

Міністерство освіти і науки України
Національний університет водного господарства та
природокористування

Навчально-науковий механічний інститут
Кафедра будівельних, дорожніх та меліоративних машин

02-01-546М

РОЗРАХУНКОВИЙ ПРАКТИКУМ

з навчальної дисципліни

«Динаміка робочих процесів машин та обладнання»

для здобувачів вищої освіти другого (магістерського) рівня

за освітньо-професійною програмою

«Інжиніринг машин і обладнання»

спеціальності 133 «Галузеве машинобудування»

денної та заочної форм навчання

Рекомендовано
науково-методичною радою
з якості ННМІ
Протокол № 1 від 26.09.2023 р.

Рівне – 2023

Розрахунковий практикум з навчальної дисципліни «Динаміка робочих процесів машин та обладнання» для здобувачів вищої освіти другого (магістерського) рівня за освітньо-професійною програмою «Інжиніринг машин і обладнання» спеціальності 133 «Галузеве машинобудування» денної та заочної форм навчання. [Електронне видання] / Науменко Ю. В. – Рівне : НУВГП, 2023. – 42 с.

Укладач: Науменко Ю. В., д.т.н., доцент, професор кафедри будівельних, дорожніх та меліоративних машин.

Відповідальний за випуск: Тхорук Є. І., к.т.н., доцент, в. о. завідувача кафедри будівельних, дорожніх та меліоративних машин.

Керівник групи забезпечення спеціальності 133 «Галузеве машинобудування» Кравець С. В.

Зміст

Розрахункова схема	3
Розрахункова робота 1. Визначення параметрів вільних коливань машини без урахування сил опору.....	5
Розрахункова робота 2. Визначення параметрів вільних коливань машини з урахуванням сил опору (загасальні коливання).....	14
Розрахункова робота 3. Визначення параметрів вимушених коливань.....	26

© Ю. В. Науменко, 2023

© НУВГП, 2023

Розрахункова схема

Машинна динамічна система (рис. 1) з одним ступенем вільності та ідеальними і утримуючими в'язями містить матеріальні тіла 1-3 і 6, пружину та демпфер β .

Тіло 1 може здійснювати поступальний рух уздовж вертикалі, тіло 2 – обертвий рух навколо осі O_1 , тіло 3 – плоскопаралельний рух, тіло 6 – обертвий рух навколо осі O .

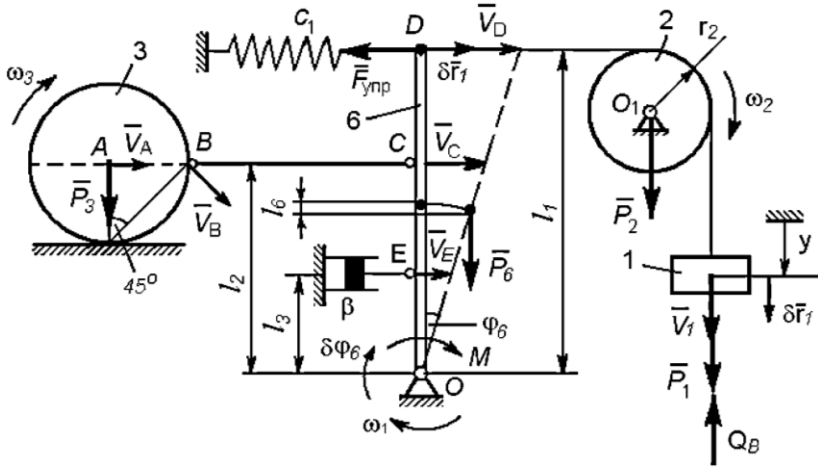


Рис. 1. Розрахункова схема коливної машинної динамічної системи з одним ступенем вільності.

Динамічну систему було виведено з положення рівноваги при переміщенні тіла 1. Однією узагальненою координатою системи є координата тіла 1 $y=y(t)$, що відраховується від рівноважного положення.

На схемі динамічної системи показано лінійні швидкості характерних точок $\vec{V}_1, \vec{V}_A, \vec{V}_B, \vec{V}_C, \vec{V}_D, \vec{V}_E$ та кутові швидкості тіл ω_1, ω_2 і ω_3 .

Вихідними даними для розрахунку є параметри динамічної системи: маси тіл m_1, m_2, m_3 та m_6 ; лінійні розміри l_1, l_2 та l_3 ; коефіцієнт жорсткості пружини c_1 ; логарифмічний декремент загасання A ; амплітуда M_0 та частота ρ_{II} збурюючого моменту; початкові умови (параметри переміщення тіла 1 у початковий момент часу) y_0 та \dot{y}_0 .

Таблиця 1

Варіанти вихідних даних
для виконання розрахункових робіт 1-3

Варіант	m_1	m_2	m_3	m_6	l_1	l_2	l_3	c_1	A	M_0	p_{II}	y_0	\bar{y}_0
	кг				м			Н/м	-	Нм	с ⁻¹	м	м/с
1	1	2	3	5	0,7	0,2	0,1	200	0,8	1	1,6	0,01	0,2
2	1	2	3	6	0,8	0,2	0,1	250	0,9	2	1,7	0,02	0,3
3	1	2	3	6	0,9	0,2	0,1	300	1	3	1,8	0,03	0,4
4	1	2	4	5	1	0,2	0,1	350	1,1	4	1,9	0,04	0,5
5	1	2	4	5	1,1	0,2	0,1	400	1,2	1	2	0,05	0,6
6	1	2	4	6	1,2	0,2	0,1	450	1,3	2	2,1	0,01	0,7
7	1	2	4	6	0,7	0,3	0,15	200	1,4	3	2,2	0,02	0,8
8	1	3	3	5	0,8	0,3	0,15	250	1,5	4	2,3	0,03	0,9
9	1	3	3	5	0,9	0,3	0,15	300	1,6	1	2,4	0,04	1
10	1	3	3	6	1	0,3	0,15	350	1,7	2	2,5	0,05	0,2
11	1	3	3	6	1,1	0,3	0,15	400	1,8	3	2,6	0,01	0,3
12	1	3	4	5	1,2	0,3	0,15	450	1,9	4	2,7	0,02	0,4
13	1	3	4	5	0,7	0,4	0,2	200	2	1	2,8	0,03	0,5
14	1	3	4	6	0,8	0,4	0,2	250	2,1	2	2,9	0,04	0,6
15	1	3	4	6	0,9	0,4	0,2	300	2,2	3	3	0,05	0,7
16	2	2	3	5	1	0,4	0,2	350	0,8	4	3,1	0,01	0,8
17	2	2	3	5	1,1	0,4	0,2	400	0,9	1	3,2	0,02	0,9
18	2	2	3	6	1,2	0,4	0,2	450	1	2	3,3	0,03	1
19	2	2	3	6	0,7	0,5	0,25	200	1,1	3	3,4	0,04	0,2
20	2	2	4	5	0,8	0,5	0,25	250	1,2	4	3,5	0,05	0,3
21	2	2	4	5	0,9	0,5	0,25	300	1,3	1	3,6	0,01	0,4
22	2	2	4	6	1	0,5	0,25	350	1,4	2	3,7	0,02	0,5
23	2	3	3	5	1,1	0,5	0,25	400	1,5	3	3,8	0,03	0,6
24	2	3	3	5	1,2	0,5	0,25	450	1,6	4	3,9	0,04	0,7
25	2	3	3	6	0,7	0,6	0,3	200	1,7	1	4	0,05	0,8
26	2	3	3	6	0,8	0,6	0,3	250	1,8	2	4,1	0,01	0,9
27	2	3	4	5	0,9	0,6	0,3	300	1,9	3	4,2	0,02	1
28	2	3	4	5	1	0,6	0,3	350	2	4	4,3	0,03	0,2
29	2	3	4	6	1,1	0,6	0,3	400	2,1	1	4,4	0,04	0,3
30	2	3	4	6	1,2	0,6	0,3	450	2,2	2	4,5	0,05	0,4

Розрахункова робота 1

ВИЗНАЧЕННЯ ПАРАМЕТРІВ ВІЛЬНИХ КОЛИВАНЬ МАШИНИ БЕЗ УРАХУВАННЯ СИЛ ОПОРУ

Мета роботи:

1. Визначити рівняння вільних коливань машинної динамічної системи із одним ступенем вільності навколо стійкого положення рівноваги.
2. Побудувати графік вільних коливань системи.

1.1. Вихідні дані

Для умови розрахункової роботи 1, у якій не враховуються сили опору та збурюючі сили, відключеними вважаються демпфер β та збурюючий момент M .

Вважається, що машинна динамічна система здійснює вільні коливання (рис. 2).

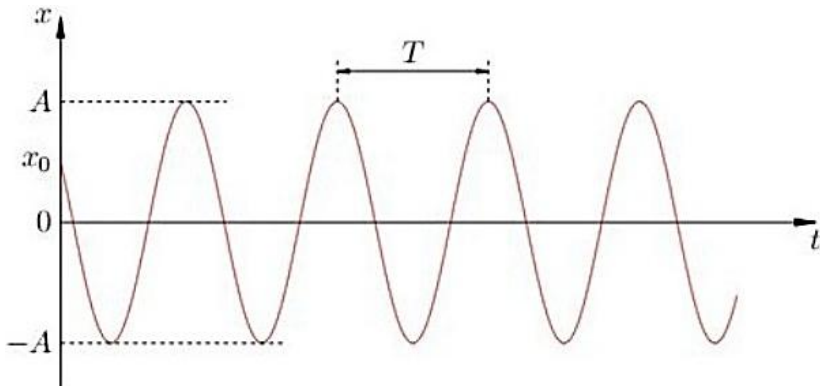


Рис. 2. Графік вільних коливань динамічної системи з одним ступенем вільності.

1.2. Порядок виконання роботи 1

1. Вибрати за варіантом з табл. 1 вихідні дані роботи: маси тіл m_1 , m_2 , m_3 та m_6 ; лінійні розміри l_1 та l_2 ; коефіцієнт жорсткості пружини c_1 ; початкові умови (параметри переміщення тіла 1 у початковий момент часу) y_0 та \dot{y}_0 .

2. Визначити узагальнений коефіцієнт інерції динамічної системи a , кг:

$$a = m_1 + \frac{1}{2}m_2 + \frac{1}{3}m_6 + \frac{3}{2}m_3 \left(\frac{l_2}{l_1}\right)^2.$$

3. Визначити статичну деформацію пружини $\lambda_{ст}$, м:

$$\lambda_{ст} = \frac{m_1 g}{c_1}.$$

4. Визначити узагальнений коефіцієнт жорсткості системи c , Н/м:

$$c = c_1 + \frac{m_6 g}{2l_1}.$$

5. Визначити колову частоту вільних коливань k , c^{-1} :

$$k = \sqrt{\frac{c}{a}}.$$

6. Визначити період коливань T , с:

$$T = \frac{2\pi}{k}.$$

7. Визначити амплітуду коливань A , м:

$$A = \sqrt{y_0^2 + \frac{\dot{y}_0^2}{k^2}}.$$

8. Визначити кутовий зсув фази коливань γ , рад.:

$$\gamma = \arctg\left(\frac{ky_0}{\dot{y}_0}\right).$$

9. Записати рівняння вільних коливань динамічної системи, м:

$$y = A \sin(kt + \gamma).$$

10. Визначити масштаб переміщення графіка коливань μ_A , м/мм:

$$\mu_A = \frac{A}{60}.$$

11. Визначити довжину відрізка на осі переміщень y для початкового моменту часу ($t=0$) \bar{y}_0 , мм:

$$\bar{y}_0 = \frac{y_0}{\mu_A}.$$

12. Визначити довжину відрізка на осі переміщень y для амплітуди коливань \bar{A} , мм:

$$\bar{A} = \frac{A}{\mu_A} = 60 \text{ мм}.$$

13. Визначити часовий зсув фази коливань t_0 , с:

$$t_0 = \frac{\gamma}{k}.$$

14. Визначити масштаб часу графіка коливань μ_t , с/мм:

$$\mu_t = \frac{T}{100}.$$

15. Визначити момент часу t_1 , с:

$$t_1 = \frac{T}{4} - t_0.$$

16. Визначити момент часу t_2 , с:

$$t_2 = \frac{T}{2} - t_0.$$

17. Визначити момент часу t_3 , с:

$$t_3 = \frac{3T}{4} - t_0.$$

18. Визначити момент часу t_4 , с:

$$t_4 = T - t_0.$$

19. Визначити момент часу t_5 , с:

$$t_5 = \frac{5T}{4} - t_0.$$

20. Визначити момент часу t_6 , с:

$$t_6 = \frac{3T}{2} - t_0.$$

21. Визначити момент часу t_7 , с:

$$t_7 = \frac{7T}{4} - t_0.$$

22. Визначити момент часу t_8 , с:

$$t_8 = 2T - t_0.$$

23. Визначити момент часу t_9 , с:

$$t_9 = 2T.$$

24. Визначити довжину відрізка на осі часу t для моменту часу (t_1) \bar{t}_1 , мм:

$$\bar{t}_1 = \frac{t_1}{\mu_t}.$$

25. Визначити довжину відрізка на осі часу t для моменту часу (t_2) \bar{t}_2 , мм:

$$\bar{t}_2 = \frac{t_2}{\mu_t}.$$

26. Визначити довжину відрізка на осі часу t для моменту часу (t_3) \bar{t}_3 , мм:

$$\bar{t}_3 = \frac{t_3}{\mu_t}.$$

27. Визначити довжину відрізка на осі часу t для моменту часу (t_4) \bar{t}_4 , мм:

$$\bar{t}_4 = \frac{t_4}{\mu_t}.$$

28. Визначити довжину відрізка на осі часу t для моменту часу (t_5) \bar{t}_5 , мм:

$$\bar{t}_5 = \frac{t_5}{\mu_t}.$$

29. Визначити довжину відрізка на осі часу t для моменту часу (t_6) \bar{t}_6 , мм:

$$\bar{t}_6 = \frac{t_6}{\mu_t}.$$

30. Визначити довжину відрізка на осі часу t для моменту часу (t_7) \bar{t}_7 , мм:

$$\bar{t}_7 = \frac{t_7}{\mu_t}.$$

31. Визначити довжину відрізка на осі часу t для моменту часу (t_8) \bar{t}_8 , мм:

$$\bar{t}_8 = \frac{t_8}{\mu_t}$$

32. Визначити довжину відрізка на осі часу t для моменту часу (t_9) \bar{t}_9 , мм:

$$\bar{t}_9 = \frac{t_9}{\mu_t} = 200 \text{ мм.}$$

33. Скласти таблицю параметрів коливань у i та t та координат (\bar{y} і \bar{t}) у масштабах для 10 точок графіка ($0-t_9$):

Таблиця 2

Таблиця параметрів коливань та координат точок графіку

№	позначення точки побудови	параметри коливань		координати точок графіку коливань	
		t	y	\bar{t}	\bar{y}
		с	м	мм	
1	0	0	y_0 (вихідні дані)	0	\bar{y}_0 (п. 11)
2	t_1	t_1 (п. 15)	A (п. 7)	\bar{t}_1 (п. 24)	60 (п. 12)
3	t_2	t_2 (п. 16)	0	\bar{t}_2 (п. 25)	0
4	t_3	t_3 (п. 17)	$-A$ (п. 7)	\bar{t}_3 (п. 26)	-60 (п. 12)
5	t_4	t_4 (п. 18)	0	\bar{t}_4 (п. 27)	0
6	t_5	t_5 (п. 19)	A (п. 7)	\bar{t}_5 (п. 28)	60 (п. 12)
7	t_6	t_6 (п. 20)	0	\bar{t}_6 (п. 29)	0
8	t_7	t_7 (п. 21)	$-A$ (п. 7)	\bar{t}_7 (п. 30)	-60 (п. 12)
9	t_8	t_8 (п. 22)	0	\bar{t}_8 (п. 31)	0
10	t_9	t_9 (п. 23)	y_0 (вихідні дані)	200 (п. 32)	\bar{y}_0 (п. 11)

34. Побудувати в координатах y та t (\bar{y} та \bar{t}) у масштабах 10 точок за даними табл. 2. Обвести точки плавною кривою та отримати графік двох періодів вільних коливань системи.

1.3. Приклад виконання роботи 1

Розрахункова робота 1

ВИЗНАЧЕННЯ ПАРАМЕТРІВ ВІЛЬНИХ КОЛИВАНЬ МАШИНИ БЕЗ УРАХУВАННЯ СИЛ ОПОРУ

1. Вихідні дані роботи: маси тіл $m_1=2$ кг, $m_2=2$ кг, $m_3=3$ кг та $m_6=6$ кг; лінійні розміри $l_1=0,6$ м та $l_2=0,4$ м; коефіцієнт жорсткості пружини $c_1=400$ Н/м; початкові умови (параметри переміщення тіла 1 у початковий момент часу) $y_0=0,02$ м та $\dot{y}_0=0,2$ м/с.

2. Узагальнений коефіцієнт інерції динамічної системи:

$$a = m_1 + \frac{1}{2}m_2 + \frac{1}{3}m_6 + \frac{3}{2}m_3 \left(\frac{l_2}{l_1}\right)^2 =$$
$$= 2 + \frac{1}{2} \cdot 2 + \frac{1}{3} \cdot 6 + \frac{3}{2} \cdot 3 \cdot \left(\frac{0,4}{0,6}\right)^2 = 7,00 \text{ кг.}$$

3. Статична деформація пружини:

$$\lambda_{\text{ст}} = \frac{m_1 g}{c_1} = \frac{2 \cdot 9,81}{400} = 0,0491 \text{ м.}$$

4. Узагальнений коефіцієнт жорсткості системи:

$$c = c_1 + \frac{m_6 g}{2l_1} = 400 - \frac{6 \cdot 9,81}{2 \cdot 0,6} = 351 \text{ Н.}$$

5. Колова частота вільних коливань:

$$k = \sqrt{\frac{c}{a}} = \sqrt{\frac{351}{7}} = 7,08 \text{ с}^{-1}.$$

6. Період коливань:

$$T = \frac{2\pi}{k} = \frac{2 \cdot 3,14}{7,08} = 0,887 \text{ с.}$$

7. Амплітуда коливань:

$$A = \sqrt{y_0^2 + \frac{\dot{y}_0^2}{k^2}} = \sqrt{0,02^2 + \frac{0,2^2}{7,08^2}} = 0,0346 \text{ м.}$$

8. Кутовий зсув фази коливань:

$$\gamma = \arctg\left(\frac{ky_0}{\dot{y}_0}\right) = \arctg\left(\frac{7,08 \cdot 0,02}{0,2}\right) = 0,616 \text{ рад.}$$

9. Рівняння вільних коливань динамічної системи:

$$y = A \sin(kt + \gamma) = 0,0346 \cdot \sin(7,08 \cdot t + 0,616) \text{ м.}$$

10. Масштаб переміщення графіка коливань:

$$\mu_A = \frac{A}{60} = \frac{0,0346}{60} = 0,000577 \text{ м/мм.}$$

11. Довжина відрізка на осі переміщень у для початкового моменту часу ($t=0$):

$$\bar{y}_0 = \frac{y_0}{\mu_A} = \frac{0,02}{0,000577} = 34,7 \approx 35 \text{ мм.}$$

12. Довжина відрізка на осі переміщень у для амплітуди коливань:

$$\bar{A} = \frac{A}{\mu_A} = \frac{0,0346}{0,000577} = 60 \text{ мм.}$$

13. Часовий зсув фази коливань:

$$t_0 = \frac{\gamma}{k} = \frac{0,615}{7,08} = 0,087 \text{ с.}$$

14. Масштаб часу графіка коливань:

$$\mu_t = \frac{T}{100} = \frac{0,887}{100} = 0,00887 \text{ с/мм.}$$

15. Момент часу 1:

$$t_1 = \frac{T}{4} - t_0 = \frac{0,887}{4} - 0,087 = 0,135 \text{ с.}$$

16. Момент часу 2:

$$t_2 = \frac{T}{2} - t_0 = \frac{0,887}{2} - 0,087 = 0,357 \text{ с.}$$

17. Момент часу 3:

$$t_3 = \frac{3T}{4} - t_0 = \frac{3 \cdot 0,887}{4} - 0,087 = 0,578 \text{ с.}$$

18. Момент часу 4:

$$t_4 = T - t_0 = 0,887 - 0,087 = 0,8 \text{ с.}$$

19. Момент часу 5:

$$t_5 = \frac{5T}{4} - t_0 = \frac{5 \cdot 0,887}{4} - 0,087 = 1,022 \text{ с.}$$

20. Момент часу 6:

$$t_6 = \frac{3T}{2} - t_0 = \frac{3 \cdot 0,887}{2} - 0,087 = 1,244 \text{ с.}$$

21. Момент часу 7:

$$t_7 = \frac{7T}{4} - t_0 = \frac{7 \cdot 0,887}{4} - 0,087 = 1,465 \text{ с.}$$

22. Момент часу 8:

$$t_8 = 2T - t_0 = 2 \cdot 0,887 - 0,087 = 1,687 \text{ с.}$$

23. Момент часу 9:

$$t_9 = 2T = 2 \cdot 0,887 = 1,774 \text{ с.}$$

24. Довжина відрізка на осі часу t для моменту часу t_1 :

$$\bar{t}_1 = \frac{t_1}{\mu_t} = \frac{0,135}{0,00887} = 15,2 \approx 15 \text{ мм.}$$

25. Довжина відрізка на осі часу t для моменту часу t_2 :

$$\bar{t}_2 = \frac{t_2}{\mu_t} = \frac{0,357}{0,00877} = 40,2 \approx 40 \text{ мм.}$$

26. Довжина відрізка на осі часу t для моменту часу t_3 :

$$\bar{t}_3 = \frac{t_3}{\mu_t} = \frac{0,578}{0,00877} = 65,2 \approx 65 \text{ мм.}$$

27. Довжина відрізка на осі часу t для моменту часу t_4 :

$$\bar{t}_4 = \frac{t_4}{\mu_t} = \frac{0,8}{0,00877} = 90,2 \approx 90 \text{ мм.}$$

28. Довжина відрізка на осі часу t для моменту часу t_5 :

$$\bar{t}_5 = \frac{t_5}{\mu_t} = \frac{1,022}{0,00877} = 115,2 \approx 115 \text{ мм.}$$

29. Довжина відрізка на осі часу t для моменту часу t_6 :

$$\bar{t}_6 = \frac{t_6}{\mu_t} = \frac{1,244}{0,00877} = 140,2 \approx 140 \text{ мм.}$$

30. Довжина відрізка на осі часу t для моменту часу t_7 :

$$\bar{t}_7 = \frac{t_7}{\mu_t} = \frac{1,465}{0,00877} = 165,2 \approx 165 \text{ мм.}$$

31. Довжина відрізка на осі часу t для моменту часу t_8 :

$$\bar{t}_8 = \frac{t_8}{\mu_t} = \frac{1,687}{0,00877} = 190,2 \approx 190 \text{ мм.}$$

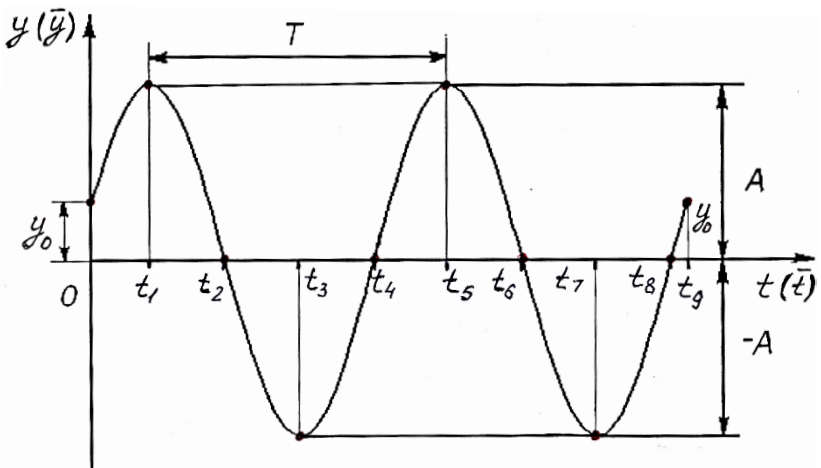
32. Довжина відрізка на осі часу t для моменту часу t_9 :

$$\bar{t}_9 = \frac{t_9}{\mu_t} = \frac{1,774}{0,00877} = 200 \text{ мм.}$$

33. Таблиця параметрів коливань та координат точок графіку

№	позначення точки побудови	параметри коливань		координати точок графіку коливань	
		t	y	\bar{t}	\bar{y}
		с	м	мм	
1	0	0	0,02	0	35
2	t_1	0,135	0,0346	15	60
3	t_2	0,357	0	40	0
4	t_3	0,578	-0,0346	65	-60
5	t_4	0,8	0	90	0
6	t_5	1,02	0,0346	115	60
7	t_6	1,24	0	140	0
8	t_7	1,47	-0,0346	165	-60
9	t_8	1,69	0	190	0
10	t_9	1,77	0,02	200	35

34. Графік двох періодів вільних коливань динамічної системи



Розрахункова робота 2

ВИЗНАЧЕННЯ ПАРАМЕТРІВ ВІЛЬНИХ КОЛИВАНЬ МАШИНИ З УРАХУВАННЯМ СИЛ ОПОРУ (ЗАГАСАЛЬНІ КОЛИВАННЯ)

Мета роботи:

1. Визначити рівняння загасальних коливань машинної динамічної системи із одним ступенем вільності навколо стійкого положення рівноваги з урахуванням сил опору.
2. Побудувати графік загасальних коливань системи.

2.1. Вихідні дані

Для умови розрахункової роботи 2, у якій не враховуються збуджуючі сили, відключеним вважаються збуджуючий момент M .

Вважається, що машинна динамічна система здійснює загасальні коливання (рис. 3).

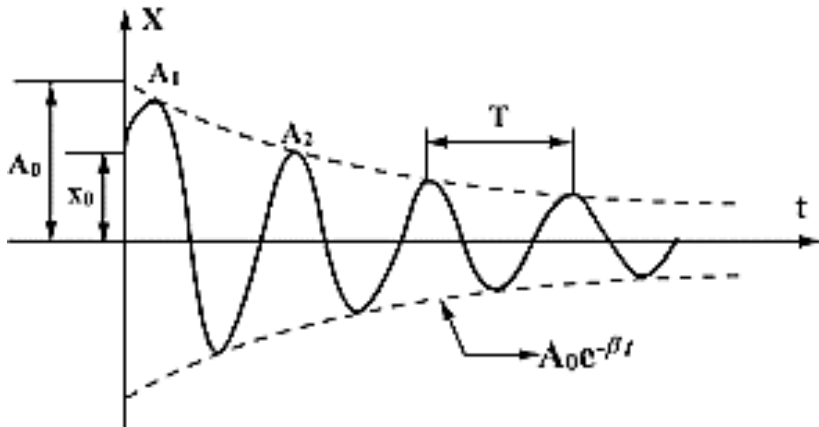


Рис. 3. Графік загасальних коливань динамічної системи з одним ступенем вільності.

2.2. Порядок виконання роботи 2

1. Вибрати за варіантом з табл. 1 вихідні дані роботи: маси тіл m_1, m_2, m_3 та m_6 ; лінійні розміри l_1, l_2 та l_3 ; коефіцієнт жорсткості пружини c_1 ; логарифмічний декремент загасання Λ ; початкові умови (параметри переміщення тіла 1 у початковий момент часу) y_0 та \dot{y}_0 .

2. Визначити узагальнений коефіцієнт інерції динамічної системи a , кг:

$$a = m_1 + \frac{1}{2}m_2 + \frac{1}{3}m_6 + \frac{3}{2}m_3 \left(\frac{l_2}{l_1}\right)^2.$$

3. Визначити статичну деформацію пружини $\lambda_{ст}$, м:

$$\lambda_{ст} = \frac{m_1 g}{c_1}.$$

4. Визначити узагальнений коефіцієнт жорсткості системи c , Н/м:

$$c = c_1 + \frac{m_6 g}{2l_1}.$$

5. Визначити колову частоту вільних коливань k , c^{-1} :

$$k = \sqrt{\frac{c}{a}}.$$

6. Визначити коефіцієнт загасання n , c^{-1} :

$$n = \frac{k\Lambda}{\sqrt{\Lambda^2 + 4\pi^2}}.$$

7. Визначити колову частоту загасальних коливань k_1, c^{-1} :

$$k_1 = \sqrt{k^2 + n^2}.$$

8. Визначити узагальнений коефіцієнт опору b , кг/с:

$$b = 2na.$$

9. Визначити коефіцієнт демпфування β , кг/с:

$$\beta = \frac{l_1}{l_3} b.$$

10. Визначити умовну початкову амплітуду коливань A_1 , м:

$$A_1 = \sqrt{y_0^2 + \frac{(y_0 n + \dot{y}_0)^2}{k_1^2}}$$

12. Визначити кутовий зсув фази коливань γ_1 , рад.:

$$\gamma_1 = \arctg\left(\frac{k_1 y_0}{n y_0 + \dot{y}_0}\right).$$

13. Визначити період загасальних коливань T_1 , с:

$$T_1 = \frac{2\pi}{k_1}.$$

14. Записати рівняння загасальних коливань динамічної системи, м:

$$y = A_1 e^{-nt} \sin(k_1 t + \gamma_1).$$

15. Визначити часовий зсув фази коливань t_0 , с:

$$t_0 = \frac{\gamma_1}{k_1}.$$

16. Визначити момент часу t_1 , с:

$$t_1 = \frac{T_1}{4} - t_0.$$

17. Визначити момент часу t_2 , с:

$$t_2 = \frac{T_1}{2} - t_0.$$

18. Визначити момент часу t_3 , с:

$$t_3 = \frac{3T_1}{4} - t_0.$$

19. Визначити момент часу t_4 , с:

$$t_4 = T_1 - t_0.$$

20. Визначити момент часу t_5 , с:

$$t_5 = \frac{5T_1}{4} - t_0.$$

21. Визначити момент часу t_6 , с:

$$t_6 = \frac{3T_1}{2} - t_0.$$

22. Визначити момент часу t_7 , с:

$$t_7 = \frac{7T_1}{4} - t_0.$$

23. Визначити момент часу t_8 , с:

$$t_8 = 2T_1 - t_0.$$

24. Визначити момент часу t_9 , с:

$$t_9 = 2T_1.$$

25. Визначити амплітуду коливань для моменту часу t_1
 A_{t_1} , м:

$$A_{t_1} = A_1 e^{-nt_1}.$$

26. Визначити амплітуду коливань для моменту часу t_3
 A_{t_3} , м:

$$A_{t_3} = A_1 e^{-nt_3}.$$

27. Визначити амплітуду коливань для моменту часу t_5
 A_{t_5} , м:

$$A_{t_5} = A_1 e^{-nt_5}.$$

28. Визначити амплітуду коливань для моменту часу t_7
 A_{t_7} , м:

$$A_{t_7} = A_1 e^{-nt_7}.$$

29. Визначити амплітуду коливань для моменту часу t_9
 A_{t_9} , м:

$$A_{t_9} = A_1 e^{-nt_9} \sin(k_1 t_9 + \gamma_1).$$

30. Визначити масштаб часу графіка коливань μ_t , с/мм:

$$\mu_t = \frac{T_1}{100}.$$

31. Визначити довжину відрізка на осі часу t для моменту часу (t_1) \bar{t}_1 , мм:

$$\bar{t}_1 = \frac{t_1}{\mu_t}.$$

32. Визначити довжину відрізка на осі часу t для моменту часу (t_2) \bar{t}_2 , мм:

$$\bar{t}_2 = \frac{t_2}{\mu_t}.$$

33. Визначити довжину відрізка на осі часу t для моменту часу (t_3) \bar{t}_3 , мм:

$$\bar{t}_3 = \frac{t_3}{\mu_t}.$$

34. Визначити довжину відрізка на осі часу t для моменту часу (t_4) \bar{t}_4 , мм:

$$\bar{t}_4 = \frac{t_4}{\mu_t}$$

35. Визначити довжину відрізка на осі часу t для моменту часу (t_5) \bar{t}_5 , мм:

$$\bar{t}_5 = \frac{t_5}{\mu_t}$$

36. Визначити довжину відрізка на осі часу t для моменту часу (t_6) \bar{t}_6 , мм:

$$\bar{t}_6 = \frac{t_6}{\mu_t}$$

37. Визначити довжину відрізка на осі часу t для моменту часу (t_7) \bar{t}_7 , мм:

$$\bar{t}_7 = \frac{t_7}{\mu_t}$$

38. Визначити довжину відрізка на осі часу t для моменту часу (t_8) \bar{t}_8 , мм:

$$\bar{t}_8 = \frac{t_8}{\mu_t}$$

39. Визначити довжину відрізка на осі часу t для моменту часу (t_9) \bar{t}_9 , мм:

$$\bar{t}_9 = \frac{t_9}{\mu_t} = 200 \text{ мм.}$$

40. Визначити масштаб переміщення графіка коливань μ_A , м/мм:

$$\mu_A = \frac{A_1}{60}$$

41. Визначити довжину відрізка на осі переміщень y для умовної початкової амплітуди коливань A_1 , мм:

$$\bar{A}_1 = \frac{A_1}{\mu_A} = 60 \text{ мм.}$$

42. Визначити довжину відрізка на осі переміщень y для початкового моменту часу ($t=0$) \bar{y}_0 , мм:

$$\bar{y}_0 = \frac{y_0}{\mu_A}$$

43. Визначити довжину відрізка на осі переміщень у для амплітуди коливань (A_{t_1}) \bar{A}_{t_1} , мм:

$$\bar{A}_{t_1} = \frac{A_{t_1}}{\mu_A}$$

44. Визначити довжину відрізка на осі переміщень у для амплітуди коливань (A_{t_3}) \bar{A}_{t_3} , мм:

$$\bar{A}_{t_3} = \frac{A_{t_3}}{\mu_A}$$

45. Визначити довжину відрізка на осі переміщень у для амплітуди коливань (A_{t_5}) \bar{A}_{t_5} , мм:

$$\bar{A}_{t_5} = \frac{A_{t_5}}{\mu_A}$$

46. Визначити довжину відрізка на осі переміщень у для амплітуди коливань (A_{t_7}) \bar{A}_{t_7} , мм:

$$\bar{A}_{t_7} = \frac{A_{t_7}}{\mu_A}$$

47. Визначити довжину відрізка на осі переміщень у для амплітуди коливань (A_{t_9}) \bar{A}_{t_9} , мм:

$$\bar{A}_{t_9} = \frac{A_{t_9}}{\mu_A}$$

48. Скласти таблицю параметрів коливань у і t та координат (\bar{y} і \bar{t}) у масштабах для 10 точок графіка 0- t_9 :

Таблиця 3

Таблиця параметрів коливань та координат точок графіку

№	позначення точки побудови	параметри коливань		координати точок графіку коливань	
		t	y	\bar{t}	\bar{y}
		с	м	мм	
1	0	0	y_0 (вихідні дані)	0	\bar{y}_0 (п. 42)
2	t_1	t_1 (п. 16)	A_{t_1} (п. 25)	\bar{t}_1 (п. 31)	$\overline{A_{t_1}}$ (п. 43)
3	t_2	t_2 (п. 17)	0	\bar{t}_2 (п. 32)	0
4	t_3	t_3 (п. 18)	$-A_{t_3}$ (п. 26)	\bar{t}_3 (п. 33)	$-\overline{A_{t_3}}$ (п. 44)
5	t_4	t_4 (п. 19)	0	\bar{t}_4 (п. 34)	0
6	t_5	t_5 (п. 20)	A_{t_5} (п. 27)	\bar{t}_5 (п. 35)	$\overline{A_{t_5}}$ (п. 45)
7	t_6	t_6 (п. 21)	0	\bar{t}_6 (п. 36)	0
8	t_7	t_7 (п. 22)	$-A_{t_7}$ (п. 28)	\bar{t}_7 (п. 37)	$-\overline{A_{t_7}}$ (п. 46)
9	t_8	t_8 (п. 23)	0	\bar{t}_8 (п. 38)	0
10	t_9	t_9 (п. 24)	A_{t_9} (п. 29)	200 (п. 39)	$\overline{A_{t_9}}$ (п. 47)

49. Побудувати в координатах y та t (\bar{y} та \bar{t}) у масштабах 10 точок за даними табл. 3. Обвести точки плавною суцільною кривою та отримати графік двох періодів загасальних коливань системи.

50. Побудувати в координатах y та t (\bar{y} та \bar{t}) у масштабах 2 точки $\overline{A_1}=60$ мм та $-\overline{A_1}=-60$ мм для умовних початкових амплітуд коливань за даними п. 41. Обвести точки $\overline{A_1}$, $\overline{A_{t_1}}$ та $\overline{A_{t_5}}$ плавною штриховою кривою та отримати графік додатної огиальної амплітуд загасальних коливань A_1e^{-nt} . Обвести точки $-\overline{A_1}$, $-\overline{A_{t_3}}$ та $-\overline{A_{t_7}}$ плавною штриховою кривою та отримати графік від'ємної огиальної амплітуд загасальних коливань $-A_1e^{-nt}$, що є симетричним до графіка A_1e^{-nt} відносно осі t .

2.3. Приклад виконання роботи 2

Розрахункова робота 2

ВИЗНАЧЕННЯ ПАРАМЕТРІВ ВІЛЬНИХ КОЛИВАНЬ МАШИНИ З УРАХУВАННЯМ СИЛ ОПОРУ (ЗАГАСАЛЬНІ КОЛИВАННЯ)

1. Вихідні дані роботи: маси тіл $m_1=2$ кг, $m_2=2$ кг, $m_3=3$ кг та $m_6=6$ кг; лінійні розміри $l_1=0,6$ м, $l_2=0,4$ м та $l_3=0,2$ м; коефіцієнт жорсткості пружини $c_1=400$ Н/м; логарифмічний декремент загасання $A=1,4$; початкові умови (параметри переміщення тіла 1 у початковий момент часу) $y_0=0,02$ м та $\dot{y}_0=0,2$ м/с.

2. Узагальнений коефіцієнт інерції динамічної системи:

$$a = m_1 + \frac{1}{2}m_2 + \frac{1}{3}m_6 + \frac{3}{2}m_3 \left(\frac{l_2}{l_1}\right)^2 =$$
$$= 2 + \frac{1}{2} \cdot 2 + \frac{1}{3} \cdot 6 + \frac{3}{2} \cdot 3 \cdot \left(\frac{0,4}{0,6}\right)^2 = 7,00 \text{ кг.}$$

3. Статична деформація пружини:

$$\lambda_{\text{ст}} = \frac{m_1 g}{c_1} = \frac{2 \cdot 9,81}{400} = 0,0491 \text{ м.}$$

4. Узагальнений коефіцієнт жорсткості системи:

$$c = c_1 + \frac{m_6 g}{2l_1} = 400 - \frac{6 \cdot 9,81}{2 \cdot 0,6} = 351 \text{ Н/м.}$$

5. Колова частота вільних коливань:

$$k = \sqrt{\frac{c}{a}} = \sqrt{\frac{351}{7}} = 7,08 \text{ с}^{-1}.$$

6. Коефіцієнт загасання:

$$n = \frac{kA}{\sqrt{A^2 + 4\pi^2}} = \frac{7,08 \cdot 1,4}{\sqrt{1,4^2 + 4 \cdot 3,14^2}} = 1,54 \text{ с}^{-1}$$

7. Колова частота загасальних коливань:

$$k_1 = \sqrt{k^2 + n^2} = \sqrt{7,08^2 + 1,54^2} = 6,91 \text{ с}^{-1}.$$

8. Узагальнений коефіцієнт опору:

$$b = 2na = 2 \cdot 1,54 \cdot 7 = 21,56 \text{ кг/с.}$$

9. Коефіцієнт демпфування:

$$\beta = \frac{l_1}{l_3} b = \frac{0,6}{0,2} \cdot 21,56 = 64,68 \text{ кг/с.}$$

10. Умовна початкова амплітуда коливань:

$$A_1 = \sqrt{y_0^2 + \frac{(y_0 n + \dot{y}_0)^2}{k_1^2}} = \sqrt{0,02^2 + \frac{(0,02 \cdot 1,54 + 0,2)^2}{6,91^2}} = \\ = 0,0389 \text{ м.}$$

12. Кутовий зсув фази коливань:

$$\gamma_1 = \arctg\left(\frac{k_1 y_0}{n y_0 + \dot{y}_0}\right) = \arctg\left(\frac{6,91 \cdot 0,02}{1,54 \cdot 0,02 + 0,2}\right) = \\ = 0,54 \text{ рад.}$$

13. Період загасальних коливань:

$$T_1 = \frac{2\pi}{k_1} = \frac{2 \cdot 3,14}{6,91} = 0,909 \text{ с.}$$

14. Рівняння загасальних коливань динамічної системи:

$$y = A_1 e^{-nt} \sin(k_1 t + \gamma_1) = \\ = 0,0389 \cdot e^{-1,54 \cdot t} \cdot \sin(6,91 \cdot t + 0,54) \text{ м.}$$

15. Часовий зсув фази коливань:

$$t_0 = \frac{\gamma_1}{k_1} = \frac{0,54}{6,91} = 0,0781 \text{ с.}$$

16. Момент часу 1:

$$t_1 = \frac{T_1}{4} - t_0 = \frac{0,909}{4} - 0,0781 = 0,149 \text{ с.}$$

17. Момент часу 2:

$$t_2 = \frac{T_1}{2} - t_0 = \frac{0,909}{2} - 0,0781 = 0,376 \text{ с.}$$

18. Момент часу 3:

$$t_3 = \frac{3T_1}{4} - t_0 = \frac{3 \cdot 0,909}{4} - 0,0781 = 0,604 \text{ с.}$$

19. Момент часу 4:

$$t_4 = T_1 - t_0 = 0,909 - 0,0781 = 0,831 \text{ с.}$$

20. Момент часу 5:

$$t_5 = \frac{5T_1}{4} - t_0 = \frac{5 \cdot 0,909}{4} - 0,0781 = 1,058 \text{ с.}$$

21. Момент часу 6:

$$t_6 = \frac{3T_1}{2} - t_0 = \frac{3 \cdot 0,909}{2} - 0,0781 = 1,285 \text{ с.}$$

22. Момент часу 7:

$$t_7 = \frac{7T_1}{4} - t_0 = \frac{7 \cdot 0,909}{4} - 0,0781 = 1,513 \text{ с.}$$

23. Момент часу 8:

$$t_8 = 2T_1 - t_0 = 2 \cdot 0,909 - 0,0781 = 1,74 \text{ с.}$$

24. Момент часу 9:

$$t_9 = 2T_1 = 2 \cdot 0,909 = 1,818 \text{ с.}$$

25. Амплітуда коливань для моменту часу t_1 :

$$A_{t_1} = A_1 e^{-nt_1} = 0,389 \cdot e^{-1,54 \cdot 0,149} = 0,0309 \text{ м.}$$

26. Амплітуда коливань для моменту часу t_3 :

$$A_{t_3} = A_1 e^{-nt_3} = 0,389 \cdot e^{-1,54 \cdot 0,604} = 0,0153 \text{ м.}$$

27. Амплітуда коливань для моменту часу t_5 :

$$A_{t_5} = A_1 e^{-nt_5} = 0,389 \cdot e^{-1,54 \cdot 1,058} = 0,00763 \text{ м.}$$

28. Амплітуда коливань для моменту часу t_7 :

$$A_{t_7} = A_1 e^{-nt_7} = 0,389 \cdot e^{-1,54 \cdot 1,513} = 0,00378 \text{ м.}$$

29. Амплітуда коливань для моменту часу t_9 :

$$\begin{aligned} A_{t_9} &= A_1 e^{-nt_9} \sin(k_1 t_9 + \gamma_1) = \\ &= 0,389 \cdot e^{-1,54 \cdot 1,818} \cdot \sin(6,91 \cdot 1,818 + 0,54) = \\ &= 0,00121 \text{ м.} \end{aligned}$$

30. Масштаб часу графіка коливань:

$$\mu_t = \frac{T_1}{100} = \frac{0,909}{100} = 0,00909 \text{ с/мм}$$

31. Довжина відрізка на осі часу t для моменту часу t_1 :

$$\bar{t}_1 = \frac{t_1}{\mu_t} = \frac{0,149}{0,00909} = 16,4 \approx 16 \text{ мм.}$$

32. Довжина відрізка на осі часу t для моменту часу t_2 :

$$\bar{t}_2 = \frac{t_2}{\mu_t} = \frac{0,376}{0,00909} = 41,4 \approx 41 \text{ мм.}$$

33. Довжина відрізка на осі часу t для моменту часу t_3 :

$$\bar{t}_3 = \frac{t_3}{\mu_t} = \frac{0,604}{0,00909} = 66,4 \approx 66 \text{ мм.}$$

34. Довжина відрізка на осі часу t для моменту часу t_4 :

$$\bar{t}_4 = \frac{t_4}{\mu_t} = \frac{0,831}{0,00909} = 91,4 \approx 91 \text{ мм.}$$

35. Довжина відрізка на осі часу t для моменту часу t_5 :

$$\bar{t}_5 = \frac{t_5}{\mu_t} = \frac{1,058}{0,00909} = 116,4 \approx 116 \text{ мм.}$$

36. Довжина відрізка на осі часу t для моменту часу t_6 :

$$\bar{t}_6 = \frac{t_6}{\mu_t} = \frac{1,285}{0,00909} = 141,4 \approx 141 \text{ мм.}$$

37. Довжина відрізка на осі часу t для моменту часу t_7 :

$$\bar{t}_7 = \frac{t_7}{\mu_t} = \frac{1,513}{0,00909} = 166,4 \approx 166 \text{ мм.}$$

38. Довжина відрізка на осі часу t для моменту часу t_8 :

$$\bar{t}_8 = \frac{t_8}{\mu_t} = \frac{1,74}{0,00909} = 191,4 \approx 191 \text{ мм.}$$

39. Довжина відрізка на осі часу t для моменту часу t_9 :

$$\bar{t}_9 = \frac{t_9}{\mu_t} = 200 \text{ мм.}$$

40. Масштаб переміщення графіка коливань:

$$\mu_A = \frac{A_1}{60} = \frac{0,0389}{60} = 0,000648 \text{ м/мм.}$$

41. Довжина відрізка на осі переміщень y для умовної початкової амплітуди коливань:

$$\bar{A}_1 = \frac{A_1}{\mu_A} = 60 \text{ мм.}$$

42. Довжина відрізка на осі переміщень y для початкового моменту часу $t=0$:

$$\bar{y}_0 = \frac{y_0}{\mu_A} = \frac{0,02}{0,000648} = 30,9 \approx 31 \text{ мм.}$$

43. Довжина відрізка на осі переміщень y для амплітуди коливань A_{t_1} :

$$\overline{A_{t_1}} = \frac{A_{t_1}}{\mu_A} = \frac{0,0309}{0,000648} = 47,7 \approx 48 \text{ мм.}$$

44. Довжина відрізка на осі переміщень у для амплітуди коливань A_{t_3} :

$$\overline{A_{t_3}} = \frac{A_{t_3}}{\mu_A} = \frac{0,0153}{0,000648} = 23,6 \approx 24 \text{ мм.}$$

45. Довжина відрізка на осі переміщень у для амплітуди коливань A_{t_5} :

$$\overline{A_{t_5}} = \frac{A_{t_5}}{\mu_A} = \frac{0,00763}{0,000648} = 11,8 \approx 12 \text{ мм.}$$

46. Довжина відрізка на осі переміщень у для амплітуди коливань A_{t_7} :

$$\overline{A_{t_7}} = \frac{A_{t_7}}{\mu_A} = \frac{0,00378}{0,000648} = 5,83 \approx 6 \text{ мм.}$$

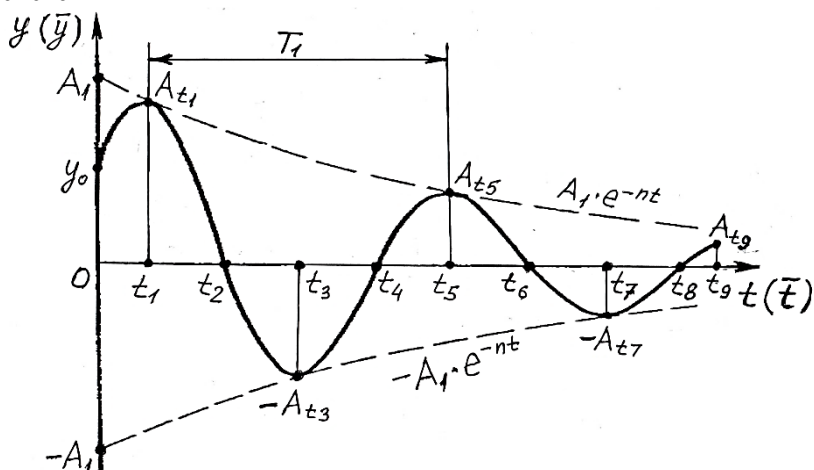
47. Довжина відрізка на осі переміщень у для амплітуди коливань A_{t_9} :

$$\overline{A_{t_9}} = \frac{A_{t_9}}{\mu_A} = \frac{0,00121}{0,000648} = 1,87 \approx 2 \text{ мм.}$$

48. Таблиця параметрів коливань та координат точок графіку

№	позначення точки побудови	параметри коливань		координати точок графіку коливань	
		t	y	\bar{t}	\bar{y}
		с	м	мм	
1	0	0	0,02	0	31
2	t_1	0,149	0,0309	16	48
3	t_2	0,376	0	41	0
4	t_3	0,604	-0,0153	66	-24
5	t_4	0,831	0	91	0
6	t_5	1,058	0,00763	116	12
7	t_6	1,285	0	141	0
8	t_7	1,543	-0,00378	166	-6
9	t_8	1,74	0	191	0
10	t_9	1,818	0,00121	200	2

49. Графік двох періодів загасальних коливань динамічної системи



Розрахункова робота 3

ВИЗНАЧЕННЯ ПАРАМЕТРІВ ВИМУШЕНИХ КОЛИВАНЬ МАШИНИ З УРАХУВАННЯМ СИЛ ОПОРУ

Мета роботи:

1. Визначити рівняння усталених вимушених коливань машинної динамічної системи із одним ступенем вільності навколо стійкого положення рівноваги з урахуванням сил опору.
2. Побудувати графіки амплітудно-частотної та фазо-частотної характеристики усталених вимушених коливань системи.

2.1. Вихідні дані

Для умови розрахункової роботи 3 на стержень 6 діє збуджуючий момент $M = M_0 \sin pt$ (рис. 1). Вважається, що машинна динамічна система здійснює усталені вимушені коливання (рис. 4-7)

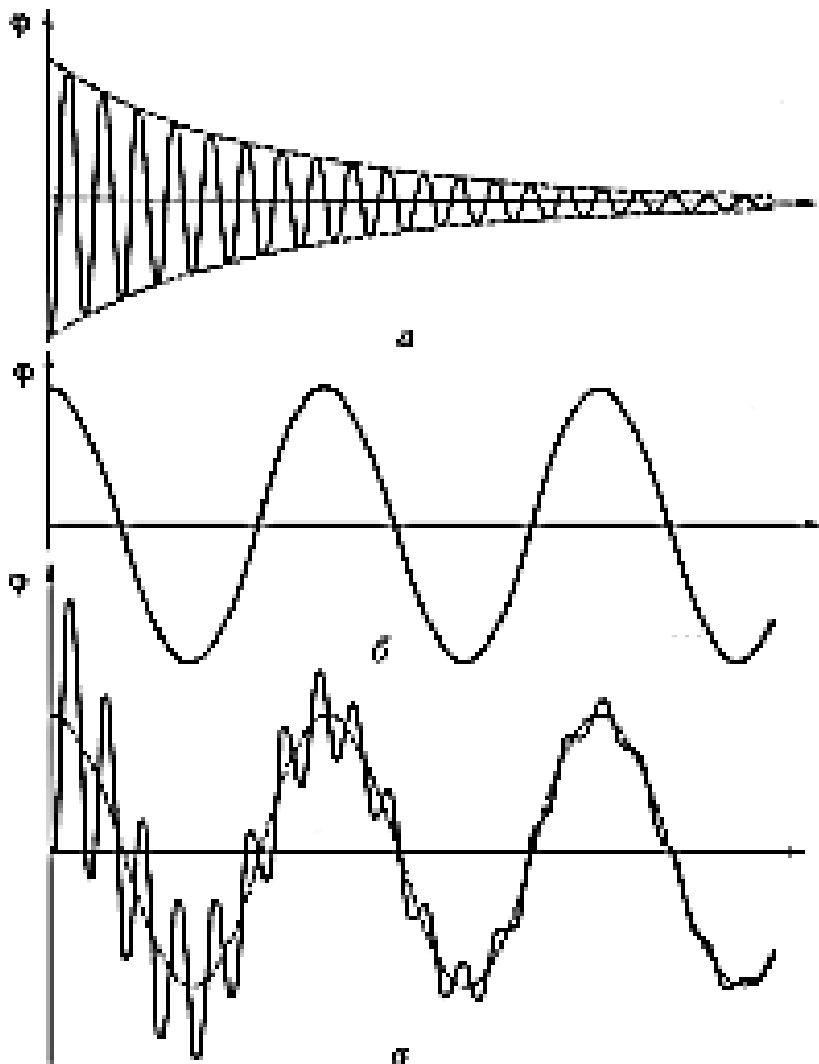


Рис. 4. Графіки зміни за часом складових при встановленні вимушених коливань динамічної системи з одним ступенем вільності:
а – власні загасальні вільні коливання системи,
б – коливання вимушуючої сили,
в – усталені вимушені коливання системи.

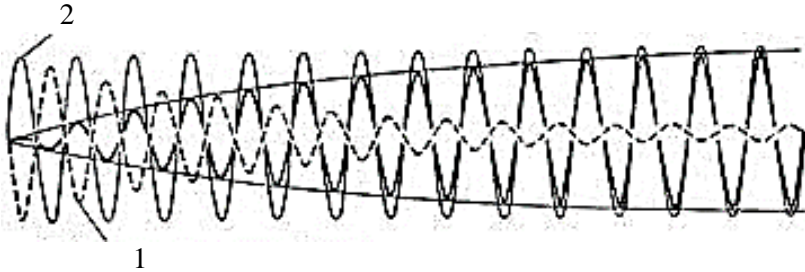


Рис. 5. Схема наростання амплітуди при встановленні в часі вимушених коливань динамічної системи з одним ступенем вільності:

- 1 – власні загасальні вільні коливання системи,
- 2 – коливання вимушуючої сили.

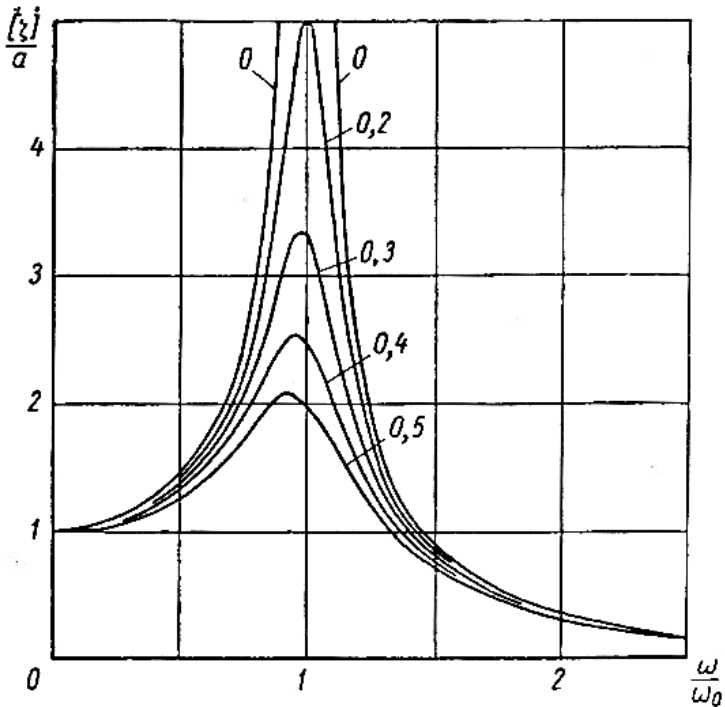


Рис. 6. Графік амплітудно-частотних характеристик вимушених коливань динамічної системи з одним ступенем вільності.

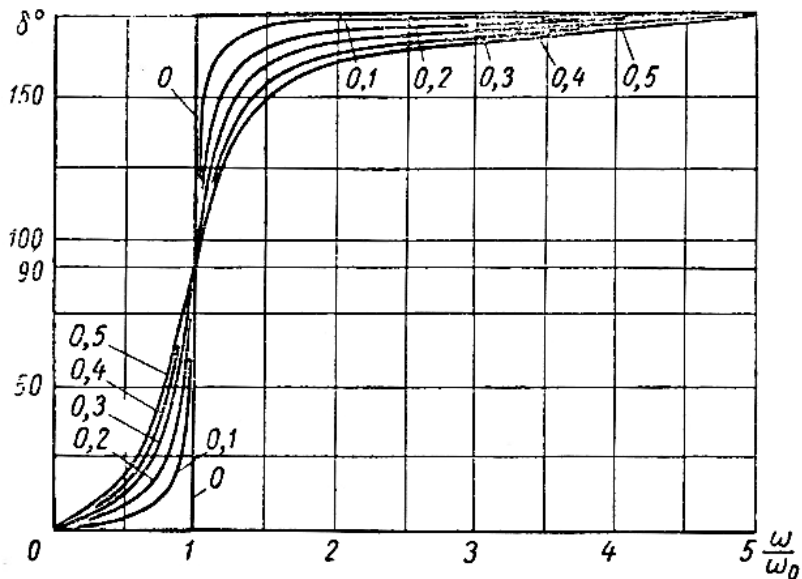


Рис. 7. Графік фазо-частотної характеристик вимушених коливань динамічної системи з одним ступенем вільності.

3.2. Порядок виконання роботи 3

1. Вибрати за варіантом з табл. 1 вихідні дані роботи: маси тіл m_1 , m_2 , m_3 та m_6 ; лінійні розміри l_1 , l_2 та l_3 ; коефіцієнт жорсткості пружини c_1 ; логарифмічний декремент загасання A ; амплітуду M_0 та частоту p_{II} збурюючого моменту; початкові умови (параметри переміщення тіла 1 у початковий момент часу) y_0 та \dot{y}_0 .

2. Визначити узагальнений коефіцієнт інерції динамічної системи a , кг:

$$a = m_1 + \frac{1}{2}m_2 + \frac{1}{3}m_6 + \frac{3}{2}m_3 \left(\frac{l_2}{l_1}\right)^2.$$

3. Визначити статичну деформацію пружини $\lambda_{ст}$, м:

$$\lambda_{ст} = \frac{m_1 g}{c_1}.$$

4. Визначити узагальнений коефіцієнт жорсткості системи

c , Н/м:

$$c = c_1 + \frac{m_6 g}{2l_1}.$$

5. Визначити колову частоту вільних коливань k , c^{-1} :

$$k = \sqrt{\frac{c}{a}}.$$

6. Визначити коефіцієнт загасання n , c^{-1} :

$$n = \frac{k\Delta}{\sqrt{\Delta^2 + 4\pi^2}}$$

7. Визначити амплітуду узагальненої збурюючої сили F_0 ,

Н:

$$F_0 = \frac{M}{l_1}.$$

8. Визначити параметр прискорення h , m/c^2 :

$$h = \frac{F_0}{a}.$$

9. Визначити поточне значення амплітуди вимушених коливань A_{II} , м:

$$A_{II} = \frac{h}{\sqrt{(k^2 - p_{II}^2)^2 + 4n^2 p_{II}^2}}.$$

10. Визначити поточне значення зсуву фази вимушених коливань ε_{II} , рад.:

$$\varepsilon_{II} = \arctg\left(\frac{2np_{II}}{k^2 - p_{II}^2}\right).$$

11. Записати рівняння усталених вимушених коливань динамічної системи, м:

$$y = A_{II} \sin(p_{II}t - \varepsilon_{II}).$$

12. Визначити максимальну амплітуду вимушених коливань A_{max} , м:

$$A_{max} = \frac{h}{2n\sqrt{k^2 - n^2}}$$

13. Визначити резонансну амплітуду вимушених коливань $A_{рез}$, м:

$$A_{\text{рез}} = \frac{h}{2nk}$$

14. Перевірити співвідношення резонансної $A_{\text{рез}}$ та максимальної A_{max} амплітуди вимушених коливань:

$$A_{\text{рез}} < A_{\text{max}}$$

15. Визначити амплітуду вимушених коливань при нульовій частоті збурюючого моменту $p=0$ A_0 , м:

$$A_0 = \frac{h}{k^2}$$

16. Визначити колову частоту вимушених коливань, що відповідає максимальній амплітуді A_{max} , p_1 , с^{-1} :

$$p_1 = \sqrt{k^2 - 2n^2}$$

17. Визначити допоміжний параметр B :

$$B = \frac{n}{k}$$

18. Визначити допоміжний параметр Π :

$$\Pi = \frac{p_{\Pi}}{k}$$

19. Визначити допоміжний параметр M :

$$M = \frac{p_1}{k}$$

20. Визначити амплітуду вимушених коливань при $p/k=0,5$ $A_{0,5}$, м:

$$A_{0,5} = \frac{A_0}{\sqrt{0,5625 + B^2}}$$

21. Визначити амплітуду вимушених коливань при $p/k=1,5$ $A_{1,5}$, м:

$$A_{1,5} = \frac{A_0}{\sqrt{1,5625 + 9B^2}}$$

22. Визначити амплітуду вимушених коливань при $p/k=2$ A_2 , м:

$$A_2 = \frac{A_0}{\sqrt{9 + 16B^2}}$$

23. Визначити зсув фази вимушених коливань при $p/k=0,5$ $\varepsilon_{0,5}$, рад.:

$$\varepsilon_{0,5} = \operatorname{arctg} \left(\frac{B}{0,75} \right).$$

24. Визначити зсув фази вимушених коливань для максимальної амплітуди A_{max} при $p/k=M$ ε_M , рад.:

$$\varepsilon_M = \operatorname{arctg} \left(\frac{2BM}{1 - B^2} \right).$$

25. Визначити зсув фази вимушених коливань при $p/k=1,5$ $\varepsilon_{1,5}$, рад.:

$$\varepsilon_{1,5} = \frac{\pi}{2} - \operatorname{arctg} \left(\frac{3B}{1,25} \right).$$

26. Визначити зсув фази вимушених коливань при $p/k=2$ ε_2 , рад.:

$$\varepsilon_2 = \pi - \operatorname{arctg} \left(\frac{4B}{3} \right).$$

27. Визначити масштаб осі p/k графіків характеристик вимушених коливань $\mu_{p/k}$, 1/мм:

$$\mu_{p/k} = \frac{2}{100} = 0,02 \text{ 1/мм.}$$

28. Визначити довжину відрізка на осі p/k для поточного значення амплітуди A_{Π} при $p/k=\Pi \overline{p/k}_{\Pi}$, мм:

$$\overline{p/k}_{\Pi} = \frac{\Pi}{\mu_{p/k}}.$$

29. Визначити довжину відрізка на осі p/k для максимальної амплітуди A_{max} при $p/k=M \overline{p/k}_M$, мм:

$$\overline{p/k}_M = \frac{M}{\mu_{p/k}}.$$

30. Визначити довжину відрізка на осі p/k при $p/k=2 \overline{p/k}_2$, мм:

$$\overline{p/k}_2 = \frac{2}{\mu_{p/k}} = 100 \text{ мм.}$$

31. Визначити масштаб осі амплітуд A графіка амплітудно-частотної характеристики вимушених коливань μ_A , м/мм:

$$\mu_A = \frac{A_{max}}{80}.$$

32. Визначити довжину відрізка на осі амплітуд A для амплітуди вимушених коливань A_0 при $p/k=0$ $\overline{A_0}$, мм:

$$\overline{A_0} = \frac{A_0}{\mu_A}.$$

33. Визначити довжину відрізка на осі A для амплітуди вимушених коливань $A_{0,5}$ $\overline{A_{0,5}}$, мм:

$$\overline{A_{0,5}} = \frac{A_{0,5}}{\mu_A}.$$

34. Визначити довжину відрізка на осі A для поточного значення амплітуди вимушених коливань A_{II} $\overline{A_{II}}$, мм:

$$\overline{A_{II}} = \frac{A_{II}}{\mu_A}.$$

35. Визначити довжину відрізка на осі A для максимальної амплітуди вимушених коливань A_{max} $\overline{A_M}$, мм:

$$\overline{A_M} = \frac{A_{max}}{\mu_A} = 80 \text{ мм}.$$

36. Визначити довжину відрізка на осі A для резонансної амплітуди вимушених коливань $A_{рез}$ $\overline{A_{рез}}$, мм:

$$\overline{A_{рез}} = \frac{A_{рез}}{\mu_A}.$$

37. Визначити довжину відрізка на осі A для амплітуди вимушених коливань $A_{1,5}$ $\overline{A_{1,5}}$, мм:

$$\overline{A_{1,5}} = \frac{A_{1,5}}{\mu_A}.$$

38. Визначити довжину відрізка на осі A для амплітуди вимушених коливань A_2 $\overline{A_2}$, мм:

$$\overline{A_2} = \frac{A_2}{\mu_A}.$$

39. Визначити масштаб осі зсуву фази ε графіка фазо-частотної характеристики вимушених коливань μ_ε , рад./мм:

$$\mu_\varepsilon = \frac{\varepsilon_2}{80}.$$

40. Визначити довжину відрізка на осі ε для зсуву фази при $p/k=0,5$ $\overline{\varepsilon}_{0,5}$, мм:

$$\overline{\varepsilon}_{0,5} = \frac{\varepsilon_{0,5}}{\mu_\varepsilon}.$$

41. Визначити довжину відрізка на осі ε для поточного значення амплітуди вимушених коливань $A_{ном}$ $\overline{\varepsilon}_\Pi$, мм:

$$\overline{\varepsilon}_\Pi = \frac{\varepsilon_\Pi}{\mu_\varepsilon}.$$

42. Визначити довжину відрізка на осі ε для максимальної амплітуди вимушених коливань A_{max} при $p/k=M$ $\overline{\varepsilon}_M$, мм:

$$\overline{\varepsilon}_M = \frac{\varepsilon_M}{\mu_\varepsilon}.$$

43. Визначити довжину відрізка на осі ε для резонансної амплітуди вимушених коливань $A_{рез}$ при $p/k=1$ $\overline{\varepsilon}_1$, мм:

$$\overline{\varepsilon}_1 = \frac{\pi}{2\mu_\varepsilon}.$$

44. Визначити довжину відрізка на осі ε для зсуву фази при $p/k=1,5$ $\overline{\varepsilon}_{1,5}$, мм:

$$\overline{\varepsilon}_{1,5} = \frac{\varepsilon_{1,5}}{\mu_\varepsilon}.$$

45. Визначити довжину відрізка на осі ε для зсуву фази при $p/k=2$ $\overline{\varepsilon}_2$, мм:

$$\overline{\varepsilon}_2 = \frac{\varepsilon_2}{\mu_\varepsilon} = 80 \text{ мм}$$

46. Скласти таблицю параметрів вимушених коливань A , ε і p/k та координат (\overline{A} , $\overline{\varepsilon}$ і $\overline{p/k}$) у масштабах для 7 точок графіків амплітудно-частотної та фазо-частотної характеристики усталених вимушених коливань системи:

Таблиця 4

Таблиця параметрів коливань та координат точок графіків амплітудно-частотної та фазо-частотної характеристики

№	параметри коливань			координати точок графіків характеристик		
	p/k	A	ε	$\overline{p/k}$	\overline{A}	$\overline{\varepsilon}$
		м	рад.	мм		
1	0	A_0 (п.15)	0	0	$\overline{A_0}$ (п.32)	0
2	0,5	$A_{0,5}$ (п.20)	$\varepsilon_{0,5}$ (п.23)	25	$\overline{A_{0,5}}$ (п.33)	$\overline{\varepsilon_{0,5}}$ (п.40)
3	Π (п.18)	A_{Π} (п.9)	ε_{Π} (п.10)	$\overline{p/k_{\Pi}}$ (п.28)	$\overline{A_{\Pi}}$ (п.34)	$\overline{\varepsilon_{\Pi}}$ (п.41)
4	M (п.19)	A_{max} (п.12)	ε_M (п.24)	$\overline{p/k_M}$ (п.29)	80(п.35)	$\overline{\varepsilon_M}$ (п.42)
5	1	$A_{рез}$ (п.13)	$\pi/2$	50	$\overline{A_{рез}}$ (п.36)	$\overline{\varepsilon_1}$ (п.43)
6	1,5	$A_{1,5}$ (п.21)	$\varepsilon_{1,5}$ (п.25)	70	$\overline{A_{1,5}}$ (п.37)	$\overline{\varepsilon_{1,5}}$ (п.44)
7	2	A_2 (п.22)	ε_2 (п.26)	100(п.30)	$\overline{A_2}$ (п.38)	80(п.45)

47. Побудувати в координатах A та p/k (\overline{A} та $\overline{p/k}$) у масштабах 7 точок за даними табл. 4. Обвести точки плавною кривою та отримати графік амплітудно-частотної характеристики усталених вимушених коливань системи.

48. Побудувати в координатах ε та p/k ($\overline{\varepsilon}$ та $\overline{p/k}$) у масштабах 7 точок за даними табл. 4. Обвести точки плавною кривою та отримати графік фазо-частотної характеристики усталених вимушених коливань системи.

3.3. Приклад виконання роботи 3

Розрахункова робота 3

ВИЗНАЧЕННЯ ПАРАМЕТРІВ ВИМУШЕНИХ КОЛИВАНЬ МАШИНИ З УРАХУВАННЯМ СИЛ ОПОРУ

1. Вихідні дані роботи: маси тіл $m_1=2$ кг, $m_2=2$ кг, $m_3=3$ кг та $m_6=6$ кг; лінійні розміри $l_1=0,6$ м, $l_2=0,4$ м та $l_3=0,2$ м;

коефіцієнт жорсткості пружини $c_1=400$ Н/м; логарифмічний декремент загасання $\Lambda=1,4$; амплітуду $M_0=4$ Нм та частоту $p_{\Pi}=4$ с⁻¹ збудуючого моменту; початкові умови (параметри переміщення тіла 1 у початковий момент часу) $y_0=0,02$ м та $\dot{y}_0=0,2$ м/с.

2. Узагальнений коефіцієнт інерції динамічної системи:

$$a = m_1 + \frac{1}{2}m_2 + \frac{1}{3}m_6 + \frac{3}{2}m_3 \left(\frac{l_2}{l_1}\right)^2 =$$

$$= 2 + \frac{1}{2} \cdot 2 + \frac{1}{3} \cdot 6 + \frac{3}{2} \cdot 3 \cdot \left(\frac{0,4}{0,6}\right)^2 = 7,00 \text{ кг.}$$

3. Статична деформація пружини:

$$\lambda_{\text{ст}} = \frac{m_1 g}{c_1} = \frac{2 \cdot 9,81}{400} = 0,0491 \text{ м.}$$

4. Узагальнений коефіцієнт жорсткості системи:

$$c = c_1 + \frac{m_6 g}{2l_1} = 400 - \frac{6 \cdot 9,81}{2 \cdot 0,6} = 351 \text{ Н/м.}$$

5. Колова частота вільних коливань:

$$k = \sqrt{\frac{c}{a}} = \sqrt{\frac{351}{7}} = 7,08 \text{ с}^{-1}.$$

6. Коефіцієнт загасання:

$$n = \frac{k\Lambda}{\sqrt{\Lambda^2 + 4\pi^2}} = \frac{7,08 \cdot 1,4}{\sqrt{1,4^2 + 4 \cdot 3,14^2}} = 1,54 \text{ с}^{-1}.$$

7. Амплітуда узагальненої збудуючої сили:

$$F_0 = \frac{M}{l_1} = \frac{4}{0,6} = 6,67 \text{ Н.}$$

8. Параметр прискорення:

$$h = \frac{F_0}{a} = \frac{6,67}{7} = 0,953 \text{ м/с}^2.$$

9. Поточне значення амплітуди вимушених коливань:

$$A_{\Pi} = \frac{h}{\sqrt{(k^2 - p_{\Pi}^2)^2 + 4n^2 p_{\Pi}^2}} =$$

$$= \frac{0,953}{\sqrt{(7,08^2 - 4^2) + 4 \cdot 1,54^2 \cdot 4^2}} = 0,0263 \text{ м.}$$

10. Поточне значення зсуву фази вимушених коливань:

$$\varepsilon_{\Pi} = \arctg \left(\frac{2np_{\Pi}}{k^2 + p_{\Pi}^2} \right) = \arctg \left(\frac{2 \cdot 1,54 \cdot 4}{7,08^2 + 4^2} \right) = 0,346 \text{ рад.}$$

11. Рівняння усталених вимушених коливань динамічної системи:

$$y = A_{\Pi} \sin(p_{\Pi} t - \varepsilon_{\Pi}) = 0,0263 \cdot \sin(4 \cdot t - 0,346) \text{ м.}$$

12. Максимальна амплітуда вимушених коливань:

$$A_{max} = \frac{h}{2n\sqrt{k^2 - n^2}} = \frac{0,953}{2 \cdot 1,54 \sqrt{7,08^2 - 1,54^2}} = 0,0448 \text{ м.}$$

13. Резонансна амплітуда вимушених коливань:

$$A_{рез} = \frac{h}{2nk} = \frac{0,953}{2 \cdot 1,54 \cdot 7,08} = 0,0437 \text{ м.}$$

14. Перевірка співвідношення резонансної $A_{рез}$ та максимальної A_{max} амплітуди вимушених коливань:

$$A_{рез} = 0,0437 \text{ м} < A_{max} = 0,448 \text{ м.}$$

15. Амплітуда вимушених коливань при нульовій частоті збурюючого моменту $p=0$:

$$A_0 = \frac{h}{k^2} = \frac{0,953}{7,08^2} = 0,019 \text{ м.}$$

16. Колова частота вимушених коливань, що відповідає максимальній амплітуді A_{max} :

$$p_1 = \sqrt{k^2 - 2n^2} = \sqrt{7,08^2 - 2 \cdot 1,54^2} = 6,74 \text{ с}^{-1}.$$

17. Допоміжний параметр:

$$B = \frac{n}{k} = \frac{1,54}{7,08} = 0,218.$$

18. Допоміжний параметр:

$$\Pi = \frac{p_{\Pi}}{k} = \frac{4}{7,08} = 0,565.$$

19. Допоміжний параметр:

$$M = \frac{p_1}{k} = \frac{6,74}{7,08} = 0,952.$$

20. Амплітуда вимушених коливань при $p/k=0,5$:

$$A_{0,5} = \frac{A_0}{\sqrt{0,5625 + B^2}} = \frac{0,019}{\sqrt{0,5625 + 0,218^2}} = 0,0243 \text{ м.}$$

21. Амплітуда вимушених коливань при $p/k=1,5$:

$$A_{1,5} = \frac{A_0}{\sqrt{1,5625 + 9B^2}} = \frac{0,019}{\sqrt{1,5625 + 9 \cdot 0,218^2}} = 0,0135 \text{ м.}$$

22. Амплітуда вимушених коливань при $p/k=2$:

$$A_2 = \frac{A_0}{\sqrt{9 + 16B^2}} = \frac{0,019}{\sqrt{9 + 16 \cdot 0,218^2}} = 0,00608 \text{ м.}$$

23. Зсув фази вимушених коливань при $p/k=0,5$:

$$\varepsilon_{0,5} = \arctg\left(\frac{B}{0,75}\right) = \arctg\left(\frac{0,218}{0,75}\right) = 0,283 \text{ рад.}$$

24. Зсув фази вимушених коливань для максимальної амплітуди A_{max} при $p/k=M$:

$$\begin{aligned} \varepsilon_M &= \frac{\pi}{2} - \arctg\left(\frac{2BM}{1 - B^2}\right) \\ &= \frac{3,14}{2} - \arctg\left(\frac{2 \cdot 0,218 \cdot 0,952}{1 - 0,218^2}\right) = 1,16 \text{ рад.} \end{aligned}$$

25. Зсув фази вимушених коливань при $p/k=1,5$:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{1,5} &= \pi - \arctg\left(\frac{3B}{1,25}\right) = 3,14 - \arctg\left(\frac{3 \cdot 0,218}{1,25}\right) = \\ &= 2,66 \text{ рад.} \end{aligned}$$

26. Зсув фази вимушених коливань при $p/k=2$:

$$\begin{aligned} \varepsilon_2 &= \pi - \arctg\left(\frac{4B}{3}\right) = 3,14 - \arctg\left(\frac{4 \cdot 0,218}{3}\right) = \\ &= 2,86 \text{ рад.} \end{aligned}$$

27. Масштаб осі p/k графіків характеристик вимушених коливань:

$$\mu_{p/k} = \frac{2}{100} = 0,02 \text{ 1/мм.}$$

28. Довжина відрізка на осі p/k для поточного значення амплітуди A_{II} при $p/k=II$:

$$\overline{p/k_{\Pi}} = \frac{\Pi}{\mu_{p/k}} = \frac{0,565}{0,02} = 28,3 \approx 28 \text{ мм.}$$

29. Довжина відрізка на осі p/k для максимальної амплітуди A_{max} при $p/k=M$:

$$\overline{p/k_M} = \frac{M}{\mu_{p/k}} = \frac{0,952}{0,02} = 47,6 \approx 48 \text{ мм.}$$

30. Довжина відрізка на осі p/k при $p/k=2$:

$$\overline{p/k_2} = \frac{2}{\mu_{p/k}} = 100 \text{ мм.}$$

31. Масштаб осі амплітуд A графіка амплітудно-частотної характеристики вимушених коливань:

$$\mu_A = \frac{A_{max}}{80} = \frac{0,0448}{80} = 0,00056 \text{ м/мм.}$$

32. Довжина відрізка на осі амплітуд A для амплітуди вимушених коливань A_0 при $p/k=0$:

$$\overline{A_0} = \frac{A_0}{\mu_A} = \frac{0,019}{0,00056} = 33,9 \approx 34 \text{ мм.}$$

33. Довжина відрізка на осі A для амплітуди вимушених коливань $A_{0,5}$:

$$\overline{A_{0,5}} = \frac{A_{0,5}}{\mu_A} = \frac{0,0243}{0,00056} = 43,4 \approx 43 \text{ мм.}$$

34. Довжина відрізка на осі A для поточного значення амплітуди вимушених коливань A_{Π} :

$$\overline{A_{\Pi}} = \frac{A_{\Pi}}{\mu_A} = \frac{0,0263}{0,00056} = 47 \text{ мм.}$$

35. Довжина відрізка на осі A для максимальної амплітуди вимушених коливань A_{max} :

$$\overline{A_M} = \frac{A_{max}}{\mu_A} = 80 \text{ мм.}$$

36. Довжина відрізка на осі A для резонансної амплітуди вимушених коливань $A_{рез}$:

$$\overline{A_{рез}} = \frac{A_{рез}}{\mu_A} = \frac{0,0437}{0,00056} = 78 \text{ мм.}$$

37. Довжина відрізка на осі A для амплітуди вимушених

коливань $A_{1,5}$:

$$\bar{A}_{1,5} = \frac{A_{1,5}}{\mu_A} = \frac{0,0135}{0,00056} = 24,1 \approx 24 \text{ мм.}$$

38. Довжина відрізка на осі A для амплітуди вимушених коливань A_2 :

$$\bar{A}_2 = \frac{A_2}{\mu_A} = \frac{0,00608}{0,00056} = 10,9 \approx 11 \text{ мм.}$$

39. Масштаб осі зсуву фази ε графіка фазо-частотної характеристики вимушених коливань:

$$\mu_\varepsilon = \frac{\varepsilon_2}{80} = \frac{2,86}{80} = 0,03575 \text{ рад./мм.}$$

40. Довжина відрізка на осі ε для зсуву фази при $p/k=0,5$:

$$\bar{\varepsilon}_{0,5} = \frac{\varepsilon_{0,5}}{\mu_\varepsilon} = \frac{0,283}{0,03575} = 7,92 \approx 8 \text{ мм.}$$

41. Довжина відрізка на осі ε для поточного значення амплітуди вимушених коливань A_{nom} :

$$\bar{\varepsilon}_\Pi = \frac{\varepsilon_\Pi}{\mu_\varepsilon} = \frac{0,346}{0,03575} = 9,68 \approx 10 \text{ мм.}$$

42. Довжина відрізка на осі ε для максимальної амплітуди вимушених коливань A_{max} при $p/k=M$:

$$\bar{\varepsilon}_M = \frac{\varepsilon_M}{\mu_\varepsilon} = \frac{1,16}{0,03575} = 32,4 \approx 32 \text{ мм.}$$

43. Довжина відрізка на осі ε для резонансної амплітуди вимушених коливань $A_{рез}$ при $p/k=1$:

$$\bar{\varepsilon}_1 = \frac{\pi}{2\mu_\varepsilon} = \frac{3,14}{2 \cdot 0,03575} = 43,9 \approx 44 \text{ мм.}$$

44. Довжина відрізка на осі ε для зсуву фази при $p/k=1,5$:

$$\bar{\varepsilon}_{1,5} = \frac{\varepsilon_{1,5}}{\mu_\varepsilon} = \frac{2,66}{0,03575} = 74,4 \approx 74 \text{ мм.}$$

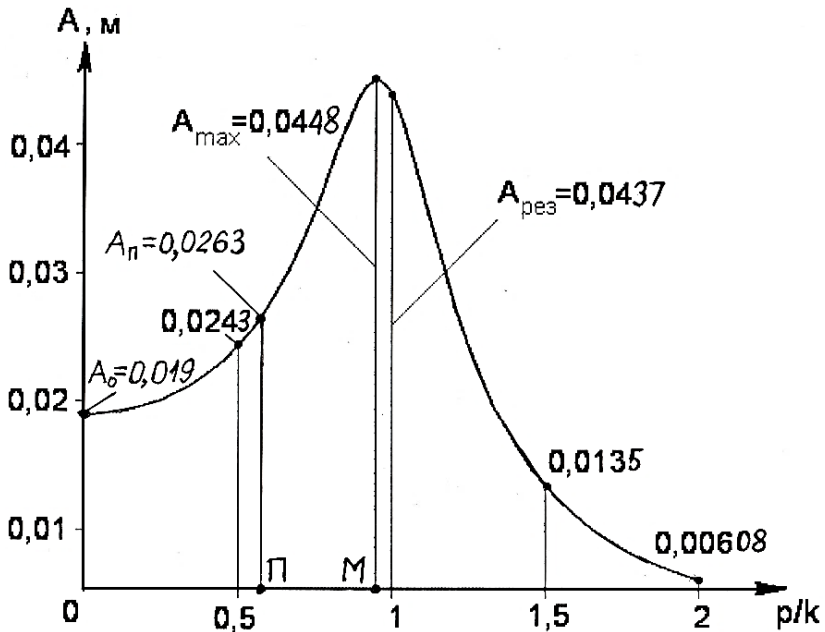
45. Довжина відрізка на осі ε для зсуву фази при $p/k=2$:

$$\bar{\varepsilon}_2 = \frac{\varepsilon_2}{\mu_\varepsilon} = 80 \text{ мм.}$$

46. Таблиця параметрів коливань та координат точок графіків амплітудно-частотної та фазо-частотної характеристики.

№	параметри коливань			координати точок графіків характеристик		
	p/k	A	ε	$\overline{p/k}$	\overline{A}	$\overline{\varepsilon}$
		м	рад.	мм		
1	0	0,019	0	0	34	0
2	0,5	0,0243	0,283	25	43	8
3	(II) 0,565	0,0263	0,346	28	47	10
4	(M) 0,952	0,0448	1,16	48	80	32
5	1	0,0437	$\pi/2$	50	78	44
6	1,5	0,0135	2,66	75	24	74
7	2	0,00608	2,86	100	11	80

47. Графік амплітудно-частотної характеристики коливань динамічної системи



48. Графік фазо-частотної характеристики коливань динамічної системи

