

Міністерство освіти і науки України

Національний університет водного господарства  
та природокористування

Кафедра теоретичної механіки,  
інженерної графіки та машинознавства

**02-05-145М**

## **МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ**

до практичних занять та виконання самостійної роботи з навчальної дисципліни «Інженерна та комп'ютерна графіка» розділ «Нарисна геометрія» для здобувачів вищої освіти першого (бакалаврського) рівня за освітньо-професійною програмою «Теплоенергетика» галузі знань 14 «Електрична інженерія» спеціальності 144 «Теплоенергетика» денної та заочної форм навчання

Рекомендовано  
науково-методичною радою  
з якості ННІЕАВГ  
Протокол № 3 від 21.11.2023 р.

Рівне – 2023

Методичні вказівки до практичних занять та виконання самостійної роботи з навчальної дисципліни «Інженерна та комп'ютерна графіка» розділ «Нарисна геометрія» для здобувачів вищої освіти першого (бакалаврського) рівня за освітньо-професійною програмою «Теплоенергетика» галузі знань 14 «Електрична інженерія» спеціальності 144 «Теплоенергетика» денної та заочної форм навчання [Електронне видання] / Козяр М. М. – Рівне : НУВГП, 2023. – 18 с.

Укладач: Козяр М. М., доктор педагогічних наук, професор.

Відповідальний за випуск: Козяр М. М., доктор педагогічних наук, завідувач кафедри теоретичної механіки, інженерної графіки та машинознавства.

Керівник ОП: Костюк О. П., кандидат технічних наук, доцент, доцент кафедри гідроенергетики, теплоенергетики та гідравлічних машин.

© М. М Козяр., 2023

© Національний університет водного господарства та природокористування, 2023

# **1. МЕТОДИЧНІ РЕКОМЕНДАЦІЇ ДО ВИВЧЕННЯ РОЗДІЛУ «НАРИСНА ГЕОМЕТРІЯ»**

## **1.1 Порядок вивчення розділу «Нарисна геометрія»**

Нарисна геометрія вивчається здобувачами вищої освіти на першому курсі навчання. Під час вивчення розділу необхідно, насамперед, взяти в бібліотеці необхідну навчальну літературу й ретельно продумати календарний робочий план самостійної роботи. Вивчення нарисної геометрії починають з теорії, потім ознайомлюються з розв'язанням типових задач по темам розділу, а потім переходять до виконання графічних робіт (епюрів) з дотриманням правил креслярського мистецтва й, насамперед, відповідних стандартів.

Підсумковий іспит включає теми нарисної геометрії. Іспит може бути проведений письмово або за тестом.

## **1.2 Підготовка та складання іспиту**

Мета іспиту – встановити й оцінити знання, вміння та навички здобувачів, набуті ними в процесі роботи над навчальною і методичною літературою, розв'язування задач та виконання графічних робіт з нарисної геометрії протягом семестру. На іспит необхідно принести із собою: аркуш креслярського паперу (ватман) формату А3, два косинці, олівці (твердий і м'який), циркуль, гумку.

Екзаменаційний білет включає одне теоретичне питання і дві задачі, із різних розділів курсу. Здобувач, що здає іспит, відповідаючи на перше питання, повинен викласти якомога повно теоретичний матеріал і навести не менше 3 прикладів. Розв'язування задач мають бути виконані за допомогою креслярських інструментів чітко, акуратно, у достатньо крупному масштабі з нанесенням усіх необхідних позначень та написів. Розв'язуючи яку-небудь задачу обов'язково ретельно позначайте всі точки і лінії, міркуйте, запам'ятовуйте терміни і стежте за їхнім значенням. На кресленні всі точки і лінії є проєкціями конкретних елементів просторової фігури. Тому не намагайтеся завчити тільки послідовність проведення ліній на кресленні, а розберіться, що зображує кожна точка, лінія. Розповідаючи порядок побудови на кресленні, намагайтеся називати елементи фігури в просторі, показуючи їхні проєкції на кресленні. Пам'ятайте, що креслення в нарисній геометрії лише відображає просторові побудови.

## **1.3 Питання для підготовки до іспиту**

1. Метод проєкцій. Способи проєціювання. Основні властивості центрального та паралельного проєціювання.

2. Проєкції точки на три основні і додаткові площини проєкцій. Координати точки на комплексному кресленні.

3. Проєкції прямої лінії. Прямі загального і окремого положення. Метричні властивості проєкцій відрізка прямої.

4. Визначення натуральної довжини відрізка прямої загального положення і кутів нахилу її до площин проєкцій.
5. Взаємне положення точки і прямої.
6. Сліди прямих загального і окремого положення.
7. Паралельні, перетинні та мимобіжні прямі. Конкуруючі точки.
8. Відстані і кути між прямими, що проєкціюються в натуральну величину.
9. Проєкції кутів між прямими. Проєкції прямого кута. Визначення відстані від точки до прямої окремого положення.
10. Площина. Подання площини на кресленні. Перехід від одного способу подання площини до іншого.
11. Побудова слідів площини.
12. Площини окремого положення. Їхні назви і властивості.
13. Точка і пряма в площині. Головні лінії в площині.
14. Взаємно паралельні пряма і площина.
15. Взаємно паралельні площини.
16. Побудова ліній перетину двох площин при різному їхньому положенні і поданні на кресленні.
17. Побудова точки перетину прямої з площиною при різному їхньому положенні і поданні на кресленні. Визначення видимості прямої щодо площини.
18. Побудова прямої, перпендикулярної до площини, а також площини, перпендикулярної до заданої прямої.
19. Побудова взаємно перпендикулярних площин при різному їхньому поданні на кресленні і положенні щодо площин проєкцій.
20. Призначення і сутність способу заміни площин проєкцій. Розв'язування чотирьох основних задач, а також визначення відстаней між різними геометричними елементами.
21. Поняття про спосіб обертання навколо осей, перпендикулярних до площин проєкцій. Визначення натуральної довжини відрізка прямої і кутів нахилу її до площин проєкцій.
22. Призначення і сутність способу плоско паралельного переміщення. Розв'язування чотирьох основних задач, а також визначення відстаней між різними геометричними елементами.
23. Призначення і сутність способу обертання навколо ліній рівня. Визначення натуральної величини плоских фігур і кутів між геометричними елементами.
24. Перетин багатогранників із площиною загального та часткового положення.
25. Побудова розгортки прямих і похилих призм і пірамід.
26. Побудова ліній перетину кривих поверхонь площинами загального та часткового положення. Конічні перерізи.
27. Побудова розгортки поверхонь прямих і похилих циліндрів та конусів.
28. Побудова розгортки сфери.
29. Побудова точок перетину прямої з поверхнями піраміди, призми, циліндра, конуса та сфери.
30. Взаємний перетин багатогранників (загальні і окремі випадки). Способи ребер і граней.

31. Взаємний перетин кривих поверхонь. Способи допоміжних площин і сферичних поверхонь.
32. Криві лінії. Побудова проєкцій і розгортки циліндричної гвинтової лінії. Проведення дотичної до циліндричної гвинтової лінії.
33. Розгортні і нерозгортні лінійчасті і нелінійчасті криві поверхні. Гвинтові поверхні. Побудова проєкцій визначників поверхонь, а також точок, що належать поверхням.
34. Площини, дотичні до кривих поверхонь.
35. Сутність аксонометричних проєкцій. Стандартні аксонометричні проєкції за (ДСТУ ISO 5456-3:2006 Кресленики технічні. Методи проєціювання. Частина 3. Аксонометричні зображення (ISO 5456-3:1996, IDT)). Кути між аксонометричними осями і показники спотворення. Аксонометричні координати, вторинні проєкції.
36. Зображення в аксонометрії кіл, розташованих паралельно основним площинам проєкцій.
37. Побудова в аксонометрії геометричних поверхонь.

#### 1.4 Список рекомендованої літератури

1. Козяр М. М., Сасюк З. К. Нарисна геометрія : навч. посібник. Рівне : НУВГП, 2013. 206 с.
2. Кривцов В. В., Козяр М. М. Нарисна геометрія (базовий курс:) : навч. посібник. Рівне : НУВГП, 2019. 234 с.
3. Кривцов В. В., Науменко Ю. В. Нарисна геометрія : навч. посібник. Рівне : НУВГП, 2012. 213 с.
4. Бурчак І. Н., Козяр М. М., Кривцов В. В. Нарисна геометрія, інженерна та комп'ютерна графіка : навч. посібник. Луцьк, Рівне : ЛНТУ, НУВГП, 2020. 160 с.
5. Кривцов В. В., Тимощук І. О., Приймак С. А. Нарисна геометрія (з використанням іноземних мов) : навч. посібник. Рівне : НУВГП, 2016. 280 с.
6. Кривцов В. В., Козяр М. М., Полінчук А. Е. Розв'язування задач підвищеної складності з нарисної геометрії : навч. посібник. Херсон : ОЛДІ-ПЛЮС, 2017. 224 с.
7. Кривцов В. В., Науменко Ю. В. Теоретичні основи розв'язування задач з нарисної геометрії : навч. посібник. Рівне : НУВГП, 2013. 267 с.
8. Пугачов Є. В., Зданевич В. А., Літницький С. І., Кундрат Т. М. Збірник задач з нарисної геометрії з розв'язками. Ортогональні проєкції: навч. посібник. Рівне : НУВГП, 2021. 317 с.

У таблиці 1.1 зазначені сторінки навчальних видань, де містяться відповіді на відповідні питання підсумкового іспиту та підготовки до практичних занять.

Здобувачі вищої освіти, які хочуть вивчати нарисну геометрію з використання іноземних мов (англійської або французької) можуть скористатися навчальними посібниками [4; 5].

Примітка: риси, поставлені на місці сторінок означають, що в даному підручнику відповіді на питання немає. На сторінках, зазначених \* відповідь міститься неповна. В окремих випадках для доповнення деяких питань (зазначених \*) можуть бути використані інші підручники або навчальні посібники.

**Сторінки навчальних посібників, що містять відповіді  
до екзаменаційних питань**

№№ питань	Номер джерела, сторінки				
	[1]	[2]	[3]	[4]	[5]
1	13 – 19	8 – 11	10 – 15	5 – 6	9 – 10
2	20 – 27	12 – 26	16 – 20	7 – 21	11 – 25
3	27 – 31	27 – 35	20 – 24	22 – 25; 29 – 38	26 – 30
4	36 – 39	37 – 39	24 – 25	25 – 28	30 – 42
5	31 – 33	39 – 42	26	39 – 40	23
6	33 – 36	36 – 37	26 – 27	29 – 31	33 – 35
7	39 – 40;	40 – 43	28 – 30	39 – 46	43 – 50
8	27 – 31	29 – 31	22 – 23	31 – 35	35 – 39
9	–	45; 48 – 49*	30 – 31	46 – 48	50 – 52
10	41 – 42	50 – 53	31 – 32	49 – 50	53 – 55
11	42 – 44	54 – 55	33 – 34	51 – 52	55 – 56
12	44 – 46	57 – 67	39 – 44	59 – 64	57 – 67
13	46 – 49; 50 – 52	68 – 76	35 – 38	64 – 77	68 – 81
14	55 – 56	97 – 106	44 – 45	78*	–
15	63 – 66	77 – 81	45 – 46	79 – 80	–
16	60 – 64	82 – 96	147 – 154	80 – 82	–
17	58 – 61	106 – 116	139 – 156	82 – 85	–
18	66 – 71	116 – 129	46 – 48	89 – 92	–
19	72 – 76	130 – 136	48 – 49	91 – 92	–
20	85 – 102	153 – 170	52 – 58	97 – 105	–
21	104 – 107	170 – 190	58 – 64	105 – 107	–
22	102 – 104	190 – 198	64 – 65	108 – 114	–
23	107 – 109	198 – 211	66 – 67	–	–
24	115 – 119	–	108 – 110	115 – 117	–
25	128 – 133	–	126 – 131	–	82 – 84
26	141 – 144	–	110 – 111	128 – 133	–
27	119 – 128	–	131 – 135	118 – 127	–
28	133 – 140	–	135 – 138	–	85 – 94
29	145 – 152	–	175 – 178	133 – 146	–
30	141 – 143; 150 – 155	–	159 – 163	–	–
31	176 – 185	–	179 – 196	147 – 155	–
32	158 – 174	–	102 – 107	147 – 155	–
33	126 – 128*	–	112 – 115	–	–
34	186 – 190	–	118 – 121	–	–
35	191 – 196	–	198 – 207	–	–

36	196 – 202	–	202 – 203; 205 – 206	–	–
37			207 – 212		

У навчальних виданнях [6-8] наведено умови та розв'язки задач з відповідних тем нарисної геометрії.

### 1.5 Прийнята система скорочень і позначень

$A, B, C, D, E \dots$  або  $1, 2, 3, 4, 5 \dots$  – точки у просторі;

$a, b, c, d, e, \dots$  – прямі та криві лінії у просторі;

$\Delta, \Phi, \Gamma, P, \Sigma \dots$  – площини та поверхні у просторі;

$Oxyz$  – система координат у просторі;

$Ox, Oy, Oz$  – осі координат;

$=$  – рівність, результат дії;

$\equiv$  – тотожно збігаються;

$\cap$  – перетин ( $b \cap \Sigma = A$  – пряма  $b$  перетинає площину  $\Sigma$  у точці  $A$ , аналогічний запис буде для кривої та поверхні, за текстом зрозуміло, про які фігури йде мова);

$\cup$  – з'єднання;

$//$  – паралельність ( $b // d$  – пряма  $b$  паралельна прямій  $d$ );

$\circ/$  – мимобіжність ( $m \circ/ n$  – прямі  $m$  та  $n$  мимобіжні);

$\perp$  – перпендикулярність ( $e \perp \Sigma$  – пряма  $e$  перпендикулярна площині  $\Sigma$ );

$\in$  – належність елемента множині ( $A \in b$  – точка  $A$  належить лінії  $b$ );

$\subset$  – належність підмножини множині ( $n \subset \Sigma$  – лінія належить поверхні);

$\neq, \notin, \not\subset, \dots$  – символи, які позначають заперечення вказаних вище відношень;

$\rightarrow$  – відображення ( $A \rightarrow A1$  – точка  $A$  відображається у точку  $A1$ );

$\Rightarrow$  – символ логічної дії;

$\Pi1$  – горизонтальна площина проєкцій ( $Oxy$ );

$\Pi2$  – фронтальна площина проєкцій ( $Oxz$ );

$\Pi3$  – профільна площина проєкцій ( $Oyz$ );

$h$  – горизонталь (пряма, паралельна площині  $\Pi1$ );

$f$  – фронталь (пряма, паралельна площині  $\Pi2$ );

$p$  – профільна пряма (пряма, паралельна профільній площині  $\Pi3$ );

$A1, B1, C1, D1, E1 \dots$  або  $11, 21, 31, 41, 51 \dots$  – проєкції точок на  $\Pi1$ ;

$A2, B2, C2, D2, E2 \dots$  або  $12, 22, 32, 42, 52 \dots$  – проєкції точок на  $\Pi2$ ;

$A3, B3, C3, D3, E3 \dots$  або  $13, 23, 33, 43, 53 \dots$  – проєкції точок на  $\Pi3$ ;

$a1, b1, c1, d1, e1, \dots$  – проєкції прямих або кривих ліній на  $\Pi1$ ;

$a2, b2, c2, d2, e2, \dots$  – проєкції прямих або кривих ліній на  $\Pi2$ ;

$a3, b3, c3, d3, e3, \dots$  – проєкції прямих або кривих ліній на  $\Pi3$ ;

$\Delta1, \Phi1, \Gamma1, P1, \Sigma1 \dots$  – проєкції площин та поверхонь на  $\Pi1$ ;

$\Delta2, \Phi2, \Gamma2, P2, \Sigma2 \dots$  – проєкції площин та поверхонь на  $\Pi2$ ;

$\Delta3, \Phi3, \Gamma3, P3, \Sigma3 \dots$  – проєкції площин та поверхонь на  $\Pi3$ ;

$\Sigma(A, B, C)$  – площина, що задана точками  $A, B, C$ ;

$\Sigma(A, m)$  – площина, що задана точкою  $A$  і прямою  $m$ ;

$\Sigma(m // n)$  – площина, що задана паралельними прямими  $m$  і  $n$ ;

$\Sigma (b \cap c)$  – площина, що задана прямими  $b$  і  $c$ , які перетинаються;  
 $\Pi_4, \Pi_5, \Pi_6, \dots$  – нові (додаткові) площини проєкцій;  
 $x_{14}, x_{25}, \dots$  – нові осі ( $x_{14} = \Pi_1 \cap \Pi_4, x_{25} = \Pi_2 \cap \Pi_5$ );  
 $\alpha, \beta, \gamma$  – кути;  
 $a \wedge c$  – кут між прямими  $a$  і  $c$ ;  
 $b \wedge \Gamma$  – кут між прямою  $b$  і площиною  $\Gamma$ ;  
 $\Phi \wedge \Gamma$  – кут між площинами  $\Phi$  і  $\Gamma$ ;  
 $|A, B|$  – відстань між точками  $A$  і  $B$ , довжина відрізка  $|AB|$ ;  
 $|A, b|$  – відстань від точки  $A$  до прямої  $b$ ;  
 $|a // c|$  – відстань між паралельними прямими  $a$  і  $c$ ;  
 $|\Phi // \Gamma|$  – відстань між паралельними площинами  $\Phi$  і  $\Gamma$ ;  
 $|d \circ c|$  – відстань між мимобіжними прямими  $d$  і  $c$ ;  
 $|\Delta ABC|$  – натуральна величина плоскої фігури (трикутника  $ABC$ ).

## 2. МЕТОДИЧНІ РЕКОМЕНДАЦІЇ ДО ВИКОНАННЯ ГРАФІЧНИХ РОБІТ З НАРИСНОЇ ГЕОМЕТРІЯ

### 2.1 Тема: «Переріз поверхні площиною».

#### Мета графічної роботи:

- 1) навчитися будувати фігури перерізу поверхні проєціюючою площиною;
- 2) знаходити натуральну величину фігури перерізу методами заміни площин проєкцій, методом плоско-паралельного переміщення та обертанням навколо проєціюючої осі;
- 3) будувати розгортку поверхні з нанесення фігури перерізу;
- 4) будувати аксонометричну проєкцію урізаної поверхні.

**Завдання:** Побудувати за даними (табл. 2.1) перерізи поверхонь фронтально-проєціюючою площиною, встановити видимість ребер, граней та твірних, знайти натуральну величину фігур перерізу, побудувати їх розгортку та аксонометричні проєкції. Завдання виконується в зошиті у клітинку.

На рис. 2.1 – 2.4 наведено зразок виконання завдання без побудови розгортки з нанесенням лінії перерізу та аксонометрії.

### 2.2 Тема: «Взаємний перетин поверхонь».

#### Мета графічної роботи:

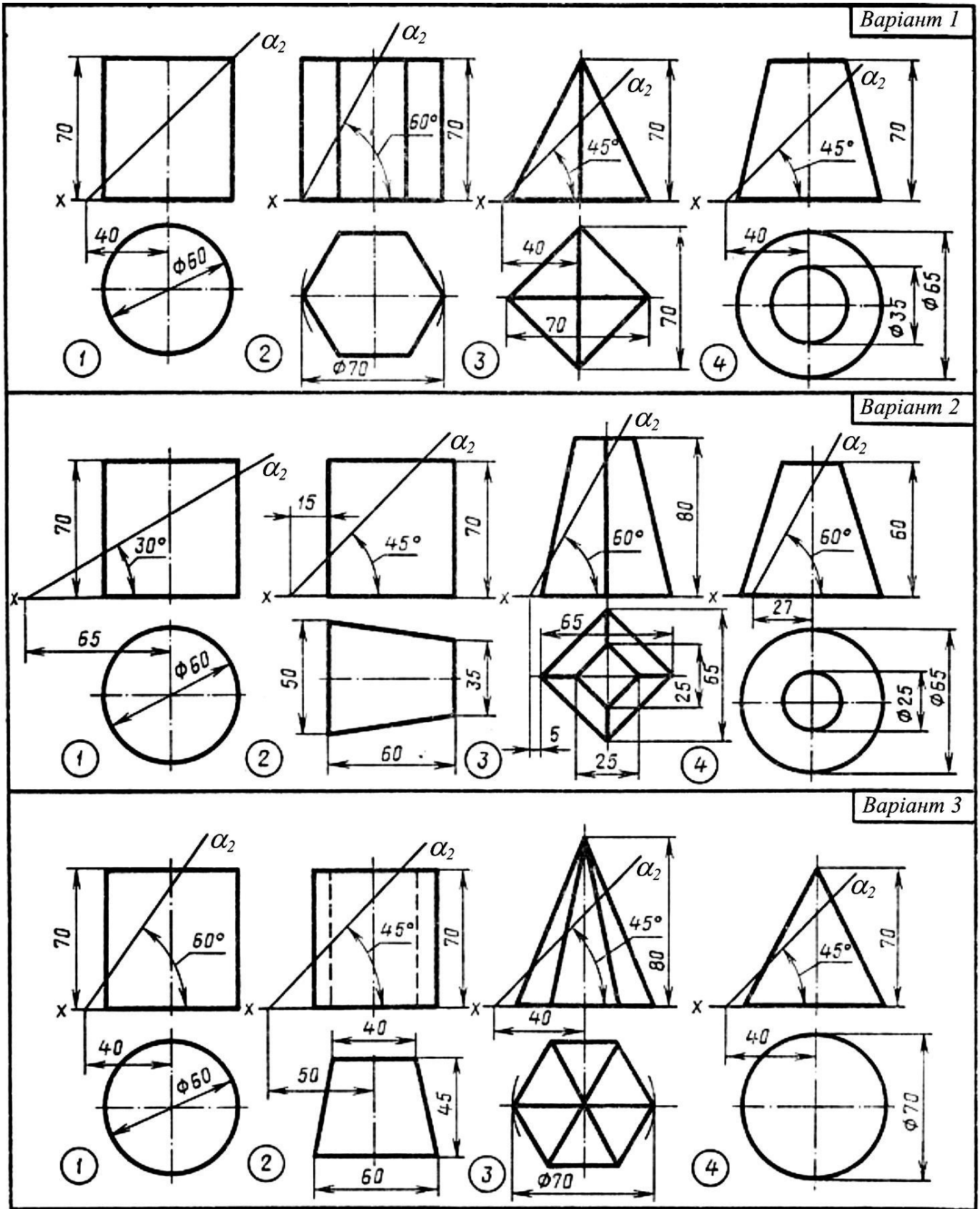
- 1) навчитися будувати взаємний перетин поверхонь між собою методом січних площин;
- 2) будувати розгортку поверхонь, які перетинаються між собою. з нанесення фігури перерізу;
- 3) будувати аксонометричну проєкцію поверхонь, що перетинаються.

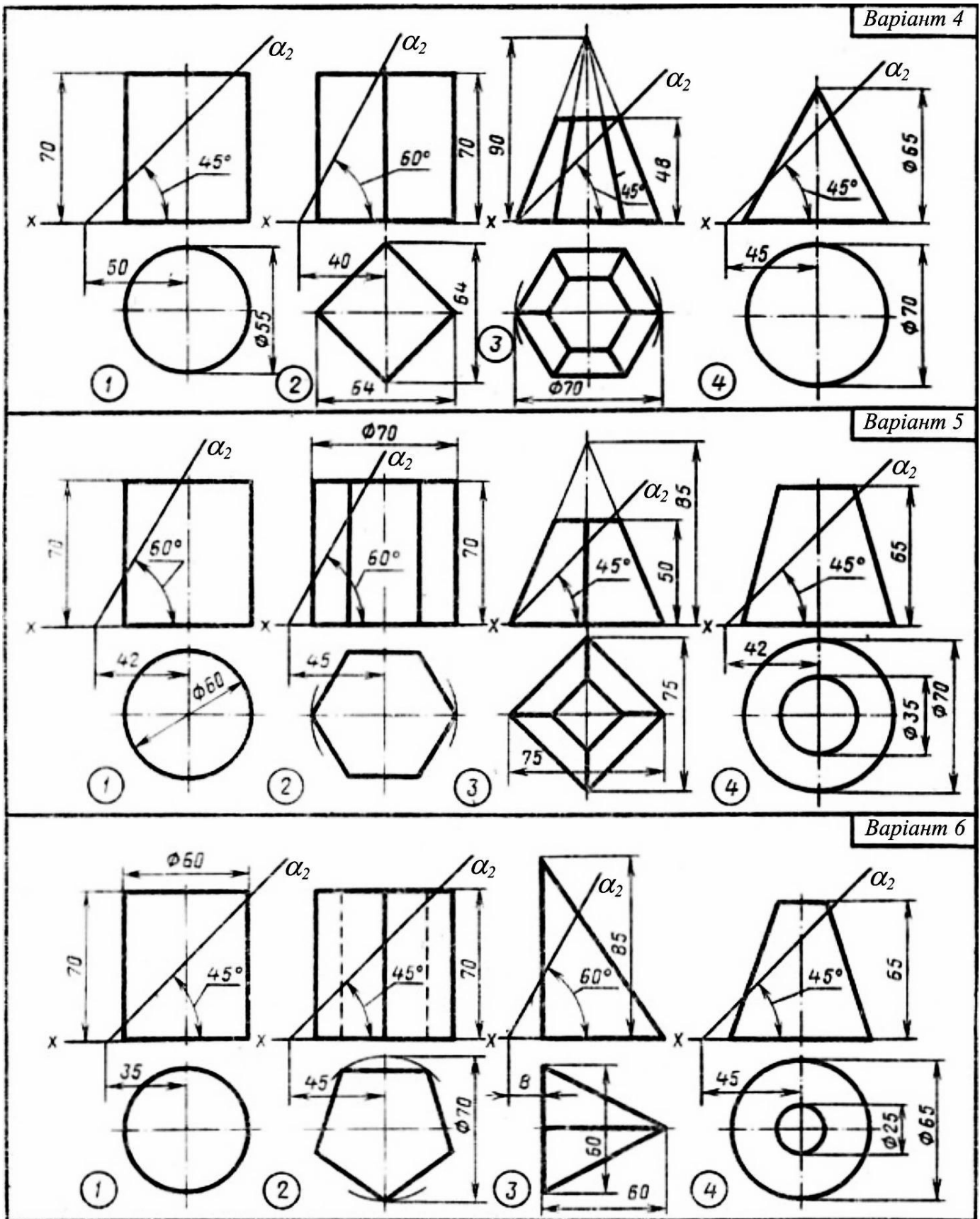
**Завдання:** Побудувати за даними (табл. 2.2) взаємний перетин поверхонь методом січних площин. Встановити видимість лінії взаємного перетину поверхонь.

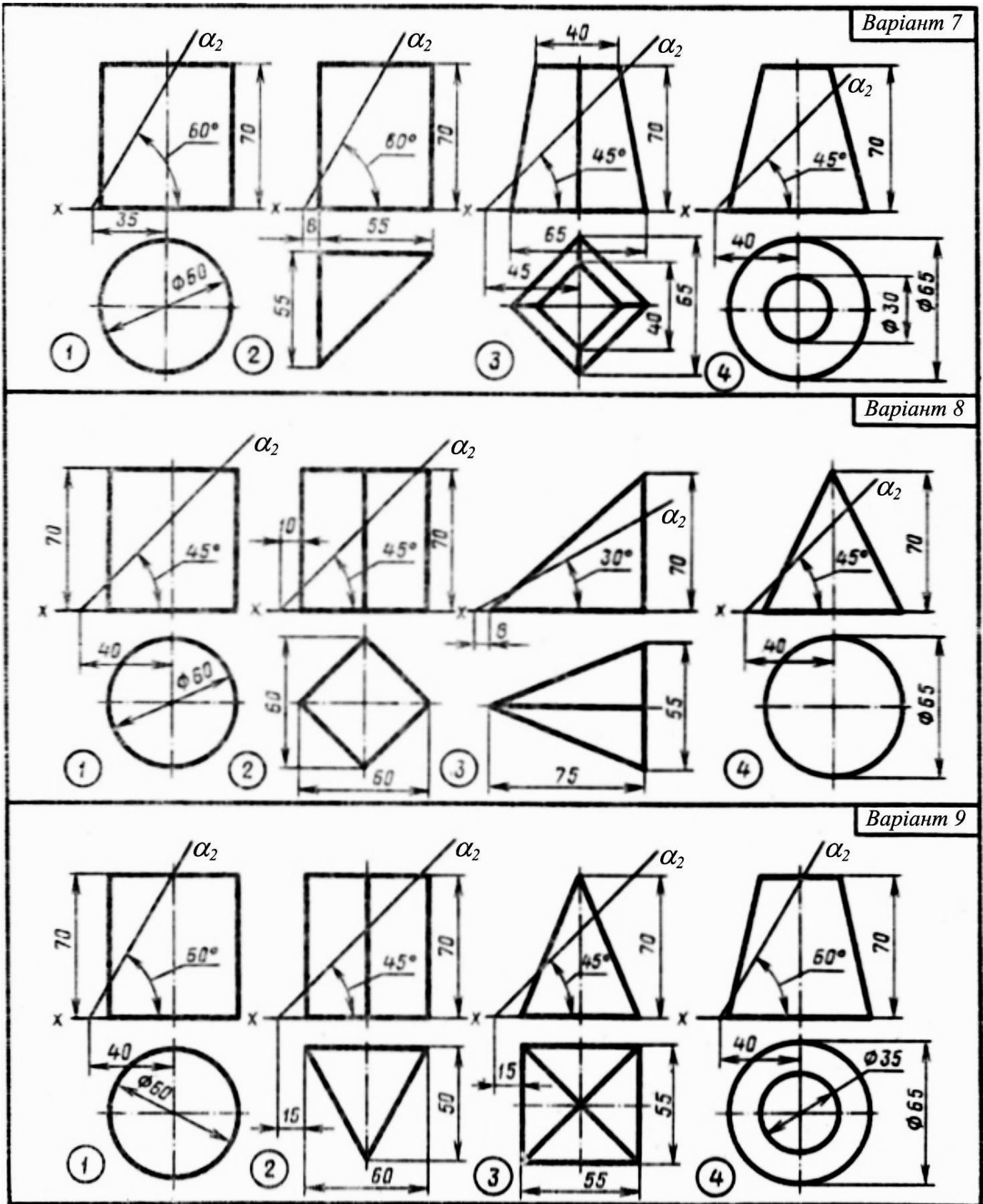
Завдання виконується в зошиті у клітинку. На рис. 2.5 наведено зразок виконання завдання.



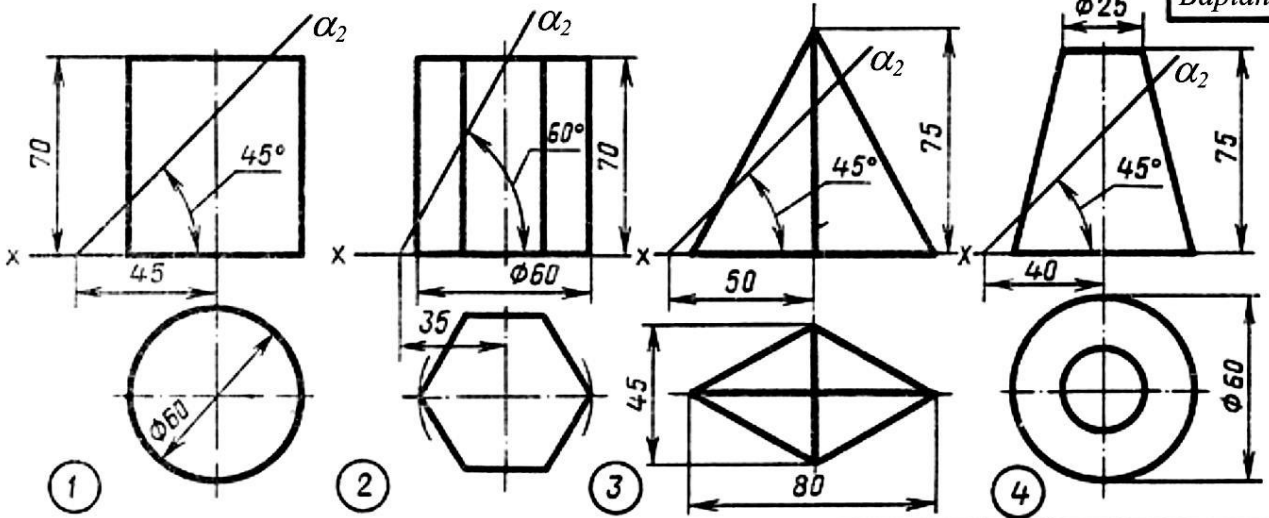
Таблица 2.1



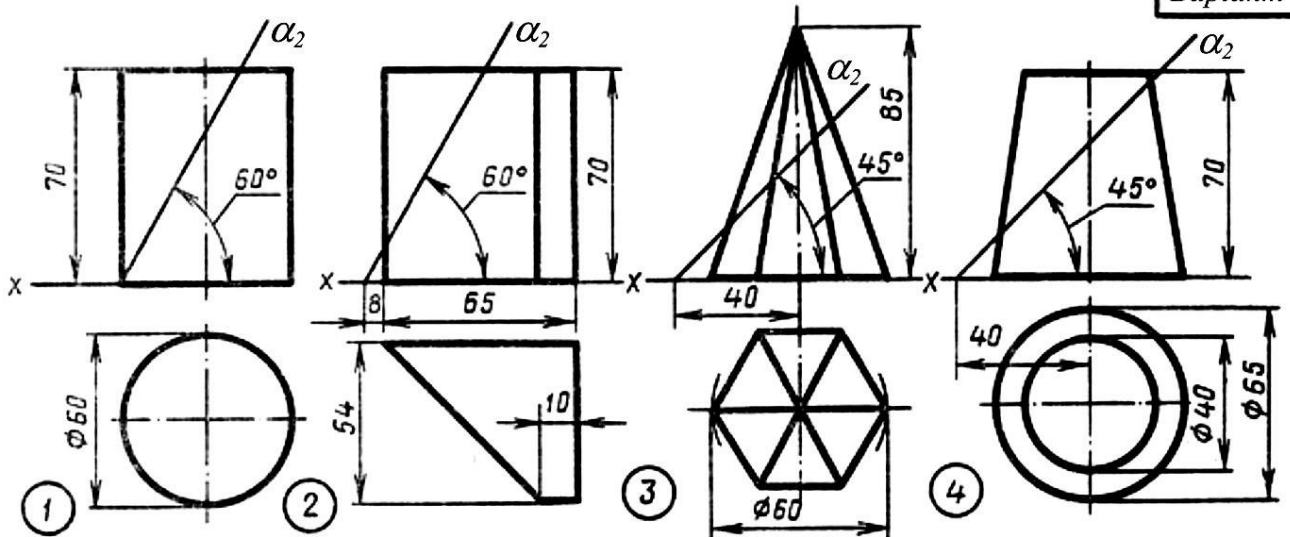




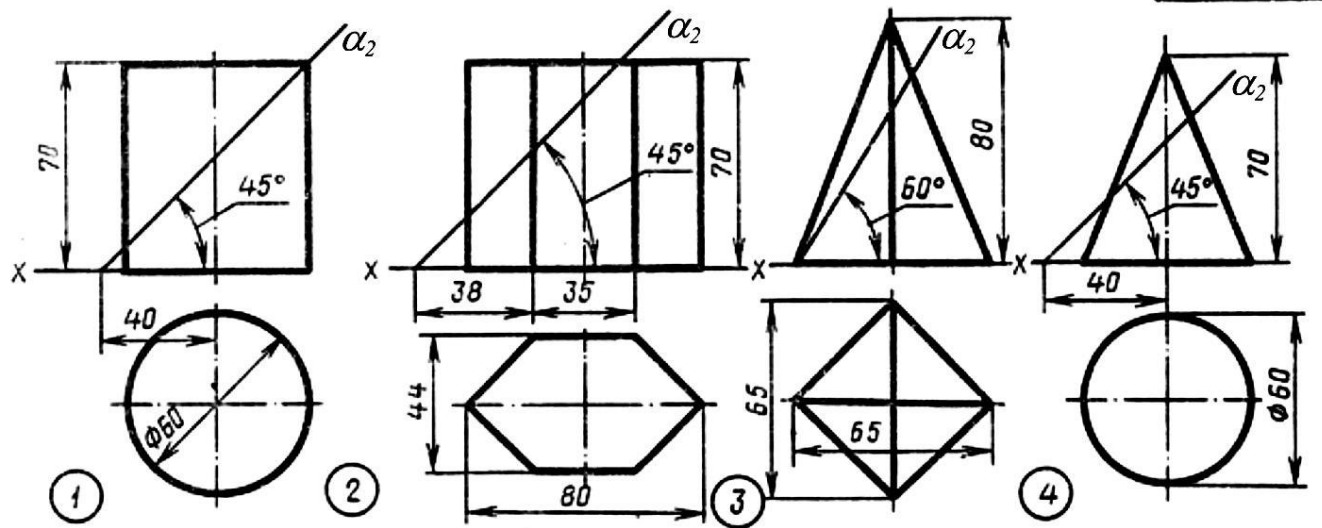
Варіант 10



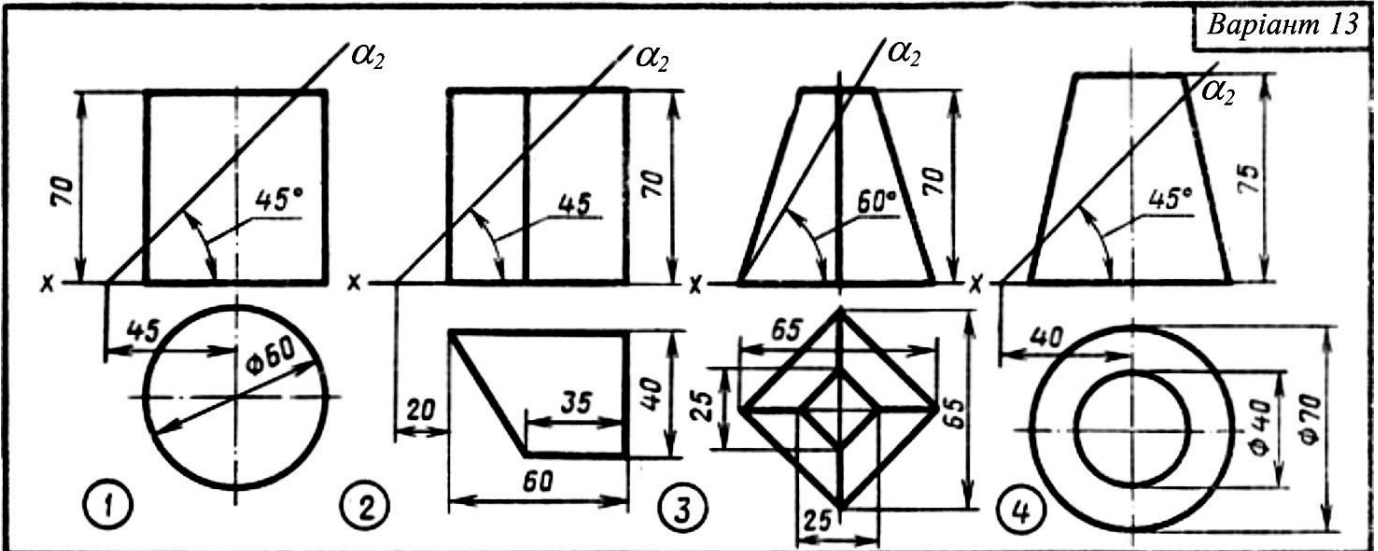
Варіант 11



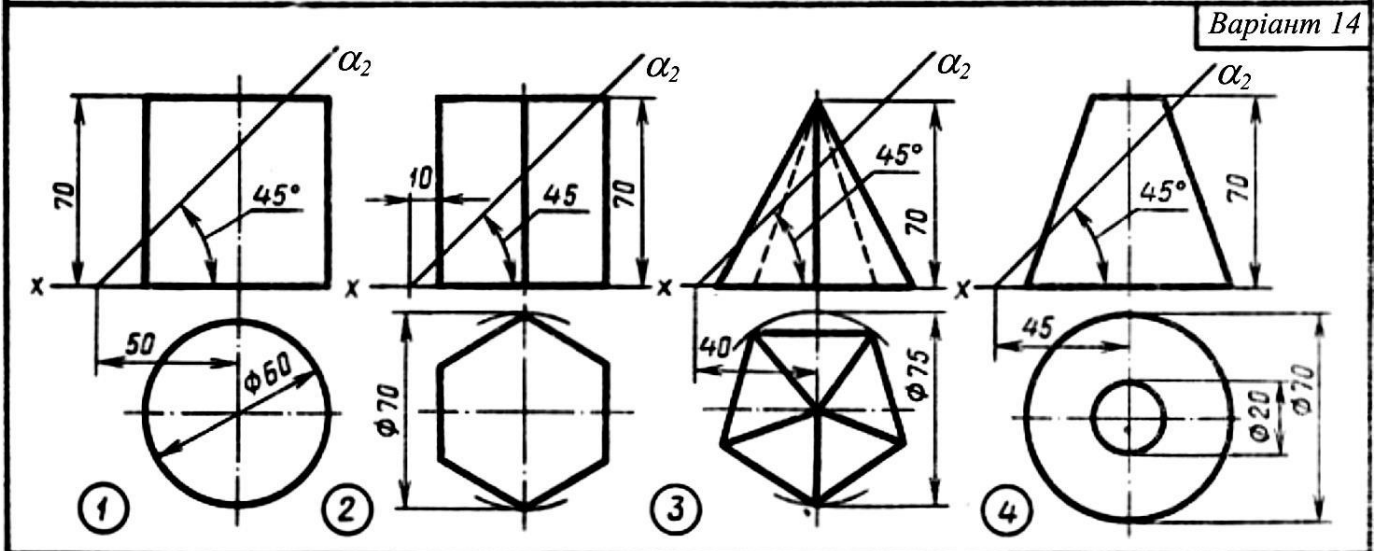
Варіант 12



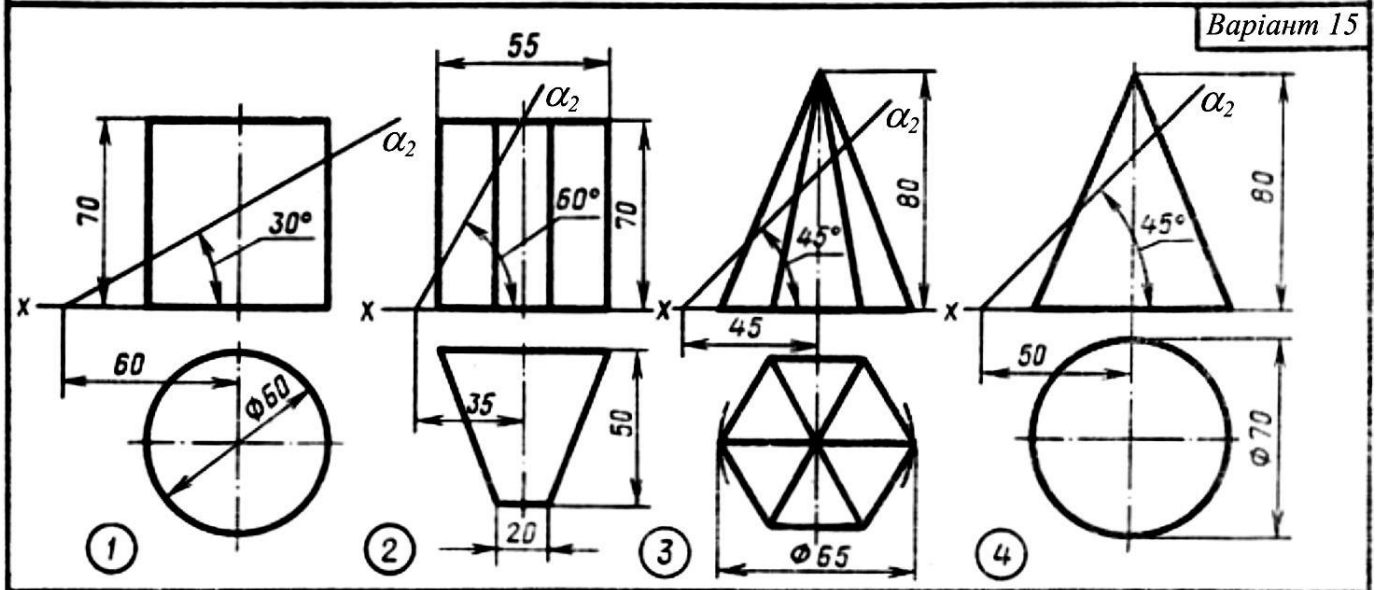
Варіант 13



Варіант 14



Варіант 15



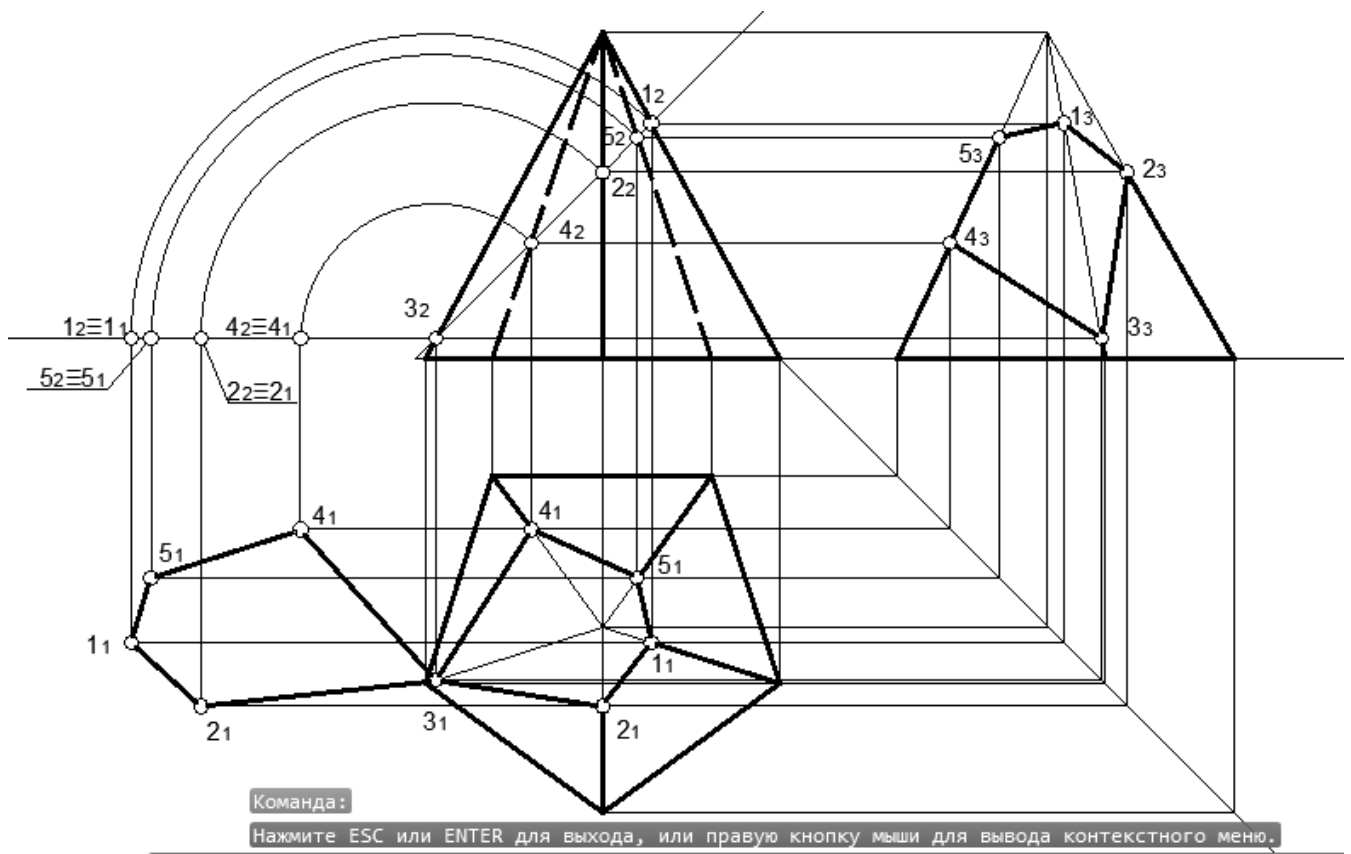


Рис. 2.1 Переріз піраміди площиною

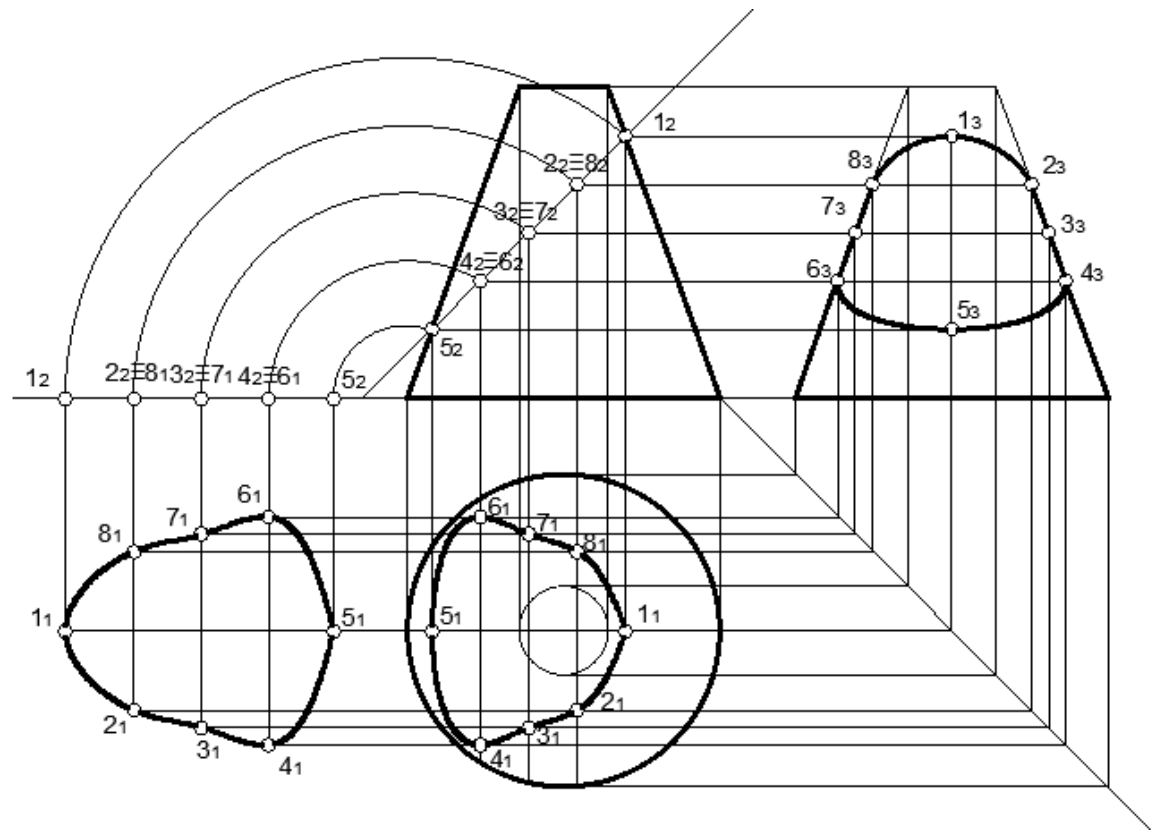


Рис. 2.2 Переріз зрізаного конуса площиною

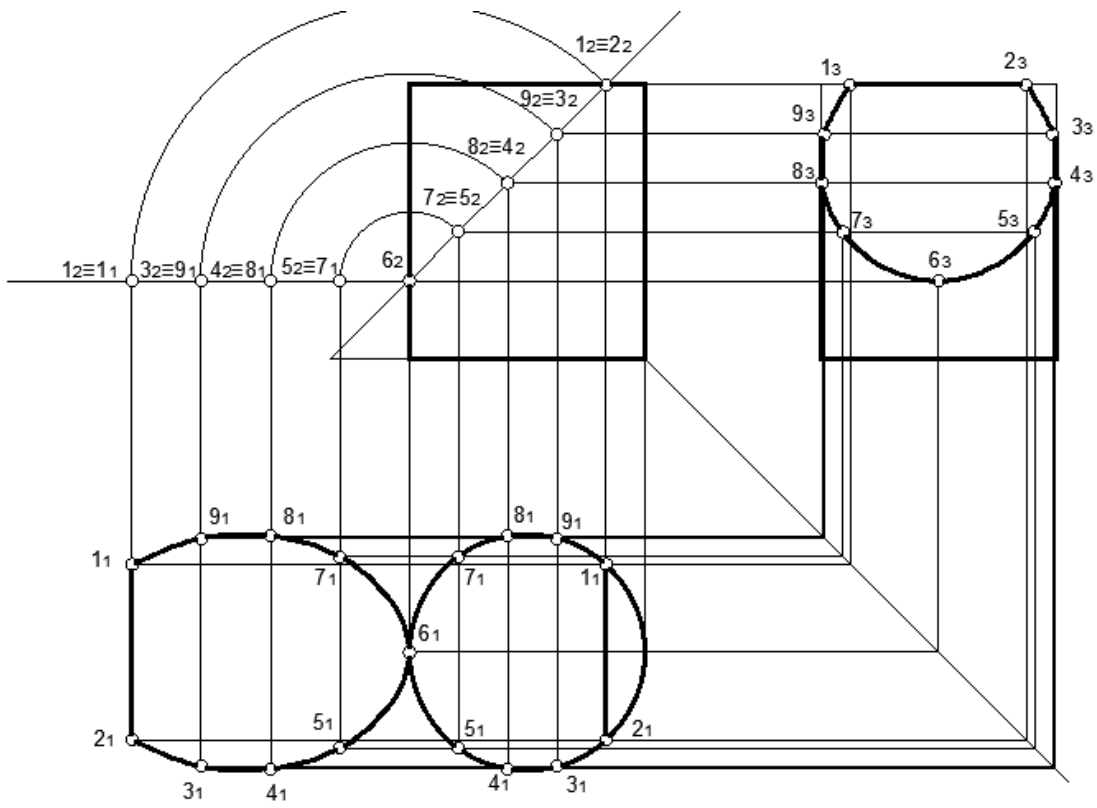


Рис. 2.3 Переріз циліндра площиною

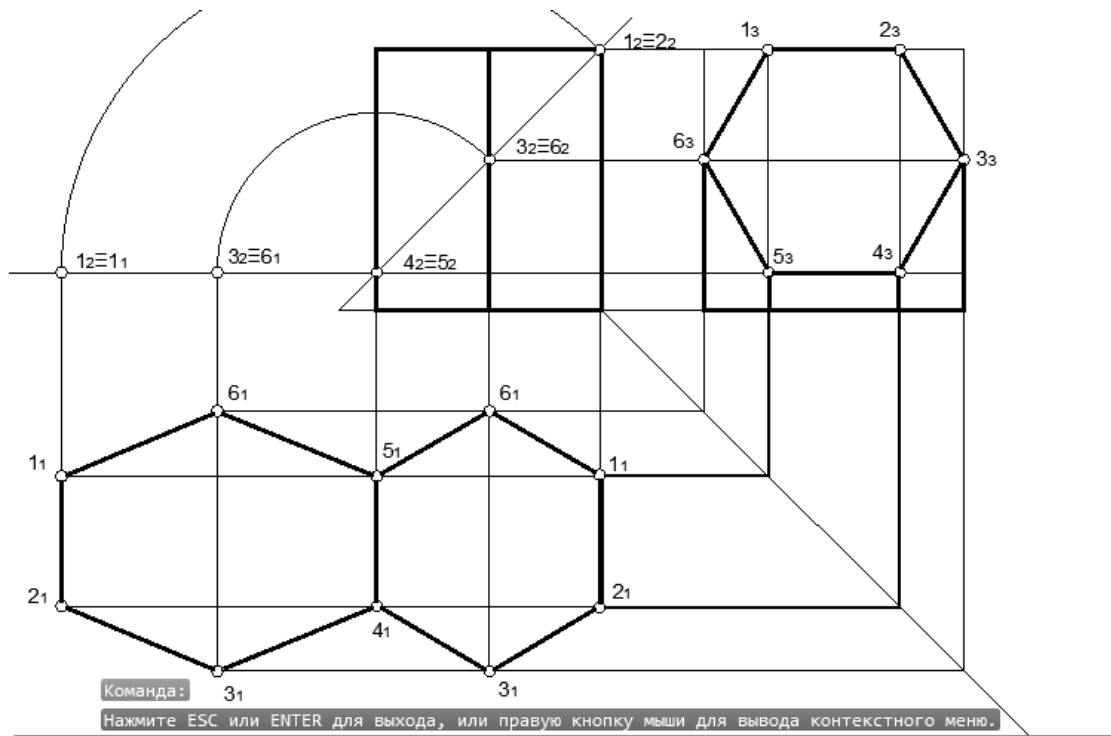
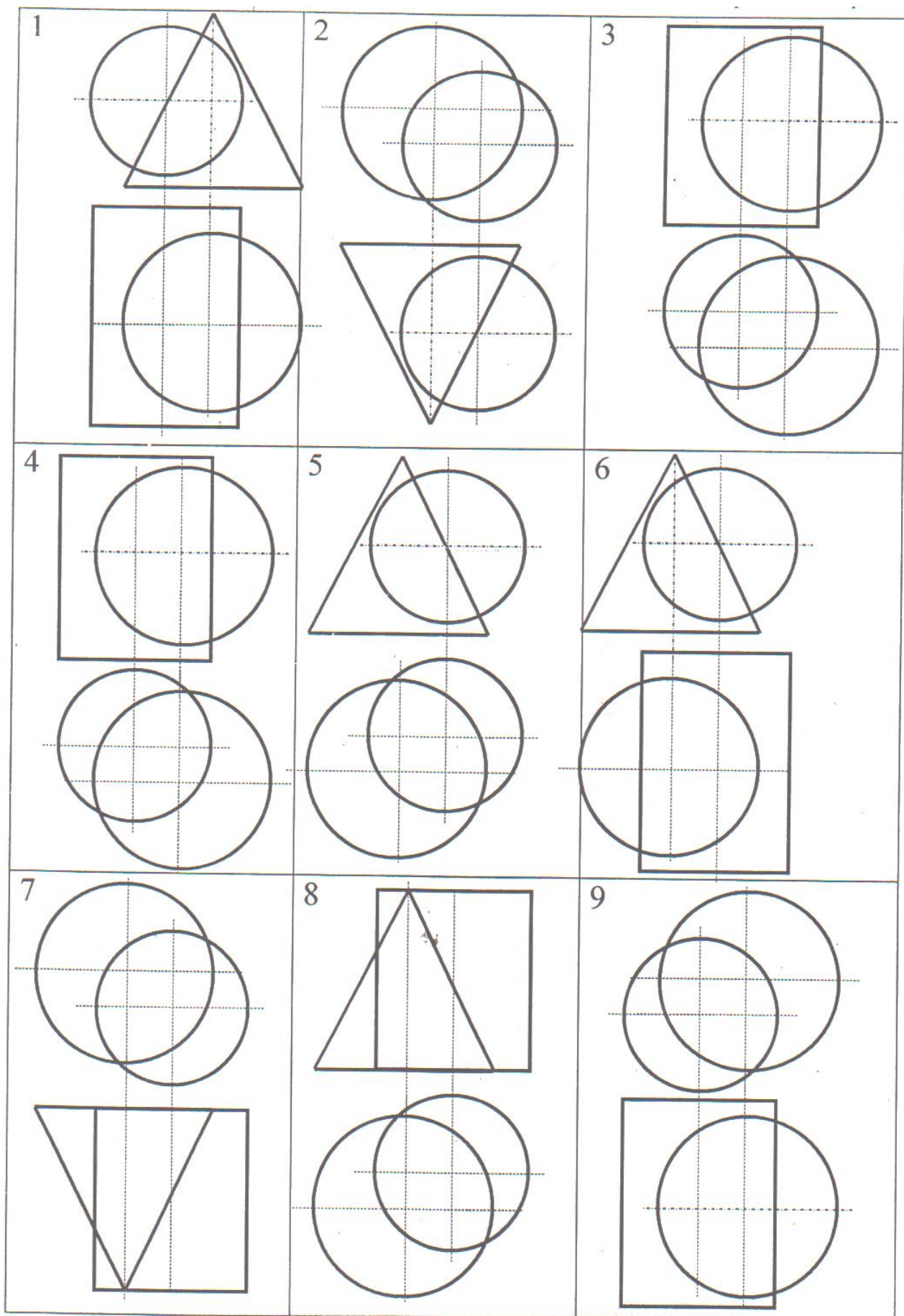
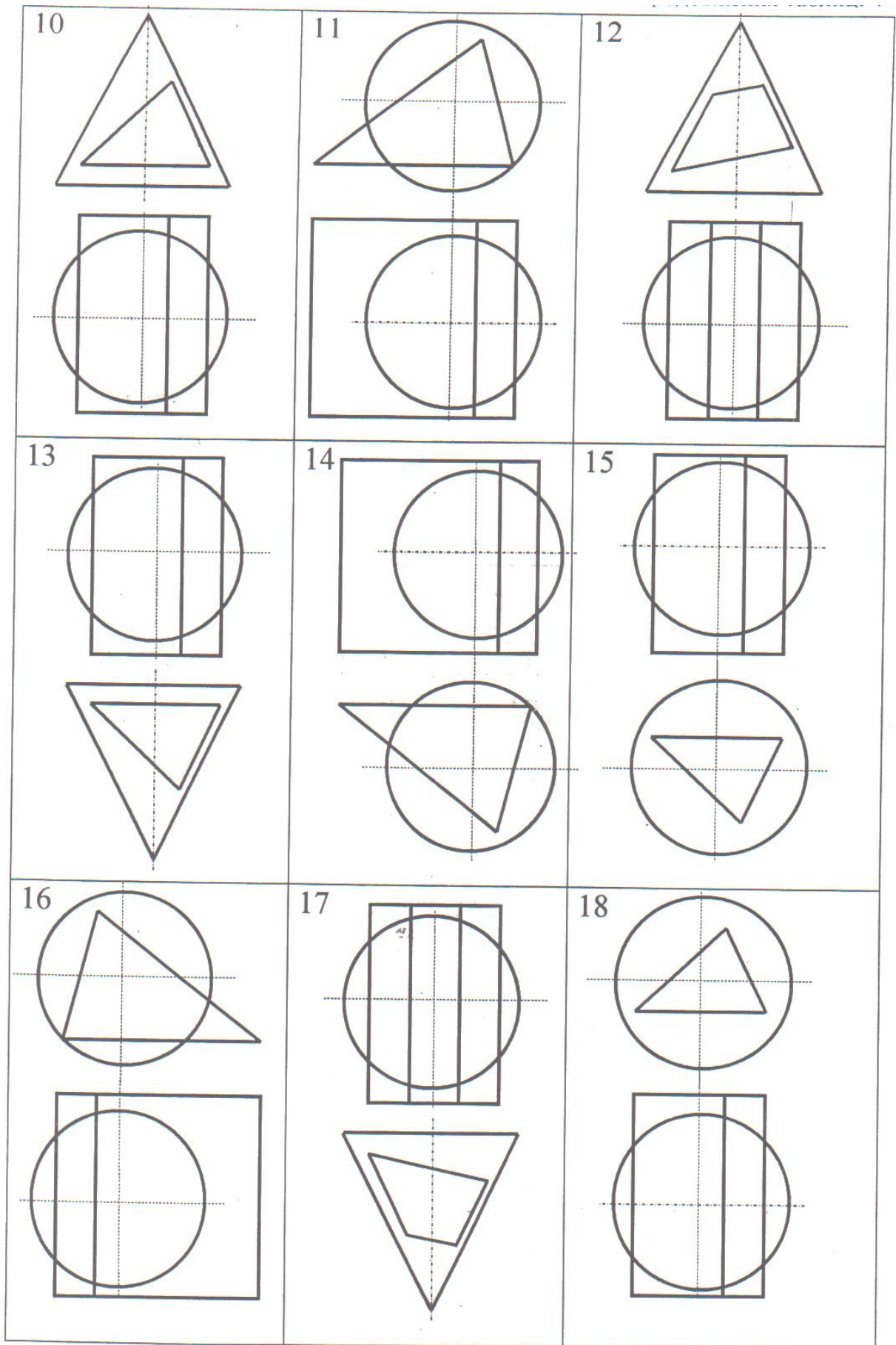


Рис. 2.4 Переріз призми площиною







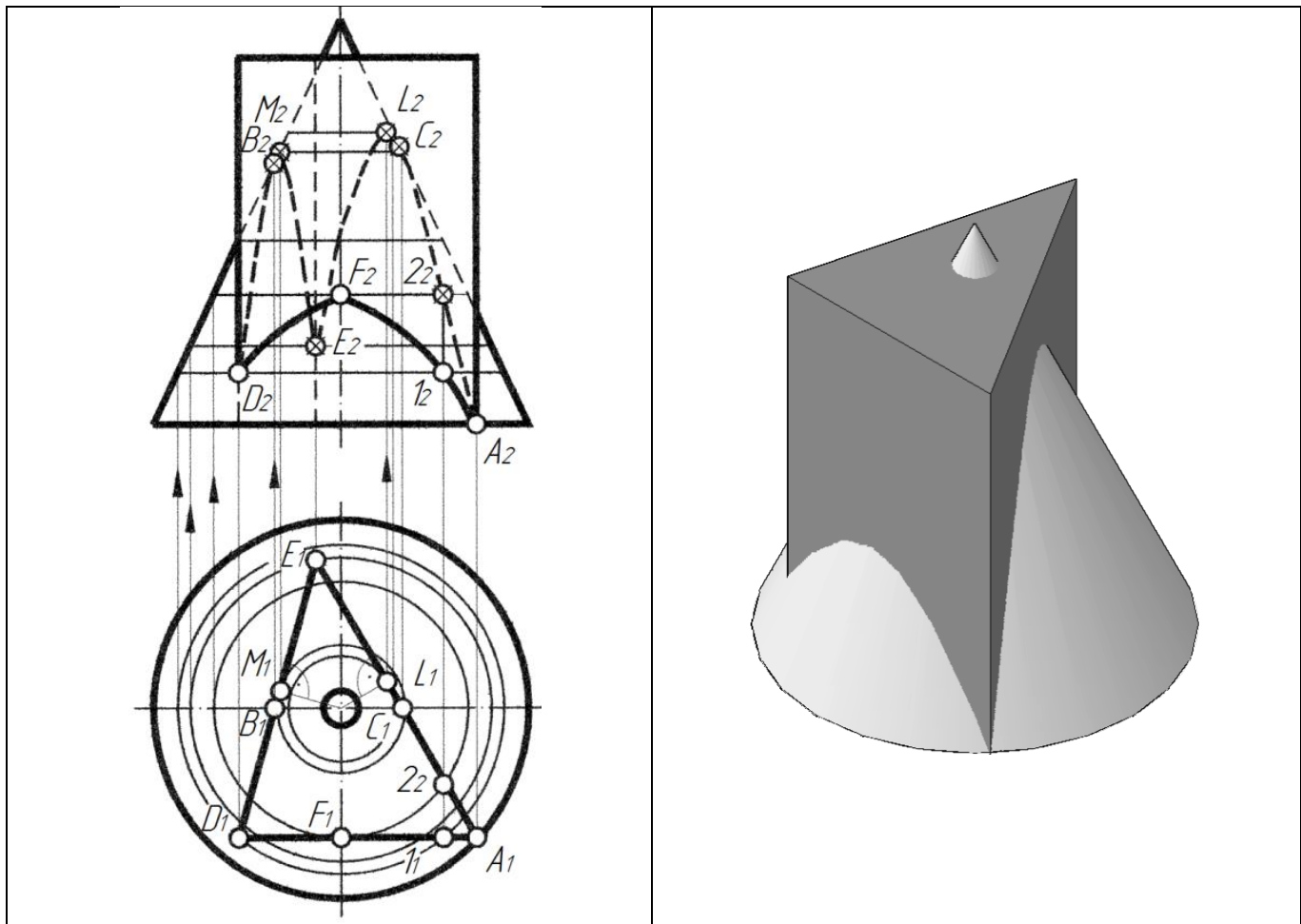


Рис. 2.5 Взаємний перетин поверхонь

## Зміст

1. Методичні рекомендації до вивчення розділу «Нарисна геометрія».....	3
1.1 Порядок вивчення розділу «Нарисна геометрія».....	3
1.2 Підготовка та складання іспиту.....	3
1.3 Питання для підготовки до іспиту.....	3
1.4 Список рекомендованої літератури.....	5
1.5 Прийнята система скорочень і позначень.....	7
2. Методичні рекомендації до виконання графічних робіт з нарисної геометрія...8	8
2.1 Тема: «Переріз поверхні площиною».....	8
2.2 Тема: «Взаємний перетин поверхонь».....	8