

Міністерство освіти і науки України
Національний університет водного господарства та
природокористування

Навчально-науковий інститут енергетики, автоматики та
водного господарства
Кафедра автоматизації, електротехнічних та комп'ютерно-
інтегрованих технологій

04-03-377М

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

до практичних завдань та самостійної роботи
з навчальної дисципліни «**Окремі питання теорії
автоматичного управління технічних засобів
автоматизації. Частина І**»

для здобувачів вищої освіти другого (магістерського) рівня
за освітньо-професійною програмою «Автоматизація,
комп'ютерно-інтегровані технології та робототехніка»
спеціальності 174 «Автоматизація, комп'ютерно-інтегровані
технології та робототехніка»
денної та заочної форми навчання

Рекомендовано
науково-методичною радою
з якості ННІ ЕАВГ
Протокол № 7 від 19.04.2024 р.

Рівне – 2024

Методичні вказівки до практичних завдань та самостійної роботи з навчальної дисципліни «Окремі питання теорії автоматичного управління технічних засобів автоматизації. Частина І» для здобувачів вищої освіти другого (магістерського) рівня за освітньо-професійною програмою «Автоматизація, комп'ютерно-інтегровані технології та робототехніка» спеціальності 174 «Автоматизація, комп'ютерно-інтегровані технології та робототехніка» денної та заочної форми навчання. [Електронне видання] / Клепач М. І., Клепач М. М. – Рівне : НУВГП, 2024. – 91 с.

Укладачі: Клепач М. І., к.ф.-м.н., доцент кафедри автоматизації, електротехнічних та комп'ютерно-інтегрованих технологій; Клепач М. М., к.т.н., доцент кафедри автоматизації, електротехнічних та комп'ютерно-інтегрованих технологій.

Відповідальний за випуск: Древецький В. В., д.т.н., проф., професор кафедри автоматизації, електротехнічних та комп'ютерно-інтегрованих технологій.

Керівник групи забезпечення спеціальності 174 «Автоматизація, комп'ютерно-інтегровані технології та робототехніка» Рудик А. В.

© М. І. Клепач,
М. М. Клепач, 2024
© НУВГП, 2024

Зміст

Вступ	4
1. Типові алгоритми промислових регуляторів....	5
2. Дискретні алгоритми ПІД-регуляторів.....	14
3. Інженерні методи оптимізації параметрів ПІД- регуляторів.....	28
4. Багатопараметричний синтез АСР.....	39
5. Синтез систем методом модального управління.	52
6. Виконавчі пристрої регуляторів.....	74
7. Література	89
8. Додаток.....	90

ВСТУП

Методичні вказівки до практичних занять з дисципліни «Окремі питання теорії автоматичного управління технічних засобів автоматизації. Частина I» призначені для розширення і поглиблення знань здобувачів, отриманих на лекційних заняттях, та вироблення вмінь і навиків, необхідних для самостійного вирішення задач аналізу і синтезу сучасних систем управління безперервними технологічними об'єктами.

Тематика занять відповідає змісту навчальної програми даної дисципліни. Практичне заняття складається з короткого повторення теоретичного матеріалу, постановки задачі та її розв'язання, а також перевірки результатів шляхом комп'ютерного моделювання. Для закріплення навиків пропонуються завдання для самостійного опрацювання і аналізу отриманих результатів. При підготовці до практичного заняття необхідно вивчити матеріал за конспектом лекцій і літературними джерелами, зрозуміти методику їх розв'язання, ознайомитися з методами побудови комп'ютерних моделей.

Використання методичних вказівок до практичних занять з дисципліни «Окремі питання теорії автоматичного управління технічних засобів автоматизації. Частина I» посібника в навчальному процесі сприятиме оволодінню здобувачами навичок виконання розрахунків необхідних в інженерній справі, вдосконаленню кваліфікації фахівця, розвитку здатності до самостійного і творчого прийняття рішень.

1. ТИПОВІ АЛГОРИТМИ ПРОМИСЛОВИХ РЕГУЛЯТОРІВ

Одноконтурні АСР призначені для регулювання однієї технологічної величини (вихідної координати) при дії на об'єкт керування різних збурень. Функціональну схему одноконтурної системи регулювання показано на рис. 1/

Наряду з успіхами інтелектуальних методів керування основне навантаження по керуванню промисловими об'єктами (більше 90%) несуть автоматичні системи регулювання з різними модифікаціями неперервних і цифрових ПІД-регуляторів. ПІД-алгоритми регулятора (*PID Control Algorithm*) (відомі з 1910 р.) враховують не лише відхилення регульованої величини, але й напрям та швидкість її зміни, в цій мірі їх можна вважати реально працюючими інтелектуальними регуляторами.

Одноконтурні АСР призначені для регулювання однієї технологічної величини (вихідної координати) при дії на об'єкт керування різних збурень. Функціональну схему одноконтурної системи регулювання показано на рис. 1.4, де регулятор *АР* на основі відхилення *E* виробляє керування *U*.

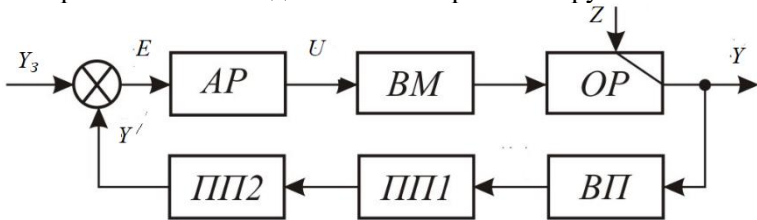


Рис. 1. Функціональна схема одноконтурної АСР

ПІД- регулятори розрізняють за алгоритмами, структурою, характером сигналів та додатковими блоками.

Для ідеалізованого ПІД - регулятора з класичною структурою (*classic*) закон керування має вигляд

$$u_{pid}(t) = u_0 + K_p \left[e(t) + \frac{1}{T_i} \int_0^t e(t) dt + T_d \frac{de(t)}{dt} \right], \quad (1.1)$$

де K_p - коефіцієнт передачі регулятора, T_i, T_d - постійні часу інтегруючої та диференціюючої складових регулятора відповідно, e - відхилення, u - керування.

Передавальна функція такого регулятора

$$W_{pid}(s) = K_p \left(1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s \right) \quad (1.2)$$

Параметрами налаштування безперервного класичного ідеалізованого ПІД-регулятора є K_p, T_i, T_d , а структурна схема показана на рис.1.1.

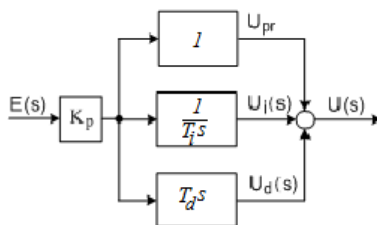


Рис. 1.1. Структура класичного ПІД-алгоритму

При паралельній (*parallel*) реалізації ПІД-регулятора передавальна функція

$$W_p(s) = K_p + K_i \frac{1}{s} + K_d s, \quad (1.3)$$

а його структурна схема наведена на рис.1.2.

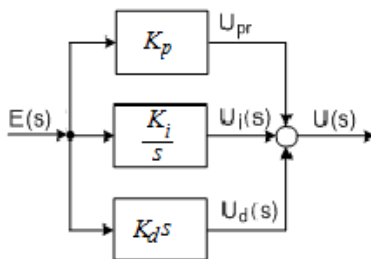


Рис. 1.2. Структура паралельного ПІД-алгоритму

Перехідною характеристикою ідеальної диференціюючої ланки є імпульс безмежно великої амплітуди і не може бути

ідеально відтворений в аналоговій чи цифровій системі, тому реалізувати можна лише реальну диференціюючу ланку з передавальною функцією

$$W_d(s) = \frac{K_d s}{T_F s + 1} \quad (1.4)$$

де T_F - постійна часу фільтра, Таким чином, реальний безперервний ПІД-алгоритм

$$W_{pid}(s) = K_p \left(1 + \frac{1}{T_i s} + \frac{T_d s}{T_F s + 1} \right). \quad (1.5)$$

Сталу часу фільтра T_F вибирають на порядок меншою від T_d , щоб не компенсувати впливу диференціальної складової за формулою

$$T_F = \frac{T_d}{N}. \quad (1.6)$$

де N – коефіцієнт фільтрації (число в межах від 0 до 100).

З урахуванням (1.6) передавальна функція реального безперервного ПІД-регулятора приймає вигляд

$$W_{pid}(s) = K_p \left(1 + \frac{1}{T_i s} + \frac{Ns}{s + \frac{N}{T_d}} \right) \quad (1.7)$$

Перехідна характеристика реального ПІД-регулятора і його складових показана на рис.1.3.

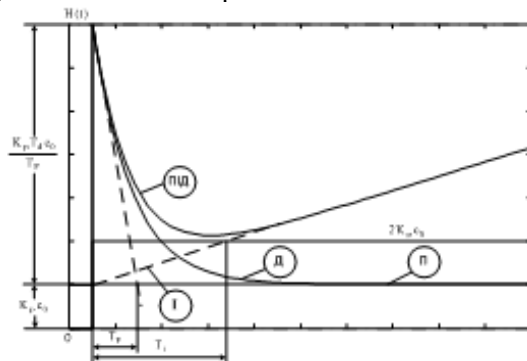


Рис. 1.3. Реакція ПІД-регулятора на ступінчастий вхідний сигнал

При моделюванні систем автоматичного регулювання в програмному середовищі Matlab з бібліотеки Simulink використовується блок безперервного PID(s) регулятора. В діалоговому вікні блока можна вибрати структуру регулятора паралельну або ідеальну (Ideal). Передавальна функція регулятора PID зі структурою Ideal

$$W_{pid}(s) = P \left(1 + I \frac{1}{s} + D \frac{Ns}{1 + N \frac{1}{s}} \right) \quad (1.8)$$

В схемі даного регулятора (рис.1.4) зміна параметра P визиває зміни параметрів I та D .

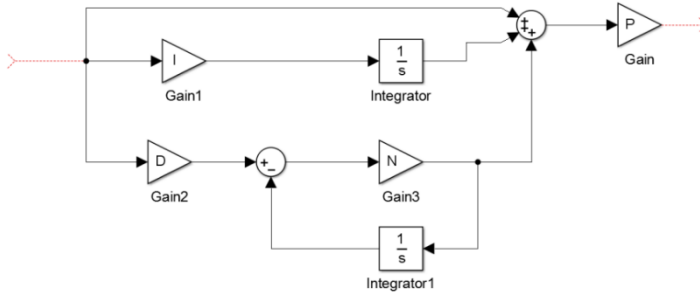


Рис.1.4. Структура PID-алгоритму типу ideal в Simulink

При параметричному синтезі і моделюванні реальних систем з PID-регуляторами необхідно враховувати можливість виникнення інтегрального насичення. Проблема інтегрального насичення полягає в тому, що коли сигнал на вході об'єкта управління увійшов у зону насичення (обмеження), а сигнал відхилення (помилки) не дорівнює нулю, то інтегратор продовжує інтегрувати і сигнал на виході регулятора збільшується. При цьому цей сигнал не може впливати на об'єкт внаслідок ефекту насичення і контур регулювання стає розімкнутим. Внаслідок інтегрального накопичення (Windup) збільшується перерегулювання і час

регулювання в САР. Для запобігання шкідливого впливу інтегрального накопичення використовують різні Anti-windup методи: обмеження швидкості наростання вхідного впливу, алгоритмічна заборона інтегрування, компенсація насичення за допомогою додаткового зворотного зв'язку, умовне інтегрування та інші.

В MatLab/Simulink є можливість синтезу PID-регуляторів з урахуванням обмеження на сигнал керування та використанням одного з методів компенсації інтегрального насичення - back-calculations або clamping (рис.1.5)

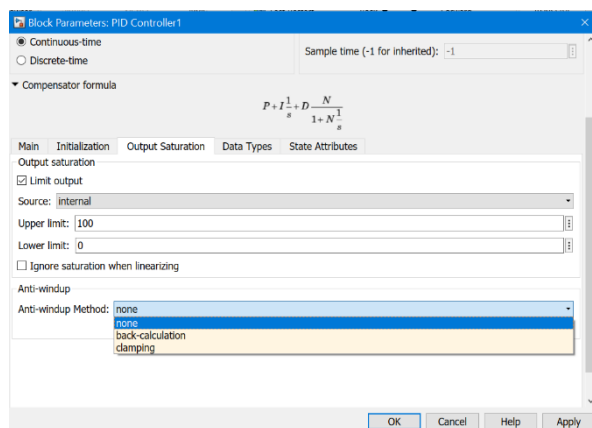


Рис.1.5. Вікно параметрів PID-регулятора при обмеженні регулювання.

На рис.1.6 наведено структурну схему блока PID-регулятора з реалізацією функцій Anti-windup. В методі програмної заборони інтегрування Clamping здійснюється перемикання входу інтегратора на нуль в момент, коли сигнал на вході елемента насичення стає більшим ніж на його виході. При цьому інтегральна складова залишається постійною, на тому ж рівні, який вона мала в момент появи заборони інтегрування.

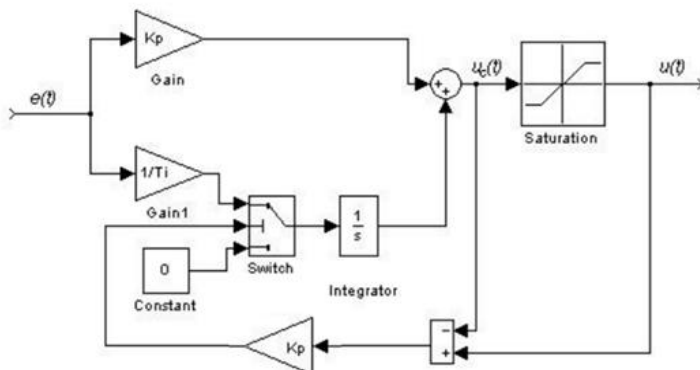


Рис.1.5. Структурна схема блока PID-регулятора з реалізацією функцій Anti-windup.

При виборі методу оберненого інтегрування Back-calculation в момент насичення сигнал з виходу регулятора через зворотний зв'язок поступає на вхід інтегратора з від'ємним знаком. З цього моменту відбувається зменшення інтегральної складової до виходу регулятора із насичення.

Сучасні промислові регулятори також мають вбудовані функції компенсації інтегрального ефекту насичення, або блоки інтегрування які дозволяють використати ці методи, як це реалізовано в ПЛК фірми Мікрол. Таким чином, отримані в процесі моделювання оптимізовані параметри реальних PID-регуляторів можуть бути використані для перенесення їх в програмні засоби автоматизації

Контрольні запитання

1. Як поділяються ПІД регулятори за структурною схемою?
2. Які настроювальні параметри ПІД- регулятора?
3. Чому в диференціюючій частині ПІД-регулятора використовують реальну диференціюючу ланку?
4. Чим відрізняється перехідна характеристика ідеального та реального ПІД- регулятора від ПІ-регулятора?

5. Які існують методи усунення інтегрального насичення в регуляторах?

Приклад 1.1. Задано значення параметрів ідеального ПД- регулятора з класичною структурою: $K_p=2$; $T_i=40$ с; $T_d=10$ с. Знайти параметри еквівалентного регулятора при його реалізації паралельною структурою.

Рішення:

Із порівняння виразів (1.2) і (1.3) слідує, що коефіцієнти передачі пропорційної складової регулятора однакові для обох структур, тобто $K_p=2$.

Тепер знайдемо коефіцієнт передачі інтегральної складової регулятора з паралельною структурою

$$K_i = \frac{K_p}{T_i} = \frac{2}{40} = 0,05$$

Коефіцієнт передачі диференціальної складової регулятора з паралельною структурою

$$K_d = K_p T_d = 2 \cdot 10 = 20$$

Приклад 1.2. Задано значення параметрів ідеального ПД- регулятора з класичною структурою: $K_p=2$; $T_i=40$ с; $T_d=10$ с⁻¹. Знайти параметри еквівалентного регулятора при використанні моделі ПД- алгоритму типу ideal в Simulink.

Рішення:

Із порівняння виразів (1.2) і (1.3) слідує, що коефіцієнти передачі пропорційної складової регулятора однакові для обох структур, тобто $P=K_p=2$.

Коефіцієнт передачі інтегруючої складової регулятора

$$I = \frac{1}{T_i} = \frac{1}{40} = 0,025$$

Коефіцієнт передачі диференціюючої складової регулятора

$$D = T_d = 10$$

Приклад 1.3. Шляхом комп'ютерного моделювання отримати перехідні характеристики ПД- регулятора з паралельною структурою при $K_p=1$; $K_i=1$ с; $K_d=1$ с. для

різних значень коефіцієнта фільтрації: $N=2$; $N=10$. Зробити висновок про вплив коефіцієнта фільтрації на характеристики регулятора.

Рішення:

Для дослідження впливу коефіцієнта фільтрації на перехідну характеристику ПІД-регулятора побудуємо схему моделювання в Matlab/Simulink

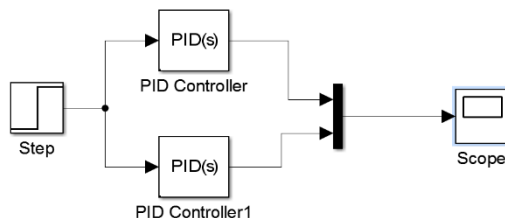
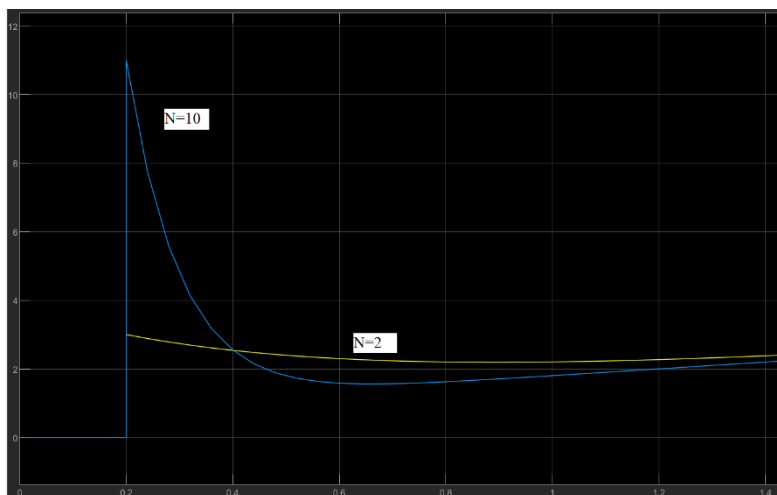


Рис. 1.7. Схема моделювання

В діалогових вікнах вказуємо задані параметри регулятора. Результати моделювання показано на рис.1.5.



ис. 1.8. Перехідні характеристики регуляторів при $N=2$ і $N=10$

З рис.1.8. видно, що при збільшенні N ефективність диференціальної складової регулятора збільшується. При цьому амплітуда імпульсу збільшується, а тривалість зменшується. Іншими словами, при більших N властивості диференціальної ланки ближчі до ідеальної.

Завдання для самостійного вирішення

Приклад 1.4. Задано значення параметрів ідеального ПД- регулятора з класичною структурою: $K_p=2$; $T_i=40$ с; $T_d=10$ с. Знайти параметри і побудувати перехідну характеристику відповідного йому ПІ- регулятора.

Приклад 1.5. Для ідеального ПД- регулятора з класичною структурою: $K_p=2$; $T_i=40$ с; $T_d=10$ с. Знайти параметри і побудувати перехідну характеристику відповідного йому П- регулятора.

Приклад 1.5. За даними моделювання зробити висновок про порівняльні властивості П, ПІ та ПД- регулятора.

2. ДИСКРЕТНІ АЛГОРИТМИ ПІД-РЕГУЛЯТОРІВ

Дискретними називають ланки у яких відбувається квантування аналогової величини за часом чи за рівнем. Дискретизація за часом робить систему імпульсною, а дискретизація за рівнем перетворює її на позиційну. В цифрових системах відбувається дискретизація і за часом і за рівнем. При високій розрядності сучасних аналого-цифрових перетворювачів (АЦП) ефектом від квантування за рівнем нехтують і аналізують цифрову систему застосовуючи математичний апарат лінійних імпульсних систем.

Квантування в часі полягає у заміні безперервного у часі сигналу його значеннями в окремі рівновіддалені моменти дискретизації T_0 , а вихідна величина складається із модульованої послідовності імпульсів (рис.2.1). Розрізняють такі види імпульсної модуляції:

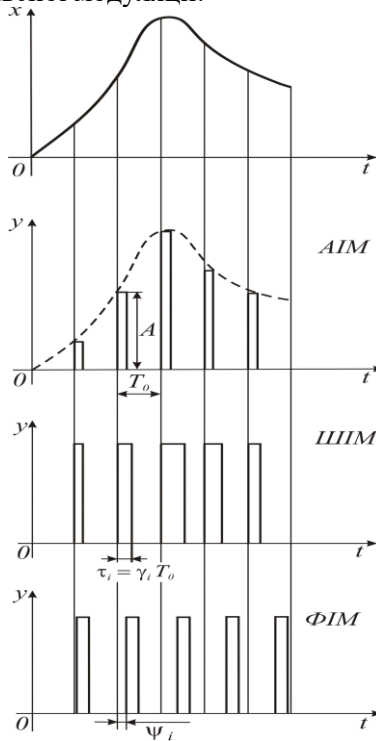


Рис.2.1. Види імпульсної модуляції.

Амплітудно - імпульсну модуляцію (АІМ), при якій змінюється амплітуда A вихідних імпульсів у залежності від значень вхідної величини в моменти квантування $A_i = kx_i$, де k - коефіцієнт передачі імпульсного елемента. Широтно-імпульсну модуляцію (ШІМ), при якій змінюється ширина імпульсів $\tau_i = \gamma T_0$ в залежності від значень вхідної величини в моменти квантування. Величину γ - називають відносною тривалістю імпульсів (величину обернену до скважності).

Фазово-імпульсну модуляцію (ФІМ), при якій відбувається часовий зсув імпульсів $\psi_i = \varepsilon T_0$ у залежності від значень вхідної величини в моменти квантування.

Дискретизація по часу здійснюється імпульсними елементами. Так як імпульсний елемент фіксує значення аналогової величини в окремі моменти часу, то аналіз імпульсної системи спрощується, якщо з безперервної функції $x(t)$ утворити гратчасту функцію $x[n]$, визначену тільки в окремі дискретні моменти часу nT_0 .

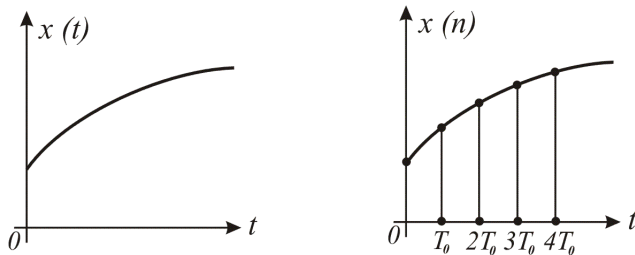


Рис.2.2. Заміна аналогової функції гратчастою функцією.

При аналізі імпульсний елемент розбивають на дві послідовно з'єднані ланки - ідеальну імпульсну ланку та формуючу ланку (рис.2.3). Ідеальна імпульсна ланка здійснює вибірку вхідного сигналу.

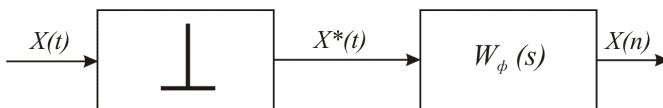


Рис.2.3. Структурна схема імпульсного елемента.

Вона є чисто імпульсним елементом, що генерує послідовність δ - імпульсів. Площа імпульсів пропорційна величині вхідного сигналу в моменти квантування. Символічно це записують так:

$$x^*(t) = \sum_{n=1}^{\infty} x(nT_0)\delta(t - nT_0).$$

Формуюча ланка із кожного модульованого δ - імпульсу формує прямокутний імпульс з амплітудою пропорційною величині площі імпульсу. Реакція формуючої ланки на окремий δ - імпульс є імпульсною перехідною характеристикою (ваговою функцією) $w(t)$ ланки.

Прямокутний імпульс формуючої ланки можна легко утворити із двох одноступінчастих функцій, зсунутих в часі на величину тривалості імпульсу $\tau = \gamma T_0$ (рис.2.4) .

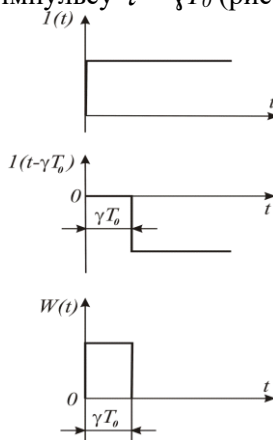


Рис.2.4. Формування прямокутного імпульсу формуючою ланкою.

Таким чином, отримують вираз для імпульсної перехідної характеристики формуючої ланки у вигляді

$$w_{\phi}(t) = 1(t) - 1(t - \tau)$$

Зображення Лапласа імпульсної перехідної характеристики є передавальною функцією формуючої ланки

$$W_{\phi}(s) = L\{w_{\phi}(t)\} = \frac{1 - e^{-\tau s}}{s} = \frac{1 - e^{-\gamma T_0 s}}{s}$$

При відносній тривалості імпульсів $\gamma = 1$ формуючу ланку називають екстраполатором нульового порядку (*Zero Order Hold*).

Математичним апаратом дослідження цифрових систем є різницеві рівняння і дискретні зображення Лапласа від гратчастих функцій. Аналогом першої похідної для гратчастої функції є перша обернена різниця

$$\nabla x[n] = x[n] - x[n-1] \quad (2.1)$$

Відповідно аналогом другої похідної гратчастої функції є друга різниця, і так далі

$$\nabla^2 x[n] = \nabla x[n] - \nabla x[n-1] = x[n] - 2x[n-1] + x[n-2] \quad (2.2)$$

До гратчастої функції часу можна застосувати дискретне зображення Лапласа

$$X^*[s] = \sum_{n=0}^{n=\infty} x[n] e^{-nT_0 s} \quad (2.3)$$

Якщо в дискретному зображенні Лапласа здійснити заміну

$$z = e^{T_0 s}, \quad (2.4)$$

то отримане зображення називають Z- зображенням

$$X(z) = \sum_{n=0}^{n=\infty} x[n] z^{-n} \quad (2.5)$$

Динаміку лінійної дискретної у часі системи чи елемента системи можна описати різницеvim рівнянням у вигляді

$$\begin{aligned} A_m \nabla^m y[n] + A_{m-1} \nabla^{m-1} y[n] + A_{m-2} \nabla^{m-2} y[n] + \dots + A_0 y[n] = \\ = B_l \nabla^l x[n] + B_{l-1} \nabla^{l-1} x[n] + B_{l-2} \nabla^{l-2} x[n] + \dots + B_0 x[n] \end{aligned} \quad (2.6)$$

Після застосування до обох частин рівняння (2.6) Z-зображення воно приймає вигляд

$$\begin{aligned} (A_m z^m + A_{m-1} z^{m-1} + A_{m-2} z^{m-2} + \dots + A_0) Y[z] = \\ = (B_l z^l + B_{l-1} z^{l-1} + B_{l-2} z^{l-2} + \dots + B_0) X[z]. \end{aligned} \quad (2.7)$$

Відношення Z- зображення вихідної величини $Y(z)$ до Z- зображення вхідної величини $X(z)$ називають дискретною передавальною функцією системи (*discrete transfer operator*)

$$W(z) = \frac{Y(z)}{X(z)} \quad (2.8)$$

Структурну схему системи автоматичного регулювання з цифровим обчислювальним пристроєм зображено на рис.2.5, Передавальна функція об'єкта $W_o(s)$ враховує також динаміку регулюючого органу та вимірювального перетворювача.

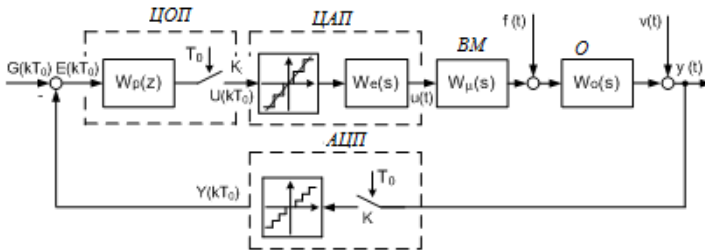


Рис.2.5. Структура цифрової автоматичної системи управління

Абстрагуючись від фізичної природи сигналів роботу аналого-цифрового перетворювача АЦП (*Analog Digital converter, ADC*) зводять до роботи ідеального імпульсного ключа, який періодично замикається для передачі інформації від об'єкта до обчислювального пристрою.

Цифровий обчислювальний пристрій ЦОП реалізує дискретний алгоритм управління

$$W_c(z) = \frac{U(z)}{E(z)} = \frac{b_0 + b_1 z^{-1} + \dots + b_m z^{-m}}{a_0 + a_1 z^{-1} + \dots + a_n z^{-n}} \quad (2.9)$$

Сигнал керування, вироблений в ЦОП періодично поступає на вхід цифро-аналогового перетворювача ЦАП (*Digital Analog converter, DAC*). ЦАП перетворює його у відповідний рівень аналогової вихідної напруги та утримує її незмінною до наступного моменту квантування. Через такий алгоритм роботи ЦАП називають екстраполятором нульового порядку, оскільки він прогнозує та реалізує керування на відрізку часу рівному періоду дискретизації. Динамічні

властивості цифро-аналогового перетворювача описуються передавальною функцією

$$W_{ЦАП}(s) = \frac{1 - e^{-T_0 s}}{s} \quad (2.10)$$

При аналізі цифрових систем АЦП приєднують до безперервної частини системи і, враховуючи, що $z = e^{T_0 s}$, описують передавальною функцією:

$$W_{ЦАП}(s) = \frac{z-1}{zs} \quad (2.11)$$

Можливість реалізації безперервних алгоритмів в мікропроцесорними засобами автоматизації впливає із теореми Котельникова про неспотворене представлення аналогової інформації цифровим способом. Якщо період дискретизації T_0 достатньо малий і задовольняє умовам теореми Котельникова то дискретні аналоги PID- регуляторів еквівалентні безперервним аналогам.

Умови теореми Котельникова виражаються співвідношеннями між частотою дискретизації ω_0 , верхньою частотою пропускання безперервної частини $\omega_{\delta n}$ та максимальною частотою вхідного сигналу ω_f

$$\begin{aligned} \omega_0 &\geq 2\omega_{\delta n \max} \\ \omega_f &\leq \omega_0 - \omega_{\delta n \max} \end{aligned} \quad (2.12)$$

Звідси, період дискретизації повинен задовільняти умову

$$T_0 \leq \pi / \omega_{\delta n \max} .$$

Характер перетворення сигналів в цифровому регуляторі показано на рис.2.6

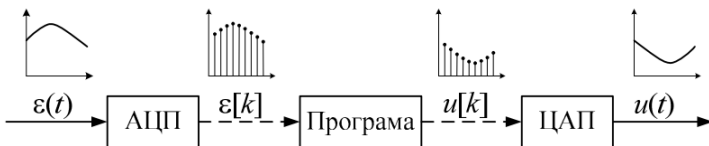


Рис.2.5. Перетворення сигналів в цифровому регуляторі

Вигляд дискретних аналогів неперервних ПД-алгоритмів залежать від методу інтегрування. Найчастіше використовують найпростіші методи інтегрування:

- прямий метод Ейлера (*Forward Euler*)
- обернений метод Ейлера (*Backward Euler*)
- метод трапецій (*Trapezoidal method*)

Для І-регулятора при інтегруванні за прямим методом Ейлера розрахунок керування проводиться за формулами

$$u(t) = \frac{1}{T_i} \int_0^{t^*} e(t) dt; \quad u(k) = \frac{T_0}{T_i} \sum_{i=0}^k e(i-1), \quad (2.13)$$

а при оберненому методі Ейлера для І-регулятора

$$u(t) = \frac{1}{T_i} \int_0^{t^*} e(t) dt; \quad u(k) = \frac{T_0}{T_i} \sum_{i=0}^k e(i) \quad (2.14)$$

і при інтегруванні методом трапецій

$$u(t) = \frac{1}{T_i} \int_0^{t^*} e(t) dt; \quad u(k) = \frac{T_0}{T_i} \sum_{i=1}^k \left[\frac{e(i) + e(i-1)}{2} \right] \quad (2.15)$$

Дискретні аналоги неперервного ПІ-алгоритму при різних методах інтегрування мають вигляд:

$$u(k)_{pi} = K_p \left(e(k) + \frac{T_0}{T_i} \sum_{i=0}^k e(i-1) \right),$$

$$u(k)_{pi} = K_p \left(e(k) + \frac{T_0}{T_i} \sum_{i=0}^k e(i) \right), \quad (2.16)$$

$$u(k)_{pi} = K_p \left(e(k) + \frac{T_0}{T_i} \sum_{i=1}^k \left[\frac{e(i) + e(i-1)}{2} \right] \right).$$

Аналогічно, дискретні аналоги неперервного ідеалізованого ПД-алгоритму зі класичною структурою залежно від способу дискретизації інтегральної складової описуються рівняннями:

$$\begin{aligned}
 u(k)_{pid} &= K_p \left(e(k) + \frac{T_0}{T_i} \sum_{i=0}^k e(i-1) + \frac{T_d}{T_0} [e(k) - e(k-1)] \right) \\
 u(k)_{pid} &= K_p \left(e(k) + \frac{T_0}{T_i} \sum_{i=0}^k e(i) + \frac{T_d}{T_0} [e(k) - e(k-1)] \right) \\
 u(k)_{pid} &= K_p \left(e(k) + \frac{T_0}{T_i} \sum_{i=1}^k \left[\frac{e(i) + e(i-1)}{2} \right] + \frac{T_d}{T_0} [e(k) - e(k-1)] \right)
 \end{aligned} \tag{2.17}$$

Застосовуючи Z- перетворення до ідеалізованих дискретних алгоритмів регуляторів отримуємо їх дискретні передаточні функції при інтегруванні за прямим та оберненим методами Ейлера і методом трапецій:

$$\begin{aligned}
 W_{pid}(z) &= K_p \left(1 + \frac{T_0}{T_i} \frac{z^{-1}}{1 - z^{-1}} + \frac{T_d}{T_0} (1 - z^{-1}) \right) \\
 W_{pid}(z) &= K_p \left(1 + \frac{T_0}{T_i} \frac{1}{1 - z^{-1}} + \frac{T_d}{T_0} (1 - z^{-1}) \right) \\
 W_{pid}(z) &= K_p \left(1 + \frac{T_0}{2T_i} \frac{1 + z^{-1}}{1 - z^{-1}} + \frac{T_d}{T_0} (1 - z^{-1}) \right)
 \end{aligned} \tag{2.18}$$

Наведені формули виражають позиційні алгоритми реалізації ПД-регуляторів в дискретній (цифровій формі). Суть позиційного алгоритму полягає в тому, що на кожному кроці керування розраховується позиція в якій повинен знаходитися регулюючий орган. Для цього керуючий сигнал $u[n]$ щоразу обчислюється заново, а всі попередні значення відхилення $e(i)$ необхідно запам'ятовувати.

Існує також рекурентний швидкісний алгоритм ПД-регулятора, більш придатний до реалізації в мікропроцесорних системах. Він характеризується тим, що для обчислення поточного значення сигналу керування $u[n]$

використовується його попереднє значення $u[n-1]$ і додаткова величина. При рекурентному методі на кожному кроці керування розраховується додаткове переміщення регулюючого органа від його попереднього положення.

Використовуючи метод прямокутників для апроксимації інтеграла, запишемо ПД- закон керування у дискретному вигляді

$$u[n] = K_p (\varepsilon[n] + \frac{T_0}{T_i} \sum_{i=0}^{n-1} \varepsilon[i] + \frac{T_d}{T_0} (\varepsilon[n] - \varepsilon[n-1])). \quad (2.19)$$

Щоб встановити рекурентний алгоритм, знайдемо різницю значень керування для двох послідовних кроків керування:

$$\begin{aligned} u[n] - u[n-1] &= K_p (\varepsilon[n] + \frac{T_0}{T_i} \sum_{i=0}^{n-1} \varepsilon[i] + \frac{T_d}{T_0} (\varepsilon[n] - \varepsilon[n-1])) - \\ &- K_p (\varepsilon[n-1] + \frac{T_0}{T_i} \sum_{i=0}^{n-2} \varepsilon[i] + \frac{T_d}{T_0} (\varepsilon[n-1] - \varepsilon[n-2])) = \\ &= K_p \left(\left(1 + \frac{T_d}{T_0} \right) \varepsilon[n] + \left(\frac{T_0}{T_i} - 1 - 2 \frac{T_d}{T_0} \right) \varepsilon[n-1] + \frac{T_d}{T_0} \varepsilon[n-2] \right) \end{aligned}$$

Введемо наступні позначення коефіцієнтів:

$$\begin{aligned} k_0 &= K_p \left(1 + \frac{T_d}{T_0} \right); \\ k_1 &= K_p \left(\frac{T_0}{T_i} - 1 - 2 \frac{T_d}{T_0} \right); \\ k_2 &= K_p \frac{T_d}{T_0}. \end{aligned} \quad (2.20)$$

У результаті, отримуємо швидкісний алгоритм ПД-закону керування для програмної реалізації засобами обчислювальної техніки у вигляді

$$u[n] = u[n-1] + k_0 \varepsilon[n] + k_1 \varepsilon[n-1] + k_2 \varepsilon[n-2]. \quad (2.21)$$

Приклад підпрограми [12] реалізації рекурентного ПД-алгоритму в мікропроцесорних засобах наведено в додатку.

Рекурентний алгоритм PID-регулятора при інтегруванні за прямим методом Ейлера можна також представити у вигляді класичної структури.

$$u(k)_{pid} = u(k-1) + K_p \left[e(k) - e(k-1) \right] + \frac{T_0}{T_i} e(k-1) + \frac{T_d}{T_0} [e(k) - 2e(k-1) + e(k-2)]$$

Застосувавши z - зображення до різницевого рівняння цифрового ПД- закону керування (2.21), отримаємо:

$$U(z) = \left(\frac{k_0}{1-z^{-1}} + \frac{k_1 z^{-1}}{1-z^{-1}} + \frac{k_2 z^{-2}}{1-z^{-1}} \right) E(z). \quad (2.22)$$

У результаті, передавальна функція ПД- регулятора у форматі цифрового фільтра має вигляд

$$W_{EOM}(z) = \frac{k_0 + k_1 z^{-1} + k_2 z^{-2}}{1-z^{-1}}. \quad (2.23)$$

Аналіз коефіцієнтів передавальної функції ЕОМ показує, що при $k_2=0$ реалізується ПІ- регулятор, а при $k_2=0$ і $k_0=k_1$ отримуємо ПІ- регулятор.

Дискретизація неперервних алгоритмів регулювання, заданих в операторній формі, може бути здійснена також при застосуванні Z - перетворення до S - передавальної функції. Формули такого переходу залежать від методу інтегрування: прямий метод Ейлера

$$s \rightarrow s^* = \frac{1}{T_0} \frac{1-z^{-1}}{z^{-1}} = \frac{1}{T_0} (z-1), \quad (2.24)$$

обернений метод Ейлера

$$s \rightarrow s^* = \frac{1}{T_0} (1-z^{-1}) = \frac{1}{T_0} \frac{z-1}{z}, \quad (2.25)$$

метод трапецій, (формула Тастіна)

$$s \rightarrow s^* = \frac{2}{T_0} \frac{1-z^{-1}}{1+z^{-1}} = \frac{2}{T_0} \frac{z-1}{z+1}. \quad (2.26)$$

Передавальна функція цифрового реального ПД-алгоритму при інтегруванні за прямим методом Ейлера

$$W_{pid}(z) = K_p \left(1 + \frac{T_0}{T_i} \frac{z^{-1}}{1 - z^{-1}} + \frac{\frac{T_d}{T_F} (1 - z^{-1})}{1 - \frac{T_F - T_0}{T_F} z^{-1}} \right)$$

Передавальна функція цифрового реального ПІД-алгоритму при інтегруванні за оберненим методом Ейлера.

$$W_{pid}(z) = K_p \left(1 + \frac{T_0}{T_i} \frac{1}{1 - z^{-1}} + \frac{\frac{T_d}{T_F + T_0} (1 - z^{-1})}{1 - \frac{T_F}{T_F + T_0} z^{-1}} \right)$$

Передавальна функція цифрового реального ПІД-алгоритму при інтегруванні за методом трапецій.

$$W_{pid}(z) = K_p \left(1 + \frac{T_0}{T_i} \frac{1 + z^{-1}}{1 - z^{-1}} + \frac{\frac{2T_d}{2T_F + T_0} (1 - z^{-1})}{1 - \frac{2T_F - T_0}{2T_F + T_0} z^{-1}} \right)$$

Контрольні запитання

1. Як поділяються ПІД-регулятори за структурою?
2. Яка різниця між ідеальним і реальним алгоритмами ПІД-регулятора?
3. Які умови реалізації безперервних регуляторів дискретними алгоритмами?
4. Які методи інтегрування використовують при реалізації ПІД-регуляторів цифровим способом?
5. У чому полягає різниця між позиційним і швидкісним рекурентним алгоритмом ПІД-регулятора?
6. Який математичний апарат застосовують для аналізу систем з цифровими регуляторами?

Приклад 2.1. Для безперервного ПІД-регулятора з параметрами $K_p=1.9$, $T_i=48$ с, $T_d=8$ с-1 знайти

передаточну функцію для цифрової реалізації алгоритму швидкісним рекурентним методом при періоді дискретизації $T_0 = 1$ с.

Рішення.

Знаходимо передаточну функцію дискретного ПІД-регулятора у форматі цифрового фільтра

$$W_{PID}(z) = \frac{k_0 + k_1 z^{-1} + k_2 z^{-2}}{1 - z^{-1}}$$

При використанні прямого методу інтегрування Ейлера коефіцієнти регулятора в цифровій формі знаходимо за формулами

$$k_0 = K_p \left(1 + \frac{T_d}{T_0} \right) = 1.9 \left(1 + \frac{8}{1} \right) = 17.1$$

$$k_1 = K_p \left(\frac{T_0}{T_i} - 1 - 2 \frac{T_d}{T_0} \right) = 1.9 \left(\frac{1}{48} - 1 - 2 \frac{8}{1} \right) = -32.26$$

$$k_2 = K_p \frac{T_d}{T_0} = 1.9 \frac{8}{1} = 15.2$$

Отже, швидкісний алгоритм ПІД-закон керування для програмної реалізації засобами обчислювальної техніки отримуємо у вигляді

$$W_{PID}(z) = \frac{17.1 - 32.26z^{-1} + 15.2z^{-2}}{1 - z^{-1}}$$

Таким чином, різницеве рівняння зручне для програмної реалізації в мікропроцесорній системі

$$u[n] = u[n-1] + 17.1\varepsilon[n] - 32.26\varepsilon[n-1] + 15.2\varepsilon[n-2].$$

Приклад 2.2. Для безперервного ПІ-регулятора з паралельною структурою знайти передаточну функцію у формі цифрового фільтра та алгоритм цифрової реалізації швидкісним рекурентним способом.

Рішення. Передавальна функція безперервного ПІ-регулятора

$$W_p(s) = K_p + K_i \frac{1}{s}$$

Для інтегрування використовуємо обернений метод Ейлера для якого

$$s^* = \frac{1}{T_0} \frac{z-1}{z}$$

Після підстановки

$$W_p(z) = K_p + K_i \frac{T_0 z}{z-1} = \frac{K_p(z-1) + K_i T_0 z}{z-1} = \frac{-K_p + (K_p + K_i T_0)z}{z-1}$$

Розділимо чисельник і знаменник дробу на z

$$W_p(z) = \frac{-K_p + (K_p + K_i T_0)z}{z-1} = \frac{(K_p + K_i T_0) - K_p z^{-1}}{1 - z^{-1}}$$

У результаті, передавальна функція ПІ-регулятора у формі цифрового фільтра

$$W_p(z) = \frac{a_0 + a_1 z^{-1}}{1 - z^{-1}},$$

де $a_0 = (K_p + K_i T_0)$, $a_1 = -K_p$.

На основі передавальної функції ПІ-регулятора різницеве рівняння приймає вигляд:

$$u[n] = u[n-1] + a_0 \varepsilon[n] + a_1 \varepsilon[n-1]$$

Завдання для самостійного вирішення

1. Знайти передаточну функцію ПІ-регулятора у формі цифрового фільтра та алгоритм цифрової реалізації швидкісним рекурентним способом при інтегруванні за прямим методом Ейлера.
2. Знайти передаточну функцію ПІ-регулятора у формі цифрового фільтра та алгоритм цифрової реалізації

швидкісним рекурентним способом при інтегруванні за методом трапецій.

3. Скласти блок-схему програмної реалізації ПІ-регулятора.

3. ІНЖЕНЕРНІ МЕТОДИ ВИЗНАЧЕННЯ ОПТИМАЛЬНИХ ПАРАМЕТРІВ ПІД-РЕГУЛЯТОРІВ

При розробці систем керування промисловими об'єктами, що будуються на основі типових алгоритмів актуальною для практики є задача знаходження оптимальних параметрів регуляторів, що забезпечують бажаний тип перехідного процесу для заданого об'єкта регулювання [1,2]. Оптимізовані промислові АСР повинні відповідати таким основним вимогам:

- Система повинна забезпечувати якість регулювання у перехідних процесах і в усталеному стані відповідно до вимог технологічного процесу.
- Система повинна мати запас стійкості, достатній для компенсації неточності визначення динамічної характеристики об'єкта та її змін в процесі експлуатації.

Вказані вимоги є суперечливими. На практиці, вибираючи між запасом стійкості та якістю регулювання, як правило, віддають перевагу першому, застосовуючи так звані “ослаблені” або “слабкі” параметри настроювання регулятора (робастність).

3.1. Експериментальний метод параметричного синтезу АСР

Експериментальний (формульний) метод ґрунтується на використанні параметрів кривої розгону ОР визначених експериментально.

Класично експеримент проводиться таким чином, що здійснюється ступінчаста зміна положення регулюючого органу на 15...20% РО (ходу регулюючого органу). В ході експерименту фіксуються значення регульованої величини через певні інтервали часу. В результаті отримують криву розгону об'єкта (рис.3..1). На етапі пуско-налагоджувальних робіт в експерименті можуть використовуватися змонтовані технічні засоби такі як, ручний задавач, контрольно-вимірювальні прилади чи SCADA-система.

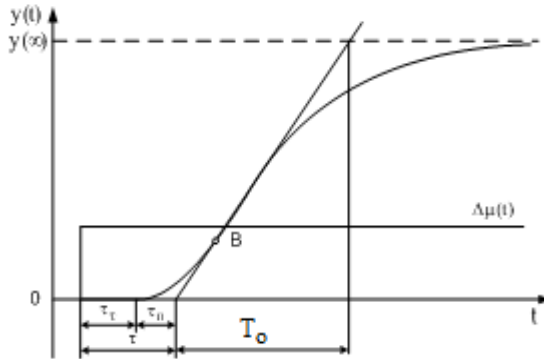


Рис. 3..1. Крива розгону об'єкта управління

Об'єкт ідентифікується диференціальним рівнянням першого порядку і має час постійного запізнення τ , сталу часу T_o та коефіцієнт передачі по досліджуваному каналу K_o . Передавальна функція об'єкта приймається у вигляді аперіодичної ланки першого порядку з запізненням (*FOPDT - first order plus delay time model*)

$$W_o(s) = \frac{K_o}{T_o s + 1} e^{-\tau s} \quad (3..1)$$

В точці перегину B (рис.3..1) ставиться дотична, далі з графіка визначаються сталу часу T_o та час запізнення τ . Коефіцієнт передачі об'єкта знаходять за формулою

$$K_o = \frac{\Delta y}{\Delta \mu} \quad (3..2)$$

Коефіцієнт передачі K_o має розмірність *т.о.в у/%РО*, де через *т.о.в у* позначено технологічні одиниці вимірювання вихідної величини.

Співвідношення запізнення і постійної часу об'єкта служить для вибору типу регулятора:

- позиційний регулятор при $\frac{\tau}{T_o} < 0.2$;

- неперервний закон регулювання при $0.2 \leq \frac{\tau}{T_o} \leq 0.8$;
- імпульсне або багатоконтурне регулювання при $\frac{\tau}{T_o} \geq 0.8$.

За визначеними із кривої розгону параметрами об'єкта оптимальні настроювання регуляторів знаходять за формулами наведеними в таб.3..1, які забезпечують перехідний процес з мінімальним часом регулювання:

Таблиця 3..1.

Оптимальні настроювання регуляторів за експериментальним методом

Регулятор	Оптимальне настроювання		
	$K_{p,onn}$	$T_{i,onn}$	$T_{d,onn}$
П	$\frac{0.3T_o}{K_o\tau}$	–	–
ПІ	$\frac{0.6T_o}{K_o\tau}$	$0,6T_o$	–
ПІД	$\frac{0.95T_o}{K_o\tau}$	$2,4\tau$	$0,4\tau$

Контрольні запитання.

1. Які вимоги ставляться до якості роботи промислових АСР?
2. Якими передаточними функціями ідентифікують об'єкт при експериментальному методі оптимізації?
3. Які умови проведення експерименту на об'єкті управління?
4. Які недоліки і переваги експериментального методу оптимізації АСР?
5. Які критерії вибору закону регулювання АСР?

Приклад 3.1. Експериментальним методом знайти оптимальні настроювання ПІД регулятора. Результати

експериментальних досліджень теплообмінника як об'єкта управління при 20% переміщенні регулюючого органа наведено в табл.3..2

Таблиця.3.. 2

Експериментальні дані

t, c	0	10	15	20	25	30	35	40
$T, ^\circ C$	20	20	20,5	21	23	24,4	26,3	27,9

t, c	50	60	70	90	120	140
$T, ^\circ C$	30,6	32,6	34,3	36,5	38,4	39,0

Рішення

На рис.3..3.. наведено експериментальну криву розгону об'єкта із якого видно, що об'єкт може бути ідентифіковано аперіодичною ланкою із запізненням.

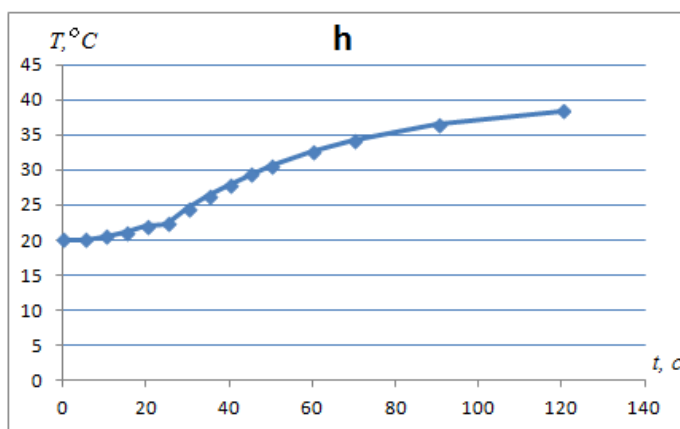


Рис..3..3.. Крива розгону об'єкта управління

Передавальна функція еквівалентного об'єкта за каналом керування має вигляд

$$W_{eo}(s) = \frac{K_o}{T_o s + 1} e^{-\tau s}$$

Коефіцієнт передачі об'єкта знаходимо за формулою

$$K_o = \frac{\Delta T}{\Delta U} = \frac{20}{20} = 1 \frac{^{\circ}\text{C}}{\% \text{PO}},$$

де ΔU - переміщення регулюючого органа (РО) .

Для визначення постійної часу об'єкта T_o і постійного запізнення τ (транспортного та перехідного) перерахуємо криву розгону у перехідну характеристику і здійснимо додаткові побудови, як це показано на рис. 3..3

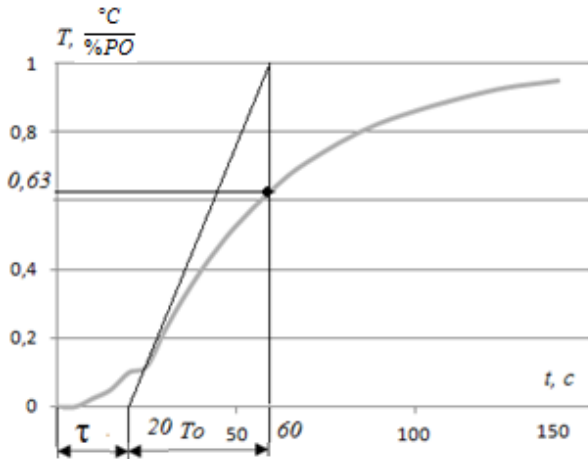


Рис.3..3. Перехідна характеристика об'єкта

З рис.3..3 знаходимо, що постійна часу еквівалентного об'єкта $T_o=40$ с та постійне запізнення $\tau=20$ с, отже, передавальна функція ідентифікованого об'єкта

$$W_o(s) = \frac{1}{40s + 1} e^{-20s}.$$

За формулами наведеними в табл.2 на основі визначених параметрів об'єкта знаходимо значення оптимальних налаштувань ПД регулятора:

Коефіцієнт передачі регулятора

$$K_{opt} = \frac{0.95T_o}{K_o\tau} = \frac{0.95 \cdot 40}{1 \cdot 20} = 1.9.$$

Постійна часу інтегруючої складової регулятора (час ізодрома)

$$T_{ionm} = 2.4\tau = 2,4 \cdot 20 = 48.$$

Коефіцієнт передачі при диференціюючій складовій (час випередження)

$$T_{donm} = 0.4\tau = 0,4 \cdot 20 = 8.$$

Перерахуємо параметри регулятора із класичної структури в паралельну за формулами

$$K_{ponm} = 1.9$$

$$K_{ionm} = \frac{K_{ponm}}{T_{ionm}} = \frac{1.9}{48} = 0,04$$

$$K_{donm} = K_{ponm} T_{donm} = 1.9 \cdot 8 = 15.2$$

Складемо Simulink модель замкнутої системи (рис.3..4)

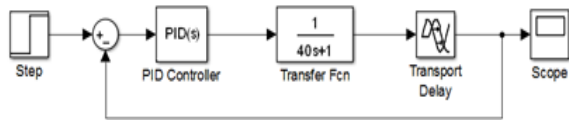


Рис.3..4.Схема моделювання АСР

Результати моделювання наведено на рис.3.5

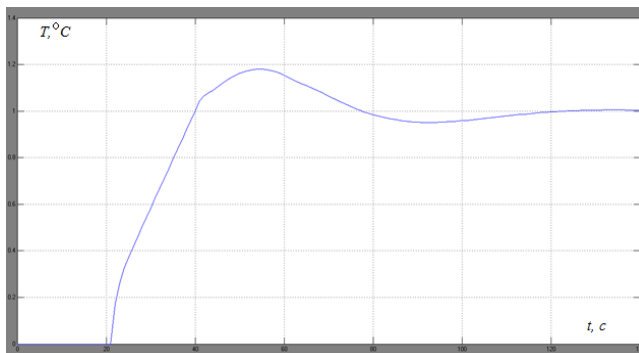


Рис.3..5. Перехідна характеристика розрахованої системи.

З перехідної характеристики знаходимо параметри якості регулювання:

Перерегулювання $\sigma=19\%$.

Час регулювання $t_p=85$ с.

Усталена помилка $\delta=0$.

3.3..Метод незгасаючих коливань Циглера – Нікольса (Ziegler -Nichols)

При відомій передаточній функції еквівалентного об'єкта $W_{eo}(s)$ оптимальні настроювання регулятора можна знайти методом незгасаючих коливань. За критерієм стійкості Найквіста автоматична система регулювання розміщується на межі стійкості, тобто здійснює коливання вихідної величини з постійними амплітудою і частотою, якщо характеристичне рівняння такої системи дорівнює нулю. Отже, для одноконтурної АСР умова виникнення автоколивань

$$1 + W_{pez}(s)W_{eo}(s) = 0 \quad (3..3)$$

В частотному домені рівняння (3..3) набирає вигляду

$$W_{pez}(j\omega)W_{eo}(j\omega) = -1, \quad (3..4)$$

або в експоненціальній формі

$$A_{pez}(\omega)e^{j\varphi_{pez}(\omega)}A_{eo}(\omega)e^{j\varphi_{eo}(\omega)} = -1. \quad (3..5)$$

Комплексне рівняння (3..4) виконується за умов, що

$$\begin{cases} A_{pez}(\omega_{кр})A_{eo}(\omega_{кр}) = 1 \\ \varphi_{pez}(\omega_{кр}) + \varphi_{eo}(\omega_{кр}) = \pi \end{cases} \quad (3..6)$$

Спочатку на першому етапі розрахунку приймається, що регулятор базується на П-законі регулювання з частотною характеристикою

$$W_{pez}(j\omega) = A_{pez}(\omega)e^{j\varphi_{pez}(\omega)} = K_{pez} \quad (3..7)$$

Тоді система рівнянь (3..6) набирає такого вигляду:

$$\begin{cases} K_{кр} = \frac{1}{A_{eo}(\omega_{кр})} \\ \varphi_{eo}(\omega_{кр}) = \pi \end{cases} \quad (3..8)$$

Із другого рівняння системи (3..8) знаходять критичну частоту коливань $\omega_{кр}$. Підставивши цю частоту у перше рівняння системи (3..8) отримують критичний коефіцієнт підсилення регулятора $K_{кр}$.

Далі на другому етапі за знайденими критичними параметрами $K_{кр}$ і $\omega_{кр}$ розраховують оптимальні значення параметрів регулятора за формулами, наведеними в табл.3..3.

Таблиця.3..3

Оптимальні настроювання регуляторів

Регулятор	Оптимальне настроювання		
	$K_{p,opt}$	$K_{i,opt}$	$K_{d,opt}$
П	$0,5K_{кр}$	—	—
ПІ	$0,45K_{кр}$	$0,986K_{кр}\omega_{кр}$	—
ПІД	$0,6K_{кр}$	$0,192K_{кр}\omega_{кр}$	$0,47\frac{K_{кр}}{\omega_{кр}}$

Розраховані за табл.3..3 настроювання регулятора забезпечують ступінь загасання $\psi = 0.75...0.9$ та перерегулювання не більше 20%.

Контрольні запитання

1. На якому критерії стійкості ґрунтується метод незгасаючих коливань?
2. Для якого типу регулятора знаходять критичні параметри в методі незгасаючих коливань?
3. Як за критичними параметрами знаходять оптимальні настроювання регуляторів в методі незгасаючих коливань?
4. Які переваги і недоліки оптимізації АСР за методом незгасаючих коливань?
5. Які критерії оптимальності забезпечуються методом незгасаючих коливань?

Приклад.3..3.Знайти оптимальні значення параметрів ПД-регулятора методом незгасаючих коливань (Циглера-Нікольса), якщо передавальна функція еквівалентного об'єкта за каналом керування має вигляд

$$W_{eo}(s) = \frac{1}{25s+1} e^{-10s}.$$

Рішення

На основі передавальної функції об'єкта знаходимо його комплексну частотну характеристику підстановкою $s = j\omega$

$$W_{eo}(j\omega) = \frac{1}{25j\omega+1} e^{-10j\omega}$$

З комплексної частотної характеристики знаходимо вираз для амплітудно- частотної характеристики

$$A_{eo}(\omega) = \frac{k}{\sqrt{T_o^2 \omega^2 + 1}} = \frac{1}{\sqrt{25^2 \omega^2 + 1}}$$

Вираз для розрахунку амплітудно- частотної АФХ

$$\varphi_{eo}(\omega) = -(\arctg T\omega + \tau\omega) = -(\arctg 25\omega + 10\omega)$$

На першому етапі приймаємо, що регулятор реалізує пропорційний закон регулювання, тобто є П-регулятором. На основі критерію стійкості Найквіста, умови знаходження системи регулювання на межі стійкості і виникнення незгасаючих коливань приймають вигляд

$$\begin{cases} K_{кр} A_{eo}(\omega_{кр}) = K_{кр} \frac{1}{\sqrt{25^2 \omega_{кр}^2 + 1}} = 1 \\ \varphi(\omega_{кр}) = -(\arctg 25\omega_{кр} + 10\omega_{кр}) = -\pi \end{cases}$$

З другого рівняння системи рівнянь методом послідовних наближень знаходимо значення критичної частоти $\omega_{кр}$. Результати розрахунків засобами Excel подано в табл.3..5

Таблиця 3..5.

ω, c^{-1}	0	0,01	0,17	0,175	0,177	0,18	0,182
$\varphi(\omega),$ <i>град</i>	0	19,7	174,2 5	177,4 8	178,7 7	180,6 9	181,9 8

З таблиці видно, що критичне значення частоти складає $\omega_{кр} = 0.18 c^{-1}$ при $\varphi(\omega) = 180$ град.

Використовуючи критичне значення частоти з першого рівняння системи знаходимо критичне значення коефіцієнта передачі П-регулятора

$$K_{кр} = \frac{1}{\sqrt{25^2 0,18^2 + 1}} = 4,6$$

На другому етапі за отриманими критичними значеннями знаходимо оптимальні параметри настроювання ПІД-регулятора за табличними формулами:

Коефіцієнт передачі пропорційної складової регулятора

$$K_{ронт} = 0,6K_{кр} = 0,6 \cdot 4,6 = 2,776.$$

Коефіцієнт передачі інтегруючої складової регулятора

$$K_{іонт} = 0,192K_{кр}\omega_{кр} = 0,6 \cdot 4,6 \cdot 0,18 = 2,074 = 0,085$$

Коефіцієнт передачі диференціюючої складової регулятора

$$K_{донт} = \frac{0,471K_{кр}}{\omega_{кр}} = \frac{0,471 \cdot 4,6}{0,18} = 12,06.$$

Знайдені значення параметрів ПІД-регулятора повинні забезпечувати в замкнутій системі перерегулювання не більше 20 %. Для перевірки правильності розрахунків проведемо моделювання системи автоматичного регулювання в MatLab Simulink (рис.3.6)

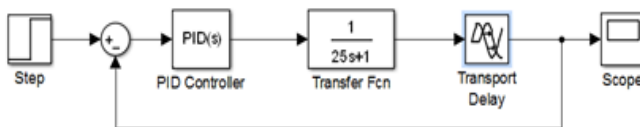


Рис.3..6. Simulink модель розрахованої системи.

Результати моделювання наведено на ри.3.7.

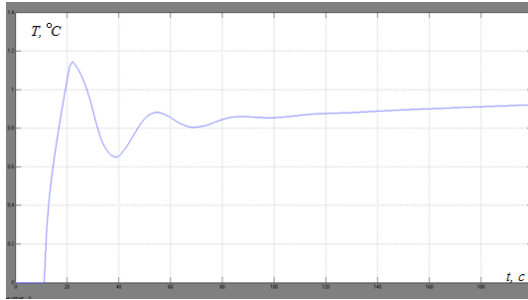


Рис.3. 7. Перехідна характеристика САР.

З рис.3.7. знаходимо прями показники якості регулювання: перерегулювання $\sigma = 17\%$, час регулювання $t_{рег} = 140\text{ c}$, усталена похибка прямує до нуля $\delta = 0$.

Завдання на самостійне опрацювання

Для об'єкта з передавальною функцією:

$$W_{eo}(s) = \frac{1}{25s + 1} e^{-10s}$$

1. Знайти оптимальні налаштування П-регулятора.
2. Провести комп'ютерне моделювання і визначи якість регулювання системи з П-регулятором.
3. Знайти оптимальні налаштування ІІ-регулятора.
4. Провести комп'ютерне моделювання і визначи якість регулювання системи з ІІ-регулятором.
5. Провести порівняльний аналіз якості регулювання при різних типах регуляторів

4. БАГАТОПАРАМЕТРИЧНИЙ СИНТЕЗ АСР

Задачу параметричного синтезу АСР можна сформулювати таким чином: задано еквівалентний об'єкт системи керування і за заданими показниками якості необхідно визначити параметри налаштування регулятора.

У загальному випадку при застосуванні методів синтезу для знаходження параметрів ПД-регулятора [3,4,5] спочатку вибирається критерій оптимальності, яким може бути один із показників якості або комплексний критерій, що складається з декількох показників з різними ваговими коефіцієнтами. До критерію додаються обмеження, що накладаються вимогами запасів стійкості чи робастності, і таким чином формується критеріальна функція, що залежить від параметрів регулятора. Потім використовуються числові методи мінімізації критеріальної функції з заданими обмеженнями. В результаті визначають параметри регулятора, які задовольняють поставленим вимогам.

Методи параметричного синтезу розповсюджуються і на ПД-ІМ (імпульсні) та ПД-ШІМ (широтно-імпульсні) регулятори.

4.1. Метод розширених комплексних частотних характеристик

Метод розширених комплексних частотних характеристик відзначається універсальністю та забезпечує необхідний запас стійкості системи. Найпростіше запас стійкості системи визначають на основі аналізу перехідного процесу в системі за допомогою коефіцієнта згасання коливань (рис.4..1).

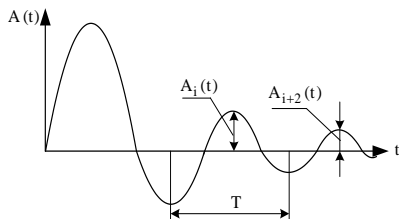


Рис.4..1. До визначення коефіцієнта згасання коливань

Цей коефіцієнт визначається відношенням різниці амплітуд одного знаку взятих через період до першої з них

$$\psi = \frac{A_i - A_{i+2}}{A_i} \quad (4.1)$$

Як показник запасу стійкості, застосовується також кореневий показник коливальності m , що визначається для найбільш слабо згасаючої компоненти загального перехідного процесу системи

$$m = \left| \frac{\alpha_k}{\omega_k} \right| = \left| \frac{\operatorname{Re}(s_k)}{\operatorname{Im}(s_k)} \right| \quad (4.2)$$

де $\operatorname{Re}(s_k)$, $\operatorname{Im}(s_k)$ - відповідно дійсна та уявна частини пари комплексно-спряжених домінуючих коренів s_k .

При цьому припускається, що для оцінки поведінки системи в цілому достатньо пари комплексно-спряжених коренів характеристичного рівняння, розташованих найближче до уявної вісі (рис.4..2)

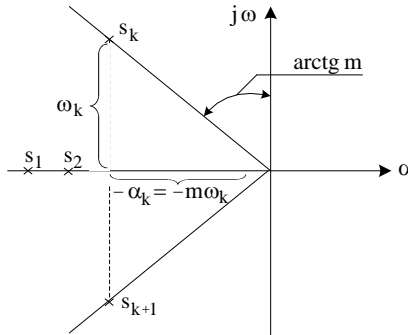


Рис.4..2. До визначення показника коливальності m

Існує однозначна залежність між вказаними параметрами: $\Psi = 1 - e^{-2\pi m}$ (табл.4.1). Також за кореневим показником коливальності m можна оцінити перегулювання: $\sigma \leq e^{-\pi m} 100\%$.

Таблиця 4.1

Залежність між параметрами запасів стійкості

ψ	0.7500	0.8000	0.8500	0.9000	0.9500
m	0.2206	0.2562	0.3019	0.3665	0.4768

Розширені частотні характеристики регулятора і еквівалентного об'єкта отримуються із передавальних функцій шляхом підстановки

$$s = -m\omega + j\omega \quad (4..3)$$

Метод розширених частотних характеристик ґрунтується на такому самому принципі, що і метод незгасаючих коливань, із тією різницею, що умова (2.4) виконується при заданому показнику коливальності m , тобто

$$W_o(m, j\omega)W_p(m, j\omega) = -1, \quad (4..4)$$

де $W_o(m, j\omega)$, $W_p(m, j\omega)$ – розширені комплексні частотні характеристики (КЧХ) об'єкта і регулятора відповідно.

Звідси вираз для передавальної функції регулятора

$$W_p(m, j\omega) = -\frac{1}{W_o(m, j\omega)} = -W_o^*(m, j\omega). \quad (4..5)$$

Передаточну функцію $W_o^*(m, j\omega)$ називають інверсною (оберненою) розширеною КЧХ об'єкта.

Застосування методу розширених частотних характеристик розглянемо на прикладі системи з ПІ – регулятором

$$W_p(s) = K_p + \frac{K_i}{T_i s}. \quad (4..6)$$

Запишемо частотні характеристики регулятора і об'єкта у комплексній алгебраїчній формі:

$$W_p(m, j\omega) = \operatorname{Re}_p(m, \omega) + j \operatorname{Im}_p(m, \omega)$$

$$W_o^*(m, j\omega) = \operatorname{Re}_o^*(m, \omega) + j \operatorname{Im}_o^*(m, j\omega)$$

Для виконання умови (4..4) прирівнюємо дійсні та уявні частини КЧХ регулятора і об'єкта

$$\operatorname{Re}_p(m, \omega) = -\operatorname{Re}_o^*(m, \omega) \quad (4..7)$$

$$\operatorname{Im}_p(m, \omega) = -\operatorname{Im}_o^*(m, \omega) \quad (4..8)$$

Ліва частина рівнянь (4..7), (4..8) залежить від параметрів регулятора, які підлягають визначенню, а права частина – від частоти ω і параметрів об'єкта, що підлягають визначенню.

Дійсну та уявну частини розширеної КЧХ ПІ-регулятора знаходять за формулами:

$$\operatorname{Re}_p(m, \omega) = K_p - \frac{K_p m}{T_i \omega (m^2 + 1)} \quad (4..9)$$

$$\operatorname{Im}_p(m, \omega) = \frac{K_p}{T_i \omega (m^2 + 1)} \quad (4..10)$$

Після підстановки (4..9), (4..10) у систему рівнянь (4..7), (4..8) і розв'язку її відносно параметрів регулятора отримуємо рівняння границі області заданого ступеня згасання коливань в параметричній формі:

$$K_p = m \operatorname{Im}_o^*(m, \omega) - \operatorname{Re}_o^*(m, \omega), \quad (4..11)$$

$$\frac{K_p}{T_i} = \omega (m^2 + 1) \operatorname{Im}_o^*(m, \omega), \quad (4..12)$$

де $\operatorname{Re}_o^*(m, \omega)$, $\operatorname{Im}_o^*(m, \omega)$ - дійсна та уявна частини інверсної (оберненої) розширеної КЧХ об'єкта.

Далі задаючись бажаним значенням $m = const$ і змінюючи з певним кроком частоту ω будують лінію заданого ступеня згасання коливань системи в площині параметрів настроювання регулятора за виразами (4..11) і (4..12). Графік цієї лінії має характерний вигляд показаний на рис.4..4..

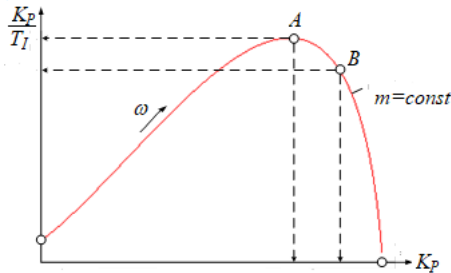


Рис. 4..4.. Лінія рівного ступеня коливальності m

З рис 4.3 видно що однакова ступінь затухання досягається при різних значеннях частоти ω . Оптимальні параметри регулятора визначаються з умови, що робоча частота відповідає максимальному значенню $\omega_p = \omega_{max}$, якій відповідає точка А на графіку. В цій точці також оптимальне значення приймає лінійна інтегральна оцінка якості АСР. Якщо робочу частоту вибрати з умови $\omega_p = 1.2\omega_{max}$ в точці В, то крім заданого перерегулювання оптимізується також квадратична оцінка якості регулювання.

Отже, знайдені таким способом параметри регулятора одночасно мінімізують і інтегральні помилки, і максимальні відхилення регульованої величини викликані стрибкоподібними збуреннями, що діють на об'єкт по будь-якому каналу.

Контрольні запитання

1. Яким показником оцінюють бажаний запас стійкості в методі розширених комплексних частотних характеристик?
2. Яка геометрична інтерпретація кореневого показника коливальності замкнутої системи регулювання m ?
3. Як із передавальних функцій отримують розширені комплексні частотні характеристики АСР?
4. Яким способом знаходять рівняння границі області заданого ступеня згасання коливань?
5. Для чого служать побудови ліній рівного ступеня коливальності m ?

Приклад 4.1. Знайти вирази для розширених комплексних частотних характеристик ПІ- регулятора з паралельною структурою

Розв'язок

Передавальна функція регулятора

$$W_p(s) = K_p + \frac{K_i}{s}$$

Зробимо підстановку $s = -m\omega + j\omega$

$$W_p(m, \omega) = K_p + \frac{K_i}{-m\omega + j\omega}$$

Позбудемось комплексності в знаменнику дробу

$$W_p(m, \omega) = K_p + \frac{K_i(-m\omega - j\omega)}{(-m\omega + j\omega)(-m\omega - j\omega)}$$

Звідси вираз для розширеної комплексної частотної характеристик ПІ- регулятора

$$W_p(m, \omega) = \left[K_p - \frac{K_i m}{\omega(m^2 + 1)} \right] + j \frac{K_i}{\omega(m^2 + 1)} .$$

Приклад 4.2. Знайти вирази для дійсної і уявної частин оберненої розширеної комплексної частотної характеристики об'єкта з передавальною функцією у вигляді аперіодичної ланки із запізненням.

Передавальна функція об'єкта

$$W_o(s) = \frac{K_o}{T_o s + 1} e^{-\tau s}$$

Інверсна передавальна функція об'єкта

$$W_o^*(s) = \frac{T_o s + 1}{K_o} e^{\tau s}$$

Підставимо

$$s = -m\omega + j\omega$$

Інверсна комплексна розширена частотна характеристика об'єкта

$$W_o^*(m, j\omega) = \frac{T_o(-m\omega + j\omega) + 1}{K_o} e^{\tau(-m\omega + j\omega)} .$$

Після виконання перетворень отримуємо вираз для дійсної інверсної розширеної частотної характеристика об'єкта

$$R_{eo}^*(m, \omega) = \frac{-T_o m \omega + 1}{K_o} e^{-\tau m \omega} \cos \tau \omega - \frac{-T_o \omega}{K_o} e^{-\tau m \omega} \sin \tau \omega$$

та уявної інверсної розширеної частотної характеристика об'єкта

$$I_{mo}^*(m, \omega) = \frac{T_o m \omega - 1}{K_o} e^{-\tau m \omega} \sin \tau \omega - \frac{-T_o \omega}{K_o} e^{-\tau m \omega} \cos \tau \omega$$

Завдання на самостійне опрацювання

Для об'єкта з передавальною функцією:

$$W_{oe}(s) = \frac{1}{25s + 1}$$

1. Знайти вирази для дійсної і уявної частин оберненої розширеної комплексної частотної характеристики об'єкта.
2. Знайти рівняння границі області постійного ступеня згасання коливачь m відносно параметрів ПІ-регулятора в параметричній формі.
3. Побудувати лінію рівного ступеня коливальності при $m=0.3$ та визначити оптимальні параметри ПІ-регулятора для заданого об'єкта.

4..2. Метод багатокритеріальної параметричної оптимізації

Особливо важливим для практичного використання є новий сучасний алгоритм багатокритеріальної параметричної оптимізації автоматичних систем регулювання [6, 7]. Оптимізація систем за методом багатокритеріального оптимуму базується на забезпеченні заданого розміщення домінуючих коренів характеристичного рівняння системи і поєднує принципи модального управління із методами розширених частотних характеристик і методу кратних коренів [8,9]. Цей метод дає змогу одночасно максимізувати

швидкодію, ступінь стійкості, фільтруючі властивості системи, тобто забезпечити одночасний оптимум найважливіших характеристик системи в усталених та перехідних процесах.

В даному методі, як критерії швидкодії, розглядаються середньгеометричний полюс Ω_0 [100, 106-108]:

$$\Omega_0 \equiv \sqrt[n]{\prod_{k=1}^n |s_k|} \equiv \sqrt[n]{a_0} \quad , \quad (4..13)$$

де a_0 – вільний член характеристичного рівняння замкненої системи.

Характеристичне рівняння замкненої АСР

$$\Delta(s) = a_0 s^n + a_1 s^{n-1} + \dots + a_{n-1} s + a_n = 0$$

можна представити також у вигляді:

$$\Delta(s) \equiv \sum_{k=0}^n a_k s^k \equiv \prod_{k=1}^n (s - s_k) = 0. \quad (4..14)$$

Необхідний запас стійкості визначається за ступенем стійкості η

$$\eta \equiv \inf(-\beta_k) \geq \eta_\delta, \quad (4..15)$$

де η_δ - допустиме значення; β_k - дійсна частина кореня характеристичного рівняння замкненої системи, $\inf()$ -істотний інфімум (супремум істотних нижніх меж).

Фільтруючі властивості системи по відношенню до гармонічних складових спектру збурень оцінюються величиною АЧХ замкненої системи $|\Phi(j\omega)|$ по каналу еквівалентного збурення, приведеного до виходу об'єкта.

Метод кратних коренів полягає у призначенні характеристичному рівнянню замкненої системи коренів другої (або вищої) кратності, що забезпечує максимізацію вільного члена характеристичного рівняння і, як наслідок, мінімізацію дисперсії регульованої величини при низькочастотних збуреннях.

Оскільки оптимізація системи пов'язана зі зміною η , a_0 , $|\Phi(j\omega)|$, то домінуючими є ті полюси, зміна

розміщення яких найбільше впливає на зміну вказаних критеріїв.

Для систем з типовими регуляторами розміщення домінуючих коренів визначається з характеристичного рівняння

$$\Delta(s) = 1 + W_p(s)W_o(s) = 0, \quad (4..16)$$

де $W_p(s)$, $W_o(s)$ - передавальні функції регулятора та об'єкта.

Вимоги досягнення багатокритеріального оптимуму стосовно систем з ПДД-регуляторами полягають у забезпеченні двох ідентичних пар комплексно-спряжених коренів характеристичного рівняння ($n_o = 4$), що мають вигляд [93]:

$$s_{1,2} = -m\omega \pm j\omega$$

$$s_{3,4} = -m\omega \pm j\omega$$

Для цього повинні виконуватися рівності:

$$\Delta(s) \Big|_{s=s_1} = 0 \quad (4..17)$$

$$\frac{d\Delta(s)}{ds} \Big|_{s=s_1} = 0 \quad (4..18)$$

Умови (4..17) і (4..18) виконуються, коли рівні нулю дійсні і уявні частини цих рівнянь. Таким чином, отримуємо систему з чотирьох рівнянь, які є нелінійними відносно параметрів налаштування.

$$\begin{cases} eq_1 := \operatorname{Re} [\Delta(s)]_{s=s_1} = 0 \\ eq_2 := \operatorname{Im} [\Delta(s)]_{s=s_1} = 0 \\ eq_3 := \operatorname{Re} \left[\frac{d\Delta(s)}{ds} \right]_{s=s_1} = 0 \\ eq_4 := \operatorname{Im} \left[\frac{d\Delta(s)}{ds} \right]_{s=s_1} = 0 \end{cases} \quad (4..19)$$

Наведена система рівнянь може бути розв'язана за допомогою числових методів. В результаті можна визначити параметри регулятора K_p , T_i , T_d і власну частоту АСР з неперервним ПІД-регулятором. Отриманий таким чином розв'язок забезпечує також виконання умови

$$\left[\left(\frac{K_p}{T_i} \right)_{\max} \right]_{\max},$$

тобто мінімізацію дисперсії регульованої величини при низькочастотних збуреннях.

Для систем з ПІ - регуляторами умова багатокритеріального оптимуму полягає у забезпеченні за рахунок відповідного вибору параметрів їх настроювання трьох домінуючих коренів ($n_0 = 3$) характеристичного рівняння замкненої АСР у вигляді:

$$s_{1,2} = -m\omega \pm j\omega$$

$$s_3 = -m\omega$$

Для цього повинні виконуватися рівності

$$\Delta(s) \Big|_{s=s_3} = 0 \quad (4..20)$$

$$\Delta(s) \Big|_{s=s_1} = 0 \quad (4..21)$$

Із виразів (4..20), (4..21) отримуємо систему рівнянь (4..22). За допомогою її числового розв'язку можна визначити параметри настроювання K_p, T_i та власну частоту ω АСР з ПІ-регулятором.

$$\begin{cases} eq_1 := \operatorname{Re} [\Delta(s)]_{s=s_1} = 0 \\ eq_2 := \operatorname{Im} [\Delta(s)]_{s=s_1} = 0 \\ eq_3 := [\Delta(s)]_{s=s_3} = 0. \end{cases} \quad (4..22)$$

В АСР реалізуються процеси відпрацювання завдання і компенсації збурень, однак при збільшенні m динамічна точність відпрацювання завдання покращується, а компенсації збурення - погіршується. Тому для знаходження компромісного рішення пропонується критерій оптимальності у вигляді виразу, що враховує показники динамічної точності та стійкості системи

$$S = \delta J_g + \delta J_f + \delta m. \quad (4..23)$$

де $\delta_{J_g} = \frac{J_g / \tau}{(J_g / \tau)_{\max}}$ $\delta_{J_f} = \frac{J_f / \tau}{(J_f / \tau)_{\max}}$ - інтегральні оцінки

якості каналів у відносних одиницях та нормовані до одиниці;

$\delta m_i = \frac{m_i}{(m_i)_{\max}}$ - показник коливності нормований до

одиниці.

Оптимальне співвідношення “динамічна точність-стійкість” досягається в замкнутій системі, для якої

$$J = \frac{S}{(S)_{\max}} = \min \quad (4..24)$$

При цьому встановлено, що для розрахунку систем з об’єктами першого порядку необхідно приймати значення $m = 0.3$, а для об’єктів другого порядку - $m = 0.5$.

Контрольні запитання

1. На яких принципах базується оптимізація систем за методом багатокритеріального оптимуму?
2. Які критерії оптимального співвідношення

- “динамічна точність-стійкість” в методі багатокритеріального оптимуму?
3. Які вимоги досягнення багатокритеріального оптимуму для систем з ПД-регуляторами?
 4. За яких умов досягається багатокритеріальний оптимум в замкнутій системі ПІ-регулятором?
 5. Як визначають параметри настроювання K_p , T_i , T_d і власну частоту АСР з ПД-регулятором в методі багатокритеріального оптимуму?

Приклад 4.3.

Методом багатокритеріального оптимуму синтезувати систему регулювання з ПІ-регулятором для астатичного об'єкта із запізненням при: $K_o=1$; $\tau=10$; $T=100$; $m=0.5$.

Рішення

Розрахунок неперервної АСР з ПІ-регулятором за методом багатокритеріальної параметричної оптимізації виконуємо в програмному середовищі *Maple*:

> restart;

Передавальні функції об'єкта і регулятора

> $W_o := K_o * \exp(-s * \tau) / (T * s + 1)$; $W_r := K_p * (1 + 1 / (T_i * s))$;

$$W_o := \frac{K_o e^{(-s \tau)}}{T s + 1}$$

$$W_r := K_p \left(1 + \frac{1}{T_i s} \right)$$

Характеристичний поліном

> $ds1 := \text{numer}(1 + W_r * W_o)$;

Система рівнянь багатокритеріального оптимуму

> $s := -m * \omega - I * \omega$;

$$s := -m \omega - \omega I$$

> $eq1 := \text{evalc}(\text{Re}(ds1)) = 0$; $eq1 := \text{simplify}(eq1)$;

> $eq2 := \text{evalc}(\text{Im}(ds1)) = 0$; $eq2 := \text{simplify}(eq2)$;

> $s := -m * \omega$;

$$s := -m \omega$$

> $eq3 := ds1 = 0$; $eq3 := \text{simplify}(eq3)$;

Параметри об'єкта і регулятора

```
> Ko:=1;tau:=10;T:=100;m:=0.5;Digits:=20:  
Ko := 1  
τ := 10  
T := 100  
m := 0.5
```

Числовий розв'язок системи рівнянь

```
> eq1:=evalf(eq1):eq2:=evalf(eq2):eq3:=evalf(eq3):  
> resPI:=fsolve({eq1,eq2,eq3},{Kp,Ti,omega},{Kp=1..10,Ti=1..2  
00,omega=0.001..0.1});  
  
resPI := { Kp = 6.7892040573962241925, Ti = 33.123013057298916454,  
ω = 0.089912112528894952997 }  
> assign(resPI);
```

Список використаних операторів:

simplify (-) - призначена для здійснення операції спрощення, виразів, який передається цій функції як параметр,
evalc() - призначена для обчислення комплексних чисел,
evalf() призначена для обчислення виразів зі звичайними,
s – список, множина, послідовність або рядок,
numer(exp) – виділяє чисельник дробу,
denom(exp) – виділяє знаменник дробу,

Завдання для самостійного вирішення

За умовою і рішенням **прикладу 4.3** виконати:

1. Побудувати перехідну характеристику системи з оптимальними параметрами ПІ-регулятора.
2. За перехідною характеристикою визначити прямі показники якості регулювання.
3. Побудувати годограф розімкнутої системи і визначити запаси стійкості за амплітудою і фазою.
4. Знайти корені характеристичного рівняння і побудувати схему розташування коренів на комплексній площині .
5. Визначити степеневі критерії якості регулювання.

5. СИНТЕЗ СИСТЕМ МЕТОДОМ МОДАЛЬНОГО УПРАВЛІННЯ

Синтез систем методом модального управління полягає у знаходженні управління яке забезпечує поставлені вимоги:

- до динамічних показників якості проектованої системи.
- до необхідної точності цієї системи.

Цей метод одержав широкий розвиток для задач синтезу автоматичних систем управління об'єктами із великим числом параметрів стану, як для одномірних так і багатомірних об'єктів. Найбільш повно він розвинутий для випадків знаходження управління лігійними системами у вигляді статичного зворотного зв'язку при повному вимірюванні змінних стану по заданому розташуванню коренів характеристичного полінома [10, 11].

5.1. Принципи модального управління

Лінійний об'єкт управління у просторі станів задається рівняннями руху:

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu + B_g g + B_f f \\ y = Cx \end{cases}, \quad (5.1)$$

де x - n - мірний вектор стану; y - одномірний вектор вихідних (регульованих) змінних; u - m - мірний вектор керуючих впливів; g - k - мірний вектор задаючих впливів; f - r - мірний вектор збурюючих впливів; A - матриця, яка визначає динамічні властивості об'єкта управління розмірності $n \times n$; B - матриця керуючих впливів розмірності $n \times m$; B_g - матриця задаючих впливів розмірності $n \times k$; B_f - матриця збурюючих впливів розмірності $n \times r$; C - матриця виходу розмірності $1 \times n$; n - порядок об'єкта управління.

Для спрощення методу модального управління важливо щоб лінійні системи керування задовольняли умови повної керованості й спостережуваності.

Систему називають повністю керованою, якщо під дією керувального впливу за скінченний проміжок часу її можна перевести з будь-якого стану в кінцевий стан.

Керованість об'єкта оцінюють за матрицею керованості, яка задається векторним рівнянням

$$U = \left| B \ AB \ A^2 B \dots A^{n-1} B \right|. \quad (5.2)$$

Об'єкт буде повністю керованим, якщо ранг матриці U дорівнює n .

Подібним способом оцінюється повна спостережуваність об'єкта за матрицею спостережуваності

$$Q = \left| C \ CA \ CA^2 \dots CA^{n-1} \right|^T.$$

Об'єкт є повністю спостережуваним, якщо всі стани доступні для вимірювання у будь-які моменти часу.

Далі, відповідно до технічного завдання формується цільова функція $J(t_n, \sigma_x, \sigma_y)$, яка забезпечує досягнення заданих показників якості. На підставі заданого набору показників якості формується еталонна модель, яка визначає необхідну поведінку замкнутої САУ.

У загальному вигляді еталонна модель у просторі станів

$$\begin{cases} \dot{\xi} = \Gamma \xi \\ v = H \xi \end{cases}, \quad \xi(0) = \xi_0, \quad (5.3)$$

де ξ - n -мірний вектор змінних стану моделі; $\xi(0)$ - n -мірний вектор початкового стану моделі; Γ - матриця, яка визначає необхідні динамічні властивості САУ розмірності $n \times n$; v - m -мірний вектор вихідних змінних моделі; H -матриця виходу моделі, розмірності $m \times n$;

Матриця Γ формується на основі вибору бажаного виду перехідних процесів. Вигляд перехідних процесів в лінійних системах визначається розташуванням коренів характеристичного полінома λ_i , $i = 1 \dots n$ на комплексній площині коренів. Матриця H вибирається з умови, що еталонна модель має властивість повної спостережуваності.

Керування розробляється для двох каналів завдання і збурення, що відповідають режимам роботи САУ відповідно слідкування і стабілізації. Тому еталонні моделі будуються для цих двох випадків.

Для режиму слідкування модель задаючого впливу має вигляд

$$\begin{cases} \dot{\zeta}_g = \Gamma_g \zeta_g \\ v_g = H_g \zeta_g \end{cases} \quad \zeta_g(0) = \zeta_{g0} \quad (5.4)$$

і для збурюючої дії аналогічно

$$\begin{cases} \dot{\zeta}_f = \Gamma_f \zeta_f \\ v_f = H_f \zeta_f \end{cases} \quad \zeta_f(0) = \zeta_{f0} \quad (5.5)$$

Вихилання поведінки САУ від моделі оцінюється вектором помилки e :

- для режиму стабілізації $x_3=0$, враховуючи, що $x_3-x=e$, отримуюємо $-x=e$, тобто

$$\begin{cases} e = -x \\ \dot{e} = Ce \end{cases} \quad (5.6)$$

- і для режиму слідкування

$$\begin{cases} e = M_g \zeta_g - x \\ \dot{e} = Ce \end{cases} \quad (5.7)$$

де e – n -мірний вектор помилки

e – l -мірний вектор вихідних змінних моделі помилки;

M_g – матриця узгодження розмірностей векторів стану об'єкта управління і моделі задаючого впливу.

Диференціюючи за часом вирази (5.5.) і (5.7) отримуюємо рівняння моделі помилки у вигляді:

- для режиму стабілізації:

$$\dot{e} = Ae - Bu - B_f f; \quad (5.8)$$

- для режиму слідкування:

$$\dot{e} = (M_g \Gamma_g - A M_g - B_g H_g) \zeta_g + Ae - Bu - B_f f. \quad (5.9)$$

Вирази відрізняються членом взятим у дужки. тому задачу слідкування можна звести до задачі стабілізації.

Необхідна поведінку САУ для будь-якого впливу досягається забезпеченням нульового значення вектора

помилки. Тому необхідно в рівняннях (5.8), (5.9) найти такі управління, які дозволять забезпечити необхідний режим функціонування і усунути вплив збурення. На основі рівнянь (1.8) і (1.9) будемо структурні схеми САУ для режиму стабілізації (рис.5.1) та режиму слідкування (рис.5.2).

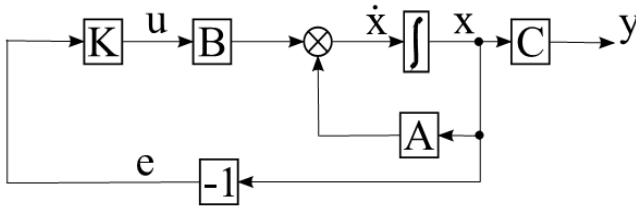


Рис.5.1 Структурна схема САУ в режимі стабілізації.

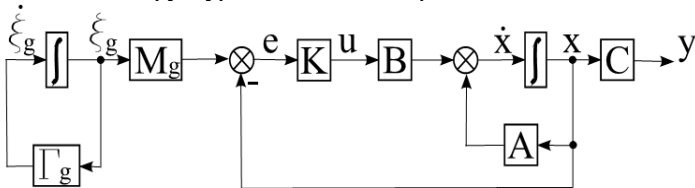


Рис.5.2. Структурна схема САУ в режимі слідкування.

Поставлену задачу синтезу дозволяє вирішувати метод модального управління. Цей метод заснований на забезпеченні системи необхідних мод. Мода - це частина вільної складової рішення диференціального рівняння x_i , що виражається через експоненту, корінь характеристичного полінома λ_i і час t

$$x_i(t) = e^{\lambda_i t} \quad (5.10)$$

Для методу модального управління є характерним формування керуючих впливів у вигляді статичного регулятора. Статичний регулятор - це регулятор, який описується лінійною функцією всіх змінних вигляду

$$u = Ke, \quad (5.11)$$

де K - матриця коефіцієнтів від'ємних зворотних зв'язків по всіх змінних вектора помилки, розмірності $m \times n$.

В розгорнутому виді матриця коефіцієнтів від'ємних зворотних зв'язків має вигляд

замкнутої системи повністю повторює рух вектора стану еталонної моделі.

Таким чином корені матриць Γ і F зв'язані залежністю

$$\lambda_i^* = \omega_0 \lambda_i \quad (5.16)$$

де ω_0 - додатне число (частота системи); λ_i^* - корені

характеристичного полінома моделі; λ_i - корені полінома системи.

Вільна складові руху моделі описується рівнянням

$$\zeta(t) = \sum_{i=1}^n C_i e^{\lambda_i^* t} \quad (5.17)$$

Відповідно вільна складові руху системи

$$x(t) = \sum_{i=1}^n C_i e^{\lambda_i t} . \quad (5.18)$$

Порівнюючи рівняння (5.17) і (5.18) та враховуючи співвідношення (5.16), отримуємо вираз для вільної складової еталонної моделі у вигляді:

$$\zeta(t) = \sum_{i=1}^n C_i e^{\lambda_i \omega_0 t} = x(\omega_0 t) \quad (5.19)$$

Рівняння (5.19) відображає принцип подібності, який полягає в тому, що збільшення параметра ω_0 призводить до збільшення швидкості протікання процесів в системі, але при цьому не впливає на коливальність перехідних процесів. Таким чином, швидкодія процесів, що протікають в еталонній моделі t_n^* і в замкнутій системі t_n пов'язані між собою:

$$t_n^* = t_n \omega_0 . \quad (5.20)$$

Останнє співвідношення дає можливість формувати матриці еталонної моделі на основі методу стандартних поліномів і нормованих перехідних функцій. Для цього на основі бажаних показників якості визначається необхідний характеристичний поліном $D^*(\lambda)$ або корені характеристичного полінома λ_i^* .

Формування матриць еталонної моделі відбувається на основі стандартних поліномів Ньютона і Баттерворта.

Якщо перерегулювання не допускається ($\sigma = 0$) то використовують стандартні поліноми Ньютона (табл.5.1.)

$$D^*(\lambda) = (\lambda + \omega_0)^n$$

Таблиця 5.1

n	Стандартний поліном Ньютона
1	$\lambda + \omega_0$
2	$\lambda^2 + 2\omega_0\lambda + \omega_0^2$
3	$\lambda^3 + 3\omega_0\lambda^2 + 3\omega_0^2\lambda + \omega_0^3$
4	$\lambda^4 + 4\omega_0\lambda^3 + 6\omega_0^2\lambda^2 + 4\omega_0^3\lambda + \omega_0^4$
5	$\lambda^5 + 5\omega_0\lambda^4 + 10\omega_0^2\lambda^3 + 10\omega_0^3\lambda^2 + 5\omega_0^4\lambda + \omega_0^5$
6	$\lambda^6 + 6\omega_0\lambda^5 + 15\omega_0^2\lambda^4 + 20\omega_0^3\lambda^3 + 15\omega_0^4\lambda^2 + 6\omega_0^5\lambda + \omega_0^6$

Ці поліноми мають дійсні кратні корені $\lambda_i = -\omega_0$. При $\omega_0 = 1$ ці корені забезпечують нормовані аперіодичні перехідні характеристики моделі (рис.5.3)

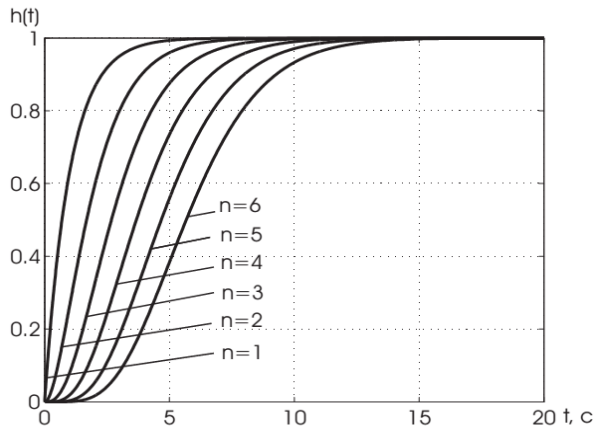


Рис.5.3.Нормовані перехідні характеристики моделі Ньютона

Стандартні поліноми Баттерворта

$$D^*(\lambda) = \prod_{i=1}^n (\lambda - \lambda_i^*)$$

мають комплексні корені розташовані півколом з радіусом $\omega_0 = 1$ (табл.5.2.)

Таблиця 5.2

n	Стандартний поліном Баттерворта
1	$\lambda + \omega_0$
2	$\lambda^2 + 1, 4\omega_0\lambda + \omega_0^2$
3	$\lambda^3 + 2\omega_0\lambda^2 + 2\omega_0^2\lambda + \omega_0^3$
4	$\lambda^4 + 2, 6\omega_0\lambda^3 + 3, 4\omega_0^2\lambda^2 + 2, 6\omega_0^3\lambda + \omega_0^4$
5	$\lambda^5 + 3, 24\omega_0\lambda^4 + 15, 24\omega_0^2\lambda^3 + 5, 24\omega_0^3\lambda^2 + 3, 24\omega_0^4\lambda + \omega_0^5$
6	$\lambda^6 + 3, 86\omega_0\lambda^5 + 7, 46\omega_0^2\lambda^4 + 9, 13\omega_0^3\lambda^3 + 7, 46\omega_0^4\lambda^2 + 3, 86\omega_0^5\lambda + \omega_0^6$

Моделні поліноми Баттерворта забезпечують системі перерегулювання $\sigma \leq 20\%$ (рис.5.4)

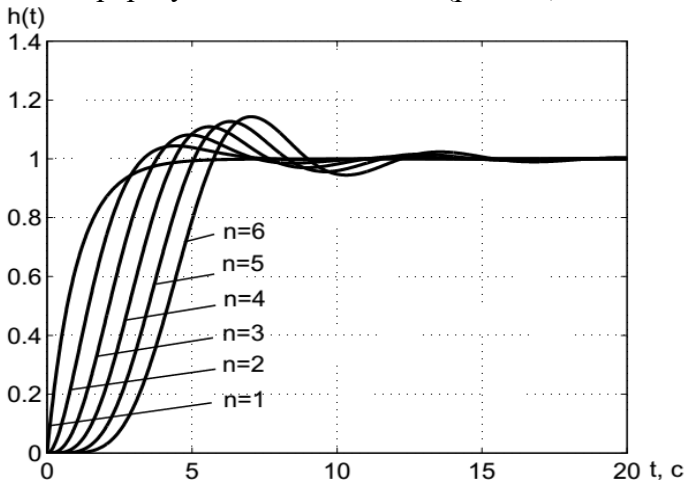


Рис.5.4. Перехідні характеристики моделі Батттетворта

Якщо на основі показників якості визначені необхідні корені характеристичного полінома. Тоді при заданні матриць еталонної моделі на основі діагональної канонічної форми можливі наступні варіанти:

- якщо корені різні і дійсні то

$$\Gamma = \begin{vmatrix} \lambda_1^* & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \lambda_2^* & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_3^* & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & \lambda_n^* \end{vmatrix}, H = | 1 \ 1 \ 1 \ \dots \ 1 |.$$

- якщо корені однакові n - кратності

$$\Gamma = \begin{vmatrix} \lambda^* & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \lambda^* & 1 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \lambda^* & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & \lambda^* \end{vmatrix}, H = | 1 \ 0 \ 0 \ \dots \ 0 |$$

- якщо два корені комплексні $\lambda_{1,2}^* = \alpha^* \pm i\beta^*$, а інші дійсні – то:

$$\Gamma = \begin{vmatrix} \alpha^* & \beta^* & 0 & \dots & 0 \\ -\beta^* & \alpha^* & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_3^* & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & \lambda_n^* \end{vmatrix}, H = | 1 \ 0 \ 1 \ \dots \ 1 |$$

При наявності характеристичного полінома моделі

$$D^*(\lambda) = \lambda^n + a_{n-1}^* \lambda^{n-1} + a_{n-2}^* \lambda^{n-2} + \dots + a_2^* \lambda^2 + a_1^* \lambda + a_0^*.$$

матриці формуються із коефіцієнтів полінома у вигляді:

$$\Gamma = \begin{vmatrix} 0 & 0 & 0 & \dots & -a_0^* \\ 1 & 0 & 0 & \dots & -a_1^* \\ 0 & 1 & 0 & \dots & -a_2^* \\ \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & -a_{n-2}^* \\ 0 & 0 & 0 & \dots & -a_{n-1}^* \end{vmatrix}, \quad H = | 0 \ 0 \ 0 \ \dots \ 0 \ 1 |.$$

5.2. Синтез управління для режиму стабілізації

Завдання синтезу керуючих впливів методом модального управління формулюється таким чином: для заданого об'єкта управління, що володіє властивістю повної керованості і спостережливості, потрібно знайти таку матрицю лінійних стаціонарних зворотних зв'язків, яка забезпечує замкнутій системі необхідний набір показників якості. Отже, математично задача може бути сформульована наступним способом.

Задано об'єкт з повною інформацією у просторі станів

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu \\ y = Cx \end{cases}, \quad (5.21)$$

Необхідно для режиму стабілізації з моделлю помилок, яка описується системою рівнянь

$$\begin{cases} \dot{e} = Ae - Bu \\ y = -Cx \end{cases}.$$

знайти керування у вигляді

$$u = Ke$$

враховуючи при цьому, що

$$F = A - BK$$

та

$$D^* = \det[\lambda I - F] = \lambda^n + a_{n-1}\lambda^{n-1} + \dots + a_1\lambda + a_0$$

Послідовність вирішення задачі може складатися з таких кроків. Спочатку, для знаходження матриці управління і

простоти обчислення здійснюється перетворення рівнянь руху об'єкта до керованого канонічного вигляду. Це перетворення засноване на введенні нового вектора z

$$z = Px \quad (5.22)$$

Відповідно обернене перетворення будемо мати вигляд:

$$x = P^{-1}z. \quad (5.23)$$

Підставляючи (5.23) в рівняння об'єкта отримуємо:

$$\begin{cases} P^{-1} \dot{z} = AP^{-1}z + Bu \\ y = CP^{-1}z \end{cases}$$

Домножимо обі частини цього рівняння на матрицю перетворень P

$$\begin{cases} \dot{z} = PAP^{-1}z + PBu \\ y = CP^{-1}z \end{cases}$$

Вибираючи серед безлічі матриць перетворень P , таку, яка приводить пару матриць A і B до керованої канонічної форми, модель руху об'єкта управління в новому базисі приймає вид:

$$\begin{cases} \dot{z} = A_k z + B_k u \\ y = C_k z \end{cases}, \quad (5.24)$$

де A_k , B_k і C_k -матриці динаміки, входу і виходу об'єкта в керованій канонічній формі.

Таким чином, модель руху заданого об'єкта управління приводиться до канонічної керованої форми, в якій матриці опису динаміки об'єкта приймають такий вигляд:

$$A_k = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & 1 \\ -a_0 & -a_1 & -a_2 & \dots & -a_{n-2} & a_{n-1} \end{vmatrix}; \quad B_k = \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 1 \end{vmatrix},$$

$$C_k = [b_0 \ b_1 \ \dots \ b_m \ 0 \ \dots \ 1],$$

де a_i - коефіцієнти характеристичного полінома заданого об'єкта; b_j - коефіцієнти чисельника передавальної функції об'єкта управління.

З огляду на керовану канонічну форму об'єкта модель помилок і рівняння управління, що описують рух замкнутої системи, набувають вигляду:

$$\begin{cases} e = P^{-1}A_k P e - P^{-1}B_k u \\ y = -C_k P e \\ u = K_k P e \end{cases} \quad (5.25)$$

де K_k - матриця зворотних зв'язків в канонічній формі.

Підставляючи третє рівняння системи (5.25) в перше отримуємо

$$\begin{cases} e = P^{-1}F_k P e \\ y = -C_k P e \end{cases}, \quad (5.26)$$

де $F_k = A_k - B_k K_k$.

З рівнянь (5.25) і (5.26) отримуємо матрицю замкнутої системи в канонічній формі

$$F_k = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \\ -a_0 - k_{k1} & -a_1 - k_{k2} & -a_2 - k_{k2} & \dots & -a_{n-1} - k_{kn} \end{vmatrix}.$$

Характеристичний поліном цієї матриці

$$D(\lambda) = \lambda^n + (a_{n-1} + k_{kn})\lambda^{n-1} + \dots + (a_1 + k_{k2})\lambda + (a_0 + k_{k1}).$$

Для того, щоб коефіцієнти характеристичного полінома замкнутої системи були рівні необхідним, коефіцієнти зворотних зв'язків вибираються з умови рівності коефіцієнтів моделі і системи при відповідних степенях λ , тобто

$$a_i^* = a_i + k_{k(i+1)}.$$

Звідси коефіцієнти матриці лінійних стаціонарних зворотних зв'язків знаходяться як

$$k_{k(i+1)} = a_i^* - a_i.$$

Здійснюючи зворотне перетворення до координат початкового базису, отримуємо вираз, що описує замкнуту систему:

$$\begin{cases} \dot{e} = Fe \\ y = -Ce \end{cases},$$

де

$$\begin{aligned} F &= P^{-1}F_kP; \\ C &= C_kP. \end{aligned}$$

Із наведених вище викладеного слідує, що матрицю лінійних стаціонарних зворотних зв'язків простіше знаходити в канонічному керованому базисі, а потім привести її до початкового виду.

5.3. Алгоритм знаходження матриць зворотного зв'язку

1. Перевірка пари матриць **A**, **B** на відповідність властивості повної керованості, тобто формування матриці керованості об'єкта управління в вихідному базисі **U** з подальшим визначенням її рангу і його порівняння з порядком об'єкта управління. Якщо ранг матриці керованості дорівнює порядку об'єкта управління, здійснюється перехід до другого етапу. Якщо це не так, то синтез неможливий.

2. Знаходження характеристичного полінома об'єкта управління за допомогою виразу:

$$D(\lambda) = \det[\lambda I - A] = \lambda^n + a_{n-1}\lambda^{n-1} + \dots + a_1\lambda + a_0.$$

або шляхом переходу від моделі у просторі стану до передавальної функції наступним способом:

$$W(s) = C(sI - A)^{-1}B = \frac{B(s)}{A(s)}$$

3. Перехід від вихідного опису об'єкта управління до керованої канонічної форми і формування матриць **A_k**, **B_k**

$$A_k = \begin{vmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \\ a_0 & a_1 & a_2 & \dots & a_{n-1} \end{vmatrix}, \quad B_k = \begin{vmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{vmatrix}.$$

4. Знаходження матриці перетворення P , яка обчислюється за виразами:

$$P = U_k U^{-1}$$

$$U_k = \begin{vmatrix} B_k & A_k B_k & A_k^2 B_k & \dots & A_k^{n-1} B_k \end{vmatrix}$$

$$U = \begin{vmatrix} B & AB & A^2 B & \dots & A^{n-1} B \end{vmatrix}.$$

5. Обчислення коефіцієнтів зворотних зв'язків k в керованому канонічному вигляді:

$$k_{k(i+1)} = a_i^* - a_i$$

5. Знаходження матриці лінійних стаціонарних зворотних зв'язків K в вихідному базисі

$$K = K_k P$$

7. Виконання перевірного розрахунку, тобто обчислення характеристичного полінома замкнутої системи з подальшим порівнянням із необхідним характеристичним поліномом. При співпадінні поліномів системи і еталонної моделі розрахунок виконано, в противному випадку необхідно знову здійснити розрахунок матриці лінійних стаціонарних зворотних зв'язків.

8. Здійснення комп'ютерного моделювання замкнутої системи з метою підтвердження правильності виконаного розрахунку, а також визначення форматів значень змінних, що беруть участь в процесі управління.

Контрольні запитання.

1. Який вигляд моделі САУ в просторі станів?
2. Які переваги модальних регуляторів перед типовими?
3. Які об'єкти відносяться до повністю керованих?

4. Для яких режимів роботи проводять синтез систем модального управління?
5. Яка структура модальних регуляторів?
6. Які способи формування матриць еталонної моделі?
7. З яких умов вибирають стандартні модельні поліноми?

Приклад 5.1. Для лінійного об'єкта управління другого порядку з повною інформацією задано передавальну функцію

$$W(s) = \frac{2}{20s^2 + 9s + 1}.$$

Синтезувати модальний регулятор, який забезпечує в замкнутій системі перегулювання $\sigma = 0$ та час перехідного процесу $t_n = 1.2$ с. Система призначена для роботи в режимі стабілізації.

Рішення.

На основі передавальної функції диференціальне рівняння руху об'єкта в операторній формі:

$$20p^2y + 9py + y = 2u.$$

Обі сторони рівняння ділимо на 20

$$p^2y = -0,45py - 0,05y + 0,1u.$$

Розв'язуємо отримане рівняння відносно змінної y

$$y = -0,45y \frac{1}{p} - (0,05y + 0,1u) \frac{1}{p^2}.$$

Вводимо змінні стану об'єкта x_1 і x_2 , при цьому $x_1 = y$; $x_2 = \frac{dy}{dt}$. Тоді з диференціального рівняння утворюємо систему рівнянь руху об'єкта у просторі станів:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -0,45x_1 + x_2 \\ \dot{x}_2 = -0,05x_1 + 0,1u \\ y = x_1 \end{cases}$$

На основі цієї системи рівнянь побудуємо структурну схему об'єкта у просторі станів, яка має вигляд (рис.5)

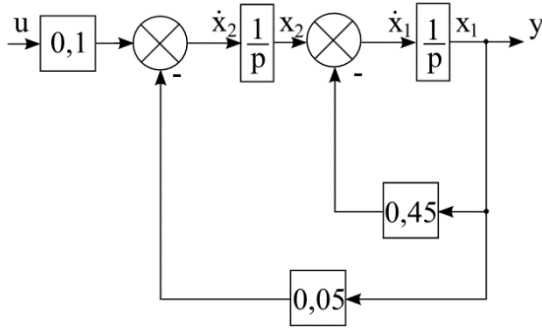


Рис. 5.5. Структурна схема об'єкта.

Систему диференціальних рівнянь у просторі стану прийнято записувати в матрично-векторному виді:

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu \\ y = Cx \end{cases},$$

Аналізуючи систему рівнянь у просторі станів приходимо до висновку, що матриці, які описують динаміку об'єкта приймають значення:

$$A = \begin{vmatrix} -0,45 & 1 \\ -0,05 & 0 \end{vmatrix}, \quad B = \begin{vmatrix} 0 \\ 0,1 \end{vmatrix}, \quad C = \begin{vmatrix} 1 & 0 \end{vmatrix}.$$

Так як за умовою задачі перерегулювання повинно бути рівне нулю, то для побудови еталонної моделі вибираємо характеристичний поліном Ньотона 2-го порядку у вигляді

$$D^*(\lambda) = \lambda^2 + 2\omega_0\lambda + \omega_0^2.$$

Значення параметра подібності ω_0 знаходимо за формулою

$$\omega_0 = \frac{t_n^*}{t_n} = \frac{4,75}{1,2} = 4,$$

де $t_n^* = 4,75$ с - час перехідного процесу нормованої перехідної функції еталонної моделі.

Час перехідного процесу еталонної моделі можна визначити шляхом моделювання (рис.5.6 та рис.5.7)

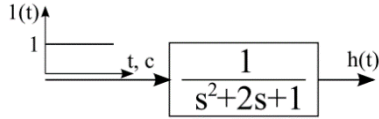


Рис.5.6. Дослідження еталонної моделі в Simulink.

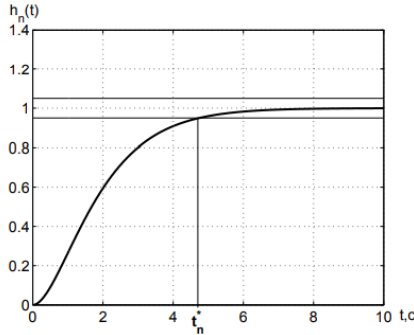


Рис.5.7. Результати моделювання перехідного процесу нормованої перехідної функції при $\omega_0 = 1$.

Отже, бажаний характеристичний поліном, якому повинна відповідати замкнута система автоматичного регулювання приймає вигляд:

$$D(*\lambda) = \lambda^2 + 8\lambda + 16.$$

У загальному випадку модель помилок в матрично-векторному виді:

$$\begin{cases} \dot{e} = Ae - Bu \\ y = -Ce \end{cases}$$

Характеристичний поліном моделі помилок знаходимо за формулою

$$D(\lambda) = \det[\lambda I - A]$$

де I - одинична діагональна матриця.

Таким чином,

$$D(\lambda) = \det \begin{vmatrix} \lambda + 0,45 & -1 \\ 0,05 & \lambda \end{vmatrix} = \lambda^2 + 0,45\lambda + 0,05$$

Далі знайдемо матрицю повної керуваності моделі помилок

$$U = | B \ AB |.$$

Для цього спочатку знайдемо добуток матриць AB

$$AB = \left| \begin{array}{cc|cc} -0,45 & 1 & 0 & \\ -0,05 & 0 & 0,1 & \end{array} \right| = \left| \begin{array}{cc} 0,1 & \\ 0 & \end{array} \right|$$

Тоді

$$U = \left| \begin{array}{cc} 0 & 0,1 \\ 0,1 & 0 \end{array} \right|$$

Визначник матриці керованості

$$\det U = -0,01.$$

Так як визначник квадратної матриці керованості не дорівнює нулю, то система є повністю керована.

Обчислимо обернену матрицю повної керованості

$$U^{-1} = \left| \begin{array}{cc} 0 & 10 \\ 10 & 0 \end{array} \right|.$$

Для режиму стабілізації вектор помилок:

$$e = \left| \begin{array}{c} e_1 \\ e_2 \end{array} \right| = - \left| \begin{array}{c} x_1 \\ x_2 \end{array} \right|.$$

Керуючу дію знаходимо у формі:

$$u = Ke,$$

Матриця лінійних стаціонарних зворотних K зв'язків має вигляд

$$K = |k_1 \ k_2|$$

Матрицю від'ємних зворотних зв'язків K шукаємо спочатку в керованому канонічному базисі, а потім здійснюємо перетворення до вихідного базису.

В керованому канонічному базисі модель помилок описується рівняннями:

$$\begin{cases} \dot{e} = A_k e - B_k u \\ y = -C_k e \end{cases},$$

де

$$A_k = \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ -0,05 & -0,45 \end{vmatrix}, \quad B_k = \begin{vmatrix} 0 \\ 1 \end{vmatrix}, \quad C_k = \begin{vmatrix} 0,1 & 0 \end{vmatrix}$$

Запишемо вираз для знаходження матриці керованості в керованому канонічному базисі

$$U_k = \begin{vmatrix} B_k & A_k B_k \end{vmatrix}$$

Добуток матриць

$$A_k B_k = \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ -0,05 & -0,45 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 0 \\ 1 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 1 \\ -0,45 \end{vmatrix}$$

Отже матриця керованості в канонічному базисі

$$U_k = \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 1 & -0,45 \end{vmatrix}$$

Розрахуємо матрицю перетворень між базисами

$$P = U_k U^{-1} = \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 1 & -0,45 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 0 & 10 \\ 10 & 0 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 10 & 0 \\ -4,5 & 10 \end{vmatrix}$$

Коефіцієнти матриці від'ємних зворотних зв'язків в канонічній формі знаходимо за формулами:

$$\begin{cases} k_{k1} = a_0^* - a_0 = 16 - 0,05 = 15,95 \\ k_{k2} = a_1^* - a_1 = 8 - 0,45 = 7,55 \end{cases}$$

де a_0^*, a_1^*, a_0, a_1 - коефіцієнти характеристичних поліномів бажаного полінома і полінома еталонної моделі помилок.

Зауважимо, що еталонна модель помилок співпадає з еталонною моделлю системи. Таким чином, матриця від'ємних зворотних зв'язків в канонічній формі:

$$K_k = \begin{vmatrix} k_{k1} & k_{k2} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 15,95 & 7,55 \end{vmatrix}$$

Матрицю від'ємних зворотних зв'язків в вихідній формі знаходимо за формулою

$$K = K_r P$$

Остаточно, матриця від'ємних зворотних зв'язків

$$K = \begin{vmatrix} 15,95 & 7,55 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 10 & 0 \\ -4,5 & 10 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 125,525 & 75,5 \end{vmatrix}$$

На рис. 5.8. наведено структурну схему синтезованої системи модального керування.

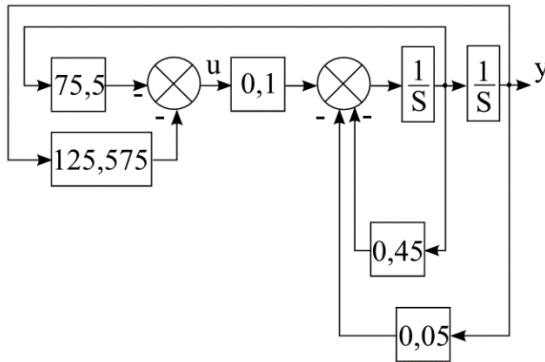


Рис. 5.8. Структурна схема системи модального керування.

Обчислимо матрицю замкнутої системи

$$F = \begin{vmatrix} -0,45 & 1 \\ -0,05 & 0 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} 0 \\ 0,1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} 125,525 & 75,5 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -0,45 & 1 \\ -12,6025 & -7,55 \end{vmatrix}.$$

Характеристичний поліном матриці співпадає з поліномом бажаної моделі

$$D(\lambda) = \det[\lambda I - F] = \lambda^2 + 8\lambda + 16.$$

Результати розрахунків перевіряємо шляхом комп'ютерного моделювання (рис.5.9)

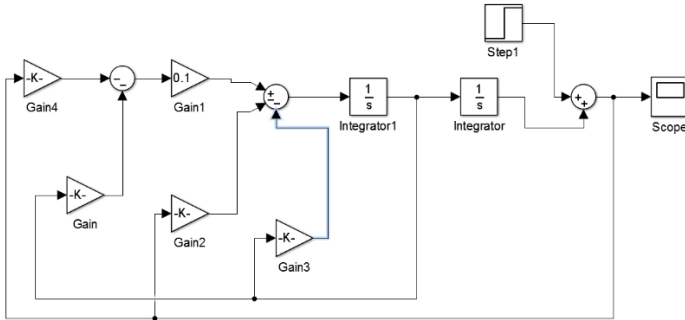


Рис. 5.9. Simulink модель системи з модальним регулятором

В результаті моделювання отримано перехідну характеристику синтезованої системи з модальним регулятором (рис.5.10).

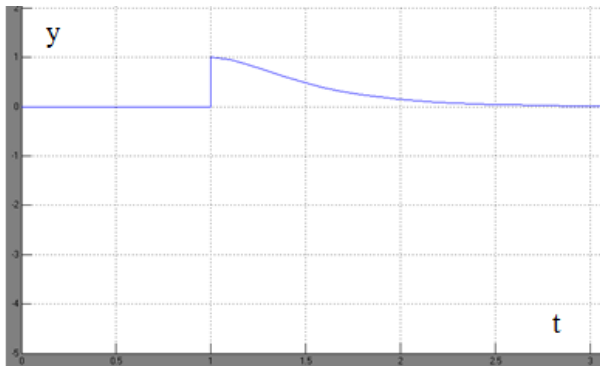


Рис.5.10. Перехідна характеристика синтезованої системи

З рис.5.10 видно, що синтезована система відповідає поставленим вимогам. Перехідний процес аперіодичний, а час регулювання рівний 1.2 с.

Завдання на самостійне опрацювання

Приклад 5.2. Задано об'єкт управління з передавальною функцією

$$W(s) = \frac{2}{20s^2 + 9s + 1}$$

Синтезувати модальний регулятор, який забезпечує в замкнутій системі перерегулювання $\sigma \leq 20\%$ та час перехідного процесу $t_n = 1.2$ с. Система призначена для роботи в режимі стабілізації.

Приклад 5.3. За результатами прикладу 5.2. скласти Simulink модель системи з синтезованим модальним регулятором.

Приклад 5.4. Провести моделювання синтезованої САР та визначити параметри якості.

6. ВИКОНАВЧІ ПРИСТРОЇ РЕГУЛЯТОРІВ

Реалізація керуючих дій в системах керування здійснюється за допомогою виконавчих пристроїв (ВП), до яких входять вихідні каскади регуляторів і контролерів, підсилювачі потужності, а також приводи та регулюючі органи (ВП - *Final Control Element*) регулятора.

Як прикінцевий найбільш потужний елемент автоматичної системи управління, виконавчі пристрої суттєво впливають на статичні та динамічні властивості системи загалом. У виконавчому пристрої сигнали управління підсилюються за потужністю до рівня достатнього для переміщення регулюючого органу. Разом з підсиленням в ньому відбувається перетворення керуючого сигналу в механічну дію (кутове чи лінійне переміщення, швидкість, прискорення). Виконавчі пристрої повинні забезпечувати: високий рівень потужності для необхідних значень переміщення, швидкості і прискорення регулюючого органу при зміні вхідного сигналу в робочому діапазоні частот; високу швидкодію; лінійність статичних характеристик; плавність регулювання швидкості переміщення в широкому діапазоні; малу масу і габарити; низьку вартість; зручність в експлуатації та високу надійність.

Вид керуючих сигналів, які необхідні для виконавчого пристрою, визначає спосіб організації виходу для регулюючої змінної (неперервний чи дискретний) та тип регулятора, який повинен використовуватися для керування процесом (регулятор неперервної дії чи регулятор з імпульсним виходом). Отже, вихідний сигнал регулятора повинен бути узгоджений з виконавчим пристроєм, тобто залежно від виду виконавчого пристрою і типу приводу необхідно застосовувати відповідний тип вихідного пристрою регулятора.

Вихідні пристрої ПЛК аналогового типу - це цифроаналогові перетворювачі, які формують струмову петлю переважно 4...20 мА, або напругу 0...10 В і, як правило, використовуються з різного типу напівпровідниковими регуляторами потужності.

Крім уніфікованих вихідних сигналів струму і напруги в регуляторах і контролерах для керування (вмикання/вимикання) навантаженням безпосередньо, або через більш потужні керуючі елементи застосовуються вихідні пристрої ключового типу, до яких належать: електромагнітні та твердотільні реле; транзисторні і симісторні оптопари.

Транзисторна оптопара застосовується, як правило, для керування низьковольтним або твердотільним реле (до 60 В постійного струму). Для запобігання виходу з ладу транзистора через великий струм самоіндукції паралельно обмотці реле вмикають захисні діоди.

Оптосимістор вмикається в коло керування потужного симістора через обмежувач резистор, значення опору якого визначає струм керування симістором. Оптосимістор може також керувати парою зустрічно-паралельно увімкнених тиристорів.

Вихід для керування твердотільним реле реалізується за схемою транзисторного ключа n-p-n типу, який має два стани: низький логічний рівень, що відповідає напругам 0...1 В; високий рівень – напругам 4...6 В. Вихід типу “Т” використовується для підключення твердотільного реле, розрахованого на керування постійною напругою 4...6 В зі струмом керування не більшим 100 мА.

Кола ключових вихідних пристроїв мають гальванічну ізоляцію від схем регуляторів. Винятком є вихід “Т” для керування зовнішнім твердотільним реле, оскільки в цьому випадку гальванічну ізоляцію забезпечує саме реле.

6.1. Виконавчі механізми

Для вибору відповідної конфігурації регулятора важливе значення має тип приводу, який переміщує регулюючий орган і змінює подачу сировини чи енергії в об'єкт.

Термін привод (*Actuator*) означає комбінацію електродвигуна з керуючою електронікою (підсилювачем). Проте, частіше сукупність приводу та системи керування називають виконавчим механізмом.

За видом енергії керуючого сигналу приводи поділяються на: електричні (електромоторні та електромагнітні); пневматичні (мембранні та поршневі) і гідравлічні.

За динамічними властивостями виконавчі механізми, як елементи автоматичних систем регулювання, поділяють на механізми пропорційної та інтегральної дії.

При застосуванні ВМ пропорційної дії сигнал з регулятора перетворюється у пропорційне переміщення регулюючого органу, що призводить до пропорційного відкриття каналу, або зміни положення робочого органу. Таким чином, керуюча процесом змінна має бути аналоговим сигналом, що формується цифро-аналоговим перетворювачем.

Більшість виконавчих механізмів які використовуються в системах керування є пропорційними, наприклад, електроприводи постійного струму, синхронні та асинхронні двигуни змінного струму з частотним регулюванням. Виконавчими пристроями пропорційної дії є також напівпровідникові регулятори потужності з керування за допомогою фазо-імпульсних чи широтно-імпульсних сигналів та виконавчі механізми обладнані вбудованими мікропроцесорними системами.

Виконавчі механізми пропорційного типу можуть бути реалізовані також на базі електромоторних імпульсних виконавчих механізмів (ІВМ) постійної швидкості при використанні позиціонерів у зворотному зв'язку.

Виконавчі механізми пропорційної дії, які здатні відслідковувати значення керуючого впливу з необхідною точністю і швидкістю, називаються сервомеханізмами, або сервоприводами.

6.2. Виконавчі механізми з двигунами постійного струму

Приводи постійного струму протягом багатьох десятиліть безроздільно панують в системах прецизійної промислової автоматики завдяки високим значенням динаміки управління і глибини регулювання швидкості (до 1:10 000), а також здатності утримання моменту при нульовій швидкості. Двигуни постійного струму найбільш повно

забезпечують регулювання швидкості і моменту в широких межах та застосовуються в практиці автоматизації, як сервоприводи.

Сервоприводи використовуються для точного позиціонування керуючих елементів механічної системи: заслінки, засувки, регулюючого клапана; робочих органів і заготовок в верстатах; маніпуляторів в робототехніці.

На рис.6.1. наведено схему виконавчого механізму з двигуном постійного струму із незалежним збудженням. В першій зоні управління вона складається із системи керування (широтно-імпульсного модулятора), мостового інвертора і якірного кола двигуна. Система керування виробляє прямокутні імпульси керування силовими IGBT транзисторами. Ширина імпульсів пропорційна напрузі керування U_k . Імпульси керування поступають одночасно на затвори транзисторів у протилежних діагоналях моста. При цьому відкриваються транзистори попарно VT1, VT4, або - VT2, VT3 для зміни напрямку обертання. В результаті широтно-імпульсної модуляції середнє значення напруги на якорі двигуна, а також швидкість обертання пропорційні напрузі керування. Миттєва швидкість якоря двигуна буде коливатися відносно середнього значення, яке при незмінних моменті навантаження і напруги живлення однозначно залежить від шпаруватості імпульсів γ

$$\gamma = \frac{\tau_i}{T_n}, \quad (6.1)$$

де τ_i - ширина імпульсів, T_n - період модуляції

При цьому середнє значення напруги інвертора

$$U_d = \gamma U_{жс} \quad (6.2)$$

Величина швидкості двигуна збільшується при зростанні відносної тривалості керуючих імпульсів за законом

$$\omega = \frac{\gamma U_{жс} - I_{я} R_{я}}{k \Phi_n} \quad (6.3)$$

Діоди захищають транзистори від оберненої напруги при виключенні транзисторів.

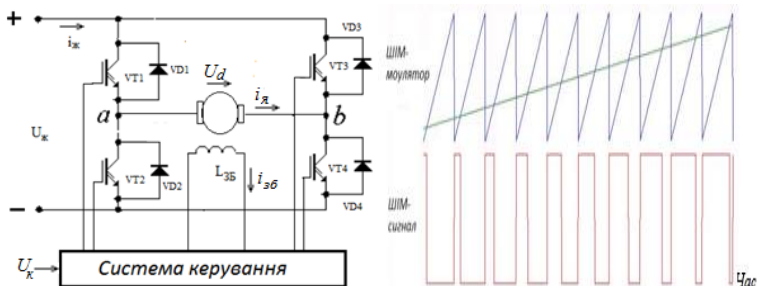


Рис.6.1. Керування двигуном постійного струму.

Якщо вихідною величиною двигуна є швидкість обертання ω , то його динамічні властивості описуються передавальною функцією аперіодичної ланки другого порядку

$$W(s) = \frac{\Omega(s)}{U_u(s)} = \frac{k}{(T_\mu s + 1)(T_e s + 1)} \quad (6.3)$$

де T_μ , T_e - електромеханічна та електромагнітна сталі часу відповідно.

Електромеханічна стала часу T_μ має порівняно більше значення ($0,05 \dots 0,2 \text{ c}$) і при $T_e \ll T_\mu$ передавальна функція двигуна спрощується

$$W(s) = \frac{\Omega(s)}{U_u(s)} = \frac{k}{(T_\mu s + 1)} \quad (6.4)$$

Коли ж вихідною координатою двигуна є кут повороту α , то він стає ланкою без самовирівнювання із передавальною функцією

$$W(s) = \frac{\alpha(s)}{U_u(s)} = \frac{k}{s(T_\mu s + 1)}$$

У другій зоні керування двигуном постійного струму здійснюється за допомогою зміни струму збудження $I_{зб}$. Керування струмом збудження безпосередньо впливає на величину магнітного потоку і крутний момент на валу двигуна. При зменшенні магнітного потоку швидкість

обертання якоря збільшується. Друга зона обмежена швидкостями $\omega_n \leq \omega \leq \omega_{\max}$.

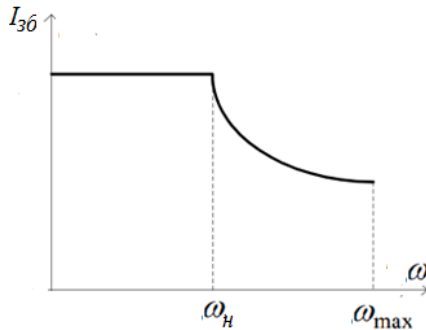


Рис.6.2. Зони керування двигуном постійного струму

Оскільки, механічна потужність двигуна рівна номінальній

$$P_n = M_n \omega_n,$$

то у другій зоні керування момент на валу двигуна буде зменшуватися

$$M = \frac{P_n}{\omega}$$

Принцип високочастотної широтно-імпульсної модуляції дуже ефективний спосіб регулювання середнього значення напруги постійного струму і частоти обертання двигунів постійного струму.

В програмованих логічних контролерах і мікропроцесорних регуляторах загальнопромислового призначення є можливість приєднання виходу аналогового ПД - регулятора до входу ШІМ-модулятора (*PWM Pulse Width Modulation*) низької частоти. З виходу ШІМ-модулятора сигнал керування передається на дискретний вихід регулятора (рис.6.3).

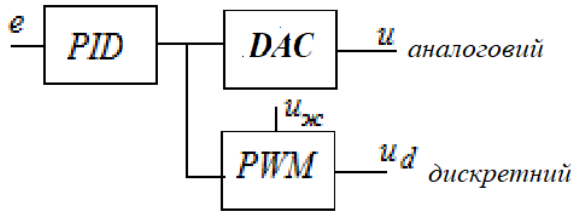


Рис.6.3. Схема ПІД-ШІМ-регулятора.

ПІД-ШІМ-регулятори широко використовуються для управління електричними нагрівальними елементами в системах автоматичного регулювання температури.

6.3. Виконавчі механізми змінного струму

В автоматичних системах регулювання в якості виконавчих пристроїв широкого розповсюдження набули двофазні асинхронні двигуни змінного струму з короткозамкненим ротором. Такі двигуни мають на статорі обмотку управління і обмотку збудження, магнітні осі яких зсунуті в просторі на 90° (рис.6.4).

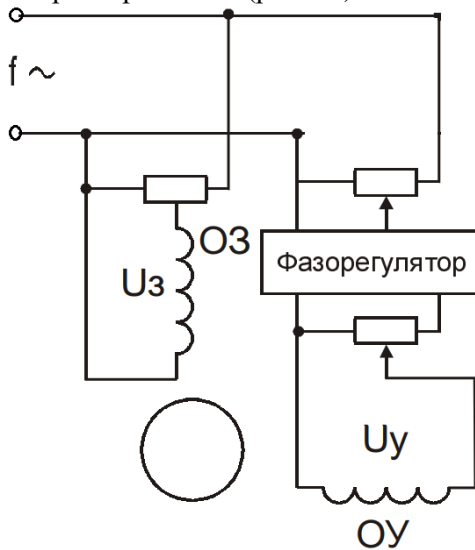


Рис.6.4. Схема управління двофазного двигуна

При подачі на обмотки змінних напруг зсунутих по фазі на 90° в магнітній системі двигуна виникає обертове магнітне поле, яке спричинює обертання ротора в ту ж сторону, що й магнітне поле, але з меншою кутовою швидкістю.

До можливих способів управління швидкістю обертання ротора двигуна відносять амплітудний, фазовий, амплітудно-фазовий і частотний. Наприклад, при амплітудно-фазовому способі управління швидкість обертання ротора двигуна регулюється за допомогою одночасної зміни напруги керування і фазового кута між напругами обмоток збудження і регулювання. Динамічні характеристики двофазного асинхронного двигуна описуються такими ж виразами, як і для двигуна постійного струму. Для асинхронних виконавчих двигунів з короткозамкненим ротором потужністю 15...20 Вт при частоті живлення 400 Гц стала часу T_m лежить в межах 0,1...0,5 с, а діапазон регулювання швидкості досягає 1/200.

Перевагами двигунів змінного струму є: економічність; простота конструкції та надійність; легкість обслуговування; відсутність комутатора, тощо. Недоліками двигунів змінного струму є нижчий, ніж у двигунів постійного струму пусковий момент і складніші схеми керування.

Для одержання зсуву фаз між напругами і струмами в коло обмотки збудження вмикається конденсатор ємністю C , при цьому двигун живиться від однієї фази.

6.3. Імпульсні виконавчі механізми

На основі однофазних асинхронних конденсаторних двигунів з симетричними обмотками (або трифазних) асинхронних двигунів будуються виконавчі механізми постійної швидкості типу МЕО (механізм електричний однооборотний). Керування ними здійснюється за допомогою контактних чи безконтактних реверсивних пускових пристроїв із використанням 3-провідної лінії керування.

На рис. 6.3 показано принцип керування однофазним асинхронним конденсаторним двигуном змінного струму з симетричними обмотками за допомогою безконтактного керуючого пристрою. Керуючий пристрій містить два ключі

K_1 , і K_2 , які керуються сигналами від регулятора в автоматичному режимі.

За відсутності керуючих сигналів ключі розімкнені і обмотки двигуна знеструмлені. При подачі керуючого сигналу “Менше” (М) замикається ключ K_1 і до обмотки O_1 під’єднується джерело живлення ~ 220 В. До другої обмотки O_2 напруга живлення подається через фазозсуваючий конденсатор С. В цьому разі електродвигун обертається в напрямку “Менше”.

Для вмикання електродвигуна у протилежному напрямку необхідно розімкнути ключ K_1 замкнути ключ K_2 (Б). При цьому до джерела живлення обмотка O_2 підключається безпосередньо, а обмотка O_1 – через конденсатор. Фазовий зсув між обмотками змінює знак, в результаті чого відбувається реверс двигуна, тобто він буде обертатися в напрямку “Більше”.

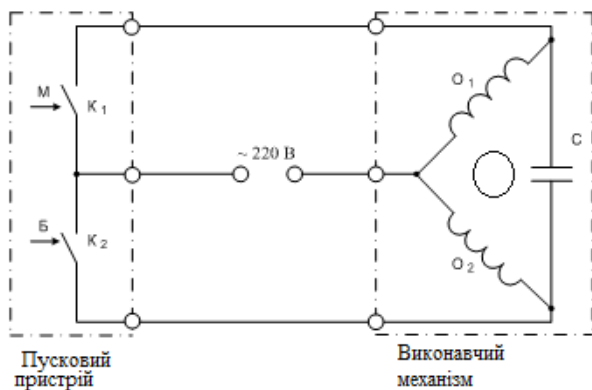


Рис. 6.6. Керування однофазним конденсаторним двигуном

Виконавчий механізм постійної швидкості може перебувати в одному із трьох усталених станів: обертання ротора з постійною швидкістю S , зупинка, обертання ротора з тією ж швидкістю у протилежну сторону.

Характеристика ВМ постійної швидкості суттєво нелінійна (як у трипозиційного реле з гістерезисом). Проте цей же виконавчий механізм може мати достатньо близькі до

лінійних характеристики при керуванні ним за допомогою імпульсних сигналів (рис.6.6). В цьому випадку його називають імпульсним виконавчим механізмом (ІВМ). Кожний ІВМ характеризується часом повного відкриття $T_{мех}$, який вказується у паспорті механізму.

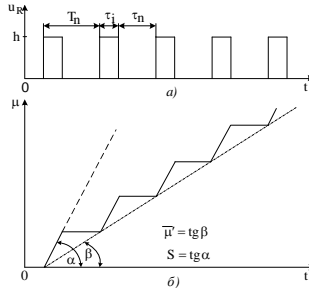


Рис. 6.6. Імпульсне керування механізмом постійної швидкості

Середня швидкість обертання при імпульсному керуванні пропорційна відношній тривалості імпульсів

$$d\bar{\mu} / dt = \gamma S$$

Для керування ІВМ в мікропроцесорних системах служить ПД-імпульсний регулятор (ПД-ІМ), який складається з аналогового регулятора і імпульсного модулятора ІМ (рис.6.7).

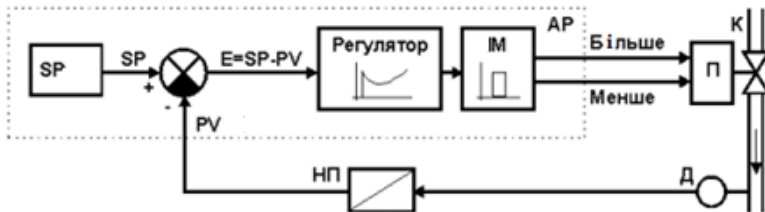


Рис. 6.7. Структурна схема АСР з PID-ІМ регулятором.

Для ПД-ІМ регулятора крім основних налаштовувальних параметрів необхідно задавати також постійну часу виконавчого механізму $T_{мех}$. Імпульсний модулятор масштабує величину керування вироблену регулятором до

постійної часу механізму $T_{мех}$. При цьому тривалість імпульсів пропорційна величині керування $U_{к}$ (від 0...100%) і часу повного відкриття регулюючого органу

$$\tau_i = U_{к} T_{мех}$$

У залежності від знаку відхилення E імпульс управління поступає на дискретний вихід каналу “більше” чи “менше”. PID-ІМ регулятор має і додаткові параметри настройки. Так, для запобігання багаторазового включення/виключення вводиться гістерезис (рис.6.8), який характеризується, мінімальною затримкою між включеннями і мінімальною тривалістю імпульса $T_{мін}$, яку знаходять за формулою

$$T_{мін} = \frac{\Delta PV_{мін} T_{мех}}{KPV_{макс}}$$

де $\Delta PV_{мін}$ - мінімальна зміна параметра, допустима по якості регулювання, $T_{мех}$ - час механізму, $PV_{макс}$ - діапазон зміни вихідного сигналу, K - коефіцієнт передачі об'єкта.

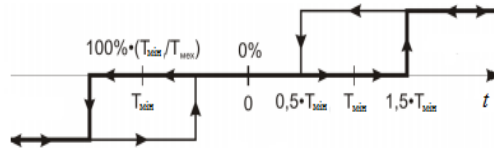


Рис. 6.8. Діаграма включення/виключення імпульсного регулятора.

Такий спосіб керування виконавчим механізмом постійної швидкості надає йому інтегральних властивостей з передавальною функцією

$$W_{іем}(s) = \frac{S}{T_{\mu} s}$$

Мікропроцесорні ПІД-ІМ регулятори мають додатковий вхід для змінної слідкування за положенням виконавчого механізму. Відповідно виконавчі механізми обладнуються позиціонерами (реостатними, індуктивними, струмовими), які формують сигнал, пропорційний куту повороту вихідного валу ВМ.

Якщо ІВМ разом з пусковим пристроєм охопити від'ємним жорстким зворотним зв'язком (рис. 6.9) за допомогою пропорційної ланки з коефіцієнтом передачі K_{zz} , то така схема буде реалізувати пропорційний алгоритм. При подачі на вхід сигналу $|U_R| > \Delta_n / 2$ ВМ увімкнеться і буде переміщувати регулюючий орган з постійною швидкістю S в напрямку зменшення (компенсації) сигналу U_R . Переміщення μ регулюючого органу (РО) передається у вигляді сигналу зворотного зв'язку ζ , зменшуючи результуючий сигнал $|\sigma| = U_R - \zeta$, що діє на релейний елемент.

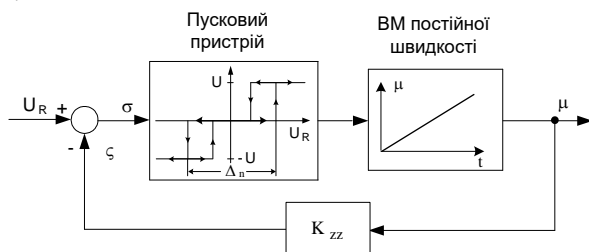


Рис. 6.9. Схема керування виконавчим механізмом постійної швидкості з зворотним зв'язком за положенням

Таким чином, ВМ постійної швидкості, увімкнений за схемою рис. 6.6 у динамічному відношенні стає пропорційною ланкою з коефіцієнтом передачі

$$K_{\mu} \cong 1 / K_{zz}.$$

Отже, електромоторні виконавчі механізми постійної швидкості як елементи систем регулювання можуть використовуватися у двох режимах – інтегральному або пропорційному.

До складу ВМ входять також: редуктор, гальмівний пристрій, блоки кінцевих вимикачів. Кінцеві вимикачі служать для обмеження граничних положень вихідного валу ВМ при дистанційному керуванні, тобто виконують захисні

функції. Крім того, у ВМ передбачається ручний привід, який використовується при виході із ладу пускового пристрою.

Необхідно зауважити, що серійні електромоторні виконавчі механізми мають фіксовані значення швидкості обертання, так що час повного переміщення їх робочого органу становить 10, 20, 25, 63 або 160 секунд.

Приклад 6.1. Яке середнє значення напруги на навантаженні, якщо регулятор ПІД-ШІМ виробляє імпульси тривалістю 10 с з періодом слідування вантая 1 хв при живленні навантаження напругою 220 В.

Рішення.

Знайдемо коефіцієнт відносної тривалості імпульсів

$$\gamma = \frac{\tau_i}{T_n} = \frac{10}{60} = 0.17$$

Середнє значення напруги керування

$$U_d = \gamma U_{\text{жс}} = 0.17 \cdot 220 = 37.4 \text{ В}$$

Приклад 6.2. Для двигуна постійного струму з незалежним збудження з вказаними паспортними характеристиками:

Тип двигуна	2ПН-100М
Потужність, кВт	2,00
Напруга якоря, В	220
Напруга збудження, В	220
Сила струму якоря, А	11
Номинальна частота, об/хв	3000
Максимальна частота, об/хв	4000
ККД%	79,0
Потужність збудження, Вт	130
Опір якоря, Ом	0,805
Опір додаткових полюсів, Ом	0,57
Момент інерції якоря, кг/м ²	0,0 11

Знайти швидкість обертання, якщо система керування з ШІМ виробляє імпульси тривалістю 10 с при періоді слідування вантая 1 хв.

Рішення:

З регулювальної характеристики двигуна постійного струму з незалежним збудженням

$$\omega_n = \frac{U_n - I_a R_a}{k\Phi_n}$$

Знайдемо номінальний коефіцієнт електрорушійної сили (ЕРС) електродвигуна

$$k\Phi_n = \frac{U_n - I_a R_a}{\omega_n} = \frac{220 - 11 \cdot 0.805}{314} = 0.67 \text{ В с,}$$

де $\omega_n = \frac{\pi n_n}{30} = \frac{3.14 \cdot 3000}{30} = 314 \text{ с}^{-1}$

Відносна тривалість модульованих імпульсів

$$\gamma = \frac{\tau_i}{T_n} = \frac{10}{60} = 0.17$$

Швидкість обертання двигуна

$$\omega = \frac{\gamma U_{ж} - I_a R_a}{k\Phi_n} = \frac{0.17 \cdot 220 - 11 \cdot 0.81}{0.67} = 42.52 \text{ с}^{-1}$$

Або

$$n = \frac{30\omega}{\pi} = \frac{30 \cdot 42.52}{3.14} = 406,24 \text{ об/хв.}$$

Приклад 6.3. Постійна часу імпульсного виконавчого механізму 63 с. Виконавчий механізм знаходиться в положенні "відкрито" 40%. Яке керування повинен виробити ПД-ІМ - регулятор, щоб спочатку відкрити регулюючий орган на 10%, а потім закрити його на 25%. Побудувати діаграму управління.

Рішення

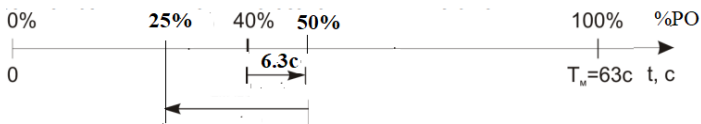
Щоб відкрити регулюючий органу на 10% РО необхідно на дискретному виході "відкрити" сформувані імпульс тривалістю

$$M = \frac{T_\mu \Delta U_1 \%}{100\%} = \frac{63 \cdot 10}{100} = 6.3 \text{ с}$$

Аналогічно щоб прикрити регулюючий орган на 25% необхідно на дискретний вихід "закрити" подати імпульс тривалістю

$$M = \frac{T_{\mu} \Delta U_1 \%}{100\%} = \frac{63 \cdot 25}{100} = 15.75 \text{ с}$$

За даними розрахунку будемо діаграму переміщення регулюючий органу



Завдання на самостійне опрацювання

Знайти допустиму мінімальну тривалістю імпульса T_{\min} для ПД-ІМ -регулятора температури, якщо діапазон вимірювання температури лежить в межах від -50°C до 200°C , а допустиме відхилення від завдання складає $\pm 2^{\circ}\text{C}$. Час механізму $T_{\text{мех}}$ рівний 63 с . При цьому зміна положення клапана на величину $\Delta_{\text{вих}}=10\%$ визиває зміну регульованого параметра $\Delta P_V=30^{\circ}\text{C}$.

Література

1. Системи автоматичного керування технологічними комплексами : навчальний посібник / Сільвестров А. М., Островерхов М. Я., Шефер О. В., Ладік Н. А., Зіменков Д. К. К. : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2022. 466 с.
2. Методи сучасної теорії управління : навч. посіб. / А. П. Ладанюк, В. Д. Кишенько, Н. М. Луцька, В. В. Іващук. К. : НУХТ, 2010. 196 с.
3. Ковела І. М. Параметричний синтез неперервних і цифрових автоматичних систем регулювання з ПІ- та ПІД-регуляторами. *Вісник НУ «Львівська політехніка» : Комп'ютерна інженерія та інформаційні технології.* 2002. № 450. С. 38–50.
4. Комп'ютеризовані системи керування : монографія / Ковела. І. М., Древецький В. В., Ковела С. І. Рівне : Овід, 2017. 672 с.
5. Сучасна теорія управління. Частина 2. Прикладні аспекти сучасної теорії управління [Електронний ресурс] : підручник / Ю. М. Ковриго, О. В. Степанець, Т. Г. Баган, О. С. Бунке ; КПІ ім. Ігоря Сікорського. Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського, 2017. 155 с.
6. Синеглазов В. М., Сергеев І. Ю. Автоматизація технологічних процесів. К. : Видавництво «Київ», 2015. 444 с.
7. Лазарєв Ю. Ф. Л17 Моделювання динамічних систем у Matlab : електронний навчальний посібник. Київ : НТУУ "КПІ", 2011. 421 с. URL: http://elprivod.nmu.org.ua/files/mathapps/mds_matlab.pdf
8. Клепач М. І. Теорія автоматичного керування : навчальний посібник. Рівне : НУВГП, 2007. 206 с.
9. Сучасна теорія керування : навч. посіб. / І. В. Новицький, С. А. Ус, м-во освіти і науки України, Нац. гірн. ун-т. Дніпро : НГУ, 2017. 263 с. ISBN 978-966-350-661-6

ДОДАТОК

Фрагмент програми, що реалізовує ПІД-регулювання температури в мікроконтролерах. PIC16F84. Період розрахунку 50 мс, давач температури ТС1047А, десятирозрядний АЦП з опорною напругою 5 В*/

```
float k=5; //коефіцієнт передачі ПІД-регулятора змішаної
структури
float Ti=3.5; //стала часу інтегрування ПІД-регулятора, с
float Td=0.5; //стала часу диференціювання ПІД-регулятора, с
float T0=0.05; //період дискретизації ПІД-регулятора, (50 мс
= 0.05 с)
float q0,q1,q2; //коефіцієнти в рекурентному рівнянні ПІД-
регулятора
float u=0,u1; //значення керування на даному кроці циклу
роботи та на попередньому
float sp=60; //завдання ПІД-регулятора
float pv; //поточне значення регульованої величини
float a=100,b=-50; //коефіцієнти, що використовуються
для перетворення вимірної напруги в одиниці вимірюваної
величини ( $y=a*x+b$ )
/*Функція, що реалізує задачу - ПІД-регулятор в операційній
системі реального часу FreeRTOS з періодом виклику 50 мс
*/
void vPidTask( void *pvParameters )
{
    float e=0,e1=0,e2; //значення розузгодження  $e=sp-pv$  в
поточному циклі роботи, попередньому циклі та 2 цикли
тому
    float V; //напруга з датчика, виміряна
регулятором
    q0=k*(1+T0/Ti+Td/T0); //обчислення коефіцієнтів в
рекурентному рівнянні ПІД-регулятора
    q1=-k*(1+2*Td/T0-T0/(2*Ti));
    q2=k*Td/T0;
    portTickType xLastWakeTime; //Змінна, необхідна для
реалізації затримок
```

```

xLastWakeTime = xTaskGetTickCount(); //отримання
моменту часу, від якого буде відраховуватись затримка

while(1) // Нескінченний цикл
{
    u1=u; //запис значень керування і розузгодження
    e2=e1; //з попереднього циклу обчислення у
відповідні змінні
    e1=e; //для обчислень на поточному циклі
    V=analogRead(A0)*5.0/1023;//виконання аналогово-
цифрового перетворення та переведення отриманого
результату в Вольти (5.0 - опорна напруга АЦП)
    pv=a*V+b; //масштабування для отримання виміряного
значення в одиницях регульованої фізичної величини
    e=sp-pv; //обчислення розузгодження
    u=u1+q0*e+q1*e1+q2*e2; //обчислення керування
    if(u>100) u=100;
    if(u<0) u=0; // обмеження величини керування
    u=u*255/100; //масштабування сигналу керування
для виводу через 8-бітний вихід
    analogWrite(11,u*255/100); //виведення сигналу
керування через 11-ий вихід
    vTaskDelayUntil( &xLastWakeTime, ( 50 /
portTICK_RATE_MS ) ); //функція затримки, 50 - величина
періоду виклику, мс
//portTICK_RATE_MS - тривалість кванту часу операційної
системи, задається в її налаштуваннях

```