

**Л.Й. Дворкін, О.М. Бордюженко,
В.В. Житковський, Л.І. Ніхаєва,
Р.М. Макаренко**

**БУДІВЕЛЬНЕ
МАТЕРІАЛОЗНАВСТВО:
*ЗАДАЧІ ТА ВПРАВИ***

За редакцією д.т.н., професора Л.Й. Дворкіна

Рівне – 2023

УДК 691(075.3)

ББК 38.3я723

Д 24

Рецензенти:

В.М. Дерев'яно, доктор технічних наук, професор
Придніпровська академія будівництва та архітектури
М.А. Саницький, доктор технічних наук, професор,
Національний університет «Львівська політехніка»

*Рекомендовано вченою радою навчально-наукового інституту
будівництва та архітектури Національного університету водного
господарства та природокористування
(Протокол № від 5 вересня 2023 р.)*

**Л.Й.Дворкін, О.М.Бордюженко, В.В.Житковський,
Л.І. Ніхасва, Р.М.Макаренко**

Д 24

Будівельне матеріалознавство: Задачі та вправи. Навчальний
посібник / За редакцією д.т.н., проф. Л.Й.Дворкіна. – Рівне, НУВГП,
2023. – 217 с.

ISBN _____

Посібник направлений на цілісне вивчення студентами
дисципліни “Будівельне матеріалознавство” – однієї з найважливіших
базових дисциплін в навчальному плані підготовки спеціалістів
будівельного профілю. Містить приклади та вправи з вирішення задач
по основним темам з будівельного матеріалознавства а також
розв'язання проблемних ситуацій.

Для студентів будівельних спеціальностей.

© Л.Й. Дворкін, О.М. Бордюженко,
В.В. Житковський, Л.І. Ніхасва,
Р.М. Макаренко, 2023
© НУВГП, 2023

Зміст

ПЕРЕДМОВА.....	4
ЧАСТИНА 1. ЗАДАЧІ.....	5
1.1. Основні властивості будівельних матеріалів	5
1.1.1. Структурно-фізичні властивості будівельних матеріалів	9
1.1.2. Гідрофізичні властивості будівельних матеріалів	15
1.1.3. Теплофізичні властивості.....	24
1.1.4. Фізико-механічні властивості	31
1.1.4.1. Міцнісні властивості.....	31
1.1.4.2. Деформативні властивості	43
1.2. Природні кам'яні та керамічні матеріали	50
1.3. Мінеральні в'язучі речовини.....	59
1.4. Бетони і розчини	71
1.5. Штучні безвипалювальні кам'яні матеріали.....	89
1.6. Деревинні матеріали	96
1.7. Метали	103
1.8. Матеріали на основі органічних в'язучих.....	111
ЧАСТИНА 2. МАТЕМАТИЧНЕ ПЛАНУВАННЯ ПРИ ВИРІШЕННІ ЗАДАЧ З БУДІВЕЛЬНОГО МАТЕРІАЛОЗНАВСТВА.....	120
2.1. Загальні положення	120
2.2. Побудова лінійних і неповних квадратичних моделей	122
2.3. Побудова квадратичних моделей	139
2.4. Аналіз рівнянь регресії й пошук оптимальних значень	152
2.5. Вправи.....	167
2.6. Розв'язання багатоваріантних задач проектування складу з використанням критерію мінімальної вартості.....	173
ЧАСТИНА 3. ПРОБЛЕМНІ СИТУАЦІЇ.....	183
3.1. Загальні положення	183
3.2. Приклади вирішення проблемних ситуацій	187
3.3. Завдання на проблемні ситуації	192
Перелік літератури.....	200

ПЕРЕДМОВА

Підготовка спеціалістів-будівельників потребує поряд з оволодінням теоретичних основ будівельного матеріалознавства набуття практичних навиків з випробування матеріалів і вміння розв'язувати основні задачі і проблемні ситуації, що виникають на практиці.

В даному посібнику наводяться приклади та вправи з рішення задач по основним темам курсу «Будівельне матеріалознавство». Окремо розглядаються основи методології математичного планування експериментів для розв'язування складних технологічних задач, методи оптимізації. Спеціальний розділ посібника призначений для розгляду типових проблемних ситуацій, що зустрічаються у будівельній практиці.

Безумовно, даний посібник може бути ефективним лише при його використанні у комплексі з іншими підручниками та посібниками, що дозволяють набути майбутнім спеціалістам необхідні знання і навички.

Автори вдячні рецензентам посібника д.т.н., проф. В.М. Дерев'янку і д.т.н., проф. М.А. Саницькому, зауваження яких враховані при підготовці посібника до друку.

Частина 1. ЗАДАЧІ

1.1. Основні властивості будівельних матеріалів

Розрахунки по визначенню загальних властивостей будівельних матеріалів дозволяють оцінити їх відповідність технічним вимогам, можливість застосування в конкретних умовах експлуатації. Знання основних властивостей матеріалів є необхідним для різноманітних інженерних розрахунків. Наприклад, для розрахунку навантажень, визначення маси споруд, транспортних розрахунків, вибору місткості складських приміщень необхідно знати густину матеріалів. Для оцінки міцності і стійкості споруд, прогнозу їх довговічності важливим є врахування міцності матеріалів, відношення їх до вологи, температури тощо.

Властивості будівельних матеріалів класифікують по характеру їх відношення до різних впливів навколишнього середовища. В окремі групи виділяють зазвичай властивості, що характеризують відношення матеріалів до хімічних, фізичних і механічних впливів. Похідними від хімічних, фізичних і механічних властивостей є технологічні властивості, що характеризують відношення матеріалу до сприйняття технологічних операцій (розколюваність, зварюваність, формівність тощо). Властивості матеріалів взаємозалежні й обумовлені їхнім походженням, складом, структурою, способом одержання. Найбільш важливими для будівельних матеріалів, що застосовуються у будівництві, є фізичні і механічні властивості, що характеризують стан матеріалів, їх відношення до вологи і температури, а також механічних впливів.

При розрахунках показників, що виражають властивості матеріалів, необхідно чітко розуміти їх розмірності, що впливають із основних величин системи одиниць виміру.

В табл. 1.1 наведені розрахункові формули основних фізичних та механічних властивостей матеріалів.

В Міжнародній системі одиниць (СІ) в якості основних прийняті наступні одиниці: метр (м) – одиниця довжини; кілограм (кг) – одиниця маси; секунда (с) – одиниця часу;

ньютон (Н) – одиниця сили; градус Кельвіна (К) – одиниця термодинамічної температури. Іноді зручніше застосовувати одиниці більші (кратні) або дрібні (часткові). Їх утворюють множенням початкових одиниць на число 10, взяте у відповідному ступені. Назва одиниць при цьому набуває відповідної приставки (табл. 1.2).

Температуру прийнято виражати як в градусах Кельвіна (К), так і в градусах Цельсія (°С).

Вибирати приставки рекомендується таким чином, щоб числові значення величини знаходились в діапазоні 0,1...1000.

Таблиця 1.1

Розрахункові формули для визначення основних властивостей матеріалів

Властивість	Розмірність	Розрахункова формула / позначення
Дійсна (істинна) густина	кг/м ³ ; г/см ³	$\rho = \frac{m}{V_{абс}}$
		m – маса сухого матеріалу; V _{абс} – об'єм в абсолютно щільному стані
Середня густина	кг/м ³ ; кг/л	$\rho_o = \frac{m}{V}$
		V – геометричний об'єм матеріалу (з урахуванням пор та порожнин)
Насипна густина	кг/м ³ ; т/м ³	$\rho_n = \frac{m}{V_n}$
		V _n – об'єм матеріалу в насипному стані
Пористість (загальна)	%	$П = \left(1 - \frac{\rho_o}{\rho}\right) \cdot 100$
Пористість відкрита	%	$П_e = \frac{V_e}{V} = \frac{m_n - m}{\rho_e \cdot V} \cdot 100$ V _в – об'єм поглинутої матеріалом води; m _n – маса насиченого водою матеріалу; ρ _в – густина води

Продовження табл. 1.1

Пористість закрита	%	$\Pi_3 = \Pi - \Pi_g$
Міжзернова пустотність (порожнистість)	%	$\Pi_m = \frac{V_{пуст}}{V_n} = \left(1 - \frac{\rho_n}{\rho}\right) \cdot 100$ $V_{пуст}$ – об'єм міжзернових пустот
Вологість абсолютна	%	$W_{abc} = \frac{m_g - m}{m} \cdot 100$ m_b – маса вологого матеріалу
Вологість відносна	%	$W_{oid} = \frac{m_g - m}{m_g} \cdot 100$
Водопоглинання за масою	%	$W_m = \frac{m_n - m}{m} \cdot 100$
Водопоглинання за об'ємом	%	$W_o = \frac{m_n - m}{V} \cdot 100$ або $W_o = W_m \cdot \frac{\rho_o}{\rho_g}$
Коефіцієнт фільтрації	м/год	$k_\phi = \frac{V_g \cdot \delta}{S \cdot \Delta p \cdot \tau}$ V_b – об'єм води, яка просочилась; δ – товщина стінки; S – площа стінки; Δp – різниця гідростатичного тиску на границях стінки, мм вод. ст.; τ – час
Коефіцієнт паропроникності	г/(мгод Па)	$\mu = \frac{V_n \cdot \rho \cdot \delta}{S \cdot \tau \cdot \Delta p_n}$ V_n – об'єм пари (густиною ρ), яка пройшла через стінку; Δp_n – різниця тисків пари на границях стінки, Па

Продовження табл. 1.1

Коефіцієнт розм'якшення	—	$K_p = R_n / R_c$ <p>R_n – міцність насиченого водою матеріалу; R_c – міцність сухого матеріалу</p>
Теплопровідність	Вт/ (м·°С)	$\lambda = \frac{Q \cdot \delta}{S \cdot (t_1 - t_2) \cdot \tau}$ <p>Q – кількість теплоти, Дж; t_1 – температура поверхні гарячої сторони зразка, °С; t_2 – температура поверхні холодної сторони зразка, °С</p>
Термічний опір	м ² ·°С/Вт	$R_t = \delta / \lambda$
Питома теплоємність	кДж/ (кг·°С)	$c = \frac{Q}{m \cdot (t_1 - t_2)}$
Границя міцності	МПа	$R = F / S$ <p>F – руйнівне навантаження; S – розрахункова площа перерізу зразка</p>
Твердість за Брінеллем	МПа	$HB = \frac{2F_{ms}}{\pi \cdot D \cdot (D \sqrt{D^2 - d^2})}$ <p>D – діаметр кульки; d – діаметр відбитку</p>
Стираність	г/см ²	$St = (m - m_1) / S$ <p>m – маса зразка до стирання; m_1 – маса зразка після стирання; S – площа стирання</p>

Таблиця 1.2

Найчастіше вживані приставки до одиниць вимірювання

Приставка	Позначення	Множник на який множать основну одиницю
Гіга	Г	10^9
Мега	М	10^6
Кіло	к	10^3
Деци	д	10^{-1}
Санти	с	10^{-2}
Мілі	м	10^{-3}
Мікро	мк	10^{-6}
Нано	н	10^{-9}

1.1.1. Структурно-фізичні властивості будівельних матеріалів

До структурно-фізичних відносять властивості, що характеризують особливості фізичного стану матеріалу: густина, пористість, пустотність (порожнистість).

Типові задачі

Задача 1. Визначити діаметр циліндричного силосу для зберігання $m=100$ т цементу висотою $h=10$ м. Насипна густина цементу складає $\rho_n=1300$ кг/м³. Коефіцієнт заповнення силосу $k=0,87$.

Розв'язок. Знайдемо об'єм, який займає цемент в насипному стані: $V_n=m/\rho_n=100/1,3=76,9$ м³.

З врахуванням коефіцієнту заповнення об'єм силосу буде складати:

$$V_c=V_n/k=76,9/0,87=88,4 \text{ м}^3.$$

Тоді з формули $V_c = \frac{\pi d^2}{4} \cdot h$, знайдемо діаметр силосу:

$$d = \sqrt{\frac{4V_c}{\pi h}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 88,4}{\pi \cdot 10}} = 3,36 \text{ м.}$$

Задача 2. Визначити мінімально необхідну корисну площу штабелів для розміщення $m=10$ т сипучого матеріалу з насипною густиною $\rho_n=1300$ кг/м³, якщо висота шару матеріалу в штабелях не повинна перевищувати $h=1,5$ м.

Розв'язок. Знаходимо об'єм матеріалу в штабелях:

$$V=m/\rho_n=10000:1300=7,69 \text{ м}^3.$$

Тоді площа штабелів повинна складати:

$$S=V/h=7,69:1,5=5,13 \text{ м}^2.$$

Задача 3. Насипна густина сухого піску $\rho_n=1500$ кг/м³. При 5%-й вологості ($W_n=5\%$) вона зменшилась до $\rho_n^w=1150$ кг/м³. Визначити приріст об'єму піску за рахунок зволоження.

Перший спосіб розв'язку. 1 т сухого піску займає об'єм $V_c=1:1,5=0,667$ м³. Після зволоження маса вологого піску складає $m_w=1\cdot(1+5/100)=1,05$ т. Тоді об'єм вологого піску $V_b=1,05:1,15=0,913$ м³.

Приріст об'єму піску складає:

$$\Delta V = \frac{V_w - V_c}{V_c} \cdot 100 = \frac{0,913 - 0,667}{0,667} \cdot 100 = 36,9\%.$$

Другий спосіб розв'язку. Маса піску після зволоження :

$$m_w = \rho_n \cdot \left(1 + \frac{w_n}{100}\right) = 1500 \cdot \left(1 + \frac{5}{100}\right) = 1575 \text{ кг}.$$

Об'єм вологого піску: $V_w=m/\rho_n^w=1575:1150=1,369$ м³.

$$\Delta V=V_w-V_c=1,369-1=0,369 \text{ або } 36,9\%.$$

Задача 4. Визначити середню густину кам'яного зразка неправильної геометричної форми, якщо при його зважуванні на повітрі маса складала $m_c=100$ г, а у воді $m_w=55$ г. До зважування у воді зразок парафінували. Маса парафінованого зразка $m_{п.з}=101,1$ г. Густина парафіну $\rho_{п.}=0,93$ г/см³.

Розв'язок. Об'єм парафінованого зразка (або об'єм витісненої води) по закону Архімеда дорівнює втраті його маси при зважуванні у воді, тобто при густині води $\rho_b=1$ г/см³:

$$V_{n.z.} = \frac{m_{n.z.} - m_w}{\rho_g} = 101,1 - 55 = 46,1 \text{ см}^3.$$

Маса парафіну $m_{п.} = m_{n.z.} - m_c = 101,1 - 100 = 1,1 \text{ г}$, а його об'єм $V_{п.} = m_{п.} / \rho_{п.} = 1,1 / 0,93 = 1,18 \text{ см}^3$.

Об'єм непарафінованого зразку $V = V_{n.z.} - V_{п.} = 46,1 - 1,18 = 44,92 \text{ см}^3$.

Тоді середня густина матеріалу:

$$\rho_o = \frac{m_c}{V} = \frac{100}{44,92} = 2,23 \text{ г/см}^3$$

Задача 5. При визначенні дійсної густини будівельного гіпсу була взята наважка $m_o = 85 \text{ г}$. В скляний стакан із гасом була внесена частина цієї наважки, залишок склав $m_1 = 15,5 \text{ г}$. При цьому рівень гасу у колбі підвищився від нульової відмітки до 25 см^3 . Розрахувати дійсну густину будівельного гіпсу.

Розв'язок. Маса гіпсу, що була поміщена у колбу:

$$m_r = m_o - m_1 = 85 - 15,5 = 69,5 \text{ г}.$$

Об'єм гіпсу в абсолютно щільному стані дорівнює об'єму витісненого гасу, тобто $V_r = 25 \text{ см}^3$.

Таким чином, дійсна густина гіпсу склала:

$$\rho = m_r / V_r = 69,5 : 25 = 2,7 \text{ г/см}^3.$$

Задача 6. Зовнішня стінова панель із газобетону має розміри $3,1 \times 2,9 \times 0,3 \text{ м}$ і масу $m_{п.} = 2160 \text{ кг}$. Визначити пористість газобетону, приймаючи значення дійсної густини $\rho = 2,81 \text{ г/см}^3$.

Розв'язок. Об'єм панелі складає $V_{п.} = 3,1 \times 2,9 \times 0,3 = 2,7 \text{ м}^3$.

Середня густина газобетону $\rho_o = m_{п.} / V_{п.} = 2160 : 2,7 = 800 \text{ кг/м}^3$.

Тоді пористість газобетону складатиме:

$$P = \left(1 - \frac{\rho_o}{\rho}\right) \cdot 100 = \left(1 - \frac{800}{2810}\right) \cdot 100 = 71,5 \%$$

Задача 7. Кубічний зразок із газобетону з розміром ребра $a = 20 \text{ см}$ після занурення у воду плаває на поверхні. Висота зразка над рівнем води при цьому склала $h = 6,5 \text{ см}$. Визначити пористість газобетону, приймаючи його істинну густину $\rho = 2,97 \text{ г/см}^3$. Поглинанням води зразком можна знехтувати.

Розв'язок. Маса (об'єм) води, витісненої зразком рівна масі самого зразка (оскільки зразок плаває на поверхні).

Зразок занурився у воду на $h_1 = a - h = 20 - 6,5 = 13,5$ см і витіснив при цьому: $V_B = 20 \times 20 \times 13,5 = 5400$ см³ води. Таким чином, маса зразка $m = 5400$ г або 5,4 кг.

Об'єм зразка куба: $V_0 = 20 \times 20 \times 20 = 8000$ см³.

Середня густина газобетону:

$$\rho_o = \frac{m}{V_o} = \frac{5400}{8000} = 0,68 \text{ г/см}^3 \text{ або } 680 \text{ кг/м}^3.$$

Тоді пористість зразка дорівнює:

$$P = \left(1 - \frac{\rho_o}{\rho}\right) \cdot 100\% = \left(1 - \frac{0,68}{2,97}\right) \cdot 100\% = 77,1\%.$$

Задача 8. Кузов автомашини розміром $2,8 \times 1,8 \times 0,6$ м заповнений на $2/3$ своєї висоти щебенем, маса автомашини без щебеню $m_a = 3$ т, із щебенем $m'_a = 5,86$ т. Розрахувати насипну густина щебеню і його міжзернову пустотність. Дійсна густина щебеню $\rho_{щ} = 2,7$ г/см³.

Розв'язок. Об'єм щебеню $V_{щ} = 2,8 \cdot 1,8 \cdot (0,6 \cdot 2/3) = 2$ м³.

Маса щебеню $m_{щ} = m'_a - m_a = 5,86 - 3 = 2,86$ т.

Насипна густина щебеню $\rho_{н.щ} = m_{щ} / V_{щ} = 2860 : 2 = 1430$ кг/м³.

Тоді міжзернова пустотність щебеню:

$$P_m = \left(1 - \frac{\rho_{н.щ}}{\rho_{щ}}\right) \cdot 100 = \left(1 - \frac{1430}{2700}\right) \cdot 100 = 47\%.$$

Задачі для самостійного вирішення

1. Визначити висоту циліндричного силосу для зберігання 90 т цементу, якщо його діаметр складає 3 м. Насипна густина цементу 1250 кг/м³. Коефіцієнт заповнення силосу $0,88$.

2. Яка кількість циліндричних силосів повинна входити в склад цементу місткістю 1500 т, якщо висота однієї силосної банки 10 м, діаметр 6 м? Насипну густина цементу і коефіцієнт заповнення силосу прийняти такими ж, як у задачі № 1.

3. Для зведення збірних залізобетонних силосів застосовують кільця з внутрішнім діаметром 6 м і висотою 1 м. Яку кількість кілець потрібно для складу місткістю 800 т? Насипну густину цементу і коефіцієнт заповнення силосів прийняти такими ж, як у задачі № 1.

4. Яка мінімально необхідна кількість залізобетону (за масою) повинна бути використана на будівництво силосного складу для збереження 600 т цементу? Для зведення силосів застосовують кільця з внутрішнім діаметром 6 м, висотою 1 м і товщиною стінки 12 см. Насипну густину цементу і коефіцієнт заповнення силосу прийняти такими ж, як у прикладі № 1. Середня густина залізобетону 2500 кг/м^3 .

5. Визначити довжину штабельного складу для зберігання 12 тис. т піску. Насипна густина піску 1550 кг/м^3 . Кут природного ухилу піску в штабелі 30° . Допустима висота штабеля 5 м.

6. Склад цементу включає 9 силосних банок висотою 10 м з внутрішнім діаметром 6 м. Скільки діб безперебійної роботи бетонного заводу забезпечує склад при коефіцієнті заповнення силосів 0,9, добовому випуску бетонної суміші 500 м^3 при витраті цементу на 1 м^3 суміші 312 кг/м^3 ? Насипна густина цементу в силосах 1300 кг/м^3 .

7. Як змінився об'єм штабеля, в якому зберігається 50 т сухого сипучого матеріалу з насипною густиною 1400 кг/м^3 , якщо після зволоження до 7% насипна густина зросла до 1600 кг/м^3 ?

8. Насипна густина сухого піску 1500 кг/м^3 . Визначити насипну густину піску при зволоженні його до 2 і 20%, якщо відомо, що при вологості 2% об'єм піску на 20% більше, а при 20% – на 5% менше в порівнянні із сухим.

9. До спучення перлітовий пісок мав насипну густину 950 кг/м^3 , а після спучення при температурі 1000°C – 200 кг/м^3 . На виготовлення 1 м^3 легкого бетону використовується 150 кг спученого перлітового піску. Яка потрібна місткість складів для випаленого і невипаленого перлітових пісків, щоб забезпечити двотижневу безперебійну роботу заводу продуктивністю 300 м^3 бетонної суміші за добу?

10. В мірний скляний циліндр, що містить 35 см^3 гасу, всипали $30,5 \text{ г}$ портландцементу. На якій відмітці встановиться рівень гасу в циліндрі, якщо дійсна густина портландцементу $3,1 \text{ г/см}^3$?

11. При пікнометричному визначенні дійсної густини кварцового піску його попередньо подрібнили і взяли наважку $12,5 \text{ г}$. Маса пікнометра без води – $25,5 \text{ г}$, з водою – $75,5 \text{ г}$, з наважкою і водою – $83,3 \text{ г}$. Яка густина кварцового піску?

12. Яку масу має зразок матеріалу неправильної форми середньої густини 2400 кг/м^3 , якщо його маса у воді зменшується на $45,5 \text{ г}$? На парафінування зразка використовується $1,5 \text{ г}$ парафіну густиною $0,93 \text{ г/см}^3$.

13. Знайти і порівняти пористість зерен і пустотність пісків різних видів. Нижче наведені вид піску, його дійсна густина, середня густина в зерні і насипна густина:

Вид піску	Дійсна густина, г/см^3	Насипна густина, кг/м^3	Середня густина в зерні, кг/м^3
Кварцовий	2,62	550	2620
Шлакопемзовий	2,82	953	1750
Керамзитовий (подрібнений)	2,53	485	956
Перлітовий (спучений)	2,65	200	322

14. При випалі спучених гірських порід коефіцієнт спученості, тобто відношення насипної густини до термообробки до значення цього показника після термообробки, залежить від крупності зерен. Для пемзи фракцій $10 \dots 20$, $5 \dots 10$ і $0,5 \dots 3 \text{ мм}$ з насипною густиною відповідно 900 , 920 і 985 кг/м^3 коефіцієнти спученості $2,1$; $2,4$ і $9,2$. Знайти приріст міжзернової пустотності кожної із фракцій.

15. Щебінь із неспученого перліту при дійсній густині $2,2 \text{ г/см}^3$ має середню щільність в шматках 1625 кг/м^3 . У скільки разів збільшиться при спученні об'єм і пустотність одного шматка перліту. Які значення об'єму і порожнистості його в

неспученому і у спученому стані, якщо маса шматка рівна 45 г, а насипна густина спученого перліту 150 кг/м^3 ?

16. Який об'єм пустот потрібно утворити в бетоні з дійсною густиною $2,4 \text{ г/см}^3$, щоб його середню густину зменшити з 2200 до 600 кг/см^3 ?

17. Знайти об'єм міжзернових пустот в одиниці об'єму при заповненні його кулями, розміщеними рядами (рис. 1.1). Чи буде змінюватися об'єм пустот в залежності від діаметра куль?

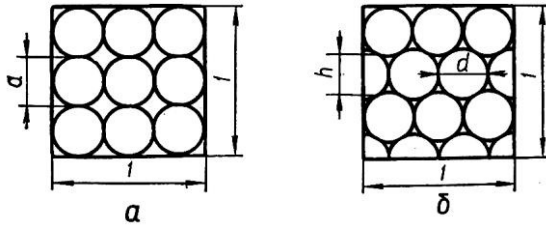


Рис. 1.1. Розміщення куль в об'ємі:
а – рядами; б – в шаховому порядку

18. Визначити об'єм щебеню, що прибув в залізничному напіввагоні вантажопід'ємністю 60 т, якщо насипна густина щебеню 1420 кг/м^3 .

19. Маса щебеню після заповнення мірної посудини діаметром 185 мм і висотою 186,5 мм виявилася рівною 7,75 кг. Яка насипна густина щебеню?

20. Кузов автомобіля розміром $2,6 \times 1,7 \times 0,5 \text{ м}$ заповнений на $3/4$ своєї висоти щебенем, маса автомашини без щебеню $m_a=3,1 \text{ т}$, із щебенем $m_a=5,5 \text{ т}$. Розрахувати насипну густину щебеню і його міжзернову пустотність. Дійсна густина щебеню $\rho_{щ}=2,7 \text{ г/см}^3$.

1.1.2. Гідрофізичні властивості будівельних матеріалів

До гідрофізичних відносять властивості, що зумовлюють реакцію матеріалу на дію вологи: гігроскопічність, капілярне всмоктування, водопоглинання, водостійкість, вологість, водопроникність, гідрофільність, гідрофобність, вологові деформації (набухання та усадка), морозостійкість.

Типові задачі

Задача 1. Висушений до постійної маси керамічний зразок має об'єм $V=1,4 \text{ дм}^3$ і масу $m_c=2,4 \text{ кг}$. В насиченому водою стані його маса складає $m_{вл}=2,67 \text{ кг}$. Істинна густина кераміки $\rho=2,65 \text{ г/см}^3$. Знайти абсолютну та відносну вологість зразка, його відкриту та закриту пористість.

Розв'язок. Знайдемо значення абсолютної та відносної вологості з наступних виразів:

$$W_{абс} = \frac{m_{вл} - m_c}{m_c} \cdot 100\% = \frac{2,67 - 2,4}{2,4} \cdot 100\% = 11,3\% .$$

$$W_{від} = \frac{m_{вл} - m_c}{m_{вл}} \cdot 100\% = \frac{2,67 - 2,4}{2,67} \cdot 100\% = 10,1\% .$$

Для знаходження відкритої і закритої пористості спочатку необхідно знайти значення загальної пористості. Значення середньої густини зразка можна знайти знаючи його об'єм та масу в сухому стані:

$$\rho_o = \frac{m_c}{V} = \frac{2,4}{1,4} = 1,7 \text{ г/см}^3 .$$

Тоді загальна пористість зразка складе:

$$P = \left(1 - \frac{\rho_o}{\rho}\right) \cdot 100\% = \left(1 - \frac{1,7}{2,65}\right) \cdot 100\% = 35,8\% .$$

Відкрита пористість відповідає об'єму поглинутої води:

$$P_a = \frac{V_e}{V} = \frac{m_{вл} - m_c}{\rho_e \cdot V} \cdot 100\% = \frac{2,67 - 2,4}{1 \cdot 1,4} \cdot 100\% = 19,3\% ,$$

де ρ_v – густина води, 1 г/см^3 або 1 кг/л (дм^3).

В результаті, закрити пористість можна визначити з наступного виразу:

$$P_z = P - P_a = 35,8 - 19,3 = 16,5\% .$$

Задача 2. Маса зразка кам'яного матеріалу в сухому стані 50 г, а водопоглинання його по об'єму 18%. Пористість складає 25%, середня густина 1800 кг/м^3 . Визначити масу зразка після насичення його водою а також дійсну густину.

Розв'язок. Знаходимо дійсну густину із формули пористості:

$$\Pi = \left(1 - \frac{\rho_o}{\rho}\right) \cdot 100\% . \Rightarrow \rho = \frac{\rho_o}{1 - \frac{\Pi}{100}} = \frac{1800}{1 - \frac{25}{100}} = 2400 \text{ кг/м}^3 .$$

Використаємо формулу переходу від водопоглинання за об'ємом до водопоглинання за масою:

$$W_o = W_m \cdot \frac{\rho_o}{\rho_s} . \text{ Звідси } W_m = W_o \cdot \frac{\rho_s}{\rho_o} = 18 \cdot \frac{1}{1,8} = 10\% .$$

З формули водопоглинання за масою:

$$W_m = \frac{m_n - m_c}{m_c} \cdot 100 , \text{ знайдемо масу зразка після насичення}$$

$$\text{його водою: } m_n = \frac{W_m \cdot m_c + 100 \cdot m_c}{100} = \frac{10 \cdot 50 + 100 \cdot 50}{100} = 55 \text{ г} .$$

Задача 3. Визначити коефіцієнт насичення пор цеглини розміром $250 \times 120 \times 65$ мм з істинною густиною $\rho = 2,6 \text{ г/см}^3$ і масою в сухому стані $m_c = 3,5$ кг, якщо після витримання у воді маса цеглини виявилась рівною $m_n = 4,0$ кг. Прийняти, що всі пори в матеріалі відкриті.

Розв'язок. Коефіцієнт насичення пор можна знайти з формули:

$$K_n = \frac{W_o}{\Pi} .$$

Водопоглинання цеглини за масою:

$$W_m = \frac{m_n - m_c}{m_c} \cdot 100 = \frac{4 - 3,5}{3,5} \cdot 100 = 14,3\% .$$

Об'єм цеглини: $V = 25 \times 12 \times 6,5 = 1950 \text{ см}^3$.

Середня густина цеглини:

$$\rho_o = \frac{m_c}{V} = \frac{3500}{1950} = 1,8 \text{ г/см}^3 .$$

Водопоглинання цеглини за об'ємом:

$$W_o = W_m \cdot \frac{\rho_o}{\rho_s} = 14,3 \cdot 1,8 = 25,7\% .$$

Загальна пористість цеглини:

$$П = \left(1 - \frac{\rho_o}{\rho}\right) \cdot 100\% = \left(1 - \frac{1,8}{2,6}\right) \cdot 100\% = 30,8\%.$$

Тоді коефіцієнт насичення пор складатиме:

$$K_n = \frac{W_o}{П} = \frac{25,7}{30,8} = 0,83.$$

Задача 4. Міцність сухого бетону при стиску складає $R_c=42$ МПа, коефіцієнт розм'якшення $K_p=0,94$. Після 100 циклів заморожування-відтавання міцність склала 35,2 МПа, після 150 циклів – 33,1 МПа. До якої марки за морозостійкістю можна віднести бетон? Граничну межу зниження міцності прийняти 15%.

Розв'язок. Коефіцієнт розм'якшення знаходиться за формулою $K_p = \frac{R_n}{R_c}$.

Тоді міцність бетону в насиченому водою стані буде складати: $R_n = K_p \cdot R_c = 0,94 \cdot 42 = 39,48$ МПа.

Знаходимо втрати міцності бетону після 100 і 150 циклів випробувань:

$$\omega_{100} = \frac{R_n - R_1}{R_n} = \frac{39,48 - 35,2}{39,48} = 10,8\%,$$

$$\omega_{150} = \frac{R_n - R_2}{R_n} = \frac{39,48 - 33,1}{39,48} = 16,2\%.$$

Морозостійкість характеризує кількість циклів попереминого заморожування і відтавання, яку бетон витримує без зменшення своєї міцності більше ніж на 15%.

Отже, в даному випадку кількість циклів, що визначає морозостійкість складає 150, а марка за морозостійкістю F100.

Задача 5. Визначити коефіцієнт паропроникності залізобетонної плити перекриття розміром $5 \times 3 \times 0,15$ м, через яку за 24 год пройде $m_n=45$ г водяної пари при різниці парціального тиску пари 3,9 Па.

Розв'язок. Коефіцієнт паропроникності знаходимо за формулою:

$$\mu = \frac{V_n \cdot \rho \cdot \delta}{S \cdot \tau \cdot \Delta p_n},$$

де V_n – об'єм пари (густиною ρ), яка пройшла за час τ через стінку товщиною δ і площею S ; Δp_n – різниця тисків пари на границях стінки, Па.

Оскільки маса пари: $m_n = V_n \cdot \rho_n$, товщина плити $\delta = 0,15$ м, а площа плити: $S = 5 \times 3 = 15$ м, то коефіцієнт паропроникності складатиме:

$$\mu = \frac{m_n \cdot \delta}{S \cdot \tau \cdot \Delta P_n} = \frac{45 \cdot 0,15}{15 \cdot 24 \cdot 3,9} = 4,8 \cdot 10^{-3} \text{ з/(м} \cdot \text{год} \cdot \text{Па)}.$$

Задача 6. Розрахувати відносну вологість а також середню густину в сухому та вологому стані керамзитобетонної зовнішньої стінової панелі розміром $3,6 \times 2,9 \times 0,4$ м та масою 4,5 т при абсолютній вологості 13%.

Розв'язок. З формули абсолютної вологості

$W_{абс} = \frac{m_e - m_c}{m_c} \cdot 100\%$, знаходимо масу панелі в сухому стані:

$$m_c = \frac{100 \cdot m_e}{W_{абс} + 100} = \frac{100 \cdot 4,5}{13 + 100} = 3,98 \text{ т.}$$

Знаходимо відносну вологість панелі:

$$W_e = \frac{m_e - m_c}{m_e} \cdot 100\% = \frac{4,5 - 3,98}{4,5} \cdot 100\% = 11,5\%.$$

Знаходимо об'єм панелі:

$$V = 3,6 \times 2,9 \times 0,4 = 4,18 \text{ м}^3.$$

Середня густина панелі в сухому стані:

$$\rho_o^c = \frac{m_c}{V} = \frac{3,98}{4,18} = 0,952 \text{ т/м}^3.$$

Середня густина панелі у вологому стані:

$$\rho_o^e = \frac{m_e}{V} = \frac{4,5}{4,18} = 1,077 \text{ т/м}^3.$$

Задача 7. Маса сухого матеріалу $m=90,9$ кг. При зволоженні матеріалу до деякої початкової вологості W_1 маса його зростає до $m_1=100$ кг. Якою повинна бути маса матеріалу при зволоженні його до $W_2=20\%$?

Розв'язок. Знаходимо початкову вологість матеріалу:

$$W_1 = \frac{m_1 - m}{m} \cdot 100 = \frac{100 - 90,9}{90,9} \cdot 100 = 10\% .$$

Масу матеріалу m_2 при $W_2=20\%$ знайдемо з формули вологості:

$$m_2 = \frac{20 \cdot 90,9 + 100 \cdot 90,9}{100} = 109,08 \text{ кг.}$$

Задача 8. Сорбційна вологість ніздрюватого бетону змінюється зі зміною відносної вологості повітря. При середній густині ніздрюватого бетону в сухому стані $\rho_{o.c.} = 500$ кг/м³ сорбційна вологість бетону за об'ємом при відносній вологості повітря 40% складає $W_o = 1,4\%$; при 80% – 2,9% і при 100% – 9,4%. Знайти середню густину ніздрюватого бетону при вказаних значеннях відносної вологості повітря.

Розв'язок. Для переведення вологості матеріалів за об'ємом (W_o) до вологості за масою (W_m) використовують формулу:

$$W_m = \frac{1000 \cdot W_o}{\rho_{o.c.}} .$$

При відносній вологості повітря:

$$40\% - W_m = \frac{1000 \cdot 1,4}{500} = 2,8\% ; 80\% - W_m = \frac{1000 \cdot 2,9}{500} = 5,8\% ;$$

$$100\% - W_m = \frac{1000 \cdot 9,4}{500} = 18,8\% .$$

Середня густина ніздрюватого бетону при відносній вологості повітря:

$$40\% - \rho_{o.w} = \rho_{o.c.} + \frac{\rho_{o.c.} \cdot W_m}{100} = 500 + \frac{500 \cdot 2,8}{100} = 514 \text{ кг/м}^3 ;$$

$$80\% - \rho_{o.w} = 500 + \frac{500 \cdot 5,8}{100} = 529 \text{ кг/м}^3 ;$$

$$100\% - \rho_{o.w} = 500 + \frac{500 \cdot 18,8}{100} = 594 \text{ кг/м}^3.$$

Задача 9. Маса зразка природного каменю з дійсною густиною $\rho=2,5 \text{ г/см}^3$ в сухому стані $m=100 \text{ г}$. Після водонасичення маса склала $m_n=110 \text{ г}$, об'ємне водопоглинання $W_o=20\%$. Визначити пористість каменю.

Розв'язок. Визначимо водопоглинання каменю за масою:

$$W_m = \frac{m_n - m}{m} \cdot 100 = \frac{110 - 100}{100} \cdot 100 = 10\%.$$

Середню густину каменю можна знайти з формули залежності між водопоглинанням за об'ємом та масою:

$$\rho_o = \frac{W_o}{W_m} \cdot \rho_g = \frac{20}{10} \cdot 1 = 2 \text{ г/см}^3.$$

Тоді пористість природного каменю буде складати:

$$P = \left(1 - \frac{\rho_o}{\rho}\right) \cdot 100 = \left(1 - \frac{2}{2,5}\right) \cdot 100 = 20\%.$$

Задача 10. Керамічна каналізаційна труба із зовнішнім діаметром $D_z=460 \text{ мм}$, внутрішнім діаметром $D_b=400 \text{ мм}$ і довжиною $l=800 \text{ мм}$ знаходиться на випробуванні під гідравлічним тиском $P=0,3 \text{ МПа}$. За добу крізь стінки труби просочилось $V_b=37 \text{ см}^3$ води. Розрахувати коефіцієнт фільтрації керамічної труби.

Розв'язок. Площа внутрішньої поверхні труби:

$$S = \pi \cdot D_b \cdot l = 3,14 \cdot 40 \cdot 80 = 10050 \text{ см}^2.$$

Товщина труби: $\delta = \frac{D_z - D_b}{2} = \frac{460 - 400}{2} = 30 \text{ мм}$ або 3 см .

Тоді коефіцієнт фільтрації складатиме:

$$k_\phi = \frac{V_b \cdot \delta}{S \cdot \tau \cdot P} = \frac{37 \cdot 3}{10050 \cdot 24 \cdot 30 \cdot 10^2} = 1,54 \cdot 10^{-7} \text{ см/год},$$

або $1,54 \cdot 10^{-5} \text{ м/год}$.

Примітка: При розрахунках коефіцієнта фільтрації гідравлічний тиск P виражається в метрах водяного стовпа ($P=0,3 \text{ МПа}=30 \text{ м вод. ст.}$).

Задачі для самостійного вирішення

1. Розрахувати середню густину в сухому і у вологому стані керамзитобетонної зовнішньої стінової панелі розміром $3,6 \times 2,9 \times 0,4$ м масою 4,5 т при вологості 13%.

2. Склад керамічної маси на суху речовину, %: глина – 15, каолін – 35, кварц – 25, польовий шпат – 25. Розрахувати кількість матеріалів і води для отримання 100 кг маси із вологістю 22%.

3. Для умов вправи №2 розрахувати необхідну кількість матеріалів і води, якщо вихідні матеріали мають вологість: глина – 18, каолін – 16, кварц – 0,5 і польовий шпат – 1%.

4. Висушена до постійної маси керамічна черепиця об'ємом $1,4 \text{ дм}^3$ важить 2,4 кг. В насиченому водою стані її маса 2,67 кг. Дійсна густина черепиці $2,65 \text{ г/см}^3$. Розрахувати вологість черепиці, її відкрити і закрити пористість.

5. Якою буде маса дерев'яної деталі у повітряно-сухому ($W=20\%$) і в насиченому водою стані ($W=120\%$), якщо при вологості 8% вона важить 18 кг?

6. При зберіганні проб глиноземистого цементу в кількості 1,5 кг в умовах 100%-ї відносної вологості повітря спостерігались наступні зміни гігроскопічної вологості: негідрофобний цемент – через 2; 15; 190 діб відповідно 4,8; 11,3; і 18,3%; гідрофобний цемент – через 2; 15; 190 діб відповідно 1,2; 2,9 і 8%. Побудувати графіки для обох цементів: залежність маси проби, кг від тривалості зберігання, діб.

7. Плита з пінополістиролу довжиною 2400 мм, шириною 1600 мм, товщиною 70 мм при середній густині у повітряно-сухому стані 60 кг/м^3 після витримування протягом 24 год у воді мала водопоглинання за об'ємом 5%. Визначити масу плити після витримування у воді.

8. Плита із пінопласту на основі полівінілхлориду має розміри $600 \times 600 \times 50$ мм. Середня густина 115 кг/м^3 . Водопоглинання за 24 год склало $0,25 \text{ кг/м}^3$. Розрахувати вологість плити після насичення її водою, загальну пористість і коефіцієнт насичення пор водою. Дійсна густина полівінілхлориду $1,40 \text{ г/см}^3$.

9. Усереднені коефіцієнти фільтрації одягів зрошувальних каналів наступні: монолітної бетонної плити $4 \cdot 10^{-6}$, залізобетонної збірної – $1,2 \cdot 10^{-6}$, асфальтобетонної – $1 \cdot 10^{-6}$ см/с. Яка кількість води просочиться через 100 м^2 облицювання каналів протягом 30 діб при використанні кожного виду одягу, якщо товщина облицювання 10 см і тиск 2 м вод. ст.?

10. Через безнапірну залізобетонну трубу довжиною 5000 мм, товщиною 50 мм і внутрішнім діаметром 200 мм при тиску 0,5 МПа просочилося за добу 40 г води. Чи задовольняє труба нормативним вимогам по водонепроникності, у відповідності з якими коефіцієнт фільтрації не повинен перевищувати $7 \cdot 10^{-9}$ см/с?

11. Були виготовлені зразки розчинів із застосуванням трьох різновидів гіпсових в'язучих: будівельного гіпсу, ангідритового цементу і гіпсоцементнопуцоланового в'язучого з границею міцності при стиску відповідно 5,5; 4,5 і 3,5 МПа. В якому порядку за величиною міцності розмістились зразки після витримування їх у воді, якщо врахувати, що коефіцієнт розм'якшення у розчинів на будівельному гіпсі 0,35, ангідритовому цементі – 0,5 і гіпсоцементнопуцолановому в'язучому – 0,7?

12. На цегельний стовп перерізом 51×51 см прикладене вертикальне навантаження в 400 кН. Марка цегли 150 (середня границя міцності при стиску не менше 15 МПа), а гранично допустиме розрахункове навантаження на кожний квадратний сантиметр перерізу стовпа не повинен перевищувати 10% міцності цегли. Чи витримає цегляний стовп навантаження, знаходячись у воді, якщо коефіцієнт розм'якшення цегли 0,81?

13. Скільки пари проходить крізь стіну із газобетону при середній густині 600, 700, 800 $\text{кг}/\text{м}^3$, площею 50 м^2 і товщиною 25 см за добу при різниці парціальних тисків водяної пари всередині і ззовні приміщення 39 Па. Коефіцієнт паропроникності газобетону при середній густині $\rho_0=600 \text{ кг}/\text{м}^3$ складає $1,4 \cdot 10^{-3} \text{ г}/(\text{м} \cdot \text{год} \cdot \text{Па})$, при $\rho_0=700 \text{ кг}/\text{м}^3$ – $1,24 \cdot 10^{-3} \text{ г}/(\text{м} \cdot \text{год} \cdot \text{Па})$ при $\rho_0=800 \text{ кг}/\text{м}^3$ – $1,12 \cdot 10^{-3} \text{ г}/(\text{м} \cdot \text{год} \cdot \text{Па})$.

14. Розрахувати за умовою задачі №13, якої товщини повинна бути стіна із газобетону при середній густині 600, 700 і

800 кг/м³, щоб через неї за 24 год. проходило не більше 150 г пари.

15. Визначити коефіцієнт паропроникності збірної залізобетонної панелі розмірами 5×3×0,15 м, через яку при різниці парціальних тисків водяної пари 39 Па проходить 45 г пари.

1.1.3. Теплофізичні властивості

До теплофізичних відносять властивості, що визначають реакцію матеріалу на дію теплоти та вогню (полум'я): теплопровідність, теплоємність, теплостійкість, термічна стійкість, вогнестійкість, вогнетривкість, жаростійкість.

Типові задачі

Задача 1. Через зовнішню стіну із цегли розміром 5×5,1 м проходить за $\tau=24$ год. $Q=76000$ кДж теплоти. Товщина стіни $\delta=51$ см, температура внутрішньої поверхні стіни $t_1=15^\circ\text{C}$, зовнішньої – $t_2 = -12^\circ\text{C}$. Розрахувати теплопровідність цегляної кладки.

Розв'язок. Теплопровідність цегляної стіни можна знайти з відомого рівняння теплопровідності (рівняння Фур'є), що пов'язує коефіцієнт теплопровідності λ , градієнт температур Δt , тривалість τ проходження теплового потоку через певну площу поверхні S та товщину стінки δ :

$$Q = \lambda \cdot \frac{S \cdot (t_1 - t_2) \cdot \tau}{\delta}.$$

Тоді теплопровідність або коефіцієнт теплопровідності буде складати:

$$\lambda = \frac{Q \cdot \delta}{S \cdot (t_1 - t_2) \cdot \tau} = \frac{76000 \cdot 0,51}{5 \cdot 5,1 \cdot 27 \cdot 24} = 2,346 \text{ кДж}/(\text{м} \cdot \text{год} \cdot ^\circ\text{C}),$$

або $\lambda=2,346/3,6=0,65$ Вт/(м·°C), де 3,6 – перевідний коефіцієнт, що враховує перехід від кДж/год до Вт.

Задача 2. Кубічний зразок кам'яного матеріалу з розміром ребра $a=10$ см має масу в сухому стані $m=2,2$ кг. Визначити орієнтовно теплопровідність і можливу назву матеріалу.

Розв'язок. Для орієнтовного визначення теплопровідності за величиною середньої густини можна використати формулу В.П.Некрасова:

$$\lambda = 1,16 \cdot \sqrt{0,0196 + 0,22 \cdot \rho_o^2} - 0,16,$$

де ρ_o – середня густина, г/см^3 .

Середня густина кубічного зразка матеріалу:

$$\rho_o = m/a^3 = 2200/10^3 = 2,2 \text{ г/см}^3.$$

Орієнтовна теплопровідність матеріалу складатиме:

$$\lambda = 1,16 \cdot \sqrt{0,0196 + 0,22 \cdot 2,2^2} - 0,16 = 1,048 \text{ Вт/(м}\cdot\text{°C)}.$$

За довідковими даними можна визначити, що можливий вид матеріалу – важкий бетон.

Задача 3. Необхідно замінити теплоізоляцію із пінобетонних блоків (середня густина 500 кг/м^3 , товщина 100 мм) на ізоляцію із мінеральної вати (середня густина 100 кг/м^3). Яка повинна бути товщина нової ізоляції при збереженні величини термічного опору?

Теплопровідність слід розраховувати за формулою В.П. Некрасова.

Розв'язок. Визначаємо теплопровідність пінобетонних виробів та мінеральної вати:

$$\begin{aligned} \lambda_{пб} &= 1,16 \cdot \sqrt{0,0196 + 0,22 \cdot \rho_o^2} - 0,16 = \\ &= 1,16 \cdot \sqrt{0,0196 + 0,22 \cdot 0,5^2} - 0,16 = 0,157 \text{ Вт/(м}\cdot\text{K)}, \end{aligned}$$

де ρ_o – середня густина, г/см^3 .

$$\begin{aligned} \lambda_{ме} &= 1,16 \cdot \sqrt{0,0196 + 0,22 \cdot \rho_o^2} - 0,16 = \\ &= 1,16 \cdot \sqrt{0,0196 + 0,22 \cdot 0,1^2} - 0,16 = 0,011 \text{ Вт/(м}\cdot\text{K)}. \end{aligned}$$

Знаходимо термічний опір ізоляції із пінобетону:

$$R_t = \frac{\delta_{пб}}{\lambda_{пб}} = \frac{0,1}{0,157} = 0,64 \frac{\text{м}^2 \cdot \text{K}}{\text{Вт}}.$$

Тоді товщина шару із мінеральної вати за необхідним проектним термічним опором буде складати:

$$\delta_{mv} = R_t \cdot \lambda_{mv} = 0,64 \cdot 0,011 = 0,007 \text{ м або } 7 \text{ мм.}$$

Задача 4. Яку кількість тепла необхідно витратити на нагрів з $t_1=10^\circ \text{ C}$ до $t_2=30^\circ \text{ C}$ стіни площею $S=20 \text{ м}^2$ і товщиною $\delta=25 \text{ см}$ із пінобетону густиною $\rho_{\text{поб}}=600 \text{ кг/м}^3$ та із деревини густиною $\rho_{\text{од}}=700 \text{ кг/м}^3$. Питома теплоємність пінобетону $c_{\text{пб}}=0,84 \text{ кДж/кг}\cdot^\circ\text{C}$, деревини – $c_{\text{д}}=1,9 \text{ кДж/кг}\cdot^\circ\text{C}$.

Розв'язок. Кількість тепла визначається за формулою:

$$Q = c \cdot m \cdot (t_2 - t_1).$$

Визначаємо масу стіни для двох варіантів:

– з пінобетону: $m_{\text{пб}}=S \cdot \delta \cdot \rho_{\text{поб}}=20 \cdot 0,25 \cdot 600=3000 \text{ кг}$;

– з деревини: $m_{\text{д}}=S \cdot \delta \cdot \rho_{\text{од}}=20 \cdot 0,25 \cdot 700=3500 \text{ кг}$.

Кількість тепла, яку необхідно витратити на нагрів:

– для стіни з пінобетону:

$$Q_{\text{б}}=c_{\text{пб}} \cdot m_{\text{пб}} \cdot (t_2 - t_1)=0,84 \cdot 3000 \cdot 20=50400 \text{ кДж};$$

– для стіни із деревини:

$$Q_{\text{д}}=c_{\text{д}} \cdot m_{\text{д}} \cdot (t_2 - t_1)=1,9 \cdot 3500 \cdot 20=133000 \text{ кДж.}$$

Задача 5. Теплопровідність фіброліту із середньою густиною в сухому стані $\rho_o=500 \text{ кг/м}^3$ при $t=25^\circ \text{ C}$ становить $\lambda_t=0,1 \text{ Вт/(м}\cdot^\circ\text{C)}$. Знайти розрахункове значення теплопровідності: а) при $t=0^\circ \text{ C}$; б) при $t=25^\circ \text{ C}$ і вологості $W=20\%$.

Розв'язок. Для перерахунку теплопровідності до нульової температури використовуємо формулу:

$$\lambda_t = \lambda_o \cdot (1 + 0,0025 \cdot t),$$

де λ_o – теплопровідність при 0°C .

Теплопровідність фіброліту при 0°C

$$\lambda_o = \frac{\lambda_t}{1 + 0,0025 \cdot t} = \frac{0,1}{1 + 0,0025 \cdot 25} = 0,094 \text{ Вт/(м}\cdot^\circ\text{C)}.$$

Для врахування впливу вологості на теплопровідність можна використати спрощену формулу:

$$\lambda_w = \lambda + \Delta\lambda \cdot W_o,$$

де λ_w – теплопровідність вологого матеріалу; $\Delta\lambda$ – приріст теплопровідності на 1% об'ємної вологості, яке складає для неорганічних матеріалів при додатній температурі 0,0023, при від'ємній – 0,0046; для органічних відповідно 0,0035 і 0,0046; W_o – об'ємна вологість.

Об'ємна вологість фіброліту $W_o = W \cdot \rho_o = 20 \cdot 0,5 = 10\%$

Теплопровідність фіброліту при вказаній вологості:

$$\lambda_w = 0,1 + 0,0035 \cdot 10 = 0,13 \text{ Вт/(м} \cdot \text{°C)}.$$

Задача 6. Яку кількість теплоти (кДж) потрібно витратити для нагріву від $t_1 = 15^\circ \text{C}$ до $t_2 = 95^\circ \text{C}$ газобетонної панелі розміром $3,1 \times 2,7 \times 0,3 \text{ м}$ із середньою густиною $\rho_o = 850 \text{ кг/м}^3$ і об'ємною вологістю $W_o = 20\%$? Питома теплоємність газобетону в сухому стані $c_c = 0,92 \text{ кДж/(кг} \cdot \text{°C)}$.

Розв'язок. Вологість газобетону за масою складає

$$W = W_o / \rho_o = 20 / 0,85 = 23,5\%.$$

Питома теплоємність газобетону у вологому стані:

$$c_w = c_c + 0,042 \cdot W = 0,92 + 0,042 \cdot 23,5 = 1,9 \text{ кДж/(кг} \cdot \text{°C)}.$$

Об'єм газобетонної панелі та її маса:

$$V_n = 3,1 \cdot 2,7 \cdot 0,3 = 2,5 \text{ м}^3; m_n = V_n \cdot \rho_o = 2,5 \cdot 850 = 2125 \text{ кг}.$$

Кількість теплоти, що необхідна для нагріву панелі:

$$Q = c_w \cdot m_n \cdot (t_2 - t_1) = 1,9 \cdot 2125 \cdot (95 - 15) = 323000 \text{ кДж}.$$

Задача 7. Яка швидкість розповсюдження температури в ніздрюватому бетоні і деревині з середньою густиною $\rho_o = 600 \text{ кг/м}^3$? Теплопровідність ніздрюватого бетону $\lambda_b = 0,5 \text{ Вт/(м} \cdot \text{°C)}$, деревини $\lambda_d = 0,15 \text{ Вт/(м} \cdot \text{°C)}$, питома теплоємність бетону $c_b = 0,84 \text{ кДж/(кг} \cdot \text{°C)}$, деревини $c_d = 1,9 \text{ кДж/(кг} \cdot \text{°C)}$.

Розв'язок. Швидкість розповсюдження температури або температуропровідність матеріалу характеризується коефіцієнтом температуропровідності a , що знаходиться в зв'язку з іншими показниками властивостей матеріалу: коефіцієнтом теплопровідності λ , теплоємністю c і густиною ρ :

$$a = \frac{\lambda}{c \cdot \rho}.$$

Одиниця виміру величини a впливає з одиниць виміру величин, що визначають λ , c і ρ , а саме

$$\frac{\text{Дж} \cdot \text{кг} \cdot \text{град} \cdot \text{м}^3}{\text{с} \cdot \text{м} \cdot \text{град} \cdot \text{Дж} \cdot \text{кг}} = \text{м}^2 / \text{с}.$$

Фізичний зміст величини коефіцієнта температуропровідності полягає в тому, що швидкість поширення температури в матеріалі буде тим більше, чим вище теплопровідність і чим менше теплоємність і густина матеріалу.

Підставляючи у вираз теплопровідність у Вт/(м·°С) та теплоємність у кДж/(кг·°С) для отримання значення температуропровідності у м²/год необхідно домножити чисельник виразу на 3,6.

Тоді швидкість розповсюдження температури в нідздрюватому бетоні складатиме:

$$a_{\delta} = \frac{3,6 \cdot \lambda_{\delta}}{c_{\delta} \cdot \rho_{\delta}} = \frac{3,6 \cdot 0,5}{0,84 \cdot 600} = 0,0036 \text{ м}^2/\text{год},$$

а в деревині:

$$a_{\delta} = \frac{3,6 \cdot \lambda_{\delta}}{c_{\delta} \cdot \rho_{\delta}} = \frac{3,6 \cdot 0,25}{1,9 \cdot 600} = 0,00079 \text{ м}^2/\text{год}.$$

Задача 8. Початкова довжина зразків зі сталі з різним вмістом нікелю при $t_1=20^{\circ}\text{C}$ була однакою: $l_0=500$ мм. Якщо врахувати, що коефіцієнти лінійного теплового розширення сталі α_t з 20% Ni – $11,5 \cdot 10^{-6}$; 30,4% Ni – $5,04 \cdot 10^{-6}$; 36,1% Ni – $0,9 \cdot 10^{-6}$ град⁻¹, якою стала довжина зразків при $t_2=300^{\circ}\text{C}$?

Розв'язок. Довжину сталевих зразків після нагріву l_1 можна знайти із формули коефіцієнта лінійного теплового розширення:

$$\alpha_t = \frac{l_1 - l_0}{l_0 \cdot (t_2 - t_1)}; \quad l_1 = \alpha_t \cdot l_0 \cdot (t_2 - t_1) + l_0$$

Для зразків із сталі з 20% Ni:

$$l_1 = (11,5 \cdot 500 \cdot 280) \cdot 10^{-6} + 500 = 501,61 \text{ мм};$$

з 30,4% Ni:

$$l_1 = (5,04 \cdot 500 \cdot 280) \cdot 10^{-6} + 500 = 500,7 \text{ мм};$$

з 36,1% Ni:

$$l_1 = (0,9 \cdot 500 \cdot 280) \cdot 10^{-6} + 500 = 500,13 \text{ мм.}$$

Задачі для самостійного вирішення

1. Використавши формулу В.П. Некрасова, визначити орієнтовно теплопровідність гірських порід: граніту із середньою густиною $\rho_0=2500 \text{ кг/м}^3$, піщаника – $\rho_0=1800 \text{ кг/м}^3$, вапняку-черепашнику – $\rho_0=1100 \text{ кг/м}^3$, туфу – $\rho_0=800 \text{ кг/м}^3$.

2. Знайти теплопровідність керамзитобетону в сухому стані при середній густині 700, 900 і 1100 кг/м^3 , використавши емпіричну формулу: $\lambda_c=0,43 \cdot \rho_0/1000 - 0,14$.

3. За вищенаведеною формулою визначити середню густину керамзитобетону при теплопровідності 0,25; 0,35 і 0,45 $\text{Вт/(м} \cdot ^\circ \text{C)}$.

4. Блок із теплоізоляційної пластмаси-міпори має довжину 1000, ширину 500, висоту 300 мм і масу 3 кг. При його зберіганні на відкритому повітрі 28 діб гігроскопічна вологість за масою склала 85%. Визначити теплопровідність вологої міпори, якщо теплопровідність її в сухому стані 0,029 $\text{Вт/(м} \cdot ^\circ \text{C)}$.

5. Звичайний керамзитобетон на кварцовому піску має середню густину 1100 кг/м^3 , поризований на кварцовому піску – 1000 кг/м^3 і поризований на керамзитовому піску – 900 кг/м^3 . Якої товщини потрібно виготовити стінові панелі із поризованого керамзитобетону, якщо рівноцінні по теплопровідності панелі зі звичайного керамзитобетону мають товщину 400 мм?

6. Якою є теплопровідність зразка матеріалу, що має форму циліндра діаметром 250 мм і висотою 50 мм, якщо при нагріванні від 25 до 100° С через зразок пройшло 10,5 кДж теплоти на протязі 30 хвилин в напрямку, перпендикулярному його поверхні?

7. До якої температури потрібно нагріти зразок матеріалу діаметром 250 мм і висотою 50 мм, теплопровідністю 0,7 $\text{Вт/(м} \cdot ^\circ \text{C)}$, з його початковою температурою 20° С, щоб протягом 1 години через нього пройшло в напрямку, перпендикулярному до його поверхні, 20 кДж теплоти?

8. Вспучений вермикуліт, перлітові і совелітові вироби при 0°C мають однакову теплопровідність – $0,07\text{ Вт}/(\text{м}\cdot^{\circ}\text{C})$. Яку теплопровідність будуть мати ці матеріали при 500°C , якщо значення коефіцієнта β для них в залежності $\lambda_t = \lambda_0 + \beta \cdot t_{\text{ср}}$ будуть відповідно $0,00027$; $0,00019$ і $0,00015$?

9. В районі будівництва нормативний термічний опір стін жилих будівель $R_t \geq 0,95\text{ м}^2\cdot^{\circ}\text{C}/\text{Вт}$. Яка товщина стін необхідна для забезпечення потрібного термічного опору при застосуванні:

а) звичайної ($\rho_0 = 1750\text{ кг}/\text{м}^3$) і пустотілої ($\rho_0 = 1300\text{ кг}/\text{м}^3$) керамічної цегли;

б) легкого ($\rho_0 = 1300\text{ кг}/\text{м}^3$) і ніздрюватого ($\rho_0 = 900\text{ кг}/\text{м}^3$) бетонів?

Теплопровідність матеріалів розрахована за формулою В.П.Некрасова.

10. Якою повинна бути товщина і маса суцільної зовнішньої одношарової панелі (без врахування арматури) розміром $3,1 \times 1,2\text{ м}$ при використанні легких бетонів при густині 700 ; 900 і $1100\text{ кг}/\text{м}^3$ і теплопровідності відповідно $0,28$; $0,35$ і $0,45\text{ Вт}/(\text{м}\cdot^{\circ}\text{C})$? Необхідний мінімальний термічний опір стіни $0,95\text{ м}^2\cdot^{\circ}\text{C}/\text{Вт}$.

11. Одношарова стінова панель з легкого бетону теплопровідністю $\lambda = 0,46\text{ Вт}/(\text{м}\cdot^{\circ}\text{C})$ має товщину 400 мм . Яку товщину може мати рівноцінна в теплотехнічному відношенні тришарова панель з зовнішніми шарами із легкого бетону ($\lambda = 0,46\text{ Вт}/(\text{м}\cdot^{\circ}\text{C})$) товщиною по 10 см та із заповненням з мінеральної вати ($\lambda = 0,047\text{ Вт}/(\text{м}\cdot^{\circ}\text{C})$)?

12. Суцільна одношарова стінова панель розміром $6 \times 2,6 \times 0,2\text{ м}$ виготовлена із газобетону із середньою густиною $\rho_0 = 1200\text{ кг}/\text{м}^3$, а панель розміром $7 \times 2,9 \times 0,2\text{ м}$ – із газобетону з $\rho_0 = 500\text{ кг}/\text{м}^3$. Порівняти кількість теплоти, що необхідна для нагріву панелей від 5°C до 25°C , якщо гранична теплоємність газобетону із середньою густиною $\rho_0 = 500\text{ кг}/\text{м}^3$ дорівнює $0,63\text{ кДж}/(\text{кг}\cdot^{\circ}\text{C})$, а $\rho_0 = 1200\text{ кг}/\text{м}^3$ – $1,05\text{ кДж}/(\text{кг}\cdot^{\circ}\text{C})$.

13. Розрахувати граничну теплоємність бетону наступного складу, кг: цемент – 280 , пісок – 650 , щебінь – 1250 , вода – 170 .

За період тверднення 40% води випарувалось. Питомі теплоємності цементу – $1 \text{ кДж}/(\text{кг}\cdot^\circ\text{C})$, піску і щебеню – $0,92 \text{ кДж}/(\text{кг}\cdot^\circ\text{C})$, води – $4,19 \text{ кДж}/(\text{кг}\cdot^\circ\text{C})$. При розв'язуванні задачі можна використовувати правило адитивності, у відповідності з яким показник властивостей складного матеріалу дорівнює сумі вкладів його складових частин.

14. Сухий зразок природного каменю масою 20 кг нагріли від 10°C до 50°C , витративши 461 кДж теплоти. Після охолодження камінь помістили у воду, маса каменя після насичення водою – 22 кг. Визначити граничну теплоємність каменя у насиченому водою стані.

15. Визначити, у скільки разів швидше розповсюджується теплота в панелі із важкого бетону розміром $3\times 2\times 0,6 \text{ м}$, масою 8,3 т та вологістю 5%, ніж у панелі з легкого бетону розміром $4\times 2\times 0,4 \text{ м}$, масою 4 т та вологістю 8%. Теплопровідність легкого бетону в сухому стані $0,45 \text{ Вт}/(\text{м}\cdot^\circ\text{C})$, теплоємність $0,85 \text{ кДж}/(\text{кг}\cdot^\circ\text{C})$.

16. Розрахувати подовження стержня з початковою довжиною 50 см, нагрітого від 20°C до 100°C і виготовленого з: віконного скла, кварцового скла, сталі, алюмінію. Коефіцієнти лінійного розширення ($\alpha_t \cdot 10^{-7}$, град $^{-1}$): для віконного скла – 95; кварцового скла – 5,6; сталі – 117; алюмінію – 235.

1.1.4. Фізико-механічні властивості

До фізико-механічних відносять властивості, що характеризують здатність матеріалу чинити опір руйнуванню під дією різних механічних навантажень: міцність (при стиску, розтягу та згині, ударна міцність), твердість, стиранність, деформативні властивості (пружність, пластичність, крихкість, повзучість).

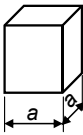
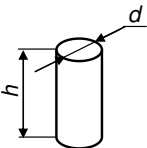
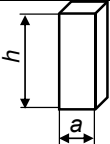
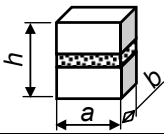
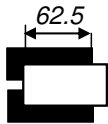
1.1.4.1. Міцнісні властивості

Типові задачі

Задача 1. Визначити границю міцності при стиску: а) зразків-кубів бетону, мурувального розчину; б) зразка-циліндра природного каменю; в) половини призми із цементно-

піщаного розчину; г) деревини; д) цегли. Руйнуючі навантаження F , кН: для бетону – 500; мурувального розчину – 25; природного каменю – 250, цементно-піщаного розчину – 90, деревини – 8, цегли – 145. Розміри стандартних зразків і розрахункові формули для визначення міцності при стиску наведені в табл. 1.3. Для природного каменю діаметр зразків-циліндрів прийняти 7 см.

Таблиця 1.3

Зразок	Ескіз	Розрахункова формула	Матеріал	Розмір стандартного зразка, см
Куб		$R = F/a^2$	Бетон	15×15×15
			Розчин	7,07×7,07×7,07
			Природний камінь	5×5×5, 15×15×15
Циліндр		$R = \frac{4 \cdot F}{\pi \cdot D^2}$	Бетон	d=15; h=30
			Природний камінь	d=h=5; 7; 10; 15
Призма		$R = F/a^2$	Бетон	a=10; 15; 20; h=40
			Деревина	a=2; h=3
Складений		$R = F/S$	Цегла	a=12; b=12; h=14
Половина призми		$R = F/S$	Цементно-піщаний розчин	a=4; S=25 см ²

Розв'язок. Границя міцності при стиску зразків-кубів:

- бетону $R_{cm} = \frac{F}{S} = \frac{500}{15^2 \cdot 10^{-4}} = 2,2 \cdot 10^4 \text{ кПа} = 22,2 \text{ МПа}$;

- мурувального розчину

$$R_{cm} = \frac{F}{S} = \frac{25}{7,07^2 \cdot 10^{-4}} = 0,5 \cdot 10^4 \text{ кПа} = 5 \text{ МПа} .$$

Границя міцності при стиску зразка-циліндра природного каменю:

$$R_{cm} = \frac{4 \cdot F}{\pi \cdot d^2} = \frac{4 \cdot 250}{3,14 \cdot 7^2 \cdot 10^{-4}} = 6,5 \cdot 10^4 \text{ кПа} = 65 \text{ МПа} .$$

Границя міцності при стиску половини призми із цементно-піщаного розчину:

$$R_{cm} = \frac{F}{S} = \frac{90}{25 \cdot 10^{-4}} = 3,6 \cdot 10^4 \text{ кПа} = 36 \text{ МПа} .$$

Границя міцності при стиску зразка деревини:

$$R_{cm} = \frac{F}{a^2} = \frac{16}{2^2 \cdot 10^{-4}} = 4 \cdot 10^4 \text{ кПа} = 40 \text{ МПа} .$$

Границя міцності при стиску цегли (складений зразок з двох половин):

$$R_{cm} = \frac{F}{S} = \frac{145}{12 \cdot 12 \cdot 10^{-4}} = 1 \cdot 10^4 \text{ кПа} = 10 \text{ МПа} .$$

Задача 2. Визначити границю міцності при згині керамічної цегли, стандартних зразків цементно-піщаного розчину, бетону і деревини. Руйнівне навантаження F для зразків, H : цегли – 3460, цементно-піщаного розчину – 2160, бетону – 33800, деревини – 2650. Розміри стандартних зразків і розрахункові формули наведені в табл. 1.4.

Розв'язок. Границя міцності при згині зразка:

- керамічної цегли: $R_{з} = \frac{3 \cdot F \cdot l}{2 \cdot b \cdot h^2} = \frac{3 \cdot 3460 \cdot 0,2 \cdot 10^6}{2 \cdot 12 \cdot 6,5^2} = 2,1 \text{ МПа} .$

- цементно-піщаного розчину: $R_{з} = \frac{3 \cdot 2160 \cdot 0,1 \cdot 10^6}{2 \cdot 4 \cdot 4^2} = 5,1 \text{ МПа} ;$

- бетону $R_{з} = \frac{F \cdot l}{b \cdot h^2} = \frac{33800 \cdot 0,45 \cdot 10^6}{15 \cdot 15^2} = 4,5 \text{ МПа} ;$

$$\text{- деревини } R_{\text{зг}} = \frac{2650 \cdot 0,24 \cdot 10^6}{2 \cdot 2^2} = 79,5 \text{ МПа} .$$

Таблиця 1.4

Зразок	Ескіз	Розрахункова формула	Матеріал	Розмір стандартного зразка, см
Призма, цегла (в натурі)		При згині $R_{\text{зг}} = \frac{3 \cdot F \cdot l}{2 \cdot b \cdot h^2}$	Цементно-піщаний розчин	4×4×16, l=10
			Цегла	12×6,5×25, l=20
Призма		$R_{\text{зг}} = \frac{F \cdot l}{b \cdot h^2}$	Бетон	15×15×60, l=45
			Деревина	2×2×30, l=24

Задача 3. Яке навантаження (в кН) створює на кожну з двох опор залізобетонна балка прямокутного перерізу розміром 60×14 см і довжиною $l=6,5$ см при середній густині залізобетону $\rho_0=2500 \text{ кг/м}^3$?

Розв'язок. Маса тіла в (кг) чисельно рівна його вазі, тобто силі тяжіння в кгс (кГ). В системі SI сила вимірюється в ньютонах (Н). 1 Н – сила, що надає тілу, масою 1 кг прискорення 1 м/с². Тоді для $g=9,8 \text{ м/с}^2$ необхідно $\approx 10 \text{ Н}$. Отже 1 кГ=10 Н.

Навантаження, що створюється балкою на 2 опори чисельно рівне його вазі: $F_6 = P_6$.

Маса балки $m_6 = V \cdot \rho_0 = 0,6 \cdot 0,14 \cdot 6,5 \cdot 2500 = 1380 \text{ кг}$.

Вага балки $P_6 = 1380 \cdot 10 = 13800 \text{ Н} = 13,8 \text{ кН}$.

Тоді навантаження на кожну опору: $F_1 = 13,8 : 2 = 6,9 \text{ кН}$.

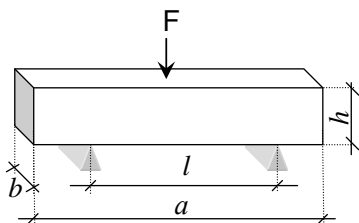
Задача 4. Дерев'яна балка довжиною $a=4$ м та шириною $b=20$ см лежить на двох опорах, відстань між якими $l=3$ м. Посередині балки прикладене навантаження $F=65$ кН, що викликало її руйнування. Розрахувати границю міцності балки

на згин, якщо її маса $m=110$ кг при середній густині деревини $\rho_o=750$ кг/м³.

Розв'язок. Границя міцності при згині балки визначається за

формулою: $R_{зг} = \frac{F \cdot l}{b \cdot h^2}$. Як видно

з рисунку, для розрахунку не вистачає висоти балки h . Її можна знайти з величини об'єму та двома іншими геометричними розмірами.



Об'єм балки: $V=m/\rho_o=110/750=0,147$ м³.

Висота балки: $h=V/a \cdot b=0,147/4 \cdot 0,2=0,18$ м=18 см.

Тоді: $R_{зг} = \frac{3 \cdot F \cdot l}{2 \cdot b \cdot h^2} = \frac{3 \cdot 65 \cdot 3}{2 \cdot 0,2 \cdot 0,18^2} = 45139$ кПа=45,1 МПа.

Задача 5. Які із пресів, що є в лабораторії (10, 25 і 50 т) необхідно застосувати для випробування кубічних зразків із вапняку ($a=7,07$ см), бетону ($a=15$ см) і половинок цементно-піщаних призм $4 \times 4 \times 16$ см?

Очікувані міцності вапняку – 2,5 МПа; бетону – 15 МПа, цементу – 40 МПа.

Розв'язок. Необхідне руйнівне навантаження для зразків із:

- вапняку $F_{вап}=R \cdot S=2,5 \cdot 10^3 \cdot 0,0707 \cdot 0,0707=12,5$ кН.
- бетону $F_{бет}=R \cdot S=15 \cdot 10^3 \cdot 0,15 \cdot 0,15=337,5$ кН.
- цементу $F_{цем}=R \cdot S=40 \cdot 10^3 \cdot 0,04 \cdot 0,08=128$ кН.

Максимальне руйнуюче навантаження пресів переведемо з т в кН:

10 т=10000 кг=100 кН; 25 т=250 кН; 50 т=500 кН.

Отже, для випробування вапнякових зразків достатньо 10-тонного пресу, для цементних – 25-тонного а для бетонних зразків необхідно використати 50-тонний прес.

Задача 6. На стиранність випробовували зразки-куби розміром $7,07 \times 7,07 \times 7,07$ см із граніту, вапняку та шлакоситалу. Визначити масу зразків після випробувань, якщо стиранність граніту – 0,04; вапняку 0,8; шлакоситалу $0,02$ г/см². Середня

густина граніту, вапняку та ситалу дорівнює, відповідно 2700, 1800, 2650 кг/м³.

Розв'язок. Для визначення стираності використовується формула:

$$C_i = (m - m^*) / S,$$

де m і m^* – маса зразка відповідно до i після випробовування, S – площа стирання.

Об'єм зразків:

$$V = 7.07 \times 7.07 \times 7.07 = 353,4 \text{ см}^3.$$

Маса зразків до випробовувань визначається за формулою:

$$m = \rho_0 \cdot V.$$

$$m_r = 2,7 \cdot 353,4 = 954,2 \text{ г.}$$

$$m_b = 1,8 \cdot 353,4 = 636,1 \text{ г.}$$

$$m_{sh} = 2,65 \cdot 353,4 = 936,5 \text{ г.}$$

Маса зразків після випробовувань визначається за формулою:

$$m^* = m - C_{тр} \cdot S.$$

$$\text{Для граніту: } m_r^* = m_r - C_{тр}^r \cdot S = 954,2 - 0,04 \cdot 7,07^2 = 952,2 \text{ г.}$$

$$\text{Для вапняку: } m_b^* = m_b - C_{тр}^b \cdot S = 636,1 - 0,8 \cdot 7,07^2 = 596,1 \text{ г.}$$

$$\text{Для шлакоситалу: } m_{sh}^* = m_{sh} - C_{тр}^{sh} \cdot S = 936,5 - 0,02 \cdot 7,07^2 = 935,5 \text{ г.}$$

Задача 7. Розрахувати, при якому навантаженні повинна зруйнуватись бетонна призма розміром 15×15×60 см при випробовуванні на згин, якщо циліндр з бетону такого ж складу діаметром та висотою 15 см при випробовуванні його на розтяг при розколюванні руйнується під навантаженням 115 кН. При розв'язанні задачі використати емпіричну залежність $R_{p,z} = 1,5 \cdot R_{p,r}$.

Розв'язок. Формула міцності циліндричного зразка бетону при випробовуванні на розтяг при розколюванні:

$$R_{pp} = \frac{2F}{\pi \cdot d \cdot \ell}. \text{ Тоді міцність бетону буде складати:}$$

$$R_{pp} = \frac{2 \cdot 115}{\pi \cdot 0,15 \cdot 0,15} = 3255 \text{ кН/м}^2 = 3,26 \text{ МПа.}$$

Формула міцності бетонної призми при випробовуванні на згин при двохточковому навантаженні (відстань між опорами 45 см):

$$R_{pz} = \frac{F \cdot \ell}{bh^2}. \text{ З цієї формули можна знайти руйнівне}$$

навантаження (врахувавши $R_{p.z.} = 1,5 \cdot R_{p.p.}$):

$$F = \frac{1,5 \cdot R_{pz} \cdot b \cdot h^2}{\ell} = \frac{1,5 \cdot 3255 \cdot 0,15 \cdot 0,15^2}{0,45} = 36,6 \text{ кН.}$$

Задача 8. Залізобетонна квадратна плита розміром $4 \times 4 \times 0,4$ м опирається по краям на чотири цегляних стовпа перерізом $0,51 \times 0,51$ м кожний. Висота стовпів $h = 6,5$ м. На залізобетонну плиту по її центру поставили баддю з бетоном. Маса бадді без бетону $m_6 = 87$ кг, а об'єм бетону в бадді $V_{6.c.} = 0,85 \text{ м}^3$. Визначити, якому тиску піддаються цегельні стовпи на рівні їх фундаменту.

Середня густина цегляної кладки $\rho_{o.k.} = 1750 \text{ кг/м}^3$; залізо-бетону $\rho_{o.z.} = 2500 \text{ кг/м}^3$; бетонної суміші $\rho_{o.6.} = 2400 \text{ кг/м}^3$.

Розв'язок. Маса залізобетонної плити:

$$m_n = V_n \cdot \rho_{o.z.} = 4 \cdot 4 \cdot 0,4 \cdot 2500 = 16000 \text{ кг.}$$

Маса бетонної суміші: $m_{6.c.} = V_{6.c.} \cdot \rho_{o.6.} = 0,85 \cdot 2400 = 2040$ кг.

Маса плити з вантажем:

$$M = m_n + m_{6.c.} + m_6 = 16000 + 2040 + 87 = 18127 \text{ кг.}$$

Навантаження на кожен цегельний стовп:

$$F = M/4 = 18127/4 = 4600 \text{ кг} = 46 \text{ кН.}$$

Навантаження, що створюється власною вагою цегельного стовпа:

$$F_{ц.с.} = S \cdot h \cdot \rho_{o.k.} = 0,51 \cdot 0,51 \cdot 6,5 \cdot 1750 = 3000 \text{ кг} = 30 \text{ кН,}$$

де S – площа перерізу цегляного стовпа.

Загальне навантаження на фундамент кожного стовпа

$$F_o = F + F_{к.с.} = 46 + 30 = 76 \text{ кН.}$$

Тиск, що здійснюється на цегельні стовпи на рівні фундаменту:

$$P = F_o/S = 76 \cdot 10^3 / (0,51 \cdot 0,51) = 304 \cdot 10^3 \text{ Н/м}^2 = 0,3 \text{ МПа.}$$

Задача 9. Визначити твердість по Бринелю підшипникового сплаву, якщо при стандартному випробуванні глибина відбитку сталеної кульки діаметром $d = 5$ мм становила $h = 0,1$ мм.

Розв'язок. Число твердості по Бринелю НВ визначається як тиск, який припадає на одиницю площі сферичної поверхні відбитку.

Площу сферичної поверхні відбитку знаходимо за формулою

$$S = \pi \cdot d \cdot h = 3,14 \cdot 5 \cdot 0,1 \cdot 10^{-6} = 1,57 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2.$$

Між навантаженням F , H і діаметром кульки, мм, існує певна залежність. Так, як для чорних металів $F = 300 \cdot d^2$, для міді, бронзи і латуні $F = 100 \cdot d^2$, алюмінію і підшипникових сплавів $F = 25 \cdot d^2$.

$$\text{Навантаження на кульку } F = 25 \cdot 5^2 = 625 \text{ Н};$$

$$\text{Число твердості } HB = F/S = 625 \cdot 10^6 / 1,57 = 398 \text{ МПа}.$$

Задача 10. Знайти коефіцієнт конструктивної якості ряду матеріалів, значення міцності яких на стиск R і середньої густини ρ_0 наведені в табл. 1.5.

Таблиця 1.5

Характеристики матеріалів

Матеріал	$R_{ст}$, МПа	ρ_0 , кг/м ³
Граніт	150	2700
Вапняк	60	1800
Важкий бетон	60	2300
Легкий бетон	20	1200
Цегла керамічна	15	1800
Сосна (вздовж волокон)	90	500
Скло віконне	600	2550
Сталь	400	7850

Коефіцієнт конструктивної якості (ККЯ) матеріалів знаходиться як відношення границі міцності до середньої густини:

$$ККЯ = \frac{R_{ст}}{\rho_0}.$$

Чим вище значення ККЯ, тим ефективнішим є матеріал. Для зручнішого сприйняття отриманих результатів значення середньої густини підставляємо в г/см³.

$$\text{Отже, для граніту } ККЯ \text{ складає } 150/2,7 = 55,6;$$

- вапняку 60/1,8=33,3;
- важкого бетону 60/2,3=26,1;
- легкого бетону 20/1,2=16,7;
- керамічної цегли 15/1,8=8,3;
- сосни 90/0,5=180;
- віконного скла 600/2,55=235,
- сталі 400/7,85=51.

Задача 11. Зразок природного каменя у вигляді циліндра діаметром $D=40$ мм і висотою $h=65$ мм випробовується на удар під лабораторним копром. Маса падаючого бойка $m=2$ кг. Висота падіння бойка поступово збільшувалась починаючи з 1 см із кроком в 1 см. Руйнування каменя відбулося при 12-му ударі бойка. Розрахувати ударну міцність каменя.

Розв'язок. Ударна міцність матеріалу може оцінюватись роботою руйнування, віднесеною до одиниці об'єму зразка:

$$R_y = \frac{A}{V} = \frac{m \cdot g \cdot H}{V},$$

де m – маса бойка, кг; g – прискорення вільного падіння, m/s^2 ; H – сума висот падіння бойка (сумарний шлях при падінні), м; V – об'єм зразка, m^3 .

Об'єм циліндричного зразка:

$$V = \frac{\pi \cdot D^2 \cdot h}{4} = \frac{3,14 \cdot 4^2 \cdot 6,5 \cdot 10^{-6}}{4} = 81,6 \cdot 10^{-6} \text{ м}^3.$$

Робота руйнування дорівнює добутку ваги бойка $F=mg$ на сумарний шлях при падінні H . При цьому останній удар до уваги не береться:

$$A = 2 \cdot 9,8 \cdot (1+2+3+\dots+11) \cdot 10^{-2} = 12,94 \text{ Н} \cdot \text{м}.$$

Ударна міцність природного каменя:

$$R_y = \frac{A}{V} = \frac{12,94}{81,6 \cdot 10^{-6}} = 0,159 \cdot 10^6 \text{ Дж/м}^3 \text{ або } 15,9 \text{ Дж/см}^3 \text{ або } 159000 \text{ Н/м}^2 \text{ або } 0,16 \text{ МПа}.$$

Задачі для самостійного вирішення

1. Розрахувати границю міцності при стиску циліндричних зразків бетону і природного каменя. Розміри

зразків бетону, см: $d=15$, $h=30$; природного каменя $d=h=10$. Руйнівне навантаження, кН: для зразків бетону 650, природного каменя 780.

2. Розрахувати границю міцності при стиску зразків-призм із бетону і деревини (вздовж волокон). Розміри зразків бетону, см: $a=10$, $h=40$, деревини $a=2$, $h=3$. Показники манометра преса при випробуванні бетону 9, деревини – 0,15 МПа. Константа преса (площа поршня) 570 см^2 .

3. Зразок сухої цегли при випробуванні на стиск зруйнувався при показі манометра $P=40$ МПа. Коефіцієнт розм'якшення цегли $K_p=0,9$. Площа зразка S_0 в два рази більша площі поршня гідравлічного преса S_p . Визначити границю міцності цегли при стиску в насиченому водою стані.

4. Дерев'яний брус перерізом 15×25 см і 25 см висотою лежить на двох опорах, відстань між якими 3 м. Посередині бруса було прикладене навантаження 25 кН, що привело до злому бруса. Розрахувати границю міцності деревини при згині.

5. Гідравлічний прес має два діапазони вимірювання: 50 т (500 кН) і 100 т (1000 кН). Очікуване руйнівне навантаження при визначенні границі міцності повинне складати 0,2...0,8 від максимального зусилля, що відповідає вибраному діапазону вимірювання. Які значення границі міцності при стиску кубічних зразків бетону розміром $15 \times 15 \times 15$ см можуть бути отримані при випробуванні на вказаних діапазонах.

6. Чи можливо на 25-ти тонному гідравлічному пресі визначити границю міцності при стиску гранітних зразків розміром $5 \times 5 \times 5$ см з очікуваною границею міцності 120 МПа?

7. Розрахувати навантаження, яке повинно зруйнувати при випробуванні на стиск кубічний зразок скла розміром $0,5 \times 0,5 \times 0,5$ см. Хімічний склад скла, %: $\text{SiO}_2 - 72$, $\text{Na}_2\text{O} - 16$, $\text{CaO} - 8$, $\text{MgO} - 4$. При розрахунках використовувати правило адитивності. Коефіцієнти для розрахунків границі міцності скла при стиску: $\text{SiO}_2 - 12,3$, $\text{Na}_2\text{O} - 6$, $\text{CaO} - 2$, $\text{MgO} - 11$.

8. Три види скла мають наступний хімічний склад, %: 1) $\text{SiO}_2 - 73$, $\text{Na}_2\text{O} - 15$, $\text{CaO} - 8$, $\text{MgO} - 3$, $\text{Al}_2\text{O}_3 - 1$; 2) $\text{SiO}_2 - 71$, $\text{Na}_2\text{O} - 12$, $\text{CaO} - 8$, $\text{ZnO} - 7$, $\text{Al}_2\text{O}_3 - 2$; 3) $\text{SiO}_2 - 72$, $\text{Na}_2\text{O} - 13$, $\text{CaO} - 8$, $\text{Al}_2\text{O}_3 - 3$, $\text{P}_2\text{O}_5 - 3$. Розрахувати і порівняти границю міцності скла при

розтягу, використавши правило адитивності. Коефіцієнти для границі міцності скла при розтягу: $\text{SiO}_2 - 0,9$, $\text{Na}_2\text{O} - 0,2$, $\text{CaO} - 2$, $\text{MgO} - 0,1$, $\text{Al}_2\text{O}_3 - 0,5$, $\text{ZnO} - 1,5$, $\text{P}_2\text{O}_5 - 0,75$.

9. Гранули керамзиту і шлаку мають середню густину 1000, 1200 і 1400 кг/м^3 . Знайти графічну залежність границі міцності при стиску від пористості для керамзиту і шлаку. Емпіричні залежності границі міцності, МПа, від середньої густини ρ_0 , г/см^3 , для керамзиту: $R=9,8 \cdot \rho_0^2 + 12,7 \cdot \rho_0 + 9,6$; шлаку: $R=11 \cdot \rho_0^2$.

Дійсна густина керамзиту 2,65, шлаку 2,7 г/см^3 .

10. Газобетонна плита має розміри $3,1 \times 2,9 \times 0,3$ м, масу 2,15 т і вологість 20%. Розрахувати орієнтовно границю міцності при стиску газобетону, із якого виготовлена плита, в сухому стані, МПа, використавши емпіричну формулу:

$$R_c = A \cdot \rho_0^2,$$

де A – конструктивний коефіцієнт, для ніздрюватих бетонів автоклавного тверднення $A=10$; ρ_0 – середня густина ніздрюватого бетону, г/см^3 .

11. В скільки разів можна збільшити висоту стіни товщиною 64 см при заміні цегляної кладки ($\rho_0=1800 \text{ кг/м}^3$) керамзито-бетоном ($\rho_0=1200 \text{ кг/м}^3$). Напруження в основі цегляної стіни не повинно перевищувати 1,5 МПа, бетону – 5 МПа.

12. Шестипустотна залізобетонна панель, що має довжину 5,8 м, ширину 1,6 м і товщину 22 см, опирається на дві опори. Розрахувати навантаження на кожну опору. Середню густину залізобетону прийняти 2500 кг/м^3 . Діаметр пустот 16,5 см.

13. Розподілити графічно в порядку зменшення міцності, густини і коефіцієнта конструктивної якості породи деревини. Середня густина ρ_0 (кг/м^3) і границя міцності при стиску R_{ct} (МПа) наведені нижче (при вологості 12%):

Порода	ρ_{012}	$R_{ст12}$	Порода	ρ_{012}	$R_{ст12}$
Модрина	660	64,5	Бук	670	55,5
Сосна	500	48,5	Горіх	590	55
Ялинка	445	44,5	Береза	630	55
Граб	800	60	Липа	495	45,5
Дуб	690	57,5	Вільха	520	44

14. Зразки одно- і багатошарового полівінілхлоридного лінолеуму площиною 20×20 мм і товщиною 2 мм були піддані випробуванню на стиранність. Густина одношарового лінолеуму 1450 кг/м^3 , втрата маси при стиранні $0,05 \text{ г/см}^2$, багатошарового відповідно 1500 кг/м^3 і $0,035 \text{ г/см}^2$. Визначити, як зменшилась товщина обох зразків лінолеуму після випробувань.

15. Зразок-куб із цементно-піщаного розчину з розміром ребра 7,07 см і масою 720 г при випробуванні на стиранність після 1000 оборотів стирального круга став важити 660 г. Визначити стиранність цементно-піщаного розчину по втраті маси, віднесеної до площині зразка, а також по зменшенню висоти зразка.

16. З якої висоти потрібно кинути кульку масою 800 г, щоб зруйнувати зразок звичайного будівельного скла, скла, зміцненого травленням плавикової кислоти і загартованого скла. Границя міцності при ударі (ударна міцність) звичайного будівельного скла 12800 Дж/м^3 , зміцненого травленням плавиковою кислотою в 4, а загартованого в 6 раз більше, ніж у не зміцненого. У якості зразків для випробування застосовують скляні пластини прямокутного перетину довжиною 120 мм, шириною 25 мм і товщиною 6 мм.

17. Використавши умову попередньої задачі, визначити, скільки разів потрібно кинути кульку, а також граничну висоту падіння, щоб зруйнувати зміцнене травленням скло. Початкова висота падіння кульки 5 см з наступним зростанням по 2 см.

18. Використовуючи умову попередньої задачі, визначити, з якої висоти потрібно кинути скляну кульку на загартоване скло в третій раз, щоб його зруйнувати, якщо в попередні два падіння кульки висота падіння склала 5 і 6 см.

1.1.4.2. Деформативні властивості

Типові задачі

Задача 1. Було заформовано три види зразків-призм перерізом 40×40 мм і довжиною $l_0 = 160$ мм із чистого цементного тіста а також із цементно-піщаного розчину, що містить відповідно 45 і 75% заповнювача. Під час тверднення зразків відбулася усадка. Вона склала при видаленні 10, 20 і 30% води для зразків із цементного тіста відповідно $1 \cdot 10^{-3}$, $2 \cdot 10^{-3}$ і $2,8 \cdot 10^{-3}$; зразків із вмістом 45% заповнювача: $0,3 \cdot 10^{-3}$, $0,55 \cdot 10^{-3}$ і $1 \cdot 10^{-3}$; зразків з вмістом 75% заповнювача: $0,05 \cdot 10^{-3}$, $0,07 \cdot 10^{-3}$ і $0,15 \cdot 10^{-3}$. Знайти зміну довжини зразків, мкм, по мірі висихання.

Розв'язок. Для розрахунку зміни довжини зразків Δl по мірі висихання використовуємо розрахункову формулу для визначення лінійної деформації ϵ_{yc} . При усадці:

$$\Delta l = l_1 - l_0 = \epsilon_{yc} \cdot l_0.$$

При видаленні 10, 20 і 30% води Δl зразків із цементного тіста повинно відповідно скласти: $\Delta l_1 = 160 \cdot 10^3 \cdot 1 \cdot 10^{-3} = 160$ мкм; $\Delta l_2 = 160 \cdot 10^3 \cdot 2 \cdot 10^{-3} = 320$ мкм; $\Delta l_3 = 160 \cdot 10^3 \cdot 2,8 \cdot 10^{-3} = 448$ мкм.

Аналогічно для зразків із вмістом 45% заповнювача: $\Delta l_1 = 480$ мкм, $\Delta l_2 = 93,5$ мкм, $\Delta l_3 = 160$ мкм; для зразків із вмістом 75% заповнювача: $\Delta l_1 = 8$ мкм, $\Delta l_2 = 11,2$ мкм, $\Delta l_3 = 24$ мкм.

Задача 2. Який діаметр повинен мати сталевий стержень довжиною $l_0 = 2,5$ м, якщо потрібно утримувати вантаж $m = 6$ т ($F = 60$ кН). Розрахувати абсолютне граничне видовження стержня Δl . Допустиме напруження на розтяг для сталі $\sigma = 160$ МПа, модуль пружності $E = 2 \cdot 10^5$ МПа.

Розв'язок. Із виразу для напруження знайдемо площу перерізу S , а потім і діаметр стержня d :

$$S = \frac{F}{\sigma} = \frac{60 \cdot 10^3}{160 \cdot 10^6} = 0,37 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2 = 3,7 \text{ см}^2;$$

$$d = \sqrt{\frac{4S}{\pi}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 3,7}{3,14}} \approx 2,2 \text{ см}.$$

Подовження сталю стержня можна знайти із закону Гука $E = \sigma / \varepsilon$, де $\sigma = F / S$, а $\varepsilon = \Delta l / l$.

Абсолютне видовження сталю стержня:

$$\Delta l = \frac{F \cdot l}{E \cdot S} = \frac{60 \cdot 10^3 \cdot 2,5}{2 \cdot 10^{11} \cdot 0,37 \cdot 10^{-3}} = 0,002 \text{ м} = 2 \text{ мм}.$$

Задача 3. Порівняти значення початкового модуля пружності важкого і легкого бетонів з границею міцності при стиску $R_{ct} = 25$ МПа. Середня густина легкого бетону $\rho_0 = 1200$ кг/м³.

Розв'язок. Початковий (миттєвий) модуль пружності бетону E_b відповідає навантаженню бетону до таких напружень, при яких виникають тільки пружні деформації.

Його можна вирахувати з достатньою точністю за емпіричними формулами:

- для важкого бетону $E_b = \frac{52000 \cdot R_{cm}}{23 + R_{cm}}$;

- для бетону на пористому заповнювачі $E_b = 3100 \cdot \rho_0 \cdot \sqrt[3]{R_{cm}}$.

Відповідно до умов задачі:

- для важкого бетону $E_b = \frac{52000 \cdot 25}{23 + 25} = 27083$ МПа;

- для легкого бетону $E_b = 3100 \cdot 1,2 \cdot \sqrt[3]{25} = 10899,6$ МПа.

Задача 4. Розрахувати модуль пружності листового скла наступного хімічного складу, %: SiO₂ – 71,8, Na₂O – 14,9, CaO – 7, MgO – 4,1, Al₂O₃ – 2,2. При розрахунку застосувати правило адитивності. Коефіцієнти для розрахунку модуля пружності: SiO₂ – 700, Na₂O – 610, CaO – 700, MgO – 400, Al₂O₃ – 1800.

Розв'язок. У відповідності до правила адитивності модуль пружності скла може бути розрахований за формулою:

$$E = 700 \cdot 71,8 + 1800 \cdot 2,2 + 700 \cdot 7 + 400 \cdot 4,1 + 61 \cdot 14,9 = 61669 \text{ МПа}.$$

Задача 5. Зразки-призми із литого бетону розміром 7×7×21 см ізолювали парафіном і при напруженні $\sigma = 2,5$ МПа

визначали повні деформації ε_n . Паралельно визначали на ненавантажених зразках до заданого строку тверднення усадочні деформації $\varepsilon_{ус}$. Визначити деформації повзучості бетону у віці 2, 6, 12 і 18 місяців, якщо повні деформації бетону у вказаному віці склали відповідно 0,1; 0,5; 0,7 і 0,8 мм/м, а усадочні деформації 0,1; 0,28; 0,35 і 0,36 мм/м. Результати розрахунків показати графічно.

Розв'язок. Деформації повзучості визначають за виразом $\varepsilon_{пз} = \varepsilon_n - \varepsilon_{ус}$.

Графіки деформацій бетону за результатами розрахунків наведені на рис. 1.2.

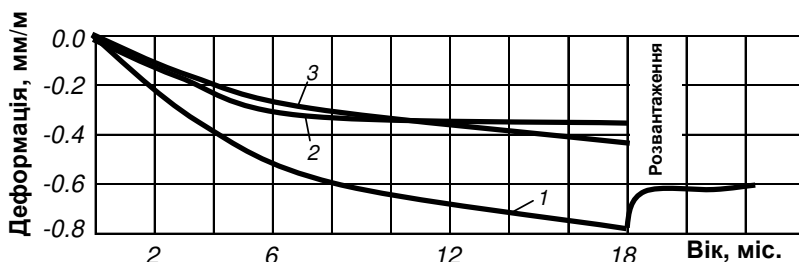


Рис. 1.2. Деформації бетону під дією постійного навантаження: 1 – повні деформації; 2 – усадочні деформації; 3 – деформації повзучості

Задача 6. Розрахувати міру повзучості бетонів з границею міцності при стиску ($R_{ст}$) у 28-добовому віці 40, 23 і 25 МПа і витратою води (В) відповідно 245, 225 і 160 кг/м³ (бетони №1, 2 і 3).

Розв'язок. Для орієнтовного розрахунку міри повзучості бетону C_m , МПа⁻¹, застосовують різні емпіричні формули. У даному випадку найбільш зручно використати формулу:

$$C_m \cdot 10^6 = 16 \cdot V / R_{ст}$$

Міра повзучості:

- бетону №1: $C_m \cdot 10^6 = 16 \cdot 245 / 40 = 98$ МПа⁻¹;
- бетону №2: $C_m \cdot 10^6 = 16 \cdot 225 / 23 = 150$ МПа⁻¹;
- бетону №3: $C_m \cdot 10^6 = 16 \cdot 160 / 25 = 80$ МПа⁻¹.

Задача 7. Визначити кінцевий показ на манометрі преса, якщо після розвантаженні зразка деформація залишалась незмінною, початкове напруження складало $\sigma=30$ МПа і пройшов час, що відповідав часу релаксації (час, протягом якого напруження знижується в n разів, тобто в 2,72 рази).

Розв'язок. Кінцевий показ манометра після розвантаження зразка склав $\sigma_1=\sigma/e=30/2,72=11,02$ МПа.

Задача 8. Для збільшення довжини зразка полімерної плівки зі 100 до 250 мм було прикладене напруження $\sigma_0=5,5$ МПа. Після витримування плівки в цьому положенні протягом $\tau=30$ діб напруження знизилось до $\sigma=3,1$ МПа. Визначити постійну часу релаксації і діюче напруження після витримування протягом $\tau_1=80$ діб.

Розв'язок. Релаксація напружень відповідає експоненціальному закону:

$$\sigma = \sigma_0 \cdot e^{-\tau/\lambda_p},$$

де σ – напруження через час τ ; σ_0 – початкове напруження; λ_p – постійна часу релаксації.

Постійну λ_p можна знайти із виразу:

$$\ln \frac{\sigma}{\sigma_0} = -\frac{\tau}{\lambda_p}.$$

Тоді $\ln \frac{3,1}{5,5} = -\frac{30}{\lambda_p}$, звідки $\lambda_p = 52,6$ діб.

Напруження після витримування протягом 80 діб буде складати:

$$\sigma = 5,5 \cdot e^{-80/52,6} = 1,2 \text{ МПа.}$$

Задачі для самостійного вирішення

1. Значення усадки на повітрі зразків будівельних каменів перерізом 16 см^2 і довжиною 16 см були: вапняку – 0,15 мм/м, граніту – 0,10; базальту – 0,36; піщаника – 0,65 мм/м. Знайти довжину зразків каменів на момент вимірювання усадки.

2. При витримуванні зразків дрібнозернистого бетону розміром 40×40×160 мм при температурі 20°C і відносній вологості 70% до 90 добового віку було зафіксовано, що при використанні в якості заповнювача глинистого сланцю усадка стала в 1,75 рази більша, ніж при використанні базальту, в 2 рази більша, ніж при використанні кварциту, і в 2,8 рази більша, ніж при використанні вапнякового шпату. Знайти зміну довжини зразків, до 90-добового віку. Усадка зразків бетону із використанням в якості заповнювача вапнякового шпату складає 0,5 мм/м.

3. На основі даних табл. 1.6, де наведені значення усадки бетону $\varepsilon_{yc} \cdot 10^5$, побудувати графік усадки керамзито- і шлакобетону, мм/м, в залежності від відносної вологості середовища і умов виготовлення.

Таблиця 1.6

Вид заповнювача	Умови виготовлення	Відносна вологість середовища, %				
		95	90	70	50	0
Керамзит	П	1,5	4,2	21	90	125
	ТО	1	3	15	64	89
	А	1	3	10	27	50
Пемза	П	1,5	1,5	7	160	210
	ТО	1	3	15	64	89
	А	1	1	3	40	110
Термозит	П	1,5	4,3	21	85	145
	ТО	1	3	15	62	103
	А	6	9	20	30	68
Котельний шлак	П	1,5	1,5	10	65	113
	ТО	1	1	7	47	80
	А	1	2	9	16	41

Примітка: П – природне тверднення, ТО – теплова обробка (пропарювання), А – автоклавна обробка.

4. Для попереднього напруження стержня із арматурної сталі довжиною 3,5 м необхідно створити в ньому напруження 235 МПа. Модуль пружності арматурної сталі $2,1 \cdot 10^5$ МПа. Яке видовження буде мати стержень?

5. Визначити зусилля для натягу стержня діаметром 10 мм із низьколегованої сталі до гранично допустимого напруження 540 МПа.

6. Визначити мінімальне і максимальне видовження арматурних стержнів залізобетонних виробів, що виготовляють із застосуванням електротермічного натягу. Мінімальне попереднє напруження арматури 320 МПа, максимальне – 520 МПа. Відстань між упорами 6100 мм. Модуль пружності арматурної сталі $2 \cdot 10^5$ МПа.

7. Провести за номограмою (рис. 1.3) розрахунки початкового модулю пружності E_0 бетонополімеру при заданих значеннях коефіцієнта α , що залежить від типу мономера і способу його полімеризації, відносного об'єму полімеру V_p , відношення відносних об'ємів полімеру і пор бетону $V_p/V_{пор}$, призмової міцності полімеру $R_{пр,п}$ і бетону $R_{пр}$.

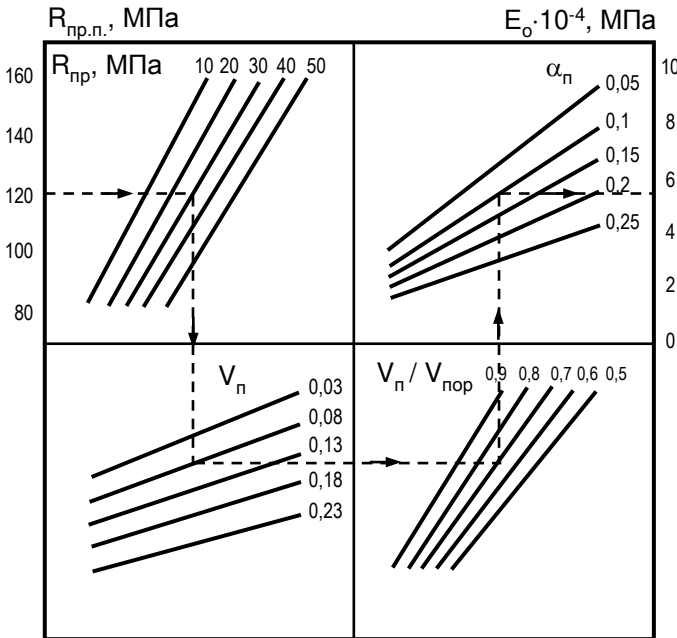


Рис. 1.3. Номограма для визначення початкового модулю пружності бетонополімеру

8. Показати за допомогою номограми (рис. 1.3), як зміниться E_0 бетонополімеру, отриманого просочуванням бетону метилметакрилатом з наступною радіаційною ($\alpha_n=0,1$) або термодаталітичною ($\alpha_n=0,2$) полімеризацією. Інші параметри по номограмі прийняті постійними.

9. Розрахувати модуль пружності шлакопемзобетону E_0 марки 150, виготовленого на шлаковій пемзі різних видів: із середньою густиною в шматках $\rho_0=1370 \text{ кг/м}^3$ та модулем пружності $E=15 \cdot 10^3 \text{ МПа}$; $\rho_0=1580 \text{ кг/м}^3$ та $E=19 \cdot 10^3 \text{ МПа}$ а також $\rho_0=1700 \text{ кг/м}^3$ та $E=30,7 \cdot 10^3 \text{ МПа}$. В розрахунках потрібно використовувати емпіричну формулу:

$$E_0 = \frac{300000 \cdot \sqrt{R_{cm}} \cdot E}{10 \cdot E + 210000 \cdot \sqrt{R_{cm}}}$$

де $R_{ст}$ – границя міцності при стиску бетону, МПа.

10. При визначенні модуля пружності скла застосовували оптичний довгомір, що дозволяє виміряти стрілу прогину f пружно вигнутого зразка пластини шириною $b=25 \text{ мм}$, товщиною $\delta=3 \text{ мм}$ і відстанню між опорами $l=100 \text{ мм}$. Розрахунок модуля пружності проводять за формулою:

$$E = \frac{F \cdot l^3}{4 \cdot f \cdot \delta^3 \cdot b}$$

де F – навантаження на зразок ($F=50 \text{ кН}$).

Визначити орієнтовно стрілу прогину зразка, мм, якщо хімічний склад скла, %: $\text{SiO}_2 - 72,1$; $\text{Na}_2\text{O} - 14,9,4$ $\text{CaO} - 6,5$; $\text{MgO} - 4,3$; $\text{Al}_2\text{O}_3 - 1,9$. Граничні константи пружності оксидів в склі: $\text{SiO}_2 - 700$, $\text{Na}_2\text{O} - 610$, $\text{CaO} - 700$, $\text{MgO} - 400$, $\text{Al}_2\text{O}_3 - 1800$.

11. Розрахувати міру повзучості цементно-піщаних розчинів, що виготовляються для визначення активності цементу R_c у віці 28 діб за формулою:

$$C_m \cdot 10^6 = 415 / (15 + R_c)$$

Побудувати графік в координатах $C_m, \text{ МПа}^{-1}$; $R_c, \text{ МПа}$.

12. Знайти і порівняти втрати напруження від релаксації напружень в стержневій арматурі класів А600 і А800 при

механічному $\sigma_{п.м.}$ і електротермічному $\sigma_{п.е.}$ натягу. Використати емпіричні формули:

$$\sigma_{п.м.}=0,1 \cdot \sigma_0 - 20; \quad \sigma_{п.е.}=0,03 \cdot \sigma_0.$$

де σ_0 – початкове напруження в арматурі.

Напруження σ_0 прийняти рівним 90% від значення межі текучості сталей.

13. За даними, отриманими при вивченні асфальтового бетону (табл. 6), побудувати графіки: напруження σ – час, с, для бетонів з різним вмістом бітуму. Визначити час релаксації асфальтового бетону. Початкове напруження 0,7 МПа. В табл. 1.7 наведені напруження у % від початкового.

Таблиця 1.7

Час після початку спаду напруження, с	Витрата бітуму, %					
	6,5		7		7,5	
	Температура зразків, °С					
	15	50	15	50	15	50
10	90	89	91	84	84	82
50	80	79	84	72	72	70
100	74	72	80	66	67	64

14. При видовженні зразка тіколового герметика зі 100 до 200 мм було прикладене напруження 2 МПа. Після витримування герметика протягом 20 діб напруження зменшилось в 3 рази. Визначити напруження витримування герметика протягом 30 діб.

1.2. Природні кам'яні та керамічні матеріали

Типові задачі

Задача 1. Для визначення придатності вапняку при отриманні стінового каменя були визначені середня густина, водопоглинання, морозостійкість і коефіцієнт розм'якшення зразків. Отримані наступні усереднені дані.

Шматок каменя масою $m=207$ г виштовхнув із посудини $V_B=111$ г води. Після витримування каменя у воді об'ємне водопоглинання склало $W_0=50\%$. Границя міцності при стиску в сухому стані $R_c=27$ МПа, після насиченні у воді $R_n=21$ МПа,

після заморожування і відтавання $R_{\text{мрз}}=18$ МПа. Чи відповідає фізично-механічним умовам випробувана гірська порода вимогам ДСТУ Б В.2.7-246:2010. "Камені бортові і стінові з гірських порід"?

Розв'язок. Можна вважати, що об'єм вапняку дорівнює об'єму витісненої ним води. Тоді середня густина вапняку:

$$\rho_o = m/V_v = 207/111 = 1,86 \text{ г/см}^3 = 1860 \text{ кг/м}^3.$$

(У випадку, якщо припустити, що вапняк поглинув деяку кількість води, середня густина його повинна бути дещо меншою).

Знаючи величину об'ємного водопоглинання, можна знайти водопоглинання вапняку за масою :

$$W = W_o / \rho_o = 50/1,86 = 26,9\%.$$

Коефіцієнт розм'якшення каменю: $K_p = R_n / R_c = 21/27 = 0,78$.

Втрата міцності на стиск після випробування на морозостійкість:

$$\Delta R_{\text{мрз}} = (R_n - R_{\text{мрз}}) / R_n = (21 - 18) / 21 \cdot 100 = 14,3\%.$$

Порівнюючи отримані дані з вимогами ДСТУ Б В.2.7-246:2010, можна зробити висновок, що за всіма фізико-механічними показниками досліджувана порода задовольняє необхідним вимогам.

Задача 2. Осадові гірські породи мають наступний хімічний склад, %:

№ породи	SiO ₂	Al ₂ O ₃	MgO	CaO
№1	88,5	4,9	2,5	4,1
№2	62,5	17,4	12,5	7,6
№3	5,2	0,9	24,5	69,4

Якою орієнтовно є хімічна стійкість порід до кислот та лугів?

Розв'язок. Для приблизного висновку про хімічну стійкість гірських порід в кислих і лужних середовищах можна використати оцінку за модулем основності:

$$M_o = \frac{CaO + MgO + Na_2O(K_2O)}{SiO_2 + Al_2O_3}.$$

Дані гірські породи за наведеною формулою мають наступні значення M_o : №1 – 0,07; №2 – 0,25; №3 – 15,3. Можна

припустити, що породи №1 і №2 стійкі до кислот, але взаємодіють із основними оксидами. Гірська порода №3 повинна легко руйнуватися кислотами, але бути стійкою до лугів.

Задача 3. При випробуванні на ударному копрі шляхом послідовних ударів гирею масою $m_r=2$ кг з інтервалами по висоті $h=1$ см при початковій висоті $h_n=1$ см був доведений до руйнування через $n=15$ ударів зразок граніту у вигляді паралелепіпеда розміром $2 \times 2 \times 5$ см.

Яка питома робота при ударному руйнуванні зразка граніту?

Розв'язок. Питома робота при ударному руйнуванні гірських порід визначається за формулою:

$$A_{\text{пит}} = \frac{F_r \cdot n \cdot \Delta h \cdot (h_n + h_k)}{2 \cdot S},$$

де F_r – навантаження створене гирею ($F_r=mg=2 \cdot 10=20$ Н); S – площа удару ($S=4$ см²); h_k – кінцева висота удару (при руйнуванні).

$$A_{\text{пит}} = \frac{20 \cdot 15 \cdot 1 \cdot (1+15)}{2 \cdot 4} = 600 \text{ Н} \cdot \text{см} / \text{см}^2 = 60 \text{ кПа} \cdot \text{м}.$$

Задача 4. Хімічний аналіз карбонатної гірської породи показав, що в ній присутні 40% CaO, 12% MgO. Визначити вміст в породі доломіту, кальциту.

Встановити її назву, використавши класифікацію наведену в табл. 1.8.

Таблиця 1.8

Порода	Склад, %	
	CaCO ₃ (кальцит)	CaMg(CO ₃) ₂ (доломіт)
Вапняк	95–100	5–0
Доломітистий вапняк	75–95	5–25
Доломітовий вапняк	50–75	25–50
Вапняковий доломіт	25–50	25–50
Вапняковистий доломіт	5–25	75–95
Доломіт	0–5	95–100

Розв'язок. Припустімо, що вся кількість MgO в карбонатній породі зв'язана в доломіт – CaMg(CO₃)₂. Із молекулярної маси доломіту

$M_{\text{CaMg}(\text{CO}_3)_2}=184$ можна підрахувати, що на частку MgO приходить 21,7%. В породі міститься 12% MgO, тобто доломіту повинно бути 55,3%. Не важко підрахувати, що в 100% доломіту зв'язується 30,4% CaO, відповідно, в 55,3% повинно зв'язуватись 16,8% CaO. Залишкова кількість CaO, тобто 23,2%, зв'язана в кальциті CaCO₃. Із формули кальциту слідує, що в 100% CaCO₃ знаходиться 56% CaO. 23,2% CaO повинно йти на утворення 41,4 % CaCO₃. Таким чином, в дослідженій гірській породі знаходиться 41,4% CaCO₃ і 55,3% CaMg(CO₃)₂. За табл. 7 її можна віднести до вапнякового доломіту.

Задача 5. Визначити витрату глини (за масою та об'ємом), що необхідна для виготовлення 10000 шт. потовщеної цегли із середньою густиною $\rho_{\text{ок}}=1400$ кг/м³, об'ємом порожнин $V_{\text{п}}=30\%$, якщо середня густина сирі глини $\rho_{\text{ор}}=1600$ кг/м³, вологість $W=15\%$. При випалюванні сирцю в печі втрати при прожарюванні (в.п.п.) складають 10% від маси сухої глини.

Розв'язок. Об'єм однієї цеглини:

- без врахування порожнин (брутто)

$$V_{\text{б}}=0,25 \cdot 0,12 \cdot 0,088=0,00264 \text{ м}^3;$$

- з урахуванням порожнин (нетто)

$$V_{\text{н}}=V_{\text{б}}-V_{\text{п}}/100=0,00264-0,00264 \cdot 0,3=0,0018 \text{ м}^3.$$

Об'єм 10000 шт. цегли $V_{\text{ц}}=V_{\text{н}} \cdot n=0,0018 \cdot 10000=18 \text{ м}^3$.

Маса 10000 шт. потовщеної цегли

$$m_{\text{ц}}=V_{\text{ц}} \cdot \rho_{\text{ок}}=18 \cdot 1400=25200 \text{ кг}.$$

Маса сухої невипаленої глини, що необхідна на 10000 шт. цегли

$$m_{\text{н.г}} = \frac{25200 \cdot (100 + \text{в.п.п.})}{100} = 25200 \cdot 1,1 = 27720 \text{ кг}.$$

Маса сирі глини, необхідної на 10000 шт. цегли

$$m_{\text{г}} = \frac{m_{\text{н.г}} \cdot (100 + W)}{100} = 27720 \cdot 1,15 = 31878 \text{ кг}$$

Об'єм необхідної сирі глини $V_{\text{г}}=m_{\text{г}}/\rho_{\text{ор}}=31878/1600=19,92 \text{ м}^3$.

Задача 6. Скільки штук керамічних каменів розміром $250 \times 120 \times 138$ мм з порожнистістю $\Pi=33\%$ можна виготовити із 15 т глини з вологістю $W=12\%$, втратами при прожарюванні в.п.п.=8,5%. Середня густина звичайної цегли з цієї глини $\rho_0=1750$ кг/м³.

Розв'язок. З 15 т глини вологістю 12% можна отримати випаленої керамічної маси:

$$m_{\kappa} = \frac{m_{\text{в.п.п.}} \cdot (100 - \text{в.п.п.})}{100} = \frac{m_{\text{в.з.}} \cdot (100 - W) \cdot (100 - \text{в.п.п.})}{100 \cdot 100} = \\ = 15 \cdot 0,88 \cdot 0,915 = 12,078 \text{ т.}$$

Об'єм випаленої керамічної маси:

$$V_{\kappa} = m_{\kappa} / \rho_0 = 12078 / 1750 = 6,9 \text{ м}^3.$$

Об'єм одного керамічного каменя без врахування пустот:

$$V_{\kappa.\kappa} = 0,25 \cdot 0,12 \cdot 0,138 = 0,0041 \text{ м}^3.$$

Об'єм одного керамічного каменя з врахуванням пустот:

$$V'_{\kappa.\kappa} = V_{\kappa.\kappa} - (V_{\kappa.\kappa} \cdot \Pi) / 100 = 0,0041 - 0,0013 = 0,0028 \text{ м}^3.$$

Можлива кількість керамічних каменів із 15 т глини:

$$n = V_{\kappa} / V'_{\kappa.\kappa} = 6,9 / 0,0028 = 2464 \text{ шт.}$$

Задача 7. Визначити витрату деревної стружки для отримання $n=1000$ шт. пористої цегли із середньою густиною $\rho_{\text{оп}}=1210$ кг/м³, якщо середня густина звичайної цегли $\rho_{\text{ок}}=1740$ кг/м³. Середня густина стружки $\rho_{\text{ос}}=610$ кг/м³.

Розв'язок. Маса 1000 шт. звичайної цегли:

$$m_{\text{з.ц.}} = 1000 \cdot 0,25 \cdot 0,12 \cdot 0,065 \cdot 1740 = 3393 \text{ кг.}$$

Маса 1000 шт. пористої цегли:

$$m_{\text{п.ц.}} = 1000 \cdot 0,25 \cdot 0,12 \cdot 0,065 \cdot 1210 = 2359 \text{ кг.}$$

Об'єм пор, що створює стружка в керамічній масі після випалювання:

$$V_{\text{п}} = (m_{\text{з.ц.}} - m_{\text{п.ц.}}) / \rho_{\text{ок}} = (3393 - 2359) / 1740 = 0,59 \text{ м}^3.$$

Необхідна витрата стружки за масою:

$$m_{\text{с}} = V_{\text{п}} \cdot \rho_{\text{ос}} = 0,59 \cdot 610 = 360 \text{ кг.}$$

Задача 8. При випробуванні п'яти зразків повнотілої цегли пластичного формування були отримані наступні результати:

Границя міцності при стиску, МПа	Границя міцності при згині, МПа
16,5	3,3
15,6	3,0
14,3	2,8
16,2	3,2
12,6	1,7

До якої марки можна віднести випробувану цеглу?

Розв'язок. Знаходимо середнє і найменше значення границі міцності при стиску ($\bar{R}_{cm}, R_{cm.min}$) і при згині ($\bar{R}_{3z}, R_{3z.min}$) випробуваної цегли: $\bar{R}_{cm}=15,04$ МПа; $R_{cm.min}=12,6$ МПа; $\bar{R}_{3z}=2,8$ МПа; $R_{3z.min}=1,7$ МПа.

У відповідності з ДСТУ Б В.2.7-61:2008 випробувана цегла має марку 150. За стандартом для повнотілої цегли пластичного формування марки 150 середнє для 5 зразків значення границі міцності при стиску і при згині повинна бути не менше відповідно 15 і 2,8 МПа. Найменше для окремого зразка значення $R_{ст.min}$ і $R_{зг.min}$ повинно бути не менше відповідно 12,5 МПа і 1,4 МПа.

Задача 9. При виробництві керамзиту використана глина, що має середню густину $\rho_{ог}=2550$ кг/м³ при вологості $W=13,5\%$. Керамзитовий гравій має середню насипну густину $\rho_{н.к}=450$ кг/м³ та міжзернову пустотність $\Pi=44\%$. Розрахувати, в скільки разів збільшиться об'єм глини при спученні, якщо маса глини і керамзиту однакова.

Розв'язок. Середня густина сухої глини:

$$\rho_{ог}^c = \rho_{ог} / (1 + W/100) = 2550 / (1 + 0,135) = 2246 \text{ кг/м}^3.$$

Середня густина зерна керамзиту:

$$\rho_{о.к} = \rho_{н.к} / (1 - \Pi/100) = 450 / (1 - 0,44) = 804 \text{ кг/м}^3.$$

Збільшення об'єму глини при спученні є еквівалентним зменшенню її середньої густини:

$$\frac{V_z}{V_k} = \frac{\rho_{ог}^c}{\rho_{ок}} = \frac{2246}{804} = 2,79.$$

Задачі для самостійного вирішення

1. Вапняковий туф має водопоглинання за масою 35%, за об'ємом – 52,5%. Границя міцності зразків при стиску в сухому стані 17 МПа. Через 15 циклів заморожування і відтавання границя міцності зразків при стиску стала 11 МПа, при цьому втрати міцності склали 20%. Розрахувати середню густину і коефіцієнт розм'якшення туфу. Визначити за ДСТУ Б В.2.7-246:2010, чи можливо із випробуваного туфу виготовляти стінові камені.

2. При випробовуванні кубічних зразків піщаника ($\rho_0=1900 \text{ кг/м}^3$) з розміром ребра 15 см на пресі з площиною поршня 570 см^2 середні показники манометра склали: при випробуванні зразків в сухому стані – 15 МПа; в насиченому водою стані – 12 МПа. Після водопоглинання маса зразків стала 6,9 кг.

Встановити марку, коефіцієнт розм'якшення і водопоглинання піщаника. Чи можна застосовувати його для зведення гідротехнічних споруд? Піщаники, що застосовуються для гідротехнічних споруд, повинні мати границю міцності при стиску не менше 15 МПа, середню густину не менше 1800 кг/м^3 , коефіцієнт розм'якшення не менше 0,75 і водопоглинання не більше 2%.

3. Яка з трьох вивержених гірських порід – дуніт, габро або граніт – повинна мати більшу стійкість до кислот? Середній хімічний склад порід, %:

	SiO ₂	TiO ₂	Al ₂ O ₃	Fe ₂ O ₃	FeO	MgO	CaO	Na ₂ O	K ₂ O	H ₂ O
Дуніт	40,49	0,02	0,86	2,84	5,54	46,32	0,70	0,10	0,04	3,88
Габро	48,24	1,17	17,88	3,16	5,45	7,51	10,99	2,55	0,89	1,62
Граніт	70,18	0,39	14,47	2,57	1,78	0,88	1,99	3,48	4,11	0,84

4. Як орієнтовно розташувати за кислотостійкістю гірські породи: піщаник вапняковий, піщаник кременистий, піщаник глинистий, гіпсовий камінь, мармур?

5. Визначити орієнтовно морозостійкість гірської породи ($\rho_0=2450 \text{ кг/м}^3$) за результатами випробувань у розчині

сірчанокиислого натрію зразків кубічної форми з розміром ребра 8 см. Через 3 цикли занурення зразків в розчин сірчанокиислого натрію і наступного висушування середнє значення маси зразків було 1,20 кг, через 5 циклів – 1,17 кг, через 10 циклів – 0,95 кг.

Для орієнтовного визначення морозостійкості гірської породи використовувати дані табл. 1.9.

Таблиця 1.9

Марка за морозостійкістю	Заморожування		Випробування у розчині сірчанокиислого натрію	
	К-сть циклів	Втрата маси після випробування, %, не більше	К-сть циклів	Втрата маси після випробування, %, не більше
15	15	10	3	10
25	25	10	5	10
50	50	5	10	10
100	100	5	10	5
150	150	5	15	5
200	200	5	15	5

6. Визначити питому роботу при ударному розколюванні зразка базальту на копрі, якщо маса гирі 2 кг, початкова висота її падіння 1 см, кінцева 10 см, інтервал ударів 1 см, площа розколу 4 см².

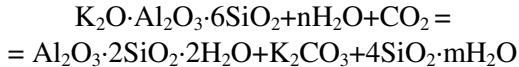
7. Визначити, яка можлива мінімально допустима маса кубічного зразка гірської породи з розміром ребра 15 см і середньою густиною 2550 кг/м³ при випробуванні на морозостійкість через 50 циклів, якщо марка гірської породи за морозостійкістю F50.

8. У скільки разів є довшим процес випробування на морозостійкість гірської породи з F150 шляхом прямого заморожування і відтаювання в порівнянні з насиченням у розчині сірчанокиислого натрію? Через який час можна визначити морозостійкість в одному та іншому випадках?

При випробуванні методом заморожування і відтавання до випробування зразки витримують у воді 48 год. Час витримки зразків у камері холодильної установки при температурі 17 – 20°C 4 год. Час відтавання 2 год. При випробуванні у розчині

сірчаноокислого натрію зразки почергово витримують у розчині 20 год., а потім висушують 4 год.

9. Мінерал каолініт ($\text{Al}_2\text{O}_3 \cdot 2\text{SiO}_2 \cdot 2\text{H}_2\text{O}$), складник глини, утворюється в природі в результаті вивітрювання польових шпатів і, частково, ортоклазу ($\text{K}_2\text{O} \cdot \text{Al}_2\text{O}_3 \cdot 6\text{SiO}_2$). Скільки повинно утворюватися каолініту при повному розкладанні 250 т ортоклазу у відповідності з хімічною реакцією:



10. Встановити вміст основних мінералів у гірській породі, якщо хімічний аналіз показав, що в породі міститься 35,5% CaO; 7% Al_2O_3 ; 35% SiO_2 . Рентгенофазовий аналіз показав, що основні мінерали, що входять до складу породи – кальцит, каолініт та кварц.

11. Встановити назви карбонатно-глинистих порід з вмістом CaO відповідно 5,5%; 27,8% та 47,8%. Використати наведену нижче класифікацію карбонатно-глинистих порід:

<i>CaCO₃, %:</i>	<i>Порода:</i>
95–100	вапняк
75–95	вапняк глинистий
50–75	мергель
25–50	мергель глинистий
5–25	глина вапнякова
0–5	глина

12. Скільки глини із вологістю 13,5% і втратами при прожарюванні 7,5% (від маси сухої глини) потрібно для випуску 50000 шт. цегли із середньою густиною 1480 кг/м^3 , розмірами $250 \times 120 \times 88 \text{ мм}$ з 18 прямокутними пустотами, 9 із яких мають розміри перетину $12 \times 35 \text{ мм}$, а 9 – $12 \times 46 \text{ мм}$? Можливий брак при виробництві, вивантаженні і завантаженні цегли складає 2%.

13. Скільки можна додатково виготовити виробів із 1000 м^3 глини з $\rho_0 = 1710 \text{ кг/м}^3$ вологістю 12,4% і втратами при прожарюванні 9,5% (від маси сухої глини), замінюючи

повнотілу цеглу з розмірами $250 \times 120 \times 65$ мм з $\rho_0 = 1650$ кг/м³ пустотною, що містить 60 пустот діаметром 14 мм?

14. Знайти за допомогою формули В.П.Некрасова теплопровідність звичайної керамічної цегли нормального формату масою 3,3 кг та 3,7 кг.

15. Допустимий термічний опір стін житлових будівель $0,95$ м²·°C/Вт. Якої товщини із теплотехнічних міркувань повинна бути стіна із застосуванням звичайної цегли з $\rho_0 = 1700$ кг/м³, умовно ефективної цегли з $\rho_0 = 1550$ кг/м³ і ефективної цегли з $\rho_0 = 1350$ кг/м³?

16. Якою може бути максимальна маса однієї цеглини розміром $250 \times 120 \times 65$ мм з товщиною стіни 64, 51 і 38 см, якщо у всіх випадках термічний опір стіни $0,95$ м²·°C/Вт?

17. З якою середньою густиною можна отримати пористу цеглу розміром $250 \times 120 \times 65$ мм при повному згоранні стружки, якщо витрата стружки на 1000 шт. цегли 350 кг/м³? Середня густина стружки (без врахування пустот) 605 кг/м³, маса повнотілої цеглини $3,3$ кг.

18. Скільки потрібно використати глини для виготовлення 1000 шт. керамічних фасадних плиток розміром $290 \times 140 \times 10$ мм з пористістю 8%? Дійсна густина спеченої маси $2,59$ г/см³, втрати маси при сушці і випалі складають 13,5% маси глини.

19. Керамічна звичайна цеглина в сухому стані важить 3550 г. Розміри цеглини $254 \times 118 \times 68$ мм. Водопоглинання склало $12,5\%$ за об'ємом. Після випробування шляхом пропарювання було знайдено два відколи на поверхні розміром по найбільшому виміру 7 мм. Чи задовольняє цегла вимогам ДСТУ Б В.2.7-61:2008?

1.3. Мінеральні в'язучі речовини

Типові задачі

Задача 1. Визначити вихід будівельного гіпсу та ангідритового в'язучого із 1 т гіпсового каменя вологістю 7%, що містить 80% CaSO₄·2H₂O. До складу домішок входять 7% глини, 9% піску, 4% органічних включень.

Розв'язок. Маса сухого гіпсового каменя:

$$m_{г.к.} = 1000 - 1000 \cdot 0,07 = 930 \text{ кг.}$$

В хімічному процесі отримання в'язучого буде приймати участь маса двоводного гіпсу: $m_{д.г.} = 930 - 0,2 \cdot 930 = 744 \text{ кг.}$

1. Визначення кількості будівельного гіпсу.

Запишемо реакцію отримання будівельного гіпсу (напівгідрату сульфату кальцію):

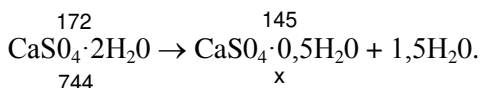


Маси речовин, що беруть участь в реакції прямо пропорційна їх молекулярним масам.

$$\text{Молекулярна маса } \text{CaSO}_4 \cdot 2\text{H}_2\text{O} = 172.$$

$$\text{Молекулярна маса } \text{CaSO}_4 \cdot 0,5\text{H}_2\text{O} = 145.$$

Тоді:



З 1 моля, тобто 172 г двоводного гіпсу утворюється 1 моль тобто 145 г напівводного гіпсу. Тоді з 744 кг двоводного гіпсу утвориться напівводного:

$$x_{\text{CaSO}_4 \cdot 0,5\text{H}_2\text{O}} = \frac{744 \cdot 145}{172} = 627 \text{ кг.}$$

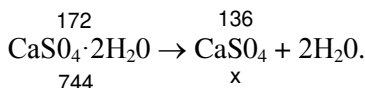
Будівельний гіпс буде містити також домішки, які залишаться в ньому після випалювання. Органічні домішки вигорять, а пісок та глина (7% + 9%) залишаться в готовому продукті.

Таким чином, маса будівельного гіпсу становитиме:

$$m_{б.г.} = 0,16 \cdot 930 + 627 = 776 \text{ кг.}$$

2. Визначення кількості ангідритового в'язучого.

Послідовність дій аналогічна до визначення кількості будівельного гіпсу.



Кількість ангідриту:

$$x_{\text{CaSO}_4} = \frac{744 \cdot 136}{172} = 588 \text{ кг.}$$

З врахуванням домішок, маса ангідритового в'язучого становитиме:

$$m_{a,b} = 0,16 \cdot 930 + 588 = 734 \text{ кг.}$$

Задача 2. Для отримання 1 моля напівводного гіпсу із дигідрату теоретично потрібно витратити $q = 84$ кДж теплоти, а 1 моля вапна із карбонату кальцію $q_1 = 190$ кДж. Яка витрата умовного палива необхідна для отримання 1 т $\text{CaSO}_4 \cdot 0,5\text{H}_2\text{O}$ і CaO ?

Розв'язок. Молекулярна маса $\text{CaSO}_4 \cdot 0,5\text{H}_2\text{O}$ рівна 145 г/моль. Значить, для отримання 1 т напівводного гіпсу потрібно:

$$Q = (q \cdot 1000) / 0,145 = (84 \cdot 1000) / 0,145 = 579310 \text{ кДж.}$$

1 кг умовного палива еквівалентний 29330 кДж теплоти. Отже, для отримання 1 т напівводного гіпсу необхідна витрата умовного палива:

$$T = 579310 / 29330 = 19,75 \text{ кг.}$$

Для отримання 1 т CaO необхідно умовного палива:

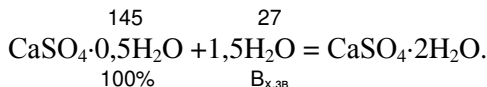
$$T_1 = (190 \cdot 1000) / (0,056 \cdot 29330) = 115,7 \text{ кг.}$$

Задача 3. Визначити пористість затверділого будівельного гіпсу, якщо водогіпсове відношення $V/\Gamma = 0,7$. Дійсна густина гіпсу $\rho_r = 2,7$ г/см³.

Перший спосіб розв'язку. Для визначення пористості затверділого будівельного гіпсу визначимо його дійсну і середню густину.

Дійсна густина затверділого гіпсу $\rho_{r,z} = m_{r,z} / V_a$, де $m_{r,z}$ – сумарна маса гіпсу і хімічно зв'язаної води в одиниці абсолютного об'єму V_a .

Вміст хімічно зв'язаної води $V_{x,zv}$ можна знайти із рівняння гідратації напівгідрату сульфату кальцію:



$$V_{x,zv} = (27 \cdot 100) / 145 = 18,6\%.$$

Припустимо, що густина хімічно зв'язаної води $\rho_b = 1$ г/см³ (тобто її маса чисельно рівна об'єму), тоді

$$\rho = \frac{m_{z.3}}{V_a} = \frac{m_z + m_{x.36}}{V_z + V_{x.36}} = \frac{2,7 + 2,7 \cdot 0,186}{1 + 2,7 \cdot 0,186} = 2,13 \text{ г/см}^3.$$

Середня густина затверділого гіпсу $\rho_o = m_{г.з} / V$, де V – об'єм з урахуванням пор, утворених надлишковою водою.

$$\rho_o = \frac{2,7 + 2,7 \cdot 0,186}{1 + 2,7 \cdot 0,7} = 1,1 \text{ г/см}^3.$$

Пористість затверділого гіпсу:

$$П_{z.3} = \left(1 - \frac{\rho_o}{\rho}\right) \cdot 100 = \left(1 - \frac{1,1}{2,13}\right) \cdot 100 = 48\%.$$

Другий спосіб розв'язку більш простіший:

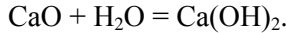
$$П_{z.3} = \left(1 - \frac{V_a}{V}\right) \cdot 100 = \left(1 - \frac{1 + 2,7 \cdot 0,186}{1 + 2,7 \cdot 0,7}\right) \cdot 100 = 48\%.$$

Задача 4. Скільки вапняного тіста (за масою та об'ємом), із вологістю $W_T = 50\%$ можна отримати із $m_{н.в} = 15$ т негашеного вапна із активністю $A = 85\%$. Середня густина вапняного тіста $\rho_T = 1400$ кг/м³.

Розв'язок. Склад активного СаО в 15 т негашеного вапна:

$$\text{СаО}_{\text{акт.}} = (A \cdot m_{н.в}) / 100 = (85 \cdot 15) / 100 = 12,75 \text{ т.}$$

Гашення вапна проходить за рівнянням



Із 56 масових частинок СаО можна отримати 74 частини сухого гідратного вапна, а із 12,75 т СаО

$$m_{\text{Са(ОН)}_2} = \frac{12,75 \cdot 74}{56} = 16,84 \text{ т.}$$

Можлива кількість вапняного тіста:

$$\text{за масою } m_T = \frac{100 \cdot m_{\text{Са(ОН)}_2}}{100 - W_T} = \frac{100 \cdot 16,84}{50} = 33,68 \text{ т.}$$

$$\text{за об'ємом } V_T = \frac{m_T}{\rho_T} = \frac{33,68}{1,4} = 24,05 \text{ м}^3.$$

Задача 5. Яка кількість гідратного вапна і води міститься у вапняному тісті масою $m_T=10$ т із середньою густиною $\rho_T=1400$ кг/м³? Дійсна густина порошкоподібного гідратного вапна $\rho_{г.в}=2,05$ г/см³.

Розв'язок. 1 м³ вапняного тіста можна уявити через суму об'ємів гідратного вапна і води, тобто $m_{г.в}/\rho_{г.в}+m_{в}/\rho_{в}=1$, де $m_{г.в}$ і $m_{в}$ – маса відповідно сухого гідратного вапна і води; $\rho_{в}$ – густина води.

$$\frac{m_{г.в}}{2,05} + \frac{1,4 - m_{г.в}}{1} = 1.$$

Звідси вміст в 1 м³ вапняного тіста гідратного вапна $m_{г.в}=0,781$ т (55,8%); води $m_{в}=1,4-0,781=0,619$ т (44,2%).

В 10 т вапняного тіста міститься гідратного вапна $m'_{г.в}=0,781 \cdot 10/1,4=5,58$ т, води відповідно $m'_{в}=4,42$ т.

Вміст гідратного вапна у вапняному тісті, як і інших речовин в тістоподібних масах, можна також визначити за формулою:

$$T = \frac{\rho_n \cdot (\rho_o - 1000)}{\rho_n - 1},$$

де T – вміст твердої речовини в тісті, кг/м³; ρ_n – дійсна густина твердої речовини (порошку), що утворює з водою тістоподібну масу, г/см³; ρ_o – середня густина тіста, кг/м³.

Задача 6. Розрахувати активність вапна, отриманого з крейди, що містить 42,5% CaO; 3,5% MgO; 17,5% (SiO₂+Al₂O₃), при втратах при прожарюванні в.п.п = 36,5%. Ступінь декарбонізації крейди при випалюванні $x=0,9$.

Розв'язок. Для розрахунку активності вапна A можна використати формулу А.В. Волженського, виведену в припущенні, що залишок у випаленому матеріалі CO₂ зв'язаний тільки з оксидом калію:

$$A = \frac{CaO + MgO - 1,27 \cdot \text{в.п.п} \cdot (1 - x)}{CaO + MgO + SiO_2 + R_2O_3 + \text{в.п.п} \cdot (1 - x)} \cdot 100,$$

де R_2O_3 – сумарний вміст у сировині Al₂O₃ + Fe₂O₃, %.

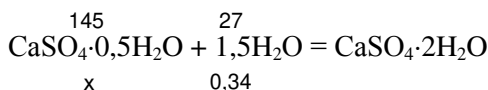
В нашому випадку

$$A = \frac{42,5 + 3,5 - 1,27 \cdot 36,5 \cdot (1 - 0,9)}{42,5 + 3,5 + 17,5 + 36,5 \cdot (1 - 0,9)} \cdot 100 = 61,6\%$$

Задача 7. Для визначення складу напівводного гіпсу у будівельному гіпсі наважку подрібненого гіпсу ($m_r=2,5$ г), попередньо висушену до постійної маси, залили водою. Затверділий матеріал висушили при $50...55^\circ$ С до постійної маси, яка виявилась $m_{r,3}=2,84$ г. Який вміст в будівельному гіпсі напівгідрату $\text{CaSO}_4 \cdot 0,5\text{H}_2\text{O}$?

Розв'язок. Для гідратації x г напівводного гіпсу потрібно $m_{r,3} - m_r = 2,84 - 2,5 = 0,34$ г води.

Тоді із реакції



можна знайти необхідну кількість $\text{CaSO}_4 \cdot 0,5\text{H}_2\text{O}$:

$$x = \frac{145 \cdot 0,34}{27} = 1,83 \text{ г.}$$

Вміст напівгідрату в будівельному гіпсі складає $1,83/2,5 \cdot 100\% = 73\%$.

Задача 8. При визначенні вмісту у негашеному кальцієвому вапні активних $\text{CaO} + \text{MgO}$ на титрування $m=1,2$ г вапна використано $V=37,5$ мл 1 н розчину HCl . До якого сорту по вмісту активних CaO і MgO належить вапно?

Розв'язок. З реакції нейтралізації, що відбувається при титруванні ($\text{CaO} + 2\text{HCl} = \text{CaCl}_2 + \text{H}_2\text{O}$) випливає, що 1 мл 1 н розчину соляної кислоти відповідає 0,028 г CaO .

Можна скласти співвідношення:



Звідки, $\text{CaO} = (0,028 \cdot V/m) \cdot 100 = 87,5\%$.

Відповідно до ДСТУ Б В.2.7-90:2011 для кальцієвого вапна вміст MgO повинен бути не більше 5%. Можна вважати, що у дослідженому вапні вміст активних $\text{CaO} + \text{MgO} = 87,5\%$. Це

відповідає по ДСТУ Б В.2.7-90:2011 нормам для негашеного вапна 2-го сорту.

Задача 9. Хімічний склад цементного клінкера, %: CaO – 65,5; SiO₂ – 22,2; Al₂O₃ – 6,4; Fe₂O₃ – 3,1; MgO – 1,5; SO₃ – 0,4; Na₂O – 0,9. Визначити вміст у клінкері трьохкальцієвого силікату C₃S, двокальцієвого силікату C₂S, трьохкальцієвого алюмінату C₃A, чотирьохкальцієвого алюмофериту C₄AF, а також сульфату кальцію CaSO₄. Встановити за табл. 1.10, до якого виду відноситься клінкер.

Таблиця 1.10

Клінкер	Приблизний вміст, %			
	C ₃ S	C ₂ S	C ₃ A	C ₄ AF
Алітовий	Понад 60	Менше 15	—	—
Нормальний (по вмісту аліту)	37,5...60	15...37,5	—	—
Белітовий	Менше 37,5	Понад 37,5	—	—
Алюмінатний	—	—	Понад 15	Менше 10
Нормальний (за вмістом алюмінату)	—	—	7...15	10...18
Целітовий	—	—	Менше 7	Більше 18

Розв'язок. Мінералогічний склад цементних клінкерів, %, можна визначити за формулами, запропонованими В.А.Кіндом:



де KH – коефіцієнт насичення, що показує відношення кількості оксиду кальцію в клінкері, фактично зв'язаного з кремнеземом до його кількості, теоретично необхідної для повного зв'язування кремнезему в трьохкальцієвий силікат.

Коефіцієнт насичення вираховують по спрощеній формулі:

$$KH = \frac{CaO - 1,65 \cdot Al_2O_3 - 0,35 \cdot Fe_2O_3}{2,8 \cdot SiO_2}$$

Формули для розрахунку C_3A і C_4AF вибираються в залежності від значення глиноземистого модуля ГМ, рівного відношенню процентного вмісту Al_2O_3 і Fe_2O_3 .

При $ГМ > 0,64$: $C_3A = 2,65 \cdot (Al_2O_3 - 0,64 \cdot Fe_2O_3)$; $C_4AF = 3,04 \cdot Fe_2O_3$.

При $ГМ < 0,64$: $C_3A = 1,7 \cdot (Al_2O_3 - 1,57 \cdot Fe_2O_3)$; $C_4AF = 4,77 \cdot Al_2O_3$.

Вміст сульфату кальцію визначають за формулою

$$CaSO_4 = 4,77 \cdot SO_3.$$

За допомогою наведених вище формул розрахуємо мінералогічний склад клінкера по даним хімічного аналізу.

$$KH = \frac{65 - 1,65 \cdot 6,4 - 0,35 \cdot 3,1}{2,8 \cdot 22,2} = 0,87,$$

$$ГМ = 6,4 : 3,1 = 2,06;$$

$$C_3S = 3,8 \cdot 22,2 \cdot (3 \cdot 0,87 - 2) = 51,4\%;$$

$$C_2S = 8,6 \cdot 22,2 \cdot (1 - 0,87) = 24,8\%;$$

$$C_3A = 2,65 \cdot (6,4 - 0,64 \cdot 3,1) = 11,7\%;$$

$$C_4AF = 3,04 \cdot 3,1 = 9,42\%;$$

$$CaSO_4 = 1,7 \cdot 0,4 = 0,68\%.$$

По класифікації, наведеній в табл. 3.1, клінкер можна віднести до нормального.

Задача 10. В якій пропорції потрібно взяти вапняк і глину, щоб отримати цементний клінкер з коефіцієнтом насичення $KH = 0,88$? Хімічний склад вапняку і глини, %, наведений нижче.

	SiO ₂	Al ₂ O ₃	Fe ₂ O ₃	CaO	MgO	SO ₃	В.п.п.
вапняк	7,80	1,65	1,04	48,8	0,91	–	39,80
глина	64,55	16,51	8,17	1,90	0,89	0,79	7,09

Розв'язок. Визначимо співвідношення глини до вапняку 1:х. Тоді вираз для KH прийме наступний вираз:

$$0,88 = \frac{1,9 + 48,8 \cdot x + 1,65 \cdot (16,51 + 1,65 \cdot x) - 0,35 \cdot (8,17 + 1,04 \cdot x)}{2,8 \cdot (64,55 + 7,8 \cdot x)}.$$

Звідси $x \approx 7$ частин по масі вапняку. Сировинна суміш буде складатися на 87,6% із вапна і на 12,4% із глини.

Задача 11. Яку кількість $\text{Ca}(\text{OH})_2$ виділиться при повній гідратації 1 кг портландцементу, що містить 95% клінкеру і 5% гіпсу? Вміст основних мінералів в клінкері, %: $\text{C}_3\text{S} - 57$, $\text{C}_2\text{S} - 22$, $\text{C}_3\text{A} - 7$, $\text{C}_4\text{AF} - 11$. Яку кількість добавки трепелу із вмістом $\text{SiO}_2 = 72\%$ необхідно для повного зв'язування виділеного $\text{Ca}(\text{OH})_2$?

Розв'язок. Виділення гідроксиду кальцію йде в основному в результаті гідролізу при гідратації C_3S . Найбільш ймовірна при звичайних умовах схема гідратації C_3S :



Кількість $\text{Ca}(\text{OH})_2$, який виділяється при гідратації можна знайти із пропорції:

$$456 \text{ г } 3\text{CaO} \cdot \text{SiO}_2 \quad - \quad 222 \text{ г } \text{Ca}(\text{OH})_2.$$

$$0,95 \cdot 0,57 \cdot 100 \text{ г} \quad - \quad x \text{ г}$$

$$x_{\text{Ca}(\text{OH})_2} = 264 \text{ г}.$$

При взаємодії $\text{Ca}(\text{OH})_2$ з кремнеземом трепелу можна допустити утворення однокальцієвого гідросилікату $\text{CaO} \cdot \text{SiO}_2 \cdot \text{H}_2\text{O}$.

Тоді для зв'язування 1 моля, тобто 74 г $\text{Ca}(\text{OH})_2$, потрібно 1 моль, тобто 60 г SiO_2 , а для 264 г $\text{Ca}(\text{OH})_2 - x$ г SiO_2 .

$$x_{\text{SiO}_2} = (264 - 60) / 74 = 214,05 \text{ г}.$$

Для повного зв'язування $\text{Ca}(\text{OH})_2$, який виділяється при гідратації 1 кг цементу необхідно $214,05 : 0,72 = 297$ г трепелу.

Задача 12. Необхідно, щоб теплота гідратації цементу для зведення бетонної греблі у віці 3 доби була не більше 210 кДж/кг а у 7 діб – 251 кДж/кг. Розрахувати орієнтовно теплоту гідратації цементу в 3 і 7 діб при наступному вмісті мінералів, %: $\text{C}_3\text{S} - 47,5$; $\text{C}_2\text{S} - 21,4$; $\text{C}_3\text{A} - 7,8$; $\text{C}_4\text{AF} - 14,5$. Чи може бути застосований цей цемент для зведення бетонної греблі?

Розв'язок. Теплота гідратації цементу q_n , Дж/кг, при орієнтовному розрахунку може бути визначена за формулою:

$$q_n = a_n \text{C}_3\text{S} + b_n \text{C}_2\text{S} + c_n \text{C}_3\text{A} + d_n \text{C}_4\text{AF},$$

де a_n , b_n , c_n , d_n – коефіцієнти тепловиділення мінералів, визначені за табл. 1.11.

Таблиця 1.11

Тривалість твердіння, діб	a_n	b_n	c_n	d_n
3	3,89	0,666	6,36	- 0,499
7	4,57	0,967	8,67	- 1,73
28	4,78	0,641	9,63	0,59

$$q_3 = 3,89 \cdot 47,5 + 0,666 \cdot 21,4 + 6,36 \cdot 7,8 - 0,499 \cdot 14,5 = 179 \text{ кДж/кг};$$

$$q_7 = 4,57 \cdot 47,5 + 0,967 \cdot 21,4 + 8,67 \cdot 7,8 - 1,78 \cdot 14,5 = 280 \text{ кДж/кг}.$$

Результати розрахунку показують, що тепловиділення цементу у віці 7 діб перевищує встановлені межі. Кінцевий висновок про придатність цементу може бути зроблений після експериментального визначення його теплоти гідратації.

Задачі для самостійного вирішення

1. На скільки кілограмів більше можливий вихід напівгідрату при отриманні будівельного гіпсу з 1 т гіпсового каменю 1-го сорту, ніж 4-го сорту, при вмісті в породі відповідно 97 і 72% двоводного гіпсу?

2. Для виробництва вапна застосовують вапняки трьох родовищ з такими характеристиками:

№1 CaCO_3 – 93%; MgO – 4%; глинисті – 3%;

№2 CaCO_3 – 87%; MgO – 6%; глинисті – 8%;

№3 CaCO_3 – 77%; MgO – 20%; глинисті – 3%.

Який можливий вихід і активність вапна із вапняків трьох родовищ?

3. Яка кількість теплоти виділяється при гашенні 150 кг вапна, що містить 85% активного CaO , якщо при гашенні 1 моля виділяється 65 кДж теплоти?

4. Скільки потрібно взяти вапна з активністю 92%, щоб за рахунок його гашення (без врахування втрат тепла) перевести в будівельний гіпс 50 кг гіпсового каменю із вмістом 99% $\text{CaSO}_4 \cdot 2\text{H}_2\text{O}$? Витрати теплоти на перехід 1 моля двоводного гіпсу в напівводний 84 кДж, а кількість теплоти, що виділяється при гашенні 1 г-моля CaO – 65 кДж.

5. Скільки кам'яного вугілля із теплою згорання 25500 кДж/кг потрібно витратити на повну декарбонізацію 1 т

вапняку із вмістом 85% CaCO_3 та 15% глинистих домішок. Процес випалювання протікає при 1000°C . Питомі витрати теплоти на декарбонізацію 1 моля CaCO_3 складають 179 кДж. Втрати тепла у пічній установці 15,5%.

6. Для отримання тіста нормальної густоти будівельний гіпс потребує 50...70%, а високоміцний – 30...40%. Дійсна густина будівельного і високоміцного гіпсу практично однакова і складає $2,7 \text{ г/см}^3$. Визначити і порівняти пористість затверділих і висушених будівельного та високоміцного гіпсу припустивши, що вихідні продукти повністю складаються із $\text{CaSO}_4 \cdot 0,5\text{H}_2\text{O}$.

7. Яку пористість в 28 і 180 діб буде мати цементний камінь, отриманий із тіста нормальної густоти на основі портландцементу ($\text{НГ} = 25,5\%$; $\rho = 3,1 \text{ г/см}^3$) і пуцоланового портландцементу ($\text{НГ} = 37,3\%$; $\rho = 2,75 \text{ г/см}^3$). При повній гідратації портландцемент зв'яже 19,8%, а пуцолановий 16,7% води за масою. Ступінь гідратації портландцементу у 28 та 180 діб відповідно 43 і 60%, пуцоланового – 40 і 57%.

8. Розрахувати вихід негашеного вапна, гідратного вапна і вапняного тіста із вологістю 50% із 1 т вапняку з вмістом $\text{CaCO}_3=78\%$, $\text{CaMg}(\text{CO}_3)_2=8\%$, вмістом глинистих домішок у вигляді каолініту 9% і піску 5%.

9. Розрахувати за допомогою формули А.В. Волженського можливу активність вапна, отриманого з вапняку, мінералогічний склад якого наведений у попередній задачі. Ступінь декарбонізації вапняку при випалюванні 0,91.

10. Яку кількість цементу і води було взято для отримання 10 кг цементного тіста із середньою густиною 1550 кг/м^3 ? Дійсна густина портландцементу $3,1 \text{ г/см}^3$.

11. Для отримання 77 г вапняного тіста було використано 61,5 кг сухого гідратного вапна з дійсною густиною $2,05 \text{ г/см}^3$. Яку середню густину має вапняне тісто?

12. Визначити середню густину гіпсового тіста з водогіпсовим відношенням 0,7 при дійсній густині гіпсу $2,7 \text{ г/см}^3$.

13. Негашене кальцієве вапно містить 87% активних $\text{CaO}+\text{MgO}$. Який об'єм 1 н HCl буде використаний на титрування 1,3 г цього вапна?

14. Яка наважка була взята для титрування негашеного вапна із вмістом 91% CaO, якщо на аналіз було використано 42,5 мл 1 н HCl?

15. Визначити сорт гіпсового каменю, якщо після нагріву в муфельній печі при 400°C попередньо висушеної наважки 1,54 г маса її зменшилась до 1,25 г. В гіпсовому камені 1-го сорту повинно міститись не менше 95% двоводного гіпсу, 2-го – не менше 90%, 3-го і 4-го – не менше 80 і 70% відповідно.

16. При хімічному аналізі вапна на титрування наважки 1,3 г використано 35,5 мл 1 н розчину HCl. Крім цього, встановлено, що у вапні міститься 3% CO₂. Який вміст CaCO₃ був у вапняку початково, якщо відомо, що домішки карбонатів магнію в ньому були мінімальні?

17. В клінкері сульфатостійкого портландцементу повинно бути C₃S ≤ 50%; C₃A ≤ 5%; C₄AF ≤ 22%. Чи можливо вважати портландцемент сульфатостійким, якщо хімічний склад клінкера, %, наступний: CaO – 63,8; SiO₂ – 21,5; Al₂O₃ – 5,1; Fe₂O₃ – 5,7; MgO – 2,9; SO₃ – 0,6; Na₂O – 0,4?

18. В клінкері швидкотвердіючого портландцементу сумарний вміст трьохкальцієвого силікату і трьохкальцієвого алюмінату зазвичай 60...65 %. Чи відповідає цій вимозі клінкер, що має наступний склад, %: CaO – 66,4; SiO₂ – 22,1; Al₂O₃ – 6,1; Fe₂O₃ – 3,2; MgO – 1,4; SO₃ – 0,3; Na₂O – 0,5?

19. Для отримання клінкеру швидкотвердіючого портландцементу коефіцієнт насичення кремнезему оксидом кальцію необхідно довести до КН = 0,91. В якій пропорції необхідно взяти вапняк і глину, щоб забезпечити потрібне значення КН клінкера?

Хімічний склад вапняку і глини:

	SiO ₂	Al ₂ O ₃	Fe ₂ O ₃	CaO	MgO	В.п.п.
вапняк	11,2	1,4	0,8	45,4	0,5	40,7
глина	61,5	15,9	7,6	5,4	–	9,6

20. Розрахувати, скільки вільного вапна Ca(OH)₂ виділиться при гідратації 15 кг портландцементу (без активних мінеральних добавок), що містить 55% C₃S, якщо гідроліз аліту пройшов на 61%. Який вміст утвореного вільного вапна до вихідної маси цементу?

21. Скільки потрібно додати активної кремнеземистої добавки із вмістом 71% SiO_2 до 5 т цементу з 95% клінкера, що містить 56% трьохкальцієвого силікату, щоб забезпечити повне зв'язування виділеного при гідратації $\text{Ca}(\text{OH})_2$?

22. У скільки разів більше теплоти виділить швидкотвердіючий портландцемент (ШПЦ) до віку 7 діб, ніж сульфатостійкий (СЦ)? Мінералогічний склад цементу:

	C_3S	C_2S	C_3A	C_4AF
ШПЦ	57,5	20,4	9,5	12,6
СЦ	48,5	31	4,4	16,1

При розрахунках використати дані табл. 1.11.

1.4. Бетони і розчини

Типові задачі

Задача 1. На завод залізобетонних виробів надійшли два види піску – дрібнозернистий річковий (№1) і крупнозернистий гірський (№2). Як видно з рис. 1.4, обидва піски за зерновим складом не задовольняють вимоги ДСТУ Б В.2.7-32-95. Дійсна густина піску №1 $\rho_1 = 2,62 \text{ г/см}^3$, насипна $\rho_{н1} = 1150 \text{ кг/м}^3$, піску №2 – відповідно $\rho_2 = 2,65 \text{ г/см}^3$ і $\rho_{н2} = 1450 \text{ кг/м}^3$. Визначення водопотреби пісків при нормальній густоті цементного тіста $(\text{В/Ц})_т = 0,245$ показало, що при однаковому розпливі конуса, який дорівнює 170 мм, водоцементне відношення розчину $(\text{В/Ц})_р$ складу 1:2 на піску №1 складає 0,48, №2 – 0,36.

Визначити модуль крупності, питому поверхню, водопотребу і пустотність пісків. Встановити, в якій пропорції потрібно змішати піски №1 і №2, щоб змішаний пісок (№3) задовольняв вимогам стандарту до зернового складу пісків для бетонів, що використовуються для виготовлення напірних залізобетонних труб.

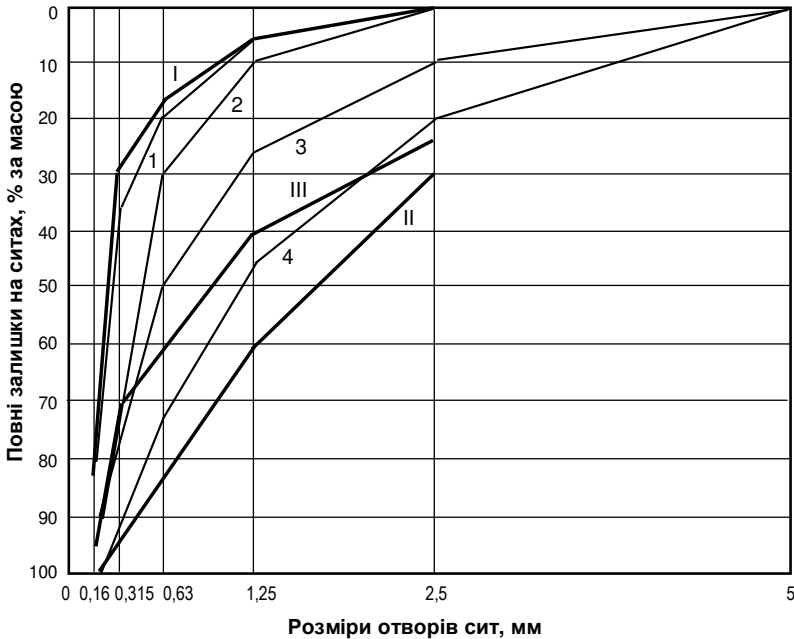


Рис. 1.4. Рекомендований зерновий склад пісків:

1 – допустима нижня межа крупності піску (модуль крупності 1,5); 2 – рекомендована нижня межа крупності піску (модуль крупності 2,0), для бетонів марки 200 та вище, а також для бетонів безнапірних залізобетонних труб; 3 – рекомендована нижня межа крупності піску (модуль крупності 2,5), для бетонів марки 350 та вище, а також для бетонів напірних та низьконапірних залізобетонних труб; 4 – допустима верхня межа крупності піску (модуль крупності 3,25); I – пісок №1; II – пісок №2; III – пісок №3 (змішаний).

Розв'язок. Модуль крупності піску знаходять шляхом ділення на 100 суми повних залишків на ситах.

За рис. 1.4 можна підрахувати, додаючи повні залишки на ситах з розмірами отворів 2,5; 1,25; 0,63; 0,315 і 0,16 мм, що для піску №1: $M_k = (0+5+17+28+85)/100 = 1,35$;
 піску №2: $M_k = (32+60+85+95+100)/100 = 3,7$.

Питома поверхню піску, м²/кг, можна знайти за формулою А.С.Ладинського:

$$S = \frac{6,35 \cdot k}{1000} \cdot (0,5a + b + 2v + 4z + 8\delta + 16e + 32ж),$$

де k – поправочний коефіцієнт, який залежить від виду піску; для гірського піску k=2, для річних і морських пісків середньої крупності k=1,65, для дрібних морських і річних пісків k=1,3; а, б, в, г, д, е – часткові залишки на ситах з розмірами отворів від 5 до 0,16 мм; ж – прохід кризь сито 0,16 мм.

Часткові залишки легко знайти за різницею повних залишків на суміжних ситах.

Для піску №1:

$$S = \frac{6,35 \cdot 1,3}{1000} \cdot (0,5 \cdot 0 + 0 + 2 \cdot 5 + 4 \cdot 12 + 8 \cdot 11 + 16 \cdot 57 + 32 \cdot 15) = 13,1 \text{ м}^2/\text{кг}$$

Для піску №2:

$$S = \frac{6,35 \cdot 2}{1000} \cdot (0,5 \cdot 5 + 27 + 2 \cdot 28 + 4 \cdot 25 + 8 \cdot 10 + 16 \cdot 5) = 4,4 \text{ м}^2/\text{кг}.$$

Водопотребу піску можна визначати за методом Б.Г. Скрамтаєва і Ю.М. Баженова. Для цього використовують наступну формулу:

$$B_n = \frac{(B/C)_p - (B/C)_m}{2} \cdot 100.$$

$$\text{Тоді, для піску №1: } B_n = \frac{0,48 - 0,245}{2} \cdot 100 = 11,75\% ;$$

$$\text{для піску №2: } B_n = \frac{0,36 - 0,245}{2} \cdot 100 = 5,75\% .$$

Знаходимо пустотність пісків.

$$\text{Для піску №1: } \Pi = \frac{\rho_1 - \rho_{01}}{\rho_1} \cdot 100 = \frac{2,62 - 1,55}{2,62} \cdot 100 = 40,8\% ;$$

$$\text{для піску №2: } \Pi = \frac{\rho_2 - \rho_{02}}{\rho_2} \cdot 100 = \frac{2,65 - 1,45}{2,65} \cdot 100 = 45,2\% .$$

Щоб при змішуванні пісків №1 і №2 з повними залишками на контрольному ситі A_1 і A_2 отримати пісок №3 з повним залишком A_3 , треба виконати умову

$$100 \cdot A_3 = A_1 \cdot x + A_2 \cdot (100 - x),$$

де x – вміст піску №1 в змішаному піску; $(100 - x)$ – вміст піску №2 в змішаному піску.

$$\text{Звідси } x = (A_2 - A_3) / (A_2 - A_1) \cdot 100.$$

Щоб отримати, наприклад, на ситі з розміром отворів 0,63 мм повний залишок $A_3 = 60\%$, необхідно взяти $x = (85 - 60) / (85 - 17) \cdot 100 = 36\%$ піску №1.

Підставляючи отримане значення в наведену вище умову, можна знайти значення повних залишків A_3 для інших контрольних сит (табл. 1.12) і побудувати криву зернового складу для змішаного піску (крива III, рис. 1.4). При цьому, як видно, крива знаходиться в рекомендованій області.

Таблиця 1.12

Номера сит	2,5	1,25	0,63	0,315	0,16	M_k
Повні залишки A_3 , % при $x = 36\%$	20,5	40,2	60	70,9	94,6	2,87
Повні залишки піску, які рекомендовані для бетону напірних труб	10...20	25...45	50...70	70...90	95...100	2,5...3,25

Задача 2. Розрахувати об'єм бункерів закритого складу заповнювачів, що забезпечують загальний нормативний запас на $\tau=10$ діб роботи бетонного заводу із добовим випуском бетонної суміші $V_{\text{доб}}=500 \text{ м}^3$. Витрата піску і гравію на 1 м^3 бетонної суміші (з врахуванням виробничих втрат) складає відповідно $\Pi=712 \text{ кг/м}^3$ і $\Gamma=1320 \text{ кг/м}^3$. Коефіцієнт заповнення бункерів 0,9. Насипна густина піску $\rho_{\text{н.п}}=1500 \text{ кг/м}^3$ і гравію $\rho_{\text{н.г}}=1400 \text{ кг/м}^3$.

Розв'язок. Нормативний запас заповнювачів:

$$\text{Піску за масою} - \Pi_{\text{н}} = V_{\text{доб}} \cdot \tau \cdot \Pi = 500 \cdot 10 \cdot 0,712 = 3560 \text{ т};$$

$$\text{Гравію за масою} - \Gamma_{\text{н}} = V_{\text{доб}} \cdot \tau \cdot \Gamma = 500 \cdot 10 \cdot 1,32 = 6600 \text{ т};$$

$$\text{Піску за об'ємом} - V_{\text{н.п}} = \Pi_{\text{н}} / \rho_{\text{н.п}} = 3560 / 1,5 = 2380 \text{ м}^3;$$

Гравію за об'ємом – $V_{г.н} = \Gamma_{н} / \rho_{н.г} = 6600 : 1,4 = 4360 \text{ м}^3$.

З поправкою на коефіцієнт заповнення 0,9 необхідні об'єми бункерів складів піску ($v_{б.п.}$) і гравію ($v_{б.г.}$) будуть відповідно $V_{б.п.} = 2650 \text{ м}^3$ і $V_{б.г.} = 4840 \text{ м}^3$.

Задача 3. Визначити ємність, довжину та площу штабельного складу щебеню, необхідного для 10-добової роботи бетонного заводу із добовою витратою $m_{доб} = 600 \text{ т}$. Висота штабелю $h = 4 \text{ м}$. Кут насипу щебеню $\beta = 35^\circ$. Насипна густина щебеню $\rho_{н} = 1450 \text{ кг/м}^3$.

Розв'язок. При розрахунку ємності складу заповнювачів використовують формулу:

$$V_c = V_{доб} \cdot \tau_{збер} \cdot 1,2 \cdot 1,02,$$

де $V_{доб}$ – добова витрата матеріалів, м^3 ; $\tau_{збер}$ – нормативний запас зберігання матеріалів, днів; 1,2 – коефіцієнт розрихлення; 1,02 – коефіцієнт, що враховує втрати при транспортуванні.

$$V_{доб} = m_{доб} / \rho_{н} = 600 : 1,45 = 413,7 \text{ м}^3;$$

$$V_c = 413,7 \cdot 10 \cdot 1,2 \cdot 1,02 = 5063,7 \text{ м}^3.$$

Довжину штабельного складу знаходять за формулою:

$$L_c = \frac{v_z \cdot tg\beta}{h^2},$$

де β – кут природного ухилу матеріалу в штабелі:

$$L_c = \frac{5063,7 \cdot 0,699}{16} = 221,2 \text{ м}.$$

Площу складу визначають за формулою:

$$S = \frac{2 \cdot L_c \cdot h}{tg\beta}.$$

$$\text{Тоді } S = \frac{2 \cdot 221,2 \cdot 4}{0,699} = 2531,6 \text{ м}^2.$$

Задача 4. Визначити номінальний склад гідротехнічного бетону для надводної зони річкової споруди марки М200 з рухомістю бетонної суміші за осадкою конуса 4...5 см. Матеріали: портландцемент з активністю $R_{ц} = 45 \text{ МПа}$, пісок

дрібний з водопотребою $V_n=9\%$ і дійсною густиною $\rho_n=2,65 \text{ г/см}^3$, гранітний щебінь з максимальною крупністю зерен 70 мм, дійсною густиною $\rho_{щ}=2,6 \text{ г/см}^3$ і насипною густиною $\rho_{н,щ}=1450 \text{ кг/м}^3$.

Розв'язок. Для визначення складу бетону використовуємо розрахунково-експериментальний метод Скрамтаєва – Баженова.

Водоцементне відношення знаходимо з формули міцності бетону:

$$R_b = A \cdot R_{ц} \cdot (Ц/V - 0,5),$$

де R_b – міцність бетону; A – коефіцієнт якості заповнювачів, який можна прийняти 0,55; $R_{ц}$ – активність цементу.

$$\text{Тоді } B/C = \frac{A \cdot R_{ц}}{R_b + 0,5 \cdot A \cdot R_{ц}} = \frac{0,55 \cdot 45}{20 + 0,5 \cdot 0,55 \cdot 45} = 0,76.$$

Гранично допустиме V/C , яке забезпечує комплекс необхідних властивостей надводного бетону, повинно бути 0,65. Для економії цементу приймаємо рішення ввести добавку мінерального наповнювача, наприклад золу ТЕЦ, з дійсною густиною $\rho_3 = 2,1 \text{ г/см}^3$.

Орієнтовну витрату води знаходимо за графіком (рис. 1.5), враховуючи поправку на водопотребу піску і застосування щебеню:

$$V = 155 + 5 \cdot 2 + 10 = 175 \text{ л/м}^3.$$

Витрата цементу із умови забезпечення міцності

$$Ц = V \cdot B/C = 175 \cdot 0,76 = 230 \text{ кг/м}^3.$$

Необхідна витрата добавки мінерального наповнювача знаходимо за формулою:

$$Д = \frac{B/C - (B/C)'}{(B/C)'} \cdot Ц,$$

де $(B/C)'$ – водоцементне відношення із умови довговічності:

$$Д = \frac{0,76 - 0,65}{0,65} \cdot 230 = 39 \text{ кг/м}^3.$$

Загальний вміст в'язучої речовини
 $Ц + Д = 230 + 39 = 269 \text{ кг/м}^3$.

Пустотність щебеню: $\Pi_{щ} = 1 - (\rho_{н,щ} / \rho_{щ}) = 1 - (1,45 / 2,6) = 0,44$.

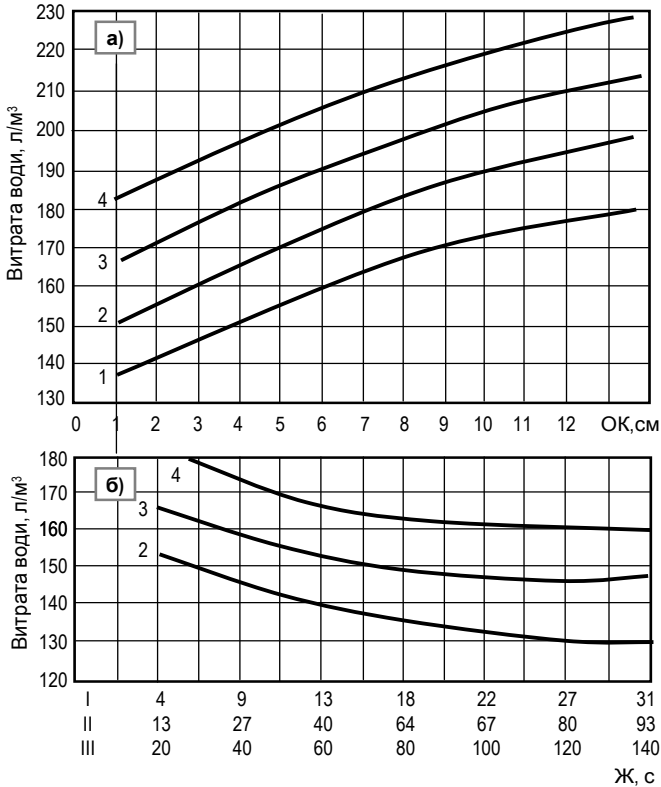


Рис. 1.5. Графік водопотреби бетонної суміші (в межах правила постійності водопотреби), виготовленої із застосуванням портландцементу, піску середньої крупності (водопотреба 7%) та гравію з максимальною крупністю:

а – рухливі суміші; б – жорсткі суміші; 1 – 80 мм; 2 – 40 мм; 3 – 20 мм; 4 – 10 мм; I – жорсткість за ДСТУ Б В.2.7-114; II – за технічним віскозиметром; III – за спрощеним способом Б.Г.Скрамтаєва.

Примітки: 1. При застосуванні щебеню витрату води збільшують на 10 л. 2. Якщо застосовують дрібний пісок з водопотребою понад 7% витрату води збільшують на 5 л на кожен процент збільшення водопотреби піску; при застосуванні крупного піску з водопотребою меншою 7% витрату води зменшують на 5 л на кожен процент зменшення водопотреби. 3. При витраті цементу понад 400 кг/м³ витрату води збільшують на 10 л на кожен 100 кг цементу.

В залежності від водоцементного відношення і витрати цементу за табл. 1.3 при В/Ц=0,76 та Ц=230 кг/м³ знаходимо коефіцієнт розсуву зерен $\alpha=1,34$. Витрата щебеню і піску:

$$\Pi = \frac{1000}{\frac{\Pi_{щ} \cdot \alpha}{\rho_{н.щ}} + \frac{1}{\rho_{щ}}} = \frac{1000}{\frac{0,44 \cdot 1,34}{1,45} + \frac{1}{2,6}} = 1150 \text{ кг/м}^3;$$

$$\begin{aligned} \Pi &= \left[1000 - \left(\frac{Ц}{\rho_{щ}} + \frac{Д}{\rho_{д}} + \frac{В}{\rho_{в}} + \frac{\Pi}{\rho_{щ}} \right) \right] \cdot \rho_n = \\ &= \left[1000 - \left(\frac{230}{3,1} + \frac{39}{2,1} + \frac{175}{1} + \frac{1150}{2,6} \right) \right] \cdot 2,65 = 769 \text{ кг/м}^3. \end{aligned}$$

Таблиця 1.13

Витрата цементу	В/Ц				
	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8
250	—	—	1,26	1,32	1,38
300	—	1,30	1,36	1,42	—
350	1,32	1,38	1,44	—	—
400	1,40	1,46	—	—	—

Для визначення складу бетону в частинах за масою розділимо витрату кожного компонента на витрату цементу:

$$\begin{aligned} \frac{Ц}{Ц} : \frac{\Pi}{Ц} : \frac{\Pi}{Ц} : \frac{В}{Ц} : \frac{Д}{Ц} &= \frac{230}{230} : \frac{769}{230} : \frac{1150}{230} : \frac{175}{230} : \frac{39}{230} = \\ &= 1 : 3,3 : 5 : 0,76 : 0,17. \end{aligned}$$

Задача 5. Номінальний склад бетону 1:2,1:3,5 (за об'ємом), В/Ц = 0,55. На 1 м³ бетону витрачається 310 кг цементу з насипною густиною $\rho_{н.ц} = 1250$ кг/м³. Для виготовлення бетону застосували щебінь і пісок з вологістю відповідно 2 і 4% і насипною густиною $\rho_{н.щ} = 1450$ і $\rho_{н.п} = 1400$ кг/м³ (в сухому стані). Визначити витрати матеріалів на 200 м³ бетону за масою.

Розв'язок. Визначаємо витрати матеріалів на 1 м³ бетону за об'ємом:

$$\begin{aligned} V_{ц} &= Ц : \rho_{н.ц} = 310 : 1250 = 0,25 \text{ м}^3; \\ V_{п} &= V_{ц} \cdot 2,1 = 0,25 \cdot 2,1 = 0,52 \text{ м}^3; \\ V_{щ} &= V_{ц} \cdot 3,5 = 0,25 \cdot 3,5 = 0,87 \text{ м}^3; \\ V_{\epsilon} &= \frac{Ц \cdot B / Ц}{\rho_{\epsilon}} = \frac{310 \cdot 0,55}{1000} = \frac{170,5}{1000} = 0,17 \text{ м}^3. \end{aligned}$$

За масою:

$$\begin{aligned} Ц &= 310 \text{ кг}; \\ B &= V_{\epsilon} \cdot \rho_B = 0,17 \cdot 1000 = 170 \text{ кг}; \\ П &= V_{п} \cdot \rho_{п} = 0,52 \cdot 1450 = 754 \text{ кг}; \\ Щ &= V_{щ} \cdot \rho_{щ} = 0,87 \cdot 1400 = 1218 \text{ кг}. \end{aligned}$$

Робочі витрати компонентів з урахуванням вологості заповнювачів:

$$\begin{aligned} Ц_p &= 310 \text{ кг}; \\ П_p &= П + П_w / 100 = 754 + (754 \cdot 0,04) = 784 \text{ кг}; \\ Щ_p &= Щ + Щ_w / 100 = 1218 + (1218 \cdot 0,02) = 1242 \text{ кг}; \\ B_p &= B - П_w / 100 - Щ_w / 100 = 170 - (754 \cdot 0,04) - (1218 \cdot 0,02) = 115 \text{ кг}. \end{aligned}$$

Робочі витрати компонентів на 200 м³ бетону:

$$\begin{aligned} Ц_p^v &= 310 \cdot 200 = 62000 \text{ кг}; \\ П_p^v &= 784 \cdot 200 = 156800 \text{ кг}; \\ Щ_p^v &= 1242 \cdot 200 = 248400 \text{ кг}; \\ B_p^v &= 115 \cdot 200 = 23000 \text{ кг}. \end{aligned}$$

Задача 6. Визначити коефіцієнт виходу, середню і дійсну густину а також пористість бетону, якщо для отримання 100 м³ бетонної суміші із В/Ц = 0,7 використано цементу $m_{ц} = 32$ т, піску $V_{п} = 45$ м³ і щебеню $V_{щ} = 78$ м³. Насипна густина цементу $\rho_{н.ц} = 1300$ кг/м³, піску $\rho_{н.п} = 1500$ кг/м³, щебеню $\rho_{н.щ} = 1450$ кг/м³. Дійсна густина цементу $\rho_{ц} = 3,1$ г/см³, суміші заповнювачів $\rho_3 = 2,65$ г/см³. Кількість хімічно зв'язної води складає 20% від маси цементу.

Розв'язок. Коефіцієнт виходу бетонної суміші

$$\beta = \frac{V_{б.с}}{V_{ц} + V_{п} + V_{щ}},$$

де $V_{б.с}$, $V_{ц}$, $V_{п}$, $V_{щ}$ – відповідно об'єми бетонної суміші, цементу, піску, щебеню.

Насипний об'єм цементу дорівнює відношенню маси цементу до його насипної густини: $V_{ц} = m_{ц}/\rho_{н.ц} = 32/1,3 = 24,6 \text{ м}^3$.

$$\text{Тоді } \beta = \frac{100}{24,6 + 45 + 78} = 0,68.$$

Середня густина бетонної суміші

$$\rho_o^{\beta.с} = \frac{m_{ц} + m_{с} + m_{п} + m_{щ}}{V_{б.с}} = \frac{32 + 22,4 + 67,5 + 113,1}{100} = 2,35 \text{ т/м}^3.$$

Витрати піску і щебеню за масою $m_{п}$ і $m_{щ}$ знайдені як добутки відповідних їх витрат за об'ємом на значення насипних густин ($m_{п}=45 \cdot 1,5=67,5 \text{ т}$, $m_{щ}=78 \cdot 1,45=113,1 \text{ т}$), а витрата води $m_{в}$ – як добуток витрати цементу на В/Ц ($m_{в}=32 \cdot 0,7=22,4 \text{ т}$).

Для того, щоб знайти середню густину бетону $\rho_б$ після випаровуванні всієї надлишкової води, треба врахувати масу лише хімічно зв'язаної води (приймаємо 20% від маси цементу) $m_{х.в}=32 \cdot 0,2=6,4 \text{ т}$.

$$\rho_o^{\beta} = \frac{32 + 6,4 + 67,5 + 113,1}{100} = 2,19 \text{ т/м}^3.$$

Для знаходження дійсної густини бетону спочатку знайдемо абсолютні об'єми компонентів бетонної суміші:

$$V_{а.ц} = 32:3,1 = 10,32 \text{ м}^3;$$

$$V_{а.п} + V_{а.щ} = (67,5 + 113,1):2,65 = 67,1 \text{ м}^3;$$

$$V_{х.в} = 6,4:1 = 6,4 \text{ м}^3.$$

Тоді дійсна густина бетону буде складати

$$\rho_б = \frac{m_{ц} + m_{х.в} + m_{п} + m_{щ}}{v_{а.ц} + v_{х.в} + v_{а.п} + v_{а.щ}} = \frac{32 + 22,4 + 67,5 + 113,1}{10,3 + 6,4 + 67,1} = 2,61 \text{ т/м}^3.$$

Пористість бетону:

$$П_б = \frac{\rho_б - \rho_o^{\beta}}{\rho_б} \cdot 100 = \frac{2,61 - 2,19}{2,61} \cdot 100 = 16,3\%.$$

Пористість бетону орієнтовно можна також визначити і за іншим виразом:

$$П = \frac{B - w_x \cdot Ц}{1000} \cdot 100,$$

де w_x – кількість хімічно зв'язаної води в частинах від маси цементу; B і $Ц$ – витрата води і цементу на 1 м³ бетонної суміші.

$$B = m_b / V_{б.см} = 22400 / 100 = 224 \text{ кг/м}^3;$$

$$Ц = m_{ц} / V_{б.см} = 32000 / 100 = 320 \text{ кг/м}^3;$$

$$П = \frac{224 - 0,2 \cdot 320}{1000} \cdot 100 = 16\%.$$

Задача 7. Бетон на матеріалах рядової якості при $B/Ц=0,5$ через $n=14$ діб твердіння показав міцність при стиску $R_6=25$ МПа. Визначити орієнтовно активність цементу.

Розв'язок. Для визначення активності цементу можна скористатися формулою міцності бетону (формула Болломея):

$$R_6 = A \cdot R_{ц} \cdot (Ц/B - 0,5),$$

де A – коефіцієнт якості вихідних матеріалів (приймаємо 0,6); R_6 – міцність бетону в 28-добовому віці; $Ц/B$ – цементно-водне відношення ($Ц/B=1:0,5=2$).

Орієнтовну міцність бетону у 28-добовому віці знаходимо за логарифмічною формулою росту міцності бетону:

$$R_6 = R_6^n \cdot \frac{\lg 28}{\lg n} = 25 \cdot \frac{\lg 28}{\lg 14} = 32 \text{ МПа}.$$

Визначаємо орієнтовно активність цементу:

$$R_{ц} = \frac{R_6}{A \cdot ((Ц/B) - 0,5)} = \frac{32}{0,6 \cdot (2 - 0,5)} = 35 \text{ МПа}.$$

Задача 8. Бетон марки М350 з ОК=9...12 см на цементі М400 після тепловологісної обробки виробів повинен мати границю міцності при стиску 70% від марочної. Досягнення необхідної міцності бетону після теплової обробки потребувало

завищення марки бетону до М400, що в свою чергу потребувало збільшення витрати цементу. З метою економії цементу було прийняте рішення ввести комплексну хімічну добавку, яка містить пластифікатор і прискорювач твердіння. Яка може бути досягнута економія цементу, якщо пластифікуюча добавка дозволяє на 8% зменшити витрату води для досягнення потрібної рухомості бетонної суміші без зниження міцності бетону, а прискорювач твердіння дозволяє забезпечити 70% міцності бетону М350 після тепловологісної обробки? Максимальна крупність щебеню 40 мм.

Розв'язок. Знайдемо спочатку економію цементу за рахунок введення прискорювача твердіння при переході бетону із М400 до М350.

Із формули міцності бетону можна знайти необхідне Ц/В для забезпечення заданої міцності:

$$Ц / В = \frac{R_{\sigma} + 0,5 AR_{ц}}{AR_{ц}}$$

Витрату цементу можна знайти з виразу $Ц = (Ц/В) \cdot В$.

За рис. 1.5 можна встановити, що необхідна витрата води повинна складати 195 кг (л).

Для бетону М400 розрахункові значення Ц/В і Ц відповідно складають:

$$Ц / В = \frac{40 + 0,5 \cdot 0,6 \cdot 40}{0,6 \cdot 40} = 2,1;$$

$$Ц = 2,1 \cdot 195 = 410 \text{ кг}$$

При зміні марочної міцності бетону знаходиться різниця відповідних значень цементно-водних відношень:

$$\Delta Ц/В = \Delta R_{\sigma} / (A \cdot R_{ц})$$

де ΔR_{σ} – різниця значень границі міцності бетону при стиску для порівнюваних марок.

При переході бетону від М400 до М350:

$$\Delta Ц/В = (40 - 35) / (0,6 \cdot 40) = 0,21.$$

Економія цементу при введенні прискорювача твердіння $\Delta Ц_1 = (\Delta Ц/В) \cdot В = 0,21 \cdot 195 = 41$ кг, що складає 10% витрати цементу, необхідного для отримання бетону М400.

Додаткову економію цементу за рахунок введення пластифікуючої добавки можна знайти за формулою

$$\Delta C_2 = (C/B) \cdot \Delta B,$$

де ΔB – зменшення водовмісту бетонної суміші.

Для бетону М350:

$$C/B = \frac{35 + 0,5 \cdot 0,6 \cdot 40}{0,6 \cdot 40} = 1,96.$$

$$\Delta B = 195 \cdot 0,08 = 13,6 \text{ кг. Тоді } \Delta C_2 = 1,96 \cdot 13,6 = 27 \text{ кг.}$$

Загальна економія цементу за рахунок введення комплексної добавки пластифікатора і прискорювача твердіння буде складати:

$$\Delta C = \Delta C_1 + \Delta C_2 = 41 + 27 = 68 \text{ кг.}$$

Вона складає приблизно 17% від витрати цементу до введення добавки.

Задача 9. Встановити склад змішаного розчину М50 для мурування стін будівель із порожнистої цегли. Рухливість розчину повинна складати 7 см. В'язуче – портландцемент з активністю 30 МПа і насипною густиною $\rho_{\text{ц}} = 1200 \text{ кг/м}^3$. Неорганічна добавка – вапняне тісто із середньою густиною $\rho_{\text{ов}} = 1400 \text{ кг/м}^3$, пісок – дрібний кварцовий з насипною густиною $\rho_{\text{о.п}} = 1350 \text{ кг/м}^3$ і вологістю 6%.

Розв'язок. Визначаємо витрати матеріалів на 1 м^3 піску.

За табл. 1.14 витрата цементу складає $C = 185 \text{ кг}$, а його об'єм $V_{\text{ц}} = 185 : 1,2 = 154 \text{ л}$.

Витрата вапняного тіста:

$$V_{\text{Вп}} = 170 \cdot (1 - 0,002 \cdot C) = 170 \cdot 0,630 = 107 \text{ л, а його маса}$$

$$M_{\text{п}} = 107 \cdot 1,4 \approx 150 \text{ кг.}$$

Складаємо пропорцію об'ємних частин розчину:

$$\frac{V_{\text{ц}}}{V_{\text{ц}}} : \frac{V_{\text{Вп}}}{V_{\text{ц}}} : \frac{V_{\text{п}}}{V_{\text{ц}}} = \frac{154}{154} : \frac{107}{154} : \frac{1000}{154} = 1 : 0,7 : 6,5.$$

$$\text{Витрата води } B = 0,50 \cdot (C + M_{\text{п}}) = 0,50 \cdot (185 + 150) = 167 \text{ кг.}$$

Таблиця 1.14

Марка розчину	Рекомендована марка в'язучого	$R_b \cdot m_b$	Витрата в'язучого на 1 м^3	
			піску	розчину
200	500	180	360	410
	400		450	490
	500		280	330
150	400	140	350	400
	300		470	510
	500		205	245
100	400	102	255	300
	300		340	285
	500		160	195
	400		200	240
75	300	81	270	310
	200		405	445
	400		140	175
	500		185	225
50	300	56	280	325
	200		155	190

Примітка: R_b – активність в'язучого, m_b – маса в'язучого. Наведені витрати в'язучих стосуються цементно-вапняних та цементно-глиняних розчинів і піску у пухко-сипкому стані при вологості 3...7%.

Отриманий розрахунковий склад повинен бути відкоригований на пробних замісах.

Задача 10. Визначити коефіцієнт виходу і витрату матеріалів на 1 м^3 вапняного розчину, що має склад вапно:пісок = 1:3 (за об'ємом) при об'ємі порожнин в піску $\Pi=40\%$.

Розв'язок. Коефіцієнт виходу можна знайти за виразом:

$$\beta = V_p / (V_{Вп} + V_{п}).$$

Об'єм розчину, отриманого з 1 м^3 вапняного тіста і 3 м^3 піску складатиме $V_p = 1 + 3 \cdot (1 - \Pi/100) = 1 + 3 \cdot (1 - 0,4) = 2,8 \text{ м}^3$.

Коефіцієнт виходу $\beta = 2,8 / (1 + 3) = 0,7$.

$$\text{Витрата вапна на } 1 \text{ м}^3 \text{ розчину } V_{Вп} = \frac{1}{0,7 \cdot (1 + 3)} = 0,36 \text{ м}^3.$$

Витрата піску $V_{п}=0,36 \cdot 3=1,08 \text{ м}^3$.

Задачі для самостійного вирішення

1. Визначити модуль крупності, питому поверхню і пористість річних пісків, результати просіювання яких та значення густини наведені нижче (табл. 1.15).

2. В якому відношенні потрібно змішати піски №2 і №3 та №1 і №2, щоб отримати змішані піски, які у найбільшій мірі задовольняють вимогам ДСТУ Б В.2.7-32-95 для безнапірних залізобетонних труб?

3. В.І. Сорочером для оцінки якості піску введений показник – модуль ефективності $M_{\text{еф}}$, л, який показує, яка кількість цементного тіста необхідна для заповнення порожнин і покриття поверхні зерен в 1 кг піску:

$$M_{\text{еф}} = \frac{\rho_n - \rho_{н.п}}{\rho_n \cdot \rho_{н.п}} + 0,013 \cdot S,$$

де ρ_n – дійсна густина піску, кг/л; $\rho_{н.п}$ – насипна густина піску у віброваному стані, кг/л; S – питома поверхня піску, м²/кг.

Визначити модуль ефективності пісків, характеристика яких наведена у табл. 1.15.

Таблиця 1.15

Пісок	Часткові залишки, % за масою, на ситах						Проійшло через сито 0,16 мм, % за масою	Дійсна густина, г/см ³	Середня густина, кг/м ³	Густина в ущільненому стані, кг/м ³
	5,0	2,5	1,25	0,63	0,31 5	0,16				
№1	0	7,3	16,4	35,5	24,6	15,1	1,1	2,6 7	155 0	1800
№2	0	1,1	15,5	14,1	31,7	35,5	12,1	2,6 5	151 0	2000
№3	5	3,5	34,1	45,5	4,7	9,5	0,7	2,5 6	145 0	1850

4. У відповідності з ДСТУ Б В.2.7-32-95 при максимальній крупності 70 мм вміст фракцій у крупному заповнювачі повинен знаходитись у наступних межах, %: від 5 до 10 мм – 10...20, від 10 до 20 мм – 15...25, від 20 до 40 мм – 20...35, від 40 до 70 мм – 35...55. В якому відношенні потрібно змішати дві фракції щебеню, щоб забезпечити потрібний зерновий склад суміші, якщо зерновий склад фракцій наступний, %: №1 – від 5 до 10 мм – 35, від 10 до 20 мм – 40, від 20 до 40 мм – 25; №2 – від 5 до 10 мм – 5, від 10 до 20 мм – 5, від 20 до 40 мм – 20, від 40 до 70 мм – 70?

5. Розрахувати номінальний склад бетону М300 з ОК = 4 см. У якості вихідних матеріалів застосовують портландцемент М500, $\rho_{н.ц} = 1300 \text{ кг/м}^3$; $\rho_{ц} = 3,1 \text{ г/см}^3$; середній пісок з водопотребою 7%; $\rho_{н.п} = 1450 \text{ кг/м}^3$, $\rho_{п} = 2,65 \text{ г/см}^3$; гранітний щебінь з максимальною крупністю 40 мм при дійсній густині $\rho_{щ} = 2,6 \text{ г/см}^3$ і насипній густині $\rho_{н.щ} = 1400 \text{ кг/м}^3$.

6. При корегуванні одержаного за даними попередньої задачі складу бетону був зроблений заміс об'ємом 10 л. Рухливість бетонної суміші розрахункового складу виявилась 1 см. При додаванні по 10% цементу і води рухливість досягла потрібної величини. Для визначення уточненого складу бетону знайдена фактична густина бетонної суміші шляхом зважування заповненої ущільненою сумішшю мірної посудини об'ємом 5 л. Маса порожньої посудини – 3 кг, посудини з ущільненою сумішшю – 14,9 кг. Уточнення витрати цементу, піску і щебеню виконуємо за формулою

$$K = \frac{k}{\sum m} \cdot \rho_{о.б.см.}^{\phi},$$

де k – витрата матеріалу на лабораторний заміс, кг, $\sum m$ – загальна витрата матеріалів на лабораторний заміс, кг; $\rho_{о.б.см.}^{\phi}$ – фактична густина свіжоущільненої бетонної суміші, кг/м^3 .

Знайти уточнений номінальний склад бетону.

7. Визначити витрату матеріалів у стані природної вологості на заміс бетонозмішувача місткістю 1200 л (за об'ємом завантажених матеріалів). Вологість піску 4%, вологість

щепеню 1%. Номінальний склад бетону приймається з попередньої задачі.

8. Для досягнення необхідної корозійної стійкості бетону у проекті передбачено застосування особливо щільного бетону з В/Ц не більше 0,45. Як відкоригувати склад бетону, знайдений в задачі 6, за рахунок введення мікронаповнювача – золи ТЕЦ з дійсною густиною $2,1 \text{ г/см}^3$, щоб забезпечити потрібне В/Ц без перевитрати цементу? Яка перевитрата цементу буде в тому випадку, якщо не вводити мікронаповнювач?

9. Номінальний склад важкого цементного бетону за об'ємом 1:1,9:4,1 (цемент : пісок : щебінь); В/Ц = 0,5. Скільки необхідно матеріалів для приготування 150 м^3 бетону при витраті на 1 м^3 бетонної суміші 355 кг цементу. Вологість піску 5%, щебеню 1,5%. Насипна густина цементу 1300 кг/м^3 , сухого піску 1600 кг/м^3 , сухого щебеню 1500 кг/м^3 .

10. Визначити дійсну і середню густину та пористість бетону зі складом 1:2:4,5 за масою при В/Ц = 0,5 після випаровування надлишкової вологи, якщо відомо, що середня густина бетонної суміші 2380 кг/м^3 , вміст хімічно зв'язаної води – 19% від маси цементу.

11. Оцінити орієнтовно економію цементу при отриманні бетону М350 з ОК=5...9 см при заміні портландцементу М400 на портландцемент М500, укрупненні піску та зміні його водопотреби з 9 до 6%, застосуванні замість щебеню з максимальною крупністю 20 мм щебеню з максимальною крупністю 40 мм та застосуванні добавки суперпластифікатора, що дозволяє зменшити витрату води на 20%. За допомогою якого із наведених технологічних прийомів досягається найбільша економія цементу?

12. Розрахувати економію цементу М400 для отримання бетону М300 на рядових заповнювачах (щебінь з крупністю до 20 мм, пісок з водопотребою 7%) без добавки і з добавкою пластифікатора ЛСТ по мірі зменшення легкоукладальності від ОК = 12 см до Ж = 30 с. Зниження водопотреби бетонної суміші за рахунок додавання пластифікатора при ОК = 12 см – 12%, при ОК = 5 см – 8%, при Ж = 30 с – 6%.

13. Прийняти за 100% вартість цементу, який витрачається на отримання 1 м^3 бетону М300 при ОК = 1...4 см на рядових заповнювачах і при використанні портландцементу з мінеральними добавками М400. Визначити зміну вартості цементу, який витрачається на 1 м^3 бетону, на щебені фракції 5...20 мм при переході на портландцемент з мінеральними добавками М300 і М500, а також на портландцемент без добавок М400 для бетону М300 з ОК = 1...3 см і ОК = 5...7 см. Цінові коефіцієнти для портландцементу з мінеральними добавками М400 – 1, М300 – 0,87, М500 – 1,17, портландцементу без добавок М400 – 1,11.

14. Розрахувати економію портландцементу, який витрачається на приготування 1 м^3 бетону М400 з ОК = 1...3 см на рядових заповнювачах (щебінь крупністю до 20 мм, пісок із водопотребою 7%) і портландцементі М400 при подовженні марочного віку з 28 до 90 і 180 діб.

15. Бетон на портландцементі після 7 діб твердіння у нормальних умовах має границю міцності при стиску 15,5 МПа при випробовуванні зразків-кубів $10 \times 10 \times 10 \text{ см}$, а після тепловологісної обробки – 16,4 МПа. Яка очікувана марка бетону? Яку частину (у відсотках) від марочної міцності бетону складає його міцність після тепловологісної обробки?

16. Розрахувати склад цементно-вапняного мурувального розчину М75 з рухливістю 7 см при застосуванні портландцементу М400 із насипною густиною 1250 кг/м^3 і вапняного тіста із середньою густиною 1400 кг/м^3 . Пісок – дрібний кварцовий із середньою густиною 1450 кг/м^3 і вологістю 7%.

17. Яка необхідна орієнтовна кількість негашеного вапна із активністю 85% для отримання вапняного тіста середньою густиною 1400 кг/м^3 , яке витрачається на виготовлення 150 м^3 цементно-вапняного мурувального розчину М50 із використанням цементу М400 з насипною густиною 1200 кг/м^3 ?

18. Визначити витрату вапняного тіста і піску на приготування 50 м^3 вапняно-піщаного розчину, що має склад 1:3,5 (за об'ємом). Пісок має дійсну густину $2,65 \text{ г/см}^3$ і насипну густину 1450 кг/м^3 .

19. Визначити добовий випуск бетонної суміші, якщо запас піску з розрахунку безперебійної роботи заводу протягом 10 діб складає 1500 м^3 в бункерах закритого складу. Середня густина піску 1600 кг/м^3 . Витрата піску на 1 м^3 бетонної суміші з врахуванням виробничих втрат 650 кг .

20. Визначити витрату щебеню на 1 м^3 бетону, якщо в заповнених бункерах складу заводу із добовим випуском бетонної суміші 300 м^3 , розрахованого на 7 діб роботи, зберігається 1800 м^3 щебеню з насипною густиною 1450 кг/м^3 . Коефіцієнт виробничих втрат щебеню при транспортуванні 1,02.

1.5. Штучні безвипалювальні кам'яні матеріали

Типові задачі

Задача 1. Визначити необхідну витрату вапна, води для гашення та піску для отримання $n = 1000$ шт. силікатної цегли з густиною $\rho_{\text{ц.ц}} = 1800 \text{ кг/м}^3$ при вологості $W_{\text{ц}} = 6\%$. Активність вапна $A = 85\%$, вологість піску $W_{\text{п}} = 6\%$. Активність вапняно-піщаної маси (по вмісту CaO) $A_{\text{м}} = 8\%$ за масою. Прийняти, що при гасінні вапна фактична витрата води $V_{\text{ф}} = 120\%$ від розрахункової.

Розв'язок. Маса 1000 шт. силікатної цегли із вологістю 6% складає:

$$m_{\text{к}} = b \cdot h \cdot l \cdot n \cdot \rho_{\text{о.к}} = 0,12 \cdot 0,065 \cdot 0,25 \cdot 1000 \cdot 1800 = 3510 \text{ кг},$$

де $b=0,12$, $l=0,25$ і $h=0,065$ – геометричні розміри цегли, м.

Маса 1000 шт. сухої цегли

$$m_{\text{ц.с}} = m_{\text{к}} - m_{\text{к}} \cdot \frac{W_{\text{к}}}{100} = 3510 - 3510 \cdot 0,06 = 3300 \text{ кг}.$$

Вміст CaO в 1000 шт. сухої цегли:

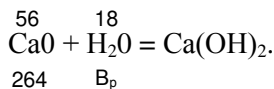
$$m_{\text{CaO}} = \frac{m_{\text{ц.с}} \cdot A_{\text{м}}}{100} = \frac{3300 \cdot 8}{100} = 264 \text{ кг}$$

$$m_{\text{CaO}} = m_{\text{ц.с}} \cdot A_{\text{м}} / 100 = 3300 \cdot 0,08 = 264 \text{ кг}.$$

При активності 85% вміст негашеного вапна у масі

$$m_{\text{Вн}} = \frac{m_{\text{CaO}}}{A} \cdot 100 = \frac{264}{85} \cdot 100 = 310 \text{ кг}.$$

Розрахункову витрату води V_p на гасіння вапна можна знайти з реакції



$$V_p = 264 \cdot 18 / 56 = 84,8 \text{ кг.}$$

Фактична витрата води:

$$V_\phi = (V_p \cdot 120) / 100 = (84,8 \cdot 120) / 100 = 102 \text{ кг.}$$

Витрата сухого піску:

$$P_c = m_{\text{ц.с}} - m_{\text{Вп}} - V_\phi = 3300 - 310 - 102 = 2888 \text{ кг.}$$

Витрата вологого піску:

$$P_w = P_c + P_c \cdot w_p / 100 = 2888 + 2888 \cdot 0,06 = 3061 \text{ кг.}$$

Задача 2. Порівняти теплопровідність звичайної керамічної цегли масою 3,41 кг, одинарної і потовщеної цегли масою відповідно 3,7 кг і 4,3 кг, а також пустотілого силікатного каменю масою 5,96 кг. Розміри звичайної керамічної і одинарної силікатної цегли $0,25 \times 0,12 \times 0,065$ м, потовщеної силікатної цегли – $0,25 \times 0,12 \times 0,088$ м і пустотілого силікатного каменю – $0,25 \times 0,12 \times 0,138$ м.

Розв'язок. Знаходимо середню густину звичайної керамічної цегли: $\rho_{\text{з.к.ц}} = 3,41 / (0,25 \cdot 0,12 \cdot 0,065) = 1748 \text{ кг/м}^3$; одинарної силікатної цегли: $\rho_{\text{о.с.ц}} = 3,7 / (0,25 \cdot 0,12 \cdot 0,065) = 1897 \text{ кг/м}^3$; потовщеної силікатної цегли $\rho_{\text{п.с.ц}} = 4,3 / (0,25 \cdot 0,12 \cdot 0,088) = 1628 \text{ кг/м}^3$; пустотілого силікатного каменю $\rho_{\text{п.с.ц}} = 5,96 / (0,25 \cdot 0,12 \cdot 0,138) = 1440 \text{ кг/м}^3$.

Орієнтовно можна вважати, що теплопровідність кам'яних матеріалів пропорційна їх середній густині. Тоді, умовно прийнявши теплопровідність звичайної керамічної цегли за 1, значення теплопровідності порівнюваних силікатних виробів будуть відповідно 1,08, 0,93 і 0,82.

Задача 3. В каналізаційний колектор, помилково збудований із силікатної цегли, попадають промислові стічні води, які містять соляну кислоту у кількості $c = 13$ г на 1 м^3 води. Розрахувати, яка кількість вапна буде розчинена із

цегляних стін колектора за місяць його експлуатації, якщо за добу через нього проходить $V = 100 \text{ м}^3$ стічних кислих вод, а у реакцію вступає $m = 40\%$ кислоти.

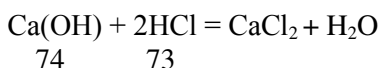
Розв'язок. Через колектор в місяць проходить стічних вод:

$$V_m = 30 \cdot V = 30 \cdot 100 = 3000 \text{ м}^3.$$

В реакцію вступає кислота у кількості:

$$m_{\text{HCl}} = \frac{V_m \cdot c \cdot m}{1000 \cdot 100} = \frac{3000 \cdot 13 \cdot 40}{1000 \cdot 100} = 15,6 \text{ кг}.$$

Руйнування цегли проходить в результаті реакції вапна із кислотою:



Складаємо пропорцію:

$$73 \text{ кг HCl} - 74 \text{ кг Ca(OH)}_2$$

$$15,6 \text{ кг HCl} - x \text{ кг Ca(OH)}_2$$

$$\text{Тоді } x = 15,6 \cdot 74 / 73 = 15,7 \text{ кг}.$$

Задача 4. Підібрати склад газосилікату з міцністю $R_{ct} = 5 \text{ МПа}$ та середньою густиною в сухому стані $\rho_{o,r} = 600 \text{ кг/м}^3$. Газоутворювач – алюмінієва пудра ПАК-3. Активність вапна $A_{\text{Вн}} = 70\%$. В'яжуче змішане – вапно : пісок (1:1).

Розв'язок. За графіком (рис. 1.6) встановлюємо, що водотверде відношення газосилікату (В/Т) при $\rho_{o,r} = 600 \text{ кг/м}^3$ складає 0,52, витрата алюмінієвої пудри – 0,175% від маси матеріалів.

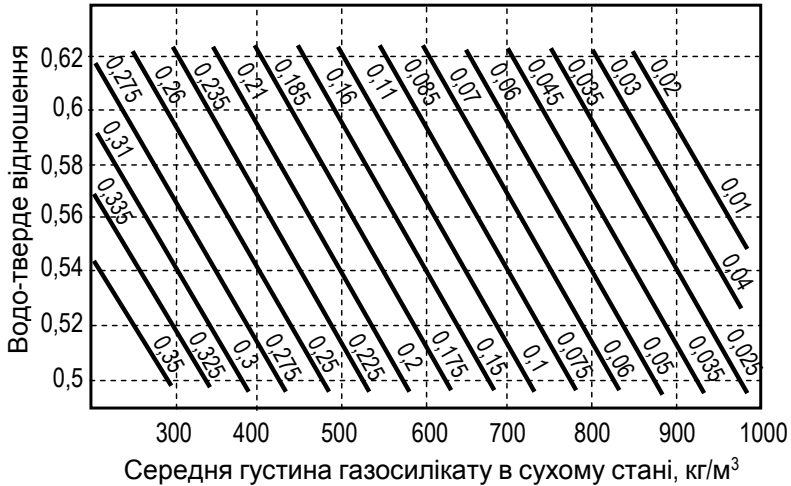


Рис. 1.6. Графік залежності водотвердого відношення та витрати алюмінієвої пудри від середньої густини газосилікату: похилі лінії – витрата алюмінієвої пудри, % від маси твердих матеріалів: верхнє значення – для піску з питомою поверхнею $3500 \text{ см}^2/\text{г}$; нижнє – $2500 \text{ см}^2/\text{г}$.

За табл. 1.16 необхідна активність суміші, тобто вміст активного CaO в сухій масі суміші, $A_{\text{CM}}=19\%$.

Таблиця 1.16

Вміст активного CaO, % до маси сухої суміші	Границя міцності при стиску, МПа, при середній густині сухого газосилікату, $\text{кг}/\text{м}^3$							
	300	400	500	600	700	800	900	1000
16	0,5	1,5	2,3	4,1	5,9	7,5	9,0	11,0
17	0,7	1,7	2,5	4,3	6,1	8,0	9,6	11,8
18	0,8	1,8	2,7	4,6	6,5	8,4	10,3	12,6
19	0,9	1,85	2,9	5,0	7,0	8,8	11,0	13,3
20	1,0	1,9	3,0	5,2	7,3	9,2	11,6	14,2
21	1,1	2,0	3,2	5,3	7,6	9,7	12,3	15,0

Витрата вапна

$$B_n = \frac{A_{cm}}{A_{Bn}} \cdot k \cdot \rho_{o.g} = \frac{19}{70} \cdot 0,9 \cdot 600 = 147 \text{ кг/м}^3,$$

де k – коефіцієнт, що враховує вміст гідратної води, $k = 0,85 \dots 0,95$).

Вміст меленого піску у в'язучому $\Pi_M = B_n = 147 \text{ кг/м}^3$.

Кількість кремнеземистого компоненту в суміші:

$$\Pi_k = k \cdot \rho_{o.g} - B_n - \Pi_M = 0,9 \cdot 600 - 147 - 147 = 246 \text{ кг/м}^3.$$

Витрата води $B = (B_n + \Pi_M + \Pi_k) \cdot B/T = (147 + 147 + 246) \cdot 0,52 = 284 \text{ л}$.

Розрахунковий склад газосилікату повинен бути уточнений дослідними замісами.

Задача 5. Розрахувати витрату матеріалів на заміс дрібнозернистого шлаколужного бетону.

Вологість суміші $W = 13\%$, маса одного замісу $m_3 = 350 \text{ кг}$ (прийнята з урахуванням коефіцієнта виходу із бетонозмішувача 0,6). Місткість бетонозмішувача $V_{\delta,m} = 250 \text{ л}$, середня густина бетону $\rho_{o,\delta} = 2300 \text{ кг/м}^3$. Склад суміші: заповнювач – 75%, шлак – 25%. Суміш замішується 15%-м розчином соди ($\rho_c = 1,15 \text{ кг/л}$).

Розв'язок. Необхідна кількість води:

$$B = \frac{m_3 \cdot W}{100 + W} = \frac{350 \cdot 13}{100 + 13} = 40,26 \text{ кг}.$$

Для визначення кількості соди складаємо пропорцію:

0,085 кг	води	–	0,015 кг	соди
40,26 кг	води	–	x кг	соди

$$x = 40,26 \cdot 0,015 / 0,085 = 7,1 \text{ кг}.$$

Загальна кількість шлаку і заповнювача

$$\text{Ш} + \text{З} = m_3 - B - x = 350 - 40,26 - 7,1 = 303 \text{ кг}.$$

Кількість заповнювача $\text{З} = 303 \cdot 75 / 100 = 227 \text{ кг}$.

Кількість шлаку $\text{Ш} = 303 - 227 = 76 \text{ кг}$.

Об'єм розчину соди $V_c = (B + x) / \rho_c = (40,26 + 7,1) / 1,15 = 41,18 \text{ л}$.

Задача 6. Розрахувати потребу гіпсу, шлаку і води для приготування $S = 300 \text{ м}^2$ перегородочних гіпсошлакових плит.

Визначити середню густину гіпсошлакової суміші і висушеного гіпсошлакобетону. Співвідношення гіпсу і шлаку 1:2 (за об'ємом); дійсна густина шлаку $\rho_{ш}=2,5 \text{ г/см}^3$, насипна густина шлаку $\rho_{н.ш}=1250 \text{ кг/м}^3$, насипна густина гіпсу $\rho_{н.г}=800 \text{ кг/м}^3$, водогіпсове відношення $V/G=0,56$, товщина плити $b=8 \text{ см}$, кількість хімічно зв'язної води в гіпсошлакобетоні – 20% від маси гіпсу.

Розв'язок. Об'єм бетону, який витрачається на 300 м^2 плит:

$$V=S \cdot b=300 \cdot 0,08=24 \text{ м}^3.$$

Коефіцієнт виходу гіпсошлакобетону:

$$\beta = \frac{1 + 2 \cdot (1 - \Pi)}{1 + 2},$$

де пористість $\Pi = \frac{\rho_{ш} - \rho_{н.ш}}{\rho_{ш}} = \frac{2,5 - 1,25}{2,5} = 0,5.$

Тоді
$$\beta = \frac{1 + 2(1 - 0,5)}{1 + 2} = 0,67.$$

Витрата гіпсу на 24 м^3 гіпсошлакобетону:

за об'ємом:
$$V_{г} = \frac{V}{\beta \cdot (1 + 2)} = \frac{24}{0,67 \cdot 3} = 12 \text{ м}^3;$$

за масою:
$$G = V_{г} \cdot \rho_{н.г} = 12 \cdot 800 = 9600 \text{ кг}.$$

Витрата шлаку:

за об'ємом:
$$V_{ш}=12 \cdot 2=24 \text{ м}^3;$$

за масою
$$Ш=V_{ш} \cdot \rho_{н.ш}=24 \cdot 1250=30000 \text{ кг}.$$

Витрата води $V=G \cdot V/G=9600 \cdot 0,56=5376 \text{ кг}.$

Середня густина гіпсошлакобетонної суміші

$$\rho_{г.б}=(9600+30000+5376)/24=1874 \text{ кг/м}^3.$$

Середня густина сухого гіпсошлакобетону

$$\rho_{с.г.б}=(9600+30000+9600 \cdot 0,2)/24=1730 \text{ кг/м}^3.$$

Задачі для самостійного вирішення

1. Комбінат силікатних будівельних матеріалів випускає за зміну 150 м^3 виробів (колони, балки, блоки та ін.). Розрахувати добову потребу комбінату в тонкомеленому піску, рядовому піску і вапні при роботі в 3 зміни. Маса 1 м^3 виробів

(без сталльної арматури) 1880 кг/м^3 , вологість виробів 4%. Суміш містить 8,5% вапна активністю 85% і 40% тонкомеленого піску. При гасінні вапна добавка води складає 120% від розрахункової, вологість піску 3%.

2. Маса однієї потовщеної силікатної цеглини у висушеному стані 4,2 кг. Скільки потрібно вапна і піску для виготовлення 1000 шт. цегли при активності сировинної суміші 7,5% і активності вапна 85%?

3. Загальна витрата води для отримання сировинної суміші, яка призначена для виготовлення силікатної цегли, розподіляється орієнтовно наступним чином, %: на гасіння вапна – 2,5, на випаровування при гасінні – 3,5 і на зволоження суміші – 7.

Скільки води пішло на виготовлення силікатної цегли, для якої потрібно 324 кг негашеного вапна, яке містить 80% CaO ?

4. За середньою густиною в сухому стані силікатну цеглу поділяють на три групи: ефективну ($\rho_0 \leq 1400 \text{ кг/м}^3$), умовно ефективну (ρ_0 від 1401 до 1650 кг/м^3) і звичайну ($\rho_0 > 1650 \text{ кг/м}^3$).

Яку масу може мати одинарна силікатна цегла вказаних трьох груп? Яка повинна бути порожнистість ефективної і умовно ефективної цегли, якщо середня густина звичайної цегли, виготовленої із тієї ж маси, складає 1850 кг/м^3 ?

5. Підібрати склад газосилікату міцністю 3,5 МПа при середній густині газосилікату 500 кг/м^3 . Газоутворювачем виступає алюмінієва пудра ПАК-3. Активність вапна 80%. Співвідношення вапна і меленого піску 1:1.

6. Знайти орієнтовну витрату алюмінієвої пудри для отримання 1 м^3 газосилікату з границею міцності при стиску 7,5 МПа і середньою густиною 700 кг/м^3 . Активність вапна 85%, співвідношення вапна і меленого піску 1:1.

Витрату алюмінієвої пудри розрахувати за формулою

$$Al = \frac{V \cdot \left(\frac{Bn}{\rho_{Bn}} + \frac{\Pi}{\rho_n} + B \right)}{k \cdot \alpha},$$

де V – об'єм газобетонної суміші; $V_{\text{вп}}$, Π і V – відповідно витрата вапна, піску і води, кг; $\rho_{\text{вп}}$ і $\rho_{\text{п}}$ – дійсна густина вапна і піску ($\rho_{\text{вп}}=2,5 \text{ г/см}^3$, $\rho_{\text{п}}=2,65 \text{ г/см}^3$); k – кількість газу, який отримують із 1 г алюмінієвої пудри при температурі $38\dots40^\circ \text{C}$, рівна 1,4 л; α – коефіцієнт використання алюмінієвої пудри ($\alpha \approx 0,8$).

7. В результаті процесу карбонізації потовщеної цегли середньою густиною 1740 кг/м^3 за рік додатково зв'язалось 80 г вільного вапна, яке не вступило в реакцію з кремнеземом при обробці цегли в автоклаві. Якою стала маса цегли через рік?

8. Яка кількість розчину соди, шлаку та піску необхідна для отримання 1 м^3 дрібнозернистого шлаколужного бетону із середньою густиною 2350 кг/м^3 при вологості суміші 14% та співвідношенні шлаку і піску 3:1? Для замішування застосовується 15%-й розчин соди.

9. Розрахувати витрату матеріалів на виготовлення гіпсобетонної панелі розміром $3 \times 6 \times 0,1 \text{ м}$. Для отримання гіпсобетону застосовують гіпс з насипною густиною 900 кг/м^3 і шлакову пемзу з насипною густиною 600 кг/м^3 та об'ємом міжзернових порожнин 60%. Водогіпсове відношення 0,7. Співвідношення гіпсу і шлакової пемзи за об'ємом 1:2.

10. Визначити витрату в'язучого, стружки і води на 1 м^3 тирсобетону до складу якого входить гіпсоцементнопуцоланове в'язуче (ГЦПВ) з дійсною густиною $2,8 \text{ г/см}^3$ і насипною густиною 1100 кг/м^3 а також і соснова тирса з дійсною густиною $0,5 \text{ г/см}^3$ і насипною густиною 300 кг/м^3 . Співвідношення в'язучого і тирси 1:1 (за об'ємом). Водов'язуче відношення 0,7.

1.6. Деревинні матеріали

Типові задачі

Задача 1. Соснові дошки тривалий час зберігались на повітрі при $t=20^\circ \text{C}$ і відносній вологості повітря $W_{\text{від}}=80\%$. Визначити вологість дощок та їх середню густину, якщо при стандартній 12%-й вологості густина деревини сосни $\rho_{12}=500 \text{ кг/м}^3$.

Розв'язок. Рівноважну вологість деревини W визначаємо за діаграмою Чулицького (рис. 1.7). При заданих умовах зберігання $W=16\%$.

Середню густину деревини при визначенні вологості легко знайти, знаючи середню густину при стандартній вологості ρ_{12} і коефіцієнт об'ємної усушки (для сосни $k=0,44$):

$$\rho_w = \frac{\rho_{12}}{1 + 0,01 \cdot (1 - k) \cdot (12 - w)} =$$

$$= \frac{500}{1 + 0,01 \cdot (1 - 0,44) \cdot (12 - 16)} = 512 \text{ кг/м}^3.$$

Задача 2. Сосновий брусок має розміри $25 \times 30 \times 400$ мм ($a \times b \times c$) при вологості $W=21\%$. Як зміняться розміри бруска після повного висушування, а потім зволоження до границі насичення? Коефіцієнт усушки сосни $k_y=0,44$.

Розв'язок. Величину усушки при висушуванні бруска знаходимо із умови

$$Y = k_y \cdot W = 0,44 \cdot 21 = 9,24\%.$$

Нехай розмір зразка при вологості 0 дорівнює a_o , а при вологості $W - a$, тоді

$$Y = \frac{a - a_o}{a} \cdot 100,$$

$$\text{звідки } a_o = \frac{a \cdot (100 - Y)}{100} = \frac{25 \cdot (100 - 9,24)}{100} = 22,7 \text{ мм.}$$

Аналогічно знайдемо інші розміри бруска. Вони становлять: $b_o=27,2$ мм і $c_o=363$ мм. Таким чином, після висушування брусок буде мати розміри: $22,7 \times 27,2 \times 363$ мм.

При зволоженні сухого бруска його лінійні розміри збільшуються за рахунок розбухання деревини, що відповідає границі насичення $W_{\text{м.н}}=30\%$. При цій вологості характерне максимальне розбухання деревини P_{max} :

$$P_{\text{max}} = \frac{a_{\text{max}} - a_o}{a_o} \cdot 100 = 30 \cdot k_p,$$

де k_p – коефіцієнт розбухання.

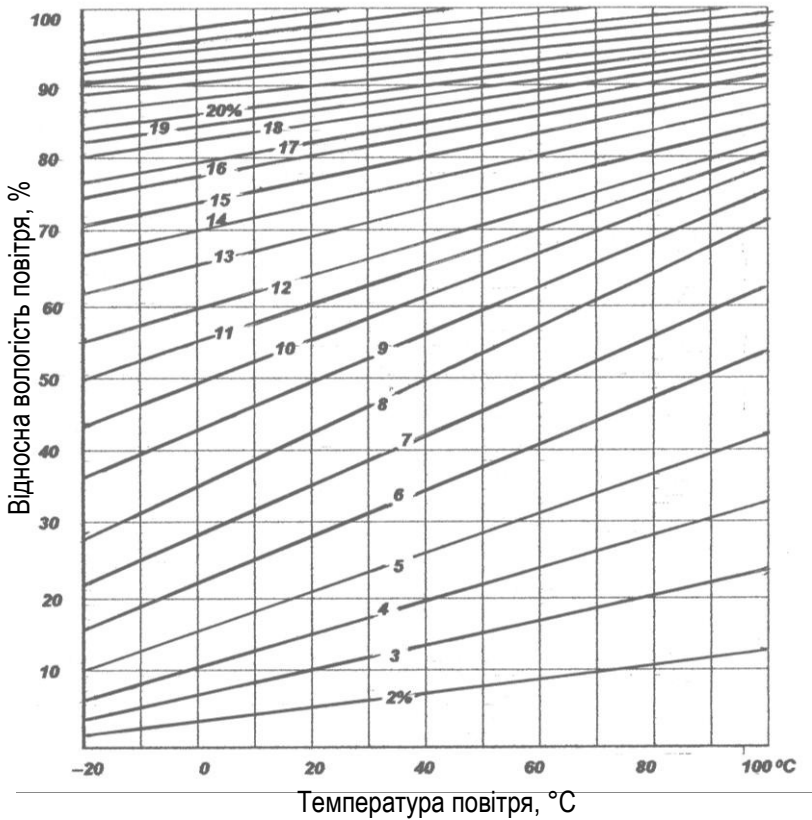


Рис. 1.7. Діаграма Чулицького для визначення рівноважної вологості деревини

Коефіцієнт розбухання k_p пов'язаний із коефіцієнтом усушки залежністю $k_p = \frac{100 \cdot k_y}{100 - 30 \cdot k_y}$.

Для сосни $k_p = \frac{100 \cdot 0,44}{100 - 30 \cdot 0,44} = 0,5$.

Тоді лінійний розмір бруска:

$$a_{\max} = \frac{30 \cdot k_p \cdot a_o + 100 \cdot a_o}{100} = \frac{30 \cdot 0,5 \cdot 22,7 + 100 \cdot 22,7}{100} = 26,1 \text{ мм.}$$

Аналогічно можна знайти інші розміри бруска після зволоження до межі насичення.

Розміри соснового бруска будуть складати 26,1×31,3×417,4 мм.

Задача 3. Середня густина дуба в абсолютно сухому стані $\rho_{o,d}=650 \text{ кг/м}^3$, а граба $\rho_{o,r}=760 \text{ кг/м}^3$. Знайти пористість і максимальне водопоглинання деревини дуба і граба.

Розв'язок. Дійсна густина деревини, чи так званий показник густини деревної речовини $\rho_{d,p}$, в середньому для всіх порід становить $1,53 \text{ г/см}^3$. Тоді пористість дуба і граба:

$$P_o = \frac{\rho_{d,p} - \rho_{o,d}}{\rho_{d,p}} \cdot 100 = \frac{1,53 - 0,65}{1,53} \cdot 100 = 57,5\%;$$

$$P_r = \frac{\rho_{d,p} - \rho_{o,r}}{\rho_{d,p}} \cdot 100 = \frac{1,53 - 0,76}{1,53} \cdot 100 = 50,3\%.$$

Вологість, яка характеризує максимальне водопоглинання деревини, знаходять за формулою:

$$W_{\max} = W_{n,n} + \frac{(\rho_{d,p} - \rho_o) \cdot \rho_e}{\rho_{d,p} \cdot \rho_o} \cdot 100,$$

де $W_{n,n}$ – вологість границі насичення кліткових стінок ($W_{n,n}=30\%$); ρ_e – густина води.

$$\text{Для дуба } W_{\max} = 30 + \frac{1,53 - 0,65}{1,53 \cdot 0,65} \cdot 100 = 118,5\%.$$

$$\text{Для граба } W_{\max} = 30 + \frac{1,53 - 0,76}{1,53 \cdot 0,76} \cdot 100 = 96,2\%.$$

Задача 4. Зразки деревини у вигляді прямокутних призм розміром 20×20 мм і висотою 30 мм при вологості $W=20\%$ зруйнувалися при випробуванні на стиск вдовж волокон при максимальному навантаженні $F_{ct}=14,7 \text{ кН}$. Інші зразки із цієї ж породи деревини у вигляді прямокутних призм розміром

20×20 мм і висотою 300 мм при W=20% зруйнувались при випробуванні на статичний згин за одноточковою схемою при максимальному навантаженні $F_{зг}=1,4$ кН.

Визначити породу деревини, з якої виготовлені зразки.

Розв'язок. Границя міцності зразків при стиску при W = 20%:

$$R_{cm} = \frac{F_{cm}}{S} = \frac{0,0147}{0,02 \cdot 0,02} = 36,75 \text{ МПа.}$$

Границя міцності зразків при статичному згині при W=20% (відстань між опорами при випробуванні $l=0,24$ м):

$$R_{зг} = \frac{3 \cdot F_{зг} \cdot l}{2 \cdot b \cdot h^2} = \frac{3 \cdot 0,0014 \cdot 0,24}{2 \cdot 0,02 \cdot 0,02^2} = 63 \text{ МПа.}$$

Перерахуємо отримані значення границі міцності на стандартну вологість деревини:

$$R_{ст12} = R_w \cdot [1 + 0,04 \cdot (W - 12)] = 36,75 \cdot [1 + 0,04 \cdot (20 - 12)] = 48,5 \text{ МПа;}$$

$$R_{зг12} = R_w \cdot [1 + 0,04 \cdot (W - 12)] = 63 \cdot [1 + 0,04 \cdot (20 - 12)] = 83,16 \text{ МПа.}$$

Можна зробити висновок, що випробувані зразки виготовлені із деревини сосни, для якої за довідковими даними $R_{ст12}=48,5$ МПа, $R_{зг12}=86$ МПа.

Задача 5. Визначити орієнтовно границю міцності при стиску вздовж волокон і при статичному згині зразків деревини сосни і дуба, якщо відомо, що кількість m пізньої деревини у них становить відповідно 20 і 80%.

Розв'язок. Кількість пізньої деревини, %, підраховується на торцевих зрізах деревини вимірюванням пізньої зони річних шарів із точністю до 0,1 мм на відстані 15...20 мм.

Для розв'язку використовуємо емпіричні формули.

Для деревини сосни

$$R_{ст12} = 0,6 \cdot m + 30 = 0,6 \cdot 20 + 30 = 42 \text{ МПа;}$$

$$R_{зг12} = 1,4 \cdot m + 56 = 1,4 \cdot 20 + 56 = 84 \text{ МПа.}$$

Для деревини дуба

$$R_{ст12} = 0,32 \cdot m + 29,5 = 0,32 \cdot 80 + 29,5 = 55,1 \text{ МПа;}$$

$$R_{зг12} = 0,43 \cdot m + 47,5 = 0,43 \cdot 80 + 47,5 = 81,9 \text{ МПа.}$$

Задача 6. Порівняти для модрини і липи при стандартній вологості границю міцності при стиску вздовж волокон і поперек волокон у радіальному і тангенціальному напрямках.

Руйнівне навантаження при стиску вздовж волокон $F_{ст}$ виявилось для модрини 0,026 МН, липи – 0,018 МН; поперек волокон $F_{ст}$ у радіальному напрямку для модрини – 0,0027 МН, для липи – 0,0034 МН; у тангенціальному напрямку – для модрини – 0,0037 МН, для липи – 0,0031 МН.

Розв'язок. Для випробування границі міцності деревини при стиску застосовують зразки-призми з розмірами $a = b = 20$ мм і $h = 30$ мм.

Границю міцності при стиску вздовж волокон визначаємо за формулою $R_{ст12} = F_{ст}/(a \cdot b)$. А при стиску поперек волокон $R_{ст12} = F_{ст}/(a \cdot h)$.

Для модрини $R_{ст12} = 0,026 / (0,02 \cdot 0,02) = 65$ МПа;

$R_{ст12} = 0,0027 / (0,02 \cdot 0,03) = 4,5$ МПа (в радіальному напрямку);

$R_{ст12} = 0,0037 / (0,02 \cdot 0,03) = 6,17$ МПа (в тангенціальному напрямку).

Для липи $R_{ст12} = 0,018 / (0,02 \cdot 0,02) = 45$ МПа;

$R_{ст12} = 0,0034 / (0,02 \cdot 0,03) = 5,67$ МПа (в радіальному напрямку);

$R_{ст12} = 0,0031 / (0,02 \cdot 0,03) = 5,17$ МПа (в тангенціальному напрямку).

Таким чином, міцність при стиску вздовж волокон більша міцності при стиску поперек волокон для модрини в 10,5...14,4 рази, для липи – в 7,9...8,8 рази.

Задачі для самостійного вирішення

1. Вологість деревини у стволах дерев, які ростуть піддається добовим коливанням. Наприклад, у дуба вона вранці була 68%, вдень – 72%, ввечері – 66%. Визначити, як при цьому змінювалась середня густина деревини.

2. Свіжозрубана сосна мала вологість 75%. Вона була витримана спочатку на відкритому повітрі при температурі 15°C і відносній вологості 80%, а потім у приміщенні при температурі 20°C і відносній вологості повітря 60%. Як змінилась середня густина деревини сосни? При стандартній вологості вона має густину 500 кг/м³.

3. Визначити, чи досягнута точка насичення волокон у деревини ялини, маса якої в абсолютно сухому стані становить 78 г, а після перебування у воді – 104 г.

4. Соснова дошка при вологості 21% мала ширину 90 мм, а в абсолютно сухому стані – 81,8 мм. Визначити усушку деревини, а також ширину, яку буде мати дошка при вологості 12%.

5. Для влаштування чистої підлоги у житловій будівлі були використані соснові дошки шириною 84 мм з вологістю 15% замість допустимої 12%. Які можливі щілини між дошками при їх висиханні до 12%, якщо коефіцієнт усушки сосни 0,44?

6. Березова дошка при 12% вологості має розміри 94×37×2100 мм. Які розміри буде мати дошка після витримувannya її у воді до межі насичення? Об'ємний коефіцієнт усушки берези 0,54.

7. На будівництво було завезено 50 м³ пиломатеріалів (30 м³ із сосни і 20 м³ із берези) з вологістю 15%, які тривалий час витримувались в умовах підвищеної вологості. Яким виявився об'єм пиломатеріалів після витримування? Коефіцієнт об'ємного розбухання сосни 0,51, берези – 0,64.

8. Для антисептування 100 соснових балок з розмірами у абсолютно сухому стані 80×180×4400 мм і середньою густиною 413 кг/м³ застосований 3%-й розчин фтористого натрію з густиною 1,06 г/см³. Скільки потрібно фтористого натрію для повного просочування балок?

9. Дубова дошка розміром 25×150×600 мм має масу 1625 г при вологості деревини 21%. Якою буде маса дошки після тривалого знаходження у воді? Коефіцієнт об'ємної усушки деревини дуба 0,43.

10. Густина деревини граба при вологості 20% складає 820 кг/м³, модрина при 25% – 686 кг/м³. Яка орієнтовна міцність деревини цих порід при стиску вдовж волокон при стандартній вологості?

Для розрахунків рекомендуються емпіричні залежності: для хвойних порід $R_{ст12}=61 \cdot \rho_{12}+10$; для листяних порід $R_{ст12}=68 \cdot \rho_{12}$.

11. На дубові бруски з вологістю 20% із розмірами 2×2 см і відстанню між опорами 100 см підвісили посередині вантаж масою 60 кг. Чи витримають цей вантаж бруски? Якщо ні, то на скільки його потрібно зменшити? Відомо, що границя міцності дуба при статичному згині і стандартній вологості 107,5 МПа.

12. Розрахувати за формулами $R_{ст12}^t = R_{ст12}^{20} + \beta \cdot (t-20)$; $R_{зг12} = R_{зг12}^{20} + \beta_1 \cdot (t-20)$ границю міцності деревини сосни і дуба при стиску і статичному згині при температурі 30, 50, 70 і 100°C. Для сосни $\beta=0,35$ МПа, $\beta_1=0,45$ МПа; для дуба $\beta=0,45$ МПа, $\beta_1=0,6$ МПа.

Результати розрахунків представити у вигляді графіків.

13. За довідковими даними визначити породу з якої виготовлені зразки деревини, якщо середня їх густина при 18%-й вологості складає 385 кг/м³ при об'ємному коефіцієнті усушки 0,39, а границя міцності при стиску вздовж волокон стандартних зразків 31,4 МПа. Розрахувати коефіцієнт конструктивної якості для цієї породи.

14. На торцевому зрізі зразка сосни на смузі шириною 20 мм по колу загальна ширина пізньої деревини склала 6 мм. Визначити орієнтовно границю міцності деревини при стиску вздовж волокон.

1.7. Метали

Типові задачі

Задача 1. Розшифрувати марки вуглецевої сталі загального призначення: Ст. 1кп, Ст. 3ГпсЗ, БСт. 2сп2, ВСт. 4пс6; Якісної конструкційної вуглецевої сталі: 05кп, 10кп, 60Г, А12; легованої сталі: 09Г2СД, 12Х2Н4А, Г13, 30ГС.

Розв'язок. Вуглецеві сталі загального призначення (згідно ДСТУ 2651:2005):

Ст. 1кп – сталь групи А (постачається за механічними властивостями) першої категорії з умовним номером 1, який

залежить від хімічного складу і механічних властивостей, кипляча; Ст. 3Гпс3 – сталь групи А третьої категорії з умовним номером 3 із підвищеним вмістом марганцю (Г), напівспокійна; БСт. 2сп2 – сталь групи Б (яка постачається за хімічним складом) другої категорії з умовним номером 2, спокійна; ВСт. 4псб – сталь групи В (яка постачається за механічними якостями і хімічному складу) шостої категорії з умовним номером 4, напівспокійна.

Якісні конструкційні вуглецеві сталі: 05кп – сталь із середнім вмістом вуглецю 0,05%, кипляча; 10 кп – сталь із середнім вмістом вуглецю 0,1%, кипляча; 60Г – сталь із середнім вмістом вуглецю 0,6% і підвищеним вмістом марганцю; А12 – автоматна сталь із середнім вмістом вуглецю 0,12%.

Леговані сталі:

09Г2СД – сталь із вмістом вуглецю 0,09%, марганцю до 2%, кремнію до 1%, міді до 1%; 12Х2Н4А – сталь із вмістом вуглецю 0,12%, хрому 2%, нікелю 4%, високоякісна; Г13 – сталь із вмістом вуглецю 1% і більше, марганцю 13%; 30ГС – сталь із вмістом вуглецю 0,3%, марганцю і кремнію до 1%.

Задача 2. Механічні властивості конструкційної сталі визначали на циліндричних зразках з початковим діаметром $d_0=10$ мм, площею поперечного перерізу $S_0=78,5$ мм² і довжиною $l_0=100$ мм. Граничне навантаження, пропорційне відносному видовженню зразка, складає $F_{г.н}=34$ кН. Навантаження, при якому досягається залишкове видовження, рівне 0,05% від початкової (розрахункової) довжини зразка, складає $F_{0,05}=37,36$ кН. Навантаження, при якому залишкове видовження складає 0,02% від початкової довжини, $F_{0,2}=41,5$ кН. Максимальне навантаження, яке передуює руйнуванню, $F=68$ кН. Довжина робочої частини зразка після розриву $l_1=110$ мм. Діаметр шийки зразка після розриву $d_1=8,4$ мм.

Розв'язок. Визначити границю пропорційності, умовну границю текучості, тимчасовий опір сталі, відносно видовження і звуження.

Границя пропорційності:

$$\sigma_{п.п} = F_{п.п} / S_o = 0,034 \cdot 10^6 / 78,5 = 433 \text{ МПа.}$$

Границя пружності:

$$\sigma_{0,05} = F_{0,05} / S_o = 0,03736 \cdot 10^6 / 78,5 = 475 \text{ МПа.}$$

Умовна границя текучості:

$$\sigma_{0,2} = F_{0,2} / S_o = 0,0415 \cdot 10^6 / 78,5 = 529 \text{ МПа.}$$

Тимчасовий опір (границя міцності при розтягу):

$$\sigma_b = F / S_o = 0,068 \cdot 10^6 / 78,5 = 866 \text{ МПа.}$$

Відносне видовження:

$$\Delta l_{відн} = \frac{l_1 - l_o}{l_o} \cdot 100 = \frac{110 - 100}{100} \cdot 100 = 10\% .$$

Відносне звуження:

$$\begin{aligned} \psi &= \frac{S_o - S_1}{S_o} \cdot 100 = \frac{\pi \cdot d_o^2 - \pi \cdot d_1^2}{\pi \cdot d_o^2} \cdot 100 = \\ &= \frac{3,14 \cdot 10^2 - 3,14 \cdot 8,4^2}{3,14 \cdot 10^2} \cdot 100 = 30\% . \end{aligned}$$

За довідковими даними можна знайти, що марка конструкційної сталі 70.

Задача 3. При визначенні модуля пружності сталі використали зразок з початковим діаметром $d=10$ мм (початкова площа поперечного перерізу $S_o=78,5$ мм²) і розрахунковою довжиною $l=100$ мм. Вимірювачем деформації служить тензомер з ціною поділки 0,002 мм. Навантаження проводили ступенями $\Delta F=5400$ Н до навантаження F , яке відповідає 70% від очікуваної границі пропорційності ($F=37800$ Н). При даному навантаженні за шкалою тензометра зафіксовано показник 105 поділок. Розрахувати модуль пружності сталі.

Розв'язок. Модуль пружності E , МПа, знаходиться за формулою:

$$E = \frac{\Delta F \cdot l_o}{\Delta l_{сер} \cdot S_o} ,$$

де $\Delta l_{сер}$ – середня величина приросту видовження зразка, мм, на ступінь навантаження:

$$\Delta l_{\text{сеп}} = \frac{105 \cdot 0,002 \cdot 5400}{37800 - 5400} = 0,035 \text{ мм};$$

$$E = \frac{5400 \cdot 100}{0,035 \cdot 78,5} = 1,96 \cdot 10^5 \text{ МПа}.$$

Задача 4. При випробовуванні твердості сталі за Брінеллем за допомогою кульки з діаметром $D=10$ мм при навантаженні $F=30$ кН отриманий діаметр відтиску $d=5,05$ мм. При випробовуванні твердості цієї ж сталі за методом Роквелла при вимірюванні за шкалою В різниця $h - h_0$ глибини занурення сталюї кульки під дією загального навантаження 981 Н і попереднього навантаження 98 Н складає $0,108$ мм. Яку твердість має сталь і до якої марки її можна віднести?

Розв'язок. Твердість за Брінеллем виражають числом твердості HB і визначають за формулою

$$HB = \frac{2 \cdot F}{\pi \cdot D \cdot (D - \sqrt{D^2 - d^2})} =$$

$$= \frac{2 \cdot 30000}{3,14 \cdot 10 \cdot (10 - \sqrt{10^2 - 5,05^2})} = 1430 \text{ Н/мм}^2.$$

Для орієнтовного визначення тимчасового опору σ_b сталі використовуємо емпіричну формулу

$$\sigma_b = 0,34 \cdot HB = 0,34 \cdot 1430 = 486 \text{ МПа}.$$

Твердість сталі при вимірюванні методом Роквелла виражають в умовних одиницях. При вимірюванні за шкалою В її визначають за формулою

$$HR = 130 - l$$

$$\text{де } l = (h - h_0) / 0,002; \quad l = 0,108 / 0,002 = 54.$$

$$HR = 130 - 54 = 76.$$

За результатами визначення твердості методами Брінелля і Роквелла випробовану сталь можна віднести до марки Ст.3.

Задача 5. Для випробування на ударну в'язкість сталі до і після термічної обробки використовували стандартні квадратні зразки перерізом 1×1 см і довжиною $5,5$ см з надрізом глибиною $0,2$ см. Запас енергії маятника до удару складав $A_1=85$ Дж.

Невикористана енергія маятника після злому зразка сталі до термообробки $A_2=15$ Дж, після термообробки $A_2=21$ Дж. Знайти ударну в'язкість сталі.

Розв'язок. Ударна в'язкість сталі $R_{уд}$ характеризує роботу, яка витрачається для ударного злому зразка металу з надрізом A_n , віднесена до площі поперечного перерізу зразка S у місці надрізу: $S=1 \cdot (1-0,2)=0,8 \text{ см}^2$.

Робота, затрачена на злом зразка сталі, до термообробки:

$$A_n=A_1-A_2=85-15=70 \text{ Дж};$$

після термообробки

$$A_n'=A_1-A_2=85-21=64 \text{ Дж}.$$

Ударна в'язкість сталі до термообробки:

$$R_{уд}=70/0,8=87,5 \text{ Дж/см}^2;$$

після термообробки

$$R_{уд}'=64/0,8=80 \text{ Дж/см}^2.$$

Задача 6. Визначити усереднену економію металу, %, і економію витрат, ум.од., на 1 т металу при заміні у виробництві залізобетонних виробів 1 т арматурної сталі А400С на А800. Коефіцієнти приведення для сталей А400С і А800 відповідно 1,43 і 2,2. Вартість арматурних сталей А240С, А400С, А800 відповідно 146; 163; 216 ум.од. за 1 т.

Розв'язок. Арматурна сталь різних класів і видів може бути до певної міри взаємозамінною. Із цього випливає, що кількість сталі будь-якого класу T може бути виражена в умовно еквівалентній за міцністю приведеній кількості сталі класу А240С – T_1 :

$$T=T_1/k_{пр},$$

де $k_{пр}$ – коефіцієнт приведення сталі даного класу до сталі класу А240С (визначається як відношення добутку розрахункового опору арматури на коефіцієнти її конструктивного використання і використання металу для сталі даного класу до значень цих характеристик для сталі класу А240С).

Усереднена економія металу визначається з виразу

$$E_m=(1-1/k_{пр}) \cdot 100.$$

Економія витрат у вартісному виразі E_c від використання 1 т арматурної сталі даного класу визначається за формулою

$$E_B = k_{пр} \cdot C_1 - C_2,$$

де C_1 – вартість сталі класу А240; C_2 – вартість сталі більш високого класу.

Економія металу при заміні арматури класу А240С на клас А400С:

$$E_M = (1 - 1/1,43) \cdot 100 = 30,1\%;$$

при заміні А240С на А800:

$$E'_M = (1 - 1/2,2) \cdot 100 = 54,7\%.$$

Економія витрат при заміні А240С на А400С:

$$E_B = 1,43 \cdot 146 - 163 = 45,78 \text{ ум.од. на 1 т};$$

при заміні А240С на А800:

$$E'_B = 2,2 \cdot 146 - 216 = 105,2 \text{ ум.од. на 1 т}.$$

При заміні арматури класу А400 на А800 досягається, таким чином, економія металу $\Delta E_M = E'_M - E_M = 54,7 - 30,1 = 24,6\%$; економія витрат $\Delta E_B = E'_B - E_B = 105,2 - 45,78 = 59,42 \text{ ум.од. на 1 т}$.

Задачі для самостійного вирішення

1. Розшифрувати марки вуглецевої сталі загального призначення: Ст.0, Ст.2пс, Ст.3пс2, БСт.3кп2, ВСт.4пс2.

2. Розшифрувати марки вуглецевої якісної сталі: 05кп, 10кп, 85, 60Г, А30.

3. Навести буквені значення легуючих елементів. Розшифрувати марки легованих сталей, які застосовуються для виготовлення арматури залізобетонних конструкцій: 20ХГ2Ц, 23Х2Г2Т, 22Х2Г2АЮ, 22Х2Г2Р, 20Х2Г2СР.

4. Для перевірки механічних властивостей арматурної сталі класу А400С діаметром 12 мм із партії було випробувано шість зразків. Результати випробовування наведені в табл. 1.17.

Таблиця 1.17

Навантаження границі текучості, кН	Руйнуюче навантаження, кН
45,25	65,75
44,50	65,00
46,30	66,23
44,10	65,55
45,50	66,10
45,20	64,90

Чи задовольняє вимоги до арматурної сталі класу А400С випробувана сталь за границею текучості і тимчасовим опором розриву? У відповідності з ДСТУ 3760 для арматурної сталі класу А400С встановлені наступні норми: $\sigma_T = 400$ МПа, $\sigma_B = 500$ МПа.

Статистичні показники повинні бути наступними: середньоквадратичне відхилення S для σ_T і σ_B – не більше 15 МПа; S/x для σ_T – не більше 0,08 (x – середнє значення), σ_B – 0,06.

5. Якою повинна бути мінімальна кінцева розрахункова довжина зразків арматурної сталі різних класів після розриву, якщо початкова довжина однакова і становить 60 мм? За ДСТУ 3760 відносно видовження повинно бути не менше, %: для класу А240С – 25, А400С – 16, А500С – 14, А600 – 12, А800 – 8.

6. При визначенні границі пружності вуглецевої сталі із початковим діаметром зразка 10 мм одержали наступні результати (табл. 1.18).

Таблиця 1.18

Навантаження, Н	Відлік за шкалою тензометра	Навантаження, Н	Відлік за шкалою тензометра
3920	0	54420	13,5
45600	1,0	57360	23,5
48540	3,0	58830	32,5
51480	7,5		

Початкова розрахункова довжина і база тензометра 100 мм, ціна поділки шкали тензометра 0,002 мм.

Визначити величину межі пружності сталі, якщо допуск на величину остаточного видовження складає 0,05% від початкової розрахункової довжини.

7. Побудувати за характерними точками діаграму напруження – деформація для конструкційної сталі. Вимірювач деформації – тензометр з базою 100 мм, рівною початковій розрахунковій довжині зразка. Ціна поділки шкали тензометра 0,002 мм. Початковий діаметр зразка 10 мм.

Границя пропорційності сталі досягнута при навантаженні 54 кН і сумарному видовженні (за шкалою тензметра) 156; границя пружності, яка відповідає 0,05% остаточного видовження – при навантаженні 56,8 кН і сумарному видовженні 183,5; умовна границя текучості, яка відповідає 0,2% остаточного видовження, – при навантаженні 61,5 кН і сумарному видовженні 203,5; границя текучості при розтягу – при навантаженні 67,5 кН і сумарному видовженні 224,5.

8. При навантаженні, яке відповідає границі пропорційності конструкційної сталі, деформація за шкалою тензметра складає 150 поділок. Ціна поділки тензметра 0,002 мм. Навантаження циліндричного сталюго зразка з початковим діаметром 10 мм і довжиною 100 мм проводили ступенями 5,8 кН. При навантаженні 40,6 кН пружна деформація складала 105 поділок за шкалою тензметра. Визначити напруження, яке відповідає границі пропорційності сталі.

9. Встановити очікувану глибину відбитку сталюї кульки діаметром 10 мм при навантаженні 29,4 кН при визначенні твердості за Брінеллем сталей марок Ст. 1кп ($\sigma_b=350$ МПа), Ст. 3кп ($\sigma_b=410$ МПа), Ст. 6пс ($\sigma_b=600$ МПа). Побудувати графік зміни глибини відбитку в залежності від тимчасового опору.

10. При випробуванні твердості сталей одержані наступні значення НВ, МПа: 1200, 1500, 1700, 2500, 3500. Встановити за довідковими даними марки випробуваних сталей.

11. Для арматурних сталей класів А240С, А400С, А500С, А600, А800 і А1000 тимчасовий опір розриву повинен бути не менше, МПа: 370, 500, 600, 800, 1000 і 1250. Якими повинні бути значення твердості арматурних сталей за Брінеллем?

12. Яку твердість має сталь при визначенні її в польових умовах за допомогою приладу Польді, якщо діаметр відбитку на дослідному зразку $d_b=4,2$ мм, діаметр відбитку на еталоні $d_e=5,1$ мм, твердість еталона $HV_e=1370$ МПа?

При розрахунку твердості за результатами випробувань приладом Польді використовують залежність $HV_B = HV_C \cdot (d_C^2/d_B^2)$.

13. Випробувані сталі мають числа твердості за Брінеллем, МПа: 1430, 1790, 2290, і 2410 і за Роквеллом: шкала В – 76, 88, 97 і 100, шкала С – 50, 56, 61 і 63. Порівняти вимірювання глибини занурення сталюї кульки діаметром 10 мм під навантаженням 2940 Н за методом Брінелля, глибини занурення кульки діаметром 1,588 мм під навантаженням 981 Н і алмазного конуса під навантаженням 588 Н за методом Роквелла.

14. Арматурна сталь А400С повинна мати ударну в'язкість 0,5 МДж/м². Чи задовільняють цю вимогу результати випробувань зразка з площею поперечного розрізу в місці надрізу 0,8 см² на маятниковому копрі із запасом енергії маятника до удару 84 Дж, невикористаною енергією маятника після злому зразка 39 Дж? Яку ударну в'язкість має випробувана сталь?

15. Визначити усереднену економію металу в натуральному і вартісному вираженні при заміні арматури класу А400С зі сталі марки Ст. 5пс з коефіцієнтом приведення 1,21 по відношенню до арматури А240С із сталі Ст. 3кп на арматуру А800 зі сталі 23Х2Г2Т з коефіцієнтом приведення 2,2. Вартість 1 т арматурних сталей: Ст. 3кп – 140 у.о., Ст. 5пс – 146 у.о., 23Х2Г2Т – 216 у.о.

1.8. Матеріали на основі органічних в'язучих

Типові задачі

Задача 1. В якому процентному відношенні потрібно змішати бітуми нафтові покрівельні БНП 40/180 і БНП 90/30 при отриманні покрівельних гарячих мастик МБК-Г-55 і МБК-Г-75?

Розв'язок. У відповідності з ДСТУ 4818:2007 температура розм'якшення бітумного в'язучого t за методом "кільця і кулі" повинна бути для мастик МБК-Г-55 – 41...50° С, МБК-Г-75 – 61...70° С.

Бітум БНП 40/180 має середню температуру розм'якшення не нижче $t_m=45^\circ\text{C}$, БНП 90/30 – $t_r=90^\circ\text{C}$, де t_m і t_r – температура "м'якого" і "твердого" бітумів. Кількість тугоплавкого бітуму B_m , %, який вводиться в розплавлений бітум, можна знайти за формулою

$$B_m = \frac{t - t_m}{t_r - t_m} \cdot 100.$$

Для мастики МБК-Г-55 . $B_m = \frac{50 - 45}{90 - 45} \cdot 100 = 11,1\%$

Для мастики МБК-Г-75 $B_m = \frac{70 - 45}{90 - 45} \cdot 100 = 55,5\%$.

Таким чином, до складу бітумного в'язучого мастики МБК-Г-55 повинно входити 11,1% бітуму БНП 90/30 і 88,9% бітуму БНП 40/180, мастики МБК-Г-75 – 55,5% БНП 90/30 і 44,5% БНП 40/180.

Задача 2. Розрахувати склад дрібнозернистої гарячої асфальтобетонної суміші типу Б.

Зерновий склад вихідних мінеральних матеріалів і результати розрахунку приведені в табл. 1.19.

Розв'язок. Розрахунок складу асфальтобетонних сумішей на першому етапі передбачає визначення складу мінеральної частини, яка забезпечує максимальну густину мінерального кістяка.

Виходячи із рекомендацій ДСТУ Б В.2.7-119 визначають вміст кожного компоненту. Вміст щебеню $D_{щ}$ призначаємо так, щоб отримати повний залишок на ситі з розміром отворів 10 мм, який не перевищує 30% ($D_{щ}=30:55=0,54$).

У мінеральному порошку міститься 20% зерен розміром 0,071 мм, звідси величина повного проходу скрізь сито складатиме $100-20=80\%$. У відповідності із рекомендованими межами повний прохід на ситі № 0071 повинен бути в межах 6...12% або в середньому 9%. Вміст мінерального порошку: $D_m=9:80=0,11$. Вміст піску $1-0,54-0,11=0,35$. Знайдені співвідношення між фракціями є об'ємними. При використанні

матеріалів, які суттєво відрізняються за густиною, вміст кожного компонента множиться на поправочний коефіцієнт:

$$k = \rho_2 / \rho_1,$$

де ρ_1 – дійсна густина матеріалу, вміст якого переважає в суміші; ρ_2 – дійсна густина матеріалу, вміст якого менший.

Таблиця 1.19

Матеріал	Частка	Вміст зерен, %, крупніше (мм)								
		15	10	5	2,5	1,25	0,63	0,315	0,14	0,071
Щебінь гранітний	—	5	55	90	100	100	100	100	100	100
Пісок кварцовий	—	—	—	—	—	30	63	75	90	97
Порошок вапняковий	—	—	—	—	—	—	3	5	10	20
Рекомендовані ДСТУ Б В.2.7-119 межі сумарних залишків:	—	0-15	0-30	35-50	48-62	61-72	71-80	78-86	84-91	88-94
щебінь	0,54	2,7	30	49	54	54	54	54	54	54
пісок	0,35	—	—	—	—	10	22	26	31	34
порошок вапняковий	0,11	—	—	—	—	—	0,33	0,55	1,1	2,2
Сумарні залишки на ситах		2,7	30	49	54	64	78	81	86	90

Необхідну кількість бітуму визначають за формулою:

$$B = \frac{(P_{м.ч} - P_o) \cdot \rho_o}{\rho_o},$$

де $\Pi_{м.ч}$ – порожнистість мінеральної частини випробуваних зразків, %; Π_0 – задана залишкова пористість асфальтобетону, %; ρ_6 – дійсна густина бітуму при 20°C, г/см³; ρ_0 – середня густина мінеральної частини асфальтобетону.

Наприклад, якщо мінеральна частина зразків має середню густина $\rho_0=1750$ кг/м³ і порожнистість $\Pi_{м.ч}=18\%$, то при заданій остаточній пористості $\Pi_0=3,5\%$ і $\rho_6=0,99$

$$B = \frac{(18 - 3,5) \cdot 0,99}{1,75} = 8,2\%.$$

Розрахунковий склад асфальтобетонної суміші уточнюють за експериментальними даними. Для виробництва обирається склад, який забезпечує необхідні властивості асфальтобетону при мінімальній витраті бітуму.

Задача 3. Визначити витрату матеріалів для виготовлення асфальтового бетону, який призначений для влаштування покриття підвищеної шорсткості.

Вихідні матеріали: дорожній бітум, вапняковий мінеральний порошок (наповнювач), пісок із середньою густиною в ущільненому стані $\rho_{0.п}=1650$ кг/м³, гранітний щебінь із середньою густиною в ущільненому стані $\rho_{0.щ}=1600$ кг/м³, порожнистістю $\Pi_{щ}=40\%$. Необхідне експериментально встановлене співвідношення бітум : порошок (Б/Н)=0,96.

Розв'язок. Для доріг із підвищеною шорсткістю покриття необхідно, щоб міжщебневий простір був заповнений асфальтовим розчином без розсуву зерен щебеню. У відповідності з цією умовою витрата щебеню повинна бути

$$\text{Щ} = \frac{1}{1 + \Pi_{щ} \cdot \frac{\rho_p}{\rho_{0.щ}}} \cdot 100,$$

де ρ_p – густина асфальтового розчину, орієнтовно рівна 2,3 г/см³;

$$\text{Щ} = \frac{1}{1 + 0,4 \cdot \frac{2,3}{1,6}} \cdot 100 = 63\%.$$

Витрата піску знайдемо із співвідношення

$$\frac{\Pi}{\text{Щ}} = \frac{\Pi_{\text{щ}} \cdot \rho_{o.n}}{\rho_{o.\text{щ}}}$$

$$\text{звідси } \Pi = \frac{\text{Щ} \cdot \Pi_{\text{щ}} \cdot \rho_{o.n}}{\rho_{o.\text{щ}}} = \frac{63 \cdot 0,4 \cdot 1,65}{1,6} = 26\%$$

Вміст асфальтового в'язучого (бітум + мінеральний порошок) Б+Н=100–63–26=11%.

Необхідну витрату бітуму і мінерального порошку знайдемо з рівняння: (Б/Н)·Н+Н=11; 1,96·Н=11%; Н=5,61%; Б=11–5,61=5,39%.

Задача 4. Визначити склад полімерного розчину в процентах. Середня густина піску $\rho_{o.n}=1440 \text{ кг/м}^3$, порожнистість піску $\Pi_n=40\%$, співвідношення полімерного в'язучого і наповнювача $\Pi/\text{Н}=0,4$, дійсна густина наповнювача $\rho_n=2,67 \text{ кг/м}^3$. Коефіцієнт легкоукладальності розчину $k_y=0,5$.

Розв'язок. Одна частина за масою полімерної мастики може заповнити порожнини піску в наступній кількості:

$$\Pi = \rho_{o.n} \cdot \frac{\frac{1}{\Pi_n} + \frac{\Pi}{\text{Н}}}{\Pi_n + k_y} = 1,44 \cdot \frac{0,375 + 0,4}{0,4 + 0,5} = 1,24.$$

Таким чином, полімерна мастика і пісок у розчині повинні знаходитись в частках за масою – 1:1,24 або в % – 44,65 і 55,35. Враховуючи співвідношення полімеру і наповнювача в складі мастики, склад розчину можна виразити наступним чином, %: полімер – 12,75; наповнювач – 31,9; пісок – 55,35.

Задача 5. Визначити вид білил, які використовуються для виготовлення масляної фарби, що містить 45% оліфи (Ол), якщо на фарбування скляної пластинки площею $S=200 \text{ см}^2$ витрачено $m_k=4 \text{ г}$ фарби. При визначенні оліфомісткості білил на $m_6=5 \text{ г}$ сухого пігменту витрачено $m_m=0,7 \text{ г}$ льняного масла.

Розв'язок. Відомо, що покривність, тобто витрата пігменту, g на 1 м^2 фарбованої поверхні, для свинцевих білил –

160...200, літопонових – 110...140, титанових – 35...54, цинкових – 100...120. Оліфомісткість свинцевих білил – 9...12, літопонових – 11...15, титанових – 20...25, цинкових – 12...16 на 100 г пігменту.

Покривність, г/м^2 , для фарб малярної консистенції

$$P_k = m_k / S;$$

для сухих пігментів: $P_n = m_k \cdot (100 - \text{Ол}) / (100 \cdot S)$.

Для використаних сухих білил:

$$P_n = 4 \cdot (100 - 45) / (100 \cdot 0,02) = 110 \text{ г/м}^2.$$

Оліфомісткість сухих білил, г, на 100 г:

$$M = 100 \cdot m_m / m_b = 100 \cdot 0,7 / 5 = 14.$$

Білила, які використовуються для отримання фарби, є цинковими білилами.

Задача 6. Визначити кількість полімеру густиною $1,13 \text{ г/см}^3$ для виготовлення плити утеплювача розміром $100 \times 50 \times 5 \text{ см}$ залитим способом і тиск, який створюється у формі, якщо при вільному спінюванні рідкого полімеру об'ємом $V_{p.n} = 11 \text{ см}^3$ утворюється $V_n = 166 \text{ см}^3$ пінопласту.

Розв'язок. Визначаємо кратність спінювання:

$$K = V_n / V_{p.n} = 166 / 11 = 15,1.$$

Необхідна кількість полімеру

$$m_n = 1,2 \cdot V_{\phi} \cdot \rho_n / K,$$

де 1,2 – коефіцієнт запасу; V_{ϕ} – об'єм форми ($V_{\phi} = 100 \times 50 \times 5 = 25000 \text{ см}^3$);

$$m_n = 1,2 \cdot 25000 \cdot 1,13 / 15,1 = 2245 \text{ г, або } 2,24 \text{ кг.}$$

Потрібний об'єм рідкого полімеру для заповнення форми $V'_{p.n} = 2245 / 1,13 = 1987 \text{ см}^3$.

Тиск, який розвивається у формі буде більшим, ніж при вільному спінюванні, у n разів:

$$n = K \cdot V_{p.n} / V_{\phi} = 15,1 \cdot 1987 / 25000 = 1,2.$$

Задачі для самостійного вирішення

1. Для отримання покрівельної мастики необхідне бітумне в'язуче із температурою розм'якшення 65°C . У якому співвідношенні потрібно змішати наявні на будівельному

майданчику бітуми БН 50/50 і БН 90/10 з температурою розм'якшення відповідно 55 і 93°С, щоб забезпечити необхідну теплостійкість мастики?

2. Для покрівельних робіт передбачалося використання будівельного бітуму БН 70/30, потреба в якому складала 3 т. Бітум БН 70/30, однак, не надійшов на будівництво. Чи можна і у якій кількості потрібно змішати бітуми БН 50/50 і БН 90/10, які є на складі, щоб перекрити потребу в бітумі БН 70/30?

3. Розрахувати склад мінеральної частини гарячої дрібнозернистої асфальтобетонної суміші для верхнього шару покриття по нормованим межах зернового складу.

Гранулометричний склад вихідних мінеральних матеріалів наведений в табл. 1.20.

Таблиця 1.20

Матеріал	Кратні залишки, %. на ситах з розміром отворів, мм							
	10	5	2,5	1,25	0,63	0,315	0,14	0,071
Відсів гранітний	2	16	25	62	70	84	88	96
Пісок кварцовий				30	65	80	90	98
Порошок вапняковий					3	5	10	20

4. Розрахувати кількість бітуму для приготування асфальтобетону із залишковою пористістю 4%. Мінеральна частина має дійсну густину 2,67 г/см³ і середню густину в ущільненому стані 1770 кг/м³. Густина бітуму при 20°С 1,03 г/см³.

5. Розрахувати склад асфальтобетонної суміші, яка призначена для влаштування покриття підвищеної шорсткості. Вихідні матеріали: дорожній бітум, вапняковий мінеральний порошок, гранітний щебінь із середньою густиною в ущільненому стані 1650 кг/м³ і з дійсною густиною 2650 кг/м³, кварцовий пісок із середньою густиною в ущільненому стані 1710 кг/м³. Експериментально встановлене співвідношення бітум : порошок складає 0,87.

6. Яку кількість мінерального порошку потрібно для виготовлення асфальтобетонної суміші для влаштування покриття підвищеної шорсткості, якщо необхідне співвідношення бітум : порошок рівне 0,85? Щебінь має порожнистість 42% і середню густину в ущільненому стані 1610 кг/м^3 , пісок – середню густину в ущільненому стані 1740 кг/м^3 .

7. Визначити орієнтовну товщину бітумної плівки в асфальтобетонних сумішах із вмістом бітуму 6,5 і 7,5% і відповідно питомою поверхнею зерен мінерального матеріалу 15,5 і $115 \text{ м}^2/\text{кг}$. (Відмінності в питомій поверхні пояснюється різним вмістом у суміші мінерального порошку.) Густина бітуму прийняти 1 г/см^3 .

8. Визначити співвідношення полімер : наповнювач : пісок в полімерному розчині. Середня густина піску 1480 кг/м^3 , дійсна густина $2,65 \text{ г/см}^3$. Дійсна густина наповнювача $2,55 \text{ г/см}^3$. Співвідношення полімер : наповнювач складає 0,45. Коефіцієнт легкоукладальності розчину 0,4.

9. Визначити витрату полімера на виготовлення 1 м^3 полімерного розчину середньою густиною 2100 кг/м^3 . Середня густина піску 1450 кг/м^3 , порожнистість 44%. Дійсна густина наповнювача $2,68 \text{ г/см}^3$, масове відношення його до полімерного в'язучого 2,2; коефіцієнт легкоукладальності розчину 0,5.

10. Яку площу можна пофарбувати за допомогою 5 кг фарби малярної консистенції на основі титанових і цинкових білил, якщо покривність перших в середньому 45 г/см^2 , других – 110 г/см^2 , вміст оліфи у фарбах відповідно 55 і 35%?

11. Скільки потрібно залізного сурику і оліфи для фарбування поверхні площею 550 м^2 , якщо покривність сурику 15 г/м^2 , вміст оліфи у фарбі малярної консистенції 40 %?

12. При визначенні спінювальної здатності у два сталєних стакани діаметром 150 мм залили по 280 г полімерів із добавками спінювальних агентів. Густина першої композиції $1,14 \text{ г/см}^3$, другої – $1,2 \text{ г/см}^3$. Після спінювання висота пінопласту в першому стакані виявилася 21 см, у другому – 27 см. Визначити кратність спінювання полімерних композицій.

13. Враховуючи значення кратності спінювання полімерів, знайдені у попередній задачі, знайти їх витрату для отримання 100 шт. теплоізоляційних панелей розміром $100 \times 50 \times 5$ см.

Частина 2. МАТЕМАТИЧНЕ ПЛАНУВАННЯ ПРИ ВИРІШЕННІ ЗАДАЧ З БУДІВЕЛЬНОГО МАТЕРІАЛОЗНАВСТВА

2.1. Загальні положення

Завдання математичного моделювання зводиться до одержання деякого уявлення про поверхню відгуку факторів, яку можна аналітично представити у вигляді функції:

$$Y = \varphi(X_1, X_2, X_3, \dots, X_n), \quad (2.1)$$

де Y – параметр оптимізації, тобто вихідний параметр системи, X_i – змінні фактори цієї ж системи.

Найбільш зручним є представлення невідомої функції відгуку поліномом:

$$Y = \beta_0 + \sum_{i=1}^n \beta_i X_i + \sum_{i=1}^n \beta_{ii} X_i^2 + \sum_{i \neq j} \beta_{ij} X_i X_j + \dots, \quad (2.2)$$

$\beta_i, \beta_{ii}, \beta_{ij}$ – коефіцієнти моделі, що враховують вплив окремих факторів та їх взаємодію.

Вид і показник степеня полінома вибираються або на підставі теоретичного аналізу або апіорі, а потім уточнюються статистично. Оцінки коефіцієнтів регресії β поліноміальних моделей можуть бути знайдені на основі статистичної обробки. Відповідно до сучасної математичної теорії експерименту найбільш вдале поєднання статистичного й кібернетичного підходів до дослідження складних систем має місце в методах математичного планування експерименту, що у даний час досить добре розроблені стосовно різних галузей науки і техніки, у тому числі і технології будівельних матеріалів. Активні експерименти, що здійснюються за допомогою математичного планування мають кілька незаперечних переваг перед традиційними. Вони дозволяють за рахунок оптимальної організації дослідження в 2-10 і більше разів, залежно від кількості факторів, зменшити обсяг робіт і одержати більш достовірні статистично обґрунтовані кількісні залежності. При плануванні експерименту математичним методам відводиться активна роль на всіх етапах дослідження: при формалізації

апріорних відомостей, перед постановкою дослідів, при їх проведенні, обробці результатів, прийнятті рішення.

Якщо на стадії одержання математичних моделей можливе абстрагування від складних причинно-наслідкових зв'язків, що діють в даній системі, то далі аналіз моделей дозволяє значною мірою розкрити ці зв'язки і проникнути в суть цих процесів. У цьому полягає пізнавальна цінність математичних моделей, які є не тільки необхідними для оперативного, автоматичного керування системою, але й засобом її глибокого пізнання, розвитку відповідної теорії.

Найважливішим призначенням математичного моделювання є оптимізація параметрів технологічного процесу. Розрізняють дві групи задач оптимізації:

а) вибір найвигіднішого технологічного режиму (складу) – оптимізація технології;

б) підтримка заданого (в окремому випадку найвигіднішого) режиму функціонування системи.

Зазначені задачі можуть вирішуватися окремо або спільно.

У загальному вигляді задач знаходження оптимального стану системи може бути сформульована в такий спосіб: визначити значення технологічних факторів $x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \dots x_n \geq 0$, що задовільняють системі нерівностей (обмежень):

$$\left. \begin{aligned} P_1 &= f_1(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n) \leq \alpha_1 \text{ (або } > \alpha_1) \\ P_2 &= f_2(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n) \leq \alpha_2 \text{ (або } > \alpha_2) \\ P_3 &= f_3(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n) \leq \alpha_3 \text{ (або } > \alpha_3) \\ &\dots\dots\dots \\ &\dots\dots\dots \\ P_n &= f_n(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n) \leq \alpha_n \text{ (або } > \alpha_n) \end{aligned} \right\}, \quad (2.3)$$

при яких

$$P_k = f_k(x_1, x_2, x_3 \dots x_n) = \min(\max), \quad (2.4)$$

де P_1, P_2, \dots, P_n – нормовані показники; P_k – критерій ефективності або цільова функція.

При вирішенні технологічних задач можливе застосування математичних моделей, що відрізняються:

- а) кількістю рівнянь, що входять у систему нерівностей (обмежень);
- б) характером функцій;

- в) кількістю факторів;
- г) характером залежностей між факторами;
- д) ступенем інтенсивності і характером зміни факторів у часі.

Для кожної із груп моделей необхідне застосування спеціально розроблених математичних методів знаходження оптимальних рішень. Відшукування екстремуму функції зводиться до розв'язання системи алгебраїчних рівнянь виду:

$$\frac{\partial F(x_1, x_2, x_3 \dots x_n)}{\partial x_j}, \quad (2.5)$$

$$j = 1, 2, 3 \dots n$$

Зі збільшенням кількості змінних і обмежень на них розв'язання такої системи пов'язане зі зростаючими обчислювальними труднощами. У зв'язку із цим поряд з аналітичними, практичний інтерес представляють чисельні методи оптимізації, що реалізуються за допомогою сучасної комп'ютерної технології.

2.2. Побудова лінійних і неповних квадратичних моделей

Сукупність усіх значень, які може приймати фактор у межах експерименту, називають його областю варіювання. У матриці планування (таблиці планованих експериментів) фактори даються в кодованому вигляді. При цьому за основний рівень варіювання приймають центральну, так названу нульову точку і позначають її x_{i0} , а інтервал варіювання – Δx_i . Шляхом додавання або віднімання значення інтервалу варіювання зі значення фактора, що знаходиться на основному рівні, одержують відповідно верхній, що позначається (+1) або (+), або нижній, що позначається (-1) або (-), рівень фактора.

Взаємозв'язок між натуральними X_i і кодованими значеннями факторів x_i визначають за формулою:

$$x_i = \frac{X_i - X_{i0}}{\Delta X_i}, \quad (2.6)$$

Вибір інтервалів варіювання залежить від цілей і можливостей дослідження, а також від конкретних умов виробництва.

При вивченні лінійних і неповних квадратичних залежностей найчастіше застосовують повний факторний експеримент (ПФЕ) і дробові репліки.

При проведенні ПФЕ планування експериментів здійснюють на двох рівнях – верхньому (+1) і нижньому (-1). Плани експериментів, що застосовуються дозволяють реалізувати всі неповторювані варіанти дослідів на зазначених рівнях для різної кількості факторів. При цьому кількість дослідів N залежить від кількості факторів k і дорівнює 2^k : наприклад, для двох факторів – $2^2=4$, для трьох – $2^3=8$, для чотирьох – $2^4=16$, для п'яти – $2^5=32$ і т.д. Лінійні і неповні квадратичні моделі застосовуються при використанні гіпотези про лінійний або близький до нього вплив факторів на досліджені параметри. Припустимо, що потрібно знайти рівняння регресії, що описує залежність показника властивостей бетону (y) від факторів x_1 і x_2 при використанні гіпотези про лінійний характер їх впливу. У цьому випадку матриця ПФЕ має вигляд, наведений в табл. 2.1.

Таблиця 2.1

Матриця ПФЕ плану 2^2

Точки плану u	Фактори		Взаємодія	Вихідний параметр
	x_1	x_2	x_1x_2	y
1	+1	+1	+1	y_1
2	+1	-1	-1	y_2
3	-1	+1	-1	y_3
4	-1	-1	+1	y_4

Схема добування матриць ПФЕ при кількості факторів k від 2 до 5 наведена в табл. 2.2.

Результати дослідів обробляють за допомогою методів математичної статистики, одержуючи залежності між вихідними параметрами і факторами, що на них впливають, у вигляді лінійних або неповних квадратичних рівнянь регресії.

У загальному вигляді для k факторів неповна квадратична модель має вигляд:

$$\hat{y}_i = b_0 + \sum_{i=1}^k b_i x_i + \sum_{i \neq j} b_{ij} x_i x_j. \quad (2.7)$$

Наприклад,

- для двохфакторного експерименту:

$$\hat{y}_i = b_0 + b_1 x_1 + b_2 x_2 + b_{12} x_1 x_2, \quad (2.8)$$

- для п'ятифакторного експерименту:

$$\begin{aligned} \hat{y}_i = & b_0 + b_1 x_1 + b_2 x_2 + b_3 x_3 + b_4 x_4 + b_5 x_5 + b_{12} x_1 x_2 + \\ & + b_{13} x_1 x_3 + b_{14} x_1 x_4 + b_{15} x_1 x_5 + b_{23} x_2 x_3 + b_{24} x_2 x_4 + \\ & + b_{25} x_2 x_5 + b_{34} x_3 x_4 + b_{35} x_3 x_5 + b_{45} x_4 x_5. \end{aligned} \quad (2.9)$$

При проведенні ПФЕ зі збільшенням кількості факторів різко зростає і кількість дослідів. У деяких випадках, наприклад, на першій стадії дослідження, тобто при попередній оцінці степеня впливу факторів, точністю кінцевої інформації можна трохи поступитися, що дозволить значно скоротити число дослідів. Для цього використовуються дробові репліки (1/2, 1/4, 1/8 і т.д.), які одержують діленням кількості дослідів ПФЕ відповідно на 2, 4, 8.

Матриці дробових реплік при проведенні ПФЕ одержують заміною взаємодій вищого порядку (починаючи з потрійних – x_1, x_2, x_3 і т.д.) новими змінними. Ці взаємодії, як правило, незначні. Кількість дослідів у дробових репліках відповідає 2^{k-p} , де p – дрібність репліки. Так, наприклад, ПФЕ для семи факторів включає $2^7=128$, а 1/2 репліки $2^{7-1}=64$, 1/4 репліки $2^{7-2}=32$, 1/8 репліки $2^{7-3}=16$ дослідів і т.д. Припустимо, потрібно вивчити вплив п'яти факторів: x_1, x_2, x_3, x_4, x_5 . Для складання напіврепліки 2^{5-1} можна взяти ПФЕ 2^4 , а взаємодію факторів x_1, x_2, x_3, x_4 замінити на фактор x_5 (табл. 2.3). У цьому випадку кількість дослідів зменшується в два рази в порівнянні з ПФЕ 2^5 (табл. 2.2).

Вільний член рівняння b_0 визначають за формулами:

$$b_0 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N y_i \quad (2.10)$$

$$\text{або } b_0 = \frac{\sum_1^N \bar{y}_u}{N}, \quad (2.11)$$

де N – кількість точок плану, y_u – експериментальне значення вихідного параметра в точках $u_1 \dots u_n$ плану, \bar{y}_u – середнє

значення вихідного параметра в точці (u) $\hat{y}_u = \frac{\sum_1^r y_{ui}}{r}$ для випадку якщо, тобто при повторенні дослідів (r – кількість дубльованих дослідів за рядками матриці).

Коефіцієнти для лінійних членів рівнянь визначають за формулами:

$$b_i = \frac{\sum_{i=1}^N x_{iu} y_u}{N} \quad (2.12)$$

$$\text{або } b_i = \frac{\sum_{i=1}^N x_{iu} \bar{y}_u}{N}, \quad (2.13)$$

де x_{iu} – значення i -го фактора в рядку матриці в u -ому досліді.

Коефіцієнти парних взаємодій визначають за формулою:

$$b_{ij} = \frac{\sum_{u=1}^N x_{iu} x_{ju} y_u}{N} \quad (2.14)$$

$$\text{або } b_{ij} = \frac{\sum_{u=1}^N x_{iu} x_{ij} \bar{y}_u}{N}, \quad (2.15)$$

де x_{ij} – значення j -го фактора в u -ому досліді.

Таблиця 2.2

Схема добудовування матриць ПФЕ для $k=2\dots 5$

Точки плану u	Фактори				
	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5
1	+1	+1	+1	+1	+1
2	+1	-1	+1	+1	+1
3	-1	+1	+1	+1	+1
4	-1	-1	+1	+1	+1
5	+1	+1	-1	+1	+1
6	+1	-1	-1	+1	+1
7	-1	+1	-1	+1	+1
8	-1	-1	-1	+1	+1
9	+1	+1	+1	-1	+1
10	+1	-1	+1	-1	+1
11	-1	+1	+1	-1	+1
12	-1	-1	+1	-1	+1
13	+1	+1	-1	-1	+1
14	+1	-1	-1	-1	+1
15	-1	+1	-1	-1	+1
16	-1	-1	-1	-1	+1
17	+1	+1	+1	+1	-1
18	+1	-1	+1	+1	-1
19	-1	+1	+1	+1	-1
20	-1	-1	+1	+1	-1
21	+1	+1	-1	+1	-1
22	+1	-1	-1	+1	-1
23	-1	+1	-1	+1	-1
24	-1	-1	-1	+1	-1
25	+1	+1	+1	-1	-1
26	+1	-1	+1	-1	-1
27	-1	+1	+1	-1	-1
28	-1	-1	+1	-1	-1
29	+1	+1	-1	-1	-1
30	+1	-1	-1	-1	-1
31	-1	+1	-1	-1	-1
32	-1	-1	-1	-1	-1

Таблиця 2.3

Матриця дробового факторного плану 2^{5-1}

Точки плану u	Фактори				
	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5
1	+1	+1	+1	+1	+1
2	+1	+1	+1	-1	-1
3	+1	+1	-1	+1	-1
4	+1	+1	-1	-1	+1
5	+1	-1	+1	+1	-1
6	+1	-1	+1	-1	+1
7	+1	-1	-1	+1	+1
8	+1	-1	-1	-1	-1
9	-1	+1	+1	+1	-1
10	-1	+1	+1	-1	+1
11	-1	+1	-1	+1	+1
12	-1	+1	-1	-1	-1
13	-1	-1	+1	+1	+1
14	-1	-1	+1	-1	-1
15	-1	-1	-1	+1	-1
16	-1	-1	-1	-1	+1

Побудову моделі можна вважати закінченою, а саму модель використовувати для прийняття технологічних рішень тільки після того, як алгебраїчний розрахунок оцінок коефіцієнтів буде доповнений статистичним (регресійним) аналізом.

На першому етапі регресійного аналізу визначають середньоквадратичні помилки $S\{b_i\}$ оцінок коефіцієнтів моделей. Коефіцієнти вважаються значимими, якщо розрахункове значення t – критерію Стьюдента виявиться більше табличного, встановлюваного в залежності від заданого рівня значимості і кількості степенів свободи. Визначають те критичне значення оцінки коефіцієнта, нижче якого розрахункові оцінки b_i доцільно з ризиком α вважати незначущими, тобто практично рівними нулю.

На другому етапі перевіряється гіпотеза про адекватність (відповідність експериментальним даним) поліноміальної моделі з усіма значимими коефіцієнтами регресії. При цьому використовується мінімізуюча сума квадратів, що називається в регресійному аналізі залишковою. Для перевірки адекватності формулюється нуль-гіпотеза, і якщо вона за критерієм Фішера (F) буде визнана правдоподібною, то модель описує процес адекватно експерименту. З інженерної точки зору це означає, що модель передбачає результати \bar{y} в середньому з похибкою, більшою в \sqrt{F} разів, ніж експериментальна.

Статистичний аналіз рівнянь здійснюють:

- при дублюванні дослідів за рядками матриці – за середнім значенням вихідних параметрів;
- без дублювання – за додаткових дослідів на основному рівні.

Середнє арифметичне значення вихідного параметра \bar{y}_u визначають:

- а) при дублюванні дослідів за рядками матриці за формулою:

$$\bar{y}_u = \frac{\sum_{i=1}^r y_{ui}}{r} = \frac{y_{u1} + y_{u2} + \dots + y_{ur}}{r}, \quad (2.16)$$

де r – кількість повторних дослідів у рядку матриці;

- б) при проведенні дослідів у нульових точках за формулою:

$$\bar{y}_0 = \frac{\sum_{i=1}^{n_0} y_{oi}}{n_0}, \quad (2.17)$$

де n_0 – кількість нульових точок.

Дисперсію відтворюваності вихідного параметра $S^2_{\{y\}}$ знаходять:

- а) при дублюванні дослідів по рядках матриці за формулою:

$$S_{\{y_u\}}^2 = \frac{\sum_{u=1}^N \sum_{i=1}^r (y_{ui} - \bar{y}_u)^2}{N(r-1)}, \quad (2.18)$$

де $\sum_{i=1}^r$ – сума за рядками матриці, $\sum_{u=1}^N$ – те ж, за стовпцями, N – загальна кількість точок плану.

б) при проведенні дослідів у нульових точках за формулою:

$$S_{\{y_u\}}^2 = \frac{\sum_1^{n_0} (y_{0u} - \bar{y}_0)^2}{(n_0 - 1)}. \quad (2.19)$$

Середнє квадратичне відхилення вихідного параметра обчислюють:

а) при дублюванні дослідів за формулою -

$$S_{\{y_u\}} = \sqrt{\frac{\sum_{u=1}^N \sum_{i=1}^r (y_{oi} - \bar{y}_u)^2}{N(r-1)}}, \quad (2.20)$$

б) при проведенні дослідів у нульових точках за формулою:

$$S_{\{y_u\}} = \sqrt{\frac{\sum_1^{n_0} (y_{0u} - \bar{y}_u)^2}{n_0 - 1}} \quad (2.21)$$

Середньоквадратичну помилку при визначенні коефіцієнтів знаходять:

а) для лінійних і неповних квадратичних рівнянь при дублюванні дослідів за формулою:

$$S_{\{b_0\}} = S_{\{b_i\}} = S_{\{b_{ij}\}} = \frac{S_{\{y_u\}}}{\sqrt{N}}, \quad (2.22)$$

б) при проведенні дослідів у нульових точках у формулу замість $S_{\{y_u\}}$ підставляють $S_{\{y_0\}}$, де y_0 – вихідний параметр при значеннях факторів на нульовому (основному) рівні.

Розрахункове значення t -критерію Стюдента (t_p) для кожного коефіцієнта рівнянь регресії знаходять за формулами:

$$t_{p\{b_0\}} = \frac{|b_0|}{S_{\{b_0\}}}, \quad (2.23)$$

$$t_{p\{b_i\}} = \frac{|b_i|}{S_{\{b_i\}}}, \quad (2.24)$$

$$t_{p\{b_{ij}\}} = \frac{|b_{ij}|}{S_{\{b_{ij}\}}}. \quad (2.25)$$

Коефіцієнти вважаються значимими, якщо розрахункове значення t -критерію Стюдента t_p виявиться більше табличного t_r , що установлюється за табл.1 (додаток) у залежності від заданого рівня значимості і кількості степенів свободи $f_{\{y\}}$. У технологічних дослідженнях рівень значимості приймають звичайно таким, що дорівнює 0,05 або 0,1, а кількість степенів свободи визначають:

– при повторенні дослідів за рядками матриці з умови $f_{\{y\}} = N(r-1)$;

– при проведенні дослідів у нульовій точці з умови $f_{\{y\}} = n_0 - 1$.

Якщо коефіцієнт незначимий, то він може бути відкинтий без перерахування інших.

Оцінивши значимість коефіцієнтів, проводять перевірку адекватності рівнянь визначаючи послідовно дисперсію адекватності, розрахункове значення критерію Фішера і порівнюючи останнє з табличним у зазначеній нижче послідовності.

Дисперсію адекватності S_{ad}^2 визначають:

а) для лінійних і неповних квадратичних рівнянь за формулою:

$$S_{ad}^2 = \frac{\sum_{u=1}^N (\hat{y} - y_u)^2}{N - m}, \quad (2.26)$$

при дублюванні дослідів за рядками матриці за формулою:

$$S_{ad}^2 = \frac{r}{N - m} \sum_{u=1}^N (\hat{y}_u - \bar{y}_u)^2, \quad (2.27)$$

де m – число значимих коефіцієнтів.

Розрахункове значення критерій Фішера (F_p) визначають:

при $S_{ad}^2 < S_{\{y\}}^2$ – за формулою

$$F_p = \frac{S_{ad}^2}{S_{\{y\}}^2}, \quad (2.28)$$

при $S_{ad}^2 > S_{\{y\}}^2$ – за формулою

$$F_p = \frac{S_{\{y\}}^2}{S_{ad}^2}. \quad (2.29)$$

У формулах $S_{\{y\}}^2$ – дисперсія відтворюваності вихідного параметра.

Табличне значення F – критерію (F_T) знаходять у залежності від прийнятої довірчої імовірності (рівня значимості) і кількості степенів свободи. У технології бетону довірчу імовірність приймають звичайно рівною 95%. Кількість степенів свободи дисперсії адекватності f_{ad} визначають для лінійних і неповних квадратичних рівнянь за формулою:

$$f_{ad} = N - m. \quad (2.30)$$

Кількість степенів свободи при визначенні табличного значення F -критерію для повних квадратичних рівнянь при відсутності або наявності нульових точок у плані знаходять за формулами відповідно:

$$f_{ad} = N - m \quad (2.31)$$

$$f_{ad} = N - m - (n_0 - 1) \quad (2.32)$$

F – критерій (F_T) визначається з урахуванням числа ступенів свободи f_{ad} і $f_{(b)}$.

Рівняння вважається адекватним для прийнятого рівня довірчої імовірності, якщо $F_p > F_T$. Якщо виявилось, що дане рівняння неадекватне при проведенні дослідів були допущені грубі помилки або обраний поліном недостатньо повно відображає досліджувану залежність. У цих випадках необхідно або повторити досліди, змінити інтервали варіювання, застосувати інший план.

Приклад 2.1. Побудувати математичну модель міцності на стиск бетону у віці 28 діб з метою коректування Ц/В бетону (x_1) класів за міцністю B15...B30 з осадкою конуса ОК – 3...5 см залежно від активності цементу R_c (x_2), модуля крупності $M_{кр}$ (x_3) і вмісту відмулюваних домішок, $Q_{відм}$ (x_4) у заповнювачі.

Таблиця 2.4

Умови планування експерименту

Фактор		Рівень варіювання			Інтервал варіювання
натуральний	кодований	-1	0	+1	
Ц/В	x_1	1,4	2,0	2,6	0,6
R_c , МПа	x_2	38,8	45,3	51,8	6,5
$M_{кр}$	x_3	1,4	2,2	3	0,8
$Q_{відм}$, %	x_4	1	3	5	2

У якості вихідних матеріалів прийнятий портландцемент із мінеральними добавками, кварцовий пісок і гранітний щебінь фракції 5...20 мм.

Досліди виконували відповідно до плану ПФЕ 2^4 ((табл. 2.2). Умови планування експерименту наведені в табл. 2.4.

У кожній точці плану виготовляли три зразки бетону і проводили їх випробування на міцність при стиску.

Матриця планування дослідів і експериментальні значення міцності бетону наведені в табл. 2.5.

Таблиця 2.5

Матриця планування і експериментальні значення
міцності бетону

Точка плану	Фактори				R ^c ₆ , МПа			Середнє арифметичне значення міцності, МПа
	x ₁	x ₂	x ₃	x ₄	y ₁	y ₂	y ₃	
1	+1	+1	+1	+1	44,2	43	43,6	43,6
2	+1	+1	+1	-1	49	49,6	47,5	48,7
3	+1	+1	-1	+1	42	39,6	41,1	40,9
4	+1	+1	-1	-1	45	44	44,2	44,4
5	+1	-1	+1	+1	31,8	32	32,8	32,2
6	+1	-1	+1	-1	35	34	35,4	34,8
7	+1	-1	-1	+1	29,6	31	30,6	30,4
8	+1	-1	-1	-1	32	33	31,9	32,3
9	-1	+1	+1	+1	20,6	22	20,7	21,2
10	-1	+1	+1	-1	22,5	21	21,9	21,8
11	-1	+1	-1	+1	20,8	19,6	18,4	19,6
12	-1	+1	-1	-1	21,2	19	20,7	20,3
13	-1	-1	+1	+1	12,9	11	11,8	11,9
14	-1	-1	+1	-1	13,7	13	11,1	12,6
15	-1	-1	-1	+1	11	10,4	9,8	10,4
16	-1	-1	-1	-1	12	11	10,3	11,1
Сума	-	-	-	-	-	-	-	436,1
								b ₀ = 27,3

Коефіцієнти рівнянь регресії визначаємо відповідно за формулами (2.10-2.15):

$$b_0 = \frac{436,1}{16} = 27,3; \quad b_1 = \frac{178,5}{16} = 11,2; \quad b_{23} = \frac{2,7}{16} = 0,2,$$

де – 436,1; 178,5 і 2,7 – дані з табл. 2.5; 16 – кількість дослідів за рядками матриці.

Так само визначаємо значення інших коефіцієнтів рівнянь регресії і вносимо в табл. 2.6.

Таблиця 2.6

Коефіцієнти рівнянь регресії

Розрахункові параметри для визначення коефіцієнтів									
при лінійних членах				при взаємодіях					
\bar{x}_1	\bar{x}_2	\bar{x}_3	\bar{x}_4	\bar{x}_1x_2	\bar{x}_1x_3	\bar{x}_1x_4	\bar{x}_2x_3	\bar{x}_2x_4	\bar{x}_3x_4
+43,6	+43,6	+43,6	+43,6	+43,6	+43,6	+43,6	+43,6	+43,6	+43,6
+48,7	+48,7	+48,7	-48,7	+48,7	+48,7	-48,7	+48,7	-48,7	-48,7
+40,9	+40,9	-40,9	+40,9	+40,9	-40,9	+40,9	-40,9	+40,9	-40,9
+44,4	+44,4	-44,4	-44,4	+44,4	-44,4	-44,4	-44,4	-44,4	-44,4
+32,2	-32,2	+32,2	+32,2	-32,2	+32,2	+32,2	-32,2	-32,2	+32,2
+34,8	-34,8	+34,8	-34,8	-34,8	+34,8	-34,8	-34,8	+34,8	-34,8
+30,4	-30,4	-30,4	+30,4	-30,4	-30,4	+30,4	+30,4	-30,4	-30,4
+32,3	-32,3	-32,3	-32,3	-32,3	-32,3	-32,3	+32,3	+32,3	+32,3
-21,1	+21,1	+21,1	+21,1	-21,1	-21,1	-21,1	+21,1	+21,1	+21,1
-21,8	+21,8	+21,8	-21,8	-21,8	-21,8	+21,8	+21,8	-21,8	-21,8
-19,6	+19,6	-19,6	+19,6	-19,6	+19,6	-19,6	-19,6	+19,6	+19,6
-20,3	+20,3	-20,3	-20,3	-20,3	+20,3	+20,3	-20,3	-20,3	+20,3
-11,9	-11,9	+11,9	+11,9	+11,9	-11,9	-11,9	-11,9	-11,9	+11,9
-12,6	-12,6	+12,6	-12,6	+12,6	-12,6	+12,6	-12,6	+12,6	-12,6
-10,4	-10,4	-10,4	+10,4	+10,4	+10,4	-10,4	+10,4	-10,4	-10,4
-11,1	-11,1	-11,1	-11,1	+11,1	+11,1	+11,1	+11,1	+11,1	+11,1
$\Sigma=$	$\Sigma=$	$\Sigma=$	$\Sigma=$	$\Sigma=$	$\Sigma=$	$\Sigma=$	$\Sigma=$	$\Sigma=$	$\Sigma=$
+178,5	+84,7	+17,3	-15,9	+11,1	+7,8	-10,3	+2,7	-4,1	-2,3
$b_1=$	$b_2=$	$b_3=$	$b_4=$	$b_{12}=$	$b_{13}=$	$b_{14}=$	$b_{23}=$	$b_{24}=$	$b_{34}=$
11,2	5,3	1,1	-1	0,9	0,5	-0,6	0,2	-0,3	-0,1

Визначаємо статистичні характеристики:

а) дисперсію відтворюваності $S_{\{y\}}^2$ за формулою (2.18);
результати розрахунку вносимо до табл. 2.7 –

$$S_{\{y\}}^2 = \frac{30,16}{16(3-1)} = 0,943;$$

б) середньоквадратичне відхилення $S_{\{y\}}$ за формулою (2.20):

$$S_{\{y\}} = \sqrt{0,943} = 0,97;$$

в) середньоквадратичну помилку $S_{\{b\}}$ при визначенні коефіцієнтів рівнянь регресії за формулою (2.22):

$$S_{\{b_{0j}\}} = S_{\{b_{1j}\}} = S_{\{b_{ij}\}} = -\frac{0,97}{\sqrt{16}} = -\frac{0,97}{4} = 0,24;$$

г) t – критерій Стьюдента

Знаходимо табличне значення t за табл. 1 (додаток) при рівні значимості $\alpha=0,05$ ($P=5\%$). Для даного прикладу $t=2,04$ при $f_y=N(r-1)=16(3-1)=32$.

Таблиця 2.7

Розрахунок дисперсії відтворюваності за рядками матриці

Точки плану u	$(y_1 - \bar{y}_n)^2$	$(y_2 - \bar{y}_n)^2$	$(y_3 - \bar{y}_n)^2$	$\sum s_{\{y\}}^2$
1	$(45,2-43,6)^2=2,56$	$(43,0-43,6)^2=0,36$	$(42,6-43,6)^2=1$	2,9
2	$(49-48,7)^2=0,09$	$(49,6-48,7)^2=0,81$	$(47,5-48,7)^2=1,44$	2,34
3	$(42,0-40,9)^2=1,21$	$(39,6-40,9)^2=1,69$	$(41,1-40,9)^2=0,04$	2,94
4	$(45,0-44,4)^2=0,36$	$(44 - 44,4)^2=0,16$	$(44,2- 44,4)^2=0,04$	0,56
5	$(31,3-32,2)^2=0,81$	$(32-32,2)^2=0,04$	$(33,3-32,2)^2=1,21$	2,06
6	$(35-34,8)^2=0,04$	$(34-34,8)^2=0,64$	$(35,4-34,8)^2=0,36$	1,04
7	$(29,6-30,4)^2=0,64$	$(31-30,4)^2=0,36$	$(30,6-30,4)^2=0,04$	1,04
8	$(32-32,3)^2=0,09$	$(33-32,3)^2=0,49$	$(31,9-32,3)^2=0,16$	0,74
9	$(20,6-21,1)^2=0,25$	$(22-21,1)^2=0,81$	$(20,7-21,1)^2=0,16$	1,22
10	$(22,5-21,8)^2=0,49$	$(21-21,8)^2=0,64$	$(21,9-21,8)^2=0,01$	1,14
11	$20,8-19,6)^2=1,44$	$(19,6-19,6)^2=0$	$(18,4-19,6)^2=1,44$	2,88
12	$(21,2-20,3)^2=0,81$	$(19-20,3)^2=1,69$	$(20,7-20,3)^2=0,16$	2,66
13	$(12,9-11,9)^2=1$	$(11-11,9)^2=0,81$	$(11,8-11,8)^2=0,01$	1,82
14	$(13,7-12,6)^2=1,21$	$(13-12,6)^2=0,16$	$(11,1-12,6)^2=2,25$	3,62
15	$(11-10,4)^2=0,36$	$(10,4-10,4)^2=0$	$(9,8-10,4)^2=0,36$	0,72
16	$(12-11,1)^2=0,81$	$(11-11,1)^2=0,01$	$(10,3-11,1)^2=0,64$	1,46
Сума				30,16

Вибираємо з табл. 2.6 найменші коефіцієнти.

Розрахункові значення t_p :

$$t_{34} = \frac{-0,1}{0,24} = 0,42; \quad t_{13} = \frac{0,5}{0,24} = 2,08; \quad t_{23} = \frac{0,2}{0,24} = 0,83;$$

$$t_{14} = \frac{-0,6}{0,24} = 2,5; \quad t_{24} = \frac{0,3}{0,24} = 1,25.$$

Оскільки $t_{23}, t_{24}, t_{34} < t$, то коефіцієнти b_{23}, b_{24}, b_{34} незначимі (у табл. 2.6 вони підкреслені). З урахуванням значимості коефіцієнтів математична модель міцності бетону (у кодованому виразі змінних) буде мати вигляд:

$$\hat{y} = 27,3 + 11,2x_1 + 5,3x_2 + 1,1x_3 - x_4 + 0,7x_1x_2 + 0,5x_1x_3 - 0,6x_1x_4.$$

Для перевірки адекватності отриманого рівняння регресії за табл. 2.6 визначаємо розрахункове значення \hat{y} у кожному рядку матриці.

Наприклад, для першого рядка:

$$\hat{y} = 27,3 + 11,2(+1) + 5,3(+1) + 1,1(+1) + 0,7(+1)(+1) + 0,5(+1)(+1) - 0,6(+1)(+1) = 44,5 \text{ МПа}$$

Для всіх інших рядків обчислення робимо аналогічно, результати вносимо в табл. 2 (додаток) і знаходимо суму квадратів відхилень розрахункових даних.

Визначаємо дисперсію адекватності:

$$S_{ad}^2 = \frac{r}{N_1 - m} \sum_{r=1}^{N_1} (\hat{y}_u - \bar{y}_u)^2,$$

де m – кількість значимих коефіцієнтів у рівнянні;

$$S_{ad}^2 = \frac{3 \cdot 5,6}{16 - 8} = 2,1,$$

де 5,6 – сума з табл. 2 (додаток); 3 – кількість дослідів за рядками матриці; 8 – кількість прийнятих значимих коефіцієнтів (табл. 2.6).

Знаходимо розрахункове значення критерію Фішера:

$$F_p = \frac{2,1}{0,943} = 2,13,$$

де 0,943 – значення дисперсії відтворюваності.

Табличне F_T шляхом інтерполяції за табл. 3 (додаток) при $f_1=16(3-1)=32$ і $f_2=16-8=8$ складає 2,29.

Оскільки $F_p < F_T$, дане рівняння регресії є адекватним.

Отримане рівняння регресії можна використовувати для побудови номограм (рис. 2.1).

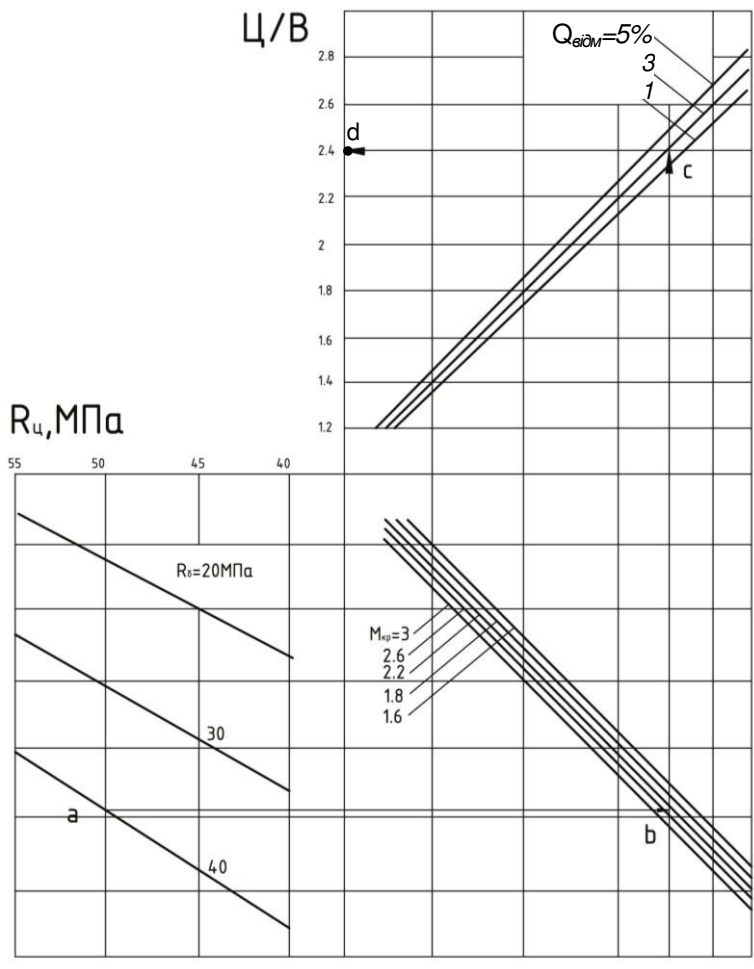


Рис. 2.1. Номограма для визначення Ц/В різних марок бетону залежно від досліджуваних факторів

При побудові номограми визначаємо розрахункові значення Ц/В при різних значеннях досліджуваних факторів.

Рівняння вирішуємо відносно x_1 :

$$0,6x_1x_4 - 0,7x_1x_2 - 0,5x_1x_3 - 11,2x_1 = 27,3 + 5,3x_2 + 1,1x_3x_4 - x_4 - \hat{y},$$

$$x_1 = \frac{27,3 + 5,3x_2 + 1,1x_3x_4 - x_4 - \hat{y}}{0,6x_4 - 0,7x_2 - 0,5x_3 - 11,2}.$$

Перед обчисленнями необхідного значення x_1 слід знайти кодовані значення варійованих факторів. Наприклад, при $R_c=50$ МПа, $M_{кр}=1,8$ і $Q_{відм}=2\%$ отримаємо:

$$x_2 = \frac{R_c - 45,3}{6,5} = \frac{50 - 45,3}{6,5} = 0,72,$$

$$x_3 = \frac{M_{кр} - 2,2}{0,8} = \frac{1,8 - 2,2}{0,8} = -0,5,$$

$$x_4 = \frac{Q_{отм} - 3}{2} = \frac{2 - 3}{2} = -0,5,$$

де 6,5; 0,8 і 2 – інтервали варіювання (табл. 2.4).

Тоді для бетону з $y = 40$ МПа

$$x_1 = \frac{27,3 + 5,3 \cdot 0,72 - 1,1(-0,5) - (-0,5) - 40}{0,6(-0,5) - 0,7 \cdot 0,72 - 0,5(-0,5) - 11,2} = 0,67.$$

Натуральне значення Ц/В знаходимо з відношення:

$$x_1 = \frac{Ц/В - 2}{0,6}, \quad Ц/В = 0,6x_1 + 2 = 0,6 \cdot 0,67 + 2 = 2,4,$$

де 2 і 0,6 – відповідно основний рівень і інтервал варіювання Ц/В (табл. 2.4).

Так само визначаємо Ц/В для інших значень R_c , $M_{кр}$, $Q_{відм}$ і R_b . На основі отриманих даних будуємо номограму, за якою можна розрахувати значення Ц/В при визначених значеннях міцності бетону і варійованих факторів (рис. 2.1).

Наприклад, для бетону з $R_b=40$ МПа при $R_c=50$ МПа (точка а), $M_{кр}=1,8$ (точка б) і $Q_{відм}=2\%$ (точка с) Ц/В=2,4 (точка d).

2.3. Побудова квадратичних моделей

При вирішенні будівельно-технологічних задач більшість залежностей адекватно описуються поліноміальними рівняннями другого порядку. Такі рівняння можуть бути використані як математичні моделі також для опису поверхні відгуку поблизу оптимуму або т.зв. стаціонарної області.

Математична модель другого порядку має вигляд:

$$\hat{y} = b_0 + \sum_{i=1}^k b_i x_i + \sum_{i=1}^k b_{ij} x_i x_j + \sum_{i=1}^k b_{ii} x_i^2, \quad (2.33)$$

де k – число факторів.

Завдання полягає у визначенні оцінок коефіцієнтів цієї моделі за результатами спланованого експерименту.

Основна вимога, що ставиться до плану другого порядку, полягає в тому, що план повинен допускати одержання окремих, не змішаних оцінок коефіцієнтів регресії.

Плани повних квадратичних залежностей одержують шляхом додавання до ядра (тобто до ПФЕ чи дробової репліки) додаткових експериментів так званих «зоряних точок», а в деяких випадках і нульових, з відповідним інтервалом (плечем) варіювання, що позначається α .

У практиці досліджень у технології бетону і залізобетону найбільше часто застосовують ротатабельні плани, плани Бокса-Бенкена, а також дво-, три-, чотири- і п'ятифакторні плани, близькі за властивостями до D-оптимальних.

Планування є оптимальним, якщо пов'язане з проведенням порівняно нескладних обчислень і дозволяє отримувати такі оцінки коефіцієнтів регресії, які незалежні одна від іншої і визначаються з однаковою і мінімальною дисперсією. Важливо також, щоб дисперсія параметра оптимізації, передбаченого рівнянням регресії, не залежала від обертання системи координат у центрі плану. Перерахованим умовам відповідає планування, що має властивості ортогональності і ротатабельності.

Планування називається *ортогональним*, якщо скалярний добуток усіх векторів-стовпців у матриці планування дорівнює

нулю. Ортогональність плану дозволяє одержувати оцінки для коефіцієнтів регресії незалежно одна від одної.

Один з суттєвих недоліків ортогональних планів полягає в тому, що модель, отримана на основі ортогонального плану, з різною точністю передбачає значення відгуку на різних напрямках факторного простору.

Планування називається *ротатабельним*, якщо воно інваріантне до обертання системи координат. Це означає, що інформація, яка міститься у рівнянні регресії, повинна бути рівномірно розподілена («розмазана») по гіперсфері (по сфері при $k=3$, по колу при $k=2$) з радіусом ρ ($\rho^2 = \sum x_i^2$). Якщо планування є ротатабельним, то значення параметра оптимізації мають мінімальні дисперсії в різних точках факторного простору. Крім того, ці дисперсії рівні на рівній відстані від центра експерименту (початку координат) у будь-якому напрямку.

У табл.2.8 приведена як приклад матриця ротатабельного плану для трьох факторів ($k=3$).

Коефіцієнти рівнянь регресії для ротатабельних планів визначають у такий спосіб:

$$b_0 = T_1(O_y) - T_2 \sum_{i=1}^k (i\bar{y}), \quad (2.34)$$

$$b_i = T_3(i\bar{y}), \quad (2.35)$$

$$b_{ii} = T_4(i\bar{y}) + T_5 \sum_{i=1}^k (i\bar{y}) - T_2(O_y), \quad (2.36)$$

$$b_{ij} = T_6(ij\bar{y}). \quad (2.37)$$

Таблиця 2.8

Матриця ротатбельного плану для k=3

Точки плану u		Матриця планування			Квадрати змінних			Взаємодії факторів			Вихідний параметр y _i
		x ₁	x ₂	x ₃	x ₁ ²	x ₂ ²	x ₃ ²	x ₁ x ₂	x ₁ x ₃	x ₂ x ₃	
N ₁	1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	y ₁
	2	+1	+1	-1	+1	+1	+1	+1	-1	-1	y ₂
	3	+1	-1	+1	+1	+1	+1	-1	+1	-1	y ₃
	4	+1	-1	-1	+1	+1	+1	-1	-1	+1	y ₄
	5	-1	+1	+1	+1	+1	+1	-1	-1	+1	y ₅
	6	-1	+1	-1	+1	+1	+1	-1	+1	-1	y ₆
	7	-1	-1	+1	+1	+1	+1	+1	-1	-1	y ₇
	8	-1	-1	-1	+1	+1	+	+1	+1	+1	y ₈
N _α	9	+1,682	0	0	+2,828	0	0	0	0	0	y ₉
	10	-1,682	0	0	+2,828	0	0	0	0	0	y ₁₀
	11	0	+1,682	0	0	+2,828	0	0	0	0	y ₁₁
	12	0	-1,682	0	0	+2,828	0	0	0	0	y ₁₂
	13	0	0	+1,682	0	0	+2,828	0	0	0	y ₁₃
	14	0	0	-1,682	0	0	+2,828	0	0	0	y ₁₄
n ₀	15	0	0	0	0	0	0	0	0	0	y ₁₅
	16	0	0	0	0	0	0	0	0	0	y ₁₆
	17	0	0	0	0	0	0	0	0	0	y ₁₇
	18	0	0	0	0	0	0	0	0	0	y ₁₈
	19	0	0	0	0	0	0	0	0	0	y ₁₉
	20	0	0	0	0	0	0	0	0	0	y ₂₀

У формулах (2.34...2.37):

$$(O_y) = \sum_{u=1}^N y_u; (iy) = \sum_{u=1}^N x_{iu} y_u; \quad (2.38)$$

$$(ijy) = \sum_{u=1}^N x_{iy} x_{ju} y_u; (i^2y) = \sum_{u=1}^N (x_{iy})^2 y_u; \quad (2.39)$$

T₁–T₆ – параметри для розрахунку коефіцієнтів рівнянь регресії (табл. 2.9).

Таблиця 2.9

Значення параметрів T

К-сть факторів k	Ядро плану N ₁	К-сть нульових точок n ₀	T ₁	T ₂	T ₃	T ₄	T ₅	T ₆
2	2 ²	5	0,2	0,1	0,125	0,125	0,0187	0,25
3	2 ³	6	0,1663	0,0568	0,0732	0,0625	0,0069	0,125
4	2 ⁴	7	0,1428	0,0357	0,0417	0,0312	0,0037	0,0625
5	2 ⁵⁻¹	6	0,1591	0,0341	0,0417	0,0312	0,0028	0,0625

Близькими до ротатабельних є тривірневі плани Бокса-Бенкена. Матриця плану Бокса-Бенкена для k=3 наведена в табл. 4 (додаток), матриці для k=4 і k=5 наведені в додатку (табл. 5, 6). Відповідні коефіцієнти рівнянь регресії визначають за формулами:

$$b_0 = \frac{\sum_{i=1}^{n_0} y_0}{n_0}, \quad (2.40)$$

$$b_i = T_3(iy), \quad (2.41)$$

$$b_{ii} = T_4(iiy) + T_5 \sum_{u=1}^k (iuy) - T_2(O_y), \quad (2.42)$$

$$b_{ij} = T_6(iiy). \quad (2.43)$$

Розрахункові значення параметрів T₂ – T₆ наведені в табл. 2.10.

Плани Бокса-Бенкена ефективно застосовувати для вирішення таких задач, коли доцільно стабілізувати ряд x_i в багатофакторній ситуації протягом деякої групи дослідів.

Якщо мета експерименту полягає у знаходженні квадратичної моделі з найбільш точними оцінками параметрів, то доцільно скористатися D-оптимальним планом.

Таблиця 2.10

Значення параметрів T в плані Бокса-Бенкена

Число факторів k	Загальна кількість точок N	Кількість нульових точок n_0	T_2	T_3	T_4	T_5	T_6
3	15	3	0,1667	0,125	0,25	0,625	0,25
4	27	3	0,5	0,0833	0,125	0,0208	0,25
5	46	6	0,5	0,0625	0,0833	0,0104	0,625

Для дво- і трифакторних експериментів застосовуються тривірневі плани (табл. 2.11, 2.13). Коефіцієнти b_0 , b_i , b_{ii} , b_{ij} рівнянь регресії розраховують за формулами. Розрахункові значення параметрів $T_1 - T_6$ наведені в табл. 2.12.

Для чотири- і п'ятифакторних експериментів більш доцільні близькі за властивостями до D-оптимальних тривірневі композиційні плани типу B_4 і B_5 , які одержують шляхом додавання до ПФЕ або до дробової репліки "зоряних" точок при $\alpha = \pm 1$. Для одержання плану Na_5 додають ще одну нульову точку (табл. 7-9 додаток).

Таблиця 2.11

Матриця тривірневого плану для $k=2$

Точки Плану u		Матриця планування		Квадрати перемінних		Взаємодія факторів x_1x_2	Вихідний параметр y_i
		x_1	x_2	x_1^2	x_2^2		
N_1	1	+1	+1	+1	+1	+1	y_1
	2	+1	-1	+1	+1	-1	y_2
	3	-1	+1	+1	+1	-1	y_3
	4	-1	-1	+1	+1	+1	y_4
N_α	5	+1	0	+1	0	0	y_5
	6	-1	0	+1	0	0	y_6
	7	0	+1	0	+1	0	y_7
	8	0	-1	0	+1	0	y_8
n_0	9	0	0	0	0	0	y_9
	10	0	0	0	0	0	y_{10}
	11	0	0	0	0	0	y_{11}

Таблиця 2.12

Розрахункові параметри T в тривірневих планах при $k=2...3$

Число факторів k	Тип плану	T ₁	T ₂	T ₃	T ₄	T ₅	T ₆
2	Двофакторний	0,2632	0,1579	0,1667	0,5	-0,1053	0,25
3	Трифакторний	0,1832	0,0704	0,1	0,5	-0,1268	0,125

Таблиця 2.13

Матриця тривірневого плану для $k=3$

Точки плану u	Матриця планування			Квадрати перемінних			Взаємодія факторів			Вихідний параметр y _i
	x ₁	x ₂	x ₃	x ₁ ²	x ₂ ²	x ₃ ²	x ₁ x ₂	x ₁ x ₃	x ₂ x ₃	
N ₁	1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	у ₁
	2	+1	+1	-1	+1	+1	+1	+1	-1	у ₂
	3	+1	-1	+1	+1	+1	+1	-1	+1	у ₃
	4	+1	-1	-1	+1	+1	+1	-1	-1	у ₄
	5	-1	+1	+1	+1	+1	+1	-1	-1	у ₅
	6	-1	+1	-1	+1	+1	+1	-1	+1	у ₆
	7	-1	-1	+1	+1	+1	+1	+1	-1	у ₇
	8	-1	-1	-1	+1	+1	+1	+1	+1	у ₈
N _α	9	+1	0	0	+1	0	0	0	0	у ₉
	10	-1	0	0	+1	0	0	0	0	у ₁₀
	11	0	+1	0	0	+1	0	0	0	у ₁₁
	12	0	-1	0	0	+1	0	0	0	у ₁₂
	13	0	0	+1	0	0	+1	0	0	у ₁₃
	14	0	0	-1	0	0	+1	0	0	у ₁₄
n ₀	15	0	0	0	0	0	0	0	0	у ₁₅
	16	0	0	0	0	0	0	0	0	у ₁₆
	17	0	0	0	0	0	0	0	0	у ₁₇

Рівняння регресії, отримані за D-оптимальними планами, забезпечують однакову точність прогнозування вихідного параметра в області, яка описується радіусом, що дорівнює 1 (рахуючи від нульової точки). Коефіцієнти рівнянь регресії такого типу також розраховують за формулами (2.40-2.43).

Розрахункові значення параметрів $T_1 - T_6$ для планів B_4 , B_5 і Ha_5 наведені в табл. 2.14.

Вибір плану залежить від характеру поставленої задачі і можливостей варіювання факторів на прийнятих рівнях. Для задач, у яких є хоча б один важкокерований фактор, тобто фактор, для якого забезпечення натурального значення на всіх рівнях варіювання викликає складність (активність цементу, нормальна густина цементного тіста тощо), рекомендується застосовувати плани з мінімальною кількістю рівнів варіювання: дво- і трифакторні на трьох рівнях, а також плани типу B_4 , B_5 і Ha_5 . При вільному варіюванні факторів (витрата добавок, тривалість твердіння тощо) можна застосовувати ротатабельні плани.

Таблиця 2.14

Розрахункові значення параметрів T для планів B_4 , B_5 , Ha_5

Кількість факторів k	Тип плану	T_1	T_2	T_3	T_4	T_5	T_6
4	B_4	0,2292	0,0625	0,0556	0,5	-0,1042	0,0625
5	B_5	0,1588	0,0332	0,0294	0,5	-0,0918	0,0312
5	Ha_5	0,138	0,0303	0,0556	0,5	-0,0909	0,0625

Загальний порядок статистичного аналізу рівнянь регресії другого і першого порядку однакові.

Оцінка значимості коефіцієнтів рівнянь регресії другого порядку проводиться так само як і лінійних (ф-ли 2.11...2.27)

Для повних квадратичних рівнянь при дублюванні дослідів за рядками матриці середньоквадратичні помилки при визначенні коефіцієнтів обчислюють за формулами:

$$S_{\{b_o\}} = T_7 S_{\{y_u\}}, \quad (2.44)$$

$$S_{\{b_i\}} = T_8 S_{\{y_u\}}, \quad (2.45)$$

$$S_{\{b_{ii}\}} = T_9 S_{\{y_u\}}, \quad (2.46)$$

$$S_{\{b_{ij}\}} = T_{10} S_{\{y_u\}}. \quad (2.47)$$

Значення $T_7 \dots T_{10}$ приймають за табл. 2.15.

Для повних квадратичних рівнянь розрахункові значення t-критерію Стьюдента t_p для коефіцієнтів b_0 , b_i і b_{ij} знаходять за формулами відповідно (2.23...2.25), а для коефіцієнтів b_{ii} – за формулою:

$$t_{p\{b_{ii}\}} = \frac{|b_{ii}|}{S_{\{b_{ii}\}}}. \quad (2.49)$$

Визначення t_p слід починати з найменших за абсолютним значенням коефіцієнтів.

Приклад 2.3. Потрібно побудувати номограму для регулювання Ц/В (x_2) бетонної суміші в залежності від її водопотреби V (x_1), витрати пластифікуючої добавки ЛСТ Д (x_4) і активності цементу $R_{ц}$ (x_3). В дослідях використовували портландцемент марок 500, 550 і 600 з мінеральними добавками.

Відповідно до поставленої задачі встановлюємо області варіювання зазначених технологічних факторів (табл. 2.16).

Для розробки номограми необхідно побудувати математичну модель залежності міцності бетону R_b , МПа, від досліджуваних факторів. Як видно з табл. 2.16 для прийнятих рівнів варіювання досліджувана залежність, мабуть, буде носити нелінійний характер. Для проведення експериментів приймаємо план V_4 .

Таблиця 2.16

Умови планування експерименту

Фактори		Рівні варіювання			Інтервал варіювання
натуральний вид	кодований вид	-1	0	+1	
V , кг/м ³	x_1	160	190	220	30
Ц/В	x_2	1,5	2,5	3,5	1
$R_{ц}$, МПа	x_3	49,4	58,75	68,1	9,35
Д, % від маси цементу (у перерахунку на суху речовину)	x_4	0	0,25	0,5	0,25

Матриця планування, результати експериментів і розрахункові параметри для обчислення коефіцієнтів рівнянь регресії приведені в табл. 2.17.

Таблиця 2.17

Матриця планування, експериментальні і розрахункові точки плану

Точки плану	Фактори				Експериментальні значення у	Розрахункові параметри для визначення коефіцієнтів при лінійних членах			
	x ₁	x ₂	x ₃	x ₄		u _{x₁}	u _{x₂}	u _{x₃}	u _{x₄}
1	+1	+1	+1	+1	78,3	+78,3	+78,3	+78,3	+78,3
2	+1	+1	+1	-1	84,1	+84,1	+84,1	+84,1	-84,1
3	+1	+1	-1	+1	60,8	+60,8	+60,8	-60,8	+60,8
4	+1	+1	-1	-1	65,3	+65,3	+65,3	-65,3	-65,3
5	+1	-1	+1	+1	32,4	+32,4	-32,4	+32,4	+32,4
6	+1	-1	+1	-1	34,6	+34,6	-34,6	+34,6	-34,6
7	+1	-1	-1	+1	22,8	+22,8	-22,8	-22,8	+22,8
8	+1	-1	-1	-1	26,1	+26,1	-26,1	-26,1	-26,1
9	-1	+1	+1	+1	86,2	-86,2	+86,2	+86,2	+86,2
10	-1	+1	+1	-1	89,9	-89,9	+89,9	+89,9	-89,9
11	-1	+1	-1	+1	66,4	-66,4	+66,4	-66,4	+66,4
12	-1	+1	-1	-1	69,7	-69,7	+69,7	-69,7	-69,7
13	-1	-1	+1	+1	33,6	-33,6	-33,6	+33,6	+33,6
14	-1	-1	+1	-1	34,3	-34,3	-34,3	+34,3	-34,3
15	-1	-1	-1	+1	23,8	-23,8	-23,8	-23,8	+23,8
16	-1	-1	-1	-1	25,8	-25,8	-25,8	-25,8	-25,8
17	+1	0	0	0	55,6	+55,6	0	0	0
18	-1	0	0	0	58,2	-58,2	0	0	0
19	0	+1	0	0	77,8	0	+77,8	0	0
20	0	-1	0	0	33,6	0	-33,6	0	0
21	0	0	+1	0	65,7	0	0	+65,7	0
22	0	0	-1	0	48	0	0	-48,0	0
23	0	0	0	+1	52,8	0	0	0	+52,8
24	0	0	0	-1	56,2	0	0	0	-56,2
Сума					1282	-27,9	+411,5	+130,4	-28,9
Коефіцієнти					b ₀ =57,3	b ₁ =-1,6	b ₂ =22,9	b ₃ =7,2	b ₄ =-1,6

1. Визначаємо коефіцієнти рівнянь регресії:

а) Вільний член b_0 обчислюємо за формулою (2.34):

$$b_0 = 0,2292 \cdot 1282 - 0,0625 (947,9 + 945,5 + 947,8 + 943,1) = 57,28,$$

де 0,2292 і 0,0625 – коефіцієнти з табл. 2.14; 1282; 947,9; 945,5; 947,8 і 943,1 – суми з табл. 2.17;

б) Коефіцієнти для лінійних членів обчислюємо за формулою (2.35)

$$b_3 = 0,0556 \cdot 130,4 = 7,24,$$

де 130,4 – сума з табл. 2.17; 0,0556 – коефіцієнт із табл.2.14.

Аналогічно знаходимо значення коефіцієнтів b_1 , b_2 , b_4 ;

в) Коефіцієнти для квадратичних членів обчислюємо за формулою (2.36)

$$b_{22} = 0,5 \cdot 945,5 - 0,1042(947,9 + 945,5 + 947,8 + 943) - 0,0625 \cdot 1282 = -1,66,$$

де 945,5; 947,8; 947,9 і 943,1 – суми з табл. 2.18; 0,5; 0,1042 і 0,0625 – коефіцієнти з табл. 2.14.

Аналогічно знаходимо значення коефіцієнтів b_{11} , b_{33} , b_{44} ;

г) Коефіцієнти при взаємодіях обчислюємо за формулою (2.38):

$$b_{12} = 0,0625(-22,1) = -1,38,$$

де (-22,1) – сума з табл. 2.18; 0,0625 – коефіцієнт із табл. 2.14.

Так само визначаємо коефіцієнти b_{13} , b_{14} , b_{23} , b_{24} , b_{34} (табл. 2.18).

Для перевірки значимості коефіцієнтів і наступного визначення адекватності рівняння необхідно знайти дисперсію відтворюваності. З цією метою додатково виконуємо 4 досліди (табл. 2.19), фіксуєючи фактори на основному рівні.

Таблиця 2.18

Розрахункові параметри для визначення
коефіцієнтів рівняння регресії

Точки плану u	Розрахункові параметри для визначення коефіцієнтів при квадратичних членах				взаємодіях					
	ux_1^2	ux_2^2	ux_3^2	ux_4^2	ux_1x_2	ux_1x_3	ux_1x_4	ux_2x_3	ux_2x_4	ux_3x_4
1	78,3	78,3	78,3	78,3	+78,3	+78,3	+78,3	+78,3	+78,3	+78,3
2	84,1	84,1	84,1	84,1	+84,1	+84,1	-84,1	+84,1	-84,1	-84,1
3	60,8	60,8	60,8	60,8	+60,8	-60,8	+60,8	-60,8	+60,8	-0,8
4	65,3	65,3	65,3	65,3	+65,3	-65,3	-65,3	-65,3	-65,3	+65,3
5	32,4	32,4	32,4	32,4	-32,4	+32,4	+32,4	-32,4	-32,4	+32,4
6	34,6	34,6	34,6	34,6	-34,6	+34,6	-34,6	-34,6	+34,6	-34,6
7	22,8	22,8	22,8	22,8	-22,8	-22,8	+22,8	+22,8	-22,8	-22,8
8	26,1	26,1	26,1	26,1	-26,1	-26,1	-26,1	+26,1	+26,1	+26,1
9	86,2	86,2	86,2	86,2	-86,2	-86,2	-86,2	+86,2	+86,2	+86,2
10	89,9	89,9	89,9	89,9	-89,9	-89,9	+89,9	+89,9	-89,9	-89,9
II	66,4	66,4	66,4	66,4	-66,4	+66,4	-66,4	-66,4	+66,4	-66,4
12	69,7	69,7	69,7	69,7	-69,7	+69,7	+69,7	-69,7	-69,7	+69,7
13	33,6	33,6	33,6	33,6	+33,6	-33,6	+33,6	-33,6	-33,6	+33,6
14	34,3	34,3	34,3	34,3	+34,3	-34,3	+34,3	-34,3	+34,3	-34,3
15	23,8	23,8	23,8	23,8	+23,8	+23,8	-23,8	+23,8	-23,8	-23,8
16	25,8	25,8	25,8	25,8	+25,8	+25,8	+25,8	+25,8	+25,8	+25,8
17	55,6	0	0	0	0	0	0	0	0	0
18	58,2	0	0	0	0	0	0	0	0	0
19	0	77,8	0	0	0	0	0	0	0	0
20	0	33,6	0	0	0	0	0	0	0	0
21	0	0	65,7	0	0	0	0	0	0	0
22	0	0	48	0	0	0	0	0	0	0
23	0	0	0	52,8	0	0	0	0	0	0
24	0	0	0	56,2	0	0	0	0	0	0
Сума	947,9	945,5	947,8	943,1	-22,1	-3,9	-6,1	+39,9	-9,1	+0,7
Коефі- цієнти	$b_{11} =$ -0,4	$b_{22} =$ -1,6	$b_{33} =$ -0,4	$b_{44} =$ -2,8	$b_{12} =$ -1,4	$b_{13} =$ -0,3	$b_{14} =$ -0,4	$b_{23} =$ 2,5	$b_{24} =$ -0,6	$b_{34} =$ -0,04

2. Перевіряємо значимість коефіцієнтів рівнянь регресії.

а) Середнє арифметичне значення міцності в МПа в нульовій точці знаходимо за формулою (2.17):

$$\bar{y}_0 = \frac{56,1 + 56,45 + 58,1 + 58,35}{4} = \frac{229}{4} = 57,25.$$

Таблиця 2.19

Результати експериментів і розрахунків у нульових точках

Точки плану	Фактори				\hat{y}_{ou}	\bar{y}_0	$\hat{y}_{ou} - \bar{y}_0$	$(\hat{y}_{ou} - \bar{y}_0)^2$
	x_1	x_2	x_3	x_4				
1	0	0	0	0	56,1	57,25	-1,14	1,31
2	0	0	0	0	56,45		-0,8	0,64
3	0	0	0	0	58,1		0,85	0,72
4	0	0	0	0	58,35		1,1	1,21
Сума					229			3,9

б) Для перевірки значимості коефіцієнтів і наступного визначення адекватності рівняння необхідно знайти дисперсію відтворюваності. Дисперсію відтворюваності $S_{\{\bar{y}_0\}}^2$ в нульовій точці розраховуємо за формулою (2.19):

$$S_{\{\bar{y}_0\}}^2 = \frac{(57,25 - 56,10)^2 - (57,25 - 56,45)^2 + (57,25 - 58,1)^2 + (57,25 - 58,35)^2}{(4 - 1)} = \frac{3,9}{3} = 1,3$$

в) Середньоквадратичне відхилення $S_{\{\bar{y}_0\}}$ знаходимо за формулою (2.21):

$$S_{\{\bar{y}_0\}} = \sqrt{1,3} = 1,14.$$

г) Середньоквадратична помилка $S_{\{b\}}$ при визначенні коефіцієнтів регресії за формулами (2.44...2.47) складе:

$$S_{\{b_0\}} = 0,4787 \cdot 1,14 = 0,55$$

$$S_{\{b_1\}} = 0,2357 \cdot 1,14 = 0,27$$

$$S_{\{b_2\}} = 0,6212 \cdot 1,14 = 0,71$$

$$S_{\{b_j\}} = 0,25 \cdot 1,14 = 0,29$$

де 0,4787; 0,2357; 0,6212 і 0,25 – приймаємо за табл. 2.15.

д) Знаходимо t - критерій Стьюдента.

Табличне значення t_T – (табл. 1 (додатки)) при $\alpha=0,05$ і $f_{\bar{y}_0} = 4 - 1 = 3$ дорівнює $t_T=3,18$.

Розрахункові значення t_p визначаємо за формулами (2.23...2.25, 2.48), починаючи з найменших за абсолютним значенням коефіцієнтів рівнянь регресії:

$$\begin{aligned} t_1 &= \frac{1,6}{0,27} = 5,92; & t_{13} &= \frac{0,3}{0,29} = 1,03; \\ t_{11} &= \frac{0,4}{0,71} = 0,56; & t_{14} &= \frac{0,4}{0,29} = 1,38; \\ t_{22} &= \frac{1,6}{0,71} = 2,25; & t_{24} &= \frac{0,6}{0,29} = 2,07; \\ t_{44} &= \frac{2,8}{0,71} = 3,94; & t_{12} &= \frac{1,4}{0,29} = 4,83; \end{aligned}$$

Оскільки t_{13} , t_{14} , t_{14} і $t_{34} < t$, то коефіцієнти b_{13} , b_{14} , b_{24} і b_{34} незначимі (у табл. 2.18 вони підкреслені). Квадратичні коефіцієнти b_{11} , b_{22} , b_{33} також незначимі, однак їх не слід видаляти з моделі, тому що всі квадратичні коефіцієнти зв'язані не тільки між собою, але і з вільним членом.

Рівняння регресії міцності бетону має вигляд

$$\hat{y} = 57,3 - 1,6x_1 + 22,9x_2 + 7,2x_3 - 1,6x_4 - 0,4x_1^2 - 1,6x_2^2 - 0,4x_3^2 - 2,8x_4^2 - 1,4x_1x_2 + 2,5x_2x_3. \quad (2.50)$$

3. Визначаємо адекватність рівняння регресії.

а) Знаходимо залишкову суму квадратів відхилень, попередньо обчисливши них для кожного рядка матриці. Для цього визначаємо розрахункове значення \hat{y} за формулою (2.49) за рядками матриці.

Так, наприклад, для першого рядка отримаємо:

$$\hat{y} = 57,3 - 1,6(+1) + 22,9(+1) + 7,2(+1) - 1,6(+1) - 0,4(+1)^2 - 1,6(+1)^2 - 0,4(+1)^2 - 2,8(+1)^2 - 1,4(+1)(+1) + 2,5(+1)(+1) = 80,1.$$

Аналогічно проводимо обчислення для всіх рядків матриці. Результати розрахунків наведені в табл. 2.20.

б) Визначаємо дисперсію адекватності S_{aq}^2 за формулою (2.20):

$$S_{aq}^2 = \frac{21,9}{24 - 11} = 1,68.$$

де 21,9 – сума з табл. 2.20; 24 – кількість дослідів ($N_1 + N_0$); 11 – кількість значимих коефіцієнтів у рівнянні регресії (2.49).

в) Знаходимо значення F – критерію Фішера: розрахункове F_p визначаємо за формулою (2.28); для даного прикладу

$$F_p = \frac{1,68}{1,3} = 1,3.$$

де 1,3 – дисперсія відтворюваності $S_{\{\bar{y}_o\}}^2$ (див. п.2 б);

1,68 – дисперсія адекватності S_{aq}^2 (див. п.3 б);

Табличне F_T знаходимо по табл. 3 (додаток). При довірчій імовірності 95%, $f_{y_o} = 4 - 1 = 3$ і $f_{ag} = 24 - 11 = 13$, $F_T = 8,7$
($S_{\{\bar{y}_o\}}^2 < S_{aq}^2$).

Оскільки $F_p < F_T$, наведене рівняння регресії є адекватним і його можна вважати математичною моделлю міцності бетону для даної області зміни досліджуваних факторів.

2.4. Аналіз рівнянь регресії й пошук оптимальних значень

Найбільше легко піддаються аналізу лінійні моделі. Знак при коефіцієнті показує характер впливу відповідного фактору: знак "+" свідчить про те, що зі збільшенням значення фактора величина відповідного вихідного параметра збільшується, а знак "-" – про те, що вона спадає. Чим більше значення коефіцієнта, тим сильніший вплив фактора. Якщо необхідно отримати максимальне значення вихідного параметра, значення всіх факторів, коефіцієнти b_i яких мають знак "+" слід приймати

максимальними, а значення факторів, коефіцієнти b_i яких мають знак "-" – мінімальними. Абсолютні значення коефіцієнтів рівнянь регресії збільшують зі збільшенням інтервалів варіювання.

У неповних квадратичних рівняннях регресії знак перед коефіцієнтом лінійного члена відповідає напрямку зміни вихідного параметра за умови, що інші фактори прийняті на основному рівні. Знак "+" перед коефіцієнтом взаємодії свідчить про те, що збільшення вихідного параметра можливе тільки, якщо взаємодіючі фактори перебувають одночасно на верхньому або нижньому рівні, а знак "-" – про те, що один фактор є бажаним на верхньому, а інший – на нижньому рівні.

У квадратичних рівняннях, прийнявши значення всіх факторів (за винятком одного) на основному рівні, рівняння регресії можна перетворити в параболу наступного виду:

$$\hat{y} = b_0 + b_1 x_1 + (b_{11} x_1)^2 \quad (2.50)$$

з екстремумом (максимумом або мінімумом) у точці $x_{\text{ext}} = b_{12} b_{11}$. Абсолютне значення коефіцієнта b_i відповідає швидкості зміни досліджуваного фактора x_i .

Двофакторна квадратична (повна) модель

$$\hat{y} = b_0 + b_1 x_1 + b_2 x_2 + b_{11} x_1^2 + b_{22} x_2^2 + b_{12} x_1 x_2 \quad (2.51)$$

залежно від значення коефіцієнтів b_i , b_{ii} , b_{ij} являє собою одну з поверхонь другого порядку – площина, параболічний циліндр, еліптичний або гіперболічний параболоїд.

Проекція поверхні \hat{y} на площину фактор x_1 і x_2 являє собою лінії рівного виходу (ізолінії), у всіх точках яких вихід \hat{y} має постійне значення, не залежне від координат x_1 і x_2 .

Для побудови ізоліній двовимірних моделей (або перерізів багатомірних моделей) на факторній площині $\{x_1, x_2\}$ можна використати наступний прийом:

– вибираються кілька перерізів факторного простору (звичайно досить шести перерізів при x_j ($j=1,2$)), що послідовно прирівнюються до ± 1 або 0;

– розраховується (після підстановки одного $x_j=0$, ± 1 і зведення подібних) рівняння кожного перерізу у вигляді:

$$\hat{y} = b_0 + b_i x_i + b_{ii} x_i^2. \quad (2.52)$$

В.А. Вознесенський сформулював і методично розробив 10 типів задач, що можуть бути розв'язані індивідуально чи спільно на основі однієї поліноміальної моделі і дозволяють визначити :

1. Значення вихідного параметра (\hat{y}) для розташованої всередині області вивченого факторного простору точки з координатами, які відрізняються від точок плану експерименту (інтерполяційна задача) ;
2. Значення \hat{y} для точки, розташованої поза областю вивченого факторного простору (екстраполяційна задача);
3. Геометричну фігуру (поверхню відгуку), що описується моделлю (аналітико-геометрична задача);
4. Мінімально можливе значення \hat{y} в зоні експерименту (мінімізація виходу \hat{y});
5. Максимально можливе значення \hat{y} в зоні експерименту (максимізація виходу \hat{y});
6. Можливі співвідношення між значеннями факторів у зоні експерименту для необхідного рівня \hat{y} (управління при фіксованому \hat{y});
7. Мінімальні значення факторів, що характеризують витрату ресурсів при заданому рівні якості об'єкта (мінімізація ресурсів x_i при фіксованому \hat{y});
8. Дані для побудови регулювальних діаграм для \hat{y} при двох змінних і одному фіксованому факторах (управління \hat{y} при двох змінних факторах);
9. Дані для побудови однофакторних моделей, що описують вплив кожного фактору на \hat{y} (управління \hat{y} при одному змінному факторі);
10. Ефект впливу кожного фактору на величину \hat{y} (оцінка ролі факторів x_i).

Приклад 2.6. Розв'язати основні типи задач, що виникають в процесі аналізу поліноміальної моделі.

Дано:

– рівняння регресії міцності бетону:

$$\hat{y} = 57,3 - 1,6x_1 + 22,9x_2 + 7,2x_3 - 1,6x_4 - 0,4x_1^2 - 1,6x_2^2 - 0,4x_3^2 - 2,8x_4^2 - 1,4x_1x_2 + 2,5x_2x_3. \quad (2.53)$$

Умови планування наведені в табл. 2.20.

Таблиця 2.20

Фактори		Рівні варіювання			Інтервал варіювання
натуральний вигляд	кодований вигляд	-1	0	+1	
В, кг/м ³	x ₁	160	190	220	30
Ц/В	x ₂	1,5	2,5	3,5	1
R _ц , МПа	x ₃	49,4	58,75	68,1	9,35
Д, % від маси цементу (у перерахунку на суху речовину)	x ₄	0	0,25	0,5	0,25

1. Інтерполяційна задача. Розв'язання інтерполяційних задач дозволяє знайти значення вихідного параметра в межах області варіювання факторів від +1 до -1. Підставляючи в отримане рівняння регресії кодовані значення кожного фактора (наприклад, 0,25; 0,5; 0,75; -0,3; -0,6; -0,75) одержуємо значення вихідного параметра при будь-яких проміжних поєднаннях факторів.

Приклад. Розрахуємо значення вихідного параметра при зміні фактора x₂ – цементно-водного відношення (табл. 2.21). Інші фактори прийняті на нульовому рівні: В=190 кг/м³, R_ц=58,75 МПа, Д=0,25%.

Рівняння регресії (2.53) прийме вигляд:

$$\hat{y} = 57,3 + 22,9x_2 - 1,6x_2^2 \quad (2.54)$$

Таблиця 2.21

Результати інтерполяції за рівнянням (2.54)

Ц/В (кодований вигляд)	-0,8	-0,6	-0,5	-0,4	-0,2	0,2	0,4	0,5	0,6	0,8
Ц/В (натуральний вигляд)	1,7	1,9	2,0	2,1	2,3	2,7	2,9	3,0	3,1	3,3
R, МПа	38,0	43,0	45,5	47,9	52,7	61,8	66,2	68,4	70,5	74,6

2. Екстраполяційна задача. Розв'язання екстраполяційних задач дозволяє прогнозувати значення вихідного параметра за межами області варіювання факторів, наприклад, при $x_j=1,1; 1,2; 1,3$. Однак необхідно мати на увазі, що екстраполяція пов'язана з певними помилками в передбаченні, і ці помилки більш помітніші, ніж далі вихід за межі області варіювання. Екстраполяція можлива, якщо в дослідника немає сумнівів, що за межами області варіювання факторів характер функції залишається без змін.

Приклад. За тих самих умов. Розв'язок екстраполяційної задачі за рівнянням (2.53) наведений у табл. 2.22.

Таблиця 2.22

Результати екстраполяції за рівнянням (2.54)

Ц/В (кодований вигляд)	-1,3	-1,2	-1,1	1,1	1,2	1,3
Ц/В (натуральний вигляд)	1,2	1,3	1,4	3,6	3,7	3,8
R, МПа	24,8	27,5	30,2	80,6	82,5	84,4

3. Аналітико-геометрична задача. Розв'язання аналітико-геометричних задач дозволяє на основі рівнянь регресії побудувати графіки і номограми для визначення вихідного параметра в межах області варіювання факторів, що, у свою

чергу, дозволяє оперативно встановити значення вихідного параметра при зміні кожного фактору.

Приклад. Поверхня відгуку міцності залежно від факторів Ц/В (x_2) і $R_{ц}$ (x_3) наведена на рис. 2.2. Інші фактори прийняті на нульовому рівні: $V=190 \text{ кг/м}^3$, $D=0,25\%$. Рівняння регресії (2.53) набуде вигляду:

$$\hat{y} = 57,3 + 22,9x_2 + 7,2x_3 - 1,6x_2^2 - 0,4x_3^2 + 2,5x_2x_3. \quad (2.55)$$

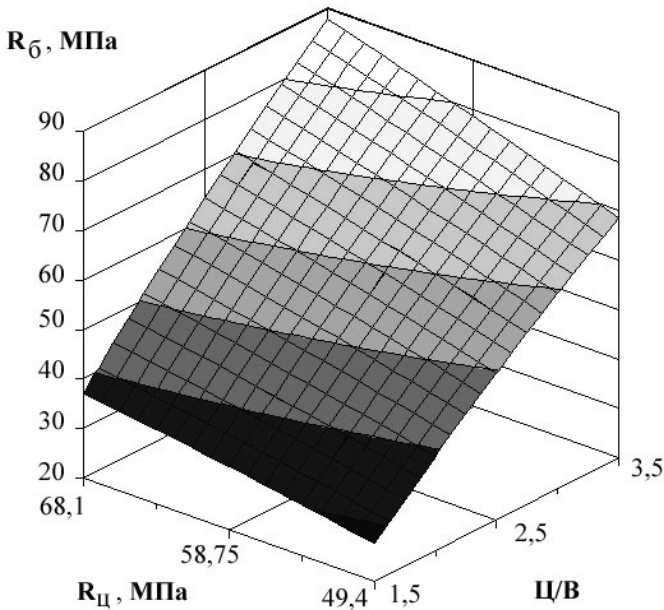


Рис. 2.2. Поверхня відгуку міцності, побудована за рівнянням (2.55)

4. Оптимізаційні задачі полягають в знаходженні такого поєднання факторів, яке забезпечує максимальне (мінімальне) значення вихідного параметра – критерію ефективності при заданих обмеженнях. У цьому випадку екстремум знаходять шляхом диференціювання рівняння послідовно за x_1, x_2, \dots, x_j . Отримана система лінійних рівнянь прирівнюється до нуля. Шляхом її розв'язання знаходять значення x_j , що забезпечують екстремальне значення \hat{y} . Підставляючи знайдені значення x_j у

вихідне рівняння, визначають екстремальне значення вихідного параметра. Наприклад, для визначення поєднання факторів, що забезпечують екстремальне значення \hat{y} , рівняння регресії диференціюємо по черзі по x_1, x_2, x_3 ,

$$\hat{y} = b_0 + b_1x_1 + b_2x_2 + b_3x_3 + b_{11}x_1^2 + b_{22}x_2^2 + b_{33}x_3^2 + b_{12}x_1x_2 + b_{13}x_1x_3 + b_{23}x_2x_3 \quad (2.56)$$

Отримуємо:

$$\frac{dy}{dx_1} = b_1 + 2b_{11}x_1 + b_{12}x_2 + b_{13}x_3 = 0 \quad (2.57)$$

$$\frac{dy}{dx_2} = b_2 + 2b_{22}x_2 + b_{12}x_1 + b_{23}x_3 = 0 \quad (2.58)$$

$$\frac{dy}{dx_3} = b_3 + 2b_{33}x_3 + b_{13}x_1 + b_{23}x_2 = 0 \quad (2.59)$$

Шляхом відповідних перетворень із рівнянь (2.57-2.61) отримуємо систему трьох лінійних рівнянь, які можна вирішити способом підстановки або іншими методами.

Приклад. Визначити мінімально й максимально можливі значення міцності бетону за рівнянням (2.53).

Знаходимо, диференціюючи рівняння регресії (2.53) і прирівнюючи часткові похідні до нуля, а також аналізуючи значення вихідного параметру на межі області варіювання факторів.

$$\begin{aligned} \frac{d\hat{y}}{dx_1} &= -1,6 - 0,8x_1 - 1,4x_2 = 0 \\ \frac{d\hat{y}}{dx_2} &= 22,9 - 3,2x_2 - 1,4x_1 + 2,5x_3 = 0 \\ \frac{d\hat{y}}{dx_3} &= 7,2 - 0,8x_3 + 2,5x_2 = 0 \\ \frac{d\hat{y}}{dx_4} &= -1,6 - 5,6x_4 = 0 \end{aligned} \quad (2.60)$$

Розв'язавши отриману систему (2.60), наприклад, методом Гауса, отримаємо $x_1=9,94$, $x_2=-6,82$, $x_3=-12,33$, $x_4=-0,29$, тобто точка екстремуму лежить за межами області варіювання. Тому

доцільно визначити значення функції на границі області варіювання.

Нескладний аналіз рівняння регресії (2.53) дозволяє зробити висновок про те, що його максимум буде досягтися при $x_1=-1$, $x_2=x_3=1$, x_4 – близько до 0, а мінімум – при $x_1=x_4=1$, $x_2=x_3=-1$. Розрахуємо значення міцності бетону в деяких характерних точках (у загальному випадку потрібен перебір всіх значень на межі області) (табл. 2.23).

Таблиця 2.23
Результати розрахунку значень міцності бетону
у характерних точках

Фактори (кодований вигляд)				Міцність бетону (\hat{y}), МПа
x_1	x_2	x_3	x_4	
-1	1	1	1	86,1
-1	1	1	0	90,5
-1	1	1	-0,29	90,7
-1	1	1	1	86,1
1	-1	-1	-1	25,9
1	-1	-1	0	27,1
1	-1	-1	1	22,7

Таким чином, найбільше значення міцності, що становить 90,7 МПа, досягається при $x_1=-1$, $x_2=x_3=1$, $x_4=0,29$, а найменше (22,7 МПа) – при $x_1=x_4=1$, $x_2=x_3=-1$.

5. Задачі управління вихідним параметром. Задачі управління полягають у визначенні такого поєднання факторів, що забезпечує задані показники вихідних параметрів. Для цього з отриманого рівняння регресії (наприклад, міцності бетону) вибирають найбільш значимий фактор (звичайно Ц/В).

Розв'язуючи рівняння регресії щодо цього фактора, визначають необхідне його значення, яке забезпечує при зміні інших прийнятих факторів значення вихідного параметра.

Управління при фіксованому \hat{y} виконується шляхом побудови ізоліній (для двох незалежних факторів x_i) або номограм – для всіх факторів.

Приклад. Для побудови ізоліній від факторів x_2 і x_3 у рівнянні (2.53) задамо $x_1=x_4=0$, отримаємо рівняння

$$\hat{y} = 57,3 + 22,9x_2 + 7,2x_3 - 1,6x_2^2 - 0,4x_3^2 + 2,5x_2x_3. \quad (2.61)$$

Задаючись можливими значеннями \hat{y} і приводячи рівняння до вигляду $x_3=f(x_2)$, побудуємо шукані ізолінії.

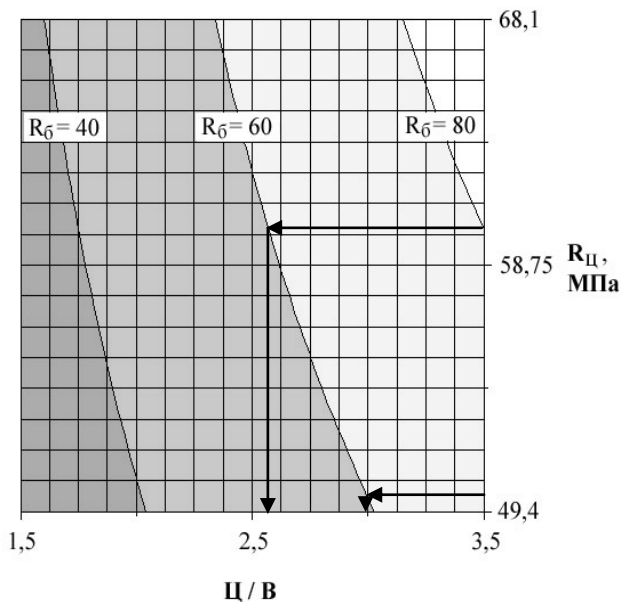


Рис. 2.3. Ізолінії міцності за моделлю (2.62)

З рис. 2.3 випливає, що для досягнення міцності бетону 60 МПа на цементі марки М500 ($R_c=50$ МПа) слід прийняти $\text{Ц/В}=3,0$, а на цементі марки М600 – $\text{Ц/В}=2,58$ при інших однакових факторах ($B=190 \text{ кг/м}^3$, $D=0,25\%$).

Використання номограми розглянуто нижче.

6. Задачі мінімізації полягають у визначенні такого співвідношення прийнятих факторів, яке дозволяє одержати задані значення вихідних параметрів при мінімальному значенні одного з факторів, наприклад, витрати цементу Ц.

Приклад. В даній моделі (2.53) основним ресурсом, що визначає вартість бетону, є витрата цементу, що прямо пропорційна Ц/В. Тому мінімальне Ц/В буде відповідати мінімальній витраті ресурсів. Наприклад, для бетону міцністю 40 МПа мінімальна витрата цементу досягається при Ц/В=1,6. При цьому $R_d=68,1$ МПа, $V=190$ кг/м³, $D=0,25\%$.

7. Наочне уявлення про геометричний образ досліджуваної функції відгуку можна отримати побудовою відповідної геометричної поверхні у дво- або тривимірному просторі. Із цією метою рівняння другого порядку перетвориться в типову канонічну форму.

Процес приведення моделі другого порядку до канонічної форми розбивається на два етапи: 1) поворот координатних осей і сполучення їх з напрямками власних векторів (нові координатні осі називають канонічними); 2) перенесення початку координат в особливу точку.

Перший етап дозволяє виключити з рівняння взаємодії, другий - звести до мінімуму число лінійних членів. Такі перетворення широко описані в настановах з аналітичної геометрії.

Поверхні другого порядку, приведені до канонічного виду, можна класифікувати залежно від математичної структури рівняння.

8. Компромісні задачі. При розв'язанні екстремальних задач, що ставляться до вивчення технології і властивостей бетону, у більшості випадків виникає необхідність в одночасному розгляді декількох параметрів оптимізації. У цих умовах вирішують компромісні задачі: ведеться пошук компромісу між декількома параметрами оптимізації, так як на умовний екстремум для однієї поверхні відгуку накладають обмеження однією або декількома іншими поверхнями відгуку.

У процесі оптимізації складів бетону звичайно необхідно вирішувати екстремальні задачі з урахуванням одночасно декількох критеріїв оптимізації (механічні, деформаційні, спеціальні властивості матеріалу). Дуже часто при пошуку умовного екстремуму поверхні відгуку потрібне врахування обмежень економічного характеру.

У даний час при розв'язанні компромісних екстремальних задач застосовують графічний або аналітичний спосіб.

Графічний спосіб розв'язання компромісних задач заснований на тому, що розглядають суміщені двомірні перерізи поверхонь відгуку і візуально вибирають відповідні умовні екстремуми.

При аналітичному способі розв'язання компромісних задач можна використати метод невизначених множників Лагранжа. Метод заснований на застосуванні невизначених множників для пошуку екстремальних значень функцій, підпорядкованих зв'язками, які накладаються деякими співвідношеннями. При цьому для двох критеріїв оптимізації вирішується система рівнянь за допомогою відомих комп'ютерних програм. Недолік методу невизначених множників Лагранжа полягає в тім, що він ефективний тільки при спільному розгляді двох критеріїв оптимізації і є досить складним.

9. Ефект впливу окремих факторів. Для графічної інтерпретації впливу окремих факторів і оцінки ступеня їх впливу побудуємо однофакторні моделі і графіки, визначимо ступінь впливу кожного з факторів (табл. 2.24, рис. 2.4).

Таблиця 2.24

Результати розрахунку часткових рівнянь і екстремальних значень за рівнянням (2.53)

Досліджуваний фактор		Однофакторна модель*	Значення \hat{y} , МПа		$\Delta\hat{y}$
Натуральний вид	Кодовий вид		мінімальне	максимальне	
В, кг/м ³	x_1	$\hat{y} = 57,3 - 1,6x_1 - 0,4x_1^2$	55,3	58,5	3,2
Ц/В	x_2	$\hat{y} = 57,3 + 22,9x_2 - 1,6x_2^2$	32,8	78,6	45,8
R _ц , МПа	x_3	$\hat{y} = 57,3 + 7,2x_3 - 0,4x_3^2$	49,7	64,1	14,4
Д, % від маси цементу	x_4	$\hat{y} = 57,3 - 1,6x_4 - 2,8x_4^2$	52,9	57,5	5,4

* – інші фактори прийняті на нульовому рівні

Аналіз отриманих даних показує, що за ступенем значимості фактори можна розташувати в ряд $x_2 > x_3 > x_4 > x_1$.

При цьому збільшення факторів x_2 і x_3 призводить до зростання \hat{y} , а фактора x_1 – до зменшення \hat{y} . Збільшення фактору x_4 у межах від 0 до 0,18% призводить до росту міцності, подальше збільшення x_4 – до зменшення міцності за інших рівних умов.

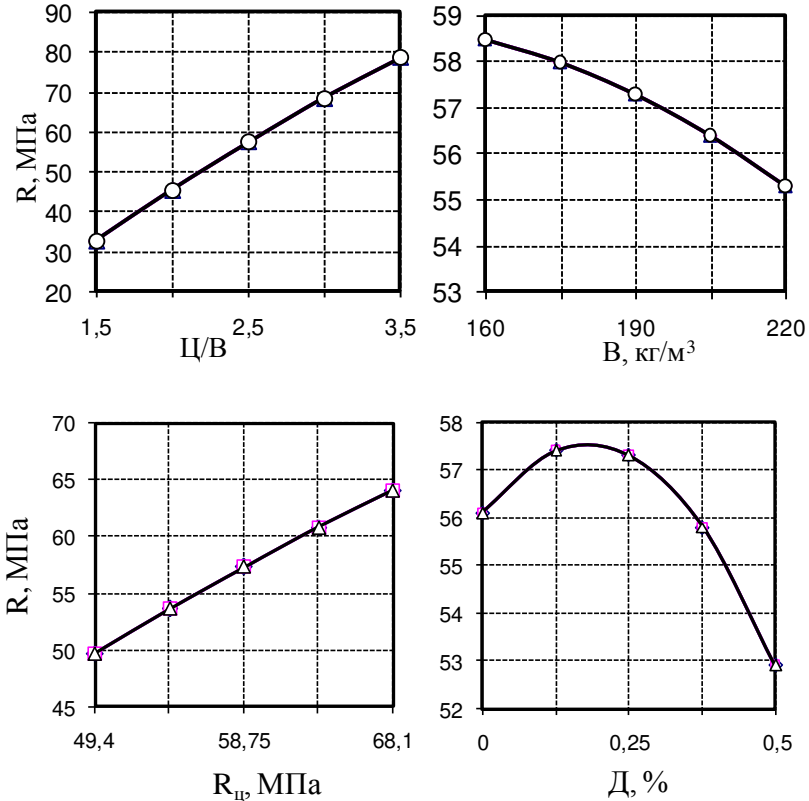


Рис. 2.4. Приклади побудови однофакторних залежностей за моделлю (2.54)

Нижче наведені деякі приклади оптимізації складів бетону з використанням поліноміальних математичних моделей.

Приклад 2.7. Запроектувати оптимальні склади бетону класів В20-В30 при легкоукладальності суміші в діапазоні 30...90 с на портландцементі марок 400 і 500. Щебінь фракції 5...20 мм, кварцовий пісок із $M_{кр}=2,04$.

Для побудови моделей жорсткості суміші і міцності бетону при стиску використали план експерименту типу В₄ (табл. 2.25)

Таблиця 2.25

Фактор		Рівні варіювання			Інтервал варіювання
натуральний	кодова ний	-1	0	+1	
Витрата води, кг/м ³	x ₁	155	165	175	10
Витрата цементу, кг/м ³	x ₂	270	340	410	70
Частка піску в суміші заповнювачів	x ₃	0,35	0,40	0,45	0,05
Активність цементу, МПа	x ₄	37,0	45,0	53,0	8,0

Після реалізації дослідів, обробки експериментальних даних методами статистичного аналізу отримали математичні моделі жорсткості бетонної суміші (\hat{y}_1) і міцності бетону (\hat{y}_2) при стиску адекватні з 95% довірчою ймовірністю:

$$\hat{y}_1 = 40,3 - 29,9x_1 + 11,7x_2 + 14,2x_3 - 9,4x_1x_3 + 8,8x_2x_3 + 8,5x_1^2 + 3,0x_2^2 + 15,4x_3^2; \quad (2.62)$$

$$\hat{y}_2 = 30,90 - 1,76x_1 + 5,01x_2 - 1,44x_3 + 2,19x_4 + 0,95x_1x_2 - 0,88x_2x_3 + 0,97x_2x_4 - 0,92x_2^2 - 1,47x_3^2. \quad (2.63)$$

Диференціюємо модель жорсткості \hat{y}_1 по x_3

$$x_3 = \frac{9,4x_1 - 8,8x_2 - 14,2}{30,8}. \quad (2.64)$$

Спільним розв'язанням рівнянь (2.62-2.64) знаходимо суміші з мінімальними витратами води і цементу при оптимальних частках піску в суміші заповнювачів, які

забезпечують необхідні легкоукладальність бетонної суміші і міцність бетону.

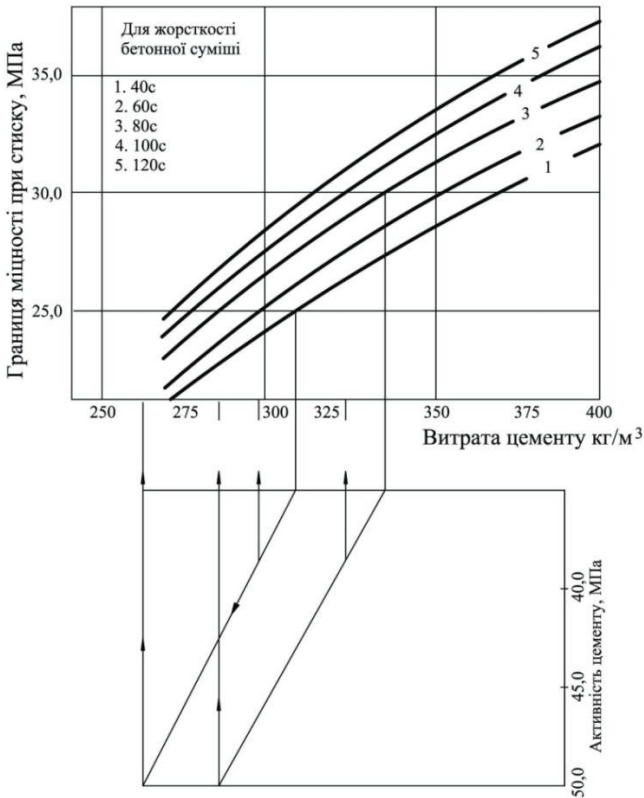


Рис. 2.5. Номограма витрати цементу в залежності від R_6 , і $R_{ц}$.
Примітка: Жорсткість бетонної суміші за технічним віскозиметром

На основі розв'язання моделей були отримані номограми, які дозволяють призначати оптимальні склади бетону відповідно до заданих умов. Наприклад, потрібно визначити склад, що забезпечує $R_6=30$ МПа при $Ж=80$ с і $R_{ц}=40$ МПа. З рис. 2.5 знаходимо, що необхідна витрата цементу повинна становити 328 кг/м^3 , а води – 152 кг/м^3 , $r=0,36$ (рис. 2.6).

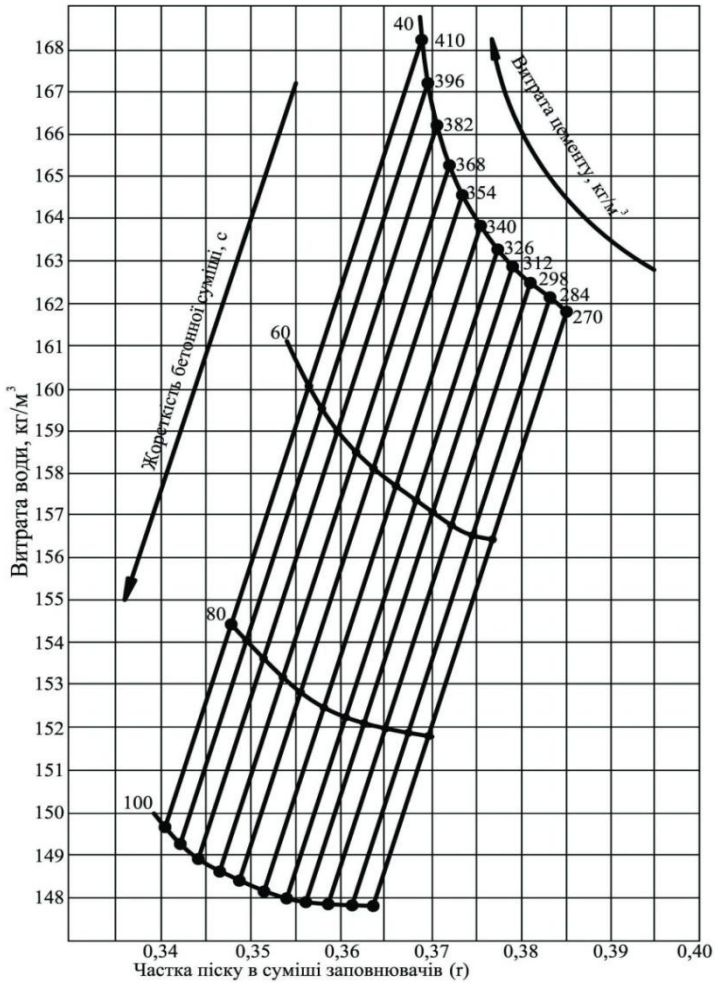


Рис. 2.6. Номограма визначення витрати і частки піску в суміші заповнювачів

За методом абсолютних об'ємів визначаємо витрати піску і щебеню.

2.5. Вправи

1. Розрахувати із застосуванням результатів повнофакторного експерименту експериментально-статистичні моделі міцності бетону після теплової обробки (y_1) та у 28 діб (y_2), які враховують вплив цементно-водного відношення (x_1), активності цементу $R_{ц}$ (x_2) та тривалості теплової обробки τ . Останню враховуємо через $\lg\tau(x_3)$. Умови планування та результати експериментів наведені в табл.2.26, 2.27.

Таблиця 2.26

Умови планування експериментів

Фактори		Рівні варіювання			Інтервал варіювання
натуральні	кодовані	-1	0	+1	
Ц/В	x_1	2,4	2,8	3,2	0,4
$R_{ц}$	x_2	57	62,5	68	5,5
$\lg\tau$	x_3	$\lg 9 = 0,954$	$\lg 12 = 1,079$	$\lg 16 = 1,204$	0,125

Таблиця 2.27

Матриця планування та експериментальні значення міцності бетону

Точки плану	Фактори			Середні значення міцності бетону, МПа	
	x_1	x_2	x_3	y_1	y_2
1	+1	+1	+1	59	76,5
2	+1	+1	-1	48,5	70
3	+1	-1	+1	50	67,5
4	+1	-1	-1	41,5	61
5	-1	+1	+1	41	55
6	-1	+1	-1	35	49,5
7	-1	-1	+1	36	50,5
8	-1	-1	-1	31	44,5

Для перевірки значимості коефіцієнтів рівнянь регресії використати значення міцності бетону, отримане за трьома додатково проведеними дослідями:

y_1 : 43,6; 42,5; 42,9 МПа; y_2 : 59,8; 60,2; 59,3 МПа.

Розташувати досліджені фактори за їх впливом на величину міцності бетону. Побудувати графіки впливу Ц/В, $R_{ц}$, τ на міцність бетону та поверхні відгуку отриманих моделей міцності.

2. Розрахувати експериментально-статистичну модель водопотреби золоцементних бетонних сумішей з добавкою поліфункціонального модифікатора (ПФМ), що включає суперпластифікатор С-3 і полівінілацетатну дисперсію. Умови планування експериментів, матриця планування (план В₄) та результати дослідів приведені в табл.2.28 та 2.29.

За допомогою отриманої моделі виконати інтерполяційні та екстраполяційні розрахунки водопотреби бетонної суміші при зміні факторів як в межах, так і поза межами області їх варіювання.

Таблиця 2.28

Умови планування експериментів

№ з/п	Фактори	Кодоване позначення	Рівні варіювання		
			-1	0	+1
1	Вміст ПФМ, % маси цементу	X_1	0	1.5	3
2	Частка С-3 у складі ПФМ, %	X_2	0	0.5	1.0
3	Водоцементне відношення (В/Ц)	X_3	0.4	0.5	0.6
4	Золоцементне відношення (З/Ц)	X_4	0.1	0.4	0.7

Таблиця 2.29

Матриця планування та результати дослідів з визначення водопотреби золоцементних бетонних сумішей

№ з/п	Кодовані значення факторів				Водопотреба, л/м ³
	X_1	X_2	X_3	X_4	
1	+1	+1	+1	+1	255
2	+1	+1	+1	-1	220
3	+1	+1	-1	+1	250
4	+1	+1	-1	-1	195
5	+1	-1	+1	+1	335
6	+1	-1	+1	-1	310

Продовження табл. 2.29

№ з/п	Кодовані значення факторів				Водопотреба, л/м ³
	X ₁	X ₂	X ₃	X ₄	
7	+1	-1	-1	+1	283
8	+1	-1	-1	-1	225
9	-1	+1	+1	+1	275
10	-1	+1	+1	-1	240
11	-1	+1	-1	+1	390
12	-1	+1	-1	-1	351
13	-1	-1	+1	+1	375
14	-1	-1	+1	-1	343
15	-1	-1	-1	+1	385
16	-1	-1	-1	-1	347
17	+1	0	0	0	230
18	-1	0	0	0	260
19	0	+1	0	0	228
20	0	-1	0	0	265
21	0	0	+1	0	220
22	0	0	-1	0	295
23	0	0	0	+1	275
24	0	0	0	-1	235

3. За умов планування експериментів (табл.2.28), що наведені вище, отримати експериментально-статистичні моделі міцності дрібнозернистих золоцементних бетонів (ДЗБ). Матриця планування та результати експериментів наведені в табл. 2.30.

Таблиця 2.30

Матриця планування та результати експериментів з визначення міцнісних властивостей золоцементних ДЗБ з добавкою ПФМ

№ з/п	Кодовані значення чинників				Границя міцності, МПа	
	X ₁	X ₂	X ₃	X ₄	при стиску	при згині
1	+1	+1	+1	+1	25.8	4.3
2	+1	+1	+1	-1	24.2	3.8
3	+1	+1	-1	+1	45.3	5.7

Продовження табл. 2.30

№ з/п	Кодовані значення чинників				Границя міцності, МПа	
	X ₁	X ₂	X ₃	X ₄	при стиску	при згині
4	+1	+1	-1	-1	43.5	5.1
5	+1	-1	+1	+1	22.2	4.8
6	+1	-1	+1	-1	27.4	4.1
7	+1	-1	-1	+1	42.1	6.1
8	+1	-1	-1	-1	44.2	5.9
9	-1	+1	+1	+1	24.3	3.8
10	-1	+1	+1	-1	25.7	3.2
11	-1	+1	-1	+1	44.1	5.8
12	-1	+1	-1	-1	46.2	5.3
13	-1	-1	+1	+1	24.9	3.7
14	-1	-1	+1	-1	21.5	3.4
15	-1	-1	-1	+1	40.5	5.7
16	-1	-1	-1	-1	43.1	5.4
17	+1	0	0	0	33.6	4.7
18	-1	0	0	0	37.5	5.0
19	0	+1	0	0	38.5	5.1
20	0	-1	0	0	36.6	5.6
21	0	0	+1	0	29.5	4.0
22	0	0	-1	0	48.9	6.5
23	0	0	0	+1	31.1	4.7
24	0	0	0	-1	32.0	4.1

Побудувати поверхню відгуку міцності бетону згідно отриманої експериментально-статистичної моделі.

4. Розрахувати експериментально-статистичну модель впливу параметрів вібропресування на міцність при стиску дрібнозернистих бетонів.

Умови планування, матриця та результати дослідів приведені в табл. 2.31, 2.32.

Таблиця 2.31

Умови планування експерименту

Фактори		Рівні варіювання			Інтервал варіювання
Натуральні	Кодовані	-1	0	+1	
Витрата цементу (Ц), кг/м ³	X_1	200	400	600	200
Амплітуда вібрування (А), см	X_2	0,35	0,5	0,65	0,15
Тривалість вібрування (Т), с	X_3	5	12,5	20	7,5
Величина привантаження (P ₁), МПа	X_4	0,01	0,055	0,1	0,045

Проаналізувати отриману модель і знайти область значень факторів, при яких можливо отримати максимальну міцність.

5. За експериментальними даними, наведеними в табл.2.32, розрахувати експериментально-статистичну модель об'єму залишкового повітря для вібропресованого бетону і відповідну номограму. Виконати за номограмою розрахунки впливу параметрів вібропресування на об'єм залишкового повітря, ($V_{з.п.}$).

Таблиця 2.32

Матриця планування та результати експериментів

Кодовані значення факторів				Значення вихідних параметрів	
X_1	X_2	X_3	X_4	$V_{з.п.}, \%$	$f_{cm}, \text{МПа}$
+1	+1	+1	+1	6,06	51,7
+1	+1	+1	-1	13,76	32,2
+1	+1	-1	+1	8,76	39,0
+1	+1	-1	-1	15,65	23,7
+1	-1	+1	+1	8,74	46,3
+1	-1	+1	-1	17,81	24,6
+1	-1	-1	+1	14,96	32,2
+1	-1	-1	-1	23,75	14,8
-1	+1	+1	+1	8,93	19,4
-1	+1	+1	-1	15,95	17,5

Продовження табл. 2.32

Кодовані значення факторів				Значення вихідних параметрів	
X_1	X_2	X_3	X_4	$V_{з.п.}, \%$	$f_{cm}, \text{МПа}$
-1	+1	-1	+1	12,38	14,1
-1	+1	-1	-1	18,57	16,4
-1	-1	+1	+1	13,48	17,6
-1	-1	+1	-1	22,16	13,5
-1	-1	-1	+1	21	10,9
-1	-1	-1	-1	29,38	11,1
+1	0	0	0	11,51	35,6
-1	0	0	0	15,34	17,5
0	+1	0	0	10,12	25,3
0	-1	0	0	16,14	20
0	0	+1	0	11,76	25,4
0	0	-1	0	16,27	17,8
0	0	0	+1	8,69	29,2
0	0	0	-1	16,15	19,5

2.6. Розв'язання багатоваріантних задач проектування складу з використанням критерію мінімальної вартості

Експериментально-статистичні моделі можуть використовуватись при проектуванні складів бетонів різних видів. При цьому вирішення задачі проектування складу може мати багато варіантів розв'язку, оскільки забезпечення необхідної властивості бетону, наприклад міцності, може забезпечуватись поєднанням різних значень параметрів (факторів) складу. Якщо ж, при цьому, необхідно забезпечити декілька властивостей одночасно, то така задача може виявитись достатньо складною.

Для розрахунку складів бетонів часто застосовуються номограми вихідних параметрів, побудованих на основі експериментально-статистичних моделей. Відповідно до В.А.Вознесенського [4] це є типова задача управління, що полягає у визначенні таких комбінацій факторів, які забезпечують задані показники вихідного параметру. Для цього з отриманого в результаті проведеного експерименту рівняння регресії досліджуваного параметру вибирають один з факторів. В результаті розв'язку рівняння регресії відносно цього фактора, визначають необхідні його значення, що забезпечує при зміні інших факторів задане значення вихідного параметра.

При проектуванні складів бетону основними критеріями їх оптимізації зазвичай виступають мінімальна витрата цементу або мінімально можлива вартість бетону. Для звичайних бетонів ці критерії зазвичай співпадають. В обох випадках обов'язковим є забезпечення комплексу нормованих властивостей бетонної суміші та бетону.

Сучасні бетони є багатокомпонентними системами, вартість окремих компонентів яких може наближатись або перевищувати вартість цементу. До таких бетонів можна віднести фібробетони. Вони відрізняється наявністю мінімум трьох компонентів (цементу, фібри та добавки пластифікатора), вміст яких може змінюватись в широкому діапазоні і які чинять основний вплив на сумарну вартість фібробетону. Для композиційного фібробетону таких компонентів стає чотири,

враховуючи наявність двох видів фібри при полідисперсному армуванні.

Таким чином, задача проектування складу фібробетону за умови мінімізації його вартості при застосуванні традиційного підходу суттєво ускладнюється.

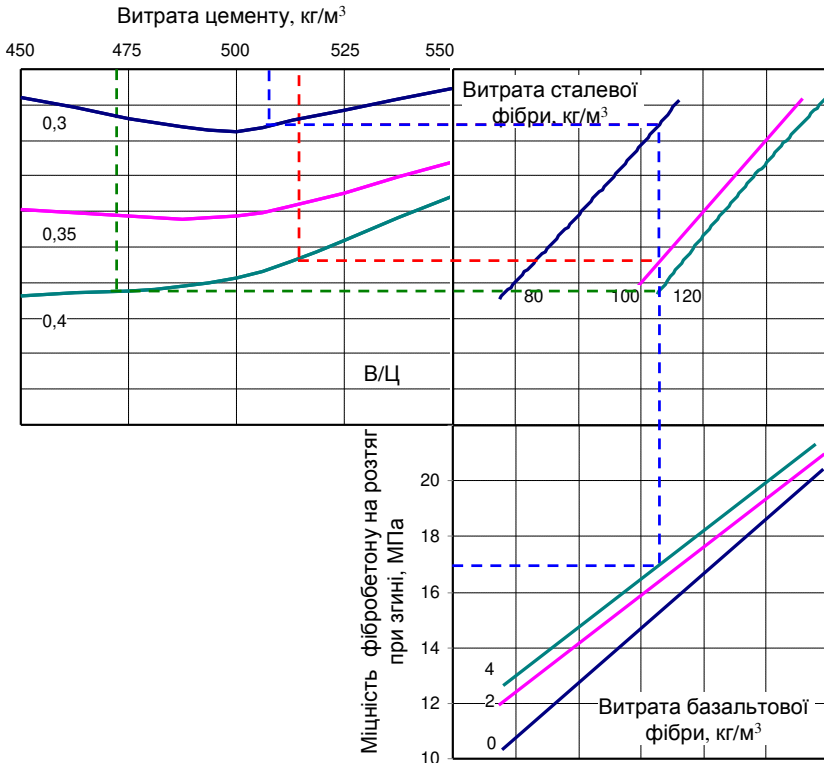


Рис. 2.7. Багатоваріантність розв'язку задачі проектування складу фібробетону з композиційним дисперсним армуванням номографічним методом

Для прикладу, на рис. 2.7 наведено номограму, побудовану на основі отриманого експериментально рівняння регресії границі міцності при згині фібробетону із полідисперсним армуванням сталевую та базальтовою фіброю. Графічно розглянутий випадок, коли необхідну міцність на розтяг при згині 17 МПа у віці 28 діб можна досягнути при одній й тій же витраті базальтової фібри (4 кг/м³) але при різних В/Ц (0,3 і 0,4), різних витратах сталеві фібри (80, 100 і 120 кг), що відповідно приводить до різних витрат цементу (507, 516 та 472 кг). Якщо ще врахувати необхідність окремого визначення витрати суперпластифікатора, який впливає як на властивості бетону, так і на його вартість, а також можливість забезпечення іншого показника якості (наприклад, міцності при стиску), то стає зрозумілим, що задачу оптимізації складу такого фібробетону розв'язати номографічним способом практично неможливо.

Для вирішення задач проектування складів багатокомпонентних матеріалів, зокрема і фібробетонів, в умовах багатоваріантності їх розв'язку доцільно застосовувати методи математичного програмування [4, 6].

Умову задачі знаходження оптимального складу фібробетону із заданими показниками якості можна сформулювати наступним чином: знайти значення факторів складу фібробетону $x_1 \dots x_n$, що дозволяють мінімізувати його вартість:

$$V_{\Phi B} = V_{\Psi} \cdot \Psi + V_{\Delta} \cdot \Delta + V_{\Phi} \cdot \Phi \rightarrow \min \quad (2.65)$$

за умови забезпечення необхідних показників якості

$$\Pi_1 \geq f(x_1, x_2, \dots, x_n); \quad (2.66)$$

$$\Pi_2 \geq f(x_1, x_2, \dots, x_n);$$

.....

$$\Pi_m \geq f(x_1, x_2, \dots, x_n)$$

$$\text{при } x_1 \dots x_n \in [a \dots b], \quad (2.67)$$

де V_{Ψ} , V_{Δ} , V_{Φ} – відповідно вартість цементу, добавки модифікатора (суперпластифікатора, активної мінеральної добавки тощо) та фібри, у.о./кг;

Ψ , Δ , Φ – відповідно витрата цементу, добавки модифікатора та фібри, кг/м³ фібробетону;

$P_1 \dots P_m$ – задані показники якості фібробетону; $x_1 \dots x_n$ – фактори складу;

a, b – обмеження на можливі значення факторів.

При проектуванні складу фібробетону із композиційним дисперсним армуванням враховується також витрата та вміст базальтової фібри (БФ та $B_{БФ}$).

Для того, щоб розрахувати оптимальний склад композиційного фібробетону для прикладу, розглянутого вище, необхідно розв'язати задачу математичного програмування з наступною постановкою: *знайти такий склад фібробетонної суміші, який би дозволяв забезпечити необхідну міцність при стиску та розтягу при згині у віці 28 діб при мінімальній сумарній вартості в межах допустимих значень факторів.*

Найбільш раціональним способом вирішення такої задачі є використання програмного середовища Microsoft Excel, зокрема його додаток "Пошук рішення". Ця надбудова призначена для пошуку рішення рівнянь та задач оптимізації.

Послідовність розрахунку наступна. Підставляємо у моделі міцності при стиску та при згині, які мають загальний вигляд (2.66), значення міцностей, що повинні забезпечуватись, а у вираз (2.65) – значення вартості компонентів фібробетону. У виразі 2.67 встановлюємо обмеження значень факторів. Далі програма перебирає різні комбінації факторів забезпечуючи не менше заданих значення міцностей за виразами (2.66) не виходячи за рамки обмежень (2.67) та мінімізуючи при цьому функцію (2.65). Для встановлення вартості фібробетону під час ітерацій паралельно визначається необхідний вміст інших компонентів, що суттєво впливають на його вартість, зокрема суперпластифікатора за відповідним рівнянням регресії при знайдених проміжних значеннях факторів $x_1 \dots x_n$.

Результатом таких ітерацій є визначення оптимальних значень факторів складу: В/Ц, витрати цементу, сталеві та базальтової фібри, а також суперпластифікатора. Витрати води та заповнювача можна знайти за відомими виразами [2].

Приклад розрахунку 1. Визначити склад дрібнозернистого фібробетону з полідисперсним армуванням з міцністю у віці 28 діб при стиску 70 МПа та міцністю на розтяг

при згині 17 МПа із рухомістю суміші 13...15 см використовуючи експериментально-статистичні моделі (табл. 2.33). Умови планування експерименту наведені в табл. 2.34.

Таблиця 2.33

Математичні моделі вихідних параметрів дрібнозернистого фібробетону з композиційним дисперсним армуванням

Вихідний параметр	Математичні моделі
Міцність при стиску у віці 28 діб, МПа	$f_{cm}^{28} = 78,4 + 5 \cdot X_1 - 14,2 \cdot X_2 - 0,1 \cdot X_3 + 1 \cdot X_4 - 1,1 \cdot X_1^2 - 0,6 \cdot X_2^2 - 0,7 \cdot X_3^2 - 1,3 \cdot X_4^2 - 0,1 \cdot X_1 \cdot X_2 + 0,2 \cdot X_1 \cdot X_3 - 0,35 \cdot X_2 \cdot X_3$
Міцність на розтяг при згині у віці 28 діб, МПа	$f_{c,tf}^{28} = 17,85 + 0,66 \cdot X_1 - 2,03 \cdot X_2 + 2,32 \cdot X_3 + X_4 + 0,88 \cdot X_1^2 + 0,33 \cdot X_2^2 - 1,62 \cdot X_3^2 - 0,57 \cdot X_4^2 - 0,75 \cdot X_1 \cdot X_2 - 0,18 \cdot X_1 \cdot X_3 - 0,1 \cdot X_1 \cdot X_4 - 0,19 \cdot X_3 \cdot X_4$
Витрата суперпластифікатора*, %	$СП = 0,41 + 0,095 \cdot X_1 - 0,33 \cdot X_2 + 0,12 \cdot X_3 + 0,11 \cdot X_4 - 0,06 \cdot X_1^2 + 0,2 \cdot X_2^2 - 0,03 \cdot X_3^2 - 0,02 \cdot X_4^2 - 0,07 \cdot X_1 \cdot X_2 - 0,02 \cdot X_1 \cdot X_3 + 0,04 \cdot X_1 \cdot X_4 - 0,05 \cdot X_2 \cdot X_3 + 0,04 \cdot X_2 \cdot X_4 + 0,04 \cdot X_3 \cdot X_4$

* Модель витрати суперпластифікатора отримана з умови забезпечення рухомості бетонної суміші в межах 13...15 см.

Таблиця 2.34

Умови планування експерименту при визначенні параметрів складу фібробетону з композиційним дисперсним армуванням

№	Фактори		Рівні варіювання			Інтервал варіювання
	Код	Натуральний вид	-1	0	+1	
1	X_1	Витрата цементу, кг/м ³ (Ц)	450	500	550	50
2	X_2	В/Ц	0,3	0,35	0,4	0,05
3	X_3	Витрата сталевих фібри, кг/м ³ (СФ)	80	100	120	20
4	X_4	Витрата базальтової фібри, кг/м ³ (БФ)	0	2	4	2

Матеріали: портландцемент М500, дрібний заповнювач з модулем крупності $M_k=3,5$ середньої якості та дійсною густиною $\rho_3=2,7$ кг/л, суперпластифікатор полікарбоксилатного типу.

Прийняти вартості основних компонентів фібробетону наступними, у.о./кг: цементу $V_{Ц}=3$; сталеві фібри $V_{СФ}=50$; базальтової фібри $V_{БФ}=90$; суперпластифікатора $V_{СП}=260$.

Розв'язок.

1. Підставляючи значення міцності при стиску та згині у відповідні вирази (табл. 2.34), отримаємо функції обмежень (2.66) задачі:

$$f_{cm}^{28} = 78,4 + 5 \cdot X_1 - 14,2 \cdot X_2 - 0,1 \cdot X_3 + 1 \cdot X_4 - 1,1 \cdot X_1^2 - 0,6 \cdot X_2^2 - 0,7 \cdot X_3^2 - 1,3 \cdot X_4^2 - 0,1 \cdot X_1 \cdot X_2 + 0,2 \cdot X_1 \cdot X_3 - 0,35 \cdot X_2 \cdot X_3 \geq 70;$$

$$f_{c,tf}^{28} = 17,85 + 0,66 \cdot X_1 - 2,03 \cdot X_2 + 2,32 \cdot X_3 + X_4 + 0,88 \cdot X_1^2 + 0,33 \cdot X_2^2 - 1,62 \cdot X_3^2 - 0,57 \cdot X_4^2 - 0,75 \cdot X_1 \cdot X_2 - 0,18 \cdot X_1 \cdot X_3 - 0,1 \cdot X_1 \cdot X_4 - 0,19 \cdot X_3 \cdot X_4 \geq 17.$$

2. У вираз (2.65) підставляємо значення вартості компонентів фібробетону, а також задаємо обмеження значень факторів: від -1 до 1 (в кодованому вигляді).

3. За допомогою програмного додатку "Пошук рішення" знаходимо значення факторів, що задовольняють обмеження задачі і мінімізують загальну вартість фібробетону:

$$x_1=1; x_2=-0,238; x_3=-0,459; x_4=-1.$$

При таких значеннях факторів за відповідними моделями (табл. 2.34) $f_{c,tf}^{28}=17$ МПа, що відповідає необхідному значенню міцності на розтяг при згині, а $f_{cm}^{28}=83,0$ МПа, що є більшим необхідного значення міцності при стиску.

4. Значення факторів в натуральному вигляді визначаємо за виразами, які перетворюють кодовані значення факторів в натуральні:

$$x_1 = \frac{Ц - 500}{50}; x_2 = \frac{B/Ц - 0,35}{0,05}; x_3 = \frac{СФ - 100}{20}; x_4 = \frac{БФ - 2}{2}, \quad (2.68)$$

де Ц, СФ, БФ – відповідно витрати цементу, сталеві фібри та базальтової фібри.

Тоді:

$$\begin{aligned}Ц &= 50 \cdot x_1 + 500 = 50 \cdot (1) + 500 = 550 \text{ кг/м}^3; \\В/Ц &= 0,05 \cdot x_2 + 0,35 = 0,05 \cdot (-0,238) + 0,35 = 0,338; \\СФ &= 20 \cdot x_3 + 100 = 20 \cdot (-0,459) + 100 = 90,8 \text{ кг/м}^3; \\БФ &= 2 \cdot x_4 + 2 = 2 \cdot (-1) + 2 = 0.\end{aligned}$$

5. Витрата суперпластифікатора за відповідним рівнянням (табл. 2.33):

- у % від маси цементу:

$$\begin{aligned}СП' &= 0,41 + 0,095 \cdot X_1 - 0,33 \cdot X_2 + 0,12 \cdot X_3 + 0,11 \cdot X_4 - \\&- 0,06 \cdot X_1^2 + 0,2 \cdot X_2^2 - 0,03 \cdot X_3^2 - 0,02 \cdot X_4^2 - 0,07 \cdot X_1 \cdot X_2 - \\&- 0,02 \cdot X_1 \cdot X_3 + 0,04 \cdot X_1 \cdot X_4 - 0,05 \cdot X_2 \cdot X_3 + 0,04 \cdot X_2 \cdot X_4 + 0,04 \cdot X_3 \cdot X_4 = \\&= 0,456\%;\end{aligned}$$

- за масою:

$$СП = СП' \cdot Ц / 100 = 0,456 \cdot 550 / 100 = 2,51 \text{ кг/м}^3.$$

6. Значення мінімально можливої вартості 1 м³ фібробетону без врахування вартості заповнювача та води (знаходиться під час ітерацій в програмному додатку "Пошук рішення", вираз (2.65)):

$$В_{ФБ} = 3 \cdot 550 + 260 \cdot 2,51 + 50 \cdot 90,8 = 6842,7 \text{ у.о.}$$

7. Витрата води: $V = B \cdot (B/Ц) = 550 \cdot 0,338 = 185,9$ л.

8. Витрата заповнювача:

$$\begin{aligned}3 &= \left(1000 - \left(\frac{Ц}{\rho_c} + \frac{B}{\rho_b} + \frac{СФ}{\rho_s} + \frac{БФ}{\rho_{бф}} \right) \right) \cdot \rho_3 = \\&= \left(1000 - \left(\frac{550}{3,1} + \frac{90,8}{7,85} + \frac{185,9}{1} \right) \right) \cdot 2,7 = 1687 \text{ кг}\end{aligned}$$

Остаточний склад фібробетонної суміші, кг/м³:

$$Ц=550; B=186; 3=1687; СФ=91; БФ=0; СП=2,51.$$

Розрахунок оптимального складу композиційного фібробетону номографічним способом виглядав би наступним чином (рис. 2.8). Очевидно, що розв'язати подібну задачу методом перебору багатьох варіантів вручну неможливо.

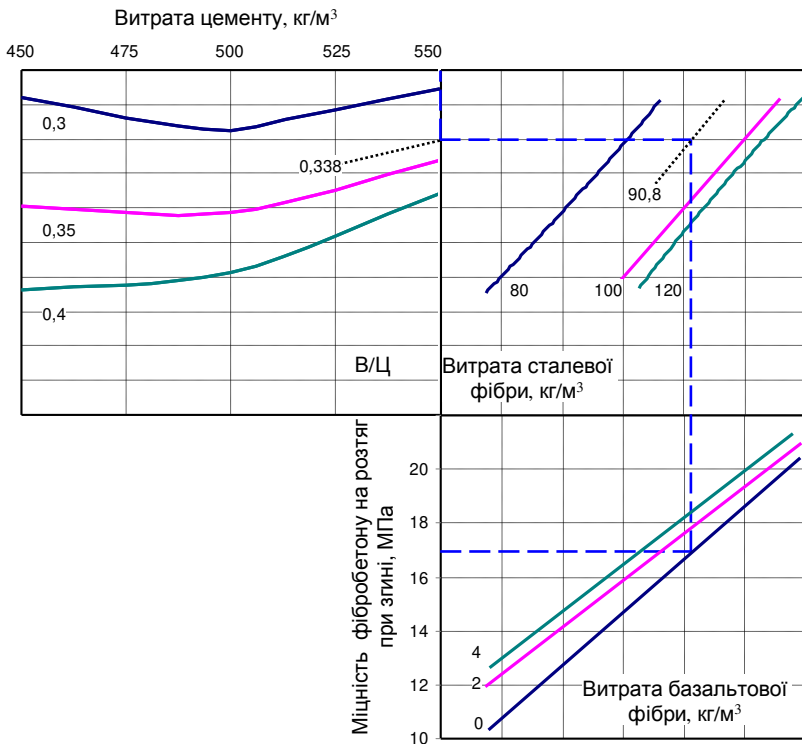


Рис. 2.8. Оптимальний варіант розв'язку задачі проектування складу фібробетону номографічним методом

На етапі формулювання задачі визначення складу фібробетону необхідно коректно задаватись бажаними значеннями міцностей при стиску та розтяг при згині. Очевидно, що ці значення повинні знаходитись в межах мінімально та максимально можливого значення вихідного параметру, оскільки саме в цих межах поліноміальна модель адекватно описує досліджувану властивість. Такі значення можна досить легко знайти використовуючи вже згаданий програмний додаток "Пошук рішення". Так для розглядуваного прикладу 1 граничні значення міцностей в межах області варіювання факторів будуть

наступними:

$f_{cm}^{28}(\min)=55,8$ МПа; $f_{cm}^{28}(\max)=96,3$ МПа; $f_{c,tf}^{28}(\min)=10,5$ МПа;

$f_{c,tf}^{28}(\max)=23,6$ МПа.

Можливим є також деякий вихід за граничні межі вихідних параметрів. В цьому випадку, поряд із задачею оптимізації вирішується також екстраполяційна задача, що дозволяє приймати значення факторів поза межами області варіювання (наприклад, $x_1 \dots x_3 = 1, 1; 1, 2; 1, 3$). Однак необхідно мати на увазі, що екстраполяція може бути пов'язана з певними помилками і ці помилки стають більш відчутними, чим далі вихід за межі області варіювання. Екстраполяція можлива, якщо за результатами досліджень не виникає сумнівів, що поза межами області варіювання факторів характер функції залишається без змін.

Розглянемо ще один приклад розрахунку, який включає фіксацію одного з факторів на певному рівні.

Приклад розрахунку 2. Умови задачі повністю відповідають вихідним даним до прикладу 2, але додатково необхідно обмежити витрату сталевोї фібри мінімально можливим значенням, тобто $SФ=80$ кг/м³.

Розв'язок.

1. Функції обмежень задачі аналогічні п.1 (приклад 1).
2. Задаємо обмеження значень факторів: $x_1=x_2=x_3=-1 \dots 1$; $x_3=-1$ (в кодованому вигляді). Значення вартості компонентів фібробетону підставляємо у вираз (2.65).
3. За допомогою програмного додатку "Пошук рішення" знаходимо значення факторів, що задовольняють обмеження задачі і мінімізують загальну вартість фібробетону:
 $x_1=1$; $x_2=-0,652$; $x_3=-1$; $x_4=-0,37$.
- При таких значеннях факторів за відповідними виразами (табл. 2.34) $f_{c,tf}^{28}=17$ МПа, що відповідає необхідному значенню міцності на розтяг при згині, а $f_{cm}^{28}=89,7$ МПа, що забезпечує необхідне значення міцності при стиску.
4. Значення факторів в натуральному вигляді визначаємо

за виразами (2.68):

$$\begin{aligned}Ц &= 50 \cdot x_1 + 500 = 50 \cdot 1 + 500 = 550 \text{ кг}; \\ В/Ц &= 0,05 \cdot x_2 + 0,35 = 0,05 \cdot (-0,652) + 0,35 = 0,317; \\ СФ &= 20 \cdot x_3 + 100 = 20 \cdot (-1) + 100 = 80 \text{ кг}. \\ БФ &= 2 \cdot x_4 + 2 = 2 \cdot (-0,37) + 2 = 1,26 \text{ кг}.\end{aligned}$$

5. Витрата суперпластифікатора за відповідним виразом (табл. 2.34):

$$\begin{aligned}\text{- у \% від маси цементу: } СП' &= 0,749\%; \\ \text{- за масою: } СП &= СП' \cdot Ц / 100 = 0,749 \cdot 550 / 100 = 4,12 \text{ кг}.\end{aligned}$$

6. Значення мінімально можливої вартості 1 м³ фібробетону без врахування вартості заповнювача та води:

$$В_{ФБ} = 3 \cdot 550 + 260 \cdot 4,12 + 50 \cdot 80 = 7048,4 \text{ у.о.}$$

7. Витрата води :

$$В = 550 \cdot 0,317 = 174,6 \text{ л.}$$

8. Витрата дрібного заповнювача:

$$З = \left(1000 - \left(\frac{550}{3,1} + \frac{80}{7,85} + \frac{1,26}{2,7} + \frac{174,6}{1} \right) \right) \cdot 2,7 = 1721 \text{ кг}$$

Остаточний склад фібробетонної суміші, кг/м³:

$$Ц=550; В=175; З=1721; СФ=80; БФ=1,26; СП=4,12.$$

Аналізуючи отриманий склад і порівнюючи його з прикладом 1, варто відзначити, що при обмеженні витрати сталеві фібри стає складніше досягати заданої міцності на розтяг при згині і, тому необхідно йти на перевитрату цементу і суперпластифікатора, що приводить до утворення суттєвого запасу по міцності при стиску – 89,7 МПа замість необхідних 70 МПа.

Даний метод розрахунку складу фібробетону, а загалом будь-якого композиційного будівельного матеріалу, дозволяє враховувати конкретні особливості сировинних матеріалів, що використовуються і досить легко оптимізувати склад за заданим критерієм, наприклад критерієм мінімальної вартості. Також є можливість задавати довільну кількість обмежень (2.66), що дозволяє одночасно забезпечувати значну кількість показників якості, які можуть бути як не більшими, так і не меншими заданого значення.

Частина 3. ПРОБЛЕМНІ СИТУАЦІЇ

3.1. Загальні положення

Проблемною є ситуація, пов'язана з вибором раціональних інженерних рішень за наявності варіантних (альтернативних) підходів до їх визначення.

Після постановки проблеми формуються варіанти, що вимагають обговорення та обґрунтування, внаслідок чого приймаються рішення. Проблемні ситуації можна готувати заздалегідь чи пропонувати під час практичних занять. У першому випадку проблемні ситуації ставляться на попередньому занятті, щоб студент міг заздалегідь підготуватися, використовуючи навчальну і спеціальну літературу. У другому випадку проблемні ситуації ставляться в умовах, коли необхідно швидко знайти шляхи їх вирішення, що розвиває у студента здатність до оперативного логічного мислення.

Активні проблемні ситуації з курсу "Будівельне матеріалознавство" можна використовувати у навчанні шляхом їх аналізу на підсумкових заняттях з важливих розділів курсу та на практичних заняттях з вирішенням технологічних та інших завдань. Крім того, питання проблемного змісту можуть бути запропоновані після виконання студентами лабораторної роботи, щоб можна було підготувати відповідь при захисті роботи на наступному занятті.

За дидактичними ознаками типи проблемних ситуацій та способи їх вирішення можуть бути різними.

1. Студенти не знають способу вирішення поставленого завдання, не можуть відповісти на проблемне питання, пояснити новий факт. У цьому випадку вони вивчають питання, пов'язані з проблемою, що виникла, використовуючи рекомендовану викладачем літературу, отримують відповідні консультації.

2. При необхідності використання раніше засвоєних знань у нових обставинах, студенти аналізують вимоги, що

висуваються новими умовами, і розробляють способи застосування наявних знань у вирішенні проблемних завдань.

3. Є суперечність між теоретично можливим шляхом вирішення завдання та практичною здійсненністю обраного способу. Студенти розкривають причини виниклих протиріч, роблять вибір реально можливих шляхів вирішення проблеми і розробляють способи їх реалізації.

4. Є суперечність між практично досягнутим результатом виконання завдання та відсутністю знань для його теоретичного обґрунтування, У цьому випадку потрібно поглиблене вивчення проблеми, побудова гіпотетичних моделей на основі наявних теоретичних знань.

Залежно від складності проблеми, дидактичної доцільності тощо можуть бути використані різні варіанти взаємодії викладача та студентів:

- проблему ставить і вирішує викладач, студенти спостерігають і діють за зразком;
- проблему ставить викладач, а вирішують її студенти за його допомогою;
- проблему ставлять і вирішують студенти (викладач лише допомагає або просто контролює, формулює висновок, дає оцінку).

В процесі аналізу проблемної ситуації має бути усвідомлена сутність утруднення, виділені елементи новизни (нові поняття, ознаки, властивості, сторони відомого поняття, новий спосіб дії, новий зв'язок), виявлено протиріччя між відомим і новим знанням, що міститься в матеріалі, побудованому (викладеному) у вигляді суперечливих фактів, пізнавальної задачі, питання.

Поняття "навчальна проблема" та "наукова проблема" мають як загальні властивості, так і відмінності. Навчальна проблема і проблемна ситуація відображають насамперед протиріччя пізнавального процесу при вивченні дисципліни студентами.

В якості методології вирішення проблемних ситуацій може бути прийнятий системний аналіз, що ґрунтується на

концепції систем. Він включає всебічне якісне і кількісне порівняння варіантів і альтернатив та вибір оптимальних рішень. Щодо проблемних ситуацій систему можна розглядати як комплекс засобів для досягнення мети. Таким організованим комплексом, наприклад, є призначення вимог до матеріалу з урахуванням особливостей експлуатації конструкції. До нього входять формалізація умов роботи конструкції, аналіз показників довговічності конструкції і використання різних матеріалів для виготовлення, вибір критеріїв оптимальності роботи для конструкції. Всі ці операції спрямовані на досягнення загальної мети – отримання матеріалу, що забезпечує необхідні вимоги до конструкції найбільш ефективним чином, наприклад, при мінімальних витратах та максимальній довговічності. Їх можна розглядати як підсистеми оптимального проектування бетонних і залізобетонних конструкцій, технології їх виробництва. Завдання оптимізації при системному підході вирішуються поетапно, для кожного завдання формулюють критерії оптимальності та обмеження. При оптимальному проектуванні складів бетону найпростішим критерієм оптимальності є мінімальна витрата цементу, а найбільш складним критерієм – мінімальні питомі витрати на конструкцію, тобто сумарні витрати на її виготовлення, а іноді на транспортування та монтаж.

За характером спеціальних завдань стосовно курсу найбільш типовими є такі проблемні завдання.

1. Призначення вимог до матеріалу з урахуванням особливостей експлуатації конструкцій, а саме: до бетону різних зон і шарів, що знаходяться в неоднакових умовах експлуатації; до покрівельних матеріалів різних споруд; до цементів залежно від умов експлуатації бетонних та залізобетонних споруд; до спеціальних видів будівельних розчинів залежно від призначення і т.д.

2. Вибір раціонального виду матеріалу для інженерних конструкцій з певними проектними вимогами: в'язучого (повітряного або гідравлічного); виду повітряного в'язучого (гіпс, вапно, рідке скло, магнезіальне в'язуче) або цементу

(портланд-, шлакопортландцемент або глиноземистий цемент); виду заповнювачів бетону {важкі або легкі, крупно- або дрібнозернисті); керамічних та скловиробів для оздоблювальних та інших робіт; гірських порід для влаштування захисних та інших облицювань.

3. Зниження матеріаломісткості конструкцій: заміна рядової цегли ефективними керамічними матеріалами та виробами; застосування легких бетонів та ефективних теплоізоляційних матеріалів; використання пластифікуючих добавок з метою економії цементу в бетоні; зниження маси конструкцій за рахунок використання високоміцних бетонів, економічних металевих профілів.

4. Підвищення довговічності конструкцій, захист від корозії: заходи щодо захисту бетону від хімічної корозії; підвищення довговічності матеріалів та конструкцій з металів, природного каменю та бетону; підвищення морозостійкості бетону та ін.

5. Покращення якісних показників будівельних матеріалів: збільшення водостійкості в'язучих; підвищення пластичності розчинових та бетонних сумішей; підвищення щільності та міцності розчинів та бетонів; покращення будівельно-технічних властивостей керамічних та інших матеріалів та виробів.

6. Можливість застосування місцевої сировини та промислових відходів для виробництва будівельних матеріалів: використання металургійних шлаків та золошлакових відходів в якості заповнювачів бетону та пуцоланових добавок у бетонних сумішах а також вапняно-пуцоланових та гіпсових в'язучих; використання органічних ПАР як гідрофобних і пластифікуючих добавок у розчинові та бетонні суміші; застосування хімічних добавок в якості модифікаторів властивостей розчинів і бетонів; використання відходів переробки деревини та інших органічних матеріалів для виробництва арболіту, фіброліту та інших композитів; використання відходів подрібнення та відсівів гірських порід як заповнювачів бетону тощо.

7. Зниження енергоємності конструкцій.

3.2. Приклади вирішення проблемних ситуацій

Приклад №1. З умови досягнення проектної міцності бетону підводної частини гідротехнічної споруди розрахована величина В/Ц бетонної суміші повинна бути не більшою 0,7, а з умови довговічності нормативна величина В/Ц не повинна перевищувати 0,6 (для споруд, що працюють в умовах без напору води). За умовою міцності витрата цементу становить не більше 260 кг на 1 м³ бетону.

Проблемність ситуації полягає в тому, що необхідно зберегти витрату цементу на мінімальному рівні і в той же час необхідну величину В/Ц=0,6 і тим самим відповідну густину бетону. При постійному водовмісті бетонної суміші, яке визначається прийнятою величиною рухомості і якістю вихідних матеріалів, витрата цементу при В/Ц=0,6 має бути більшою порівняно з витратою цементу при В/Ц=0,7. Зменшити величину В/Ц можна кількома шляхами. Наприклад, зменшенням водопотреби бетонної суміші (зниженням витрати води) при збереженні витрати цементу на розрахованому рівні за рахунок введення в бетонну суміш пластифікуючих поверхнево-активних добавок або за рахунок зміни крупності щебеню (при збільшенні максимального розміру зерен від 20 до 40 мм).

Величину В/Ц можна зменшити також за рахунок введення в бетонну суміш дисперсних активних мінеральних добавок (золи ТЕС, пуцоланових гірських порід та ін.). При цьому можна зробити припущення, що добавка до 30% маси цементу увійде до складу в'язучого як гідравлічно активний компонент, тобто можна умовно вважати, що загальна маса цементу в цьому випадку зросте без зміни водопотреби бетонної суміші.

Розглянемо ефективність кожного варіанту. При витраті цементу Ц=250 кг/м³ та В/Ц=0,7 водопотреба бетонної суміші складе

$$B = Ц \cdot \frac{B}{Ц} = 250 \cdot 0,7 = 175 \text{ л/м}^3.$$

При введенні в бетонну суміш добавки ЛСТ у кількості 0,25% від маси цементу водопотреба суміші зменшиться приблизно на 10%, тобто на 18 л/м^3 і складе $175-18=157 \text{ л/м}^3$ при необхідній рухомості суміші. $V/C=157:250=0,63$, тобто вище, ніж за умовами довговічності бетону. Отже, введення ЛСТ не дозволяє досягти необхідного технологічного ефекту. Зменшити водопотребу суміші шляхом введення більшої кількості ЛСТ ризиковано, оскільки це може призвести до зниження міцності бетону.

Розглянемо варіант використання пластифікатора з вищою водоредукуючою здатністю порівняно з ЛСТ – добавки суперпластифікатора нафталінформальдегідного типу СП-1, котра має більш високий водоредукуючий ефект. При введенні 0,5% СП-1 водопотреба суміші знижується до 150 л/м^3 при збереженні проектного класу бетону за міцністю та довговічністю. При цьому $V/C=150:250=0,6$, тобто задовольняє вимогам довговічності бетону.

Нехай вартість 1 кг добавки СП-1 – 2,4 у.о. При витраті добавки $0,005 \cdot 250=1,25 \text{ кг/м}^3$ затрати на добавку становитимуть $2,4 \cdot 1,25=3,0 \text{ у.о./м}^3$.

Варіант збільшення граничної крупності щебеню від 20 до 40 мм за однакової рухливості бетонної суміші дозволяє зменшити водопотребу на 15 л до 160 л/м^3 , що не забезпечує задане значення $V/C=0,6$.

Розглянемо ефективність введення в бетонну суміш золи ТЕС дисперсністю 2000...2500 $\text{см}^2/\text{г}$ (у кількості не більше 30% від маси цементу). Витрата золи:

$$Z = \frac{V/C - (V/C)'}{V/C} \cdot C,$$

де V/C та $(V/C)'$ – менше і більше значення V/C ; C – розрахункова витрата цементу в бетоні.

Для цього прикладу витрата золи:

$$Z = \frac{0,7 - 0,6}{0,6} \cdot 250 = 41 \text{ кг/м}^3.$$

Витрата в'язучого $C+Z=250+41=291 \text{ кг/м}^3$.

У цьому випадку досягається необхідна за умовою довговічності величина $V/C=175/291=0,6$.

Витрати на золу з вартістю 120 у.о./т складуть $(120 \cdot 41)/1000=4,9$ у.о./м³, що дещо більше, ніж витрати на пластифікатор. При цьому введення золи вимагає додаткових капітальних вкладень на переобладнання бетонного заводу.

Таким чином, введення добавки-пластифікатора у бетонну суміш – технологічно доцільний і економічно ефективний у порівнянні з іншими варіантами.

Приклад №2. Потрібно вибрати серед двох складів бетонних сумішей той склад, який забезпечить більш високу морозостійкість бетону.

Склад сумішей, кг/м³:

С-1: Ц – 310, В – 170, П – 754, Щ – 1218, В/Ц – 0,55.

С-2: Ц – 270, В – 160, П – 660, Щ – 1114, В/Ц – 0,7 СНВ – 0,025% від маси цементу.

Для підвищення морозостійкості в бетонну суміш з більш високим В/Ц введено повітровтягувальну добавку СНВ.

Проблемність ситуації у тому, що морозостійкість бетону визначається суперечливими чинниками: вона збільшується із зростанням щільності бетону, тобто зі зменшенням величини В/Ц, разом з тим морозостійкість збільшується у разі підвищення вмісту емульгованого повітря, що залучається за допомогою добавки СНВ (при деякому зменшенні щільності структури бетону). Добавка СНВ забезпечує оптимальну порову структуру бетону. Тому потрібен аналіз прогнозованої морозостійкості бетонів наведених складів. Оцінимо морозостійкість бетону розрахунковим методом із визначенням критерію морозостійкості:

$$K_{мпз} = \frac{V_n + V_k}{V_g}; \quad V_k = 12 \cdot \frac{Ц_k}{\rho_{ц}}; \quad V_g = 100 \cdot \frac{Ц}{\rho_g} \cdot \left(\frac{B}{Ц} - 0,27 \right),$$

де V_n , V_k , V_g – об'єм в бетоні відповідно емульгованого повітря, контракційних пор та замерзаючої води при $-20^{\circ}C$, %; $\rho_{ц}$ та ρ_g – густина відповідно цементу і води, кг/м³.

У складах бетонних сумішей об'єм емульгованого повітря приймаємо: С-1 – 0%, С-2 – 4%.

У формулах для V_k та V_v з метою спрощення виключено ступінь гідратації цементу, яка прийнята постійною.

Морозостійкість зростає зі збільшенням $K_{мрз}$.

Для складу С-1:

$$V_k = 12 \cdot \frac{310}{3100} = 1,2; \quad V_v = 100 \cdot \frac{310}{1000} \cdot (0,55 - 0,27) = 8,68;$$

$$K_{мрз} = \frac{0 + 1,2}{8,68} = 0,14.$$

Для складу С-2:

$$V_k = 12 \cdot \frac{270}{3100} = 1,05; \quad V_v = 100 \cdot \frac{270}{1000} \cdot (0,7 - 0,27) = 11,61;$$

$$K_{мрз} = \frac{4 + 1,05}{11,61} = 0,43.$$

Таким чином, морозостійкість бетону складу С-2 вища за рахунок використання повітровтягувальної добавки СНВ, незважаючи на більш високе значення В/Ц.

Приклад №3. Оцінити ефективність використання алітового портландцементу ($C_3S=60\%$, $C_2A=8\%$) і шлакопортланд-цементу марки 400 при практично однаковій активності та нормальній густоті в конструкційному бетоні класу В30 з міцністю при стиску не менше 40 МПа у віці 160 діб.

При стандартному значенні коефіцієнта варіації міцності 13,5%, міцність бетону в проектному віці, тобто 180 діб, має бути 40 МПа.

Проблемність ситуації полягає в тому, що алітовий портландцемент (ПЦ) і шлакопортландцемент (ШПЦ) тверднуть з різною швидкістю і це призводить до досягнення різної міцності у віці 28 діб, за якою можна оцінити витрату цементу, використовуючи формулу Боломея-Скрамтаєва і типові норми витрати цементу. Швидкість твердіння оцінюють, наприклад, за коефіцієнтом $K = R_{180}/R_{28}$, де R – міцність бетону у віці 28 і 180

діб), який для алітового ПЦ становить 1,2...1,4, для ШПЦ – 1,6...1,9. Приймаючи $K=1,3$ для ПЦ і $K=1,6$ для ШПЦ, визначаємо:

- для ПЦ $R_6^{28}=40/1,3=30$ МПа;
- для ШПЦ $R_6^{28}=40/1,6=25$ МПа.

Тоді

при $R_6^{28}=30$ МПа $V/C=0,6 \cdot 40 / (30 + 0,5 \cdot 0,6 \cdot 40) = 0,57$;

при $R_6^{28}=25$ МПа $V/C=0,6 \cdot 40 / (25 + 0,5 \cdot 0,6 \cdot 40) = 0,65$.

При однаковій витраті води, наприклад 180 л/м^3 , що забезпечує задану рухомість бетонної суміші, у першому випадку ($R_6^{28}=30$ МПа) потрібно цементу $180:0,316 = 570 \text{ кг/м}^3$, у другому ($R_6^{28}=25$ МПа) $180:0,65 = 277 \text{ кг/м}^3$.

Отже, під час використання ШПЦ розрахункова економія цементу становить 39 кг/м^3 бетону.

Приклад № 4. Для приготування бетону класів В15...В30 (міцність при стиску $20...40$ МПа) з ОК=5...9 см на заводі застосовують портландцемент з мінеральними добавками М400, гранітний щебінь фракції 5...20 мм із дійсною густиною $2,67 \text{ г/см}^3$, насипною густиною 1600 кг/м^3 , а також два види піску: привізний з $M_{кр}=2,77$, густиною $2,54 \text{ г/см}^3$ та місцевий з $M_{кр}=1,3$ та густиною $2,42 \text{ г/см}^3$.

Оцінити ефективність даних пісків при виробництві виробів, якщо відомо, що вартість 1 т портландцементу становить 15,21 у.о., щебеню – 4,25 у.о., привізного піску – 1,90 у.о.

Для оцінки ефективності роботи заводу переважно використовуються вартісні критерії, з яких найбільш загальним є приведені витрати:

$$S=C+E_n \cdot K,$$

де C – собівартість одиниці виробленої продукції, у.о.; $E_n=0,15$ – нормативний коефіцієнт ефективності; K – питомі капіталовкладення на одиницю продукції, у тому числі в суміжні галузі (наприклад, виробництво цементу – 35 у.о./т , піску – $6,3 \text{ у.о./т}$, щебеню – $8,2 \text{ у.о./т}$).

Розрахункові склади бетону при застосуванні привізного та місцевого піску, приведені витрати на 1 м³ бетону наведені в табл. 3.1.

Таблиця 3.1

Клас бетону за міцністю	Витрата матеріалів на 1 м ³ бетону				Приведені витрати, у.о./м ³
	Ц	В	П	Щ	
В15	<u>285</u>	<u>190</u>	<u>672</u>	<u>1195</u>	<u>14,69</u>
	309	206	578	1227	14,03
В25	<u>412</u>	<u>196</u>	<u>576</u>	<u>1169</u>	<u>16,83</u>
	454	216	486	1190	17,29
В30	<u>462</u>	<u>210</u>	<u>654</u>	<u>1129</u>	<u>17,66</u>
	524	238	430	1190	18,07

Примітка. В чисельнику наведені дані для привізного піску, у знаменнику – для місцевого.

Аналіз отриманих даних (табл. 2.1) показує, що з позицій мінімуму витрат для бетону класу В15 і нижче ефективним є місцевий пісок, а для більш високих класів – привізний.

3.3. Завдання на проблемні ситуації

1. Для будівництва бетонного масиву будівництво може отримати портландцемент ряду цементних заводів. Мінералогічний склад клінкеру наступний, %:

	C ₃ S	C ₂ S	C ₃ A
Цемент №1	55	23	7
Цемент №2	50	28	6
Цемент №3	53	25	10
Цемент №4	57	20	8

Примітка: решта – C₄AF.

Вартість 1 т цементу, у.о.: 1 – 19, 2 – 24, 3 – 20, 4 – 22. При використанні бетонних сумішей на кожному з цементів необхідно при бетонуванні конструкції впроваджувати заходи, що знижують екзотермію бетону. Додаткові витрати в у.о. на 1 м³ бетону з цих заходів становлять при використанні бетонних

сумішей на цементях: №1 – 2,5; №2 – не потребує витрат, №3 – 3, №4 – 2,8. Витрата цементу на 1 м³ бетону – 380 кг. Який із зазначених цементів є найкращим з умов термічної тріщиностійкості бетону та його вартості?

2. Для теплової ізоляції будівельної конструкції необхідні матеріали, що володіють теплопровідністю в межах 0,09...0,12 Вт/(м·°С). Оцінити з цією метою ефективність газобетону, мінеральної вати, керамзитового гравію, піноскла, фіброліту із зазначенням середньої густини матеріалу. Орієнтовна вартість 1 м³ матеріалу: газобетону – 60 у.о., мінеральної вати – 60 у.о., керамзитового гравію – 30 у.о., піноскла – 150 у.о., фіброліту – 140 у.о.

3. Який матеріал є найбільш ефективним для зведення стіни: щільна керамічна цегла ($\rho_0=1900$ кг/м³), легка цегла з підвищеною пористістю ($\rho_0=1200$ кг/м³), звичайна керамічна цегла ($\rho_0=1700$ кг/м³), якщо стіни зі звичайної цегли мають товщину 62 см. Вартість 1000 шт. цегли прийняти: для щільної – 60 у.о., легкої – 100 у.о., звичайної – 70 у.о.

4. Зовнішня стіна із силікатної цегли при середній густині 1860 кг/м³ має товщину 64 см. Чи буде ефективнішою рівноцінна їй в теплотехнічному відношенні стіна з армогазосилікату із середньою густиною 620 кг/м³, якщо вартість 1 м³ силікатної цегли 50 у.о., а 1 м³ армогазосилікату – 110 у.о.?

5. Бетон класу В30 (М 400) має склад за масою 1:2,1:4,3 при В/Ц=0,5. Середня густина бетону 2500 кг/м³. Оцінити ефективність використання для бетону шлакопортландцементу, портландцементу алітового і нормального складу вартістю 1 т з урахуванням транспортних витрат відповідно 23, 25 і 19 у.о. при умові можливої економії шлакопортландцементу за рахунок здачі споруди в експлуатацію не через 28, а через 70 діб. Прийняти коефіцієнт швидкості твердіння бетону ($K=R_{70}/R_{28}$) для шлакопортландцементу 1,5, звичайного та алітового портландцементу відповідно 1,3 та 1,2.

6. Зниження фільтруючої здатності бетонного облицювання гідротехнічної споруди може бути досягнуто збільшенням товщини облицювання на 4,1 м або підвищенням

якості бетону (водонепроникність його підвищується при збільшенні марочної міцності від марки 200 до марки 400). Який варіант є кращим з позицій витрати цементу та вартості бетону при використанні заповнювачів середньої якості та двох видів цементу – портландцементу М500 та шлакопортландцементу М400? Вартість матеріалів: 1 т ПЦ М500 – 19,6 у.о., 1 т ШПЦ М400 14,3 у.о., 1 м³ піску – 2 у.о., 1 м³ щебеню – 5 у.о. Насипна густина піску – 1500 кг/м³, щебеню – 1550 кг/м³.

7. Водонепроникність конструкцій може бути забезпечена підвищенням щільності бетону. Розглянути з позиції витрат ефективність використання з цією метою глиноземистого цементу М400 та портландцементу М500 у комплексі з суперпластифікатором С-3. Водопотреба бетонної суміші без добавок 175 л/м³, В/Ц=0,6 при рухомості ОК=7...9 см. При введенні С-3 у кількості 0,5% від маси цементу водопотреба суміші зменшується до 150 л/м³, що при тій же витраті цементу і ОК=7...9 см забезпечує В/Ц=0,5 і необхідну щільність бетону. Глиноземистий цемент забезпечує необхідну щільність та водонепроникність бетону при В/Ц=0,6 без введення добавки. Вартість 1 т: глиноземистого цементу М400 80 у.о., портландцементу М500 – 20 у.о., С-3 – 350 у.о.

8. Стійкість бетону в конструкції у мінералізованій воді можна забезпечити застосуванням сульфатостійкого і пуцоланового портландцементу, а при використанні звичайного портландцементу необхідно підвищити щільність бетону, для чого потрібно зменшити величину В/Ц. Який з цементів найбільш раціонально використовувати, якщо за умовами довговічності конструкцій величина В/Ц повинна становити на сульфатостійкому цементі 0,65, на пуцолановому – 0,60, на портландцементі – 0,55? Водопотреба бетонної суміші: на сульфатостійкому та звичайному портландцементі – 175 л/м³, на пуцолановому портландцементі – 190 л/м³. Вартість 1 т: портландцементу М400 – 19 у.о., сульфатостійкого цементу М400 – 25 у.о., пуцоланового цементу М400 – 16 у.о.

9. Морозостійкість бетону конструкцій може бути підвищена збільшенням щільності бетону шляхом зниження В/Ц від 0,7 до 0,56, а також шляхом застосування повітровтягуючих

добавок, що забезпечують вміст в бетонній суміші не менше 5% емульгованого повітря. Який варіант є більш економічним, якщо необхідна величина В/Ц забезпечується при введенні в бетонну суміш С-3 у кількості 0,7% від маси цементу, а необхідне повітровтягнення – добавки СПД у кількості 0,06% від маси цементу? Водопотреба бетонної суміші без введення пластифікатора становить 180 л/м³. Вартість 1 т матеріалів: цементу М400 – 17 у.о., С-3 – 300 у.о., СПД – 500 у.о.

10. Тріщиностійкість бетону класу В15 (М 200) масивних споруд може бути забезпечена за рахунок зниження тепловиділення в процесі його твердіння. Тепловиділення можна зменшити, використовуючи добавки (органічні – ЛСТ, ЩСПК та ін., активні мінеральні – зола, мелений шлак, опока, діатоміт та інші гірські породи), а також застосуванням спеціального цементу з помірною екзотермією.

Будівельна компанія має можливість отримувати низькотермічний цемент М 400 вартістю 1 т 35 у.о. з врахуванням транспортних витрат, а також стандартний портландцемент М400 вартістю 1 т 26 у.о. В останньому випадку екзотермію можна довести до необхідної величини введенням ЛСТ в кількості 0,3...0,4% від маси цементу і золи ТЕС до 30%. Вартість золи – 7 у.о., ЛСТ – 60 у.о. Який цемент раціонально застосувати з позицій вартості матеріалів для виготовлення бетонної суміші, якщо бетонна суміш готується з рухомістю ОК = 4...6 см, а за рахунок введення золи і ЛСТ в бетонну суміш можна економити до 40 кг цементу на 1 м³ бетону?

11. Оцінити вартість заходу щодо підвищення хімічної стійкості залізобетонної конструкції в агресивному середовищі. Розглянути варіанти підвищення щільності бетону, а також нанесення захисного лакофарбового покриття і конструкції та обрати раціональний варіант. При виготовленні бетонної суміші з водо потребою 175 л/м³ величина В/Ц за умовами хімічної стійкості зменшується до 0,45 проти 0,7 для звичайного бетону. Вартість 1 т портландцементу М400 з мінеральними добавками – 19 у.о. Вартість 1 кг лакофарбового матеріалу – 2 у.о. Витрата лакофарбових матеріалів становить 0,2 кг на 1 м² поверхні

конструкцій. Об'єм бетонного масиву становить 1500 м^3 , площа поверхні, яка потребує захисту – 500 м^2 .

12. Необхідно вирішити, який цемент – портландцемент М500 або гідрофобний портландцемент М400 слід завозити на віддалений будівельний об'єкт. Цемент буде використаний для отримання бетонів марок 200 та 300 з ОК=4...6 см на рядових наповнювачах. Загальна тривалість транспортування та зберігання цементів до їх застосування – 3 міс. Очікуваний коефіцієнт зміни активності портландцементу через 3 місяці – 0,7, гідрофобного – 1,05. Вартість 1 т портландцементу М 500 – 55 у.о., гідрофобного портландцементу М400 – 51 у.о. (з урахуванням транспортних витрат).

13. Будівельній компанії для будівництва споруд з бетону марок 300 і 400 (відповідно ОК=4...6 і 9...12 см) з використанням рядових заповнювачів є можливість отримати портландцемент М500 нормальної густоти (НГ=26,5 %) та пластифікований портландцемент М400 з НГ=21,5%. Вартість портландцементу М500 з урахуванням транспортних витрат – 34 у.о., пластифікованого портландцементу М400 – 38 у.о. за 1 т. Зниження вартості бетону за рахунок зменшення витрат на ущільнення бетонної суміші при використанні пластифікованого портландцементу становить 4 у.о./ м^3 . Який цемент варто отримати будівельній компанії?

14. При бетонуванні конструкцій з бетонів класів 25 і 30 слід використовувати малорухомі і литі суміші. При отриманні останніх можна застосовувати суперпластифікатор, що збільшує вартість бетону на 0,5 у.о./ м^3 , проте при цьому витрата води знижується на 22%. Вартість застосовуваного портландцементу М500 з врахуванням транспортних витрат складає 32 у.о./т, заповнювачі – рядові. Зменшення вартості бетону при застосуванні литих сумішей за рахунок зниження витрат при ущільненні складас 6 у.о./ м^3 . Обґрунтувати вибір легкоукладальності бетонної суміші.

15. Для виробництва бетону класів В15...В 30 з ОК=4...6 см є можливість застосування трьох видів пластифікуючих добавок: лігносульфонат технічний (ЛСТ), водорозчинний препарат (ВРП-1) і пластифікатор форматно-спиртовий (ПФС).

Пластифікатори постачаються у вигляді концентратів 45...50%. Вартість 1 т добавок за сухою речовиною, у.о.: ЛСТ – 60, ВРП-1 – 1300, ПФС – 13 у.о. Дозування добавок: ЛСТ – 0,15...0,25, ВРП-1 – 0,005...0,02, ПФС – 0,4...0,8% від маси цементу в перерахунку на суху речовину. Зниження витрати цементу при введенні добавок становить: ЛСТ та ВРП-1 – 5...6%, ПФС – 10...20%. Визначити найбільш ефективний з позицій витрат на виробництво бетону від пластифікуючої добавки.

16. Чи зміниться і на скільки витрата ПЦ марки 400 на 1 м³ бетону (М300) із жорсткістю бетонної суміші 30 с, якщо бетони виготовлятимуть на різних за якістю заповнювачах? Прийняти максимальну крупність щебеню 10 мм. Розглянути варіанти бетонів на високоякісних рядових заповнювачах та заповнювачах зниженої якості.

17. Бетонний завод випускає бетон марки 300 на цементі М500 при витраті води 180 л на 1 м³ бетону. Як потрібно змінити витрату в'язучого, якщо на завод надійде цемент того ж виду, але марки 400? Консистенція бетонної суміші, а отже, і витрата води повинні залишатися без зміни. Коефіцієнт якості матеріалів у формулі міцності: $A = 0,6$.

18. Бетон, виготовлений на портландцементі марки 400, твердіє за логарифмічним законом, а добавка 1,5% CaCl_2 від маси цементу підвищує міцність бетону через 3 доби приблизно на 100%, через 7 діб на 50% і через 28 діб на 10%. Витрата цементу в бетоні 330 кг/м³, води 185 л/м³, заповнювачі – гравій та дрібнозернистий пісок. Яка міцність бетону буде у віці 3, 7 та 28 діб без добавки та з добавкою CaCl_2 ? Скільки потрібно цементу для бетону без добавки, міцність якого через 7 діб буде така ж сама, як і бетону з добавкою? Порівняти економічну ефективність введення CaCl_2 , якщо вартість 1 т цементу становить 26 у.о., а 1 т CaCl_2 – 120 у.о.

19. Для виготовлення бетону марки 300 у зв'язку з низькою якістю піску та щебеню витрату цементу прийнято 430 кг/м³. Вартість 1 т цементу марки 400 – 27 у.о. Економії цементу може бути досягнуто за рахунок введення ЛСТ (1 т ЛСТ – 60 у.о.), лужного пластифікатора ЩСПК (1 т – 26 у.о.), нітрит-

нітрату кальцію (ННК) (1 т – 100 у.о.), суперпластифікатора С-3 (1 т – 600 у.о.). Вибрати найбільш ефективний технологічний прийом економії цементу. Можливе зниження витрати цементу без зниження міцності бетону становитиме: при використанні ЛСТ – 7%, ЩСПК – 5%, ННК – 8%, С-3 – 15%.

20. Для виготовлення залізобетонних конструкцій випускається бетон марок 200, 300, 400. У всіх випадках використовується портландцемент з мінеральними добавками марки 400. Для бетонних сумішей використовують пісок з $V_p=9\%$, щебінь максимальною крупністю 40 мм, цемент має НГ тіста 27%. Завод може отримувати портландцемент марки 500 I і II типу, швидкотверднучий марок 400 і 500, ШПЦ марок 400 і 500. Силосне господарство заводу забезпечує прийом і зберігання цементу різних марок.

Оцінити економічну доцільність заміни даного цементу іншими видами та марками цементу. При використанні ШПЦ витрата цементу збільшиться на 7%, при використанні БТЦ зменшиться на 6% порівняно з портландцементом. Цінові коефіцієнти на цемент: портландцемент з мінеральними добавками М400 – 1, М500 – 1,167; портландцемент М400 – 1,11; М500 – 1,90; БТЦ М400 – 1,08; М500 – 1,260; ШПЦ М400 – 0,85; М500 – 0,99.

21. На бетонному заводі випускають бетон марок 100, 200 (ОК=2 см та ОК=12 см), марки 300 (ОК=4 см та ОК=12 см) та марки 400 (ОК=8 см). Для марок бетону 100...300 застосовують портландцемент М400, для марки бетону 400 – цемент М500. Використовуваний місцевий пісок з $M_k=1,3$ має водопотребу 12%, вартість 1 м³ 2 у.о. ($\rho_0=1500$ кг/м³). Привізний пісок з $M_k=2,5$ має водопотребу 6%, вартість 5 у.о. за 1 м³ ($\rho_0=1400$ кг/м³).

Оцінити економічну ефективність: 1) повної заміни місцевого піску привізним для кожної марки бетону; 2) часткової заміни при використанні привізного піску як укрупнюючої добавки з доведенням крупності піску до $M_k=2,1$, $V_p=8\%$, співвідношення крупного і дрібного піску приблизно 1:1.

22. В нормальних умовах твердіння бетон досягає марочної міцності при витраті портландцементу 300 кг/м^3 і $C/B=1,5$. Пропарений бетон через 28 діб набуває 0,5% проектної міцності.

Визначити, як потрібно змінити витрату цементу, щоб пропарений бетон у проектному віці досяг марочної міцності.

23. Оцінити вартість теплоізоляції з пінобетону, керамзитобетону та мінеральної вати, якщо відомо, що за середньої густини пінобетону 500 кг/м^3 розрахункова товщина ізоляції становить 100 мм; мінеральна вата марки 100, керамзитобетон може бути приготовлений середньою густиною 1000 кг/м^3 .

24. Визначити ефективність використання при виробництві залізобетонних виробів (економію металу у відсотках та економію витрат, у.о.) арматурної сталі класів А500 та А800. Коефіцієнти приведення для сталей А500 та А800 відповідно 1,43 та 2,2. Оптова ціна 1 т арматурної сталі А240, А500, і А800 відповідно 102,3; 114,5 та 138,6 у.о.

Перелік літератури

1. Дворкін Л.Й. Будівельне матеріалознавство. Рівне: НУВГП, 2016, 448 с.
2. Дворкін Л.Й., Дворкін О.Л. Основи бетонознавства. К.: Основа, 2007, 613 с.
3. Дворкін Л.Й., Дворкін О.Л. Бетони і будівельні розчини. Київ, "Основа", 2008. 613 с.
4. Дворкін Л.Й. Експериментально-статистичне моделювання при проектуванні складів бетону. Київ: "Кондор", 2020. – 228 с.
5. Л.Й.Дворкін, Ю.В.Гарніцький, В.Л.Шестаков, О.Л.Дворкін, Л.І.Ніхаєва. Будівельне матеріалознавство. Курс лекцій і практикум: Навчальний посібник / За редакцією д.т.н., проф. Л.Й.Дворкіна. – Рівне, УДУВГП, 2002, – 366 с.
6. Дворкін Л.Й., Дворкін О.Л., Житковський В.В. Розв'язування будівельно-технологічних задач методами математичного планування експерименту: Навч. посібник. Рівне: НУВГП, 2010. – 176 с.
7. Дворкин Л.И. Строительные материалы и детали. Практикум.– К.: "Вища школа", 1988. 200 с.
8. Сорокер В.И. Примеры и задачи по технологии бетонных и железобетонных изделий. – М.: Высш. шк., 1972. 176 с.
9. Скрамтаев Б.Г., Буров В.Д., Панфилова Л.И., Шубенкин П.Ф. Примеры и задачи по строительным материалам. М.: Высш. шк., 1970. 232 с.

Додатки

Таблиця 1

Значення t – критерію Стьюдента

Число степенів свободи	Рівень значимості		
	0,1/0,9	0,05/0,95	0,02/0,98
1	6031	12,7	31,82
2	2,92	4,3	6,97
3	2,35	3,18	4,54
4	2,13	2,78	3,75
5	2,01	2,57	3,37
6	1,94	2,45	3,14
7	1,89	2,36	3
8	1,86	2,31	2,9
9	1,83	2,26	2,82
10	1,81	2,23	2,76
11	1,8	2,2	2,72
12	1,78	2,18	2,68
13	1,77	2,16	2,65
14	1,76	2,14	2,62
15	1,75	2,13	2,6
16	1,75	2,12	2,58
17	1,74	2,11	2,57
18	1,73	2,1	2,55
19	1,73	2,09	2,54
20	1,73	2,09	2,53
21	1,72	2,08	2,52
22	1,72	2,07	2,51
23	1,71	2,07	2,5
24	1,71	2,06	2,49
25	1,71	2,06	2,48
26	1,71	2,05	2,47
27	1,7	20,5	2,46
28	1,7	2,05	2,46
29	1,7	2,04	2,46
30	1,68	2,02	2,42
40	1,67	2	2,39
60	1,66	1,98	2,36
120	1,64	1,96	2,33

Таблиця 2

Розрахунок дисперсії адекватності

Точки плану	x_0	x_1	x_2	x_3	x_4	x_1x_2	x_1x_3	x_1x_4	x_2x_3	x_2x_4	x_3x_4	\hat{y}_u	\bar{y}_u	$\hat{y}_u - \bar{y}_u$	$(\hat{y}_u - \bar{y}_u)^2$
1	27,3	$\frac{+}{11,2}$	$\frac{+}{5,3}$	$\frac{+}{1,1}$	$\frac{+}{-1}$	$\frac{+}{0,7}$	$\frac{+}{0,5}$	$\frac{+}{-0,6}$	$\frac{+}{0}$	$\frac{+}{0}$	$\frac{+}{0}$	44,5	43,6	-0,9	0,81
2	27,3	$\frac{+}{11,2}$	$\frac{+}{5,3}$	$\frac{+}{1,1}$	$\frac{-}{+1}$	$\frac{+}{0,7}$	$\frac{+}{0,5}$	$\frac{-}{0,6}$	$\frac{+}{0}$	$\frac{-}{0}$	$\frac{-}{0}$	47,7	48,7	1	1
3	27,3	$\frac{+}{11,2}$	$\frac{+}{5,3}$	$\frac{-}{-1,1}$	$\frac{+}{-1}$	$\frac{+}{0,7}$	$\frac{-}{-0,5}$	$\frac{+}{-0,6}$	$\frac{-}{0}$	$\frac{+}{0}$	$\frac{-}{0}$	41,3	40,9	-0,4	0,16
4	27,3	$\frac{+}{11,2}$	$\frac{+}{5,3}$	$\frac{-}{-1,1}$	$\frac{-}{+1}$	$\frac{+}{0,7}$	$\frac{-}{-0,5}$	$\frac{-}{0,6}$	$\frac{-}{0}$	$\frac{-}{0}$	$\frac{+}{0}$	44,5	44,4	-0,1	0,01
5	27,3	$\frac{+}{11,2}$	$\frac{-}{-5,3}$	$\frac{+}{1,1}$	$\frac{+}{-1}$	$\frac{-}{-0,7}$	$\frac{+}{0,5}$	$\frac{+}{-0,6}$	$\frac{-}{0}$	$\frac{-}{0}$	$\frac{+}{0}$	3205	32,2	0,3	0,09
6	27,3	$\frac{+}{11,2}$	$\frac{-}{-5,3}$	$\frac{+}{1,1}$	$\frac{-}{+1}$	$\frac{-}{-0,7}$	$\frac{+}{0,5}$	$\frac{-}{0,6}$	$\frac{-}{0}$	$\frac{+}{0}$	$\frac{-}{0}$	35,6	34,8	-0,8	0,64
7	27,3	$\frac{+}{11,2}$	$\frac{-}{-5,3}$	$\frac{-}{-1,1}$	$\frac{+}{-1}$	$\frac{-}{-0,7}$	$\frac{-}{0,5}$	$\frac{+}{-0,6}$	$\frac{+}{0}$	$\frac{+}{0}$	$\frac{+}{0}$	29,3	30,4	1,1	1,21
8	27,3	$\frac{+}{11,2}$	$\frac{-}{-5,3}$	$\frac{-}{-1,1}$	$\frac{-}{+1}$	$\frac{-}{-0,7}$	$\frac{-}{0,5}$	$\frac{-}{0,6}$	$\frac{+}{0}$	$\frac{+}{0}$	$\frac{+}{0}$	32,5	32,3,	0,2	0,04

Продовження табл. 2

Точки плану	x_0	x_1	x_2	x_3	x_4	x_1x_2	x_1x_3	x_1x_4	x_2x_3	x_2x_4	x_3x_4	\hat{y}_u	\bar{y}_u	$\hat{y}_u - \bar{y}_u$	$(\hat{y}_u - \bar{y}_u)^2$
9	27,3	$\frac{-}{-11,2}$	$\frac{+}{5,3}$	$\frac{+}{1,1}$	$\frac{+}{-1}$	$\frac{-}{-0,7}$	$\frac{-}{-0,5}$	$\frac{-}{0,6}$	$\frac{+}{0}$	$\frac{+}{0}$	$\frac{+}{0}$	20,9	21,1	0,2	0,04
10	27,3	$\frac{-}{-11,2}$	$\frac{+}{5,3}$	$\frac{+}{1,1}$	$\frac{-}{+1}$	$\frac{-}{-0,7}$	$\frac{-}{-0,5}$	$\frac{+}{-0,6}$	$\frac{+}{0}$	$\frac{-}{0}$	$\frac{-}{0}$	21,7	21,9	0,1	0,01
11	27,3	$\frac{-}{-11,2}$	$\frac{+}{5,3}$	$\frac{-}{-1,1}$	$\frac{+}{-1}$	$\frac{-}{-0,7}$	$\frac{+}{0,5}$	$\frac{-}{0,6}$	$\frac{-}{0}$	$\frac{+}{0}$	$\frac{-}{0}$	18,5	19,6	1,1	1,21
12	27,3	$\frac{-}{-11,2}$	$\frac{+}{5,3}$	$\frac{-}{-1,1}$	$\frac{-}{+1}$	$\frac{-}{-0,7}$	$\frac{+}{0,5}$	$\frac{+}{-0,6}$	$\frac{-}{0}$	$\frac{-}{0}$	$\frac{+}{0}$	20,5	20,7	-0,2	0,04
13	27,3	$\frac{-}{-11,2}$	$\frac{-}{-5,3}$	$\frac{+}{1,1}$	$\frac{+}{-1}$	$\frac{+}{0,7}$	$\frac{-}{-0,5}$	$\frac{-}{0,6}$	$\frac{-}{0}$	$\frac{-}{0}$	$\frac{+}{0}$	11,7	11,9	0,2	0,04
14	27,3	$\frac{-}{-11,2}$	$\frac{-}{-5,3}$	$\frac{+}{1,1}$	$\frac{-}{+1}$	$\frac{+}{0,7}$	$\frac{-}{-0,5}$	$\frac{+}{-0,6}$	$\frac{-}{0}$	$\frac{+}{0}$	$\frac{-}{0}$	12,1	12,6	0,5	0,25
15	27,3	$\frac{-}{-11,2}$	$\frac{-}{-5,3}$	$\frac{-}{-1,1}$	$\frac{+}{-1}$	$\frac{+}{0,7}$	$\frac{+}{0,5}$	$\frac{-}{0,6}$	$\frac{+}{0}$	$\frac{-}{0}$	$\frac{-}{0}$	10,5	10,4	0,1	0,01
16	27,3	$\frac{-}{-11,2}$	$\frac{-}{-5,3}$	$\frac{-}{-1,1}$	$\frac{-}{+1}$	$\frac{+}{0,7}$	$\frac{+}{0,5}$	$\frac{+}{-0,6}$	$\frac{+}{0}$	$\frac{+}{0}$	$\frac{+}{0}$	11,3	11,1	-0,2	0,04
Сума															5,6

Таблиця 3

Відношення дисперсії за F-критерієм Фішера при $\alpha=0,05$
(довірча ймовірність 95%)

Число ступенів волі для дисперсії											
більшій	меншій f_2										
f_1	1	2	3	4	5	6	8	10	20	50	>50
1	161	200	216	225	230	234	239	244	248	252	254
2	18,51	19	19,16	19,25	19,3	19,33	19,37	19,39	19,45	19,47	19,5
3	10,13	9,55	9,28	9,12	9,01	8,94	8,84	8,78	8,66	8,58	8,53
4	7,71	6,94	6,59	6,39	6,26	6,16	6,04	5,96	5,8	5,7	5,63
5	6,61	5,79	5,41	5,19	5,05	4,95	4,82	4,74	4,56	4,44	4,36
6	5,99	5,14	4,76	4,53	4,39	4,28	4,15	4,06	3,87	3,75	3,67
8	5,32	4,46	4,07	3,84	3,69	3,58	3,44	3,35	3,15	3,03	2,93
10	4,96	4,1	3,71	3,48	3,33	3,22	3,07	2,98	2,77	2,64	2,54
15	4,54	3,68	3,29	3,06	2,9	2,79	2,64	2,54	2,33	2,18	2,07
20	4,35	3,49	3,1	2,87	2,71	2,6	2,45	2,35	2,12	1,96	1,84
40	4,08	3,23	2,84	2,61	2,45	2,34	2,18	2,08	1,84	1,66	1,51
100	3,94	3,09	2,7	2,46	2,3	2,19	2,03	1,92	1,68	1,48	1,28
>100	3,84	2,99	2,6	2,37	2,21	2,09	1,91	1,83	1,57	1,35	1

Таблиця 4

Матриця плану Бокса-Бенкена для $k = 3$

Точки плану u		Матриця планування			Квадрати змінних			Взаємодії факторів			Вихідний параметр y_i
		x_1	x_2	x_3	x_1^2	x_2^2	x_3^2	x_1x_2	x_1x_3	x_2x_3	
	1	+1	+1	0	+1	+1	0	+1	0	0	y_1
	2	+1	-1	0	+1	+1	0	-1	0	0	y_2
	3	-1	+1	0	+1	+1	0	-1	0	0	y_3
	4	-1	-1	0	+1	+1	0	+1	0	0	y_4
	5	+1	0	+1	+1	0	+1	0	+1	0	y_5
	6	+1	0	-1	+1	0	+1	0	-1	0	y_6
	7	-1	0	+1	+1	0	+1	0	-1	0	y_7
	8	-1	0	-1	+1	0	+1	0	+1	0	y_8
	9	0	+1	+1	0	+1	+1	0	0	+1	y_9
	10	0	+1	-1	0	+1	+1	0	0	-1	y_{10}
	11	0	-1	+1	0	+1	+1	0	0	-1	y_{11}
	12	0	-1	-1	0	+1	+1	0	0	+1	y_{12}
n_0	13	0	0	0	0	0	0	0	0	0	y_{13}
	14	0	0	0	0	0	0	0	0	0	y_{14}
	15	0	0	0	0	0	0	0	0	0	y_{15}

Таблиця 5

Матриця плану Бокса-Бенкена для k=4

Точки плану u	Матриця планування				Квадрати змінних				Взаємодії факторів						Вихідний параметр y _i
	x ₁	x ₂	x ₃	x ₄	x ₁ ²	x ₂ ²	x ₃ ²	x ₄ ²	x ₁ x ₂	x ₁ x ₃	x ₁ x ₄	x ₂ x ₃	x ₂ x ₄	x ₃ x ₄	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
1	+1	+1	0	0	+1	+1	0	0	+1	0	0	0	0	0	y ₁
2	+1	-1	0	0	+1	+1	0	0	-1	0	0	0	0	0	y ₂
3	-1	+1	0	0	+1	+1	0	0	-1	0	0	0	0	0	y ₃
4	-1	-1	0	0	+1,	+1	0	0	+1	0	0	0	0	0	y ₄
5	+1	0	+1	0	+1	0	+1	0	0	+1	0	0	0	0	y ₅
6	+1	0	-1	0	+1	0	+1	0	0	-1	0	0	0	0	y ₆
7	-1	0	+1	0	+1	0	+1	0	0	-1	0	0	0	0	y ₇
8	-1	0	-1	0	+1	0	+1	0	0	+1	0	0	0	0	y ₈
9	0	+1	+1	0	0	+1	+1	0	0	0	0	+1	0	0	y ₉
10	0	+1	-1	0	0	+1	+1	0	0	0	0	-1	0	0	y ₁₀
11	0	-1	+1	0	0	+1	+1	0	0	0	0	-1	0	0	y ₁₁
12	0	-1	-1	0	0	+1	+1	0	0	0	0	+1	0	0	y ₁₂
13	0	0	+1	+1	0	0	+1	+1	0	0	0	0	0	+1	y ₁₃
14	0	0	+1	-1	0	0	+1	+1	0	0	0	0	0	-1	y ₁₄
15	0	0	-1	+1	0	0	+1	+1	0	0	0	0	0	-1	y ₁₅
16	0	0	-1	-1	0	0	+1	+1	0	0	0	0	0	+1	y ₁₆
17	+1	0	0	+1	+1	0	0	+1	0	0	+1	0	0	0	y ₁₇

Продовження табл. 5

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
18	+1	0	0	-1	+1	0	0	+1	0	0	-1	0	0	0	y_{18}
19	-1	0	0	+1	+1	0	0	+1	0	0	-1	0	0	0	y_{19}
20	-1	0	0	-1	+1	0	0	+1	0	0	+1	0	0	0	y_{20}
21	0	+1	0	+1	0	+1	0	+1	0	0	0	0	+1	0	y_{21}
22	0	+1	0	-1	0	+1	0	+1	0	0	0	0	-1	0	y_{22}
23	0	-1	0	+1	0	+1	0	+1	0	0	0	0	-1	0	y_{23}
24	0	-1	0	-1	0	+1	0	+1	0	0	0	0	+1	0	y_{24}
25	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	y_{25}
n_0 26	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	y_{26}
27	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	y_{27}

Таблиця 6

Матриця плану Бокса-Бенкена для $k=5$

Точки плану u	Матриця планування					Квадрати змінних					Взаємодії факторів										Вихід- ний пара- метр y_i
	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_1^2	x_2^2	x_3^2	x_4^2	x_5^2	x_1x_2	x_1x_3	x_1x_4	x_1x_5	x_2x_3	x_2x_4	x_2x_5	x_3x_4	x_3x_5	x_4x_5	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22
1	+1	+1	0	0	0	+1	+1	0	0	0	+1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	y_1
2	+1	-1	0	0	0	+1	+1	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	y_2
3	-1	+1	0	0	0	+1	+1	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	y_3
4	-1	-1	0	0	0	+1	+1	0	0	0	+1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	y_4
5	+1	0	+1	0	0	+1	0	+1	0	0	0	+1	0	0	0	0	0	0	0	0	y_5
6	+1	0	-1	0	0	+1	0	+1	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	y_6
7	-1	0	+1	0	0	+1	0	+1	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	y_7
8	-1	0	-1	0	0	+1	0	+1	0	0	0	+1	0	0	0	0	0	0	0	0	y_8
9	0	+1	+1	0	0	0	+1	+1	0	0	0	0	0	0	+1	0	0	0	0	0	y_9
10	0	+1	-1	0	0	0	+1	+1	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	y_{10}
11	0	-1	+1	0	0	0	+1	+1	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	y_{11}
12	0	-1	-1	0	0	0	+1	+1	0	0	0	0	0	0	+1	0	0	0	0	0	y_{12}
13	0	0	+1	+1	0	0	0	+1	+1	0	0	0	0	0	0	0	0	+1	0	0	y_{13}
14	0	0	+1	-1	0	0	0	+1	+1	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	y_{14}
15	0	0	-1	+1	0	0	0	+1	+1	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	y_{15}

Продовження табл. 6

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22
16	0	0	-1	-1	0	0	0	+1	+1	0	0	0	0	0	0	0	0	+1	0	0	Y ₁₆
17	+1	0	0	+1	0	+1	0	0	+1	0	0	0	+1	0	0	0	0	0	0	0	Y ₁₇
18	+1	0	0	-1	0	+1	0	0	+1	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	0	0	Y ₁₈
19	-1	0	0	+1	0	+1	0	0	+1	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	0	0	Y ₁₉
20	-1	0	0	-1	0	+1	0	0	+1	0	0	0	+1	0	0	0	0	0	0	0	Y ₂₀
21	0	+1	0	+1	0	0	+1	0	+1	0	0	0	0	0	0	+1	0	0	0	0	Y ₂₁
22	0	-1	0	+1	0	0	+1	0	+1	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	0	0	Y ₂₂
23	0	-1	0	+1	0	0	+1	0	+1	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	0	0	Y ₂₃
24	0	-1	0	-1	0	0	+1	0	+1	0	0	0	0	0	0	+1	0	0	0	0	Y ₂₄
25	0	+1	0	0	+1	0	+1	0	0	+1	0	0	0	0	0	0	+1	0	0	0	Y ₂₅
26	0	+1	0	0	-1	0	+1	0	0	+1	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	0	Y ₂₆
27	0	-1	0	0	+1	0	+1	0	0	+1	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	0	Y ₂₇
28	0	-1	0	0	-1	0	+1	0	0	+1	0	0	0	0	0	0	+1	0	0	0	Y ₂₈
29	0	0	0	+1	+1	0	0	0	+1	+1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	+1	Y ₂₉
30	0	0	0	+1	-1	0	0	0	+1	+1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	Y ₃₀
31	0	0	0	-1	+1	0	0	0	+1	+1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	Y ₃₁
32	0	0	0	-1	-1	0	0	0	+1	+1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	+1	Y ₃₂
33	0	0	+1	0	+1	0	0	+1	+1	+1	0	0	0	0	0	0	0	0	+1	0	Y ₃₃
34	0	0	+1	0	-1	0	0	+1	+1	+1	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	Y ₃₄
35	0	0	-1	0	+1	0	0	+1	+1	+1	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	Y ₃₅
36	0	0	-1	0	-1	0	0	+1	+1	+1	0	0	0	0	0	0	0	0	+1	0	Y ₃₆
37	+1	0	0	0	+1	+1	0	0	+1	+1	0	0	0	+1	0	0	0	0	0	0	Y ₃₇

Продовження табл. 6

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22
38	+1	0	0	0	-1	+1	0	0	+1	+1	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	0	У ₃₈
39	-1	0	0	0	+1	+1	0	0	+1	+1	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	0	У ₃₉
40	-1	0	0	0	-1	+1	0	0	+1	+1	0	0	0	+1	0	0	0	0	0	0	У ₄₀
41	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	У ₄₁
42	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	У ₄₂
43	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	У ₄₃
44	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	У ₄₄
45	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	У ₄₅
46	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	У ₄₆

Таблиця 7

Матриця плану B_4 для $k = 4$

Точки плану u		Матриця планування				Квадрати змінних				Взаємодії факторів						Вихідний параметр y_i
		x_1	x_2	x_3	x_4	x_1^2	x_2^2	x_3^2	x_4^2	$x_1 x_2$	$x_1 x_3$	$x_1 x_4$	$x_2 x_3$	$x_2 x_4$	$x_3 x_4$	
1		2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
N_1	1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	y_1
	2	+1	+1	+1	-1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	-1	+1	-1	-1	y_2
	3	+1	+1	-1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	-1	+1	-1	+1	-1	y_3
	4	+1	+1	-1	-1	+1	+1	+1	+1	+1	-1	-1	-1	-1	+1	y_4
	5	+1	-1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	-1	+1	+1	-1	-1	+1	y_5
	6	+1	-1	+1	-1	+1	+1	+1	+1	-1	+1	-1	-1	+1	-1	y_6
	7	+1	-1	-1	+1	+1	+1	+1	+1	-1	-1	+1	+1	-1	-1	y_7
	8	+1	-1	-1	-1	+1	+1	+1	+1	-1	-1	-1	+1	+1	+1	y_8
	9	-1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	-1	-1	-1	+1	+1	+1	y_9
	10	-1	+1	+1	-1	+1	+1	+1	+1	-1	-1	+1	+1	-1	-1	y_{10}
	11	-1	+1	-1	+1	+1	+1	+1	+1	-1	+1	-1	-1	+1	-1	y_{11}
	12	-1	+1	-1	-1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	-1	-1	y_{12}
	13	-1	-1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	-1	+1	-1	+1	-1	y_{13}
	14	-1	-1	+1	-1	+1	+1	+1	+1	+1	-1	+1	-1	+1	-1	y_{14}
	15	-1	-1	-1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	-1	+1	-1	-1	y_{15}
	16	-1	-1	-1	-1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	y_{16}

Продовження табл. 7

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	
N α	17	+1	0	0	0	+1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	У ₁₇
	18	-1	0	0	0	+1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	У ₁₈
	19	0	+1	0	0	0	+1	0	0	0	0	0	0	0	0	У ₁₉
	20	0	-1	0	0	0	+1	0	0	0	0	0	0	0	0	У ₂₀
	21	0	0	+1	0	0	0	+1	0	0	0	0	0	0	0	У ₂₁
	22	0	0	-1	0	0	0	+1	0	0	0	0	0	0	0	У ₂₂
	23	0	0	0	+1	0	0	0	+1	0	0	0	0	0	0	У ₂₃
	24	0	0	0	-1	0	0	0	+1	0	0	0	0	0	0	У ₂₄

Таблиця 8

Матриця плану B_5 для $k = 5$

Точки плану u	Матриця планування					Квадрати змінних					Взаємодії факторів										Вихідний параметр y_i	
	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_1^2	x_2^2	x_3^2	x_4^2	x_5^2	x_1x_2	x_1x_3	x_1x_4	x_1x_5	x_2x_3	x_2x_4	x_2x_5	x_3x_4	x_3x_5	x_4x_5		
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	
1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	y_1
2	+1	+1	+1	+1	-1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	-1	+1	+1	-1	+1	-1	-1	-1	y_2
3	+1	+1	+1	-1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	-1	+1	+1	-1	+1	-1	+1	-1	-1	y_3
4	+1	+1	+1	-1	-1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	-1	-1	+1	-1	-1	-1	-1	-1	+1	y_4
5	+1	+1	-1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	-1	+1	+1	-1	+1	+1	-1	-1	-1	+1	y_5
6	+1	+1	-1	+1	-1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	-1	+1	-1	-1	+1	-1	-1	+1	-1	-1	y_6
7	+1	+1	-1	-1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	-1	-1	+1	-1	-1	+1	+1	-1	-1	-1	y_7
8	+1	+1	-1	-1	-1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	+1	+1	+1	+1	y_8
9	+1	-1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	-1	+1	+1	+1	-1	-1	-1	+1	+1	+1	+1	y_9
10	+1	-1	+1	+1	-1	+1	+1	+1	+1	+1	-1	+1	+1	-1	-1	-1	+1	+1	-1	-1	-1	y_{10}
11	+1	-1	+1	-1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	-1	+1	-1	+1	-1	+1	-1	-1	+1	-1	-1	y_{11}
12	+1	-1	+1	-1	-1	+1	+1	+1	+1	+1	-1	+1	-1	-1	-1	+1	+1	-1	-1	+1	-1	y_{12}
13	+1	-1	-1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	-1	-1	+1	+1	+1	-1	-1	-1	-1	-1	+1	y_{13}
14	+1	-1	-1	+1	-1	+1	+1	+1	+1	+1	-1	-1	+1	-1	+1	-1	+1	-1	+1	-1	-1	y_{14}
15	+1	-1	-1	-1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	-1	-1	-1	+1	+1	+1	-1	+1	-1	-1	-1	y_{15}
16	+1	-1	-1	-1	-1	+1	+1	+1	+1	+1	-1	-1	-1	-1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	y_{16}
17	-1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	-1	-1	-1	-1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	y_{17}

Продовження табл. 8

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22		
N ₁	18	-1	+1	+1	+1	-1	+1	+1	+1	+1	+1	-1	-1	-1	+1	+1	+1	-1	+1	-1	-1	Y ₁₈	
	19	-1	+1	+1	-1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	-1	-1	+1	-1	+1	-1	+1	-1	+1	-1	Y ₁₉	
	20	-1	+1	+1	-1	-1	+1	+1	+1	+1	+1	-1	-1	+1	+1	+1	-1	-1	-1	-1	+1	Y ₂₀	
	21	-1	+1	-1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	-1	+1	-1	-1	-1	+1	+1	-1	-1	+1	Y ₂₁	
	22	-1	+1	-1	+1	-1	+1	+1	+1	+1	+1	-1	+1	-1	+1	-1	+1	-1	-1	+1	-1	Y ₂₂	
	23	-1	+1	-1	-1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	-1	+1	+1	-1	-1	-1	+1	+1	-1	-1	Y ₂₃	
	24	-1	+1	-1	-1	-1	+1	+1	+1	+1	+1	-1	+1	+1	+1	-1	-1	-1	+1	+1	+1	Y ₂₄	
	25	-1	-1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	+1	+1	+1	Y ₂₅	
	26	-1	-1	+1	+1	-1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	-1	-1	+1	-1	-1	+1	+1	-1	-1	Y ₂₆	
	27	-1	-1	+1	-1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	-1	+1	-1	-1	+1	-1	-1	+1	-1	Y ₂₇	
	28	-1	-1	+1	-1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	-1	+1	+1	-1	+1	+1	-1	-1	-1	+1	Y ₂₈
	29	-1	-1	-1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	-1	-1	+1	-1	-1	-1	-1	+1	Y ₂₉	
	30	-1	-1	-1	+1	-1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	-1	+1	+1	-1	+1	-1	+1	-1	Y ₃₀	
	31	-1	-1	-1	-1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	-1	+1	+1	-1	+1	-1	-1	Y ₃₁	
32	-1	-1	-1	-1	-1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	Y ₃₂		
N _α	33	+1	0	0	0	0	+1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	Y ₃₃	
	34	-1	0	0	0	0	+1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	Y ₃₄	
	35	0	+1	0	0	0	0	+1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	Y ₃₅	
	36	0	-1	0	0	0	0	+1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	Y ₃₆	
	37	0	0	+1	0	0	0	0	+1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	Y ₃₇	
	38	0	0	-1	0	0	0	0	+1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	Y ₃₈	
	39	0	0	0	+1	0	0	0	0	+1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	Y ₃₉	

Продовження табл. 8

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22
40	0	0	0	-1	0	0	0	0	+1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	y ₄₀
41	0	0	0	0	+1	0	0	0	0	+1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	y ₄₁
42	0	0	0	0	-1	0	0	0	0	+1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	y ₄₂

Таблиця 9

Матриця плану N_{15} , близького до D-оптимального, для $k=5$

Точки плану u	Матриця планування					Квадрати змінних					Взаємодії факторів									Вихід ний парам етр y_i		
	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_1^2	x_2^2	x_3^2	x_4^2	x_5^2	x_1x_2	x_1x_3	x_1x_4	x_1x_5	x_2x_3	x_2x_4	x_2x_5	x_3x_4	x_3x_5		x_4x_5	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	
N_1	1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	y_1	
	2	-1	-1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	-1	-1	-1	-1	-1	-1	+1	+1	+1	y_2	
	3	-1	+1	-1	-1	-1	+1	+1	+1	+1	+1	-1	+1	+1	+1	-1	-1	-1	+1	+1	+1	y_3
	4	+1	-1	-1	-1	-1	+1	+1	+1	+1	+1	-1	-1	-1	-1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	y_4
	5	-1	+1	-1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	-1	+1	-1	-1	-1	+1	+1	-1	-1	+1	y_5
	6	+1	-1	-1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	-1	-1	+1	+1	+1	-1	-1	-1	-1	+1	y_6
	7	+1	+1	+1	-1	-1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	-1	-1	+1	-1	-1	-1	-1	+1	y_7
	8	-1	-1	+1	-1	-1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	-1	+1	+1	-1	+1	+1	-1	-1	+1	y_8
	9	-1	+1	+1	+1	-1	+1	+1	+1	+1	+1	-1	-1	-1	+1	+1	+1	-1	+1	-1	-1	y_9
	10	+1	-1	+1	+1	-1	+1	+1	+1	+1	+1	-1	+1	+1	-1	-1	-1	+1	+1	-1	-1	y_{10}
	11	+1	+1	-1	-1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	-1	-1	+1	-1	-1	+1	+1	-1	-1	y_{11}
	12	-1	-1	-1	-1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	-1	+1	+1	-1	+1	-1	-1	y_{12}
	13	-1	+1	+1	-1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	-1	-1	+1	-1	+1	-1	+1	-1	+1	-1	y_{13}
	14	+1	-1	+1	-1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	-1	+1	-1	+1	-1	+1	-1	-1	+1	-1	y_{14}
	15	+1	+1	-1	+1	-1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	-1	+1	-1	-1	+1	-1	-1	+1	-1	y_{15}
	16	-1	-1	-1	+1	-1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	+1	-1	+1	+1	-1	+1	-1	+1	-1	y_{16}

Продовження табл. 9

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	
N_λ	17	+1	0	0	0	+1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	y_{17}
	18	-1	0	0	0	+1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	y_{18}
	19	0	+1	0	0	0	+1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	y_{19}
	20	0	-1	0	0	0	+1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	y_{20}
	21	0	0	+1	0	0	0	+1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	y_{21}
	22	0	0	-1	0	0	0	+1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	y_{22}
	23	0	0	0	+1	0	0	0	+1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	y_{23}
	24	0	0	0	-1	0	0	0	+1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	y_{24}
	25	0	0	0	0	+1	0	0	0	0	+1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	y_{25}
	26	0	0	0	0	-1	0	0	0	0	+1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	y_{26}
n_0	27	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	y_{27}

Навчальне видання

*Дворкін Леонід Йосипович
Бордюженко Олег Михайлович
Житковський Вадим Володимирович
Ніхаєва Людмила Іванівна
Макаренко Руслан Миколайович*

**Будівельне матеріалознавство:
Задачі та вправи**

Навчальний посібник

Друкується в авторській редакції

Підписано до друку _____ 2023 р. Формат 60×84 1/16.
Папір друкарський №1. Гарнітура Times. Друк різнографічний.
Ум.-друк арк. ____ Обл.-вид. арк. _____
Тираж ____ прим. Зам. № ____

*Редакційно-видавничий центр
Національного університету
водного господарства та природокористування
33028, м. Рівне, вул. Соборна, 11*

*Свідоцтво про внесення суб'єкта видавничої справи до державного реєстру
видавців, виготівників і розповсюджувачів видавничої продукції
РВ №31 від 26.04.2005 р.*