліджувати додаток pdeTool програми Matlab?

- рівняннями з розподіленими параметрами
- рівняннями із зосередженими параметрами
- кубічні рівняння
- нелінійні рівняння
- поліноміальні рівняння

85. Яким символом позначаються вхідні параметри в блоці *dee* програми Matlab?

- u*
- x*
- y*
- k*
- z*

86. Яким символом позначаються вихідні параметри в блоці *dee* програми Matlab?

- u*
- x*
- y*
- k*
- z*

87. За яким методом будується модель в програмі Matlab,

якщо рівняння $2 \frac{d^2 y}{dt^2} + 3y = 4x$ зведене до вигляду

$$\frac{d^2 y}{dt^2} = \frac{1}{2}(4x - 3y)?$$

- пониження порядку похідної
 - підвищення порядку похідної
 - Фішера
 - Брандона
 - найменших квадратів
88. За яким методом будується модель в програмі Matlab,

якщо рівняння $\frac{dy}{dt} - y = x^2$ зведене до вигляду

$$\frac{dy}{dt} = \frac{1}{4}(x^2 + y)?$$

- пониження порядку похідної
 - підвищення порядку похідної
 - Фішера
 - Брандона
 - найменших квадратів
89. За яким методом будується модель в програмі Matlab,

якщо рівняння $3\frac{d^3y}{dt^3} + \frac{dy}{dt} = 2x$ зведене до вигляду

$$\frac{d^3y}{dt^3} = \frac{1}{3}\left(2x - \frac{dy}{dt}\right)?$$

- пониження порядку похідної
 - підвищення порядку похідної
 - Фішера
 - Брандона
 - найменших квадратів
90. За яким методом будується модель в програмі Matlab,

якщо рівняння $3\frac{d^3y}{dt^3} + \frac{dy}{dt} = 2x$ зведене до вигляду

$$\frac{dy}{dt} = 2x - 3\frac{d^3y}{dt^3}?$$

- пониження порядку похідної
- підвищення порядку похідної

- Фішера
 - Брандона
 - найменших квадратів
91. За яким методом будується модель в програмі Matlab, якщо рівняння $4 \frac{dy}{dt} - y = x^2$ зведене до вигляду

$$y = -x^2 - 4 \frac{dy}{dt} ?$$

- пониження порядку похідної
 - підвищення порядку похідної
 - Фішера
 - Брандона
 - найменших квадратів
92. За яким методом будується модель в програмі Matlab, якщо рівняння $5 \frac{d^2 y}{dt^2} + 2y = 3x$ зведене до вигляду

$$y = \frac{1}{2} \left(3x - 5 \frac{d^2 y}{dt^2} \right) ?$$

- пониження порядку похідної
 - підвищення порядку похідної
 - Фішера
 - Брандона
 - найменших квадратів
93. За яким методом будується модель в програмі Matlab, якщо рівняння $\frac{d^3 y}{dt^3} - 2 \frac{dy}{dt} = 3x$ зведене до вигляду

$$\frac{d^3 y}{dt^3} = 3x + 2 \frac{dy}{dt} ?$$

- пониження порядку похідної
- підвищення порядку похідної
- Фішера

- Брандона
 - найменших квадратів
94. На які типи поділяються іспитові сигнали?
- аперіодичні
 - періодичні
 - синусоїдальні
 - дискретні
 - лінійні
95. Який із сигналів відноситься до аперіодичних іспитових сигналів, що подаються на вхід об'єкта при активній ідентифікації?
- ступінчата функція
 - імпульсна функція
 - прямокутна хвиля
 - гармонічний сигнал
 - перехідна характеристика
96. Який із сигналів відноситься до періодичних іспитових сигналів, що подаються на вхід об'єкта при активній ідентифікації?
- гармонічний сигнал
 - прямокутна хвиля
 - ступінчата функція
 - перехідна характеристика
 - імпульсна функція
97. Для чого призначений блок Pulse Generator програми Matlab?
- для побудови прямокутного імпульсу
 - для побудови імпульсної функції
 - для побудови гармонічного сигналу
 - для побудови перехідної характеристики
 - для побудови передавальної функції
98. Якими математичними моделями може бути відображений динамічний об'єкт?
- диференціальне рівняння

- амплітудно – частотна характеристика
 - передавальна функція
 - динамічна функція
 - поліномна апроксимація
99. Які часові характеристики використовуються для об'єктів автоматизації?
- перехідна
 - імпульсна
 - прямокутна
 - часова
 - динамічна
100. Які методи MatLab використовуються для побудови моделей динамічних об'єктів?
- метод пониження порядку похідної
 - метод підвищення порядку похідної
 - метод числового інтегрування диференціальних рівнянь
 - використання редактора диференціальних рівнянь
 - метод Фішера
101. Які частотні характеристики використовуються для об'єктів автоматизації?
- амплітудно-частотна
 - фазо-частотна
 - амплітудно-фазова
 - частотна
 - динамічна
102. Які найбільш загальні форми зв'язку між вхідними та вихідними параметрами об'єкта?
- диференціальні рівняння
 - передаточна функція
 - перехідна характеристика
 - імпульсна характеристика
 - похідні від вихідного параметра
103. Який сигнал подається на вхід об'єкта при активній ідентифікації в частотній області?

- гармонічний
- прямокутна хвиля
- стрибкоподібний
- лінійний
- активний

104. Які умови необхідно задати при побудові моделей об'єктів з розподіленими параметрами в додатку pde-tool?

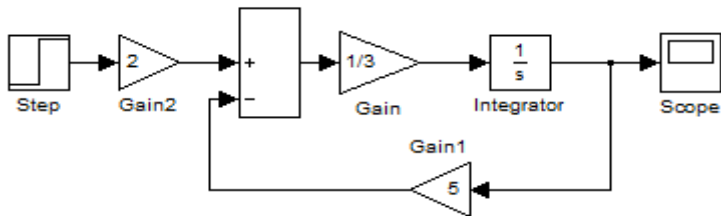
- граничні
- початкові
- вихідні
- Фішера
- обмежувальні

105. Які типи m-файлів є в мові Matlab?

- Script – файли
- файл – функції
- дельта – функції
- триангуальні
- візуальні

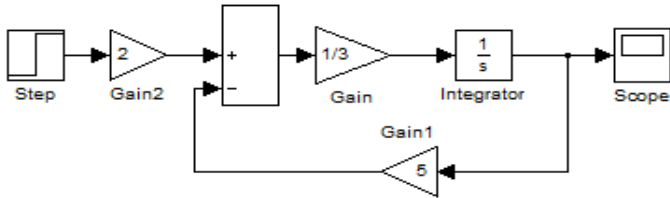
106. За моделлю Matlab визначте сталу часу T об'єкта, диференціальне рівняння якого має вигляд

$$T \frac{dy}{dt} + ay = kx$$

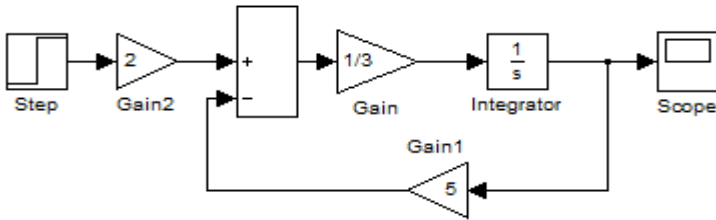


107. За моделлю Matlab визначте коефіцієнт підсилення k об'єкта, диференціальне рівняння якого має вигляд

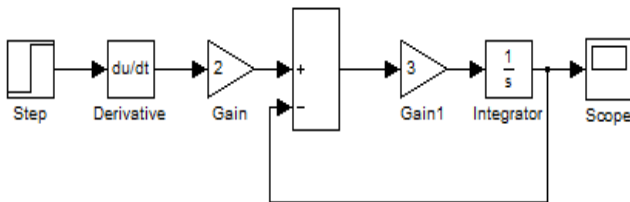
$$T \frac{dy}{dt} + ay = kx$$



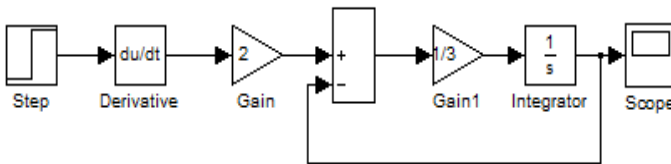
108. За моделлю Matlab визначте коефіцієнт a об'єкта, диференціальне рівняння якого має вигляд $T \frac{dy}{dt} + ay = kx$



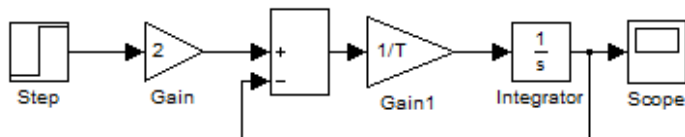
109. Для реальної диференціюючої ланки побудовано модель Matlab. Визначте коефіцієнт підсилення k об'єкта



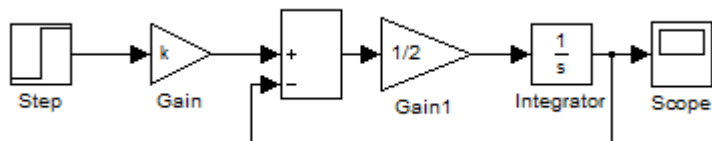
110. Для реальної диференціюючої ланки побудовано модель Matlab. Визначте визначте сталу часу T об'єкта



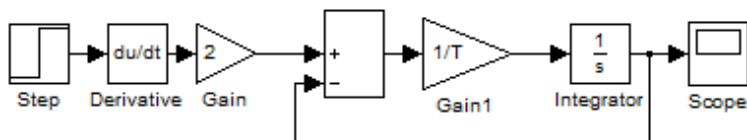
111. Для аперіодичної ланки, модель якої наведено на рисунку, визначте сталу часу T об'єкта, якщо відомо, що площа фігури S , обмежена лінією перехідної характеристики $h(t)$ та лінією абсцис рівна 6



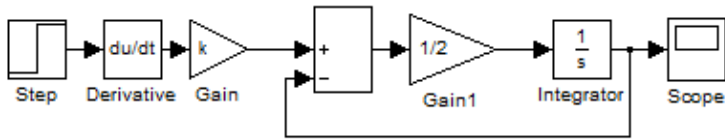
112. Для аперіодичної ланки, модель якої наведено на рисунку, визначте коефіцієнт підсилення k об'єкта, якщо відомо, що площа фігури S , обмежена лінією перехідної характеристики $h(t)$ та лінією абсцис рівна 8



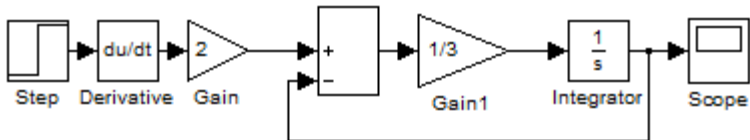
113. Для реальної диференціюючої ланки, модель якої наведено на рисунку, визначте сталу часу T об'єкта, якщо відомо, що площа фігури S , обмежена лінією перехідної характеристики $h(t)$ та лінією абсцис рівна 4



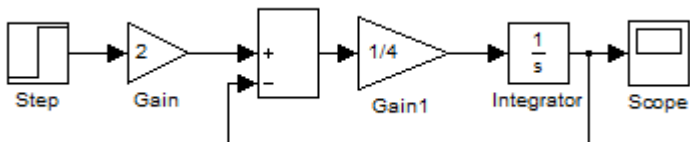
114. Для реальної диференціюючої ланки, модель якої наведено на рисунку, визначте коефіцієнт підсилення k об'єкта, якщо відомо, що площа фігури S , обмежена лінією перехідної характеристики $h(t)$ та лінією абсцис рівна 10



115. Для реальної диференціюючої ланки, модель якої наведено на рисунку, визначте площу фігури S , обмежену лінією перехідної характеристики $h(t)$ та лінією абсцис



116. Для аперіодичної ланки, модель якої наведено на рисунку, визначте площу фігури S , обмежену лінією перехідної характеристики $h(t)$ та лінією абсцис.



117. Для аперіодичної ланки 2-го порядку визначте коефіцієнт підсилення k об'єкта, якщо відомо, що площа фігури S , обмежена лінією перехідної характеристики $h(t)$ та прямою $h(t)=k$, рівна 8, а сталі часу $T_1 = T_2 = 2$.
118. Для аперіодичної ланки 2-го порядку визначте сталу часу T_1 , якщо відомо, що $T_1 = T_2$, коефіцієнт підсилення об'єкта $k=1$, площа фігури S , обмежена лінією перехідної характеристики $h(t)$ та прямою $h(t)=k$, рівна 4.
119. Які є методи та способи побудови моделей динамічних об'єктів в середовищі програми Matlab?

- метод пониження порядку похідної
- метод підвищення порядку похідної
- метод числового інтегрування диференціальних рівнянь
- використання редактора диференціальних рівнянь
- метод скінченних елементів

120.Що необхідно виділити із досліджуваного сигналу, в якості якого використовується прямокутна хвиля, при ідентифікації за активними експериментами в частотній області?

- першу гармоніку
- частоту
- швидкість
- якість
- коефіцієнти перехідної характеристики

121.В який ряд розкладається вхідний сигнал, в якості якого використовується прямокутна хвиля, при ідентифікації за активними експериментами в частотній області?

- ряд Фур'є
- ряд Фішера
- ряд Неймана
- ряд Коші
- ряд Найквіста

122.На які типи поділяються іспитові сигнали?

- аперіодичні
- періодичні
- синусоїдальні
- дискретні
- лінійні

123.Які методи використовуються для побудови моделей динамічних об'єктів з допомогою блоків Simulink програми MatLab?

- метод пониження порядку похідної
- метод підвищення порядку похідної

○ метод числового інтегрування диференціальних рівнянь

○ використання редактора диференціальних рівнянь

○ метод Фішера

124. Які форми зв'язку між вхідними та вихідними параметрами динамічного об'єкта?

○ диференціальні рівняння

○ передавальна функція

○ матриці стану

○ крива Фішеоа

○ лінія Найквіста

125. Які граничні умови підтримує додаток pdetool програми Matlab?

○ умови Діріхле

○ умови Неймана

○ вихідні умови

○ умови Фішера

○ обмежувальні умови

126. Який типовий іспитовий сигнал описується

залежністю: $x(t) = \begin{cases} 0, & t < 0, \\ A_x, & t > 0, \end{cases} ?$

○ ступінчата функція

○ імпульсна функція

○ прямокутний імпульс

○ дельта функція

○ прямокутна хвиля

127. Для чого використовується блок Product програми Matlab ?

○ множення вхідних сигналів

○ ділення вхідних сигналів

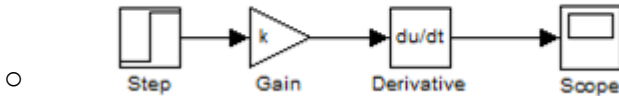
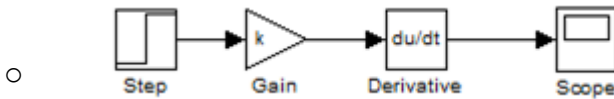
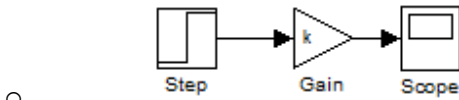
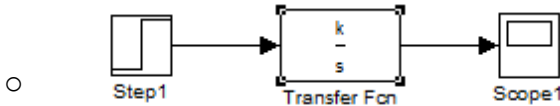
○ додавання вхідних сигналів

○ віднімання вхідних сигналів

○ піднесення до квадрату вхідних сигналів

128. Виберіть моделі, які можна побудувати за рівнянням

$$\frac{dy}{dt} = kx \text{ та його передавальною функцією?}$$



129. Які типи диференціальних рівнянь з розподіленими параметрами використовуються в додатку pdeTool програми Matlab?

- еліптичні
- параболічні
- гіперболічні
- рівняння для визначення власних значень еліптичного рівняння
- інтегральні

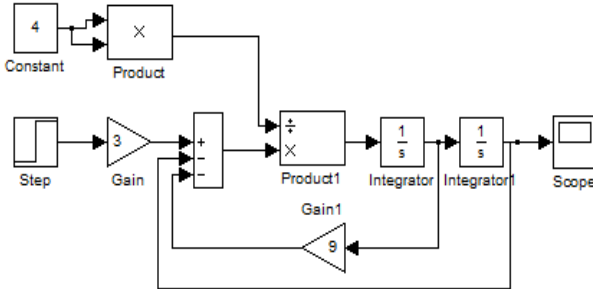
130. Які типи граничних умов підтримує додаток PdeTool програми Matlab?

- умови Діріхле
- умови Неймана

- умови Фішера
 - умови Найквіста
 - умови Фур'є
131. Які із пунктів є етапами розв'язання диференціальних рівнянь з розподіленими параметрами в додатку Pdetool програми Matlab?
- побудова області, в якій розв'язується рівняння
 - введення рівнянь в часткових похідних
 - визначення початкових і граничних умов
 - триангуляція області
 - введення параметрів
132. Для реальної диференціюючої ланки визначте коефіцієнт підсилення об'єкта k , якщо відомо, що стала часу $T=3$, а площа фігури S , обмежена лінією перехідної характеристики $h(t)$ та лінією абсцис рівна 6.
133. Для аперіодичної ланки визначте визначте сталу часу T об'єкта, якщо відомо, що коефіцієнт підсилення об'єкта $k=0.4$ а площа фігури S , обмежена лінією перехідної характеристики $h(t)$ та лінією абсцис рівна 1.6.
134. Для аперіодичної ланки визначте коефіцієнт підсилення об'єкта k , якщо відомо, що стала часу $T=0.3$, а площа фігури S , обмежена лінією перехідної характеристики $h(t)$ та лінією абсцис рівна 1.2.
135. Для реальної диференціюючої ланки визначте площу фігури S , обмежену лінією перехідної характеристики $h(t)$ та лінією абсцис, якщо відомо, що коефіцієнт підсилення об'єкта $k=1$, а стала часу $T=3$.
136. Для аперіодичної ланки визначте площу фігури S , обмежену лінією перехідної характеристики $h(t)$ та лінією абсцис, якщо відомо, що коефіцієнт підсилення об'єкта $k=0.5$, а стала часу $T=2$.
137. Для аперіодичної ланки 2-го порядку, модель якої наведено на рисунку, визначте визначте сталу часу T_3

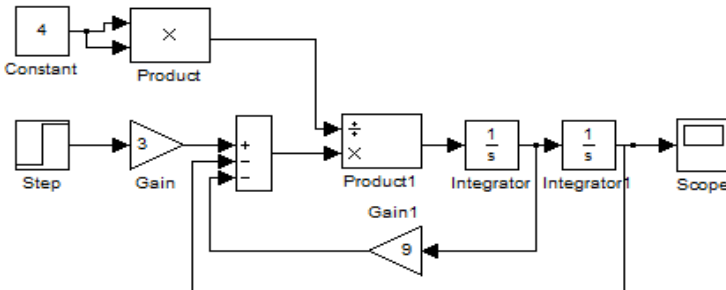
об'єкта, якщо диференціальне рівняння даної ланки має

$$\text{вигляд: } \frac{d^2 y}{dt^2} = \frac{1}{T_4^2} \left(kx - T_3 \frac{dy}{dt} - y \right)$$



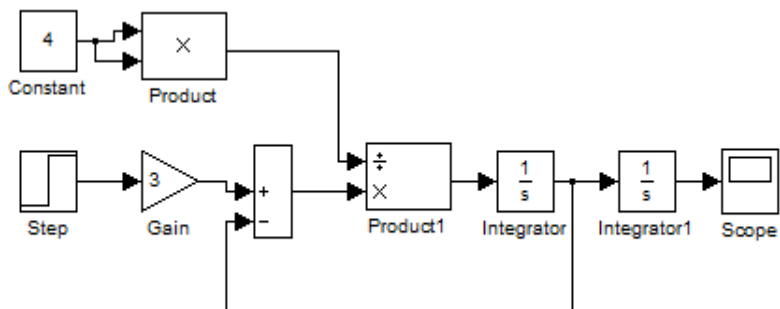
138. Для аперіодичної ланки 2-го порядку, модель якої наведено на рисунку, визначте визначте сталу часу T_4 об'єкта, якщо диференціальне рівняння даної ланки має

$$\text{вигляд: } \frac{d^2 y}{dt^2} = \frac{1}{T_4^2} \left(kx - T_3 \frac{dy}{dt} - y \right)$$



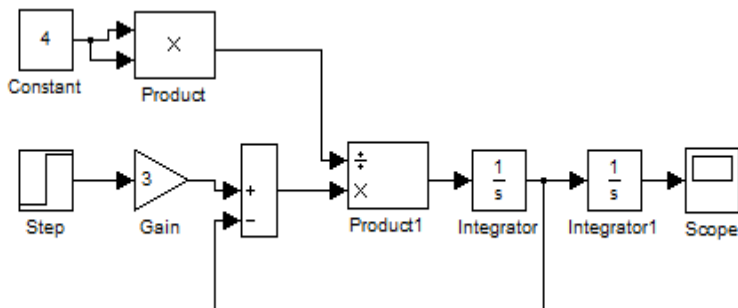
139. Для консервативної ланки, модель якої наведено на рисунку, визначте визначте сталу часу T_2 об'єкта, якщо диференціальне рівняння даної ланки має вигляд:

$$T_2^2 \frac{d^2 y}{dt^2} + y = kx$$



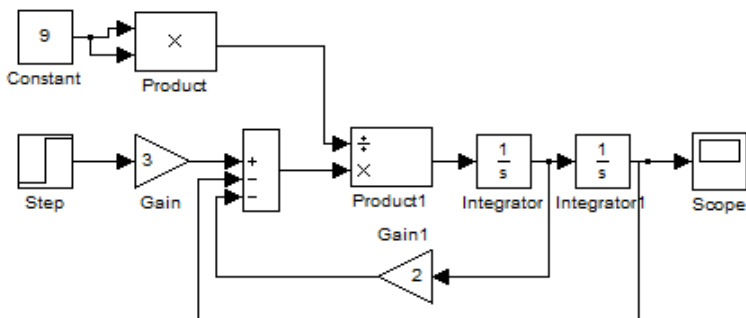
140. Для консервативної ланки, модель якої наведено на рисунку, визначте коефіцієнт підсилення k об'єкта, якщо диференціальне рівняння даної ланки має вигляд:

$$T_2^2 \frac{d^2 y}{dt^2} + y = kx$$



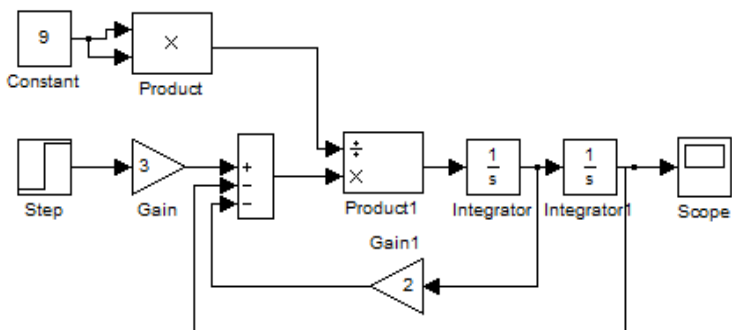
141. Для коливної ланки, модель якої наведено на рисунку, визначте визначте сталу часу T_1 об'єкта, якщо диференціальне рівняння даної ланки має вигляд:

$$\frac{d^2 y}{dt^2} = \frac{1}{T_2^2} \left(kx - T_1 \frac{dy}{dt} - y \right)$$



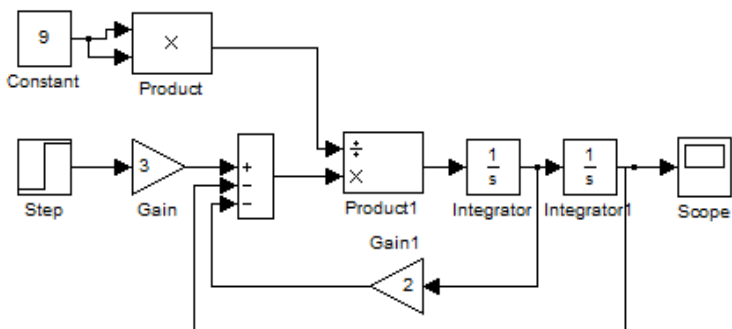
142. Для коливної ланки, модель якої наведено на рисунку, визначте визначте сталу часу T_2 об'єкта, якщо диференціальне рівняння даної ланки має вигляд:

$$\frac{d^2 y}{dt^2} = \frac{1}{T_2^2} \left(kx - T_1 \frac{dy}{dt} - y \right)$$



143. Для коливної ланки, модель якої наведено на рисунку, визначте визначте коефіцієнт підсилення k об'єкта, якщо диференціальне рівняння даної ланки має вигляд:

$$\frac{d^2 y}{dt^2} = \frac{1}{T_2^2} \left(kx - T_1 \frac{dy}{dt} - y \right)$$



144. Як називаються моделі, якщо структура і властивості оператора не змінюються з часом?

- стаціонарними
- нестаціонарними
- дискретними
- диференціальними
- інтегральними

145. Як називаються моделі, якщо структура і властивості оператора змінюються з часом?

- стаціонарними
- нестаціонарними
- дискретними
- диференціальними
- інтегральними

146. Який коефіцієнт характеризує інтенсивність теплообміну між потоками?

- коефіцієнт теплопередачі
- поточний коефіцієнт
- коефіцієнт Фішера
- коефіцієнт Найквіста
- коефіцієнт масообміну

147.Що являє собою процес моделювання?

- вивчення властивостей об'єкта шляхом аналізу аналогічних властивостей його моделі
- побудову факторного експеримента
- лінеаризацію об'єкта
- процес побудови лінійного простору
- процес побудови нелінійного простору

148.Який блок Matlab використовується для знаходження первісної вхідної величини ?

- Integrator
- Derivative
- Scope
- Ode23
- Polyval

149.Які моделі об'єктів автоматизації називаються моделями із зосередженими параметрами?

- моделі, що описують технологічний процес, основні параметри якого змінюються в просторі і часі
- моделі, що описують технологічний процес, основні параметри якого не змінюються в просторі , а тільки у часі
- моделі, параметри яких є керуючими
- моделі , в яких відсутні вихідні параметри
- моделі, в яких є лише вихідні параметри

150.Які моделі об'єктів автоматизації називаються моделями із розподіленими параметрами?

- моделі, що описують технологічний процес, основні параметри якого змінюються в просторі і часі
- моделі, що описують технологічний процес, основні параметри якого не змінюються в просторі і часі
- моделі, параметри яких є керуючими
- моделі , в яких відсутні вихідні параметри
- моделі, в яких є лише вихідні параметри

Предметний покажчик

А

Апроксимація – 18, 66, 68, 74

Амплітудно – фазова характеристика – 17, 18, 66, 83

Амплітудно – частотна характеристика – 17, 18, 66, 72

Аперіодична ланка – 27, 34, 36, 39, 44, 75, 84

Аперіодичний сигнал – 11

Д

Динамічний об'єкт – 9, 17, 22

Динамічні характеристики – 6, 125

Е

Емпірична лінія регресії – 66

І

Ідентифікація – 3, 27, 37, 47, 73

Імпульсна характеристика – 17

Інтегруюча ланка – 27

К

Коефіцієнт передачі – 28, 31, 33, 35, 38, 74

Коефіцієнти тепловіддачі – 100, 101

Коефіцієнт теплопередачі – 100, 101, 105, 140

Крива розгону – 27

Л

Лінія регресії – 66

М

Метод пониження порядку похідної – 19, 35, 43, 106

Моделювання – 5, 7, 22, 27, 37, 78, 85, 99, 104

О

Охолоджувальна рідина – 111, 121

П

Періодичний сигнал – 11, 15

Передаточна функція – 18, 27, 54, 64, 78, 127, 141

Перехідна характеристика – 17, 56

С

Стала часу – 33, 35, 38

Ступінчата функція – 11, 12

Ступінчатий сигнал – 17

Т

Теплообмін – 99, 100

Теплообмінник – 103, 105, 111, 117, 120

Типові іспитові сигнали – 11

Тріангуляція – 87, 95

Ф

Фазо-частотна характеристика – 17, 18, 63

Ч

Часові характеристики – 17

Частотні характеристики – 63

Х

Холодоагент – 99, 111, 116, 138

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Бессонов А. А. Методы и средства идентификации динамических объектов. Л. : Энергоатомиздат, 1989. 279 с.
2. Биркгоф Дж. Д. Динамические системы. 2002. 406 с.
3. Васильев Г. П. Теплохладоснабжение зданий и сооружений с использованием низкопотенциальной тепловой энергией поверхностных слоёв земли. М. : Издательский дом «Граница», 2006. 176 с.
4. Герман–Галкин С. Г. Компьютерное моделирование полупроводниковых систем в Matlab 6.0. СПб. : Корона принт. 2001. 320 с.
5. Гулятьев А. К. Имитационное моделирование в среде Windows. СПб. : Корона принт, 2001. 400с.
6. Д. Гроп Методы идентификации систем. М. : Мир, 1979. 302 с.
7. Дивак М. П., Порплиця Н. П., Масляк Ю. Б., Пукас А. В., Мельник А. М. Метод ідентифікації моделей об'єктів із розподіленими параметрами з просторово розподіленим керуванням на основі аналізу інтервалів даних. *Радіоелектроніка, інформатика, управління*. Запоріжжя, 2017. № 2 (41). С. 150–159.
8. Джон Г. Метьюз, Куртин Д. Финк. Численные методы. Использование MatLab. 3–е издание / пер. с англ. М. : Издательский дом «Вільямс», 2001. – 720с.
9. Дубовой В. М. Ідентифікація та моделювання технологічних об'єктів і систем керування : навч. посіб. Вінниця : ВНТУ, 2012. 308 с.
10. Эйкхофф П. Основы идентификации систем управления. М. : Мир, 1975. 531 с.
11. Жученко А. І., Кваско М. З., Кубрак Н. А. Ідентифікація динамічних характеристик. Комп'ютерні методи. К. : ВПОЛ, 2000. 182 с.

12. Заболотский В. П., Оводенко А. А., Степанов А. Г. Математические модели в управлении : учеб. пособ. СПб. : Изд-во СПбГУАП, 2001. 196 с.
13. Коддингтон Э. А., Левинсон Н. Теория обыкновенных дифференциальных уравнений / пер. с англ. Изд. 2. 2007. 472 с.
14. Коваль А. В. Ідентифікація та моделювання технологічних об'єктів : навч. посіб. Житомир : ЖДТУ, 2018. 133 с.
15. Лазарев Ю. MatLab 5.x. К. : ВНУ, 2000. 383 с.
16. Лазарев Ю. Моделирование процессов и систем в Matlab : учебный курс. СПб. : Питер, 2005. 512 с.
17. Льюнг Л. Идентификация систем. Теория для пользователей / под ред. Я. З. Цыпкина, Л. Льюнг ; пер. с англ. М. : Наука, гл. ред. физ.-мат. лит., 1991. 432 с.
18. Матвійчук Я. М. Математичне макромодельовання динамічних систем: теорія і практика. Л. : Вид-во ЛНУ, 2000. 214 с.
19. Павленко І. В., Симоновський В. І. Методи ідентифікації параметрів математичних моделей коливальних процесів : монографія. Суми : Сумський державний університет, 2020. 145 с.
20. Мирошник И. В. Теория автоматического управления. Линейные системы. СПб. : Питер, 2005. 336 с.
21. Моделювання електромеханічних систем / Чорний О. П., Луговой А. В., Родькін Д. Й. та ін. Кременчук, 2001. 376 с. 145 с.
22. Мокін Б. І., Мокін В. Б., Мокін О. Б. Математичні методи ідентифікації електромеханічних процесів : навч. посіб. Вінниця : Універсум, 2005. 300 с.
23. Мокін Б. І., Мокін В. Б. Математичні методи ідентифікації електромеханічних процесів. Частина І. Ідентифікація електромеханічних процесів в лінійних детермінованих системах з зосередженими

- параметрами : навч. посіб. Вінниця : «УНІВЕРСУМ-Вінниця», 1998. 153 с. ISBN 966-7199-30-4.
24. Мокін Б. І., Мокін В. Б. Математичні методи ідентифікації електромеханічних процесів. Частина II. Ідентифікація електромеханічних процесів в лінійних стохастичних системах із зосередженими параметрами : навч. посіб. Вінниця : «УНІВЕРСУМ-Вінниця», 1999. 99 с. ISBN 966-7199-63-0.
 25. Мокін Б. І., Мокін О. Б. Оптимізація електроприводів : навч. посіб. Вінниця : «УНІВЕРСУМ-Вінниця», 2004. 250 с. ISBN 966- 641-074-5.
 26. Новгородцев А. Расчет электрических цепей в Matlab : учебный курс. СПб. : Питер, 2004. 250 с.
 27. Островерхов М. Я., Пижов В. М. Моделювання електромеханічних систем в “Simulink”. Київ : ВД Стилос, 2008. 527 с.
 28. Попович М. Г., Ковальчук О. В. Теорія автоматичного керування : підручник. К. : Либідь, 2007. 656 с.
 29. Пырков В. В. Современные тепловые пункты. Автоматика и регулирование. К. : П ДП «Такі справи», 2008. 252 с.
 30. Рыжиков Ю. И. Имитационное моделирование. Теория и технология. СПб. : КОРОНА принт.; М. : Альтекс-А, 2004. 384 с.
 31. Симоновський В. І. Оцінювання коефіцієнтів математичних моделей за експериментальними даними. Теорія і практика : навч. посіб. Суми : Сумський державний університет, 2015. 120 с.
 32. Томашевський В. М. Моделювання систем. К. : Видавнича група ВНУ, 2005. 352 с.
 33. Томашевський В. М., Данова О. Г., Жлдаков О. О. Вирішення практичних завдань методами комп'ютерного моделювання. К. : Корнійчук, 2001. 267 с.

34. Теорія і практика ідентифікації об'єктів управління : монографія / І. Л. Левчук, Г. І. Манко, В. Я. Тришкін, В. І. Корсун. Дніпро : ДВНЗ УДХТУ, 2019. 203 с.
35. Черноруцкий И. Г. Методы оптимизации в теории управления : учеб. пособ. СПб. : Питер, 2004. 256 с.
36. Шаповаленко В. А. Курсова робота з дисципліни «Ідентифікація та моделювання технологічних процесів» : метод. посіб. Одеса : ВЦ ОНАЗ, 2010. 30 с.
37. Matus S., Sydoruk B., Naumchuk O. Modelling of Condenser Circuit of the Geothermal Heat Pump. In: Nechyporuk M., Pavlikov V., Kritskiy D. (eds). *Integrated Computer Technologies in Mechanical Engineering ICTM. 2020. Lecture Notes in Networks and Systems. 2020. Vol 188. Pp. 508–518.*
38. Michael A Johnson, Mohammad H. Moradi. *New Identification and Design Methods.* Springer, 2005. 543 p.

Навчальне видання

*Сидорчук Богдан Петрович
Наумчук Олександр Миколайович
Матус Світлана Костянтинівна*

ІДЕНТИФІКАЦІЯ ТА МОДЕЛЮВАННЯ
ЧАСТИНА II. ІДЕНТИФІКАЦІЯ ТА МОДЕЛЮВАННЯ
ТЕХНОЛОГІЧНИХ О'Б'ЄКТІВ ЗА МЕТОДАМИ
КОМП'ЮТЕРНОГО МОДЕЛЮВАННЯ

Навчальний посібник

Друкується в авторській редакції

Технічний редактор Галина Сімчук

*Видавець і виготовлювач
Національний університет
водного господарства та природокористування
вул. Соборна, 11, м. Рівне, 33028.*

*Свідоцтво про внесення суб'єкта видавничої справи до
державного реєстру видавців, виготівників і розповсюджувачів
видавничої продукції РВ № 31 від 20.04.2005 р.*