Національний університет водного господарства та природокористування

Міністерство освіти і науки України

Національний університет водного господарства та природокористування

Кафедра підйомно-транспортних, будівельних, дорожніх, меліоративних машин та обладнання сільськогосподарського виробництва

02–01–288

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

щодо виконання практичних робіт та з дисципліни
“Інформаційні системи, методи досліджень та оптимізації робочих процесів машин”
для студентів спеціальностей 8.05050308 – «Підйомно-транспортні, будівельні, дорожні, меліоративні машини та обладнання» та 8.05050315 – «Обладнання хімічних виробництв та підприємств будівельних матеріалів»

Рекомендовано методичною комісією за спеціальністю 8.05050308 «Підйомно-транспортні, будівельні, дорожні, меліоративні машини та обладнання», протокол № 3 від 25.11.2013 р.

Рекомендовано методичною комісією за спеціальністю 8.05050315 «Обладнання хімічних виробництв та підприємств будівельних матеріалів», протокол № 3 від 25.11.2013 р.

Рівне – 2013

Національний університет водного господарства та природокористування

Методичні вказівки щодо виконання практичних робіт з дисципліни “Інформаційні системи, методи досліджень та оптимізації робочих процесів машин” для студентів спеціальностей 8.05050308 – «Підйомно-транспортні, будівельні, дорожні, меліоративні машини та обладнання» та 8.05050315 – «Обладнання хімічних виробництв та підприємств будівельних матеріалів» / Лук’янчук О.П. – Рівне: НУВГП, 2013, – 19 с.

Упорядник:
Лук’янчук О.П., к.т.н., доц. каф. ПТБДММіОСВ

Відповідальний за випк: С.В.Кравець, д-р техн. наук,
професор, завідувач кафедри ПТБДММіОСВ

Вивчення дисципліни “Інформаційні системи, методи досліджень та оптимізації робочих процесів машин” включає курс лекцій, лабораторні заняття, практичні заняття, самостійну роботу.

Мета практичних занять – отримати практичні навички застосування принципів імітаційного та математичного моделювання, теоретичних досліджень, методів оптимізації робочих процесів машин.

Національний університет водного господарства та природокористування

Зміст

Практична робота №1. (4 год) Побудова простих імітаційних моделей робочих процесів машин 3
Практична робота №2. (4 год) Вирішення оптимізаційних задач класичними методами 8
Практична робота №3. (2 год) Вирішення оптимізаційних задач методом варіаційного числення 11
Практична робота №4. (2 год) Вирішення оптимізаційних задач методами математичного програмування 15
Рекомендована література 19

© О.П.Лук’янчук, 2013
© НУВГП, 2013

Національний університет
водного господарства
та природокористування

Практична робота №1

Тема. Побудова простих імітаційних моделей робочих процесів машин.
Мета. Отримати навики побудови простих імітаційних моделей у системі моделювання середнього класу T-Flex.

1.1. Теоретичні відомості

T-Flex – система комп’ютерного моделювання середнього класу. Основою роботи в системі є параметрична 3D модель з можливістю призначення геометричних та конструкційних параметрів через змінні.

Основний метод створення 3D моделі полягає в створенні більшості побудов моделі прямо в 3D вікні.

При іншому підході 3D модель створюється на основі готових 2D креслень або допоміжних 2D побудов. Потім, якщо потрібно, незалежно від способу створення 3D моделі, можна одержати креслення, спроектувавши необхідні види, розрізи, перетини, на які можна проставити необхідні розміри й елементи оформлення.

Два способи побудови креслення: параметричне та непараметричне.

Параметричне креслення – це основний режим роботи системи.

Побудова креслення починається із задання елементів побудови. Елементи побудови можуть бути створені різними способами. Спочатку користувач задає базові лінії побудови, від яких надалі будуть будуватись нові лінії побудови. Базовими лініями можуть бути вертикальні й горизонтальні прямі. Далі будуються прямі чи кола, залежні від базових. Наприклад, паралельні прямі, кола дотичні прямим. Тим самим користувач визначає спосіб побудови нових ліній, що запам'ятовується в системі. На перетині побудованих прямих створюються вузли, які необхідні для проведення подальших побудов. Потім продовжується побудова прямих та кіл, з використанням різних способів, які застосовувались раніше. *Наприклад*: *пряма, що проходить через два вузли, коло дотичне до прямої що приходить через вузол тощо*. Всі ці способи зберігаються, і надалі при зміні базових або інших елементів побудови положення залежних прямих, кіл і вузлів буде

визначатися виходячи зі способу їхнього задавання.

Таким чином, на початковому етапі побудови креслення користувач будує параметричний каркас креслення.

Після задавання допоміжних ліній здійснюється нанесення елементів, що формують зображення креслення. Користувач наносить лінії зображення – відрізки, дуги, кола. При їхньому нанесенні здійснюється їх прив'язка до створених елементів побудови – вузлів та ліній побудови (рис. 3.1).

Після нанесення основного зображення користувач приступає до оформлення креслення. Наносяться розміри з прив'язуванням їх до ліній побудови й вузлів. Визначаються контури штрихувань і способи їхнього заповнення. Наноситься текстова інформація. При нанесенні текстів користувач може задати прив'язку текстів до елементів побудови - вузлів, ліній побудови. Це необхідно зробити, якщо текст повинен переміщуватися разом зі зміною зображення креслення. Далі, якщо це необхідно, наносяться допуски, шорсткості, написи.

Після цього отримується параметричне креслення й можна його змінювати. Користувач може змінювати параметри елементів побудови. Наприклад, відстань паралельної лінії від базової, кут нахилу прямої щодо іншої, радіуси кіл.

При цьому всі елементи нанесення будуть змінювати своє положення зі зміною положення елементів побудови, з якими вони зв'язані. Таким чином, можна одержувати різні варіанти того самого креслення. При цьому все оформлення креслення буде відповідно змінюватися. І все це за дуже короткий час.

Лінії побудови можуть мати числовий параметр (*відстань від паралельної прямої, кут, радіус кола тощо)*. Значення параметра задається під час створення елемента побудови. Деякі з конструктивних елементів можуть не мати параметра, наприклад, пряма, що проходить через два вузли. Як параметр елемента побудови може використовуватись змінна. Значення змінної може бути задано константою чи виразом. У виразі можуть бути присутні інші змінні, різні арифметичні й логічні операції, умовні операції, звертання до стандартних математичних функцій, а також звертання до зовнішніх баз даних.

Побудова непараметричного креслення (ескізу) передбачає швидке введення ліній зображення аналогічно більшості відомих

систем. У цьому випадку завдання параметричних зв'язків між лініями креслення не можливо. При цьому повністю виключається попереднє створення елементів побудови. При створенні елементів ескізу використовуються об'єктні прив'язки й динамічні підказки, які роблять процес створення креслення простим і зручним. Однак такі креслення не мають переваги параметричних креслень з ефективної зміни параметрів (розмірів). Створення таких креслень може дати певний виграш у тих випадках, коли не потрібна істотна наступна модифікація (рис.3.2).

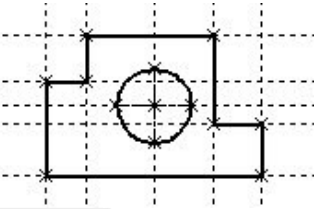

Рис. 3.1 Параметричне креслення

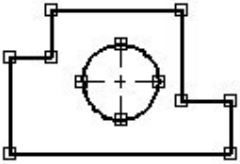

Рис.3.2. Непараметричне креслення

Автоматична параметризація.

Третій спосіб дозволяє автоматично створювати параметричні креслення, використовуючи для креслення тільки засоби **Ескізу** (тобто непараметричного креслення). Користувач будує тільки лінії зображення, користуючись об'єктними прив'язками. При цьому система автоматично "підкладає" під ці лінії зображення необхідні лінії побудови, зв'язані параметричними залежностями. Тип параметричних залежностей система визначає за використаними користувачем об'єктними прив'язками. Наприклад, якщо відрізок будується як паралельний іншому відрізку, то система автоматично створить лінію побудову-пряму, паралельну прямій, на якій лежить вихідний відрізок. І створений у підсумку відрізок буде лежати на лінії побудови-прямої, тобто буде в параметричній залежності від іншого відрізка.

Змінні й способи їх створення.

Кожна змінна має унікальне ім'я і значення, що розраховується відповідно до математичного виразу. Крім того, змінна має коментар, у якому можна вказати, що властиво визначає ця змінна (довжину, радіус чи масу виробу). Змінні бувають двох типів: речові й текстові. Тип змінної визначає, які значення може приймати дана змінна. Значення речової змінної – це число.

Національний університет водного господарства та природокористування

Значення текстової змінної – рядок символів.

Вирази в T-FLEX CAD - це математична формула, що містить стандартні алгебраїчні дії, логічні дії, умовні операції, звертання до математичних функцій і функцій T-FLEX CAD. У результаті обчислення виразу виходить значення, що відповідає типу змінної.

Вираз може містити операнди (речові константи й змінні, текстові константи й змінні) і операції (набір дій над цими операндами). Вирази можуть містити також функції.

При роботі зі змінними можна використовувати наступні типи функцій: стандартні математичні функції, спеціальні функції T-FLEX CAD, функції роботи с внутрішньою базою даних, функції роботи с зовнішньою базою даних.

Не важливо, які букви використовуються для написання імені функції: великі чи малі.

У системі T-FLEX CAD змінні можна створювати різними способами:

- у редакторі змінних команд Variables.
- при заданні й редагуванні параметрів ліній побудови.
- у текстовому редакторі команди Text.
- при заданні текстових рядків у параметрах графічних елементів системи.
- при заданні рівня й пріоритету елементів.

Основною командою, призначеною для роботи зі змінними є команда Variables.

Анімація.

За допомогою анімації можна візуально простежити за змінами в кресленні, що відбуваються при зміні значення змінної.

Наприклад, ми створили креслення кінематичної схеми якого-небудь механізму. Креслення було створено із креслень-фрагментів, кожний з яких є якоюсь ланкою схеми. Допустимо, ми хочемо подивитися, як буде поводитися механізм при зміні положення приводної ланки.

Його положення визначається параметром лінії побудови, створеної як лінія, що проходить через вузол під кутом до горизонтальної прямої. Цим параметром є кут повороту.

Можна призначити на цей параметр змінну, наприклад, "alfa" (рис.3.3).

Національний університет
водного господарства
та природокористування

Рис. 3.3. Параметри анімації

Для того, щоб "запустити" механізм, необхідно скористатися командою *Animate* або додатком "Створення сценарію анімації".

1.2. Завдання для індивідуальної роботи

Записати математичну модель об’єкту дослідження (табл.1.1), намітити рухомі та нерухомі елементи, продумати парамертичні зв’зки між елементами, побудувати 3D сцену, здійснити імітацію робочого процесу, зробити висновки.

Таблиця 1.1

№*	Об’єкт дослідження	Робочий процес
1	Зворотна лопата одноківшевого екскаватора	Рух обладнання при копанні грунту
2	Пряма лопата одноківшевого екскаватора	Рух обладнання при копанні грунту
3	Бульдозерний відвал	Рух грунту по кривизні відвалу при різанні грунту
4	Грейдерний відвал	Рух грунту по відвалу при різанні грунту
5	Двохярусний безвідвальний робочий орган	Рух грунту при різанні
6	Віброкаток	Робота вібратора при русі катка
7	Скреперний ківш	Заповнення ковша грунтом

Національний університет водного господарства

8	Багатоківшевий робочий орган	Рух обладнання при копанні грунту
9	Струменева насадка дощувача	Рух частинок води при поливі
10	Чотириточкова навіска розпушувача	Перевід робочого обладнання в робоче положення і навпаки
11	Гравітаційний змішувач	Рух частинок матеріалу при змішуванні
12	Ротаційний змішувач	Рух частинок матеріалу при змішуванні
13	Пластинчитий транспортер	Переміщення частинок матеріалу
14	Шнековий живильник	Переміщення частинок матеріалу
15	Трубчатий млин	Переміщення частинок матеріалу

* № варіанту може бути зміненено відповідно до теми магістерської роботи.

Практична робота №2

Тема. Вирішення оптимізаційних задач класичними методами.
Мета. Ознайомитися з принципами деяких класичних методів багатомірної оптимізації.

Національний університет водного господарства та природокористування

2.1. Теоретичні відомості

Теорема Ферма – необхідна умова екстремуму – нехай дійсна функція $f(x)$ визначена в околі деякої точки x_0 і має в цій точці похідну. Тоді, якщо в цій точці $f(x)$ має екстремум то $f^{/}(x_0)= 0$.

Якщо цільова функція $f(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ має безперервні часткові похідні за своїми аргументами, то якщо прирівняти до нуля перші часткові похідні функції по x_i і вирішити сумісно n рівнянь:

$$\frac{\partial f}{\partial x_i} = 0 ,$$

де i=1, 2, ..., n, то знайдемо значення x_i , при яких цільова функція має екстремальні значення.

Щоб встановити буде це значення максимальним або мінімальним, потрібно досліджувати другі похідні функції f від x_i. Якщо друга похідна у тій або іншій точці більша нуля, то у цій точці маємо мінімум функції і навпаки, якщо менша нуля, то маємо максимум. Якщо друга похідна у тій або іншій точці дорівнює нулю $f^{//}(x_i)= 0$, то потрібно аналізувати третю похідну. Якщо третя

Національний університет водного господарства та природокористування

похідна у цій точці не дорівнює нулю, то у даній точці функція не має ні максимуму, ні мінімуму, а має перегин і т.д.

Метод невизначених множників Лагранжа – метод знаходження умовного оптимуму, запропонований італійським математиком Жозефом-Луї Лагранжем. Метод дозволяє звести задачу на відшукання умовного оптимуму до задачі на знаходження безумовного оптимуму.

Нехай потрібно знайти оптимум функції n змінних $f(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ при m умовах $g_m(x_1, x_2, \ldots, x_n)= 0$.

Суть методу полягає в тому, що складають допоміжну функцію:

$$F= f +\sum\lambda_m g_m,$$

і вирішують систему $(n+m)$ рівнянь відносно невідомих x_n і λ_m.

Таким чином будуть отримані тільки екстремальні точки цільової функції. Що стосується екстремальних її значень (*min, max),* то, потрібно дослідити часткові похідні:

$$\left.\begin{aligned} &\frac{\partial F}{\partial x_i}=0 \\ &g_j(x_1,x_2,\ldots,x_n)=0 \end{aligned}\right\},$$

де: $i=1,2,\ldots,n$; $j=1,2,\ldots,m$.

Приклад. Знайти сторони прямокутника максимальної площі обмеженого описаним колом радіусом r з центром в початку координат.

1. Застосуємо теорему Ферма.

Виражаємо площу прямокутника враховуючи рівняння кола:

$$x^2+y^2=r^2 \qquad S=2x\cdot 2y=4y\sqrt{r^2-y^2}\ .$$

Необхідна умова екстремуму $S^{/}=0$,

$$S^{/}=4\sqrt{r^2-y^2}-\frac{4y^2}{\sqrt{r^2-y^2}}=0\,.$$

Звідки отримаємо $y=\dfrac{r}{\sqrt{2}}$.

Після підстановки y в рівняння кола отримаємо

$$x^2+\left(\frac{r}{\sqrt{2}}\right)^2=r^2, \quad x=\frac{r}{\sqrt{2}}\,.$$

Національний університет
водного господарства
та природокористування

Тоді, $S = 4xy = 4\frac{r}{\sqrt{2}}\frac{r}{\sqrt{2}} = 2r^2$.

2. Застосуємо метод невизначених множників Лагранжа.

Площа прямокутника:

$$S = 2x \cdot 2y = 4xy.$$

Тоді:

$$F = 4xy + \lambda(x^2 + y^2 - r^2).$$

Умови екстремуму:

$$\begin{cases} \frac{\ddot{a}F}{\ddot{a}\tilde{o}} = 4\acute{o} + 2\lambda\tilde{o} = 0; \\ \frac{\ddot{a}F}{\ddot{a}\acute{o}} = 4\tilde{o} + 2\lambda\acute{o} = 0; \\ \tilde{o}^2 + \acute{o}^2 = r^2. \end{cases}$$

Звідки λ=–2, $x = y = r\frac{\sqrt{2}}{2}$; $\rightarrow S_{max} = 4xy = 4\frac{r^2 2}{4} = 2r^2$.

Національний університет
водного господарства
та природокористування

2.2. Завдання для індивідуальної роботи

Вирішити задачу оптимізації (табл. 2.1) використовуючи теорему Ферма (1) та метод невизначених множників Лагранжа (2).

Таблиця 2.1

№ вар.	Метод	Об'єкт оптимізації	Мета оптимізації	Критерії оптимізації	Умови
1	(1)	Відкритий циліндричний змішувальний барабан	$V_б \rightarrow$ max	d, h	$S_б$= const
2	(2)				
3	(1)		$S_б \rightarrow$ min	d, h	$V_б$= const
4	(2)				
5	(1)	Циліндричний гідробак	$V_б \rightarrow$ max	d, h	$S_б$= const
6	(2)				
7	(1)		$S_б \rightarrow$ min	d, h	$V_б$= const
8	(2)				
9	(1)	Ріжучий ніж прямокутного профілю	$S_н \rightarrow$ max	a, b	$P_н$= const
10	(2)				
11	(1)		$P_н \rightarrow$ max	a, b	$S_н$ = const

Національний університет водного господарства та природокористування

12	(2)				
13	(1)	Відкритий циліндричний змішувальний барабан	$L_{зв.шв} \to \min$	d, h	$V_б$= const
14	(2)				
15	(1)		$V_б \to \max$	d, h	$L_{зв.шв}$= const
16	(2)				
17	(1)	Циліндричний гідробак	$L_{зв.шв} \to \min$	d, h	$V_б$= const
18	(2)				
19	(1)		$V_б \to \max$	d, h	$L_{зв.шв}$= const
20	(2)				

Позначення в табл. 2.1:
$V_б$, $S_б$, $L_{зв.шв}$ – відповідно, об'єм, площа поверхні та довжина зварних швів барабану чи гідробаку, $S_{н.}$ – площа поверхні ножа, $P_н$ – периметр ножа, a, b – розміри ножа, d, h – діаметр та висота барабану чи гідробаку.

Національний університет водного господарства та природокористування

Практична робота №3

Тема. Вирішення оптимізаційних задач методом варіаційного числення
Мета. Ознайомитися з принципами застосування методів варіаційного числення.

3.1. Теоретичні відомості

Для механічних систем часто використовується варіаційне числення, де ключовим є функціонал та інтегральний функціонал.

Функціоналом називається змінна величина F, яка залежить від аргументу x, функції $y(x)$ та її похідних $F=f(x, y, y^{/})$.

Інтеграл від цієї величини називається *інтегральним функціоналом* $I = \int_{x_1}^{x_2} F(x, y, y^{/})dx$.

Основною задачею варіаційного числення є визначення екстремуму функціоналу I за заданих граничних точок (x, y) і (x_1, y_1) – задача Лагранжа. Для того щоб функція $y=f(x)$ давала екстремум функціоналу, вона має задовольняти диференціальному рівнянню

Національний університет
водного господарства
та природокористування

Ейлера $\frac{\partial^2 F}{\partial y'^2} y'' + \frac{\partial^2 F}{\partial y \cdot \partial y'} y' + \frac{\partial^2 F}{\partial x \cdot \partial y'} - \frac{\partial F}{\partial y} = 0$.

У загальному випадку, якщо функція $F=f(x, y, y')$ дійсно вміщує y', рівняння Ейлера є нелінійним диференціальним рівнянням другого порядку і його загальний інтеграл вміщує дві довільні сталі C_1 і C_2, що визначаються із умов, що крива (екстремаль) проходить крізь задані точки (x, y) і (x_1, y_1).

Для визначення характеру екстремуму служить умова Лежандра, при $F''_{y'y'} \geq 0$ має місце мінімум, а при $F''_{y'y'} \leq 0$ – максимум.

Інтегрування рівняння Ейлера спрощується для ряду окремих типів функціоналів.

1 – функціонал не залежить явно від y, тобто $F= f(x, y')$, тоді інтеграл Ейлера набуває вигляду: $\frac{d}{dx} F y' = 0$.

Отже, отримуємо $F_{y'} = C$, тобто маємо диференціальне рівняння першого порядку.

2 – функціонал не залежить явно від x, тобто $F= f(y, y')$, тоді рівняння Ейлера: $F - y' F_{y'} = C$.

Це також диференціальне рівняння першого порядку.

3 – функціонал залежить лише від y', тобто $F=f(y')$. У цьому випадку $F_{y'} = C$, і, отже: $y= C_1 \cdot x + C_2$, тобто екстремум може досягатись лише на прямих лініях.

Передбачалось, що під час досліджень функціоналу граничні точки задано. Якщо обидві граничні точки можуть переміщуватись по деяких кривих $y_0= \varphi_0(x_0)$; $y_1= \varphi_1(x_1)$, то шукана функція $y=f(x)$ задовольняє таким умовам трансверсальності, які дають напрям екстремальній лінії:

$$[F + (\varphi_0' - y')F_{y'}]_{x=x_0} = 0; \quad [F + (\varphi_1' - y')F_{y'}]_{x=x_1} = 0.$$

Природно, якщо один із кінців закріплений, то буде виконуватись лише одна із умов.

Якщо гранична точка $(x, y(x))$ може переміщуватись лише вертикальною прямою, то замість виходить інша умова: $F_{y'}\Big|_{x=x_1} = 0$.

Таким чином, умови трансверсальності можуть значно спростити розв'язання варіаційних задач з нерухомими кінцями.

Національний університет
водного господарства
та природокористування

Типовою є задача про максимальну швидкодію (брахістохрону). Знайти криву, розміщену у вертикальній площині, що сполучає дві задані точки $A(a; y_a)$ і $B(b; y_b)$, які не лежать на одній вертикальній прямій, і таку, що матеріальна точка, рухаючись по цій кривій під дією сили тяжіння з точки *A* без початкової швидкості досягне точки *B* за найменший проміжок часу (рис.5.1).

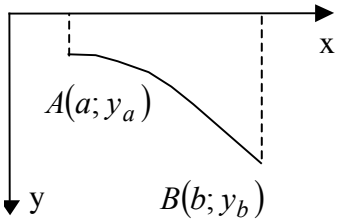

Рис. 3.1

Тобто серед неперервно диференційовних функцій $y(x)$ знайти таку, яка доставляє мінімум функціоналу $I = \int_a^b \frac{\sqrt{1+y'^2}}{\sqrt{y}}dx$ при граничних умовах $y(a) = y_a;\ y(b) = y_b$.

Національний університет
водного господарства
та природокористування

3.2. Завдання для індивідуальної роботи

Дослідити на екстремум функціонал (вид і точка екстремуму)

1. $I = \int_{-1}^{0} \left(12y - (y')^2\right)dx;$
   $y(-1) = 1;\ y(0) = 0.$

2. $I = \int_{0}^{1} \left(y' + 2(y')^2\right)dx;$
   $y(0) = 3;\ y(1) = 1.$

3. $I = \int_{0}^{1} \left(x + (y')^2\right)dx;$
   $y(0) = 1;\ y(1) = 2.$

4. $I = \int_{0}^{1} \left((y')^2 - y^2 - y\right)dx;$
   $y(0) = 0;\ y(1) = -1.$

5. $I = \int_{1}^{2} \left((y')^2 + 2yy' + y^2\right)dx;$
   $y(1) = 1;\ y(2) = 0.$

6. $I = \int_{1}^{e} \left(x(y')^2 + y'\right)dx;$
   $y(1) = 0;\ y(e) = 1.$

Національний університет
водного господарства
та природокористування

7. $I=\int\limits_0^{2\pi}\left(\left(y'\right)^2-y^2\right)dx;$

$y(0)=1;\ y(2\pi)=1.$

8. $I=\int\limits_1^2 y'\left(1+x^2y'\right)dx;$

$y(1)=3;\ y(2)=5.$

9. $I=\int\limits_{-1}^1\left(2xy'-\left(y'\right)^2\right)dx;$

$y(-1)=0;\ y(1)=\dfrac{1}{2}.$

10. $I=\int\limits_0^1\left(y+2y'+\left(y'\right)^2\right)dx;$

$y(0)=1;\ y(1)=2.$

11. $I=\int\limits_0^1\left(x+xy'\right)dx;$

$y(0)=0;\ y(1)=0.$

12. $I=\int\limits_0^1\left(xy'-\left(y'\right)^2\right)dx;$

$y(0)=1;\ y(1)=\dfrac{1}{4}.$

13. $I=\int\limits_{-1}^2\dfrac{\sqrt{1+\left(y'\right)^2}}{y}dx;$

$y(-1)=1;\ y(2)=4.$

14. $I=\int\limits_0^1\dfrac{dx}{\left(y'\right)^2};$

$y(0)=0;\ y(1)=1.$

Національний університет
водного господарства
та природокористування

15. $I=\int\limits_1^2\left(x^2\left(y'\right)^2+12x^2\right)dx;$

$y(1)=1;\ y(2)=8.$

16. $I=\int\limits_0^1\left(y^2+2yy'\right)dx;$

$y(0)=0;\ y(1)=0.$

17. $I=\int\limits_0^1\left(y+y'\right)dx;$

$y(0)=0;\ y(1)=1.$

18. $I=\int\limits_0^2\left(xy'+\left(y'\right)^2\right)dx;$

$y(0)=1;\ y(2)=0.$

19. $I=\int\limits_0^1\left(y+y^2-2y^2y'\right)dx;$

$y(0)=1;\ y(1)=2.$

20. $I=\int\limits_1^2\left(x^2\left(y'\right)^2+2x\right)dx;$

$y(1)=1;\ y(2)=8.$

Національний університет
водного господарства
та природокористування

Практична робота №4

Тема. Вирішення оптимізаційних задач методами математичного програмування

Мета. Отримати практичні навички використання методу випадкового пошуку, чисельних методів спуску та нульового порядку

4.1. Теоретичні відомості

Метод випадкового пошуку застосовується для знаходження мінімуму (максимуму) довільної функції $y= f(x)$, що задана в будь-якій допустимій області D.

Розглянемо реалізацію даного методу для функції однієї змінної. Нехай довільна функція $f(x)$ задана на проміжку $[a, b]$. За допомогою генератора випадкових чисел, рівномірно розподілених на проміжку [0, 1], будується послідовність випадкових чисел $x\{k\}$, $k= 1, ..., n$, рівномірно розподілених на проміжку $[a, b]$.

Обчислюються та порівнюються між собою значення функції $f(x)$ в точках $x\{k\}$. Мінімальне з них приймається за оцінку мінімуму функції $f(x)$ на проміжку $[a, b]$.

Якщо n прямує до нескінченності, отримана оцінка по ймовірності збігається до глобального мінімуму функції, що розглядається.

При розв'язуванні задачі максимізації функції $f(x)$ необхідно замінити її на функцію $-f(x)$.

Метод випадкового пошуку ефективний із використанням ЕОМ для розв'язування задач оптимізації. Випадкові числа отримані на ЕОМ називаються псевдовипадковими числами.

Для рішення задач діють наступним чином:

– рівномірно розбивають область значень x на $(n–1)$ частин, отримують значення $x_1, x_2, ..., x_n$;

– генерують випадкові числа $\zeta_1, \zeta_2, ..., \zeta_{n-1}$ від 0 до 1.

– визначають модельні значення $x_1^{мод}=\zeta_1 x_1$, $x_2^{мод}= \zeta_2 x_2$, ..., $x_{n-1}^{мод}= \zeta_{n-1} x_{n-1}$,

– визначають значення функції для $x_1^{мод}, x_2^{мод},...,x_n^{мод}$.

Проводять розрахунки певну кількість разів.

Серед множини значень функції знаходять рішення

Національний університет водного господарства та природокористування

$x_1^{мод}, x_2^{мод}, \ldots, x_n^{мод}$, за якими функція приймає мінімальне значення.

Числові (пошукові) методи відіграють істотну роль під час розв'язання багатьох прикладних задач, що вирішуються у виробничих системах. Це обумовлено рядом причин, серед яких головне місце займає різноманітність видів цільових функцій і обмежень, а також форм їхнього завдання.

Допустимо, що розглядається задача безумовної мінімізації цільової функції $F(x)$. Сутність усіх методів розв'язання цієї задачі складається в побудові послідовності точок $x_j^{(0)}$, $x_j^{(1)}$, ..., $x_j^{(k)}$, ..., що монотонно зменшують значення цільової функції, тобто

$$F\left(x_j^{(0)}\right) \geq F\left(x_j^{(1)}\right) \geq F\left(x_j^{(2)}\right) \geq \ldots \geq F\left(x_j^{(k)}\right) \geq \ldots$$

Такі методи називають ***методами спуску*** (підйому в процесі максимізації цільової функції). Їхньою найважливішою характеристикою є збіжність, що полягає в тому, що в процесі збільшення числа ітерацій послідовність $x_j^{(0)}$, $x_j^{(1)}$, ..., $x_j^{(k)}$, ..., збігається до точки глобального (локального) мінімуму.

Використання всіх методів спуску зводиться до наступної схеми.

Нехай на k-й ітерації (k-ому кроці) є точка $x_j^{(k)}$. Тоді вибирають напрямок спуску – одиничний вектор $l^{(k)}$, що визначає цей напрямок, а також довжину кроку $a_k > 0$ уздовж цього напрямку. Наступну точку обчислюють за формулою:

$$x_j^{(k+1)} = x_j^{(k)} + a_k l^{(k)}, \; k = 0,1,2,\ldots$$

Різні методи спуску відрізняються один від одного підходом до вибору довжини кроку a_k (якщо $a_k = a$ спуск здійснюється з постійним кроком) і вектора $l^{(k)}$. Усі методи спуску можна поділити на три групи в залежності від того, які характеристики цільової функції $F(x)$ використовуються для визначення a_k і $l^{(k)}$. До першої групи відносять методи, що вимагають тільки обчислення значень цільової функції. Ці методи називаються методами нульового порядку. Методи першого порядку вимагають обчислення цільової функції і її перших похідних. Методи другого порядку припускають дослідження і других похідних.

За допомогою методів нульового порядку можна вирішувати задачі більш широкого класу, ніж за допомогою методів першого і другого порядку. Зокрема, на їхній основі можуть мінімізуватися недиференційовані функції, що задаються таблично чи алгоритмічно.

Національний університет водного господарства та природокористування

Метод нульового порядку знайшов широке використання в автоматизованих системах керування як метод координатного спуску. Відповідно до цього методу напрямок спуску вибирають паралельно координатним осям. Спочатку роблять спуск уздовж осі x_1, потім – уздовж осі x_2, і т.д. аж до осі x_n.

Позначимо через l_i вектор, у якого всі компоненти крім i-го є нульовими. Нехай $x_j^{(0)}$ – початкова точка і a – довжина кроку. Обчислюємо значення функції $F(x)$ за формулою $x_j = x_j^{(0)} + al_1$, і перевіряємо виконання нерівності

$$F\left(x_j^{(0)} + al_2\right) < F\left(x_j^{(0)}\right),$$

яка може бути представленою та іншим чином

$$F\left(x_1^{(0)} + a, x_2^{(0)}, \ldots, x_n^{(0)}\right) < F\left(x_1^{(0)}, x_2^{(0)}, \ldots, x_n^{(0)}\right).$$

Якщо умова виконується, тобто значення цільової функції зменшилося, то вважають крок успішним і приймаємо

$$x_j^{(1)} = x_j^{(0)} + al_1 = \left(x_1^{(0)} + a, x_2^{(0)}, \ldots, x_n^{(0)}\right).$$

Якщо умова не виконується, то здійснюємо крок у протилежному напряму, тобто перевіряємо умову $F\left(x_j^{(0)} - al_1\right) < F\left(x_j^{(0)}\right)$.

У випадку виконання останньої умови вважають, що

$$x_j^{(1)} = x_j^{(1)} - al_1 = \left(x_1^{(0)} - a, x_2^{(0)}, \ldots, x_n^{(0)}\right).$$

Якщо ж обидві умови не виконуються, то вважають $x_j^{(1)} = x_j^{(2)}$.

Другий крок виконуємо аналогічним чином, але вздовж осі x_2. У результаті перегляду всіх n координатних осей буде визначена точка $x_j^{(k)}$. На цьому завершується перший цикл перегляду змінних (перша ітерація). Якщо на кожнім кроці жодна з умов не виконувалася, то варто зменшити довжину кроку і здійснити наступну ітерацію за новим значенням довжини кроку.

Звичайно ітераційний процес продовжують доти, поки не буде виконана умова

$$\left|F\left(x_j^{(k+1)}\right) - F\left(x_j^{(k)}\right)\right| \le \varepsilon,$$

де ε – додатне число, що характеризує точність розв’язання, величина якого задається на початку розрахунків.

Необхідно відзначити, що ознакою завершення розрахунків може бути не лише вказана умова. У тому випадку, якщо по змісту розв'язуваної задачі змінювати довжину кроку a не можна, то

Національний університет водного господарства та природокористування

ознакою зупинки на деякому циклі перегляду може бути і умова $x_j^{(n)} = x_j^{(0)}$.

4.2. Завдання для індивідуальної роботи

Знайти максимальне значення функції двох змінних. При генеруванні випадкових чисел (метод випадкового пошуку) можна використати табл. 6.1. $x \in [0, 5]$, $y \in [2, 7]$, n=10.

1. $f(x, y) = e^{x^2} + y + x^2$
2. $f(x, y) = e^{y^2 - x} + e^x$
3. $f(x, y) = e^{-x} + x^2 + y^2$
4. $f(x, y) = e^{x^2 - y} + e^y$
5. $f(x, y) = e^x + y^2 - 2x$
6. $f(x, y) = y^2 + e^x - 3x$
7. $f(x, y) = e^{x-y} + x^2 + y^2$
8. $f(x, y) = e^x + x^2 + y^2$
9. $f(x, y) = e^{y^2 - x} + x^2$
10. $f(x, y) = e^{-y} + x^2 + y^2$
11. $f(x, y) = e^{x+y} + x^2 + y^2$
12. $f(x, y) = x^2 + e^y - 3y$
13. $f(x, y) = e^y + x^2 + y^2$
14. $f(x, y) = e^{-x} + y^2 + 2x$
15. $f(x, y) = e^{-y} + x^2 + y^2$
16. $f(x, y) = e^{-x-y} + x^2 + y^2$
17. $f(x, y) = y^2 + e^{-x} + 3x$
18. $f(x, y) = e^y + x^2 - 2y$
19. $f(x, y) = x^2 + e^{-y} + 3y$
20. $f(x, y) = e^{-y} + x^2 + 2y$

Національний університет водного господарства та природокористування

Таблиця 4.1

Значення випадкових чисел в різних точках

№ вар.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0,751	0,871	0,646	0,522	0,189	0,186	0,500	0,667	0,406	0,221
2	0,539	0,406	0,714	0,321	0,316	0,725	0,082	0,050	0,804	0,342
3	0,277	0,340	0,401	0,697	0,218	0,495	0,659	0,719	0,814	0,905
4	0,060	0,835	0,453	0,898	0,995	0,857	0,131	0,642	0,448	0,747
5	0,391	0,261	0,815	0,770	0,692	0,178	0,999	0,442	0,082	0,790
6	0,483	0,813	0,079	0,461	0,048	0,102	0,544	0,402	0,142	0,609
7	0,942	0,518	0,594	0,070	0,705	0,761	0,379	0,231	0,049	0,498
8	0,495	0,298	0,343	0,626	0,572	0,892	0,649	0,438	0,211	0,767
9	0,102	0,048	0,594	0,709	0,430	0,875	0,706	0,406	0,100	0,828
10	0,330	0,655	0,819	0,607	0,591	0,036	0,920	0,147	0,107	0,776
11	0,038	0,751	0,201	0,690	0,152	0,853	0,567	0,483	0,352	0,722
12	0,418	0,925	0,519	0,511	0,312	0,372	0,319	0,132	0,682	0,692

Національний університет

13	0,110	0,509	0,359	0,091	0,489	0,918	0,462	0,652	0,760	0,020
14	0,118	0,136	0,883	0,660	0,897	0,944	0,065	0,800	0,328	0,227
15	0,991	0,124	0,573	0,391	0,841	0,575	0,746	0,265	0,684	0,781
16	0,938	0,569	0,408	0,023	0,464	0,362	0,118	0,364	0,956	0,253
17	0,971	0,028	0,877	0,251	0,591	0,098	0,724	0,389	0,819	0,680
18	0,610	0,476	0,416	0,679	0,504	0,116	0,218	0,220	0,599	0,724
19	0,372	0,212	0,154	0,407	0,261	0,336	0,983	0,369	0,218	0,780
20	0,800	0,181	0,917	0,410	0,343	0,013	0,027	0,041	0,702	0,798

Рекомендована література

1. Кравець С.В., Лук'янчук О.П., Тимейчук О.Ю. Дослідження робочих процесів машин і методи оптимізації: Навч.посіб. - Рівне: НУВГП, 2011. - 239с.
2. Інформаційні системи та математичні методи наукових досліджень. Навч. посіб./ О.Ю. Тимейчук, В.М. Кузьменко, Т.Б. Тимейчук – Рівне: НУВГП, 2011.- 118 с.
3. Сухарєв Е.А. Методы моделирования и оптимизации механических систем машин и оборудования: Учеб. пособие. – Ровно: НУВХП, 2008, – 194 с.
4. Кочкарьов Д.В. Інформаційні системи та математичні методи в наукових дослідженнях. - Навч. посібник. Кредитно-модульна система орг. навч. процесу.-Рівне:НУВГП, 2010. - 75с.-

Національний університет водного господарства та природокористування

Національний університет
водного господарства
та природокористування

Національний університет
водного господарства
та природокористування

Підписано до друку _____
Формат 60×48 1/16 Обсяг ___ др.арк.
Замовлення ___ Тираж *100* примірн.
_____
Рівне, НУВГП, Соборна, 11