

Міністерство освіти і науки України  
Національний університет водного господарства та  
природокористування  
Кафедра теоретичної механіки, інженерної графіки  
та машинознавства

**02-05-153М**

**МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ**

та завдання до виконання самостійної роботи  
з навчальної дисципліни

«Технічна механіка»

для здобувачів вищої освіти першого (бакалаврського) рівня за  
освітньо-професійною програмою «Теплоенергетика»  
спеціальності 144 «Теплоенергетика»  
денної й заочної форм навчання

Рекомендовано  
науково-методичною радою  
з якості ННІЕАВГ  
Протокол № 4 від 19.12.2023 р.

Рівне – 2023

Методичні вказівки та завдання до виконання самостійної роботи з навчальної дисципліни «Технічна механіка» для здобувачів вищої освіти першого (бакалаврського) рівня за освітньо-професійною програмою «Теплоенергетика» спеціальності 144 «Теплоенергетика» денної й заочної форм навчання [Електронне видання] / Войтович Л. В., Серілко Л. С., Стрілець О. Р. – Рівне : НУВГП, 2023. – 40 с.

Укладачі:

Войтович Л. В., к.т.н., доцент кафедри теоретичної механіки, інженерної графіки та машинознавства;

Серілко Л. С., к.т.н., доцент кафедри теоретичної механіки, інженерної графіки та машинознавства;

Стрілець О. Р., к.т.н., доцент кафедри теоретичної механіки, інженерної графіки та машинознавства.

Відповідальний за випуск: Козяр М. М., д.п.н., професор, завідувач кафедри теоретичної механіки, інженерної графіки та машинознавства.

Керівник групи забезпечення спеціальності  
144 «Теплоенергетика»

Костюк О. П.

© Л. В. Войтович,  
Л. С. Серілко,  
О. Р. Стрілець, 2023  
© НУВГП, 2023

## 1. ЗАГАЛЬНІ МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

1.1. Технічна механіка (розділ опір матеріалів) вивчає інженерні методи розрахунку напружень та деформацій; міцності, жорсткості та стійкості елементів теплоенергетичного обладнання. Вона є загальнотехнічною інженерною дисципліною і відіграє значну роль у формуванні інженера будь-якої спеціальності. Тому глибоке вивчення технічної механіки необхідне для успішного засвоєння і розуміння матеріалу багатьох спеціальних предметів.

1.2. Для успішного засвоєння матеріалу дисципліни потрібне самостійне розв'язання практичних задач.

1.3. Виконання завдань проводиться індивідуально. Студенти виконують самостійну роботу відповідно до свого варіанта, двозначний номер якого видає викладач на початку семестру.

1.4. Самостійні, (індивідуальні) роботи належним чином оформляються. Розв'язок задачі (завдання) повинен містити назву, умову, розрахункову схему, викладки розв'язання з короткими поясненнями та виділені відповіді.

## 2. ЗАВДАННЯ

2.1. *Розрахунок на міцність двох ідеальних стержнів при осьовому розтязі (стиску)*

**Завдання 1.** Вантаж Р утримується в рівновазі за допомогою двох ідеальних стержнів АВ та АС і троса, який перекинуто через ідеальний блок Д (рис.2.1).

Визначити несучу здатність конструкції, якщо стержні виготовлено зі сталі чарки Ст.3 з допустимим напруженням  $[\sigma]=160$  МПа. Форми поперечних перерізів стержнів наведені в табл.2.1.

Вихідні дані для розрахунку взяти з табл.2.1 за першою цією цифрою варіанта; схему вибрати з рис.2.1 ( $\varphi = \alpha + 15^\circ$ ,  $\beta_1 = \beta + 15^\circ$ ), за другою цифрою варіанта.

**ВКАЗІВКА:** розрахункову схему зображати у відповідності зі своїми даними; для варіантів 24, 34 замість  $\beta$  взяти  $\beta_1$ .

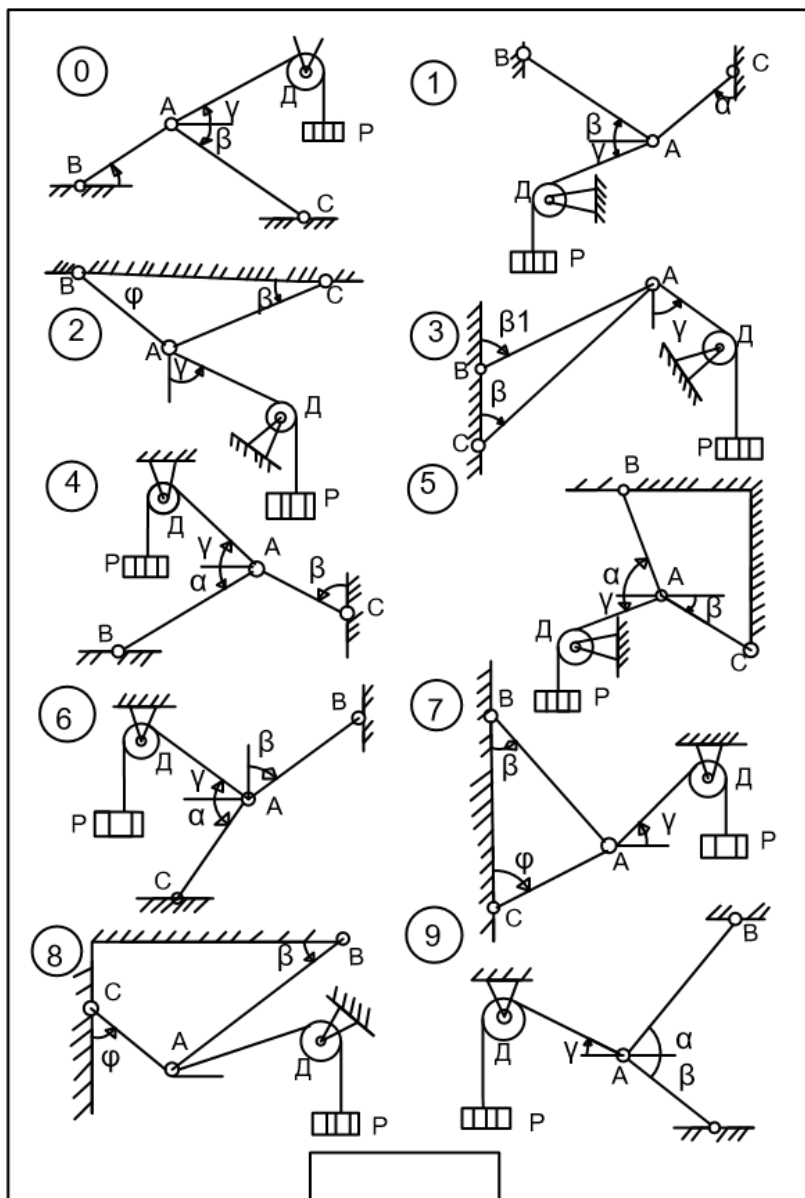
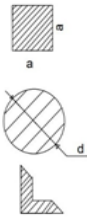


Рис. 2.1

Таблиця 2.1

Перша цифра	$\alpha$	$\beta$	$\gamma$	стержень АВ	стержень АС	Форма поперечного перерізу
	градус			Розміри поперечного перерізу в мм		
0	30	75	0	d=30	a=30	
1	90	45	30	a=40	70×70×8	
2	45	60	30	d=25	63×63×6	
3	0	30	60	75×75×7	a=25	
4	60	15	0	a=35	d=50	
5	30	45	90	d=35	90×90×8	
6	90	75	45	100×100×12	d=45	
7	45	15	60	a=45	90×90×9	
8	60	30	90	d=40	a=30	
9	0	60	45	125×125×9	a=50	

2.2. Розрахунок на міцність ступінчастого стовпа при осьовому розтязі (стиску)

**Завдання 2.** Ступінчастий стовп (рис.2.2) знаходиться під дією сил  $F^H$ ,  $P^H$ ,  $G^H$ , які діють вздовж його осі. Нехтуючи власною вагою стержня треба:

- побудувати епюру поздовжніх сил N;
- виходячи з умов міцності за граничним станом, визначити необхідний об'єм матеріалу для виготовлення стовпа;
- визначити переміщення вільного кінця стовпа;
- порівняти об'єм (кубатуру) ступінчастого стовпа з об'ємом звичайного призматичного стовпа постійного перерізу, запроєктованого при тих же самих умовах;
- дослідити як впливає врахування власної ваги стовпа на розрахунок його першої ділянки, якщо коефіцієнт перенавантаження від власної ваги  $n = 1.1$ .

Вихідні дані взяти для розрахунку з табл. 2.2 та 2.3; вважати, що коефіцієнт перенавантаження  $n$  для нормативних сил  $F^H$ ,  $P^H$ ,  $G^H$  дорівнює 1.2. Схему вибрати за другою цифрою варіанта.

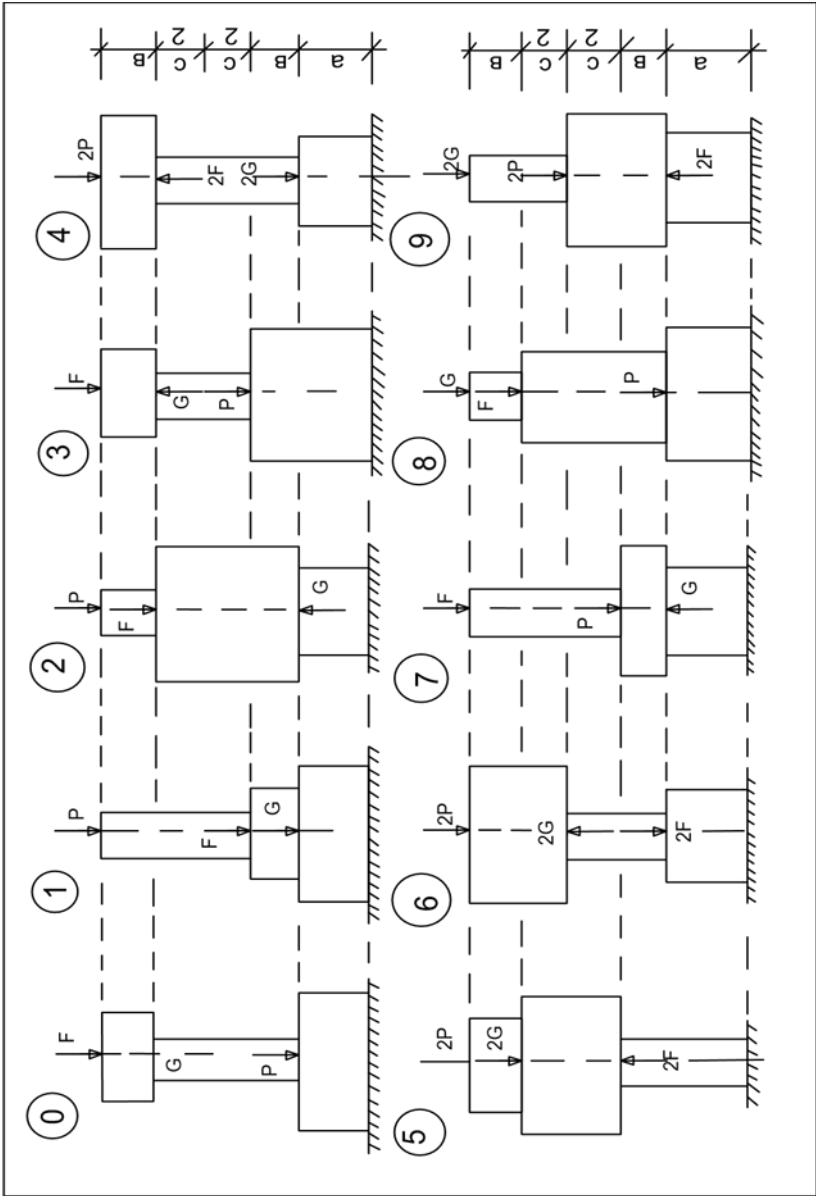


Рис 2.2

Таблиця 2.2

Перша цифра	$R^H$	$F^H$	$G^H$	а	в	с	коэф, умов роботи	Друга цифра	Вид кладки марка матеріалу/розчину
	Кн								
0	630	225	90	1,0	0,5	1,6	0,8	0	камінь 150/75
1	720	360	180	1,2	0,7	1,2	0,9	1	цегла 75/25
2	765	315	135	0,8	0,6	1,8	0,95	2	камінь 150/25
3	810	270	225	0,8	0,6	1,6	0,95	3	цегла 75/75
4	630	270	135	0,8	0,5	2,0	0,9	4	бетон 100/10
5	765	315	225	1,0	0,7	1,4	0,9	5	бетон 100/25
6	810	360	270	1,0	0,8	1,0	0,85	6	бетон 100/25
7	630	270	180	0,6	0,6	1,8	0,85	7	камінь 150/50
8	900	405	315	1,2	0,8	1,2	0,8	8	цегла 75/50
9	810	360	180	1,2	0,4	2,0	0,85	9	бетон 100/10

Таблиця 2.3

Фізико механічні характеристики Вид кладки	Розрахунковий опір R на стиск	Модульна пружність E	Питома вага матеріалу $\gamma$
	Мпа		Кн/м <sup>3</sup>
цегла марки 75	1,1	2000	19
розчин марки 25			
розчин марки 50			
розчин марки 75			
керамічний камінь марки 150	1,5	3000	20
розчин марки 25			
розчин марки 50			
розчин марки 75			
суцільні бетонні блоки марки 100	2,4	20000	22
розчин марки 10			
розчин марки 25			

2.3. Прямий поперечний згин: побудова епюр внутрішніх сил та розрахунок на міцність

**Завдання 3.** Для балки АВ (рис. 2.3), схема закріплення і завантаження якої обумовлена табл. 2.4 (за другою цифрою варіанта), побудувати епюри поперечних сил Q та загальних моментів M.

Вихідні дані для розрахунку взяти з табл. 2.4 за першою цифрою варіанта при розрахунках для всіх схем покласти  $a=1\text{м}$ ,  $v=1,5\text{ м}$ .

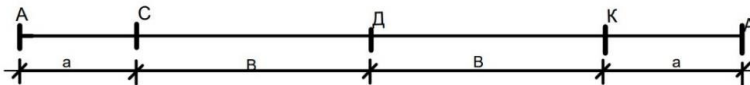


Рис 2.3

**ВКАЗІВКА:** знак - свідчить про те, що дійсний напрям відповідного навантаження є прямо протилежним до зображеного в табл. 2.4, що треба врахувати при завантаженні балки та рис. 2.3.

Таблиця 2.4

Друга цифра	опори та їх розташування(точка) на схемі		Навантаження і його розташування на схемі			Перша цифра	F	M	q
							kH	kHm	Kh/m
0	A	—	B	СК	K	0	18	-5	18
1	—	B	C	СК	A	1	14	7	-12
2	A	—	C	ДВ	B	2	-19	9	26
3	—	B	A	СК	C	3	15	6	-30
4	—	B	K	АД	Д	4	22	-8	16
5	A	—	Д	ДВ	С	5	-13	7	10
6	—	B	Д	СД	А	6	10	5	24
7	A	—	K	СК	B	7	16	9	28
8	—	B	A	ДВ	С	8	12	8	-14
9	A	—	B	ДК	Д	9	-20	6	20

**Завдання 4.** Для балки АВ (рис 2.3), схема закріплення і завантаження якої обумовлена табл.2.5 (за другою цифрою варіанта), побудувати епюри поперечних сил Q та згинальних моментів M.

Вихідні дані для розрахунку взяти з табл.2.5 ( за першою цифрою варіанта), при розрахунку для всіх схем покласти  $a=2\text{м}$ ,  $b=3\text{м}$ .

**Завдання 5.** Для балки АВ (рис.2.3), схема закріплення і завантаження якої обумовлена табл. 2.6 (за другою цифрою варіанта), необхідно:

-побудувати епюри поперечних сил Q та згинальних моментів M,

-для сталеві балки з умов міцності за нормальними напруженнями при  $R=210\text{МПа}$

-підібрати розміри наступних поперечних перерізів: прямокутника ( $h:b=4:3$ ), двотавра, круга;

-вибрати з трьох підібраних перерізів раціональний, порівнявши їх площі поперечного перерізу;

-здійснити перевірку міцності раціонального перерізу за дотичним напруженням ( $R_s=110\text{МПа}$ )



Таблиця 2.5

Друга цифра	опори та їх розташування(точка) на схемі		Навантаження і його розташування на схемі			Перша цифра	F	M	q
							кН	кНм	кН/м
0	Д	А	В	СД	А	0	42	6	18
1	С	В	А	СК	В	1	60	24	-6
2	А	К	В	СК	С	2	30	-12	24
3	Д	В	С	ДВ	А	3	-18	30	12
4	К	С	В	АС	К	4	6	18	30
5	А	В	С	СВ	К	5	36	-12	6
6	С	К	А	КВ	В	6	48	18	-12
7	В	А	Д	ДВ	С	7	-24	30	18
8	К	А	В	АК	С	8	12	24	30
9	В	С	А	ДВ	Д	9	54	-6	24

Таблиця 2.6

Друга цифра	опори та їх розташування(точка) на схемі			Навантаження і його розташування на схемі			Перша цифра	$F^H$	$M^H$	$q^H$
								кН	кНм	кН/м
0	С	В	—	Д	ДВ	А	0	30	6	6
1	—	—	А	В	ДВ	К	1	12	30	10
2	В	А	—	К	АД	Д	2	24	18	12
3	К	С	—	А	СК	В	3	24	12	8
4	К	А	—	С	СК	В	4	18	6	14
5	А	К	—	В	АД	Д	5	12	30	20
6	А	В	—	К	СК	А	6	6	24	16
7	С	К	—	А	КВ	К	7	30	18	10
8	—	—	А	В	СД	Д	8	6	12	18
9	К	А	—	В	АД	К	9	18	24	12

Вихідні дані взяти з табл. 2.6 (за першою цифрою варіанта) діаметр круга заокруглити до стандартного (20, 30, 40... 100мм); при розрахунках для всіх схем вважати  $a=1\text{м}$ ,  $b=2\text{м}$ , коефіцієнт перенавантаження для нормативних навантажень  $F^H$ ,  $P^H$ ,  $q^H$   $n=1,2$ , коефіцієнт умови роботи  $m=1$ ; власною вагою балки знехтувати.

#### 2.4. Розрахунок стиснутих стержнів на стійкість

**Завдання 6.** Для центрально стиснутого силою  $F$  сталевго стержня завдовжки  $l$  потрібно:

- визначити розміри поперечного перерізу стержня, використовуючи коефіцієнт повздовжнього згину (табл.2.8);

- визначити довжину критичної сили  $F_{cr}$  та коефіцієнт запасу стійкості, якщо  $E = 2 \cdot 10^5 \text{ МПа}$ .

При розрахунках вважати, що стержень виготовлено зі сталі С38/23, для якої розрахунковий опір  $R = 210 \text{ МПа}$ , а коефіцієнти в формулі Ясинського дорівнюють  $a=310 \text{ МПа}$ ,  $v=1.14 \text{ Мпа}$ ;  $m=1$ - коефіцієнт умов роботи стержня.

Схему закріплення кінців стержня (рис.2.4) вибрати з табл.2.7 за першою цифрою варіанта; форму поперечного перерізу стержня (рис.2.5) і решту даних для розрахунку вибрати за другою цифрою варіанта з тієї ж таблиці.

Таблиця 2.7

Перша цифра	схема закріплення кінців стержня (рис.2.4)	Друга цифра	форма перерізу (рис.2.5)	F Кн	S м
0	1	0	9	250	2,1
1	2	1	4	500	2,6
2	3	2	1	650	2,9
3	4	3	7	350	2,3
4	2	4	2	600	2,8
5	3	5	5	450	2,5
6	1	6	0	700	3
7	4	7	8	300	2,2
8	2	8	3	550	2,7
9	1	9	6	400	2,4

Таблиця 2.8

Коефіцієнт повздовжнього згину $\varphi$ для сталі С38/23									
$\lambda$	0	10	20	30	40	50	60	70	80
$\varphi$	1	0,998	0,97	0,943	0,905	0,867	0,82	0,77	0,715
$\lambda$	90	100	110	120	130	140	150	160	170
$\varphi$	0,655	0,582	0,512	0,448	0,397	0,348	0,305	0,27	0,24

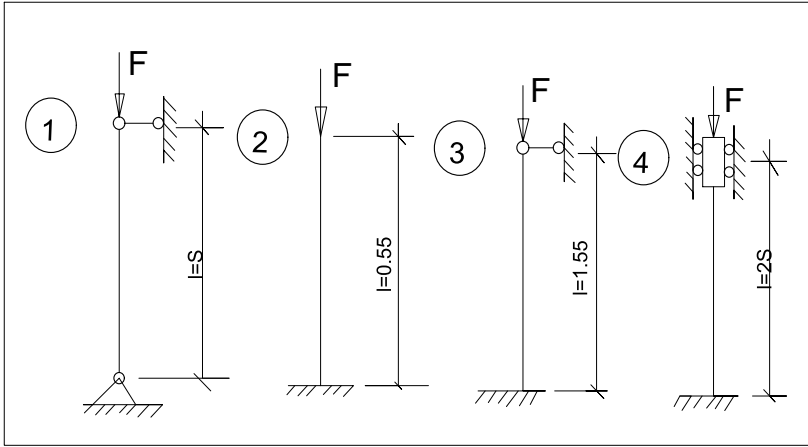


Рис 2.4

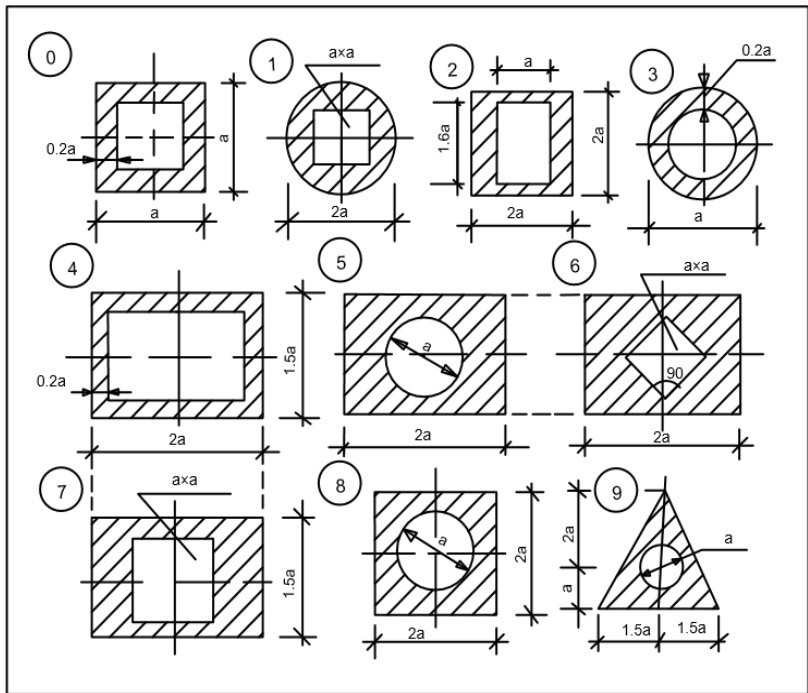


Рис 2.5

### Вказівки до самостійної роботи

Самостійна робота студентів над курсом технічної механіки є запорукою успішного його засвоєння та складання екзамену або заліку.

Вивчення кожної теми доцільно проводити в такій послідовності: спочатку вивчити теоретичну частину курсу по конспекту та одному з рекомендованих підручників [1,2], пам'ятаючи, що головне – це зрозуміти, а не „завчити”; потім розібратися у розв’язаннях прикладів в конспекті та підручнику, звернувши особливу увагу на методичні вказівки по їх розв’язанню. Якщо виникають труднощі з відповідями, то необхідно знову вернутися до конспекту та підручника й розібратися у відповідному матеріалі.

У випадку труднощів в розумінні якого-небудь питання необхідно звернутися на кафедру за консультацією: відповіді можна отримати лише на конкретні питання як з теорії, так і по розв’язанню задач.

Велику допомогу в розв’язанні задач надасть студентам практикум (навчальний посібник) [3].

### 3. ПОНЯТТЯ ПРО МЕТОДИ РОЗРАХУНКУ НА МІЦНІСТЬ

Основною метою розрахунку конструкції є забезпечення її міцності в умовах довготривалої експлуатації в поєднанні з питаннями економічності. Для вирішення цих проблем існує два методи розрахунку на міцність:

- а) за допустимими напруженнями;
- б) за граничними станами.

Суть методу розрахунку за допустимими напруженнями зводиться до вимоги, щоб дійсне напруження в точках будь-якого поперечного перерізу елемента конструкції не перевищувало допустимого напруження для певного матеріалу

$$\sigma \leq \sigma_{\text{adm}} \quad (3.1)$$

Допустиме напруження складає деяку частку граничного напруження

$$\sigma_{\text{adm}} = \sigma_0 / n \quad (3.2)$$

де  $n$  коефіцієнт запасу міцності ( $n > 1$  завжди);

граничні напруження  $\sigma_0$  - це такі напруження при досягненні яких

з'являються ознаки руйнування або пластичних деформацій. Тому для крихких матеріалів  $\sigma_0 = \sigma_u$  (границя міцності), а для пластичних  $\sigma_0 = \sigma_y$  (границя текучості). Так для сталі Ст.3  $n=1.5$ , для бетону та залізобетону  $n=2.5...3.5$ , для дерева  $n=3.5...6$ , для натурального каменю  $n=10$ . Напруження  $\sigma$  в (3.1) обчислюється за формулою, структура якої залежить від виду деформації.

Одним коефіцієнтом  $n$  запасу міцності важко врахувати всі фактори впливу експлуатацію споруд, що є основним недоліком розрахунку за допустимими напруженнями. З метою більш гнучкого врахування дії різноманітних факторів і був запропонований метод розрахунку на міцність за граничними станами. Граничним станом називають такий стан конструкції при якому вона перестав задовольняти умовам експлуатації.

Вплив цих факторів в методі розрахунку за граничними станами враховується окремими коефіцієнтами:

- коефіцієнти перевантажень  $n_i$ , які враховують випадкові відхилення від нормативних навантажень (наприклад, збільшення статичної ваги споруди проти нормативної,  $n=1.1$ ; для тимчасових навантажень на перекриття  $n=1.4$ );
- коефіцієнт однорідності матеріалу  $k$ , який враховує можливі випадкові відхилення від нормативного опору  $R^H$  (границя текучості  $\sigma_y$  для пластичних матеріалів або границь міцності  $\sigma_u$  для крихких матеріалів); чим більш однорідний матеріал, тим ближче  $k$  ( $k < 1$ ) до 1: сталь  $k=0.9...0.85$ , бетон  $k=0.6$ , дерево  $k=0.3...0.9$ ;
- коефіцієнт умов роботи  $m$  ( $m=0.9...1$ ), він враховує деякі відхилення в межах допусків від проектних допусків, ступінь небезпечності появи  $\sigma_y$  або  $\sigma_u$  в будь якій точці конструкції та інші фактори.

Таким чином для першого граничного стану перевірка міцності проводиться за формулою (3.3):

$$\sigma \leq mR \quad (3.3)$$

Де  $R=R^H$ к розрахунковий опір матеріалу, а  $\sigma$  обчислюється як і в (3.1) залежно від виду деформації за розрахунковими зусиллями, які визначаються добутком нормативного призначення  $P^H$ ,  $q^H$  на відповідні коефіцієнти перенавантаження.

Формула розрахунку за граничними станами другої групи (непридатність нормальної експлуатації внаслідок неприпустимих переміщень: прогини, осідання кути повороту) (3.4):

$$f_{max} \leq f_{adm} \quad (3.4)$$

Рівняння для розрахунку на тріщини не наводимо, детально цей метод визначається в курсі інженерних конструкцій.

#### 4. ОСЬОВИЙ РОЗТЯГ І СТИСК

Деформація розтягу (стиску) часто зустрічається в елементах теплоенергетичного обладнання.

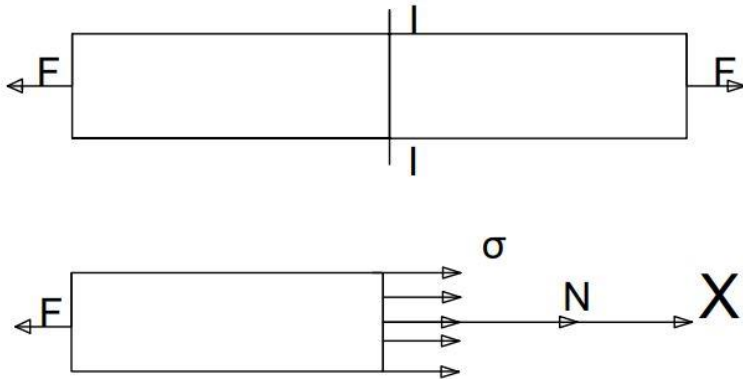


Рис. 4.1

Осьовим розтягом (стиском) прямого руса називається деформація при якій всі його волокна, що розташовані вздовж осі, отримують однакові подовження (укорочення). Таким чином прями́й брус розтягується (стискається) якщо в його поперечних перерізах виникає лише повздовжня сила  $N$ , для визначення якої застосовують метод перерізів. Для цього перерізом 1-1 подумки розділяємо брус на дві частини і одну з них, наприклад, праву, відкидаємо. Дію відкинутої частини на ту що залишилася замінюємо рівнодією внутрішню сил пружності  $N$ . З умови рівноваги  $\Sigma F_{jx} = 0$  маємо  $N = F$ .

Закон розподілу нормальних напружень по перерізу бруса, що розтягує(стискається) встановлюється на основі гіпотези плоских перерізів: відповідно до означення осьового розтягу (стиску) можна вважати, що нормальні напруження розподіляються рівномірно по всьому поперечному перерізу бруса, тому

$$\sigma = N/A, \quad (4.1)$$

де  $A$ - площа поперечного перерізу.

При дії на брус декількох зовнішніх сил  $F_1, F_2 \dots F_n$ , прикладених в різних точках до його осі, корисно будувати графіки зміни повздовжніх сил та нормальних напружень уздовж осі бруса. Ці графіки носять назву *епюри*.

Досліди на розтяг (стиск) брусів показують, що поки навантаження на нього не сягає певної границі, то деформація бруса зростає прямо пропорційно навантаженню  $F$  і обернено пропорційно площі  $A$  поперечного перерізу. Крім того доведено, що величина деформації залежить від матеріалу, з якого брус виготовлено. Всі ці властивості об'єднані законом Гука

$$\Delta l = \frac{Fl}{EA} \quad (4.2)$$

де  $l$ - довжина бруса,  $\Delta l$  - його абсолютна деформація;  $E$ - модуль повздовжньої пружності, який характеризує ступінь опору матеріалу пружній деформації;  $EA$ - жорсткість перерізу бруса при розтязі (стиску). Наведемо різновид запису закону Гука

$$\sigma = \varepsilon E, \quad (4.3)$$

де  $\varepsilon = \Delta l / l$  - відносна повздовжня деформація.

### **Розрахунки на міцність за допустимими напруженнями**

При розтязі (стиску); умова (3.1) з врахуванням (4.1) набуває вигляду:

$$\sigma = N/A \leq \sigma_{adm} \quad (4.4)$$

Застосування умови (4.4) дозволяє робити практичні розрахунки на розтяг (стиск), які зводяться до розв'язання наступних задач:

1) **перевірочний розрахунок** - відомі зовнішнє

навантаження на конструкцію та її поперечні розміри, обчислюємо найбільше напруження  $\sigma_{\max}$  і порівнюємо його з допустимим для заданого матеріалу: якщо  $\sigma > \sigma_{adm}$ , то необхідно або збільшити площу поперечного перерізу, або, якщо це можливо, зменшити навантаження;

2) проектувальний розрахунок (підбір перерізу конструкції) – найбільш відповідальний і розповсюджений при розрахунках конструкцій:

$$A \geq N_{\max} / \sigma_{adm} \quad (4.5)$$

3) визначення несучої здатності конструкції:

$$N_{adm} \leq \sigma_{adm} \cdot A \quad (4.6)$$

Тобто визначають значення допустимої повздовжньої сили.

**ПРИКЛАД 1.** Вантаж вагою  $P=250\text{кН}$  необхідно підвісити до вертикального стержня, поперечний переріз якого має площу  $A=20\text{см}^2$ . (рис.4.2). Перевірити міцність стержня, якщо його виготовлено зі сталі Ст.3 ( $\sigma_{adm} = 160 \text{ МН/м}^2$ ).

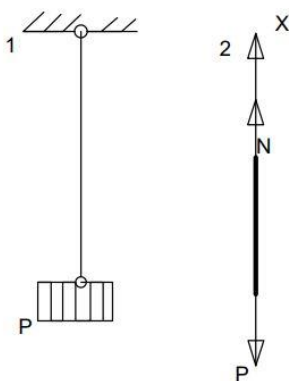


Рис. 4.2

*Розв'язання.* Зробимо довільний переріз стержня, відкинемо верхню його частину, дію якої на нижню частину замінимо реакцією  $N$  (ідеальний стержень). Будемо вважати, що стержень розтягується, тому  $N$  напрямлено від стержня. З умови рівноваги



нижньої частини стержня

$$\Sigma F_{jx}=0; N-P=0$$

знаходимо, що  $N=P$ . Обчислюємо  $\sigma$  за формулою (4.1):

$$\sigma=N/A=50\text{кН}/20\text{см}^2=250\text{кН}/20\cdot 10^{-4}\text{м}^2=12.5\cdot 10^4\text{кПа}=125\text{МПа}.$$

Очевидно (4.4), що  $\sigma < \sigma_{adm}$ . З'ясуємо наскільки економічно вигідно в даному разі використовувати стержень, поперечний переріз якого  $A=20\text{см}^2$ :

$$\delta=\frac{\sigma_{max}-\sigma_{adm}}{\sigma_{adm}}\cdot 100\%=\frac{125-160}{160}\cdot 100\%=-21,9\%$$

Перевірочний розрахунок показав, що перевитрати матеріалу складають близько 22%, що економічно невігідно. Очевидно, що досить було б взяти стержень з поперечним перерізом  $A=16\text{см}^2$  ( $\sigma=N/A=156.25\text{МПа}$ ,  $\delta=-2,34\%$ ).

**ПРИКЛАД 2.** Визначити найбільшу вагу вантажу  $P$ , який можна безпечно підвісити до вузла  $A$  (рис. 4.3,а), в якому збігаються ідеальні стержні  $AB$ ,  $AC$  та горизонтальний трос, який перекинуто через ідеальний блок  $D$ . Стержні виготовлено зі сталі марки Ст.3 ( $\sigma_{adm}=160\text{МПа}$ ).

*Разв'язання.* Розглянемо рівновагу вузла  $A$ , для чого його виріжемо (рис. 4.3,а). На вузол діють реакції в'язей  $N_1$   $N_2$ , які напрямляємо від вузла  $A$ , вважаючи, що стержні розтягнуті (рис. 4.3,б). Сила  $P$  передається повністю (блок  $D$  ідеальний) на вузол  $A$  за допомогою гнучкої в'язі (трос), яка завжди працює на розтяг. Розрахункова схема зображена на рис. 4.3,б, там же показано вибір осей координат  $X, Y$ .

Вузол  $A$  перебуває у стані рівноваги під дією плоскої збіжної системи сил, незалежних рівнянь рівноваги два:

$$\Sigma F_{jx}=0; \quad N_2 - P \sin 60^\circ = 0,$$

$$\Sigma F_{jy}=0; \quad N_1 + P \cos 60^\circ = 0,$$

звідси  $N_1 = -P \cos 60^\circ = -0,5P$  (стержень 1 стискається),

$$N_2 = P \sin 60^\circ = 0.866P.$$

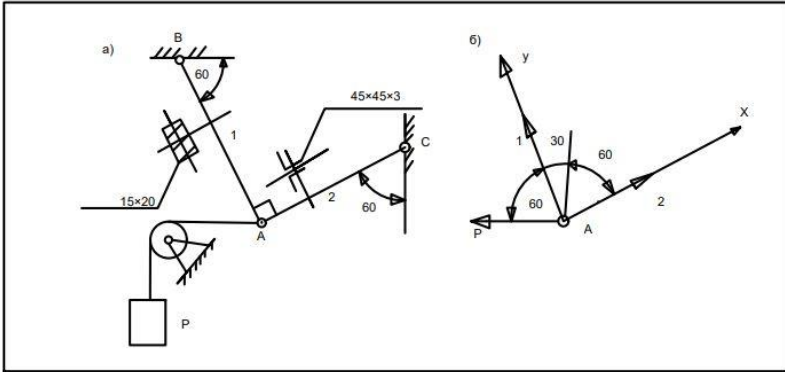


Рис. 4.3

(стержень 2 розтягується). Запишемо умову міцності (4.4) за допустимими напруженнями при розтязі (стиску) для кожного зі стержнів:

$$\sigma_1 = N_1/A_1 \leq 0,5P/A_1 \leq \sigma_{adm} \quad (4.7)$$

$$\sigma_2 = N_2/A_2 \leq 0,866P/A_2 \leq \sigma_{adm} \quad (4.8)$$

Щоб отримати остаточний результат підрахуємо площі поперечних перерізів стержнів кронштейна (рис. 4.3):

$$A_1 = b \cdot h = 1,5 \cdot 2 = 3 \text{ см}^2 \text{ (прямокутник),}$$

$$A_2 = 2 \cdot A_{\text{кут}} = 2 \cdot 2,65 = 5,3 \text{ см}^2,$$

де площу рівнобокого кутика 45x 45x3 взято з таблиці Держстандарту 8509-72.

З (4.7) маємо:

$$P_1 \leq A_1 \sigma_{adm} / 0,5 = 2 \cdot 3 \cdot 10^4 \text{ м}^2 \cdot 160 \text{ кН/м}^2 = 96 \text{ кН.}$$

1

а з (4.8) отримаємо

$$P_2 \leq A_2 \sigma_{adm} / 0,866 = 1,155 \cdot 5,3 \cdot 10^4 \text{ м}^2 \cdot 160 \text{ кН/м}^2 = 97,9 \text{ кН.}$$

Розрахунок на несучу здатність конструкції показав, що допустимою силою  $P$  або найбільшою вагою вантажу, який безпечно можна підвісити до вуста  $A$  кронштейна, є мша з двох отриманих:  $P$

$$P = \min \{P_1, P_2\} = 96 \text{ кН.}$$

### Розрахунок на міцність за граничними станами

Умова міцності (3.3) при розтязі стиску набуває вигляду:

$$\sigma = N/A < mR, \quad (4.9)$$

де  $N$  - розрахункове зусилля. За цією формулою також можна проводити перевірочний розрахунок, проектувальний розрахунок та визначати несучу здатність конструкції при розтязі (стиску) як і в п.4.2.

**ПРИКЛАД 3.** Ступінчастий стовп (рис.4.4.а) кам'яної кладки ( $R=2\text{МПа}$ ,  $E=3000\text{МПа}$ ,  $\gamma = 20\text{кН/м}^3$ ) перебуває під дією сил  $F^H$ ,  $P^H$ ,  $G^H$ , які діють вздовж його осі. Нехтуючи власною вагою стержня треба:

- побудувати епюру Поздовжніх сил  $N$ ;
- виходячи з умов міцності за граничним станом, визначити необхідний об'єм матеріалу для виготовлення стовпа;
- визначити переміщення вільного кінця стовпа;
- порівняти об'єм (кубатуру) ступінчастого стовпа з об'ємом звичайного призматичного стовпа перерізу, запроєктованого при тих же умовах;

Розрахунок провести для  $P^H=400\text{кН}$ ,  $P^H = 500\text{кН}$ ,  $G^H=200\text{кН}$ ; вважати, що коефіцієнт перевантаження  $n=1.2$  для нормативних сил  $F^H$ ,  $P^H$ ,  $G^H$ , коефіцієнт роботи  $m=1$ ; крім того  $a=0,5\text{ м}$ ,  $b=1\text{ м}$ ,  $c=0,75\text{ м}$ .

*Розв'язання.* Обчислюємо розрахункове навантаження на брус:

$$F = F^H n = 500 \cdot 1,2 = 600\text{кН}, \quad P = P^H n = 480\text{кН}, \quad G = G^H n = 240\text{кН}.$$

Визначимо значення поздовжніх сил, що виникають на кожній з трьох ділянок стовпа (рис.4.4,а). Для цього застосуємо метод перерізів (п.4.1.1). Так для перерізу 1-1 (рис.4.4,а,б) відкидаємо нижню частину, бо вона більш складна і реакцію в защемленні ми не шукали. Дію відкинutoї частини на ту що залишилася замінюємо внутрішньою силою  $N_1$  і вважаємо, що вона розтягує стовп: цим і обумовлено напрям сили  $N_1$  в бік відкинutoї частини. Маємо:

$$\sum F_{ix} = 0, \quad N_1 + F = 0, \quad \text{звідси } N_1 = -P = -600\text{кН}.$$

Аналогічно для перерізів 2-2 (рис.4.4,в) та 3-3 (рис.4.4,г) обчислюємо:

$$N_2 + F - G = 0, \quad \text{звідси } N_2 = G - F = -360\text{кН},$$

$$N_3 + F - G + P = 0, \quad \text{звідси } N_3 = C - F - P = -840\text{кН}.$$

За цими даними будемо епюру повздожніх сил (рис.4.4,д). З отриманих результатів випливає, що уздовж кожної ділянки діє своя стискаюча стала повздожня сила, тому епюра  $N$  розташована ліворуч від базової лінії і обмежена прямими, які паралельні до неї; в місцях прикладання сил  $F$ ,  $P$ ,  $G$  маємо „стрибки” на величину відповідної сили. Користуючись умовою міцності за граничними станами (4.9) при розтязі (стиску) підберемо площу поперечного перерізу стовпа на кожній ділянці:

$$A_1 \geq \frac{N_1}{mR} = \frac{600 \cdot 10^3 H}{1 \cdot 2 \cdot 10^6 H/M^2} = 300 \cdot 10^{-3} M^2 = 0,3 M^2$$

$$A_2 \geq \frac{N_2}{mR} = \frac{360 \cdot 10^3 H}{1 \cdot 2 \cdot 10^6 H/M^2} = 180 \cdot 10^{-3} M^2 = 0,18 M^2$$

$$A_3 \geq \frac{N_3}{mR} = \frac{840 \cdot 10^3 H}{1 \cdot 2 \cdot 10^6 H/M^2} = 420 \cdot 10^{-3} M^2 = 0,42 M^2$$

*Зауваження:* через те що форма стовпа заздалегідь обумовлена (рис.4.4,а), то  $A_2$  в даному випадку можна було б і не шукати, бо очевидно, що  $N_1 > N_2$ .

Визначимо необхідний об’єм матеріалу для виготовлення стовпа:  $V = A_1(a + b) + A_3c = 0,3 \cdot 1,5 + 0,42 \cdot 0,75 = 0,765 \text{ м}^3$ .

Обчислюємо переміщення вільного кінця стовпа за законом Гука (4.2):

$$\Delta l = \Delta a + \Delta b + \Delta c = \frac{N_1 a}{EA_1} + \frac{N_2 b}{EA_1} + \frac{N_3 c}{EA_3} = \frac{-600 \cdot 10^3 H \cdot 0,5 \text{ м}}{3 \cdot 10^9 \cdot \frac{10^6 H}{M^2} \cdot 0,3 M^2} + \frac{-360 \cdot 10^3 \cdot 1}{3 \cdot 10^9 \cdot 0,3} + \frac{-840 \cdot 10^3 \cdot 0,75}{3 \cdot 10^9 \cdot 0,42} = -(333,3 + 400 + 500) \cdot 10^{-6} \text{ м} = 1233,3 \cdot 10^{-6} \text{ м} + 1,233 \cdot 10^{-3} \text{ м} = 1,233 \text{ мм}.$$

Отже стовп вкоротиться на 1,233мм, зауважимо, що на ділянці „b” підставили також  $A_1$ , бо за умовою задачі стовп на ділянці „a+b” має сталий переріз.

Якби стовп був призмою сталого перерізу, то тоді його площа поперечного перерізу була б  $A = \max\{A_1, A_2, A_3\} = A_3$ , і необхідно

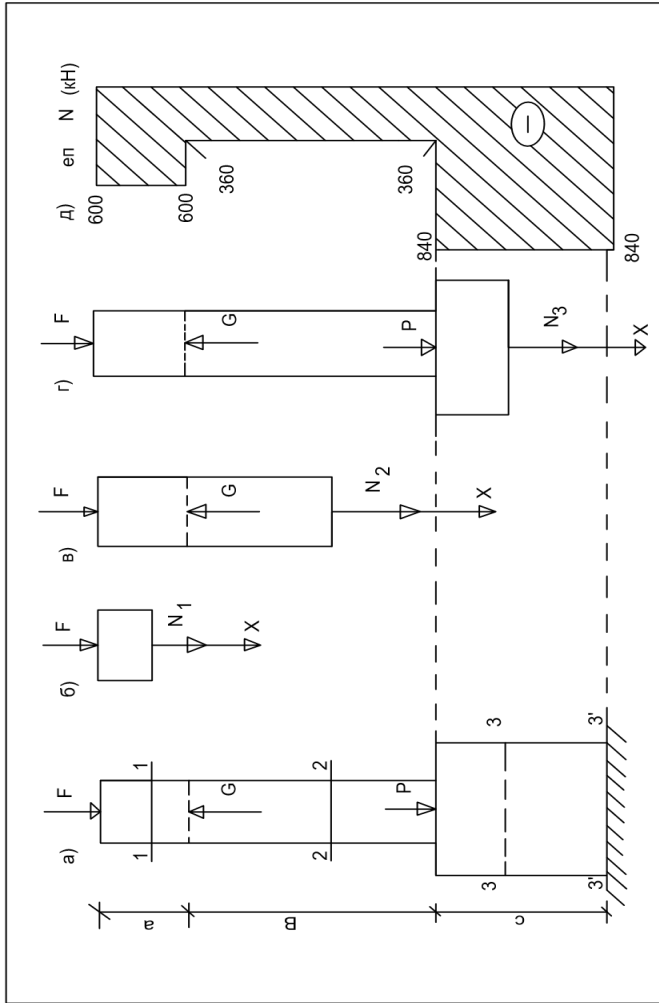


Рис. 4.4

було б витратити:  $V_1 = A(a + b + c) = 0,42 \cdot 2,25 = 0,945 \text{ м}^3$  що привело б до перевитрати - матеріалу 19%.

## 5. ОСЬОВИЙ РОЗТЯГ І СТИСК

Чи не самим розповсюдженим видом деформації елементів будівельних конструкцій є згин. Прямий брус, що працює на згин, зазвичай називають балкою. Як був поперечних перерізах балки виникає лише згинальний момент, то маємо чистий згин. Однак в більшості випадків разом зі згинальним моментом діє поперечна сила і відповідно згин називається поперечним.

Деформацію згину викликають сили, які перпендикулярні до поздовжньої осі балки, що лежить в площині, яка проходить через цю вісь. Сама вісь з прямолінійної стає криволінійною (рис. 5.1).

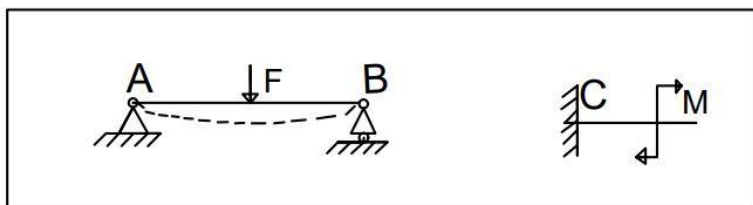


Рис. 5.1

Якщо навантаження, що діє на балку, лежить в одній площині, яка називається силовою, то згин є плоским, а якщо лінія перетину цієї площини з площиною поперечного перерізу (силова лінія) збігається з однією з його головних центральних осей (на рис. 5.2 це вісь  $z$ ), то згин називають прямим.

Для сприйняття навантаження та передачі його на конструкції, що лежать нижче використовують три основних типи опор: шарнірна рухома опора B, шарнірна нерухома опора A та жорстко застискаюча опора C або защемлення (рис.5.1).

З усіма типами опор ми знайомились в статичі. Слід зауважити, що реальне облаштування опор не завжди відповідає розглянутим схемам опор. Тому розрахунку реальної балки має передувати ретельний вибір розрахункової схеми.

### Побудова епюр внутрішніх сил при згині

Розрахунок двохопорних балок починають з визначення опорних реакцій. Щоб уникнути помилок при подальших розрахунках обов'язково необхідно зробити перевірку правильності визначення значень опорних реакцій, складаючи рівняння рівноваги,

яке не було використане при їх визначенні.

Після знаходження опорних реакцій переходять до визначення внутрішніх сил в поперечних перерізах балки. Для цього застосовують метод перерізів, подумки розрізають балку, вісь якої зображена на рис. 5.3.а. на довільній відстані  $x$  від лівої опори. Відкидаємо одну з частин і розглядаємо рівновагу іншої: дію відкинutoї частини заміняємо невідомими внутрішніми силами  $Q_y$  та  $M_z$ . Бо при прямому поперечному згині все навантаження лежить в силоній площині (площина  $XOY$  на рис. 5.2). Для визначення  $Q_y$  та  $M_z$ , статика дає два рівняння рівноваги.

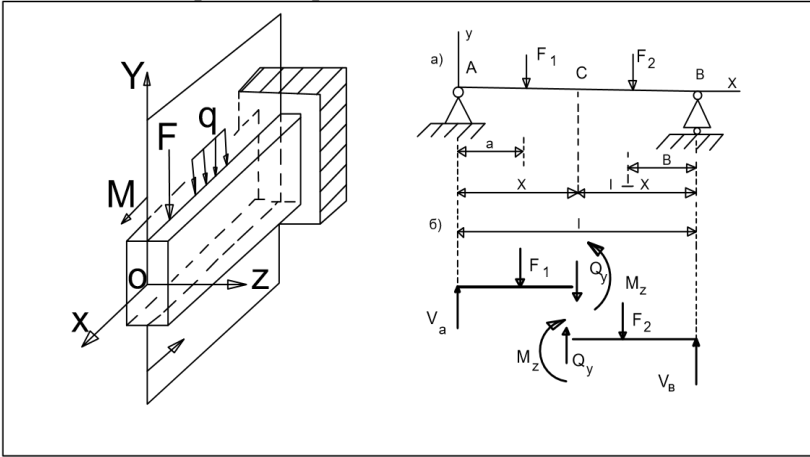


Рис. 5.2

Рис.5.3

Наприклад, для лівої частини маємо:

$$\begin{aligned} \Sigma F_{iy} &= 0; \quad V_A - F_1 - Q_y = 0, \\ \Sigma m_c &= 0; \quad V_{Ax} - F_1(x-a) - M_z = 0, \\ Q_y &= V_A - F_1, \quad M_z = V_{Ax} - F_1(x-a). \end{aligned}$$

Таким чином *поперечна сила в довільному перерізі балки чисельно дорівнює алгебраїчній сумі всіх зовнішніх сил, які діють з одного боку від цього перерізу, а згинальний момент алгебраїчній сумі моментів цих же сил відносно його центра ваги.*

Правило знаків обох внутрішніх зусиль зручно встановлювати виходячи з напрямку зовнішніх сил. Якщо зовнішня сила намагається повернути розглядувану частину балки за годинниковою стрілкою відносно зробленого перерізу, то вона викликає додатну поперечну силу  $Q_y$  і навпаки. Так в вираз (5.1) реакція  $V_A$  записана

додатною, бо вона намагається повернути ліву частину балки відносно перерізу С за годинниковою стрілкою, а перед  $F_1$  поставлено знак мінус, бо ця сила намагається зробити цей поворот проти годинникової стрілки.

Зовнішня сила (момент), яка деформує балку так, що розтягуються нижні волокна, викликає в зробленому перерізі балки додатний згинальний момент  $M_z$  і навпаки (рис.5.4). Це правило є еквівалент введення в розглядуваному перерізі защемлення (рис.5.5) після звільнення балка від опор. Тоді балка розпадається на дві консолі і шуканий згинальний момент визначається як реактивний момент в уявному защемленні.

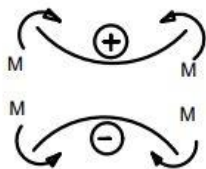


Рис. 5.4



Рис. 5.5

Все сказане підтверджується виразом для  $M_z$ , в (5.1):  $V_A$  розтягує нижні волокна балки, а  $F_1$ -верхні, якщо в перерізі С (рис.5.3,б) ввести защемлення.

Питання про міцність завантаженої балки розглядається після побудови і аналізу епюр внутрішніх сил  $Q(x)$  та  $M(x)$ . Для цього встановлюють закони їх зміни вздовж осі балки на кожній ділянці балки як функції від абсциси  $x$ . Роблячи обчислення для різних значень  $x$ , будують графіки зміни цих функцій вздовж осі балки, тобто епюри поперечних сил  $Q$  та згинальних моментів  $M$ . До речі між  $Q(x)$  та  $M(x)$  існує залежність

$$Q = dM/dx \quad (5.2)$$

яка суттєво допомагає при побудові епюри  $M$  та перевіряє, чи правильно вона побудована. Додатні значення епюри  $Q$  відкладають над віссю балки, а від'ємні знизу. Епюру  $M$  будують на розтягнутих волокнах, тобто додатні значення відкладають знизу, а від'ємні зверху, причому знаки на самій епюрі  $M$  не вказуються. Побудову епюри  $M$  на розтягнутих волокнах можна пояснити тим, що більшість будівельних матеріалів погано працює на розтяг.



**ПРИКЛАД 4.** Для балки (рис.5.6.а) яка завантажена рівномірно розподіленим навантаженням інтенсивності  $q=10\text{кН/м}$ , зосередженою силою  $F=10\text{кН}$  та парою сил з моментом  $M=25\text{кНм}$ , побудувати епюри поперечних сил  $Q$  та згинальних моментів  $M$ .

*Розв'язання.* Розв'язання почнемо з визначення опорних реакцій  $V_A$  та  $V_B$ :

$$\Sigma m_A = 0, \quad V_B \cdot 5 - M + F \cdot 3 - q \cdot 3 \cdot 1,5 = 0,$$

$$\text{звідси } V_B = (M - 3F + 4,5q) / 5 = (25 - 30 + 45) / 5 = 8(\text{кН}),$$

$$\Sigma m_B = 0, \quad -V_A \cdot 5 + q \cdot 3(1,5 + 2) - F \cdot 2 - M = 0,$$

$$\text{звідси } V_A = (10,5q - 2F - M) / 5 = (105 - 20 - 25) / 5 = 12(\text{кН}).$$

Перевірка:

$$\Sigma F_{iy} = V_A - qa + F + V_B = 12 - 30 + 10 + 8 = 0.$$

Реакції визначено правильно.

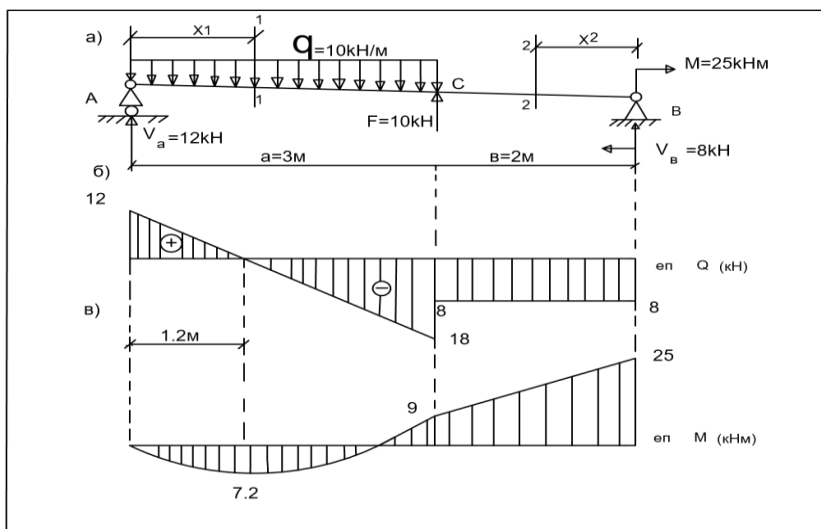


Рис. 5.6

Аналізуючи розподіл навантаження на балці АВ (рис.5.6.а), робимо висновок, що балка має дві ділянки АС та СВ, в межах кожної з яких поперечна сила  $Q$  та згинальний момент  $M$ , мають свої закони зміни вздовж осі балки. Щоб встановити ці закони необхідно розглянути довільні перерізи 1-1 та 2-2 на кожній з ділянок. При цьому доцільно розглядати ту частину балки, що менше

завантажена: в цьому випадку вирази  $Q(x)$  та  $M(x)$  будуть найпростішими. Тому  $x_1$ , відраховуватимемо від лівої опори А, а  $x_2$  – від опори В (рис.5.6.а).

Ділянка АС ( $0 \leq x_1 < 3$ ):

$$Q_1 = V_A - qx_1, M_1 = V_A x_1 - qx_1^2/2. \quad (5.3)$$

Аналізуючи отриманні вирази робимо висновок, що поперечна сила на ділянці АС змінюється за лінійним законом (для побудови епюри  $Q$  досить знати дві її ординати), а згинальний момент змінюється за законом параболи (для побудови епюри  $M$  необхідно обчислити не менше трьох її ординат). Маємо:

- при  $x_1 = 0$   $Q_1 - V_A = 12 \text{кН}$ ,  $M_1 = 0$ ;
- при  $x_1 = 3 \text{м}$   $Q_1 = V_A - 3q = 12 - 30 = -18 \text{кН}$   
 $M_1 = 3V_A - 4,5q - 36 - 45 = -9 \text{кНм}$ .

За звичай третю точку для обчислення  $M$ , беруть посередині ділянки, але в нашому випадку поперечна сила  $Q$ , міняє свій знак, тобто на ділянці АС в одному з перерізів  $Q_1 = 0$  (5.3) Маємо  $Q_1 - V_A - qx_1 = 0$ , звідси  $x_1 = V_A/q = 12/10 = 1,2 \text{м}$ .

Тепер при  $x_1 = 1,2 \text{м}$   $M_1 = 1,2 V_A - q \cdot 1,2^2/2 = 14,4 - 7,2 = 7,2 \text{кНм}$ . Виходячи з (5.2) робимо висновок, що в цьому перерізі  $M$  сягає свого екстремуму (в даному випадку максимуму) на ділянці АС.

Ділянка ВС ( $0 \leq x_2 \leq 2$ ):

$$Q_2 = -V_B = -8 \text{кН} = \text{const};$$

$$M_2 = V_B X_2 - M \text{ (зміна за лінійним законом)}$$

- при  $x_2 = 0$   $M_2 = -M = -25 \text{кНм}$ ;
- при  $x_2 = 2 \text{м}$   $M_2 = 2V_B - M = 16 - 25 = -9 \text{кНм}$ .

Проводимо вісь балки (базис), вибираємо масштаб (для кожної з епюр свій) і будуємо епюру поперечних сил  $Q$  (рис.5.6,б) та епюру згинальних моментів  $M$  (рис.5.6,в). Штриховка епюр робиться перпендикулярно до базиса (осі балки).

*Контроль правильності побудови епюр.*

- якщо ділянка балки не завантажена, то епюра  $Q$  є пряма яка паралельна до осі балки, а епюра  $M$  - нахилена пряма (наприклад, ділянка ВС, рис.5.6);

- якщо  $q = \text{const}$ , то епюра  $Q$  - нахилена пряма, епюра  $M$  - квадратна парабола, яка напрямлена опуклістю в бік дії навантаження  $q$  (наприклад, ділянка АС, рис.5.6).

-якщо на ділянці балки поперечна сила додатна, то згинальний момент зростає (зліва на право), а на ділянці балки де  $Q$  від'ємна, то  $M$ -зменшуються (наприклад, ділянка  $AC$ , рис.5.6);

-якщо на ділянці  $Q=0$ , то  $M=\text{const}$  і маємо на цій ділянці чистий згин;

-якщо  $Q=0$  (епюра перетинає базисну лінію), то  $M=M_{\text{екстр}}$  ( $M_{\text{max}}$  або  $M_{\text{min}}$ );

-в перерізі під зосередженою силою епюра  $Q$  має стрибок, який дорівнює цій силі, а епюра  $M$  - злам, вістря якого направлено в бік дії сили (наприклад, на рис.5.6,5 є три стрибки в місцях прикладання сил  $V_A$ ,  $F$ ,  $V_B$  на величину цих сил відповідно; на рис.5.6,в на епюрі  $M$  в місці прикладання сили  $F$  є злам);

-в перерізі, де прикладено зосереджений момент, епюра  $M$  має стрибок, який дорівнює цьому моменту, на епюру  $Q$  це не впливає (на рис. 5.6,в маємо стрибок на опорі  $B$  на величину прикладеної пари сил  $M=25\text{кНм}$ ).

Всі ці правила дають змогу будувати епюри  $Q$ ,  $M$  за характерними точками (перерізами) без складання законів зміни  $Q$ ,  $M$  в залежності від  $x$

**ПРИКЛАД 5.** Побудувати епюру поперечних сил та епюру згинальних моментів для балки, яка защемлена лівим кінцем (рис.5.7,а). Балка завдовжки 6 м навантажена рівномірно розподіленим навантаженням інтенсивності  $q=10\text{кН/м}$ , зосередженою силою  $F=20\text{кН}$  та парою сил з моментом  $M=40\text{кНм}$ .

*Розв'язання.* В даному випадку опорні реакції визначати не обов'язково, тоді розрахунки треба вести йдучи від вільного кінця і враховуючи навантаження, що діє між вільним кінцем і відповідним перерізом.

Аналізуючи задану схему (рис. 5.7,а), робимо висновок, що для заданої балки треба зробити шість характерних перерізів 1,2,...,6, які відповідають початку і кінцю кожної з трьох ділянок. Для поперечної сили маємо:  $Q_1=0$ ;

$Q_2=q \cdot l=10(\text{кН})$  навантаження  $q$  хоче повернути балку А-2 відносно перерізу 2 за годинниковою стрілкою, тому знак плюс;

$Q_3=q \cdot l - F=10 \cdot 20 = -10(\text{кН})$ - перед  $F$  поставили знак мінус, бо ця сила хоче повернути балку А-3 відносно перерізу 3 проти годинникової стрілки,

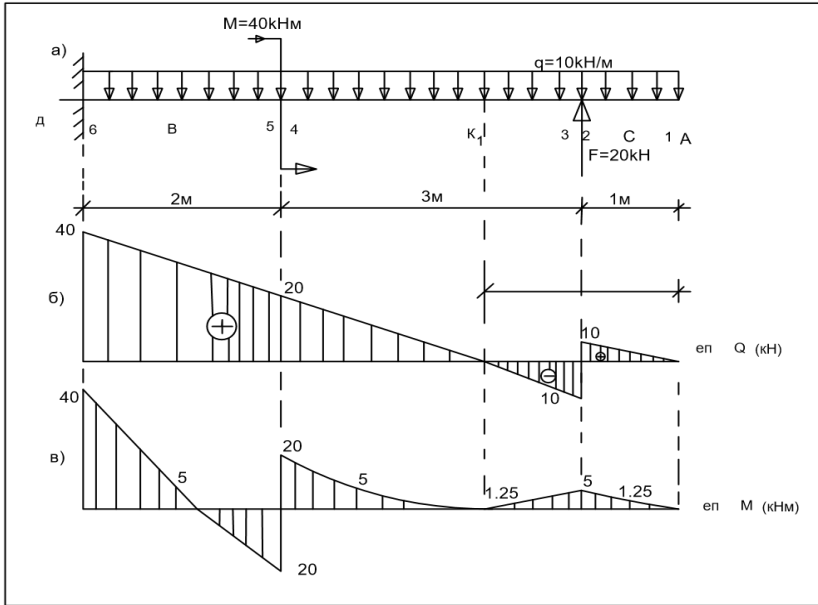


Рис. 5.7

$$Q_4 = q \cdot 4 - F = 40 - 20 = 20 \text{ кН};$$

$$Q_5 = Q_4 = 20 \text{ кН (пара сил з моментом } M \text{ на епюру не впливає);}$$

$$Q_6 = q \cdot 6 - F = 60 - 20 = 40 \text{ кН.}$$

Через те, що на другій ділянці поперечна сила змінює знак, то визначимо відстань до екстремального перерізу К з умови  $Q_K = 0$ . Отже:

$$Q_K = q \cdot x_K - F = 0, \text{ звідси } x_K = F/q = 20/10 = 2 \text{ (м).}$$

Обчислюємо величину згинального моменту у кожному характернім перерізі:

$$M_1 = 0; M_C = -q \cdot 0,5 \cdot 0,25 = -1,25 \text{ (кНм)};$$

$$M_2 = -q \cdot 1 \cdot 0,5 = -5 \text{ (кНм)} = M_3;$$

$$M_K = -q \cdot 2 \cdot 1 + F \cdot 1 = -20 + 20 = 0;$$

$$M_4 = -q \cdot 4 \cdot 2 + F \cdot 3 = -80 + 60 = -20 \text{ (кНм)},$$

$$M_5 = -q \cdot 4 \cdot 2 + F \cdot 3 + M = -80 + 60 + 40 = 20 \text{ (кНм)};$$

$$M_B = -q \cdot 5 \cdot 2,5 + F \cdot 4 + M = -125 + 80 + 40 = -5 \text{ (кНм)},$$

$$M_6 = -q \cdot 6 \cdot 3 + F \cdot 5 + M = -180 + 100 + 40 = -40 \text{ (кНм)}.$$

Зауважимо, що  $M_C$  та  $M_B$  обчислено посередині першої та

третьої ділянки (рухаємось від вільного кінця А до защемлення Д), бо на цих ділянках епюра М окреслена по квадратній параболі, на другій ділянці третім значенням є  $M_k$  (екстремальний переріз). Знаки в виразах для М. взято у відповідності з рис 5.5, а (праворуч) для F та М, для q- з рис.5.5.6.

За отриманими значеннями будуємо епюри Q (рис. 5.7,6) та М (рис. 5.7. в) у відповідності з правилами знаків та керуючись контролем правильності побудови епюр.

### **Розрахунок на міцність за нормальними напруженнями**

При прямому поперечному згині в поперечних перерізах балки виникають два силові фактори: згинальний момент  $M_z$ , та поперечна сила  $O_y$ . Як відомо [2] від дії  $M_z$ , виникають нормальні напруження

$$\sigma = M_z y / J_z \quad (5.4)$$

де у-віддаль від розглядуваного волокна балки до нейтральної осі (її рівняння  $\sigma = 0$ ), а  $J_z$ -момент інерції перерізу відносно цієї осі. З (5.4) випливає, що найбільшого значення нормальні напруження досягають коли  $M_z = M_{\max}$ ,  $y = y_{\max}$ :

$$\sigma_{\max} = M_{\max} / W_{\text{net}}, \quad (5.5)$$

де  $W_{\text{net}} = J_z / y_{\max}$  - осьовий момент опору перерізу нетто (з врахуванням вирізів) відносно нейтральної осі.

Виходячи з умови (3.1), отримуємо умову міцності при прямому згині допустимими напруженнями

$$\sigma_{\max} = M_{\max} / W_{\text{net}} \leq \sigma_{\text{adm}}, \quad (5.6)$$

а умова (3.3) дає змогу робити розрахунки на міцність за граничними станами

$$\sigma_{\max} = M_{\max} / W_{\text{net}} \leq mR, \quad (5.7)$$

де R розрахунковий опір матеріалу балки розтягу (стиску) при згині, - коефіцієнт умови роботи балки. Умова (5.6) або (5.7) дає можливість проводити перевірочний розрахунок, проектувальний розрахунок та визначати несучу здатність конструкції при

згині.

**ПРИКЛАД 6.** Для сталеві балки (рис. 5.7.а) визначити діаметр круглого перерізу, якщо  $\sigma_{adm} = 160\text{МПа}$ ; діаметр заокруглити до стандартного (20,25,30... 110мм).

*Розв'язання.* Через те, що епюра згинальних моментів  $M$  для балки побудована (рис.5.7,в), то скористаємося умовою міцності при згині за допустимими напруженнями (5.6). З епюри  $M$  знаходимо максимальне значення згинального моменту (по модулю)  $M_{max}=40\text{кНм}$  і маємо:

$$W_{net} = \frac{M_{max}}{\sigma_{adm}} = \frac{40\text{кНм}}{160\text{МПа}} = \frac{40 \cdot 10^{-3}\text{МНм}}{160\text{МПа}} = 0,25 \cdot 10^{-3}\text{м}^3 = 250\text{см}^3$$

Для круга  $W = \pi d^3/32$  тому  
 $d = \sqrt[3]{32W/\pi} = \sqrt[3]{32 \cdot 250/3,14} = 13,66(\text{см})$ .

Таким чином  $d=140\text{мм}$ , але це більше стандартного значення, тому зменшимо осьовий момент удвічі ( $W_1 = W/2 = 125\text{см}^3$ ), тобто вважаємо що стержнів треба взяти два:

$$d = \sqrt[3]{\frac{32W_1}{\pi}} = \sqrt[3]{32 \cdot 125/3,1484} = 10,84(\text{см}):$$

остаточно  $d=110\text{мм}$ . Таким чином балку треба виготовити з двох однакових сталевих стержнів ( $d=110\text{мм}$ ) розташованих поруч.

Відповідь: щоб забезпечити міцність балки (рис. 5.7) за напруженнями необхідно взяти два однакових сталевих стержні круглого перерізу діаметром по 110мм.

**ПРИКЛАД 7.** Для сталеві балки (рис. 5.8,а) необхідно:

-побудувати епюри  $Q$ ,  $M$  та з умови міцності за нормальними напруженнями ( $R=210\text{МПа}$ ), підібрати розміри прямокутного поперечного перерізу ( $h=1,5$ ) і двотавра;

-з'ясувати шляхом порівняння площ цих перерізів який з них є раціональним. Розрахунок провести для нормативних навантажень  $F^H = 33,33\text{кН}$ ,  $M^H = 16,67\text{кНм}$ ,  $q^H = 20\text{кН/м}$ , якщо коефіцієнт перенавантаження  $n=1,2$ , а коефіцієнт умов роботи балки  $m=1$ .

*Розв'язання.* Перш за все визначимо розрахункове навантаження, що діє на балку:  $F = F^H \cdot n = 33,33 \cdot 1,2 = 40(\text{кН})$ ,  $M = M^H \cdot n = 16,67 \cdot 1,2 = 20(\text{кНм})$ ,

$q = q^H \cdot n = 20 \cdot 1,2 = 24(\text{кН/м})$ . Тепер визначимо опорні реакції. На балку діє тільки вертикальне навантаження, тому в опорах

виникають лише вертикальні реакції V та R. Складемо рівняння рівноваги :

$$\Sigma m_A = 0; -M \cdot F \cdot 1 - q \cdot 3(1,5 + 1) + R \cdot 4 = 0, \text{ звідси}$$

$$R = (M + F + 7,5 \cdot q) / 4 = (20 + 40 + 7,5 \cdot 24) / 4 = 60 (\text{кН});$$

$$\Sigma m_B = 0; -M + F \cdot 3 - q \cdot 3 \cdot 1,5 - V \cdot 4 = 0, \text{ звідси}$$

$$V = (-M + 3F + 4,5 \cdot q) / 4 = (-20 + 3 \cdot 40 + 4,5 \cdot 24) / 4 = 52 (\text{кН}).$$

$$\text{Перевірка: } \Sigma F_{jy} = V - F - q \cdot 3 + R = 52 - 40 - 72 + 60 = 0.$$

Реакції знайдено правильно.

Епюри Q та M побудуємо за характерними точками (перерізами), використовуючи контроль правильності побудови епюр. Ділимо балку на ділянки, їх три: консоль ліворуч, від опори А до місця прикладання сили F і від цієї сили до опори В. Для побудови епюри Q досить знайти два її значення на кожній ділянці:

$$Q_1 = Q_2 = 0; Q_3 = Q_4 - V = 52 \text{кН} - \text{починаємо від лівого кінця};$$

$Q_5 = -R = -60 \text{кН}; Q_6 = -R + q \cdot 3 = -60 + 72 = 12 \text{кН}$  - починаємо від опори В.

На останній ділянці поперечна сила Q міняє знак з мінуса на плюс, тобто є переріз в якому  $Q=0$ :

$$Q = -R + qx = 0, \text{ звідси } x = R/q = 60/24 = 2,5 (\text{м}).$$

В цьому перерізі згинальний момент M досягає екстремального значення.

Для побудови епюри M досить знати два значення згинального моменту на кожній ділянці, де відсутнє рівномірно розподілене навантаження q, і три його значення в разі наявності q:

$$M_1 = M_2 = M_3 = M = 20 \text{кНм} \text{ (розтягуються нижні волокна),}$$

$M_4 = M + V \cdot 1 = 20 + 52 = 72 \text{кНм}$  (розтягуються нижні волокна),

$$M_5 = 0 - \text{на опорі В не прикладено пари сил з моментом M};$$

$M_6 = R \cdot 1,5 - q \cdot 1,5 \cdot 0,75 = 60 \cdot 1,5 - 24 \cdot 1,5 \cdot 0,75 = 63 \text{кНм}$  (розтягуються нижні волокна),

$M_7 = R \cdot 3 - q \cdot 3 \cdot 1,5 = 60 \cdot 3 - 24 \cdot 1,5 \cdot 3 = 72 \text{кНм}$  (розтягуються нижні волокна)

$$M_K = R \cdot x - qx^2/2 = 60 \cdot 2,5 - 24 \cdot 2,5^2/2 = 75 \text{кНм}.$$

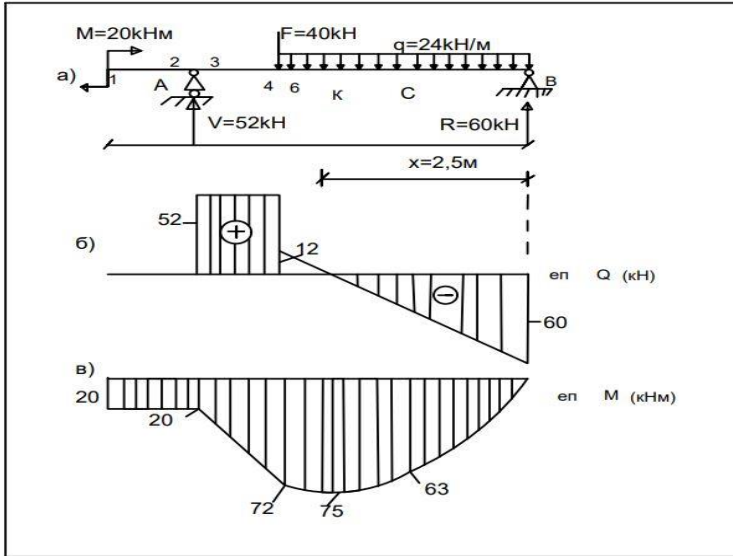


Рис. 5.8

Відповідно до розрахунків будуюмо епюру поперечних сил  $Q$  (рис. 5.8,б) та епюру згинальних моментів  $M$  (рис. 5.8,в).

Через те, що задано розрахунковий опір матеріалу  $R$ , то зробимо розрахунок на міцність за граничним станом, де  $M_{\max} = 75$  кНм (епюра  $M$  (рис. 5.8,в)). Тоді:

$$W_z = \frac{M_{\max}}{mR} = \frac{75 \cdot 10^{-3} \text{ МНм}}{1 \cdot 210 \frac{\text{Н}}{\text{м}^2}} = 0,357 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3 = 357 \text{ см}^3.$$

Ми обчислили величину необхідного осьового моменту опору перерізу, що дає змогу з таблиць сортаменту для двотавра вибрати двотавр №27, для якого  $W=371 \text{ см}^3$ .

З тих же таблиць з'ясуємо, що площа поперечного перерізу двотавра №27 дорівнює  $40,2 \text{ см}^2$ .

Визначаємо розміри прямокутника при  $h/v=1,5$ :

$$W_z = \frac{J_z}{y_{\max}} = \frac{bh^3}{12 \cdot h/2} = \frac{bh^2}{6} = \frac{b(1.5b)^2}{6} = 0.375b^3 \text{ тоді}$$

$$b = \sqrt[3]{W_z/0,375} = \sqrt[3]{357/0,375} = 9,84(\text{см});$$

$$h = 1,5b = 14,76 \text{ см}; A = bh = 9,84 \cdot 14,76 = 145,2 \text{ см}^2$$

Як бачимо площа прямокутного перерізу набагато більша ( $145,2 > 40,2$ ) площі двотавра при однакових умовах роботи балки,



тому раціональним є двотавровий переріз: сталі для виготовлення балки буде використано менше, що економічно вигідно.

Якби була потреба перевірити міцність балки на зсув, то тоді використали б умову міцності:

$$\tau_{\max} = Q_{\max} S_z / (\mathfrak{I}_z b_0) < mR_s, \quad (5.8)$$

де  $\tau_{\max}$  -максимальне дотичне напруження в небезпечному перерізі балки;

$Q_{\max}$  - найбільша по модулю поперечна сила;

$S_z$ -статичний момент відносно нейтральної осі площі частини поперечного перерізу, що лежить вище (або нижче) цієї осі (при симетричному перерізі -статичний момент половини перерізу);

$\mathfrak{I}_z$ -момент інерції площі всього перерізу відносно нейтральної осі;

$b_0$  - ширина перерізу на рівні нейтральної осі;

$R_s$ -рорахунковий опір матеріалу балки на зсув  $m$ -коефіцієнт умов роботи балки.

У нашому випадку ( $R_s=110$  МПа для сталі) з епюри  $Q$  (рис. 5.8,6) знаходимо, що  $Q_{\max}=60$ кН. З таблиці для двотавра №27 маємо:  $S_z=210$  см<sup>3</sup>;  $b_0 = d = 6$ мм = 0,6см;  $\mathfrak{I}_z = 5010$  см<sup>4</sup>. Таким чином

$$\tau_{\max} = 60 \text{кН} \cdot 210 \text{см}^3 / 5010 \text{см}^4 \cdot 0,6 \text{см} = 4,19 \text{кН/см}^2 = 41,9 \text{МПа}$$

Як бачимо двотаврова балка має значний запас міцності  $\tau_{\max} < mR_s = 110$ МПа на зсув.

## 6. РОЗРАХУНОК СТИСНУТИХ СТЕРЖНІВ НА СТИЙКІСТЬ

Несуча здатність стиснутого стержня може бути вичерпаною внаслідок втрати наданої йому при виготовленні форми рівноваги, тобто стержень зруйнується не внаслідок невиконання умови міцності при стиску, а через втрату стійкості (прямолинійної форми рівноваги).

Найбільша стискаюча сила, до якої зберігається стійкість початкової форми рівноваги стержня, називається критичною силою  $F_{cr}$ . Цій силі відповідає критичний стан рівноваги, при якому стержень може зберегти початкову форму Рівноваги, а може й втратити її при самому незначному збільшенні стискаючої сили  $F$

(рис.2.4). Деформація стержня в цьому випадку називається по-здовжнім згином: Під дією  $F_{cr}$  виникають критичні напруження

$$\sigma_{cr} = F_{cr}/A, \quad (6.1)$$

які є небезпечними для стиснутого стержня. Умова міцності набуває вигляду:

$$\sigma = F/A \leq \sigma_{adm}^{st}, \quad (6.2)$$

$$\text{де} \quad \sigma_{adm}^{st} = \sigma_{cr}/n_{st} \quad (6.3)$$

а  $n_{st}$  називається коефіцієнтом запасу стійкості.

Втрата стійкості стержня відбувається в площині його найменшої жорсткості ( $E\mathfrak{J}_{min}$ ), що відображено в формулі Ейлера для визначення критичної сили:

$$F_{cr} = \pi^2 E\mathfrak{J}_{min} / (\mu l)^2 \quad (6.4)$$

де  $\mu l$  - зведена довжина,  $\mu$  - коефіцієнт зведеної довжини, який залежить від того як закріплені кінці стержня (рис.2.4). Так для схеми 1 (рис.2.4) маємо  $\mu=1$ , для схеми 2 -  $\mu=2$ , для схеми 3 -  $\mu=0,7$ , а для схеми 4 -  $\mu=0,5$ . Таким чином критичне напруження (6.1) визначається за формулою:

$$\sigma_{cr} = \pi^2 E / \lambda^2, \quad (6.5)$$

$$\text{де} \quad \lambda = \mu l / i_{min} \quad (6.6)$$

гнучкість стержня, а

$$i_{min} = \sqrt{\mathfrak{J}_{min} / A} \quad (6.7)$$

мінімальний радіус інерції.

Формула (6.4) була отримана за умов, що стержень працює в межах пружності:  $\sigma_{cr} \leq \sigma_{pr}$ . Таким чином формула Ейлера має межу застосування. Наприклад, для сталі при  $\lambda \leq 100$  формулу (6.4) застосовувати не можна. На основі дослідів Ясинський Ф. С. запропонував емпіричну формулу для визначення критичних напружень за межею пружності:

$$\sigma_{cr} = a - b\lambda \quad (6.8)$$

де коефіцієнти  $a$ ,  $b$ , визначаються експериментально (наприклад, для сталі  $a = 310$  МПа,  $b = 1,14$  МПа). Відповідна критична сила обчислюється з (6.1):

$$F_{cr} = \sigma_{cr} A \quad (6.9)$$

В практиці проектування елементів теплоенергетичного обладнання розрахунок стиснутих стержнів на стійкість формально можна звести до розрахунку на простий стиск шляхом зменшення допустимого напруження  $\sigma_{adm}$  або розрахункового опору  $R$

Величина  $\varphi$  цього зменшення залежить від гнучкості  $\lambda$  (6.6) стержня та з чого його виготовлено і називається *коефіцієнтом поздовжнього згину*. Цей коефіцієнт зменшує  $\sigma_{adm}$  або  $R$  до значення, яке гарантує стійкість прямолінійної форми рівноваги. Умову стійкості можна записати так:

$$\sigma = N/\leq\varphi \sigma_{adm} \text{ або } \sigma = N/A \leq \varphi m R. \quad (6.10)$$

Для деяких будівельних матеріалів значення коефіцієнта  $\varphi$  наведені в ДБН; для сталі С38/23 в табл. 2.8 цих вказівок. Для проміжних значень гнучкості, яких немає в таблицях, коефіцієнт  $\varphi$  визначається шляхом лінійної інтерполяції.

При розрахунках на стійкість за умовою (6.10) можна проводити три види розрахунків:

- перевірка стійкості,
- визначення розмірів поперечного перерізу стержня,
- визначення допустимого навантаження на стержень.

**ПРИКЛАД 8.** Визначити розмір  $a$  поперечного перерізу сталевого центрально стиснутого силою  $F=600\text{кН}$  стержня завдовжки  $l = 3$  м, що шарнірно закріплений обома кінцями (рис. 6.1,а), якщо  $R=210\text{МПа}$ , коефіцієнт умов роботи  $m=1$ . Визначити також критичну силу  $F_{cr}$  та коефіцієнт запасу стійкості  $n_{st}$ .

*Розв'язання.* Виходячи з умови стійкості (6.10) маємо:

$$A \geq F/(\varphi R), \quad (6.11)$$

бо  $m=1$ . Площа поперечного перерізу  $A$  легко обчислюється через розмір  $a$  (рис.6.1,б):

$$A = A_{np} - 2 A_{кр} = 4a \cdot 2a - 2\pi a^2/4 = 6,43a^2, \text{ звідси}$$

$$a = \sqrt{A/6,43}. \quad (6.12)$$

Щоб здійснити розрахунок необхідно знати коефіцієнт поздовжнього згину  $\varphi$  який залежить від гнучкості стержня  $\lambda$  (6.6), для визначення якого необхідно знати коефіцієнт зведеної довжини  $\mu$  (в нашому випадку  $\mu=1$ , бо стержень шарнірно закріплений обома кінцями) та мінімальний радіус інерції  $i_{min}$  (6.7). Обчислимо його через розмір  $a$ . Маємо:

$$\mathfrak{I}_x = \mathfrak{I}_{np} - 2\mathfrak{I}_{кр} = 4a(2a)^3/12 - 2\pi a^4/64 = 2,5685 a^4,$$

$$\mathfrak{I}_y = \mathfrak{I}_{np} - 2(\mathfrak{I}_{кр} + \pi^2 A_{кр} a^2) = (4a)3 \cdot 2a/12 - 2(\pi a^4/64 + a^2 \cdot \pi a^2/4) = 8,9004 a^4.$$

Отже  $\mathfrak{I}_{min} = \mathfrak{I}_x = 2.5685a^4$ ,  $i_{min} = \sqrt{2.5685a^4/6,43a^2} = 0.623a$  і остаточно (6.6) в нашому випадку маємо:

$$\lambda = 1 \cdot 300/0,623 a = 474,66/ a \text{ (см)} \quad (6.13)$$

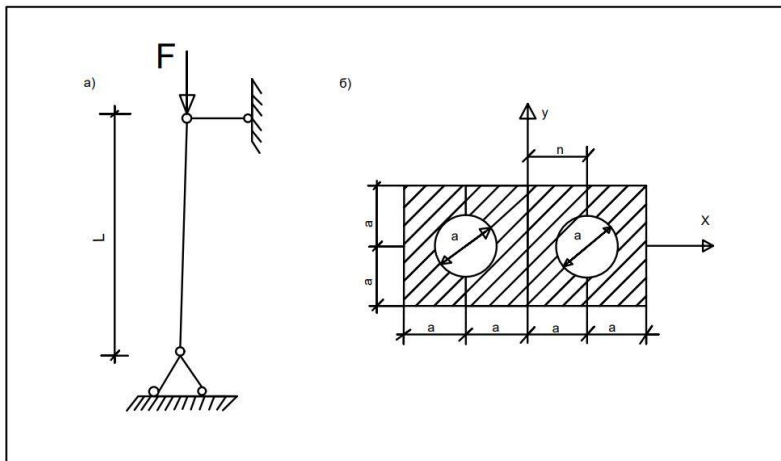


Рис. 6.1

Робимо висновок, щоб знайти площу  $A$  (6.11) треба знайти  $\varphi$ , яке залежить від гнучкості  $\lambda$ , для обчислення якої треба знати  $a$  (6.13). Отже, розв'язати задачу у звичайний спосіб неможливо, а тому застосовуємо метод послідовних наближень.

*Наближення 1.* Приймаємо  $\varphi_1 = 0,5$ , тоді (6.11, 6.12, 6.13):

$$A_1 = \frac{F}{R\varphi_1} = \frac{600 \cdot 10^3 \text{ Н}}{210 \cdot 10^6 \frac{\text{Н}}{\text{м}^2} \cdot 0,5} = 5,714 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2 = 57,14 \text{ см}^2$$

$$A_1 = \sqrt{A_1 / 6,43} = \sqrt{57,14 / 6,43} = 2,981 \text{ (см)} = 3 \text{ см};$$

$$\lambda_1 = 474,66 / a_1 = 474,66 / 3 = 158$$

Знаходимо коефіцієнт  $\varphi'_1$  відповідно до табл.2.8:

при  $\lambda = 150$   $\varphi = 0,305$ ; при  $\lambda = 160$   $\varphi = 0,27$ , тоді

при  $\lambda = 158$   $\varphi'_1 = 0,305 - ((0,305 - 0,27) / 10) \cdot 8 = 0,277$ .

Перевіримо, чи виконується умова стійкості (6.10):

$$\sigma = F / A_1 = 600 \cdot 10^3 \text{ Н} / 5,714 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2 = 105 \cdot 10^6 \text{ Н} / \text{м}^2 = 105 \text{ МПа}$$

$\varphi'_1 R = 0,277 \cdot 210 \text{ МПа} = 28,17 \text{ МПа}$ . Маємо, що  $\sigma > \varphi R$ , тобто має місце перенапруга, умова стійкості не виконується.

*Наближення 2.* Приймаємо  $\varphi_2 = (\varphi_1 + \varphi'_1) / 2 = (0,5 + 0,277) / 2 = 0,3885$ .

Маємо:

$$A_2 = F / R\varphi_2 = 600 \cdot 10^3 \text{ Н} / 210 \cdot 10^6 \text{ Н} / \text{м}^2 \cdot 0,3885 = 7,354 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2 = 73,54 \text{ см}^2$$

$$a_2 = \sqrt{A_2 / 6,43} = \sqrt{73,54 / 6,43} = 3,382 \text{ (см)}$$

$$\lambda_2 = 474,66 / a_2 = 474,66 / 3,382 = 140$$

Знаходимо коефіцієнт  $\varphi'_2$  відповідно до табл.2.8: при  $\lambda_2 = 140$   $\varphi_2 = 0,348$  Перевіримо, чи виконується умова стійкості (6.10):

$$\sigma = \frac{F}{A_2} = \frac{600 \cdot 10^3 \text{ Н}}{7,354 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2} = 81,6 \cdot 10^6 \frac{\text{Н}}{\text{м}^2} = 81,6 \text{ МПа}$$

$\varphi'_2 R = 0,348 \cdot 210 \text{ МПа} = 73,08 \text{ МПа}$ . Маємо, що  $\sigma > \varphi R$ , тобто має місце перенапруга, умова стійкості не виконується.

*Наближення 3.* Приймаємо  $\varphi_3 = (\varphi_2 + \varphi'_2) / 2 = (0,3885 + 0,348) / 2 = 0,3683$ .

$$\text{Маємо: } A_3 = \frac{F}{R \varphi_3} = \frac{600 \cdot 10^3 \text{ Н}}{210 \cdot 10^6 \frac{\text{Н}}{\text{м}^2} \cdot 0,3683} = 7,759 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2 = 77,59 \text{ см}^2$$

$$a_2 = \sqrt{A_3 / 6,43} = \sqrt{77,59 / 6,43} = 3,5 \text{ (см)}$$

$$\lambda_3 = 474,66 / a_3 = 474,66 / 3,5 = 135,6$$

Знаходимо коефіцієнт  $\varphi'_3$  відповідно до табл. 2.8: при  $\lambda = 130$   $\varphi = 0,397$ ; при  $\lambda = 140$

$\varphi = 0,348$ , тоді при  $\lambda = 135,63$   $\varphi'_3 = 0,397 - ((0,397 - 0,348) / 10) \cdot 5,6 = 0,37$ . Перевіримо, чи виконується умова стійкості (6.10):

$$\sigma = \frac{F}{A_3} = \frac{600 \cdot 10^3 \text{ Н}}{7,759 \cdot 10^{-3} \text{ м}^2} = 77,33 \text{ МПа}$$

$\varphi'_3 R = 0,37 \cdot 210 \text{ МПа} = 76,6 \text{ МПа}$ . Маємо, що  $\sigma < \varphi R$ , тобто, умова стійкості виконується, приймаємо  $a = 3,5 \text{ см}$ .

Щоб обчислити критичну силу  $F_{cr}$ , звернемо увагу на гнучкість, яку одержали в останньому наближенні  $\lambda_3 = 135,6 > \lambda_{гран} = 100$  для сталі, тому застосуємо формулу

Ейлера (6.4):

$$F_{cr} = \frac{(3,14)^2 \cdot 2 \cdot \frac{10^8 \text{ кН}}{\text{м}^2} \cdot 385,44 \cdot 10^{-8} \text{ м}^4}{(1,3)^2 \text{ м}^2} = 844 \text{ кН}$$

де  $\mathfrak{I}_{min} = \mathfrak{I}_x = 2,5685 a^4 = 2,5685 \cdot (3,5)^4 = 385,44 \text{ (см}^4) = 385,44 \cdot 10^{-8} \text{ м}^4$ .

$$E = 2 \cdot 10^5 \text{ МПа} = 2 \cdot 10^8 \text{ кН/м}^2$$

Коефіцієнт запасу стійкості  $n_{st} = F_{cr} / F = 844,5 / 600 = 1,41$ .

Відповідь: стійкість стержня при заданих умовах забезпечується при  $a = 3,5 \text{ см}$ , а коефіцієнт запасу стійкості дорівнює 1.41.

**ПРИКЛАД 9.** Для сталевого центрально-стиснутого силою  $F = 400 \text{ кН}$  стержня завдовжки  $\ell = 2,5 \text{ м}$  заземленого одним кінцем

і шарнірно опертим другим, потрібно визначити розмір  $d$  поперечного перерізу ( $R=210\text{МПа}$ ) і підрахувати критичну силу  $F_{cr}$  та коефіцієнт запасу  $n_{st}$ .

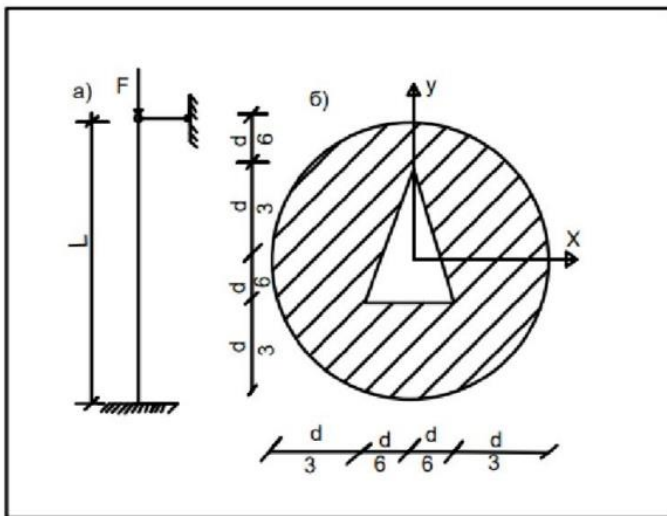


Рис. 6.2

*Розв'язання.* Виходячи з умови стійкості (6.10) маємо (6.11), де площу поперечного перерізу (рис. 6.2,б)  $A$  обчислюємо через діаметр  $d$ :

$$A = A_{кр} - A_{тр} = \pi d^2/4 - (d/3) \cdot (d/2)/2 = 0,7017d^2, \text{ отже} \\ d = \sqrt{A/0,7017} \quad (6.14)$$

Обчислимо момент інерції відносно головних центральних осей  $X$  та  $Y$ :

$$\mathfrak{J}_x = \mathfrak{J}_x^{кр} - \mathfrak{J}_x^{тр} = \pi d^4/64 - (d/3)(d/2)^3/36 = 0,0479d^4, \\ \mathfrak{J}_y = \mathfrak{J}_y^{кр} - \mathfrak{J}_y^{тр} = \pi d^4/64 - (d/3)^3(d/2)/48 = 0,0487d^4.$$

Отже  $\mathfrak{J}_{\min} = \mathfrak{J}_x = 0,0479d^4$ , знаходимо (6.7) мінімальний радіус інерції  $i_{\min} = \sqrt{\mathfrak{J}_{\min} / A} = 0,2613d$ . Таким чином гнучкість стержня  $\lambda$  (6.6) дорівнює ( $\mu = 0,7$  для заданого закріплення):

$$\lambda = 0,7 \cdot 250 / 0,2613d = 669,75/d. \quad (6.15)$$

*Наближення 1.* Приймаємо  $\varphi = 0,5$  і користуючись виразами (6.11, 6.14, 6.15) маємо:

$$A_1 = \frac{F}{R\varphi_1} = \frac{400 \cdot 10^3 H}{210 \cdot \frac{10^6 H}{m^2} \cdot 0,5} = 3,809 \cdot 10^{-3} m^2 = 38,09 cm^2;$$

$$d_1 = \sqrt{A_1 / 0,7017} = \sqrt{38,09 / 0,7017} = 7,34 (cm);$$

$$\lambda_1 = 669,75 / d_1 = 669,75 / 7,34 = 91,25.$$

Знаходимо коефіцієнт  $\varphi'_1$  відповідно до табл. 2.8:

При  $\lambda=90$   $\varphi=0,655$ ; при  $\lambda=100$   $\varphi=0,582$ ; тоді

при  $\lambda=91,25$   $\varphi'_1 = 0,655 - ((0,655 - 0,582) / 10) \cdot 1,25 = 0,646$

Перевіримо, чи виконується умова стійкості (6.10):

$$\sigma = \frac{F}{A_1} = \frac{400 \cdot 10^3 H}{3,809 \cdot 10^{-3} m^2} = 105 \cdot 10^6 \frac{H}{m^2} = 105 MPa$$

Умова стійкості виконується ( $\sigma < \varphi R$ ), але має місце недонапруга, в 21,6%

$$\delta = ((135,6 - 105) / 135,6) \cdot 100\% = 21,6\%.$$

*Наближення 2.* Приймаємо  $\varphi_2 = (\varphi_1 + \varphi'_1) / 2 = (0,5 + 0,646) / 2 = 0,573$ .

$$\text{Маємо: } A_2 = \frac{F}{R\varphi_2} = \frac{400 \cdot 10^3 H}{210 \cdot 10^6 H / m^2 \cdot 0,573} = 3,324 \cdot 10^{-3} m^2 = 33,24 cm^2;$$

$$d_2 = \sqrt{A_2 / 0,7017} = \sqrt{33,24 / 0,7017} = 6,88 (cm);$$

$$\lambda_2 = 669,75 / d_2 = 669,75 / 6,88 = 97,3.$$

Значення  $\varphi$  при  $\lambda=90$  та при  $\lambda=100$  вписані в першому наближенні, тому при  $\lambda=97,3$

$\varphi'_2 = 0,655 - ((0,655 - 0,582) / 10) \cdot 7,3 = 0,602$ . Перевіримо умову стійкості (6.10):

$$F / A_2 = 120,3 MPa < \varphi'_2 R = 0,602 \cdot 210 MPa = 126,4 MPa.$$

Недонапруга становить 4,8% ( $\delta = ((126,4 - 120,3) / 126,4) \cdot 100\% = 4,8\%$ ). Таким чином приймаємо  $d=69$  мм. При визначенні критичної сили користуємось формулою Ясинського (6.8) та формулою (6.9), бо в останньому наближенні  $\lambda_2=97,3 < \lambda_{\text{гран}}=100$  для сталі.

Маємо:

$$\sigma_{cr} = a - b\lambda = 310 MPa - 1,14 MPa \cdot 97,3 = 199,1 MPa;$$

$$F_{cr} = \sigma_{cr} \cdot A = 199,1 \cdot 3,324 = 661,8 (кН).$$

Визначаємо коефіцієнт запасу стійкості:

$$n_{st} = F_{cr} / F = 661,8 / 400 = 1,65.$$

Відповідь: стійкість стержня при заданих умовах забезпечується при  $d=69$  мм, а коефіцієнт запасу стійкості становить 1,65.

## Література

1. Стрілець В. М., Стрілець О. Р., Войтович Л. В., Технічна механіка : навч. посібник. Рівне : НУВГП, 2015. 363 с. URL: <http://ep3.nuwm.edu.ua/2063/>
2. Гуліда Е. М., Дзюба Л. Ф., Ольховий І. М. Прикладна механіка : підручник. Львів : Світ, 2007. 384 с.
3. Механіка матеріалів і конструкцій: практикум : навчальний посібник / Д. В. Бабенко, О. А. Горбенко, Н. А. Доценко. Миколаїв : МНАУ, 2017. 384 с. URL: [https://dspace.mnau.edu.ua/jspui/bitstream/123456789/3207/1/Babenko\\_Mekhanika\\_materialiv\\_i\\_konstruktsiy.pdf](https://dspace.mnau.edu.ua/jspui/bitstream/123456789/3207/1/Babenko_Mekhanika_materialiv_i_konstruktsiy.pdf)