

**НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ВОДНОГО ГОСПОДАРСТВА ТА  
ПРИРОДОКОРИСТУВАННЯ**

Навчально-науковий інститут будівництва та архітектури

03-05-110S

<b>СИЛАБУС</b>	<b>Варіаційні методи в розрахунках мостових конструкцій</b>	
<b>SYLLABUS</b>	<b>Variation methods in calculations of bridge structures</b>	
Шифр за ОП Code in Degree Programme	OK 9	
Освітній рівень Level of Education	Магістерський (другий) Master's (second)	
Галузь знань Field of Knowledge	19	Архітектура та будівництво Architecture and Construction
Спеціальність Field of Study	192	Будівництво та цивільна інженерія Construction and Civil Engineering
Освітня програма Degree Programme	Мости і транспортні тунелі Bridges and transport tunnels	

РІВНЕ – 2024

Силабус навчальної дисципліни «Варіаційні методи в розрахунках мостових конструкцій» для здобувачів вищої освіти ступеня «магістр»,

які навчаються за освітньо-професійною програмою «Мости і транспортні тунелі», спеціальності 192 «Будівництво та цивільна інженерія». Рівне. НУВГП. 2024. 12 стор.

ОП на сайті університету:

[https://drive.google.com/file/d/1r1ssLvVxpQDnNaeesrlGGTA\\_7fk1RIs0/view](https://drive.google.com/file/d/1r1ssLvVxpQDnNaeesrlGGTA_7fk1RIs0/view)

Розробник силабусу **Гуртовий Олексій Григорович**, к.т.н., доцент, доцент кафедри мостів і тунелів, опору матеріалів і будівельної механіки (МТОМіБМ).

Силабус схвалений на засіданні кафедри мостів і тунелів, опору матеріалів і будівельної механіки

Протокол № 8 від “2” січня 2024 року

Завідувач кафедри МТОМіБМ: е-підпис Трач В.М., д.т.н., професор.

Керівник (гарант) ОП е-підпис Трач В.М., д.т.н., професор.

Схвалено науково-методичною радою з якості ННІБА  
Протокол № 4 від “31” січня 2024 року

Голова науково-методичної ради з якості ННІБА: е-підпис Макаренко Р.М., к.т.н., професор.

Версія силабусу – публікується вперше.

© Гуртовий О.Г., 2024

© НУВГП, 2024

ПРОГРАМА Навчальної дисципліни «Варіаційні методи в розрахунках мостових конструкцій»	
ЗАГАЛЬНА ІНФОРМАЦІЯ	
Ступінь вищої освіти	Магістр
Освітня програма	Мости і транспортні тунелі

Спеціальність	192 «Будівництво та цивільна інженерія»
Рік навчання, семестр	1-й рік навчання, 1-й семестр – денна 1-й рік навчання, 1-й семестр – заочна
Кількість кредитів	3,0 кредити ЄКТС
Лекції:	16 годин – денна; 2 години – заочна
Практичні заняття:	14 годин – денна; 8 годин – заочна
Самостійна робота:	60 годин – денна; 80 годин – заочна
Форма навчання	Денна/заочна
Форма підсумкового контролю	Залік
Мова викладання	Українська
Кафедра, де реалізується навчальна дисципліна	Кафедра мостів і тунелів, опору матеріалів і будівельної механіки Адреса: м. Рівне, вул. В. Чорновола, 49а, навчальний корпус №6, каб.682 <a href="https://nuwm.edu.ua/nni-ba/kaf-ombm">https://nuwm.edu.ua/nni-ba/kaf-ombm</a> <a href="https://www.facebook.com/mtombm">https://www.facebook.com/mtombm</a>

ІНФОРМАЦІЯ ПРО ВИКЛАДАЧА	
Лектор	 <p><b>Гуртовий Олексій Григорович,</b> к.т.н., доцент, доцент кафедри мостів і тунелів, опору матеріалів і будівельної механіки</p>
Вікіситет	
ORCID	<a href="https://orcid.org/0009-0008-7379-7627">https://orcid.org/0009-0008-7379-7627</a>
Як комунікувати	<p><b>E-mail:</b> <a href="mailto:o.g.gurtovyi@nuwm.edu.ua">o.g.gurtovyi@nuwm.edu.ua</a></p> <p>Актуальні оголошення - на сторінці дисципліни в системі <a href="#">MOODLE</a></p>

ІНФОРМАЦІЯ ПРО НАВЧАЛЬНУ ДИСЦИПЛІНУ
<b>Мета та завдання</b>
<p><b>Предметом вивчення</b> є сучасні аналітичні та числові методи розв'язання задач теорії пружності та оцінка напруженого і деформованого стану стержневих, балкових конструкцій, пластин, елементів мостових конструкцій при статичній дії зовнішніх простих і складних навантажень.</p>

**Метою викладання** дисципліни «Варіаційні методи в розрахунках мостових конструкцій» є забезпечення необхідного теоретичного і практичного рівня знань та інженерних навиків у розрахунках напружено-деформованого стану елементів мостових конструкцій аналітичними та числовими методами.

**Основними завданнями** вивчення навчальної дисципліни «Варіаційні методи в розрахунках мостових конструкцій» є засвоєння основних теоретичних положення навчальної дисципліни «Варіаційні методи в розрахунках мостових конструкцій», розрахункових формули та області їх застосування, наукової і технічної термінології, застосування сучасних методів розв'язання задач теорії пружності та оцінка напруженого і деформованого стану стержневих конструкцій, балок-стінок і пластин при статичній дії зовнішніх простих і складних навантажень, отримання певного досвіду щодо використання комп'ютерних технологій в інженерних розрахунках, усвідомлення відповідальності за точність і достовірність проектних розрахунків елементів мостових конструкцій.

**Посилання на розміщення освітнього компонента на навчальній платформі Moodle**

<https://exam.nuwm.edu.ua/course/view.php?id=923>

**Передумови вивчення**

**(місце освітнього компоненту в структурно-логічній схемі)**

Передумовою вивчення даної навчальної дисципліни є вивчення таких навчальних дисциплін ОК 4 «Проектування і будівництво тунелів і метрополітенів», ОК 8 «Основи надійності мостових споруд», ОК 10 «Проектування мостів і труб (спеціальний курс)».

**Компетентності**

**ІК.** Здатність розв'язувати задачі дослідницького та/або інноваційного характеру у сфері будівництва та цивільної інженерії (відповідно до спрямування).

**ЗК01.** Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу.

**ЗК02.** Здатність проводити дослідження на відповідному рівні.

**ЗК04.** Здатність приймати обґрунтовані рішення.

**Спеціальні (фахові, предметні) компетентності СК**

**ФК05.** Здатність проводити обстеження, випробування, діагностику та розрахунки при розв'язанні складних задач дослідницького та інноваційного характеру у сфері будівництва та цивільної інженерії.

**ФК07.** Здатність використовувати спеціалізовані комп'ютерні програми при розв'язанні складних інженерних задач у сфері будівництва та цивільної інженерії.

## Програмні результати навчання

**PH06.** Застосовувати сучасні математичні методи для аналізу статистичних даних, розрахунку та оптимізації параметрів проєктування та технологічних процесів спорудження будівель та споруд (відповідно до спрямування).

### Структура та зміст навчальної дисципліни

<b>Загальна кількість годин:</b>	Лекції (16 год.)	Практичні (14 год.)	Сам. роб. (60 год.)
----------------------------------	---------------------	------------------------	------------------------

#### **Змістовий модуль 1. Варіаційні принципи. Аналітичні методи розрахунку.**

##### **Тема 1. Система рівнянь теорії пружності тривимірного твердого деформівного тіла.**

Рівняння рівноваги. Фізичні рівняння закону Гука. Рівняння Коші. Рівняння сумісності деформацій Сен-Венана. Рівняння Ламе. Рівняння Бельтрамі-Мічелла.

Кількість год.	Лекц. – 2 год.	Пр. – 2 год.	Сам. – 8 год.
----------------	----------------	--------------	---------------

##### **Тема 2. Варіаційна постановка задач теорії пружності. Функціонал повної енергії. Варіаційний принцип Лагранжа.**

Поняття про варіацію та функціонал повної енергії деформації деформованого твердого тіла. Варіаційний принцип Лагранжа. Функціонал повної енергії деформації балки при поперечному згинанні та пластини при поперечному згинанні в рамках класичної теорії. Формування здатності до абстрактного мислення, аналізу та синтезу (**ЗК01**). Уточнена модель НДС балки з врахуванням поперечного зсуву та поперечного обтіснення.

Кількість год.	Лекц. – 2 год.	Пр. – 2 год.	Сам. – 8 год.
----------------	----------------	--------------	---------------

##### **Тема 3. Метод Рітца. Метод Бубнова-Гальоркіна.**

Перехід від континуального формулювання задачі до дискретного. Подання переміщень у вигляді рядів. Розв'язання задач за методом Рітца. Задоволення кінематичних граничних умов. Умова мінімуму функціоналу повної енергії деформування. Представлення умов рівноваги тіла в переміщеннях у варіаційній формі, що відповідає принципу можливих переміщень Лагранжа за методом Бубнова-Гальоркіна. Представлення розв'язку у вигляді рядів. Задоволення кінематичних та статичних граничних умов.

Кількість год.	Лекц. – 2 год.	Пр. – 2 год.	Сам. – 8 год.
----------------	----------------	--------------	---------------

<b>Разом ЗМ1:</b>	<b>Лекц. – 6 год.</b>	<b>Пр. – 6 год.</b>	<b>Сам. – 24 год.</b>
-------------------	-----------------------	---------------------	-----------------------

**Змістовий модуль 2. Чисельні методи розв'язування задач, що ґрунтуються на варіаційних принципах.**

**Тема 4. Чисельні методи розв'язування задач теорії пружності. Скінченно-різницевий метод.**

Наближене представлення перших похідних та похідних вищих степенів через скінченні різниці. Розв'язування задачі про згинання балки. Скінченно-різницеве представлення розрахункових рівнянь згину пластини. Розв'язування задачі про згинання пластини та про деформування балки-стілки при плоскому напруженому стані.

Кількість год.	Лекц. – 2 год.	Пр. – 2 год.	Сам. – 8 год.
----------------	----------------	--------------	---------------

**Тема 5. Варіаційно-різницевий метод.**

Представлення функціоналу повної енергії у вигляді варіаційно-різницевого методу. Різницеве рівняння згину балки за варіаційно-різницевим методом. Вагові коефіцієнти. Кінематичні граничні умови. Особливості реалізації варіаційно-різницевим методом уточнених моделей в задачах деформування багат шарових покриттів.

Кількість год.	Лекц. – 2 год.	Пр. – 2 год.	Сам. – 6 год.
----------------	----------------	--------------	---------------

**Тема 6. Метод скінченних елементів як варіаційний метод. Скінченний елемент розтягнутого (стиснутого) стержня.**

МСЕ як варіаційний метод. Побудова матриці жорсткостей скінченного елемента розтягнутого (стиснутого) стержня. Перехід від матриці жорсткості скінченного елемента в локальній системі координат до матриці жорсткості в глобальній системі координат. Приклади розрахунку одновимірної та двовимірної стержневої системи

Кількість год.	Лекц. – 2 год.	Пр. – 2 год.	Сам. – 8 год.
----------------	----------------	--------------	---------------

**Тема 7. Скінченний елемент плоского згинання балки. Розрахунок рамних конструкцій. Прямокутні СЕ згинання пластини.**

Скінченний елемент зігнутого бруса. Перехід від матриці жорсткості скінченного елемента в локальній системі координат до матриці жорсткості в глобальній системі координат. Прямокутний СЕ згину пластини з дванадцятьма степенями свободи. Формування здатності використовувати спеціалізовані комп'ютерні програми при розв'язанні складних інженерних задач у сфері будівництва та цивільної інженерії (ФК07).

Кількість год.	Лекц. – 2 год.	Пр. – 2 год.	Сам. – 8 год.
----------------	----------------	--------------	---------------

**Тема 8. Трикутні СЕ плоскої задачі для пластини.**

Трикутний скінченний елемент плоскої задачі. Формування глобальної матриці жорсткості та приклади розрахунку деформування пластини при навантаженні в її площині.

--	--	--	--

Кількість год.	Лекц. – 2 год.	Пр. – 0 год.	Сам. – 6 год.
<b>Разом 3М2:</b>	<b>Лекц. – 10 год.</b>	<b>Пр. – 8 год.</b>	<b>Сам. – 36 год.</b>

<b>Теми практичних занять</b>			
№ з/п	Назва теми	Кількість годин	
		Денна	Заочна
1	Система рівнянь теорії пружності тривимірного твердого деформівного тіла.	2	1
2	Варіаційна постановка задач теорії пружності. Функціонал повної енергії. Варіаційний принцип Лагранжа.	2	1
3	Метод Рітца. Метод Бубнова-Гальоркіна. Уточнення дослідження згину багат шарової пластини методом Бубнова-Гальоркіна.	2	1
4	Чисельні методи розв'язування задач теорії пружності. Скінченно-різницевий метод.	2	1
5	Варіаційно-різницевий метод. Особливості реалізації варіаційно-різницевим методом уточнених моделей в задачах деформування багат шарових покриттів.	2	1
6	Метод скінченних елементів як варіаційний метод. Скінченний елемент розтягнутого (стиснутого) стержня.	2	1
7	Скінченний елемент плоского згинання балки. Розрахунок рамних конструкцій. Прямокутні СЕ згинання пластини.	2	2
<b>Разом:</b>		<b>14</b>	<b>8</b>

### **Форми та методи навчання**

*При вивченні навчальної дисципліни «Варіаційні методи в розрахунках мостових конструкцій» застосовуються три групи методів навчання:*

- *методи організації і здійснення навчально-пізнавальної діяльності;*
- *методи стимулювання і мотивації навчально-пізнавальної діяльності;*
- *методи контролю і самоконтролю за ефективністю навчально-пізнавальної діяльності.*

*Перша група охоплює вербальні методи передачі і сприймання навчальної інформації (розповідь, лекція); наочні (ілюстрація,*

презентація); практичні (групові та індивідуальні завдання). В межах самостійної роботи – робота з книгами, робота з методичними матеріалами, з нормативними документами, робота з Інтернет - джерелами.

При вивченні курсу активно використовуються інтерактивні методи (при веденні лекцій та практичних занять) та проблемно-пошукові методи навчання (як при веденні аудиторних занять, так і при організації самостійної роботи студентів).

### **Інструменти, обладнання, програмне забезпечення**

1. Мультимедійний проектор.
2. Конспект лекцій та матеріали практичних занять на електронних носіях.
3. Комп'ютерний клас з програмним забезпеченням.

### **Порядок оцінювання програмних результатів навчання/ результатів навчання**

**Порядок оцінювання знань** студентів базуються на проведенні контролю роботи студентів та оцінюванні повноти засвоєння пройденого матеріалу.

Поточний контроль знань студентів відбувається на практичних заняттях і під час консультацій наступним чином:

- виконання студентам тестових завдань із поточного контролю знань за ключовими темами (на практичних заняттях).

*Шкала поточного оцінювання досягнень студента:*

Вид заняття	Бали
<b>1.Поточна складова оцінювання</b>	
<b>Тема 1.</b> Система рівнянь теорії пружності тривимірного твердого деформівного тіла.	9
<b>Тема 2.</b> Варіаційна постановка задач теорії пружності. Функціонал повної енергії. Варіаційний принцип Лагранжа.	9
<b>Тема 3.</b> Метод Рітца. Метод Бубнова-Гальоркіна.	8
<b>Тема 4.</b> Чисельні методи розв'язування задач теорії пружності. Скінченно-різницевий метод.	8
<b>Тема 5.</b> Варіаційно-різницевий метод.	8
<b>Тема 6.</b> Метод скінченних елементів як варіаційний метод. Скінченний елемент розтягнутого (стиснутого) стержня.	9
<b>Тема 7.</b> Скінченний елемент плоского згинання балки. Розрахунок рамних конструкцій. Прямокутні СЕ згинання пластини.	9
<b>Всього поточна складова оцінювання:</b>	<b>60</b>
<b>2. Підсумкова складова оцінювання</b>	



Модульний контроль №1	20
Модульний контроль №2	20
<b>Всього підсумкова складова оцінювання:</b>	<b>40</b>
<b>РАЗОМ:</b>	<b>100</b>

Повноту засвоєння студентами пройденого матеріалу оцінюють шляхом тестування із застосуванням технічних засобів. Контроль знань (модулі 1, 2) проводять у Центрі незалежного оцінювання знань НУВГП.

Розподіл балів поточного (модулі 1 і 2) контролів знань за трьома рівнями (1 – достатній рівень складності, 2 – вище достатнього рівня складності, 3 – високий рівень складності).

Лінки на нормативні документи, що регламентують проведення поточного та підсумкового контролів знань студентів, можливість подання ними апеляції: [Положення про семестровий контроль](#)

### Рекомендована література

#### Основна література:

1. В.Г.Піскунов та інш. „Опір матеріалів з основами теорії пружності і пластичності”, Частина 1, Книга 1 «Загальні основи курсу», К.: „Вища школа”, 1994.- 204 с.
2. В.Г.Піскунов та інш. „Опір матеріалів з основами теорії пружності і пластичності”, Частина 1, Книга 3 «Опір дво- і тривимірних тіл», К.: „Вища школа”, 1995.- 271 с.  
<https://www.twirpx.com/file/1954491/>
3. В.А.Баженов «Варіаційні основи будівельної механіки»: Підручник.- К.: Каравела, 2014.- 877с.
4. Г.П. Дорошук, В.М. Трач „Будівельна механіка з елементами інформаційних технологій”, Рівне, 2005.- 567с.
5. Будівельна механіка. Комп’ютерні технології і моделювання: Підручник / В.А.Баженов, А.В.Перельмутер, О.В.Шишов / За заг. ред. В.А.Баженова. - К.: ПАТ “ВІПОЛ”, 2013. - 896 с.  
[http://library.kpi.kharkov.ua/files/new\\_postupleniya/bazhenovb.pdf](http://library.kpi.kharkov.ua/files/new_postupleniya/bazhenovb.pdf)
6. Павленко І.В. «Метод скінченних елементів в задачах опору матеріалів і лінійної теорії пружності»: Навчальний посібник.- Суми: Вид-во СумДУ, 2006.- 147с.  
<https://core.ac.uk/download/pdf/14034561.pdf>
7. М.С. Можаровський „Теорія пружності, пластичності і повзучості”, К., „Вища школа”, 2002.- 308с.  
<https://ur.zlibcdn2.com/book/2039719/aec769>

### **Допоміжна література:**

1. Г.П. Писаренко та інш. „Опір матеріалів”, К., „Вища школа”, 2004р.-655с.  
<https://btpm.nmu.org.ua/ua/download/>
2. Шевченко В.О. Уточнена модель НДС балки з врахуванням поперечного зсуву та поперечного обтиснення//Шевченко В.О., Гуртовий О.Г./ Студентський вісник НУВГП. Рівне.- 2022.- вип.2 (18), с.15-17.
3. Гуртовий О.Г., Тинчук С.О. Розрахунок напружень в дорожньому одязі мостових конструкцій // Ресурсоекономні матеріали, конструкції, будівлі та споруди. Рівне–2004.- Випуск 11.- с.170–177. .
4. Гуртовий О.Г., Тинчук С.О. Особливості реалізації варіаційно-різницеvim методом уточнених моделей в задачах деформування багатошарових покриттів // Ресурсоекономні матеріали, конструкції, будівлі та споруди. Рівне.– 2007.- Випуск 17.- С.171–177.
5. Мотруніч М.В., Гуртовий О.Г. Уточнення дослідження згину багатошарової пластини методом Бубнова-Гальоркіна// Студентський вісник Національного університету водного господарства та природокористування.- 2017.- Вип.2 (8).- с.7-9.

### **Інформаційні ресурси в Інтернет**

1. Кабінет Міністрів України / [Електронний ресурс]. – Режим доступу: <http://www.kmu.gov.ua/>.
2. Національна бібліотека ім. В.І. Вернадського / Електронний каталог / [Електронний ресурс]. – Режим доступу: [http://www.irbis-nbuv.gov.ua/cgi-bin/irbis\\_nbuv/cgiirbis\\_64.exe](http://www.irbis-nbuv.gov.ua/cgi-bin/irbis_nbuv/cgiirbis_64.exe)
3. Рівненська обласна універсальна наукова бібліотека (м. Рівне, майдан Короленка, 6) / Електронний каталог / [Електронний ресурс]. – Режим доступу: <http://www.lib.rv.ua/>
4. Наукова бібліотека НУВГП (м. Рівне, вул. Олекси Новака, 75) / [Електронний ресурс]. – Режим доступу: <http://lib.nuwm.edu.ua>
5. Інтернет-сервіс по роботі з нормативними документами БУДСТАНДАРТ-Online. – Режим доступу: <http://online.budstandart.com/ua/>

### **Поєднання навчання та досліджень**

Студенти можуть брати участь: у роботі наукових гуртків на кафедрі мостів і тунелів, опору матеріалів і будівельної механіки; у студентських науково-технічних конференціях; в конкурсах наукових

робіт студентів; та публікувати наукові результати за тематикою навчальної дисципліни у «Студентському віснику» НУВГП.

## ПОЛІТИКИ ВИКЛАДАННЯ ТА НАВЧАННЯ

### Перелік соціальних, «м'яких» навичок (soft skills)

Здатність формувати власну думку; аналітично оцінювати та систематизувати інформацію; вміння логічно обґрунтувати свою позицію; здатність до розбиття інженерної задачі на простіші підзадачі та комплексно вирішувати складні задачі; здатність приймати відповідальні рішення та інші.

### Дедлайни та перескладання

Ліквідацію академічних заборгованостей відбувається відповідно до «Порядку ліквідації академічних заборгованостей у НУВГП», <http://ep3.nuwm.edu.ua/4273/>. Відповідно до цього документу і реалізується право студента на повторне вивчення дисципліни або повторне навчання на курсі.

Перездача підсумкового контролю здійснюється відповідно до положення про «Порядок організації контролю та оцінювання навчальних досягнень студентів у європейській кредитно-трансферній системі (ЄКТС)», пункти 3.3.8 – 3.3.10. [Порядок організації контролю знань](#).

### Правила академічної доброчесності

Усі здобувачі освіти, співробітники та викладачі НУВГП повинні бути чесними та порядними у своїх стосунках, які поширюється на поведінку і дії в процесі навчальної роботи та поза нею.

Студент повинен самостійно виконувати і здавати на оцінювання лише оригінальні результати власної праці і власних зусиль. В той час як студентам рекомендується працювати один з одним і обмінюватись ідеями, проте обмін текстами, кодами або чимось подібним при виконанні завдань є неприпустимим.

За недотримання академічної доброчесності (списування) під час виконання контрольних та індивідуальних завдань, студенту знижується оцінка відповідно до ступеня порушення.

При намаганні списувати під час проведення модульних або підсумкових контролів спроба скасовується.

Завдання самостійних (індивідуальних) робіт виконуються згідно шифру (який надає викладач). Роботи виконані не по шифру до захисту не приймаються. При здачі самостійних (індивідуальних) робіт може бути проведена перевірка на плагіат.

Нормативні документи щодо правил академічної доброчесності (про плагіат, порядок здачі курсових робіт, кодекс честі студентів, документи Національного агентства стосовно доброчесності) наведено на сторінці ЯКІСТЬ ОСВІТИ сайту НУВГП

<https://nuwm.edu.ua/sp/akademichna-dobrochesnistj>

## Вимоги до відвідування

Студентам не дозволяється пропускати заняття без поважних причин. Якщо лекційне або практичне заняття пропущене із об'єктивних причин, тоді студент зобов'язаний самостійно опрацювати пропущений матеріал на навчальній платформі MOODLE <https://exam.nuwm.edu.ua/course/view.php?id=923>

Здобувачі освіти мають право оформити індивідуальний графік навчання відповідно до «Положення про індивідуальний графік навчання студентів денної форми навчання НУВГП» <http://ep3.nuwm.edu.ua/6226/>

Студенти без обмежень можуть на практичних заняттях використовувати мобільні телефони та ноутбуки.

Автор  
Доцент

Олексій ГУРТОВИЙ

Затверджено

Проректор з науково-педагогічної та  
навчальної роботи

Валерій СОРОКА



документ підписаний КЕП  
Номер документа СИЛ №377  
Підписувач Сорока Валерій Степанович  
Підписувач (дані КЕП):  
Сертифікат 58E2D9E7F900307B04000000807E2D0054327D00