

624.012

М-35

Проф. А. В. ЖАРСКИЙ

РАМНЫЕ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫЕ КОНСТРУКЦИИ

ЧАСТЬ ПЕРВАЯ

ГЛАВНЕЙШИЕ СВЕДЕНИЯ
ДЛЯ ПРАКТИЧЕСКОГО РАСЧЕТА
И КОНСТРУИРОВАНИЯ РАМ

1770

ИЗДАТЕЛЬСТВО



ИЗДАТЕЛЬСТВО „КУЛЬТУРА“
ГОСТРЕСТА „КИЕВ-ПЕЧАТЬ“

1770

624.082

не-35

Проф. А. В. ЖАРСКИЙ

*Александру Павловичу Артёмьевскому
в знак глубокого уважения от автора.*

3/I-307.

РАМНЫЕ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫЕ КОНСТРУКЦИИ

ЧАСТЬ ПЕРВАЯ

ГЛАВНЕЙШИЕ СВЕДЕНИЯ
ДЛЯ ПРАКТИЧЕСКОГО РАСЧЕТА
И КОНСТРУИРОВАНИЯ РАМ

193 ЧЕРТЕЖА В ТЕКСТЕ

Институт в КИЕВЕ

Жа

ВЫДАВАЕТСЯ
1929 г.

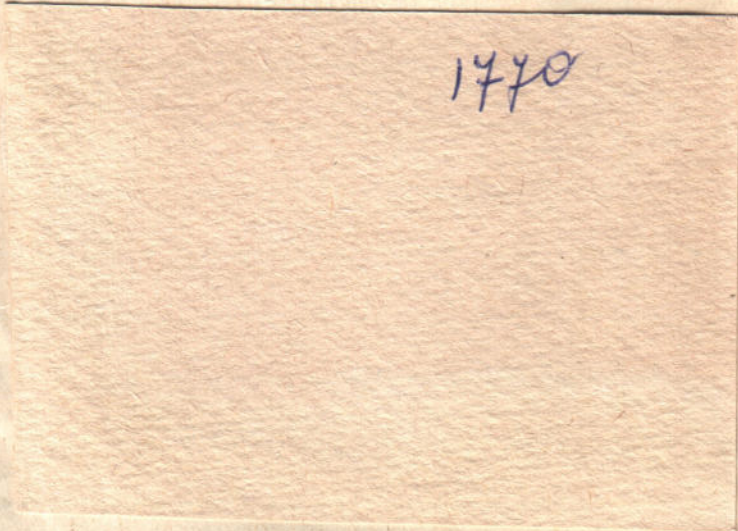
0 W

ИЗДАТЕЛЬСТВО „КУЛЬТУРА“
ГОСТРЕСТА „КИЕВ-ПЕЧАТЬ“

1929

✓

Библиографическое описание
этого издания помещено в
„Літоп. Укр. Друку“ „Кар-
точном реперт.“ и др. указа-
телях Укр. Книжн. Палаты.



Государственный Трест „Киев-Печать“, 8-я типография,
улица Льва Толстого, № 5.
Киевский Окрит № 420. 1929. 315.—4000. 17¹/₂ л.

О П Е Ч А Т К И

Стр.	Строка	Напечатано	Должно быть
28	12-я снизу	M_e (стойка)	M_B (стойка)
33	9-я сверху	4,465	4,65
39	11-я снизу	при проверке напряжений	при определении косых напряжений
42	15-я сверху	см. Тимошенко	см. Тимошенко — «Сопротивление материалов»
61	3-я снизу	M, V и H	M, V_A и H
75	17-я „	черт. 125	черт. 145
75	16-я „	25 мм	1 1/4"
87	18-я „	Слой бетона	Слой $a_a, b_1 b$ бетона
91	7-я сверху	стр. 79	стр. 80
94	24-я „	» 160	» 165
106	10-я снизу	» 80	» 79
107	13-я „	стр. 86	стр. 150 II часть
107	9-я „	стр. 84	стр. 85
112	9-я сверху	стр. 80	стр. 79
136	12-я снизу	стр. 45 II ч.	стр. 114 и стр. 45 II ч.
136	2-я „	стр. 80	стр. 79
140	4-я сверху	чертежи 177, 177а—i и читать после	пояснения к ним надо читать после чертежа 161.
149	10-я „	(косых	(косых)
151	7-я „	формулы (11)	формулы (13)
155	1-я „	0,82	0,91
160	16-я „	$r_1 = 0,411$	$r_1 = 0,411$ в таблице на стр. 249
183	6-я снизу	$\beta_1 + \beta$	β_1 и β
185	15-я „	1,30%	1,20%
186	9-я сверху	$f = f_1$	$f' = f_1'$
187	В примере 3, вместо $e = \frac{M}{N'} = 78,5$ см, всюду надо ввести		
		$e = \frac{M}{N} = \frac{1800000}{20000} = 90 \text{ см.}$	
193	5-я снизу	103	102
194	12-я „	уже указывалось	указано
203	12-я сверху	в формуле (158) вместо	σ'_e надо читать σ_e
204	16-я „	0 228.10	0,228.1,0
208	14-я „	стр. 11 II части	стр. 129 II части
208	10-я снизу	усилие	напряжение
209	25-я „	косое	скальвающее
223	21-я „	} вместо черт. 152, надо читать: чертеж на стр. 222	}
224	4-я „		
263	2-я сверху		

ОГЛАВЛЕНИЕ.

Предисловие автора	6
------------------------------	---

I. Главнейшие сведения для расчета и конструирования рам

§ 1. Общие понятия о рамных конструкциях	7
§ 2. О нагрузках	8
§ 3. Статическая неопределимость рамных конструкций	8
§ 4. Определение изгибающих моментов	12
§ 5. Определение нормальных сил	14
§ 6. Определение поперечных сил	17
§ 7. Сравнение рам шарнирных и с заделкой	19
§ 8. Некоторые особенности опорных реакций	22
§ 9. Некоторые особенности моментов, нормальных и поперечных сил	25
§ 10. Влияние изменения высоты рамы	28
§ 11. Влияние температуры	30
§ 12. Влияние перемещения опор	32
§ 13. Влияние нормальных и поперечных сил	34
§ 14. Влияние изменения отношения $\frac{J_2}{J_1}$	35
§ 15. О выборе отношения $\frac{J_2}{J_1}$	37
§ 16. Формулы Клейнлогеля	40
§ 17. Вывод формул для расчета рам	41
§ 18. Вывод формул Клейнлогеля для шарнирной рамы	48
а) вертикальная равномерная нагрузка	52
б) сосредоточенная нагрузка	56
в) нагрузка изгибающим моментом	60
г) горизонтальная нагрузка	64
д) действие температуры	67
§ 19. Вывод формул Клейнлогеля для рамы с заделанными пятнами	69

II. Конструирование рам

§ 20. Арматура	75
§ 21. Некоторые конструктивные особенности рам	79
§ 22. Конструирование углов рамы	81
§ 23. Конструирование опор	85
а) шарнирные опоры	85
б) опоры с заделанными в них стойками	92
§ 24. Указания для армирования рам	94
А) однопролетные рамы	94
В) рамы с затяжкой	96
С) многопролетные рамы	100
§ 25. Примеры армирования рам из практики	108
А) однопролетные рамы	108
В) рамы с затяжкой	125
С) многопролетные рамы	132
§ 26. Общие замечания о расчете и конструировании	143

III. Формулы и таблицы для расчета железобетонных конструкций

§ 27. Общие сведения	149
§ 28. Прямоугольные сечения с одиночной арматурой	149
а) подбор сечения	149
б) проверка напряжений	154
§ 29. Прямоугольные сечения с двойной арматурой	155
а) подбор сечений	156
б) проверка напряжений	162
§ 30. Тавровые сечения с одиночной арматурой	163
а) подбор сечения	164
б) проверка напряжений	166
§ 31. Тавровые сечения с двойной арматурой	168
а) подбор сечения	168
б) проверка напряжений	169
§ 32. Сечения, у которых сжатая зона имеет вид треугольника	169
а) подбор сечения	170
б) проверка напряжений	170
§ 33. Сечения с внецентренной нагрузкой	171
§ 34. Подбор прямоугольного сечения для случая, когда нормальная сила проходит внутри ядра сечения	172
§ 35. Подбор прямоугольного сечения для случая, когда нормальная сила проходит вне ядра сечения	177
а) таблица Элерса-Яна	177
б) графики Мерша	182
с) таблица Кунце	185
§ 36. Случай, когда не нужна сжатая арматура	188
§ 37. Проверка напряжений в прямоугольных сечениях с внецентренной нагрузкой для случая, когда сила проходит внутри ядра сечения	188
§ 38. Проверка напряжений в прямоугольных сечениях с внецентренной нагрузкой для случая, когда нормальная сила проходит вне ядра сечения	191
§ 39. Тавровые сечения с внецентренной нагрузкой	194
§ 40. Подбор тавровых сечений с внецентренной нагрузкой	195
§ 41. Проверка напряжений в тавровых сечениях с внецентренной нагрузкой	198
§ 42. Внецентренное растяжение	199
а) подбор сечения	200
б) проверка напряжений	204
§ 43. Проверка на косые усилия	205
а) сечение работает на простой изгиб	206
б) сечения с внецентренной нагрузкой	208
§ 44. Проверка на сцепление железа с бетоном	209

IV. Таблицы, графики и разные данные для расчета железобетонных конструкций

№ 1. Вес материалов	213
№ 2. Допускаемые напряжения разных материалов	214
№ 3. Временные и допускаемые напряжения каменных материалов и кладки	216
№ 4. Допускаемые напряжения на грунт	216
№ 5. Данные для учета снега	217
№ 6. Данные для учета ветра	219
№ 7. Данные для учета температуры	220
№ 8. Таблица моментов и перерезывающих сил для неразрезных балок	221
№ 9. Таблица Винклера для неразрезных балок	222

№ 10. Таблица сечений круглого железа для дюймового сортамента . . .	225
№ 11. Таблица сечений круглого железа для метрического сортамента	226
№ 12. Таблица для подбора прямоугольных сечений с одиночной арматурой	228
№ 13. Таблица для проверки напряжений в прямоугольных сечениях с одиночной арматурой	238
№ 14. Таблица (Гейера) для подбора прямоугольных сечений с двойной арматурой	248
№ 15. Таблица для подбора прямоугольных сечений с двойной симметричной арматурой	252
№ 16. Таблица для подбора тавровых сечений с одиночной арматурой .	253
№ 17. Таблица для проверки напряжений в тавровых сечениях с одиночной арматурой	262
№ 18. Таблица коэффициентов уменьшения напряжения на сжатие . .	264
№ 19. Таблица Висселинка	265
№ 20. Таблица Элерса-Яна	268
№ 21. Таблица Кунце	272
№ 22. График Мерша	276
№ 23. График Мерша	277
№ 24. График Мерша	278*
№ 25. Данные для расчета косвенного вооружения	279

ПРЕДИСЛОВИЕ.

По рамным конструкциям в настоящее время имеется обширнейшая и при том не только иностранная, но и русская литература.

Однако опыт наших занятий в киевских ВТУЗ'ах и инженерная практика говорят, что часто даже у лиц с достаточной теоретической подготовкой при проектировании самых простых рамных конструкций возникает целый ряд сомнений и вопросов, разрешения которых они не могут найти в литературе.

Объясняется это тем, что имеющаяся литература дает лишь общую теорию рамных конструкций и совершенно не касается многих деталей, весьма важных при практическом проектировании.

В виду этого мы и выпускаем нашу работу.

В первой ее части даются главнейшие расчетные и конструктивные сведения для практического проектирования железобетонных рамных конструкций. Во второй части дается подробно разработанный численный пример расчета такой конструкции и ряд конструктивных чертежей.

Кроме того в этой же части приведены примеры расчета фундаментов под рамные перекрытия.

В заключение считаем своим долгом выразить здесь глубокую благодарность: проф. Московского Высшего Технического Училища В. М. Келдышу, неоднократные беседы с которым по железобетону дали нам ценный материал, использованный в этой работе; инж. Б. Н. Горбунову за просмотр и ценные коррективы в части рукописи; студенту Киевского Политехнического Института А. Ф. Иваненко-Чоповскому за просмотр корректур и проверку расчетов и студенту Архитектурного Факультета Киевского Художественного Института А. Я. Зюзину-Зинченко за разработку некоторых конструктивных чертежей.

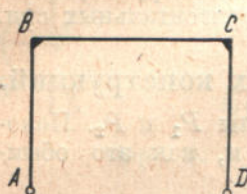
А. В. Жарский.

1. ГЛАВНЕЙШИЕ СВЕДЕНИЯ ДЛЯ РАСЧЕТА И КОНСТРУИРОВАНИЯ РАМ.

§ 1. Общие понятия о рамных конструкциях.

В железобетонных сооружениях, особенно в последнее время, часто приходится встречаться с так называемыми жесткими рамными конструкциями.

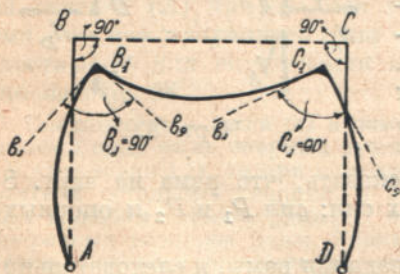
Пример такой конструкции показан на черт. 1. Здесь рамная конструкция состоит из горизонтального стержня (ригеля) BC и двух стоек AB и CD . Особенностью такой конструкции является то, что здесь стержни в узлах B и C соединяются между собой жестко (откуда и название «жесткая рама»), т. е. таким образом, что, как бы рама под действием на нее тех или других нагрузок не меняла своей формы (не деформировалась), углы B и C сохраняют свою первоначальную величину; т. е., если углы B и C до деформации рамы были, напр., прямыми, то такими же, т. е. прямыми, они должны остаться и после ее деформации.



Черт. 1.

На чертеже 2 пунктиром показана рама с прямыми углами в узлах B и C до деформации — и сплошной линией показана та же рама, но после деформации.

Величину углов в деформированной раме определяют следующим образом. Из точки B_1 проводят линию B_1b_1 , касательную к изогнутой линии AB_1 в точке B . Аналогично проводят B_1b_2 , касательную к изогнутой линии B_1C_1 в точке B_1 . Тогда угол $B_1 = b_1B_1b_2$ и будет искомым углом и по сказанному должен равняться углу B . Аналогично можно получить и угол C_1 . Перемещения всех элементов рамы при ее деформации в действительности весьма незначительны, и на черт. 2 они показаны в преувеличенном виде только для лучшего выяснения сути дела.



Черт. 2.



Черт. 3.



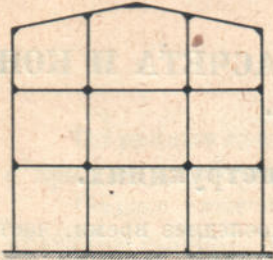
Черт. 4.

Жесткое соединение между собой отдельных стержней рамы дает возможность, как увидим ниже на стр. 20, существенным образом уменьшить в некоторых из этих стержней изгибающие моменты и этим получить экономически выгодную конструкцию. Жесткие рамы могут иметь самое разнообразное очертание (черт. 3—6). Затем рамы могут быть двухопорными (черт. 3 и 4) и многоопорными (черт. 5 и 6), одноэтажными (черт. 3 и 4) и многоэтажными (черт. 5).

§ 2. О нагрузках.

Как бы не были направлены действующие на раму нагрузки и опорные реакции, их всегда можно разложить на вертикальные и горизонтальные составляющие.

Напр. (черт. 7), если на раму действует некоторая наклонная сила Q , то эту силу можно разложить на вертикальную силу P и горизонтальную T и, следовательно, вместо действия на раму силы Q , можно рассматривать действие сил P и T . Аналогично поступают и с опорными реакциями. Напр., если опорные реакции R_A и R_D направлены наклонно, то их можно разложить на вертикальные V_A и V_D и горизонтальные H_A и H_D составляющие.



Черт. 5.



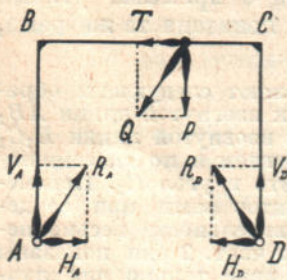
Черт. 6.

Поэтому для того, чтобы рассчитать раму при любой нагрузке, достаточно иметь формулы только для вертикальных и горизонтальных сил.

§ 3. Статическая неопределимость рамных конструкций.

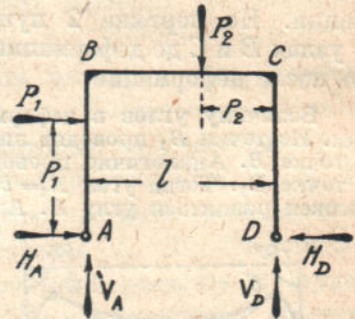
Положим (черт. 8), что на раму действуют силы P_1 и P_2 . Положим также, что обе опоры этой рамы шарнирные и, как это обыкновенно в рамных конструкциях бывает, неподвижны.

При действии на такую раму сил P_1 и P_2 концы A и D ее ног стремятся сдвинуться в ту или другую сторону, но этому препятствует неподвижность опор.



Черт. 7.

Следовательно, на опорах данной рамы, при действии на нее сил P_1 и P_2 , будут иметь место не только вертикальные реакции V_A и V_D , но и горизонтальные реакции H_A и H_D . Положим, что эти реакции направлены, как пока-



Черт. 8.

заю на чертеже. Следовательно, можно сказать, что рама на черт. 8 находится в равновесии под действием таких сил: сил P_1 и P_2 и опорных реакций V_A, H_A и V_D, H_D .

Силы P_1 и P_2 обыкновенно даются при задании рамы, и следовательно для расчета такой рамы, т. е. для определения ее поперечных размеров, остается найти только упомянутые опорные реакции (V_A, H_A и V_D, H_D).

Действительно, зная силы P_1 и P_2 и опорные реакции и, поступая так же, как и при расчете обыкновенных балок, мы можем найти для любого сечения рамы: 1) изгибающий момент M , 2) нормальную силу N и 3) поперечную силу Q и по этим силам рассчитать поперечные размеры рамы.

Для определения указанных опорных реакций мы можем прежде всего применить здесь три известные уравнения статики, а именно:

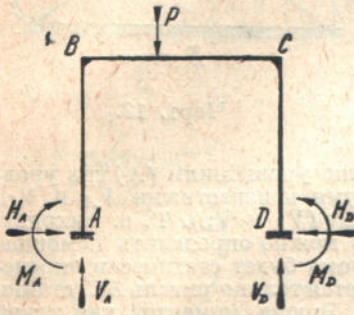
1) сумма проекций всех действующих на раму сил (в том числе и опорных реакций) на горизонтальную ось должна равняться нулю;

- 2) сумма проекций тех же сил на вертикальную ось должна равняться нулю и
 3) сумма моментов тех же сил относительно любого сечения рамы должна равняться нулю.

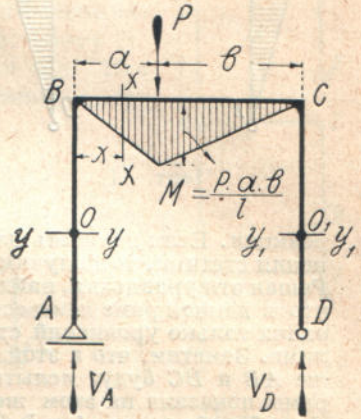
Т. е., мы можем написать такие три уравнения (черт. 8):

$$\left. \begin{aligned} \Sigma X &= H_A + P_1 - H_D = 0 \dots\dots\dots (1) \\ \Sigma Y &= V_A + V_D - P_2 = 0 \dots\dots\dots (2) \\ \Sigma M &= V_A \cdot l + P_1 \cdot p_1 - P_2 p_2 = 0 \dots\dots\dots (3) \end{aligned} \right\} (A)$$

Уравнение (1) представляет сумму проекций всех сил на горизонтальную ось AD. Так как силы V_A , V_D и P_2 , вертикальны, то проекция их на горизонтальную ось равна нулю, и потому эти силы в уравнение (1) не вошли. Уравнение (2) дает сумму проекций сил на вертикальную ось, при чем горизонтальные силы H_A , H_D и P_1 в это уравнение не вошли, т. к. они дают на вертикальную ось проекцию, равную нулю. Уравнение (3) дает сумму моментов тех же сил (V_A , H_A , P_1 , P_2 , V_D и H_D) относительно опоры D, при чем, так как опоры A и D лежат на одном уровне, то момент силы H_A относительно D равен нулю.



Черт. 9.



Черт. 10.

Рассматривая уравнения (1, 2 и 3), мы видим, что в них четыре неизвестных: V_A , V_D и H_A , H_D , т. е. мы получили три уравнения с четырьмя неизвестными, и следовательно для определения этих неизвестных недостаает еще одного, т. е. четвертого уравнения.

Другими словами, среди неизвестных сил есть одна лишняя неизвестная сила, откуда—известный в строительной механике термин «лишняя неизвестная».

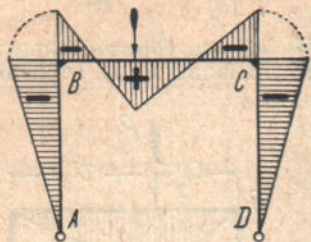
Такие системы, для решения которых недостаточно одних уравнений статики (A), называются «статически неопределимыми». Следовательно и рама на черт. 8 также статически неопределима, т. к. неизвестные в ней силы (опорные реакции) нельзя определить при помощи одних уравнений статики (A), при чем, как говорят, одинажды статически неопределима, так как получилась одна «лишняя неизвестная». Как составляются недостающие для определения неизвестных сил уравнения, будет показано на стр. 48.

Следовательно, если бы в раме на черт. 8 мы определили тем или другим способом одну из ее опорных реакций (лишнюю неизвестную) и подставили бы ее в уравнения (A), то при помощи этих уравнений уже можно было бы определить и остальные реакции, а отсюда моменты, нормальные и поперечные силы в любом сечении рамы, т. е. все то, что необходимо для определения поперечных размеров рамы. Таким образом расчет статически неопределимых систем состоит в определении сначала лишних неизвестных, а после этого и остальных неизвестных, необходимых для расчета. Определение лишних неизвестных см. стр. 48.

Если бы таких лишних неизвестных получилось две, то рама была бы дважды статически неопределимой; при трех лишних неизвестных — трижды статически неопределимой и т. д. Возьмем, напр., раму на черт. 9, у которой концы ног A и D заделаны в опоры. Каждая из опор этой рамы, как и в балках, дает три неизвестных реакции: вертикальную V , горизонтальную H и реакцию момента M от заделки ног в опоры. Следовательно обе опоры дадут $3 \cdot 2 = 6$ неизвестных реакций (V_A , H_A , M_A и V_D , H_D , M_D). Для определения этих реакций мы имеем упомянутые

выше три уравнения статики (А). Следовательно, недостает еще $6 - 3 = 3$ уравнения, а потому эта рама будет трижды статически неопределима.

Обратим еще внимание на то, что в некоторых случаях жесткая рама может быть и статически определимой, т. е. такой, в которой для определения неизвестных опорных реакций достаточно одних уравнений статики (А). Так например, рассмотрим раму на черт. 10, у которой одна из опор, напр.



Черт. 11.

опора А подвижная, а другая опора D неподвижная, шарнирная. Здесь, как и в обыкновенных балках, подвижная опора А дает только одну, а именно вертикальную реакцию V_A ; неподвижная опора D при данной нагрузке дает также только вертикальную реакцию V_D ; эта опора дает горизонтальную реакцию только при горизонтальной нагрузке на раму (напр. при действии ветра). Следовательно, обе опоры дадут две неизвестных опорных



Черт. 12.

реакции. Если написать для этой рамы аналогично уравнениям (А) три уравнения статики, то получим два уравнения с двумя неизвестными V_A и V_D . Решая эти уравнения, найдем искомые неизвестные (V_A и V_D). Т. е. выходит, что в данной раме неизвестные опорные реакции можно определить помощью одних только уравнений статики, а потому эта рама будет статически определима. Заметим, что в этой раме изгибу подвергается только ригель BC; стойки же AB и BC будут испытывать только сжатие. Эпюра моментов для такой рамы показана на этом же чертеже в виде заштрихованного треугольника. Если бы обе опоры А и D были неподвижны и шарнирные, то эпюра моментов имела бы вид, показанный на черт. 11, т. е. здесь изгибался бы не только ригель BC, но и стойки AB и CD. Рама на чертеже 10 оказалась статически определимой потому, что опора А в этой раме подвижная. Если устроить эту опору неподвижной и шарнирной, то получим раму на черт. 11, которая по изложенному на стр. 9 одинажды статически неопределима.

Степень статической неопределимости той или иной конструкции можно определить еще таким образом. Положим (черт. 12), имеется арка ABC с заделанными в опоры пятнами А и С. Если рассматривать эту арку вместе с землей, на которую она опирается, как одно целое, то всю эту систему (арку и землю) можно рассматривать, как некоторый замкнутый контур ABCD. На основании предыдущего данная арка представляет собой систему трижды статически неопределимую. Действительно, каждая из опор А и С, как и рама на черт. 9, дает по три неизвестных реакции (вертикальную, горизонтальную и реактивный момент). Т. е. обе опоры дадут всего 6 неизвестных реакций, а т. к. статика для определения этих неизвестных дает только 3 уравнения, то не хватает еще $6 - 3 = 3$ уравнений, а потому рассматриваемая арка, по сказанному выше, будет трижды статически неопределима.

Вообще всякий замкнутый контур будет трижды статически неопределим. Действительно (черт. 13), чтобы замкнутый контур обратить в статически определимую систему, его необходимо разрезать в одном каком-нибудь месте. При этом, для того, чтобы можно было выполнить условия деформации (сохранить неразрывность и несмещаемость разрезанных концов), надо к каждому из концов a_1 и a_2 контура в разрезе приложить по три силы — продольную N , поперечную Q и момент M . Эти три силы найдутся из условия деформации и будут статически неопределимыми величинами (лишними неизвестными).

На основании сказанного можно дать такое правило: замкнутый бесшарнирный контур трижды статически неопределим.

Возьмем, напр., раму на черт. 14, у которой стойки заделаны в опоры. Если рассматривать эту раму вместе с землей как одно целое, то она представляет собой два (1 и 2) замкнутых контура (ABCD и DCEF). По сказанному выше каждый из этих контуров дает три лишних неиз-

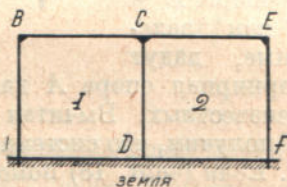
вестных, а оба контура дадут $2 \cdot 3 = 6$ лишних неизвестных, а потому эта рама будет шесть раз статически неопределима.

В этом можно убедиться еще и так. Каждая из опор этой рамы дает по три неизвестных опорных реакции, а все три опоры дадут $3 \cdot 3 = 9$ опорных реакций. Для определения этих реакций статика дает три уравнения; следовательно нехватает $9 - 3 = 6$ уравнений, а потому эта рама будет шесть раз статически неопределима.

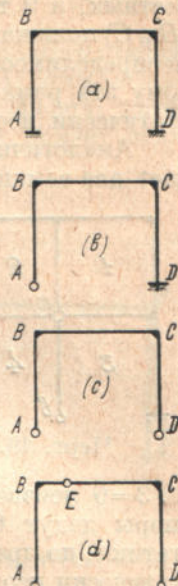
Если в замкнутый контур вводятся шарниры, то каждый шарнир понижает степень статической неопределимости на единицу, т. е. дает новое уравнение статики. Возьмем, например, раму на черт. 15 а с заделанными в опоры стойками. Эта рама представляет замкнутый контур и потому трижды статически неопределима. Если (черт. 15 б) одну из опор этой рамы, напр. опору А, сделать шарнирной, т. е. в замкнутый контур на черт. 15 а ввести один шарнир, то по сказанному должны полу-



Черт. 13.



Черт. 14.

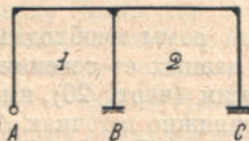


Черт. 15.

чить систему $3 - 1 = 2$ — дважды статически неопределимую. Действительно, шарнирная опора А дает две, а заделанная опора D — три неизвестных опорных реакции. Следовательно обе опоры дадут $2 + 3 = 5$ неизвестных реакций. Для определения этих неизвестных статика дает три уравнения, а потому эта рама будет $(5 - 3 = 2)$ дважды статически неопределимой. Если в той же раме (черт. 15 с) устроить обе опоры шарнирными,



Черт. 16.



Черт. 17.



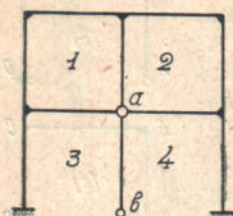
Черт. 18.

т. е. ввести в замкнутый контур на черт. 15 а два шарнира, то по сказанному получим раму $3 - 2 = 1$, т. е. одинажды статически неопределимую. Такая рама, по изложенному на стр. 9 относительно черт. 8, действительно одинажды статически неопределима.

Если в той же раме (черт. 15 d) устроить обе опоры шарнирными и, кроме того, ввести еще шарнир E на стержне BC (или на стержнях AB и CD) рамы, то получим замкнутый контур с тремя шарнирами (А, E и D). Такой контур, по сказанному выше, будет статически определенным. Действительно, такая рама аналогична трехшарнирной арке, которая, как известно, является статически определенной. Помощью указанного правила можно легко решать вопрос о степени статической неопределимости для любой рамной конструкции. Возьмем, например,

трехэтажную раму на черт. 16, в которой опоры A и D заделаны, а опоры B и C шарнирные. В этой раме мы имеем 9 замкнутых контуров (на черт. 16 они обозначены цифрами) с двумя шарнирами на опорах B и C . По изложенному выше, каждый замкнутый контур дает 3 лишних неизвестных, а 9 таких контуров дадут $9 \cdot 3 = 27$ неизвестных; два шарнира (B и C) понижают степень статической неопределимости на 2 единицы, а потому эта рама будет $27 - 2 = 25$ раз статически неопределима.

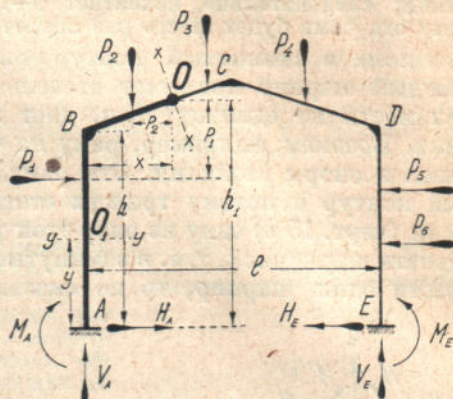
Аналогично рама на черт. 17 дает два замкнутых контура с одним шарниром A ,



Черт. 19.

а потому такая рама будет $2 \cdot 3 - 1 = 5$ раз статически неопределима.

Действительно, опоры B и C , как заделанные, дадут



Черт. 20.

$2 \cdot 3 = 6$ неизвестных; шарнирная опора A даст две неизвестных, а все опоры дадут $6 + 2 = 8$ неизвестных. Вычитая отсюда число уравнений статики, по предыдущему получим, что система действительно $8 - 3 = 5$ раз статически неопределима. Если (черт. 18) помощью шарнира a к какому-нибудь стержню (1) присоединяется не один стержень, а несколько стержней (2, 3, 4), то такой шарнир понижает степень статической неопределимости на столько единиц, сколько стержней присоединяется к первому стержню (1). Иначе, степень статической неопределимости понижается на столько единиц, сколько стержней сходится в шарнире, без одного. На этом основании рама на черт. 19 будет $4 \cdot 3 - 1 - 3 = 8$ раз статически неопределима. Действительно: четыре контура (1, 2, 3 и 4) дадут, по сказанному выше, $4 \cdot 3 = 12$ неизвестных. Шарнир a понижает степень статической неопределимости на 3 единицы, а шарнир b — на единицу. Следовательно рама будет $12 - 3 - 1 = 8$ раз статически неопределима.

§ 4. Определение изгибающих моментов.

Для расчета сечений рамы необходимо предварительно определить изгибающие моменты в разных ее сечениях. Покажем, как производится это определение. Положим (черт. 20), имеется рама, у которой стойки AB и DE заделаны неподвижно в точках A и E , и на которую действуют показанные на чертеже силы (P_1, P_2, P_3, P_4, P_5 и P_6). В этом случае на опорах появляются (см. стр. 9) реакции V_A, H_A, M_A и V_E, H_E, M_E . Положим, что эти реакции тем или иным способом определены, и требуется найти изгибающий момент в каком-либо сечении $x-x$ рамы. Для этого поступаем совершенно так же, как и в обыкновенных балках. Т. е. рассмотрим силы (в том числе и опорные реакции), действующие, напр. слева $x-x$; на черт. 20 левая часть (ABO) рамы обозначена жирнее правой.

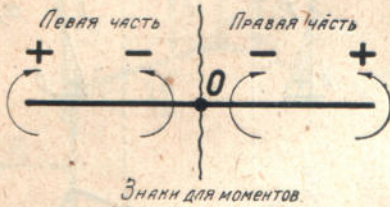
Так как для определения изгибающего момента в каком-либо сечении надо брать моменты от каждой силы отдельно, то обыкновенно рассматривают ту часть рамы, где меньше сил. Так, в данном случае в левой части (ABO) мы имеем две силы P_1 и P_2 и три опорные реакции (V_A, H_A, M_A), тогда как в правой части ($OCDE$) мы имеем столько же, т. е. три опорных реакции (V_E, H_E, M_E), но больше сил P , а именно силы P_3, P_4, P_5 и P_6 . Поэтому лучше рассматривать левую часть ABO . В смысле же величины момента можно рассматривать какую угодно, т. е. левую (ABO) или правую часть ($OCDE$), т. к. известно, что момент сил, действующих слева от данного сечения, равен моменту сил, действующих справа от того же сечения.

В рассматриваемой (т. е. левой) части действуют силы V_A , H_A , P_1 и P_2 и реактивный момент M_A . Беря моменты этих сил относительно O_1 , получим искомый момент

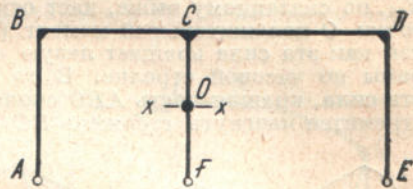
$$M_x = V_A \cdot x - H_A \cdot h_1 - P_1 \cdot p_1 - P_2 \cdot p_2 + M_A \cdot \dots \cdot (A)$$

Если требуется определить изгибающий момент в сечении $y-y$ стойки AB , то рассуждаем так: отбросим правую часть (O_1BCDE) рамы, лежащую справа $y-y$, и рассмотрим оставшуюся часть (AO_1). На эту часть действуют силы V_A , H_A и реактивный момент M_A . Беря момент этих сил относительно O_1 , получим

$$M_y = M_A - H_A \cdot y.$$



Черт. 21.



Черт. 22.

Относительно знаков для изгибающих моментов условимся (черт. 21) так. Если сила вращает левую часть рамы относительно точки O по часовой стрелке, то момент такой силы будем считать положительным. Обратные моменты будем считать отрицательными. Так, рассматривая левую часть ABO рамы на черт. 20, мы видим, что, напр., сила V_A вращает эту часть около точки O по часовой стрелке. Следовательно, момент этой силы относительно O по сказанному будет положительным и в выражение (A) должен войти со знаком плюс. Сила H_A вращает левую часть (ABO) около точки O против часовой стрелки, а потому момент этой силы будет по сказанному отрицательным и в выражение (A) должен войти со знаком минус. Если бы мы рассматривали правую часть ($OCDE$), то момент, напр., силы V_E надо было бы взять со знаком плюс, т. к. он вращает эту часть около O против часовой стрелки. Аналогично, момент силы H_E надо было бы взять со знаком минус, т. к. он вращает правую часть около точки O по часовой стрелке. В одноэтажных и однопролетных рамах вопрос о том, какую часть рамы надо принимать за правую и какую за левую, затруднений не встречает.

В многопролетных и многоэтажных рамах применение указанного правила знаков вызывает затруднения. Возьмем, напр., двухпролетную раму на черт. 22, в которой требуется определить момент в сечении $x-x$ стойки FC . Здесь нельзя сказать будет ли часть рамы, лежащая ниже или выше сечения $x-x$, правой или левой. Поэтому в таких рамах для определения знака момента применяются другие правила, о которых см., напр., «Выпуск III трудов Московского Института Транспорта», 1927 г.

Эпюры изгибающих моментов будем вычерчивать так (черт. 23): положительные моменты будем откладывать с внутренней стороны рамы, а отрицательные — с внешней.

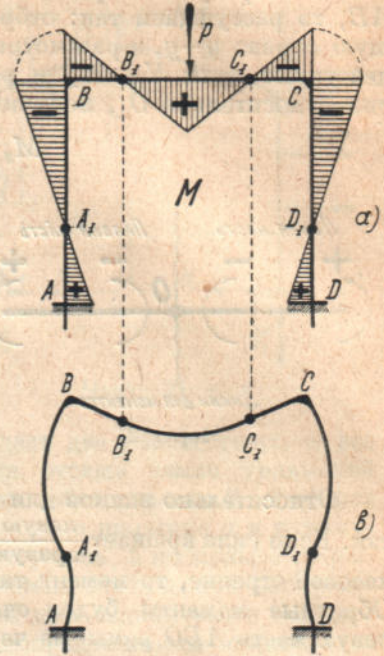
Так как здесь мы будем иметь в виду однопролетные и одноэтажные рамы, то вопрос о том, какая сторона является внешней, а какая внутренней, затруднений не представляет. О вычерчивании эпюры моментов в многопролетных и в многоэтажных рамах см. упомянутый выше «Выпуск III трудов Московского Института Транспорта». Заметим здесь кстати, что, имея эпюру изгибающих моментов, можно начертить вид деформированной рамы. Возьмем, напр., раму на черт. 24 а с нагрузкой P посредине ригеля BC и с заделанными в опоры стойками AB и CD . Эпюра моментов для такой рамы приведена

у Клейнлогеля ¹⁾ и имеет вид, показанный на том же черт. 24 а. Такая рама при действии на нее силы P будет деформироваться так. На участках стоек AA_1 и DD_1 , где действуют положительные моменты, рама будет изгибаться внутрь, т. е., как показано на черт. 24 б; аналогично будет происходить изгиб рамы и на участке B_1C_1 . На участках (A_1B , BB_1 , C_1C и CD_1) с отрицательными моментами изгиб будет происходить выпуклостью наружу рамы. Нулевым точкам моментов (A_1 , B_1 , C_1 и D_1) на черт. 24 а соответствуют точки перегибов, обозначенные на черт. 24 б теми же буквами. В результате рама примет очертание, показанное для ясности в очень преувеличенном виде на черт. 24 б.

Что на участках с положительным моментом рама действительно будет изгибаться выпуклостью внутрь, а при отрицательных моментах выпуклостью наружу рамы, в этом можно убедиться так. Возьмем, например, сечение $x-x$ в раме на черт. 20. Тогда сила V_A , по сказанному выше, даст относительно точки O положительный момент $(+V_A \cdot x)$, так как эта сила вращает левую часть ABO рамы по часовой стрелке. В то же время эта сила, вращая часть ABO около точки O , стремится изогнуть стержень BC в точке O



Черт. 23.



Черт. 24.

выпуклостью внутрь рамы. Сила H_A дает относительно точки O отрицательный момент $(-H_A \cdot h_1)$. Из чертежа же видно, что эта сила, вращая часть ABO около точки O , стремится изогнуть стержень BC в точке O выпуклостью наружу рамы. Таким образом момент $(+V_A \cdot x)$ изгибает стержень BC выпуклостью внутрь рамы, а момент $(-H_A \cdot h_1)$ выпуклостью наружу рамы. Но так как в сечении $x-x$ действуют оба эти момента одновременно, то изгиб стержня BC будет происходить в сторону действия большего момента, напр., если момент $(+V_A \cdot x)$ больше момента $(-H_A \cdot h_1)$, то изгиб произойдет внутрь рамы.

§ 5. Определение нормальных сил.

Для расчета сечений рамы, как увидим на стр. 108 II ч., надо знать не только величины изгибающих моментов, но и величины нормальных сил. Определение этих сил производится так.

Положим (черт. 25) имеется рама, на которую действуют силы $(P_1, P_2, P_3, P_4$ и $P_5)$:

От действия этих сил на опорах A и E должны появиться: вертикальные (V) и горизонтальные (H) реакции и реактивные моменты (M), т. к. предполагается, что стойки рамы заделаны в опоры.

Положим также, что эти реакции известны, и требуется определить нормальное усилие в каком-либо сечении $x-x$ рамы.

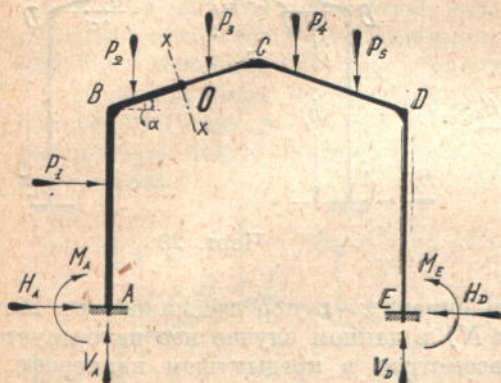
Как и в предыдущем параграфе, рассматриваем какую-либо часть рамы, например левую часть ABO (на чертеже левая часть рамы обозначена жирной линией).

¹⁾ См. его «Формулы для расчета рамных конструкций».

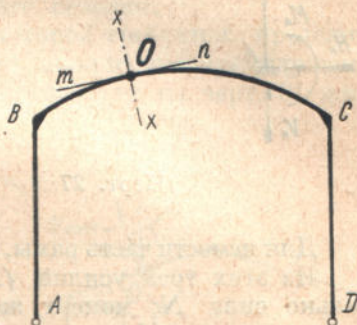
Здесь, как и на стр. 12, обычно рассматривается та часть, в которой меньше сил. Проектируя действующие в этой части силы (V_A, H_A, P_1, P_2) на ось BC , получим искомую нормальную силу

$$N_x = -V_A \sin \alpha - H_A \cos \alpha - P_1 \cos \alpha + P_2 \sin \alpha = (P_2 - V_A) \sin \alpha - (H_A + P_1) \cos \alpha \dots \dots \dots (A).$$

При проектировании сил на какую-либо ось моменты (см. реактивные моменты M_A и M_E) во внимание не принимаются, т. к. они не дают проекций; поэтому они и не вошли в выражение (A). Сечение $x-x$ надо брать перпендикулярно к оси соответствующего стержня. Так в данном случае сечение $x-x$ перпендикулярно к BC . Если (черт. 26) ось стержня имеет криволинейное очертание (BOC), то сечение $x-x$ строят так. Сначала в точке O , через которую должно пройти заданное сечение, проводят касательную mn к кривой BOC , затем через точку O проводят $x-x$, перпендикулярно к касательной mn . Для получения в сечении $x-x$ нормальной силы, надо все силы проектировать на касательную mn .



Черт. 25.



Черт. 26.

Относительно знаков для нормальных сил условимся так: растягивающие нормальные силы будем считать положительными, а сжимающие отрицательными. Такое условие знаков соответствует и деформации, т. к. положительные (растягивающие) нормальные силы дают приращение, а отрицательные (сжимающие) нормальные силы дают сокращение длины.

Следовательно, для определения знака нормальной силы надо сначала выяснить: вызывает ли данная сила в стержне рамы растяжение или сжатие. Этот вопрос разрешается таким образом: рассмотрим (черт. 27) равновесие какой-либо части рамы, напр. правой ($OCDE$) (на чертеже она обозначена жирной линией); левую же часть (ABO) отбросим. Чтобы оставшаяся правая часть ($OCDE$) находилась в равновесии, необходимо приложить к ней усилия, заменяющие действие на нее отброшенной левой части (ABO). Очевидно, что эти усилия должны быть эквивалентны силам V_A, H_A, M_A, P_1 и P_2 , действующим в отброшенной части.

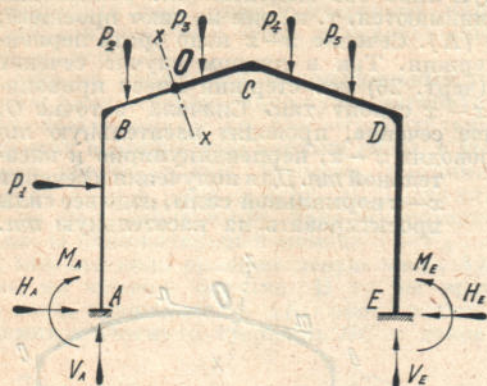
Из этих сил рассмотрим сначала какую-нибудь одну силу, напр. силу H_A . Т. е. предположим (черт. 28), что в отброшенной части действует только одна сила H_A . Приложим к точке O две прямопротивоположные силы H_1 и H_2 , равные и параллельные силе H_A , что не нарушит равновесия, т. к. добавочные силы (H_1 и H_2) взаимно уничтожаются. Таким образом, действие одной силы H_A будет эквивалентно действию сил H_A, H_1 и H_2 .

Здесь нужно все время помнить, что по сказанному все эти силы (H_A, H_1 и H_2) между собой равны и обозначены разным индексом только для отличия одна от другой.

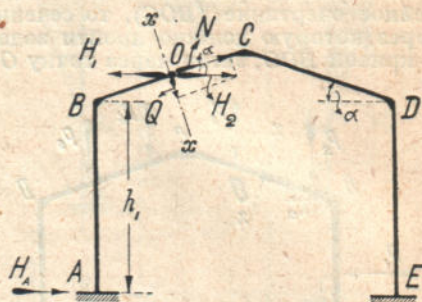
Действие сил H_A и H_1 можно заменить моментом $M = H_1 \cdot h_1 = H_A \cdot h_1$, т. к. эти силы ничто иное, как пара сил с плечом h_1 (на черт. 28

плечо h_1 надо продолжить до силы H_1). Силу же H_2 разложим на $Q = H_2 \sin \alpha = H_A \sin \alpha$ (поперечная сила), действующую вдоль $x-x$, и силу $N = H_2 \cos \alpha = H_A \cos \alpha$ (нормальная сила), действующую нормально к $x-x$.

Таким образом действие силы H_A , приложенной в точке A , можно заменить (черт. 29): 1) моментом $M = H_A \cdot h_1$; 2) поперечной силой $Q = H_A \cdot \sin \alpha$ и 3) нормальной силой $N = H_A \cdot \cos \alpha$, приложенными в сечении $x-x$.



Черт. 27.

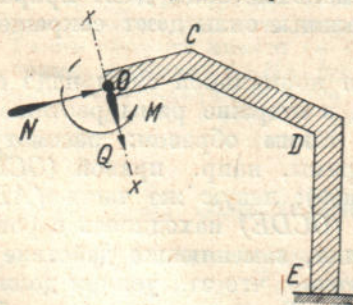


Черт. 28.

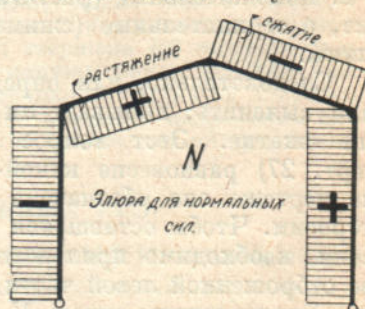
Для ясности часть рамы, лежащая справа $x-x$, перенесена на черт. 29.

Из этих трех усилий (M , Q и N) в данном случае нас интересует только сила N ; момент же M рассмотрен в предыдущем параграфе, см. выражение (A) на стр. 13, а сила Q будет рассмотрена в следующем параграфе, см. выражение (A) на стр. 17.

Силу N можно рассматривать (черт. 29), как внешнюю силу по отношению к оставшейся части ($OCDE$) рамы. Тогда из черт. 29 видно, что она направлена к сечению $x-x$, т. е. вызывает в нем сжатие и, следовательно, по сказанному выше, ее надо считать отрицательной, а потому в выражение (A) на стр. 15 она должна войти со знаком минус.



Черт. 29.



Черт. 30.

Поступая таким же образом и с силами V_A , P_1 и P_2 на черт. 27, найдем, что они дадут в сечении $x-x$ нормальные силы $V_A \sin \alpha$, $P_1 \cos \alpha$ и $P_2 \sin \alpha$, при чем силы $P_1 \cos \alpha$ и $V_A \sin \alpha$ будут вызывать в сечении $x-x$ сжатие, т. е. будут отрицательными, а сила $P_2 \sin \alpha$ вызывает в том же сечении растяжение, т. е. будет положительной.

На основании изложенного можно дать такое правило для определения нормальной силы в данном сечении:

Надо взять силы, не исключая и опорных реакций, действующие с одной стороны от данного сечения (с какой безразлично; но по сказанному лучше брать ту часть рамы, где меньше сил), и спроектировать эти силы на ось, перпендикулярную к данному сечению. Затем полу-

ченные проекции сил рассматривают, как внешние силы по отношению к данному сечению. Если эти силы окажутся направленными к сечению, т. е. сжимающими, то в выражении (А) на стр. 15 надо брать их со знаком минус. Если же они будут направлены в сторону от сечения, т. е. будут растягивающими, то в выражении (А) их надо взять со знаком плюс.

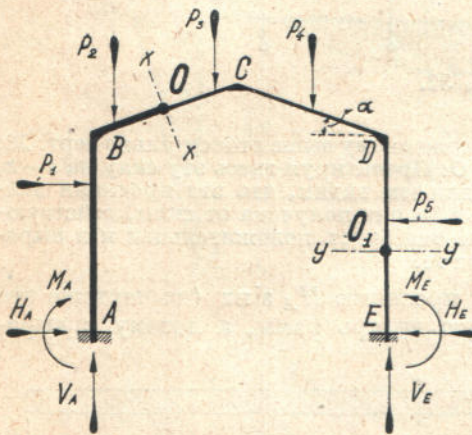
При вычерчивании эпюр положительные нормальные силы (черт. 30) будем откладывать с внутренней стороны рамы, а отрицательные с наружной, т. е. так же, как и изгибающие моменты на черт. 23.

При чтении эпюры на черт. 30 надо помнить, что нормальные силы на ней условно изображены в виде сил, перпендикулярных к оси рамы; в действительности же они направлены вдоль оси рамы.

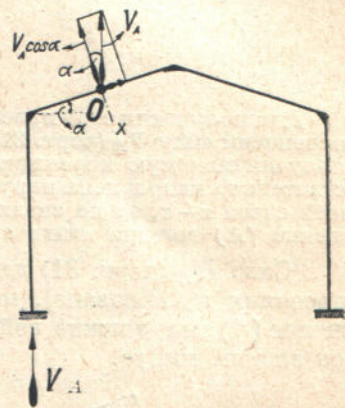
§ 6. Определение поперечных сил.

Напомним, что поперечной или перерезывающей силой для данного сечения называется алгебраическая сумма проекций на данное сечение сил, лежащих по одну сторону от этого сечения.

Положим (черт. 31) имеется рама, для которой требуется определить поперечную силу в сечении $x-x$. Для этого, аналогично предыдущему, рассмотрим левую часть рамы (АВО), обозначенную на черт. 31 жирной линией.



Черт. 31.



Черт. 31 а.

Здесь так же, как и на стр. 12, рассматривается обыкновенно та часть рамы, где меньше сил. В смысле же величины поперечной силы можно рассматривать какую угодно часть—правую или левую, т. к. известно, что сумма сил, лежащих слева от данного сечения, равна сумме сил, лежащих справа от того же сечения.

На рассматриваемую часть рамы АВО действуют силы V_A , H_A , P_1 и P_2 (в рассматриваемые силы обязательно включаются и опорные реакции, кроме опорного момента M_A , так как он не дает проекции).

Проектируя эти силы на сечение $x-x$, получим искомую поперечную силу

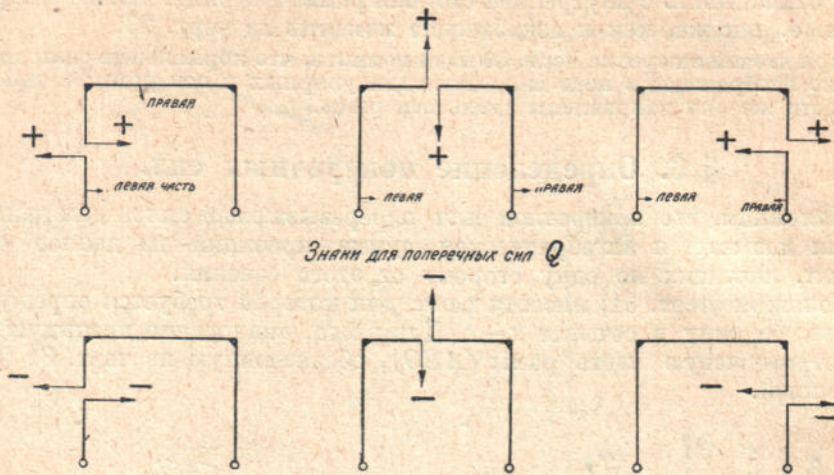
$$Q = V_A \cos \alpha - H_A \sin \alpha - P_1 \sin \alpha - P_2 \cos \alpha = \\ = (V_A - P_2) \cos \alpha - (H_A + P_1) \sin \alpha \dots \dots \dots (A)$$

Относительно знаков для поперечных сил условимся так: поперечную силу (черт. 32) будем считать положительной, если в левой части рамы она направлена наружу рамы, а в правой части рамы она направлена внутрь рамы.

Например, вернемся к поперечной силе в сечении $x-x$ на черт. 31. Эта сила, как указано выше, складывается из проекций на $x-x$ отдельных

сил (V_A , H_A , P_1 и P_2), действующих слева $x-x$. Поэтому для получения знака поперечной силы в сечении $x-x$ надо рассмотреть знаки проекций сил V_A , H_A , P_1 и P_2 .

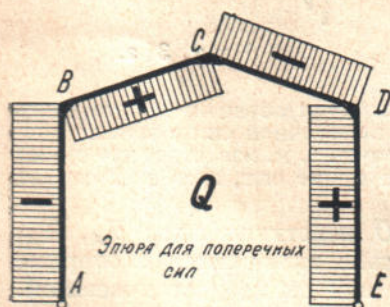
Сила V_A , действующая слева $x-x$ дает на $x-x$ проекцию $V_A \cos \alpha$, направленную наружу рамы, а потому эта проекция, согласно черт. 32, должна войти в выражение (A) со знаком плюс.



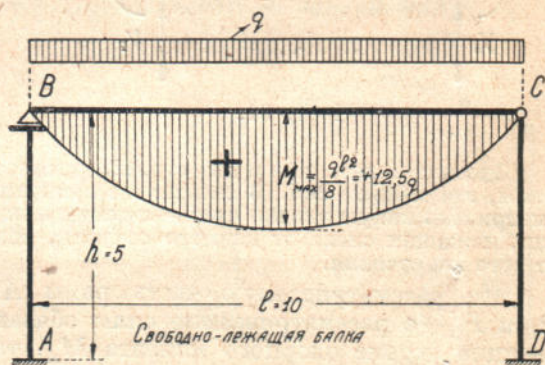
Черт. 32.

Для получения этой проекции, по изложенному выше относительно черт. 28, переносим силу V_A (черт. 31а) в точку O . Проектируя здесь эту силу на $x-x$, получим искомую проекцию $V_A \cos \alpha$, при чем видим, что эта проекция действительно направлена наружу рамы, и т. к. она получена от силы, действующей слева $x-x$, то по сказанному выше она будет положительной и в выражение (A) должна войти со знаком плюс.

Сила H_A (черт. 31) дает на $x-x$ проекцию $H_A \sin \alpha$ (на чертеже эта проекция не показана), направленную внутрь рамы, а потому в выражение (A) она должна войти со знаком минус.



Черт. 33.



Черт. 34.

Аналогично (черт. 31) сила P_1 дает на $x-x$ проекцию $P_1 \sin \alpha$ направленную также внутрь рамы, а потому в выражение (A) она должна войти со знаком минус. Наконец, сила P_2 дает проекцию ($P_2 \cos \alpha$), направленную также внутрь рамы, а потому в выражение (A) она должна войти со знаком минус.

Если бы (черт. 31) понадобилось найти поперечную силу в сечении $y-y$ стойки DE , то надо было бы поступить так: по предыдущему рассматриваем часть O_1E рамы (т. к. в ней меньше сил), а остальную

часть (O_1DCBA) отбрасываем. Тогда оставшуюся часть (O_1E) можно рассматривать, как правую часть рамы. В этой части действуют только силы H_E и V_E (момент M_E отбрасываем, т. к. он не дает проекции).

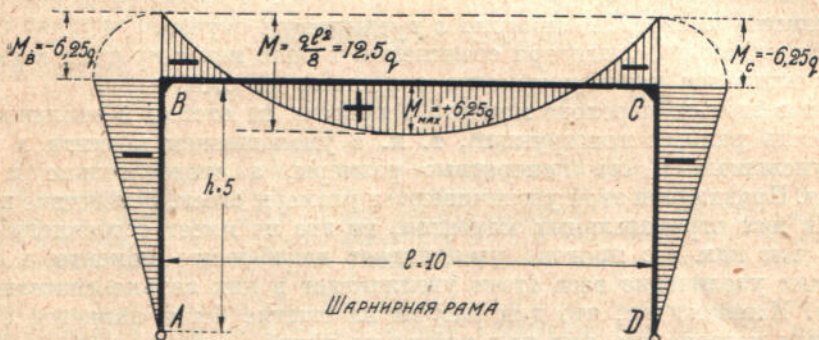
Если эти силы спроектировать на сечение $y-y$, то получим искомую поперечную силу $Q_y = H_E$, направленную внутрь рамы, а потому эта поперечная сила, согласно черт. 32, должна считаться положительной.

При вычерчивании эпюр положительные поперечные силы (черт. 33) будем откладывать с внутренней стороны рамы, а отрицательные — с наружной, т. е. так же, как моменты и нормальные силы на черт. 23 и 30.

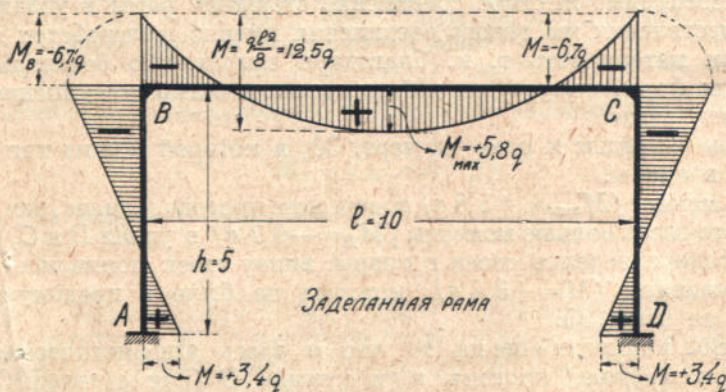
Определение поперечных сил в стержнях рамы можно произвести еще способом, указанным на стр. 92 II части.

§ 7. Сравнение рам шарнирных и с заделкой.

Положим (черт. 34), имеются две стойки AB и CD , на которых свободно лежит балка BC , нагруженная равномерной нагрузкой q . Затем представим себе две жесткие рамы (черт. 35 и 36) с неподвижными опо-



Черт. 35.



Черт. 36.

рами и имеющие те же геометрические размеры, что и предыдущая конструкция на черт. 34 и с такой же равномерной нагрузкой q на ригеле BC , при чем в раме на черт. 35 опоры шарнирные, а в раме на черт. 36 стойки AB и CD заделаны на концах A и D в опоры.

Еще раз обратим внимание на то, что для уяснения дальнейшего нужно все время помнить, что в жестких рамах (см. черт. 35 и 36) прогон BC соединен со стойками жестко, т. е. в одно целое, тогда как в конструкции на черт. 34 прогон BC лежит свободно на стойках (AB и CD), как простая балка.

Если построить для всех указанных конструкций эпюры моментов (для конструкций на черт. 35 и 36 эти эпюры построены по формулам Клейнлогеля, о которых см. стр. 40), то увидим следующее.

В конструкции на черт. 34 (свободнолежащая балка) изгибаться будет только прогон BC , стойки же будут испытывать только сжимающие усилия, которые передаются им с прогона BC .

Эпюра моментов для прогона BC здесь будет иметь вид параболы с наибольшей ординатой посередине прогона $M_{max} = \frac{ql^2}{8}$, т. е., как в простой балке с равномерно-распределенной нагрузкой q и пролетом l .

В раме на черт. 35 (с шарнирными опорами) момент ($M_{max} = +6,25q$), посередине прогона меньше, чем в предыдущем случае, но зато здесь имеются отрицательные моменты ($M_B = -6,25q$) в углах B и C и стойках, которых не было в предыдущей конструкции.

Затем обратим внимание, что здесь сумма моментов (арифметическая) посередине прогона и в узле B (или C) как-раз равна

$$M_{max} = \frac{ql^2}{8} = 6,25q + 6,25q = 12,5q,$$

т. е. моменту посередине прогона в предыдущем случае.

Следовательно, благодаря соединению в одно целое прогона и стоек, здесь получается переход момента с прогона на стойки.

Вот в этом-то переходе момента с прогона на стойки и заключается выгодность рамных конструкций, т. к. с уменьшением момента в прогоне уменьшаются его поперечные размеры, а следовательно и вес прогона. Правда, при этом увеличиваются размеры стоек, вследствие появления в них отрицательных моментов, но это не имеет особенного значения, так как вес прогона увеличивает изгибающие моменты в нем, тогда как увеличение веса стоек увеличивает в них только сжимающие усилия. Известно же, что для работы на сжатие бетон является более выгодным материалом, чем при работе на изгиб.

Следовательно, переход момента с прогона на стойки дает возможность получить более выгодную конструкцию, но для этого, как мы видели, необходимо жесткое соединение стержней рамы в узлах B и C . Для осуществления же такого соединения именно железобетон является наилучшим материалом, т. к. благодаря заполнению бетонной массой деревянных форм, получается действительно жесткое соединение стержней в узлах рамы.

Теперь перейдем к раме на черт. 36, в которой концы ног наглухо заделаны в опоры.

Здесь момент ($M_{max} = +5,8q$) посередине прогона меньше, чем на черт. 35. Но за то здесь больше моменты ($M_B = -6,7q$) в узлах B и C , и кроме того, благодаря заделке стоек в опоры, внизу стоек появились положительные моменты ($M = +3,4q$), которых не было в предыдущей конструкции на черт. 35.

Обратим внимание еще на то, что и здесь арифметическая сумма моментов посередине прогона и в сечении B (или сечении C) также равна

$$M = \frac{ql^2}{8} = 6,7q + 5,8q = 12,5q.$$

Таким образом, во всех, показанных на черт. 34—36 конструкциях, сумма моментов в узле B и посередине прогона равна одной и той же величине $M = \frac{ql^2}{8} = 12,5q$; т. е. на сколько уменьшается положительный момент посередине прогона, на столько же увеличиваются отрицательные моменты в узлах B и C .

Из сравнения эпюр изгибающих моментов на черт. 34—36 видно, что наибольшего сечения ригеля потребует конструкция на черт. 34 (свободнолежащая балка) и наименьшего — конструкция на черт. 36 (рама с заделкой). Стойки же — наиболее сильными будут в раме с заделанными пятнами (см. черт. 36) и наименее сильными — в конструкции на черт. 34.

Обратим внимание, что для перехода моментов с ригеля на стойки одного жесткого соединения стержней в узлах *B* и *C* еще недостаточно, т. к. при этом необходимо еще, чтобы опоры были неподвижны. Так например, на стр. 9 мы имели раму на черт. 10 с жесткими узлами *B* и *C* и сосредоточенной нагрузкой *P* на ригеле *BC*. В этой раме, благодаря подвижности опоры *A*, изгибаться будет только ригель, при чем он будет работать как простая балка с моментом под грузом

$$M = \frac{Pab}{l};$$

стойки же изгибаться не будут, т. е. моменты в них равны нулю.

Действительно, подвижная опора *A* дает только одну вертикальную реакцию, т. к. никакого сопротивления в горизонтальном направлении она оказать не может. Неподвижная опора дает также только одну вертикальную реакцию; она дает горизонтальную реакцию только в случае, когда на раму действуют горизонтальные силы, например, ветер. Вертикальные реакции будут, как в простой балке

$$V_A = \frac{Pb}{l} \text{ и } V_D = \frac{Pa}{l}.$$

Теперь легко убедиться, что действительно в любом сечении стоек *AB* и *CD* момент будет равен нулю. Например, найдем момент в сечении *y—y* стойки *AB* (черт. 10). Для этого по изложенному на стр. 12 рассмотрим часть *AO* рамы. На эту часть действует только одна сила *V_A*. Момент этой силы относительно *y—y* будет равен нулю, т. к. плечо силы *V_A* относительно *O* равно нулю.

Такое же значение момента мы получим и для всякого другого сечения этой стойки. Таким же образом можно убедиться и в том, что моменты в стойке *CD* будут равны нулю. Действительно, найдем, например, значение момента в каком-либо сечении *y₁—y₁* этой стойки.

Для этого по изложенному на стр. 13 рассмотрим часть рамы, лежащую ниже точки *O₁*. На эту часть действует только одна сила *V_D*. Момент этой силы относительно *y₁—y₁* будет равен нулю. Такое же значение момента мы получим и для всякого другого сечения этой стойки.

Момент в любом сечении *x—x* ригеля найдется так. Рассмотрим часть рамы, лежащую слева *x—x*. На эту часть действует только сила *V_A*. Беря момент этой силы относительно *x—x*, получим искомый момент

$$M_x = V_A \cdot x = \frac{Pbx}{l},$$

так как (см. выше)

$$V_A = \frac{Pb}{l}.$$

Если бы вместо ригеля *BC* мы рассмотрели простую балку с тем же пролетом *l* и нагрузкой *P*, то получили бы точно такое же значение момента.

Теперь возникает вопрос, какая же из конструкций, показанных на черт. 34—36 экономически более выгодна.

Из сказанного выше следует, что конструкция на черт. 34 экономически хуже конструкций на черт. 35 и 36, т. е. жестких рам. Поэтому рассмотрим только конструкции на черт. 35 и 36, т. е. раму с шарнирными и раму с заделанными пятнами.

Из изложенного следует, что в раме с заделанными пятнами стойкам передается с ригеля большая часть момента, нежели в раме с шарнирными опорами. Следовательно, если иметь в виду стоимость только одной рамы (без опор), то по сказанному заделанная рама должна быть дешевле шарнирной. Опоры, наоборот, в заделанной раме должны быть сильнее, а следовательно и дороже, т. к. здесь всегда больше распор (см. Геллер «Жесткие рамы», стр. 54, изд. 28 г.).

Однако, на практике разница между стоимостью шарнирной и заделанной рамы (включая и стоимость опор) часто бывает практически незначительна, и для решения вопроса о том, какая рама — шарнирная или заделанная — будет выгоднее, приходится делать сравнительные подсчеты.

Но часто экономические соображения отходят на второй план, и вопрос о применении той или другой рамы (шарнирной или с заделанными пятнами) приходится решать в зависимости от условий грунта. Дело в том, что перемещение опор, как мы увидим на стр. 32, в рамах с заделанными пятнами сказывается гораздо сильнее, нежели в рамах шарнирных.

Поэтому в тех случаях, когда грунт в основании рамы внушает сомнения и может вызвать то или иное перемещение опоры, лучше перейти к раме с шарнирными опорами.

К тому же в шарнирной раме будут меньше напряжения от температуры (см. стр. 30), а также напряжения, вызванные пренебрежением нормальными и поперечными силами, о которых см. стр. 34.

Затем следует обратить внимание, что в смысле самого расчета шарнирные рамы проще заделанных.

Это упрощение относится к той части расчета, где производится определение опорных реакций и изгибающих моментов. Действительно, если сравнить между собою приведенные в книге Клейнлогеля формулы для этих реакций и моментов, то увидим, что для шарнирных рам они имеют более простой вид (иногда в зависимости от очертаний рамы — значительно), нежели для заделанных рам. Кроме того при расчете фундаментов (см. II часть) в шарнирных рамах учитывается только действие вертикальной нагрузки и распора, а в заделанных рамах, кроме этих сил, приходится учитывать еще влияние реактивного момента.

В остальном же расчет шарнирных и заделанных рам одинаков.

§ 8. Некоторые особенности опорных реакций.

Здесь мы рассмотрим некоторые особенности опорных реакций, которые полезно иметь в виду при расчете рам.

Если (черт. 37 и 38) на раму какой угодно формы, шарнирную или заделанную, действует только $\frac{\text{вертикальная}}{\text{горизонтальная}}$ нагрузка, то $\frac{\text{горизонтальные}}{\text{вертикальные}}$ реакции в такой раме равны между собой по величине и противоположны по направлению. В этом можно убедиться, проектируя сначала силы P и опорные реакции на горизонтальную ось, а затем на вертикальную.

В некоторых случаях вертикальные реакции могут оказаться равными нулю. Такой случай имеет место, напр., в раме на черт. 39 при действии на нее сил P , как указано на чертеже. Действительно, беря момент этих сил и опорных реакций относительно B , получим

$$V_A l + Ph - Ph = 0$$

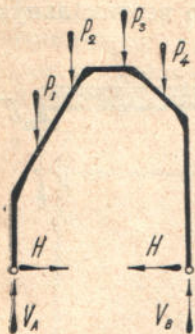
(о знаках см. стр. 13); откуда

$$V_A = 0.$$

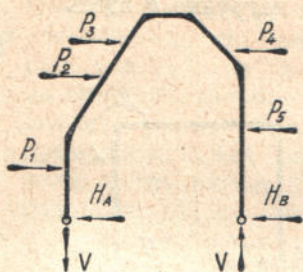
Беря момент тех же сил относительно A , получим $V_B = 0$.

Аналогично можно убедиться в равенстве нулю вертикальных реакций и в рамах на черт. 40—41; в раме на черт. 40 на стойки действует нагрузка равномерная, а в раме на черт. 41 — по закону треугольника; как в одном, так и в другом случае нагрузка симметрична.

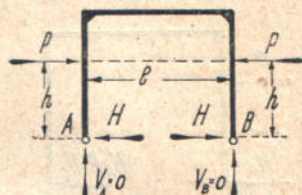
Обратим внимание, что для равенства нулю вертикальных реакций в случаях на черт. 39—41 необходимо, чтобы опоры *A* и *B* лежали на одном уровне. Если опоры не лежат на одном уровне, то в этом случае вертикальные реакции не будут равны нулю. Возьмем, напр., раму на черт. 42, у которой опоры *A* и *B* лежат на разных уровнях. В этой раме вертикальные реак-



Черт. 37.



Черт. 38.



Черт. 39.

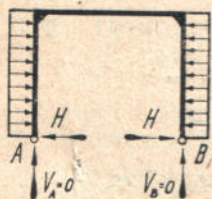
ции не будут равны нулю. Действительно, найдем, напр., вертикальную реакцию V_A . Для этого напишем момент сил P и опорных реакций относительно B , тогда получим

$$V_A l - H_A h_1 + P(h + h_1) - P(h + h_1) = 0.$$

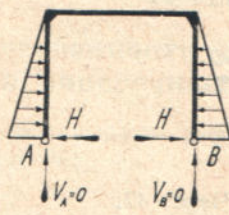
Откуда

$$V_A = \frac{H_A \cdot h_1}{l}.$$

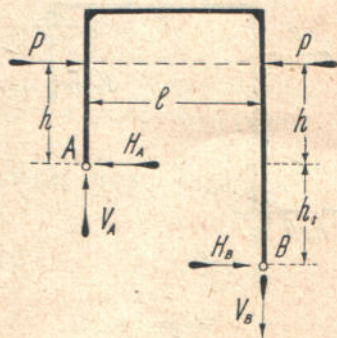
Т. е. действительно, V_A не равно нулю. Реакция V_B равна V_A , но противоположна ей по знаку. В этом можно убедиться, составляя уравнение моментов прежних сил относительно A , или проектируя все силы, в том числе и опорные реакции, на вертикальную ось.



Черт. 40.



Черт. 41.

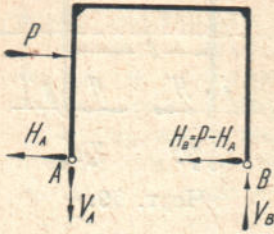


Черт. 42.

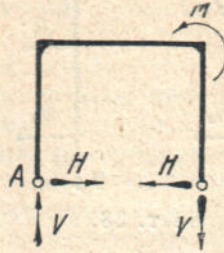
Если (черт. 43) на раму действует горизонтальная сила P , то по сказанному выше вертикальные опорные реакции равны между собой по величине и противоположны по направлению. В том, что эти реакции равны по знаку, можно убедиться и таким образом. Под влиянием силы P рама стремится приподняться над опорой A . Чтобы воспрепятствовать этому, надо приложить здесь вертикальную силу (реакцию) V_A , направленную вниз. От той же силы P рама будет прижиматься к опоре B ; поэтому здесь вертикальная реакция V_B будет направлена вверх.

Если (черт. 44) на раму действует момент M , то в этом случае будут между собой равны (но противоположны по знаку) как вертикальные, так и горизонтальные реакции. В этом можно убедиться, проектируя сначала все силы на вертикальную ось, а затем на горизонтальную, и имея в виду, что момент M на любую ось не дает проекции (или дает проекцию, но равную нулю).

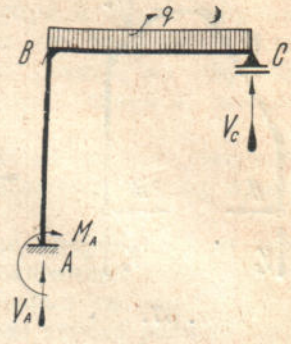
Говоря здесь о некоторых свойствах опорных реакций, остановимся на одном типе рамы, представленном на черт. 45. Здесь стойка AB заделана в опору A , а ригель BC своим концом C лежит на подвижной опоре C . Так как опора C подвижная, то при любой нагрузке (вертикальной или горизонтальной) она даст только одну, а именно вертикальную реакцию V_C . На опоре же A реакции будут таковы: при вертикальной нагрузке q здесь будут иметь место вертикальная реакция V_A и ре-



Черт. 43.

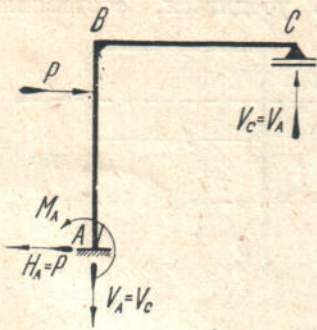


Черт. 44.

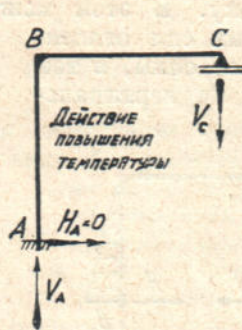


Черт. 45.

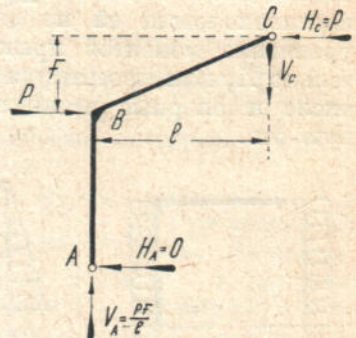
активный момент M_A (при действии на раму нагрузки q стойка AB будет стремиться изогнуться выпуклостью наружу, но этому препятствует заделка, действующая в обратную сторону и дающая реактивный момент M_A); горизонтальной реакции H_A здесь не будет, т. к., если бы она была, то должна существовать на опоре C горизонтальная сила, которая уравновешивала бы эту реакцию; но т. к. этой силы нет, то реакция $H_A = 0$.



Черт. 46.



Черт. 47.



Черт. 48.

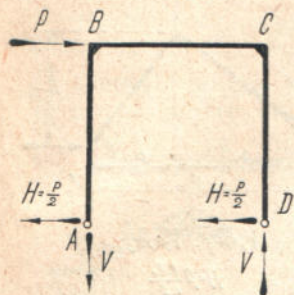
При горизонтальной нагрузке (черт. 46) на опоре A будут иметь место три реакции: 1) вертикальная реакция V_A , направленная вниз; 2) горизонтальная реакция H_A , равная по величине и обратная по знаку силе P и 3) реактивный момент M_A .

Равенство $H_A = P$ объясняется так: подвижная опора C никакого сопротивления в горизонтальном направлении не оказывает, поэтому все действие на раму силы P должно быть (в горизонтальном направлении) воспринято только опорой A , отчего здесь должна иметь место реакция $H_A = P$.

Затем, так как стойка AB заделана в опору B , то здесь имеет место реактивный момент M_A .

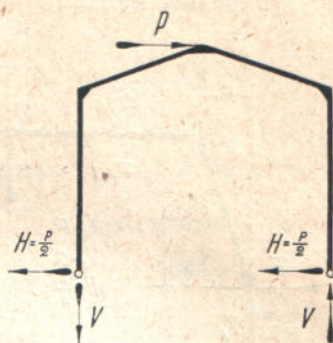
На опоре же C , т. к. она подвижная, будет иметь место только вертикальная реакция V_C , равная по величине V_A , но обратная ей по знаку, т. е. направленная вверх.

Наконец (черт. 47) обратим внимание в этой раме еще на реакции от температуры. При нагревании рамы стойка AB удлиняется, стремясь поднять ригель BC над опорой C . Чтобы воспрепятствовать этому, необходимо приложить здесь, вертикальную силу (реакцию) V_C , направленную вниз. Для равновесия же всей рамы на опоре A должна иметь место вертикальная реакция V_A , равная по величине и противоположная по знаку реакции V_C . Показанная на черт. 45 рама интересна в том отношении, что она,



Черт. 49 а.

как сказано, не дает на опоре C распора, а потому может иметь применение в тех случаях, когда ригель BC надо опереть на стену или другую опору, не могущую воспринимать распора, т. к. нужно иметь в виду, что в рамных конструкциях опоры обычно устраиваются неподвижными,



Черт. 49 б.

и потому здесь приходится считаться с наличием распора. В раме на черт. 48, при действии на нее в узле B силы P , горизонтальная реакция $H_A = 0$. Кроме того во всех сечениях этой рамы равны нулю изгибающие моменты, о чем см. ниже. Формулы для опорных реакций в этой раме имеются у Клейнлогеля. В рамах на черт. 49 а и 49 б, при действии на них силы P , как указано на чертежах, горизонтальные реакции равны между собой по величине (при чем каждая из них равна $\frac{P}{2}$) и направлены противоположно силе P . В последнем

можно убедиться из того, что при действии на раму, напр. на черт. 49 а, силы P , она стремится сдвинуться вправо, но этому препятствует неподвижность опор; поэтому горизонтальные реакции здесь будут направлены влево. Формулы для этих рам также имеются у Клейнлогеля.

§ 9. Некоторые особенности моментов, нормальных и поперечных сил.

Обычно в каждом сечении рамы действуют:

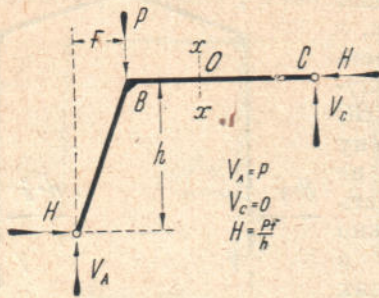
- 1) изгибающий момент M ;
- 2) нормальная сила N и
- 3) поперечная сила Q .

В некоторых же случаях та или другая из этих величин (M , N и Q) может оказаться равной нулю. Так напр., в рамах на черт. 50 и 51 при действии на них силы P , как показано на чертежах, моменты во всех сечениях этих рам будут равны нулю.

Действительно, на этих чертежах приведены величины опорных реакций, взятые из книги «Формулы для расчета рамных конструкций» Клейнлогеля. Найдем при этих реакциях момент в каком-либо сечении $x-x$ рамы на черт. 50. Для этого по изложенному на стр. 12 рассмотрим часть рамы, лежащую справа $x-x$. На эту часть действуют только две силы: V_C и H . Беря момент этих сил относительно $x-x$, убедимся, что он действительно равен нулю, т. к. $V_C = 0$, а сила H дает момент, равный нулю, т. к. плечо ее относительно точки O равно нулю. Такое же значение момента мы получим и для всякого другого сечения этой рамы. Сказанное применимо и к рамам на черт. 48 и 51.

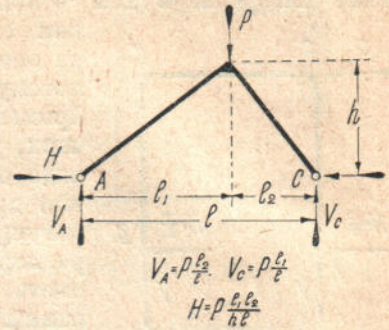
Аналогичное явление с моментами имеет место и в других случаях рам; такие случаи можно найти в книге с упомянутыми формулами Клейнлогеля.

Такое же явление может иметь место в некоторых случаях рам и с нормальными силами N . Возьмем, напр., раму на черт. 52, на которую с обеих сторон действуют (симметрично) горизонтальные силы P . По сказанному на стр. 22 относительно рамы на черт. 39 здесь будут иметь место только горизонтальные реакции H , т. к. вертикальные реакции в такой раме равны нулю. Тогда нормальные силы по всей высоте стоек будут равны нулю.



Черт. 50.

$$\begin{aligned} V_A &= P \\ V_C &= 0 \\ H &= \frac{Pl}{h} \end{aligned}$$

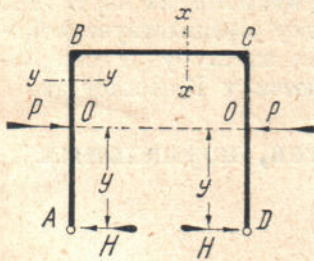


Черт. 51.

$$\begin{aligned} V_A &= P \frac{l_2}{l} & V_C &= P \frac{l_1}{l} \\ H &= P \frac{h}{l} \end{aligned}$$

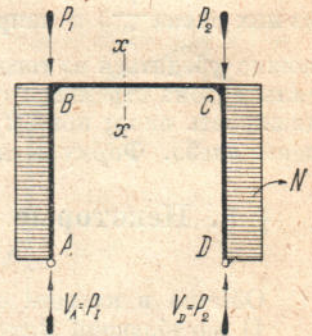
Действительно, найдем, напр., нормальную силу в сечении $y-y$ стойки AB . Для этого, по изложенному на стр. 12, рассмотрим часть рамы, лежащую ниже $y-y$. На эту часть по сказанному выше действуют: горизонтальная реакция H и горизонтальная сила P . Проектируя эти силы на AB , мы должны получить искомую нормальную силу; но т. к. проекция этих сил на AB равна нулю, то и искомая нормальная сила будет также равна нулю. Такое же значение нормальной силы мы получим и для всякого другого сечения этой стойки. Такими же рассуждениями можно убедиться в равенстве нулю нормальной силы и в любом сечении стойки CD .

В некоторых случаях может оказаться равной нулю и поперечная сила. Так напр.,



Черт. 52.

найдем поперечную силу в сечении $x-x$ ригеля BC в упомянутой выше раме на черт. 52. Для этого по изложенному на стр. 12 рассмотрим часть рамы, лежащую слева $x-x$. На эту часть действуют только горизонтальные силы H и P .



Черт. 53.

Для получения поперечной силы в этом сечении надо спроектировать на него указанные силы P и H . Проекция этих сил на сечение $x-x$ равна нулю, а следовательно и поперечная сила в этом сечении также равна нулю. Точно такое же значение поперечной силы мы получим и для всякого другого сечения ригеля BC .

Рассмотрим еще раму на черт. 53. Положим, что на эту раму, в точках B и C действуют вертикальные силы P_1 и P_2 . Рассуждениями, аналогичными предыдущим, легко убедиться, что здесь во всех стержнях рамы поперечные силы равны нулю; нормальные силы N действуют только в стойках (на черт. 53 показана эпюра этих сил, которая строится по изложенному на стр. 17).

Обратим внимание, что в этой раме силы P_1 и P_2 не оказывают влияния на ригель не только в смысле нормальных и поперечных сил, но и в смысле изгибающего момента. Действительно, каждая из этих сил целиком воспринимается своей стойкой, а именно сила P_1 воспри-

нимается стойкой AB , а сила P_2 стойкой CD . Поэтому реакция на опоре A будет $V_A = P_1$ и на опоре D — реакция $V_D = P_2$.

В этом можно убедиться так. Положим, требуется найти реакцию V_A . Для этого напишем момент сил P_1 и P_2 и опорных реакций относительно D

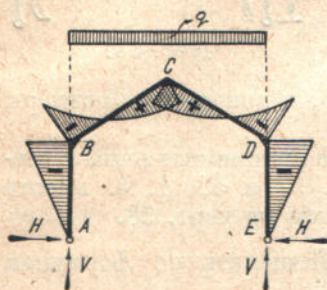
$$V_A l - P_1 l = 0,$$

откуда

$$V_A = P_1.$$

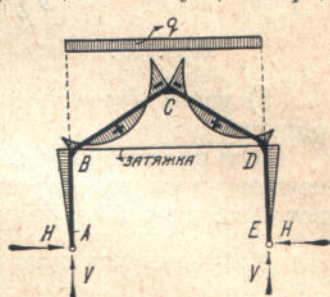
Если взять момент тех же сил относительно A , то аналогично можно доказать, что $V_D = P_2$.

Теперь найдем момент в каком-либо сечении $x-x$ ригеля. Для этого по изложенному на стр. 12 рассмотрим часть рамы, лежащую, напр.,



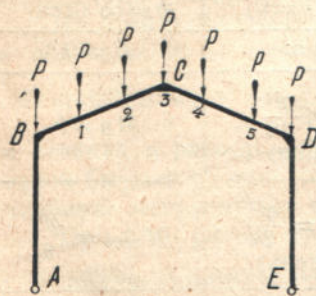
Черт. 54.

слева $x-x$. На эту часть действуют только две силы, а именно сила P_1 , приложенная в точке B , и реакция $V_A = P_1$. Беря момент этих сил относительно $x-x$ убедимся, что он действительно равен нулю. Точно такое же значение момента мы получим и для вся-



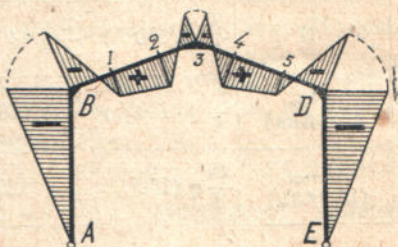
Черт. 55.

кого другого сечения ригеля и стойки. Затем полезно обратить внимание на рамы, показанные на черт. 54 и 55. На этих чертежах показаны две одинакового типа рамы с одинаковой равномерной нагрузкой q на ригеле BCD , только в раме на черт. 55 на уровне BD поставлена



Черт. 56 а.

затяжка, тогда как в раме на черт. 54 затяжки нет. На обоих чертежах показаны эпюры моментов. Из сравнения этих эпюр видно, что моменты в стойках и углах B и D в раме без затяжки больше, нежели в раме с затяжкой. То же относится и к положительным мо-



Черт. 56 б.

ментам в ригеле. Кроме того в коньке C в раме с затяжкой, вместо положительного момента, возникает отрицательный момент. О рамах с затяжкой см. также §§ 24 и 25.

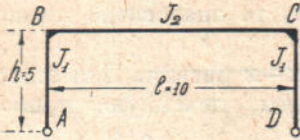
Наконец, обратим внимание на раму, показанную на черт. 56 а. При действии на эту раму сосредоточенных грузов, как показано на чертеже, моменты у вершины C обычно имеют положительное значение; в некоторых же случаях, в зависимости от размеров рамы, они могут оказаться здесь (черт. 56 б) отрицательными. Заметим (черт. 56 а), что силы P , приложенные в узлах B и D , совершенно не влияют на моменты и распор рамы; они влияют только на нормальные силы в стойках рамы; эти силы по своему действию аналогичны силам P_1 и P_2 на черт. 53.

§ 10. Влияние изменения высоты рамы.

Здесь мы на частном примере рассмотрим, как может отразиться изменение высоты рамы на ее моментах, а следовательно, и поперечных размерах.

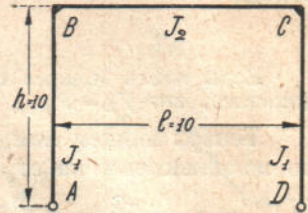
Обычно в рамных конструкциях (черт. 57) с увеличением высоты рамы h :

1) уменьшается распор, а следовательно, и размеры опор, так как, чем меньше распор, тем меньше, при прочих равных условиях, размеры опор;



Черт. 57.

2) уменьшаются моменты, а следовательно, и поперечные размеры стоек;



Черт. 58.

3) увеличиваются моменты, а следовательно, и поперечные размеры ригеля.

Для иллюстрации сказанного рассмотрим две шарнирные рамы с геометрическими размерами, указанными на черт. 57 и 58, т. е. высота рамы на черт. 57 в два раза меньше высоты рамы на черт. 58.

Если принять для упрощения $\frac{J_2}{J_1} = 1^1)$ и вычислить по формулам

Клейнлогеля для этих рам распор и моменты при равномерно распределенной нагрузке на ригеле, то получим значения, приведенные в таблице. Рассматривая эти значения, видим, что действительно, с увеличением высоты h уменьшается распор H и момент (M_B) в стойках, но зато увеличивается момент в ригеле (M_{max}).

Таблица I

Значения	Рамы с высотой	
	$h = 5 \text{ м}$	$h = 10 \text{ м}$
H	$\frac{5}{4} q$ (100%)	$\frac{2}{4} q$ (40%)
M_B (стойка)	$\frac{25}{4} q$ (100%)	$\frac{20}{4} q$ (80%)
M_{max} (ригель)	$\frac{25}{4} q$ (100%)	$\frac{30}{4} q$ (120%)

Таблица II

$h = 0$ ($k = 0$)	$h = \infty$ ($k = \infty$)
$H = \infty$	$H = 0$
$M_B = \frac{ql^2}{12}$ (стойка)	$M_B = 0$
$M_{max} = \frac{ql^2}{24}$ (ригель)	$M_{max} = \frac{ql^2}{8}$

Указанную выше зависимость распора от высоты рамы можно установить и из непосредственного рассмотрения формулы распора для данного случая рамы. Так, распор для этой рамы при равномерной нагрузке на ригеле выражается формулой (см. формулы Клейнлогеля)

$$H = \frac{ql^2}{4h(2k + 3)}$$

или

$$H = \frac{ql^2}{4h \left(2 \frac{J_2}{J_1} \cdot \frac{h}{l} + 3 \right)} \dots \dots \dots (1)$$

так как

$$k = \frac{J_2}{J_1} \cdot \frac{h}{l}$$

¹⁾ где J_1 — момент инерции стойки, а J_2 — момент инерции ригеля.

Из последней формулы видно, что действительно с увеличением высоты рамы h распор H уменьшается. Из этой же формулы видно, что такие же результаты получаются и при увеличении отношения $\frac{J_2}{J_1}$, о чем подробнее см. стр. 35.

Интересно выяснить еще, чему будут равняться распор и моменты в рамах рассмотренного типа при $h=0$ и при $h=\infty$.

Моменты для такой рамы при той же равномерной нагрузке q выражаются формулами (см. формулы Клейнлогеля).

Момент в узле B

$$M_B = -\frac{ql^2}{4(2k+3)} \dots \dots \dots (2)$$

где

$$k = \frac{J_2 \cdot h}{J_1 \cdot l};$$

момент посередине ригеля

$$M_{max} = \frac{2k+1}{2k+3} \cdot \frac{ql^2}{8} \dots \dots \dots (3a)$$

или, деля числитель и знаменатель на k , получим

$$M_{max} = \frac{2 + \frac{1}{k}}{2 + \frac{3}{k}} \cdot \frac{ql^2}{8} \dots \dots \dots (3b)$$

Подставляя в формулы (1) и (2) значения $h=0$ и $h=\infty$, получим значения H и M_B , приведенные в таблице II, а подставляя в формулу (3a) значение $h=0$ и в формулу (3b) значение $h=\infty$, получим значения M_{max} , приведенные в той же таблице.

Из этой таблицы видим, что при $h=\infty$ ригель рамы превращается в обыкновенную, свободно лежащую на двух опорах балку, т. к. полученный момент $M_{max} = \frac{ql^2}{8}$ соответствует именно такой балке. Момент в стойках и распор в такой раме равен нулю. Т. е. в такой раме изгибался бы только один ригель, а стойки работали бы только на вертикальную нагрузку от ригеля и собственного веса.

При $h=0$ ригель превращается в балку, заделанную на двух опорах, т. к. полученные моменты $M_B = \frac{ql^2}{12}$ и $M_{max} = \frac{ql^2}{24}$ соответствуют именно такой балке.

К такому же результату мы придем, подставляя в упомянутые формулы

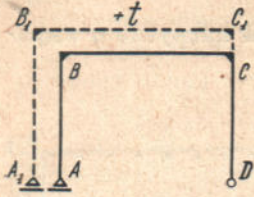
$$\frac{J_2}{J_1} = \infty \text{ и } \frac{J_2}{J_1} = 0,$$

то-есть, если жесткость ригеля бесконечно больше жесткости стойки, то ригель такой рамы превращается в обыкновенную свободно лежащую на двух опорах балку. Если жесткость ригеля бесконечно меньше жесткости стоек, то ригель такой рамы превращается в заделанную на двух опорах балку; об этом же см. ниже, стр. 35.

Выше мы имели в виду, что опоры в рамах на черт. 57 и 58 шарнирные, но к такому же заключению мы пришли бы и в том случае, если бы стойки этих рам были заделаны в опоры; для этого надо было бы аналогичным образом рассмотреть формулы для таких рам, приведенные в книге Клейнлогеля «Формулы для расчета рамных конструкций».

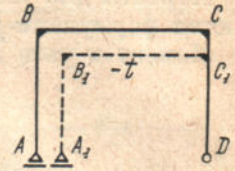
§ 11. Влияние температуры.

Если в раме на черт. 59 одна из опор, напр. А, подвижная (т. е. может свободно перемещаться), а другая неподвижная, то при нагревании рамы стержни ее удлинятся, опора А сдвинется влево, и вся рама примет вид, показанный (в преувеличенном виде) на черт. 59



Черт. 59.

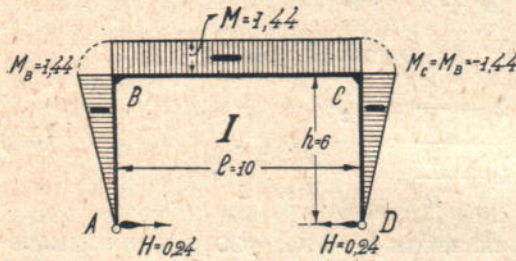
пунктиром +t. При охлаждении, наоборот, опора А сдвинется вправо, и рама примет вид, показанный на черт. 60 пунктиром -t.



Черт. 60.

Очевидно, что здесь, т. е. при подвижной опоре, стержни рамы имеют возможность совершенно свободно менять свою длину, и потому никаких напряжений от изменения температуры они испытывать не будут.

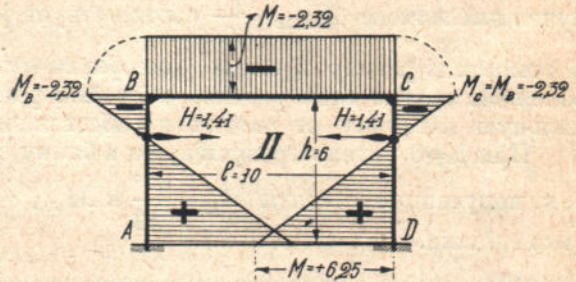
Если же (черт. 62) обе опоры в раме будут неподвижны (т. е. не могут перемещаться), то в этом случае стержни рамы не могут изменять свою длину так свободно, как в предыдущем случае, и, следовательно, при всяком температурном изменении, кроме напряжений от действующих на раму нагрузок, они будут испытывать еще и напряжения от изменения температуры, при чем в раме с заделанными стойками всякое изменение температуры будет сказываться сильнее, чем в шарнирной раме.



Черт. 61.

Действительно (черт. 61 и 62), возьмем для примера две рамы I и II, имеющие одни и те же геометрические размеры, но отличающиеся между собою только устройством опор, а именно: в раме I опоры шарнирные, а в раме II стойки заделаны в опоры, при чем в обоих случаях опоры предполагаются абсолютно неподвижными.

Для рамы I с шарнирными опорами распор от температуры H выражается так (см. Клейнлогель «Формулы для расчета рамных конструкций»)



Черт. 62.

$$H_{шарн.} = \frac{3\alpha EJ_2 t}{h^2(3 + 2k)} \dots \dots \dots (1)$$

и для рамы II с заделкой внизу

$$H_{зад.} = \frac{3\alpha EJ_2 t(2k + 1)}{h^2 k(k + 2)} \dots \dots \dots (2)$$

где α — коэффициент расширения бетона;
 E — модуль упругости бетона;
 J_1 — момент инерции стойки;

J_2 — момент инерции ригеля BC ;

i — число градусов, на которое нагревается или охлаждается рама;

h — высота рамы;

l — пролет рамы;

$$k = \frac{J_2}{J_1} \cdot \frac{h}{l}$$

Обозначая

$$A = \frac{3\alpha EJ_2 t}{h^2},$$

формулы (1) и (2) можно написать так

$$H_{шарн.} = \frac{A}{(3 + 2k)} \dots \dots \dots (3)$$

$$H_{зад.} = \frac{A(2k + 1)}{k(k + 2)} \dots \dots \dots (4)$$

Приведем выражения (3) и (4) к общему знаменателю

$$H_{шарн.} = \frac{Ak(k + 2)}{k(k + 2)(3 + 2k)} = \frac{A(k^2 + 2k)}{k(k + 2)(3 + 2k)} \dots \dots (5)$$

$$H_{зад.} = \frac{A(2k + 1)(3 + 2k)}{k(k + 2)(3 + 2k)} = \frac{A(4k^2 + 8k + 3)}{k(k + 2)(3 + 2k)} \dots \dots (6)$$

Из сравнения двух последних выражений видим, что $H_{зад.}$ значительно больше $H_{шарн.}$

Для иллюстрации сказанного на черт. 61 и 62 построены эпюры изгибающих моментов при нагревании этих рам. Из сравнения этих эпюр видим, что моменты в заделанной раме значительно больше моментов шарнирной рамы.

Затем из сравнения формул (1) и (2) видно, что чем больше жесткость (EJ_2) ригеля, тем больше распор, а следовательно, и напряжения от температуры. Т. е. здесь получается явление, обратное тому, какое мы имели на стр. 29 при рассмотрении действия на ригель нагрузки, где с увеличением жесткости ригеля распор в раме, наоборот, уменьшается.

Наконец практика показывает, что входящая в формулы (1) и (2) величина k сравнительно мало влияет на распор, а потому можно сказать, что распор от температуры (при прочих равных условиях) обратно пропорционален почти квадрату высоты рамы. Т. е., если высота рамы уменьшилась, скажем, в 2 раза, то распор от температуры в такой раме увеличится примерно в 4 раза. Следовательно, распор от температуры, а значит, и напряжения в стержнях рамы, находятся в большой зависимости от высоты стоек, а именно, чем больше высота стоек, тем меньше распор и наоборот.

Резюмируя изложенное выше, можем сказать, что влияние температуры:

1) больше в заделанных рамах, нежели в шарнирных. Следовательно, там, где можно ожидать больших колебаний температуры, шарнирная рама лучше заделанной;

2) больше в низких рамах, нежели в высоких и

3) тем больше, чем больше жесткость (EJ_2) ригеля.

До сих пор мы имели в виду, что нагревание или охлаждение рамы происходит равномерно, т. е., что все части рамы нагреваются или охлаждаются на одно и то же число градусов. Однако, в практике такое нагревание бывает редко, и наоборот, почти всегда одна часть рамы, напр. солнечная или наружная, нагревается сильнее, нежели другая.

Тем не менее, в расчетах обычно принимается только равномерное нагревание или охлаждение, как это сделано на стр. 73 II ч. и только в особо ответственных сооружениях при расчете наружных стен зданий учитывается действие на эти стены неравномерного нагревания; см. об этом § 19 норм Госплана по железобетону.

Затем известно, что бетон при твердении изменяет свой объем, а именно при твердении в воде объем его увеличивается (разбухает), а при твердении в воздухе уменьшается, или, как говорят, дает усадку (ссыхается). Естественно, что при таких изменениях объема в бетонной массе возникают дополнительные напряжения. В практике согласно § 19 норм учитывается влияние только усадки. Влияние же разбухания бетона невелико и обыкновенно не учитывается, тем более, что оно сравнительно с усадкой встречается значительно реже (в подводных сооружениях).

Относительно усадки в § 19 наших норм говорится так: «усадка бетона в статически неопределимых сооружениях учитывается введением в расчет добавочного понижения температуры на 10° », (заметим, не повышения, а понижения, т. к. при понижении температуры в бетонной массе происходит явление сокращения объема, аналогичное усадке бетона).

Нужно заметить также, что влияние температуры и усадки бетона часто не вызывает увеличения размеров сечений, полученных от нагрузок. Объясняется это тем, что согласно § 46 наших норм, при учете только температуры разрешается повышать допускаемые напряжения бетона и железа на 20% ; если же в расчет вводится и температура и усадка, то допускаемые напряжения могут быть повышены на 40% .

Положим, что учет температуры и усадки дал повышение напряжений для бетона, напр., на 4 кг/см^2 и для железа на 100 кг/см^2 .

Положим затем, что допускаемые напряжения бетона $\sigma_b = 50 \text{ кг/см}^2$ и железа $\sigma_e = 1200 \text{ кг/см}^2$. Тогда указанные увеличения напряжений (4 и 100 кг/см^2) не будут иметь практического значения, т. к. согласно норм при этом можно повысить допускаемые напряжения бетона до $50 \cdot 1,4 = 70$ и железа до $1200 \cdot 1,4 = 1680 \text{ кг/см}^2$.

Следовательно надбавки допускаемых напряжений будут: для бетона $70 - 50 = 20$ и железа $1680 - 1200 = 480 \text{ кг/см}^2$, т. е. больше полученного повышения напряжений (4 и 100 кг/см^2) от температуры и усадки.

Такие явления имеют место в гражданских сооружениях, где поэтому влияние t° часто не учитывается; см. об этом стр. 73 II части.

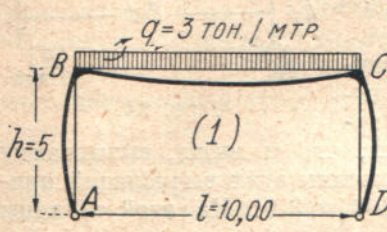
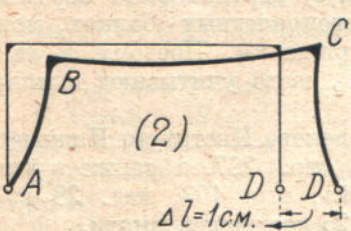
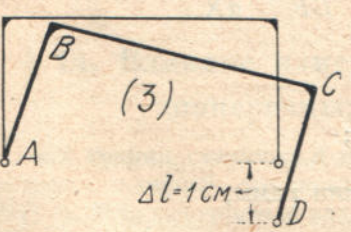
§ 12. Влияние перемещения опор.

В рамных конструкциях, как и во всяком сооружении, по разным причинам (напр., в основании оказался грунт не той прочности, какая принята для расчета опор, подмыв основания, и т. д.) не исключена возможность того или иного перемещения опоры. Чтобы судить о том, как какое-либо движение опоры может отразиться на напряжениях в раме, рассмотрим такой частный пример. Возьмем две рамы с одинаковыми геометрическими размерами, показанными на черт. 63 и 64. При чем в раме на черт. 63 внизу шарниры, а в раме на черт. 64 внизу—заделка. Затем предположим, что на ригель той и другой рамы действует равномерно распределенная нагрузка, $q = 3 \text{ т}$ на погонный м. Если для этих рам по формулам Клейнлогеля определить вертикальные и горизонтальные реакции, а также изгибающие моменты в сечениях A и B и посередине ригеля, то получим значения, указанные в таблице на стр. 33 (см. ряд 1-й).

Затем для тех же рам (при отсутствии внешней нагрузки) рассмотрена возможность таких перемещений опор:

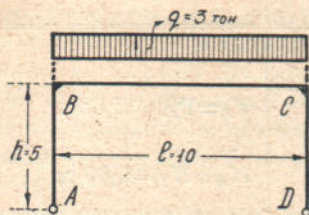
Таблица

для учета влияния перемещения опор в рамах с шарнирами и с заделкой

	Внизу шарниры	Внизу заделка
<p>Первый ряд</p> 	$V_A = V_B = 15,00 \text{ т}$ $H_A = H_D = 3,75 \text{ т}$ $M_A = M_D = 0,00 \text{ т м}$ $M_B = M_C = -18,75 \text{ т м}$ $M_{l/2} = +18,75 \text{ т}$	$V_A = V_D = 15,00 \text{ т}$ $H_A = H_D = 6,00 \text{ т}$ $M_A = M_D = +10 \text{ т м}$ $M_B = M_C = -20 \text{ т м}$ $M_{l/2} = +17,50 \text{ т}$
<p>Второй ряд</p>  <p>Горизонтальное перемещение опоры</p>	$V_A = V_D = 0,00 \text{ т}$ $H_A = -H_D = 0,893 \text{ т}$ $M_A = M_D = 0,0 \text{ т м}$ $M_B = M_C = +4,465 \text{ т м}$ $M_{l/2} = +4,65 \text{ м}$	$V_A = V_D = 0,00 \text{ т}$ $H_A = H_D = -5,71 \text{ т}$ $M_A = M_B = -21,40 \text{ т м}$ $M_B = M_C = +7,14 \text{ т м}$ $M_{l/2} = +7,14 \text{ м}$
<p>Третий ряд</p>  <p>Вертикальное перемещение опоры</p>	$V_A = V_D = 0,00 \text{ т}$ $H_A = H_D = 0,00 \text{ т}$ $M_A = M_D = 0,0 \text{ т м}$ $M_B = M_C = +0,004 \text{ т м}$ $M_{l/2} = +0,004 \text{ м}$	$V_A = -V_D = 0,893 \text{ т}$ $H_A = H_D = 0,00 \text{ т}$ $M_A = M_B = -M_C = -M_D = -4,465 \text{ т м}$ $M_{l/2} = 0,00 \text{ м}$

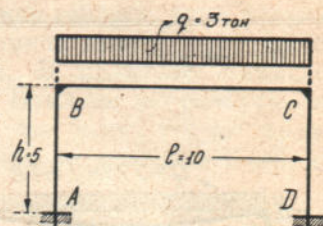
- 1) Одна из опор переместилась в горизонтальном направлении на величину $\Delta l = 1$ см, при чем точки A и D остались на прежнем уровне.
- 2) Одна из опор переместилась на величину $\Delta h = 1$ см в вертикальном направлении (дала осадку).

Заметим, что, если обе опоры перемещаются в вертикальном направлении на одну и ту же величину, то это случай равномерной осадки сооружения. Такая осадка, как известно, никакого влияния на сооружение не оказывает, и потому рассматриваться здесь не будет.



Черт. 63.

Для всех указанных перемещений нами вычислены опор-



Черт. 64.

ные реакции и моменты в тех же сечениях, что и выше, вызываемые каждым из указанных перемещений. Результаты этих вычислений приведены в упомянутой таблице, см. ряды 2-й и 3-й. Из этой таблицы видно:

1) влияние перемещений опоры в раме с заделкой внизу гораздо значительнее, нежели в раме с шарнирными опорами. Вот почему при сомнительных и ненадежных грунтах часто шарнирной раме дают предпочтение перед рамой с заделкой;

2) горизонтальное перемещение опоры более опасно, чем вертикальное. Заметим, что это относится только к однопролетным рамам, т. к. в многопролетных рамах (см. черт. 6 на стр. 8) вертикальное перемещение (осадка) одной из опор, как и в многопролетных балках, может вызвать значительные дополнительные напряжения. Поэтому в таких рамах, наряду с напряжением от нагрузок, часто учитывают и напряжения от осадки опор.

Такой расчет приведен в Трудах Московского Института Инженеров Транспорта, выпуск III, изд. 27 г., на стр. 267, а также в книге Ульянинского «Расчет рамных конструкций», стр. 103, изд. 28 г.

Влияние осадки рассмотрено еще и в § 25 настоящей книги.

§ 13. Влияние нормальных и поперечных сил.

При определении лишних неизвестных (см. стр. 9) в рамных конструкциях влиянием продольных (N) и поперечных (Q) сил обычно пренебрегают. Положим, что для определения этих неизвестных пользуются известным уравнением наименьшей работы (см. стр. 43).

$$\int \frac{M}{EJ} \cdot \frac{dM}{dX} dx + \int \frac{N}{EF} \cdot \frac{dN}{dX} dx + k \int \frac{Q}{GF} \cdot \frac{dQ}{dX} dx = 0 \dots (A)$$

где M — момент в любом сечении рамы;

N — нормальная сила;

Q — поперечная сила;

E — модуль упругости материала рамы;

G — модуль сдвига материала рамы;

J — момент инерции в каком-либо сечении рамы;

F — площадь поперечного сечения;

X — лишняя неизвестная сила;

k — коэффициент, зависящий от формы поперечного сечения (см. «Сопрот. матер.» Тимошенко, стр. 255, изд. 28 г.).

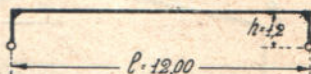
Последние два члена в левой части выражения (A) представляют влияние на X нормальных и поперечных сил и в большинстве слу-

чаев оказываются настолько малыми, что ими пренебрегают. Тогда определение лишней неизвестной силы X производят помощью уравнения

$$\int \frac{M}{EJ} \cdot \frac{dM}{dX} dx = 0 \dots \dots \dots (B)$$

о котором см. стр. 43, и которое получается из уравнения (A), если последние два члена в нем приравнять нулю.

Следовательно, определивши лишнюю неизвестную силу X по уравнению (B), мы получим почти такое же значение, как и при определении ее по уравнению (A). Однако, немецкий инженер Руб (см. Rueb, «Der Einfluss der Längs- und Querkräfte auf statisch unbestimmte Bogen- und Rahmentragwerke»,



Черт. 65.

занимаясь изучением влияния сил N и Q , нашел, что не всегда при определении лишних неизвестных этим влиянием можно пренебрегать. Так, для рамы прямоугольного очертания с заделанными пятнами и с данными на черт. 65 размерами при равномерной нагрузке $q=3,0$ т (на погонный метр ригеля) он нашел, что величина распора

- 1) не принимая во внимание сил N и Q , а только M , равна $X=35,7$ т;
- 2) принимая, кроме M , в расчет только силу N , $X_N=25,4$ т;
- 3) принимая в расчет только силу Q , $X_Q=28,7$ т.
- 4) принимая, кроме M , в расчет обе силы N и Q , $X_{NQ}=21,4$ т.

Т. е. выходит, что пренебрегая в данном случае влиянием сил N и Q , т. е. пользуясь вместо уравнения (A) уравнением (B), мы получаем распор $X=35,7$ тонн, отличающийся от действительного $X_{NQ}=21,4$ т почти на 40%. Что же касается влияния сил N и Q на вертикальную реакцию, то в рассматриваемом примере оно оказалось весьма незначительным.

В результате своих исследований Руб пришел к заключению, что:

1) влияние N и Q больше в рамах с заделанными пятнами, нежели в рамах с шарнирными опорами;

2) влияние N и Q больше на распор, нежели на вертикальную реакцию;

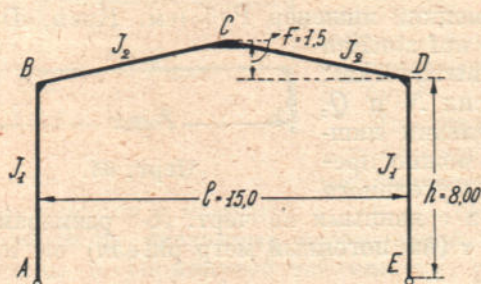
3) в низких рамах (см. выше пример) влияние N и Q может оказаться значительным, а между тем, такие рамы имеют большое применение при постройке железобетонных мостов через небольшие ручьи и реки в городах, где обыкновенно пролет моста значительно больше высоты. В заключение заметим, что, говоря здесь о пренебрежении силами N и Q , мы имеем в виду, что эти силы игнорируются только при определении лишних неизвестных сил (т. е. при решении уравнения A). Но при определении напряжений в рамах (нормальных и скальвающих) этими силами пренебрегать нельзя, и они должны вводиться в расчет так, как это сделано во II части.

§ 14. Влияние изменения отношения $\frac{J_2}{J_1}$ на размеры поперечных сечений рамы и опор.

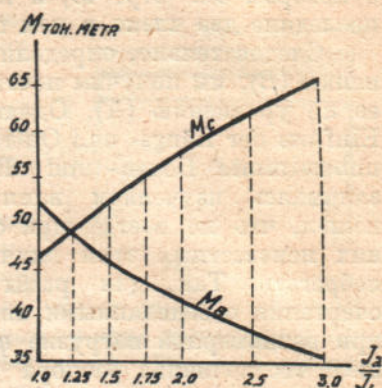
Из теории статически неопределимых систем известно, что в таких системах каждый стержень работает соответственно своей жесткости (EJ)¹⁾. Под жесткостью надо понимать произведение EJ , где E — модуль упругости материала, из которого сделан стержень, а J — момент инерции стержня.

¹⁾ Подробности об этом см. Симинский — «Строительная механика. Системы с лишними неизвестными», стр. 315, изд. 27 года.

Но так как в железобетонных рамах все стержни делаются из одного и того же материала (железобетона), то в данном случае величина E для всех стержней постоянная, и указанное правило о работоспособности стержней можно выравнять и так, что в железобетонных рамных конструкциях каждый стержень рамы работает соответственно своему моменту инерции. Т. е., чем больше момент инерции стержня, тем большую часть нагрузки он берет на себя.



Черт. 66.



Черт. 67.

Так например, для рамы на черт. 66 мы, пользуясь формулами, приведенными у Клейнлогеля, определили изгибающие моменты в узлах B и C при действии на ригель равномерной нагрузки $q = 3,8$ т и при изменении отношения $\frac{J_2}{J_1}$ от 1,0 до 3,0, где J_2 — момент инерции ригеля, а J_1 — момент инерции стойки.

Результаты этих вычислений приведены ниже в таблице и на черт. 67, где на оси ординат отложены моменты, а на оси абсцисс отношения $\frac{J_2}{J_1}$. Кривые M_B и M_C дают изменения этих моментов при изменении $\frac{J_2}{J_1}$.

$\frac{J_2}{J_1}$	1	1,25	1,5	1,75	2,00	2,5	3,0
H т	1,69q (100%)	1,605q (94)	1,52q (90)	1,45q (86)	1,38q (82)	1,26q (75)	1,16q (68%)
M_B т м	51,8 (100%)	49,1 (95)	46,5 (90)	44,3 (85,5)	42,2 (81,5)	38,7 (75)	35,6 (69%)
M_C т м	45,7 (100%)	49,0 (107)	52,1 (114)	54,7 (120)	57,2 (125)	61,3 (134)	65,0 (142%)

Из таблицы и чертежа 67 видно, что с увеличением момента инерции ригеля (J_2) увеличивается в нем момент M_C , но зато уменьшаются моменты M_B в стойках и распор.

Если мы здесь (см. стр. 28) вспомним, что то же самое явление происходит и при увеличении высоты рамы, то можем дать такое практическое правило:

Для уменьшения поперечных размеров ригеля надо по возможности уменьшать высоту рамы и брать возможно большие (возможно сильнее) поперечные сечения стоек; но нужно помнить, что при этом увеличивается распор, а следовательно и размеры опор.

§ 15. О выборе при расчетах отношения $\frac{J_2}{J_1}$.

На стр. 51 П ч. мы увидим (черт. 66), что уже в самом начале расчета рамы надо задаться отношением $\frac{J_2}{J_1}$, где J_1 — момент инерции сечения стойки, а J_2 — момент инерции ригеля.

Однако, точное определение моментов инерции, а, следовательно, и необходимого для расчета отношения $\frac{J_2}{J_1}$ представляет большие, а в некоторых случаях и непреодолимые трудности. Так например, стержни рамы имеют постоянное поперечное сечение лишь на некоторых участках своей длины, тогда как на остальном протяжении эти сечения меняются.

Действительно, по изложенному на стр. 81 в углах рамы стержни усиливаются вутами; в связи с изменением изгибающих моментов, аналогичные изменения сечений рамы делаются и в других местах; стойки рамы (черт. 68) часто (при шарнирных опорах почти всегда) делаются с сечением, убывающим к нижнему концу, и т. д.

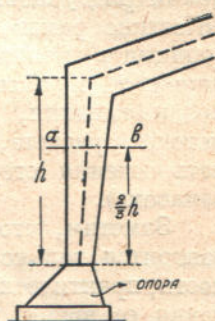
На практике все эти изменения поперечных сечений рамы обыкновенно не учитываются, и вместо этого вводятся упрощения, о которых см. ниже.

Но, если бы мы даже и учли все эти изменения, то все равно не получили бы точных моментов инерции, т. к. нужно иметь в виду, что действительный момент инерции того или другого сечения рамы складывается из: 1) момента инерции бетонной части сечения и 2) момента инерции сечения арматуры.

Следовательно, при желании получить действительные значения моментов инерции, уже в самом начале расчета рамы надо было бы знать количество арматуры в разных сечениях рамы. Это же практически неосуществимо, т. к. совершенно невозможно заранее учесть все изменения арматуры в связи с неизвестным в начале расчета изменением изгибающих моментов.

Затем, невозможно точно учесть ширину части плиты, принимающую действительное участие в работе ребра рамы, и ее приходится брать совершенно произвольно, а между тем моменты инерции зависят и от этой плиты. Кроме того эта плита принимает участие в работе ребра только на том участке ригеля, где действуют положительные моменты (т. к. на участках с отрицательным моментом — у концов ригеля — плита уже входит в растянутую зону и участия в работе не принимает). Длина же участков ригеля с положительными и отрицательными моментами при изменении нагрузки изменяется.

Надо иметь в виду и то, что на точность расчета влияет и ряд других обстоятельств, учет которых представляется совершенно невозможным. Например, при расчете опор под рамы мы считаем их идеально шарнирными или принимаем, что концы ног рамы идеально заделаны в опоры, тогда как в действительности опоры, благодаря трению в шарнирах, с одной стороны, и невозможности осуществить полную заделку



Черт. 68.

рамы — с другой, занимают какое-то промежуточное место между идеально шарнирными опорами и опорами с идеальной заделкой.

Затем часто совершенно невозможно учесть величину нагрузки, приходящейся на раму, и закон ее распределения, так как, благодаря монолитности железобетонных сооружений, нагрузка одной части конструкции вовлекает в работу и другие части.

Наконец, в самую основу расчета железобетонных конструкций, как известно, положен ряд условий, не соответствующих действительности. Так, при расчете железобетонных конструкций на изгиб предполагается, что удлинения волокон прямо пропорциональны расстояниям их до нейтральной оси. В действительности же такой зависимости не существует. Затем предполагается, что растягивающие усилия воспринимаются исключительно железом, тогда как в действительности часть этих усилий принимает на себя и бетон. Далее, при расчете железобетонных конструкций принимается, что модуль упругости бетона при сжатии и растяжении одинаков, тогда как в действительности он при сжатии больше, нежели при растяжении, и т. д.

Ввиду такого положения, даже в самый точный расчет рамы вводится целый ряд условных допущений. Поэтому, как говорит Гелер, см. его «Жесткие рамы», стр. 11 и 224 изд. 27 г., «не имеет никакого смысла соблюдать излишнюю точность в расчете, а рекомендуется в большинстве случаев расчета рам делать определенные упрощающие предположения, допускающие применение кратких, приближенных методов расчета, но зато, учитывая сделанные допущения, назначать сечения стержней с запасом» (обратим внимание на слова «запасом»).

Заметим, что в приведенной только что цитате из книги Гелера говорится только об излишней точности, а, следовательно, всякая точность, практически осуществимая и оправдывающая затраченное для получения ее время, должна приниматься в расчет.

На основании изложенного, при выборе отношения $\frac{J_2}{J_1}$ допускается принимать момент инерции стойки J_1 постоянным, имеющим среднее из действительных (изменяющихся) значений его.

Аналогично, за J_2 (момент инерции ригеля) принимают среднее значение момента инерции сечения ригеля. Определение таким способом моментов инерции показано на стр. 51 II ч.

Если (черт. 68) сечения стойки меняются по высоте ее по закону прямой линии, то часто для J_1 принимают значение в сечении ab , находящемся приблизительно на $\frac{2}{3}$ высоты от низа стойки.

Для стоек, сечения которых меняются по линейному закону, для определения среднего момента инерции можно пользоваться такой таблицей, заимствованной из книги «Проектирование и расчет железобетонных сооружений» Германского Бетонного Союза, т. II, стр. 102, изд. 28 г.

Таблица для определения моментов инерции

n	0,10	0,11	0,12	0,13	0,14	0,15	0,16	0,17	0,18	0,19
k	5,82	5,40	5,03	4,71	4,43	4,19	3,98	3,80	3,65	3,52
n	0,20	0,21	0,22	0,23	0,24	0,25	0,26	0,27	0,28	0,29
k	3,40	3,29	3,19	3,10	3,01	2,93	2,85	2,77	2,70	2,62
n	0,30	0,40	0,50	0,60	0,70	0,80	0,90	—	—	—
k	2,55	2,00	1,70	1,46	1,27	1,13	1,03	—	—	—

Пользуются этой табличкой так. Положим, что момент инерции стойки (черт. 69)

$$\begin{aligned} \text{внизу } J_n &= 0,00416 \text{ м}^4 \\ \text{вверху } J_s &= 0,0333 \text{ »} \end{aligned}$$

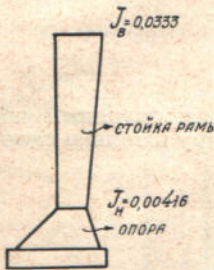
Тогда

$$n = \frac{J_n}{J_s} = \frac{0,00416}{0,0333} = 0,12.$$

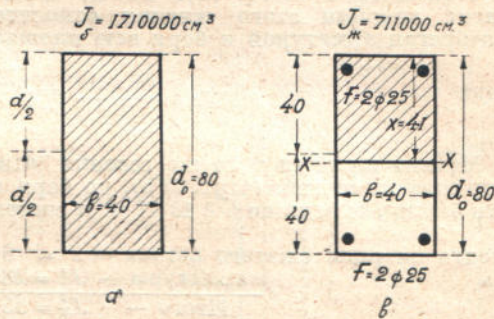
Этому значению $n = \frac{J_n}{J_s} = 0,12$ в таблице соответствует значение $k = 5,03$.

Тогда среднее значение момента инерции стойки будет

$$J_{cp} = kJ_n = 5,03 \cdot 0,00416 = 0,0211 \text{ м}^4.$$



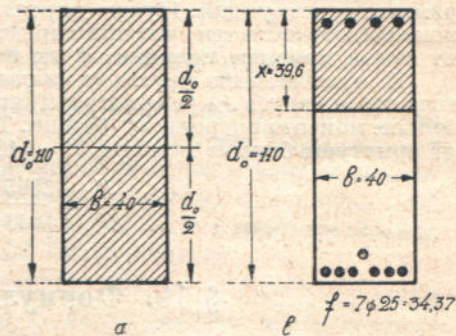
Черт. 69.



Черт. 70.

Затем, при определении моментов инерции, согласно § 40 норм по железобетону, разрешается арматуру не принимать во внимание, но зато момент инерции от бетонного сечения берется полностью, т. е. в расчет включается как сжатая, так и растянутая часть сечения.

Заметим, что это правило, согласно упомянутого § 40 норм, относится к определению моментов инерции, служащих только для определения лишних неизвестных в статически неопределимых системах, а также при определении прогибов и перемещений в статически определимых системах. При определении же размеров поперечных сечений рамы или напряжений принимается в расчет и арматура, но из бетонной части сечения берется только сжатая часть его (см. напр., в § 18 II части определение J при проверке напряжений в сечении № 9).



Черт. 71.

Из только что сказанного выходит, что для расчета одной и той же рамы в разных местах расчета берутся разные моменты инерции. Поэтому интересно выяснить возможную разницу между этими моментами. Для этого рассмотрим такие сечения.

Сечение № 1 (черт. 70). Расчет этого сечения произведен в § 15 II части. Размеры его показаны на черт. 70 а. Момент инерции этого сечения относительно середины его, пренебрегая арматурой и беря всю площадь бетона (растянутую и сжатую)

$$J_o = \frac{40 \cdot 80^3}{12} = 1710000 \text{ см}^4.$$

Если же (черт. 70 б) определить момент инерции того же сечения (относительно оси, проходящей через центр тяжести приведенного к бетону сечения, но беря в расчет арматуру и только сжатую часть бетона, мы получим

$$\begin{array}{l} \text{момент инерции сжатого бетона} - J' = 231000 \text{ см}^4 \\ \text{»} \quad \text{»} \quad \text{арматуры} - J'' = 480000 \text{ см}^4 \\ \text{Итого} - J_{ж} = 711000 \text{ см}^4. \end{array}$$

Т. е. видим, что первый момент инерции больше второго в

$$\frac{J_{\sigma}}{J_{ж}} = \frac{1710000}{711000} = 2,4 \text{ раза}$$

(здесь мы не приводим самого определения моментов инерции J' и J'' , а даем готовые результаты; это определение производится по изложенному в § 18 II ч. при определении таких же моментов инерции для сечения № 9).

Сечение № 9 (черт. 71). Расчет [этого сечения произведен в § 15 II ч. Момент инерции этого сечения относительно середины его (черт. 71а) пренебрегая арматурой и беря всю площадь бетона

$$J_{\sigma} = \frac{40 \cdot 110^3}{12} \approx 4400000 \text{ см}^4.$$

Момент инерции того же сечения относительно оси, проходящей через центр тяжести сечения (черт. 71 б), но беря в расчет арматуру и только сжатую часть бетона, определен в § 18 II ч. и состоит из

$$\begin{array}{l} \text{момента инерции сжатого бетона} - J' = 648500 \text{ см}^4 \\ \text{»} \quad \text{»} \quad \text{арматуры} - J'' = 2865000 \text{ см}^4 \\ \text{Итого} - J_{ж} = 3513500 \text{ см}^4. \end{array}$$

Т. е. первый момент больше второго в

$$\frac{J_{\sigma}}{J_{ж}} = \frac{4400000}{3513500} = 1,25 \text{ раза.}$$

Из этих примеров видно, какие условности приходится вводить в расчет рамных конструкций. Нужно впрочем иметь в виду, что эта условность сглаживается отчасти тем, что при определении лишних неизвестных принимаются не самые моменты инерции, а их отношения.

В приведенных примерах обратим внимание еще на то, что при определении моментов $J_{ж}$ (с арматурой) арматура дает момент инерции значительно больше момента инерции от бетона. Так, в сечении № 9 момент $J'' = 2865000 \text{ см}^4$ от арматуры больше момента $J' = 648000 \text{ см}^4$ от бетона в

$$\frac{J''}{J'} = \frac{2865000}{648500} \approx 4,5 \text{ раза.}$$

§ 16. Формулы Клейнлогеля.

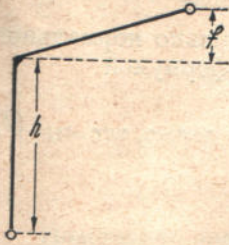
Чтобы освободить проектирующего от вывода формул, профессор Клейнлогель для наиболее употребительных очертаний рам дал готовые формулы, помощью которых очень просто определяются опорные реакции и моменты в разных сечениях рамы. Эти формулы приведены в двух книгах Клейнлогеля, имеющих и на русском языке, а именно:

- 1) «Формулы для расчета рамных конструкций», изд. 1928 г.
- 2) «Формулы для расчета сложных рам», изд. 1927 г.

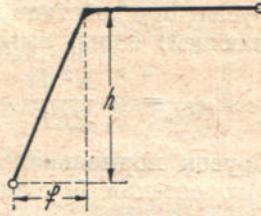
В первой книге приведены формулы для расчета одноэтажных и однопролетных рам, а во второй — формулы для одноэтажных многопролетных и для некоторых типов двухэтажных рам. Вывод этих формул будет показан в следующих параграфах, а пользование ими на стр. 56 II ч.

Формулы Клейнлогеля, как сказано выше, приведены для самых разнообразных типов рам. Поэтому полезно обратить внимание, что формулы для некоторых из этих типов можно получить из формул для других типов, более сложных.

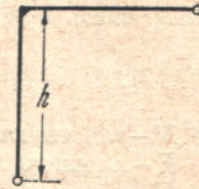
Так напр., если в формулах Клейнлогеля для рам на черт. 72, 73 подставить $f=0$, то получим формулы, приведенные у Клейнлогеля для рамы на черт. 74.



Черт. 72.

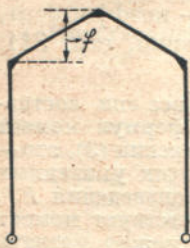


Черт. 73.

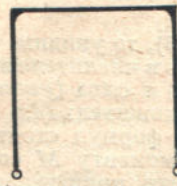


Черт. 74.

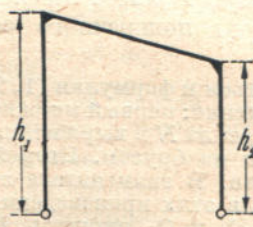
Аналогично, подставляя в формулах для рамы на черт. 75 $f=0$, получим формулы для рамы на черт. 76. Формулы для этой последней



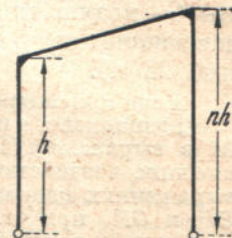
Черт. 75.



Черт. 76.



Черт. 77.



Черт. 78.

рамы можно получить также из формул для рамы на черт. 77, подставляя в них $h_1=h_2$, или из формул для рамы на черт. 78, полагая $n=1$.

§ 17. Вывод формул для расчета рам.

В предыдущем параграфе было сказано, что для часто встречающихся типов рам в книгах Клейнлогеля даются готовые формулы для определения в этих рамах 1) опорных реакций и 2) изгибающих моментов. В следующих двух параграфах на частных примерах будет показано, как эти формулы выводятся. В этом же параграфе мы напомним некоторые положения, на которых этот вывод будет основан.

Для расчета рамных конструкций в настоящее время существует целый ряд способов (уравнения 3-х и 4-х моментов, метод фокусов, метод угловых деформаций и т. д.). В двухстоечных и при том одноэтажных рамах (а такие рамы мы и будем иметь в виду при дальнейшем выводе формул) проще всего пользоваться приводимым ниже уравнением «наименьшей работы» (см. ниже уравнение 9 на стр. 43). Подробности о других способах расчета рам см.:

1. Труды Московского Института Инженеров Транспорта, выпуск III, изд. 1927 г.
2. Жемочкин. «Расчет статически неопределимых систем», 1927 г.
3. Гвоздев. «Общий метод расчета статически неопределимых систем», изд. 1927 г.
4. Гелер. «Жесткие рамы», 1927 г.
5. Ульянинский. «Расчет рамных конструкций», 1928 г.

Из строительной механики известно (см., напр., «Сопrotивление материалов» Тимошенко, стр. 323, изд. 1928 г.), что потенциальная энергия бруса при его изгибе выражается формулой

$$T_{изг} = \int_0^l \frac{M^2 dx}{2EJ} \dots \dots \dots (1)$$

где M — изгибающий момент в каком-либо сечении бруска;
 l — длина его;
 E — модуль упругости;
 J — момент инерции бруска.

Потенциальная энергия бруска, при действии на него только нормальной (сжимающей или растягивающей) силы, выражается формулой

$$T_{\text{норм}} = \int_0^l \frac{N^2 dx}{2EF} \dots \dots \dots (2)$$

где N — действующая на брусок нормальная сила;
 F — площадь поперечного сечения бруска;
 E — имеет прежнее значение.

Наконец, потенциальная энергия бруска, при действии на него только поперечной (касательной) силы Q , равна

$$T_{\text{поп}} = k \int_0^l \frac{Q^2 dx}{2GF} \dots \dots \dots (3)$$

где G — модуль сдвига, F имеет прежнее значение, а k — коэффициент, зависящий от формы поперечного сечения (см. Тимошенко, стр. 344, изд. 28 г.).

Если присмотреться к формулам (1, 2 и 3), то увидим, что все они составлены одинаково, а именно: первый множитель в числителе этих формул момент M в выражении (1), сила N в выражении (2) и сила Q в выражении (3), это — внешние воздействия на брусок. Вторым множителем (dx) во всех указанных выражениях одинаков. В знаменателе этих формул стоят произведения EJ , EF и GF , при чем в этих произведениях моменту M соответствует момент инерции J , а силам N и Q — площадь F . Эти произведения можно назвать жесткостями. Следовательно, каждую из формул (1, 2 и 3) можно представить в таком виде

$$T = \int_0^l \frac{C^2 dx}{2K} \dots \dots \dots (4)$$

т. е. можно сказать, что потенциальная энергия выражается квадратом силы (C) умноженной на длину (dx) элемента и разделенной на удвоенную жесткость ($2K$).

Если брусок подвергается одновременно действию: 1) изгиба, 2) нормальных и 3) поперечных сил, то в этом случае потенциальная энергия бруска выражается формулой

$$T_{\text{изг}} + T_{\text{норм}} + T_{\text{поп}} = \int_0^l \frac{M^2 dx}{2EJ} + \int_0^l \frac{N^2 dx}{2EF} + k \int_0^l \frac{Q^2 dx}{2GF} \dots \dots (5)$$

которая получается сложением выражений (1, 2 и 3). Силы N и Q обычно в рамах дают незначительную величину энергии по сравнению с энергией от изгиба, а потому энергией от этих сил (N и Q) обычно пренебрегают, и вместо уравнения (5) пользуются уравнением

$$T_{\text{изг}} = \int_0^l \frac{M^2 dx}{2EJ} \dots \dots \dots (6)$$

Так будем поступать и мы в наших дальнейших рассуждениях. В этом же предположении выведены и упомянутые выше формулы Клейнлогеля.

В дальнейшем вместо $T_{\text{изг}}$ будем писать просто

$$T = \int_0^l \frac{M^2 dx}{2EJ} \dots \dots \dots (7)$$

т. е. без индекса «изг» у буквы T .

Пример. Покажем применение этой формулы (7) на таком частном примере. Положим (черт. 79), имеется деревянная консольная балка, нагруженная равномерной нагрузкой $q = 300$ кг/м или 3 кг на пог. см. Модуль упругости дерева $E = 10^5$ кг/см².

Поперечные размеры балки: ширина $b = 12$ см и высота $h = 20$ см; пролет $l = 200$ см. Требуется найти величину потенциальной энергии этой балки только от изгиба.

Для этого воспользуемся формулой (7). В этой формуле

$$E = 10^5 \text{ кг/см}^2$$

$$\text{момент инерции } J = \frac{bh^3}{12} = \frac{12 \cdot 20^3}{12} = 8000 \text{ см}^4$$

M —это момент в некотором сечении $x-x$ этой балки. Этот момент будет

$$M^{(1)} = qx \cdot \frac{x}{2} = \frac{qx^2}{2} \dots \dots \dots (8)$$

Подставляя значение M из (8) в уравнение (7), получим

$$T = \int_0^l \left(\frac{qx^2}{2} \right)^2 \cdot \frac{dx}{2EJ} = \int \frac{q^2 x^4}{8} \cdot \frac{dx}{EJ}$$

Интегрируя это выражение в пределах от $x = 0$ до $x = l$, получим

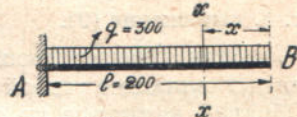
$$T = \frac{q^2}{8EJ} \cdot \frac{l^5}{5} = \frac{q^2 l^5}{40EJ} \text{ кг см}$$

Подставляя сюда значения q , l , E и J , получим

$$T = \frac{q^2 \cdot 200^5}{40 \cdot 10^5 \cdot 8000} = 90 \text{ кг см.}$$

Это и будет величина искомой потенциальной энергии T для балки на черт. 79 при действии на нее нагрузки q и учитывая только энергию от изгиба.

Затем из сопротивления материалов (см. напр., «Сопротивление материалов» Тимошенко, стр. 321, изд. 28 г.) известно, что если от потенциальной энергии, т. е. от выражения (7), взять первую производную по какой либо силе X , точка приложения которой не может перемещаться по направлению действия этой силы, то эта производная будет равна нулю (в этом и заключается известное в строительной механике «начало наименьшей работы»). Т. е. можем написать, что производная от выражения (7) по X будет



Черт. 79.

$$\frac{dT}{dX} = \int M \cdot \frac{dM}{dX} \cdot \frac{dx}{J} = 0$$

или

$$\boxed{\int M \cdot \frac{dM}{dX} \cdot \frac{dx}{J} = 0} \dots \dots \dots (9)$$

Это уравнение получено так. Величина T в уравнении (7) выражена не прямо в функции от X , а в функции от M , где M является функцией X ²⁾. Следовательно, можем написать, что

$$\begin{aligned} T &= f_1(M), \\ M &= f_2(X), \end{aligned}$$

т. е. при нахождении производной от выражения (7) по X мы должны иметь в виду, что здесь надо найти производную функции от функции.

Из дифференциального же исчисления известно, что если дается некоторая функция

$$y = f_1(z),$$

где

$$z = f_2(x),$$

¹⁾ Это выражение получается так: рассматриваем часть балки, лежащую справа $x-x$; на эту часть действует сила qx с точкой приложения в расстоянии $x/2$ от $x-x$; беря момент этой силы относительно $x-x$, получим выражение (8).

²⁾ Нужно иметь в виду, что момент M , как и всякий изгибающий момент, зависит от тех или других сил, так как момент это произведение силы на плечо; поэтому можно сказать, что момент M есть вообще функция той или другой силы.

то производная $\left(\frac{dy}{dx}\right)$ от такой функции y равна произведению $\left(\frac{dy}{dz}\right)$ — производной от y по z , на $\left(\frac{dz}{dx}\right)$ — производную от z по x , т. е.

$$\frac{dy}{dx} = \frac{dy}{dz} \cdot \frac{dz}{dx}$$

Применяя это правило к выражению (7), получим

$$\frac{dT}{dX} = \frac{dT}{dM} \cdot \frac{dM}{dX} = 0 \dots \dots \dots (10)$$

Производная же от выражения (7) по M будет

$$\frac{dT}{dM} = \int 2M \frac{dx}{2EJ} = 0 \text{ или } \int M \cdot \frac{dx}{J} = 0 \dots \dots \dots (11)$$

Беря эту производную, множитель $\frac{dx}{EJ}$ в выражении (7) надо рассматривать, как постоянную величину.

Затем обычно вся рама делается из одного и того же материала, т. е. E — величина постоянная, а потому выражение (11) на нее сокращено.

Производная от M по X будет

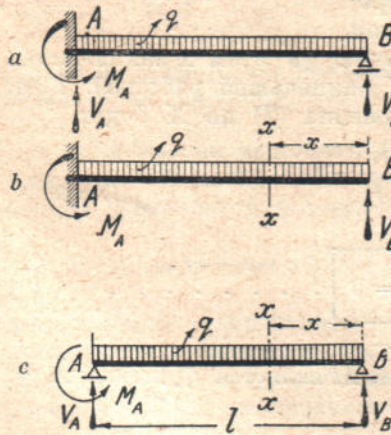
$$\frac{dM}{dX} \dots \dots \dots (12)$$

Подставляя выражения (11 и 12) в выражение (10), получим

$$\frac{dT}{dX} = \int M \cdot \frac{dx}{J} \cdot \frac{dM}{dX} = \int M \cdot \frac{dM}{dX} \cdot \frac{dx}{J} = 0$$

т. е. выражение (9).

Итак первая производная от выражения (7) дает уравнение (9), представляющее собой указанное выше начало наименьшей работы. Обратим внимание на это уравнение (9), т. к. именно этим уравнением мы будем пользоваться для вывода упомянутых выше формул Клейногеля для рамных конструкций.



Черт. 80.

Пример. Покажем применение этого уравнения для более простого случая, нежели рама, а именно для балки на черт. 80 а.

Эта балка нагружена равномерной нагрузкой q ; один конец A ее заделан, а другой лежит свободно на опоре B . Требуется определить опорные реакции этой балки.

Для этого рассуждаем так. Данная балка будет одинажды статически неопределима. Действительно, заделанный конец A дает две неизвестных опорных реакции: 1) реактивный момент M_A и 2) вертикальную реакцию V_A . Подвижная опора дает только одну, а именно вертикальную реакцию V_B .

Таким образом вся балка дает три опорных реакции (M_A , V_A и V_B). Для определения этих реакций мы имеем два уравнения статики ¹⁾.

Следовательно, для определения указанных трех реакций (M_A , V_A и V_B) недостает еще одного, а именно третьего уравнения, а потому данная балка будет одинажды статически неопределима. Вот этим недостающим уравнением и является уравнение (9) начала наименьшей работы. Для применения этого уравнения поступаем так.

Превращаем заданную балку на черт. 80 а в статически определимую. Для этого отбросим опору B . Тогда получим (черт. 80'б) обыкновенную консольную балку с опорой A ; такая балка, как известно, статически определима.

¹⁾ На стр. 9 мы видели, что статика дает не два, а три уравнения; но т. к. горизонтальные силы в данном случае отсутствуют, то одно из этих уравнений, а именно уравнение, выражающее проекцию сил на горизонтальную ось, обращается в тождество $0=0$, или, иначе говоря, пропадает.

Для получения из этой балки заданной балки (иначе говоря, чтобы балка на черт. 80 б находилась в тех же условиях равновесия, что и балка на черт. 80 а), надо на конце ее В приложить силу V_B , заменяющую действие отброшенной опоры В. Тогда, вместо заданной балки, можно рассматривать консольную балку на черт. 80 б, на которую действует та же равномерная нагрузка q , что и на заданную балку, и кроме того сила V_B . Сила V_B и будет лишней неизвестной. Определение упомянутых выше опорных реакций начнем с определения этой лишней неизвестной реакции V_B . Для этого воспользуемся написанным выше уравнением (9) наименьшей работы ¹⁾

$$\int_0^l M \cdot \frac{dM}{dV_B} \cdot \frac{dx}{J} = 0 \quad \dots \dots \dots (13)$$

Выразим входящие в это уравнение величины M и $\frac{dM}{dV_B}$ через V_B .

Величина M представляет собой момент в некотором сечении $x-x$ балки; этот момент напишется так (черт. 80б)

$$M = V_B \cdot x - \frac{qx^2}{2} \quad \dots \dots \dots (14)$$

(это выражение получается аналогично выражению (8) на стр. 43).

Величина $\frac{dM}{dV_B}$ представляет собой первую производную от выражения (14) по V_B . Беря эту производную, получим ²⁾

$$\frac{dM}{dV_B} = x \quad \dots \dots \dots (15)$$

Подставляя значения M и $\frac{dM}{dV_B}$ из (14) и (15) в (13), получим

$$\int_0^l M \cdot \frac{dM}{dV_B} \cdot \frac{dx}{J} = \int_0^l \left(V_B x - \frac{qx^2}{2} \right) \cdot x \cdot \frac{dx}{J} = \int_0^l \left(V_B \cdot x^2 - \frac{qx^3}{2} \right) \cdot \frac{dx}{J} = 0.$$

Интегрируя это выражение в пределах от $x=0$ до $x=l$ (пролет балки), получим

$$\frac{1}{J} \left(V_B \cdot \frac{x^3}{3} - \frac{q}{2} \cdot \frac{x^4}{4} \right) = 0.$$

Подставляя сюда пределы $x=0$ и $x=l$, получим

$$\text{получим } \frac{1}{J} \left(\frac{V_B l^3}{3} - \frac{q l^4}{8} \right) = 0$$

Решая это уравнение относительно V_B и принимая J по всей длине балки постоянным, получим искомую опорную реакцию

$$V_B = \frac{3}{8} q l \quad \dots \dots \dots (16)$$

Зная эту реакцию, уже не трудно определить и остальные реакции. Найдем, напр., реактивный момент M_A . Для этого возьмем момент всех сил, действующих на балку, в том числе и опорных реакций, относительно А (этот момент по 3-му уравнению статики на стр. 9 должен равняться нулю)

$$M_A - q l \cdot \frac{l}{2} + V_B l = 0,$$

откуда

$$M_A = \frac{q l^2}{2} - V_B l.$$

Подставляя сюда вместо V_B найденное выше его значение (16), получим

$$M_A = \frac{q l^2}{2} - \frac{3}{8} q l \cdot l = \frac{q l^2}{8} \quad \dots \dots \dots (17)$$

(т. е. равен моменту посередине пролета свободно лежащей балки, нагруженной равномерной нагрузкой; знак плюс в правой части последнего выраже-

¹⁾ Здесь в уравнении (9) надо вместо силы X подставить силу V_B , т. к. в данном случае лишней неизвестной является сила V_B .

²⁾ Т. к. от выражения (14) берется частная производная по V_B , то все величины в правой части этого выражения, кроме величины V_B , надо рассматривать как постоянные.

ния (17) показывает, что момент M_A действует в направлении, показанном на черт. 80 а; если бы перед $\frac{ql^2}{8}$ оказался знак минус, то направление M_A было бы обратное).

Для нахождения опорной реакции V_A проектируем все, действующие на балку силы на вертикальную ось (по второму уравнению статики на стр. 9 проекция этих сил должна равняться нулю)

$$V_A - ql + V_B = 0,$$

откуда

$$V_A = ql - V_B = ql - \frac{3}{8}ql = \frac{5}{8}ql \dots \dots \dots (18)$$

(заметим, что проекция момента M_A на любую ось равна нулю, а потому эта величина в последнее выражение не вошла).

Итак, мы решили такую задачу.

Была задана одинажды статически неопределимая балка на черт. 80 а и требовалось определить опорные реакции в этой балке. Для этого мы поступили так:

- 1) сначала мы превратили нашу статически неопределимую балку в статически определимую; для этого мы отбросили опору B ;
- 2) отбрасывая опору B , мы назначили лишнюю неизвестную V_B ;
- 3) затем, пользуясь уравнением наименьшей работы (9), мы получили величину этой лишней неизвестной V_B ;
- 4) найдя V_B и пользуясь уравнениями статики на стр. 9, мы нашли и остальные опорные реакции M_A и V_A .

Зная же опорные реакции, уже не трудно найти в любом сечении балки момент M и поперечную силу Q , а по ним рассчитать и размеры сечений балки.

Совершенно такой же прием определения опорных реакций будет нами применяться и ниже для рам.

Упомянутую выше задачу можно решить еще и так. Для превращения заданной (статически неопределимой) балки на черт. 80 а в статически определимую, мы отбросили опору B . Этой же цели, т. е. получения из заданной (статически неопределимой) балки статически определимой, можно достигнуть и другим способом, а именно: можно освободить балку AB от заделки на опоре A . Тогда получим балку на черт. 80 с с неподвижной шарнирной опорой A и подвижной опорой B и с такой же равномерной нагрузкой q , как и заданная балка на черт. 80 а. Эта балка, см. стр. 8, будет статически определима. Для получения из этой балки заданной балки на черт. 80 а надо на конце ее A приложить момент M_A , заменяющий действие на балку отброшенной заделки. Таким образом, вместо заданной (статически неопределимой) балки на черт. 80 а, можно рассматривать статически определимую балку на черт. 80 с, на которую действуют та же самая нагрузка q , что и на заданную балку, и кроме того момент M_A . Этот момент и будет лишней неизвестной. Определивши этот момент, уже не трудно определить остальные опорные реакции, а отсюда произвести и расчет балки.

Определение этого момента ведется аналогично определению выше лишней неизвестной опорной реакции V_B . Для этого воспользуемся уравнением (9).

$$\int M \cdot \frac{dM}{dM_A} \cdot \frac{dx}{J} = 0 \dots \dots \dots (19)$$

Здесь мы в выражении (9), вместо неизвестной силы X , написали неизвестный момент M_A , так как именно этот момент подлежит определению.

В последнем выражении величина M это момент в некотором сечении $x-x$ балки. Этот момент равен ¹⁾

$$M = \frac{ql}{2} \cdot x - \frac{M_A}{l} \cdot x - \frac{qx^2}{2} \dots \dots \dots (20)$$

¹⁾ Этот момент найдется так. Рассмотрим (черт. 80 с) часть балки, лежащую справа $x-x$. На эту часть действуют следующие силы:

- 1) Нагрузка qx на участке x ; точка приложения этой нагрузки отстоит от B в расстоянии $\frac{x}{2}$ и 2) опорная реакция V_B .

Беря момент этих сил относительно $x-x$, мы получим следующее выражение

$$M = V_B \cdot x - qx \cdot \frac{x}{2} \dots \dots \dots (20 a)$$

Теперь остается рассмотреть еще множитель $\frac{dM}{dM_A}$, входящий в уравнение (19). Этот множитель представляет собой первую производную от выражения (20) по M_A . Беря эту производную, получим

$$\frac{dM}{dM_A} = -\frac{x'}{l} \dots \dots \dots (21)$$

(здесь по предыдущему все величины, входящие в правую часть выражения 20, за исключением величины M_A , рассматриваются как постоянные). Подставляя значения M и $\frac{dM}{dM_A}$ из выражений (20 и 21) в уравнение (19), получим

$$\int_0^l M \frac{dM}{dM_A} \cdot \frac{dx}{J} = \int_0^l \left(\frac{ql}{2} \cdot x - \frac{M_A}{l} \cdot x - \frac{qx^2}{2} \right) \cdot \left(-\frac{x}{l} \right) \cdot \frac{dx}{J} =$$

$$= -\frac{1}{Jl} \int_0^l \left(\frac{ql}{2} \cdot x^2 - \frac{M_A}{l} \cdot x^2 - \frac{q}{2} \cdot x^3 \right) dx = 0$$

Интегрируя это выражение в пределах $x=0$ и $x=l$, получим

$$-\frac{1}{Jl} \left[\frac{ql}{2} \cdot \frac{x^3}{3} - \frac{M_A}{l} \cdot \frac{x^3}{3} - \frac{q}{2} \cdot \frac{x^4}{4} \right]_0^l = -\frac{1}{Jl} \left(\frac{ql}{2} \cdot \frac{l^3}{3} - \frac{M_A}{l} \cdot \frac{l^3}{3} - \frac{q}{2} \cdot \frac{l^4}{4} \right) = 0.$$

Откуда

$$M_A = \frac{ql^2}{8}$$

Т. е. получили найденное выше значение (17).

Зная момент M_A , нетрудно найти и остальные опорные реакции в заданной балке. Найдем, напр., опорную реакцию V_A . Для этого возьмем момент всех сил относительно B , тогда получим (черт. 80с)

$$V_A \cdot l - M_A - ql \cdot \frac{l}{2} = 0.$$

Подставляя сюда найденное выше значение $M_A = \frac{ql^2}{8}$, найдем

$$V_A = \frac{5}{8} ql \dots \dots \dots (22)$$

Реакция на опоре B будет

$$V_B = ql - V_A = ql - \frac{5}{8} ql = \frac{3}{8} ql \dots \dots \dots (23)$$

Т. е. получили значения V_A и V_B , найденные выше [см. выражения (16) и (18)].

Наконец, обратим внимание еще на то, что когда мы тем или другим способом обращаем статически неопределимую систему в статически определимую, то при этом мы должны обязательно получить неизменяемую систему. Напр., в балке на черт. 80 а нельзя было бы отбросить опору A , т. к. при этом мы не получим неизменяемой системы. Аналогично, если бы понадобилось обратить двухшарнирную раму на черт. 8 (см. стр. 8) в статически определимую, то и здесь нельзя было бы отбросить, напр., вертикальное закрепление опоры A , ибо, отбросивши это закрепление, мы получим изменяемую систему, которая не будет оказывать противодействия в вертикальном направлении и под действием силы P будет перемещаться вниз. Действительно, неподвижная шарнирная опора имеет два закрепления: одно горизонтальное, препятствующее перемещению рамы в горизонтальном направлении, и другое вертикальное,

Теперь найдем реакцию V_B . Для этого напишем момент всех действующих на балку сил (V_A , M_A , q и V_B) относительно A ; тогда получим

$$V_B l + M_A - ql \cdot \frac{l}{2} = 0$$

(на черт. 80 а, b ошибочно пропущена буква l , обозначающая пролет балки). Отсюда

$$V_B = -\frac{M_A}{l} + \frac{ql}{2}$$

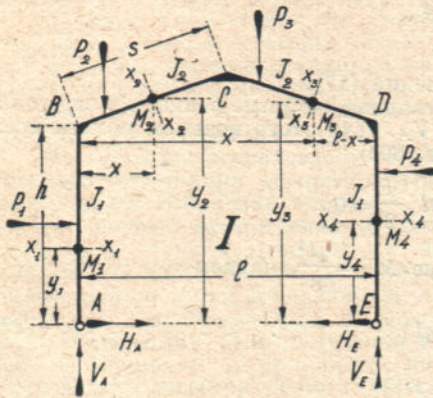
Подставляя это значение V_B в уравнении 20 а, получим выражение (20).¹

препятствующее перемещению рамы в вертикальном направлении. Если отбросить вертикальное закрепление, то останется только одно горизонтальное закрепление, препятствующее перемещению рамы только в горизонтальном направлении. В раме на черт. 9 (см. стр. 9), т. е. с заделанными пятнами, отбрасывание опоры возможно, т. к., отбросивши напр. опору А, мы получим консольную балку $ABCD$ с заделкой на опоре D ; такая балка, как известно, представляет собой систему неизменяемую. Но по сказанному выше здесь нельзя было бы отбросить вертикальные закрепления обеих опор A и D . Если же это сделать, то не получится неизменяемая система, тогда как по сказанному выше мы можем отбросить только те закрепления или лишние связи, которые не нарушают неизменяемости системы. Вообще же следует помнить, что количество отбрасываемых закреплений или связей должно равняться степени статической неопределимости системы.

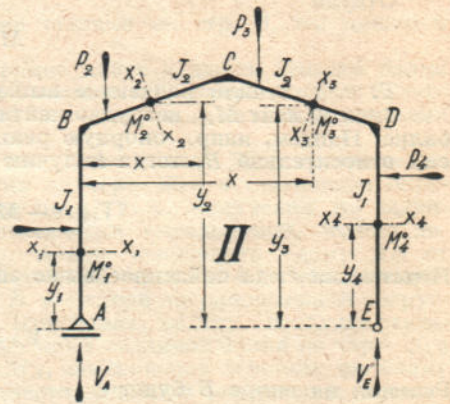
Теперь перейдем к выводу формул Клейнлогеля, при чем рассмотрим сначала вывод для шарнирной рамы, а затем для рамы с заделанными пятнами.

§ 18. Вывод формул Клейнлогеля для шарнирной рамы.

Перед этим выводом надо прочесть изложенное в предыдущем параграфе.



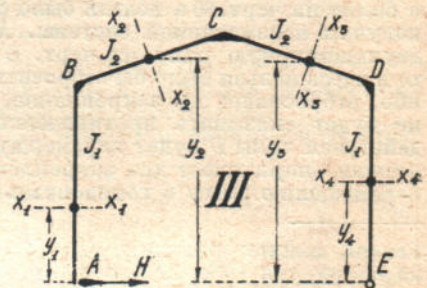
Черт. 81 а.



Черт. 81 б.

Положим (черт. 81а) дана рама на двух неподвижных шарнирных опорах A и E . Требуется вывести формулы для определения опорных реакций и изгибающих моментов в разных сечениях этой рамы.

Такая рама по изложенному на стр. 8 будет одинажды статически неопределима. Если одну из неподвижных опор этой рамы, напр. опору A , заменить подвижной в горизонтальном направлении, то получим раму (II) на черт. 81б, которая по изложенному на стр. 8 будет статически определима. Очевидно, что для получения из рамы (II) рамы (I) надо к подвижной опоре A этой рамы приложить некоторую силу H , которая превратила бы подвижную опору в неподвижную.



Черт. 81 с.

Следовательно, статически неопределимую раму (I) в смысле воздействия на нее внешних сил можно рассматривать как бы состоящей из двух рам: 1) статически определимой рамы (II) с теми же нагрузками P , что и рама I и 2) рамы III (черт. 81с), на которую действует только сила H . Сила H и будет (см. стр. 9) лишней неизвестной.

Вывод указанных выше формул для опорных реакций и моментов начнем с определения этой силы H . Для этого воспользуемся уравнением наименьшей работы (см. стр. 43).

$$\int M \cdot \frac{dM}{dX} \cdot \frac{dx}{J} = 0 \dots \dots \dots (1)$$

Значения входящих в это выражение букв см. ниже.

Подставляя в это уравнение $X=H$, т. к. здесь лишней неизвестной силой является реакция H , получим

$$\int M \cdot \frac{dM}{dH} \cdot \frac{dx}{J} = 0 \dots \dots \dots (2)$$

Распространяя это выражение на все стержни рамы, получим

$$\begin{aligned} & \text{Стойка } AB \qquad \qquad \text{Стержень } BC \\ & \frac{1}{J_1} \int_0^h M_1 \frac{dM_1}{dH} dy + \frac{1}{J_2} \int_0^s M_2 \frac{dM_2}{dH} ds + \\ & \text{Стержень } CD \qquad \qquad \text{Стойка } DE \\ & + \frac{1}{J_2} \int_s^{2s} M_3 \frac{dM_3}{dH} ds + \frac{1}{J_1} \int_0^h M_4 \frac{dM_4}{dH} dy = 0 \dots \dots \dots (3) \end{aligned}$$

В этом выражении буквами J_1 и J_2 обозначены моменты инерции стоек и ригеля. Т. к. обыкновенно в таких рамах, как рассматриваемая, поперечные размеры симметричны, то моменты инерции стоек и прогонов попарно равны друг другу.

Буквами M_1, M_2, M_3 и M_4 обозначены моменты в разных сечениях рамы (I). Эти моменты можно написать так.

Момент в любом сечении

$$\text{стойки } AB \dots \dots M_1 = M_1^0 - Hy_1 \dots \dots \dots (4)$$

$$\text{стержня } BC \dots \dots M_2 = M_2^0 - Hy_2 \dots \dots \dots (5)$$

$$\text{стержня } CD \dots \dots M_3 = M_3^0 - Hy_3 \dots \dots \dots (6)$$

$$\text{стойки } DE \dots \dots M_4 = M_4^0 - Hy_4 \dots \dots \dots (7)$$

Уравнение (4) составлено так. Возьмем где-либо в стойке AB рамы (I) сечение x_1-x_1 в расстоянии y_1 от A . Обозначим момент в этом сечении через M_1 . Затем возьмем сечение x_1-x_1 в раме (II), отстоящее в том же расстоянии y_1 от A . Обозначим момент в этом сечении через M_1^0 . Наконец возьмем в том же самом месте сечение x_1-x_1 в раме (III). На эту раму действует только сила H . Тогда момент в сечении x_1-x этой рамы будет

$$M_H = -Hy_1$$

(о знаках см. стр. 13).

Т. к. по сказанному выше раму (I) можно рассматривать как бы состоящей из двух рам: 1) рамы (II) и 2) рамы (III), то можем написать

$$M_1 = M_1^0 + M_H = M_1^0 - Hy_1,$$

т. е. получим выражение (4).

Аналогично получается и выражение (5), в котором M_2 есть момент в сечении x_2-x_2 рамы (I), M_2^0 —момент в том же сечении x_2-x_2 в раме (II) и $(-Hy_2)$ —момент в том же сечении рамы (III). Таким же образом получены и выражения (6) и (7).

Теперь перейдем к рассмотрению множителей $\frac{dM}{dH}$, входящих в уравнение (3). Эти множители представляют собой первые производные от выражений (4), (5), (6) и (7) по силе H . Беря эти производные, получим:

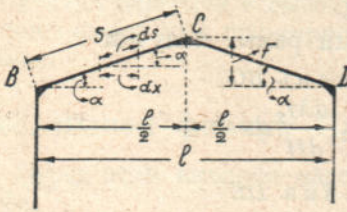
производная от выражения (4): $\frac{dM_1}{dH} = -y_1 \dots \dots \dots (8)$

» » » (5): $\frac{dM_2}{dH} = -y_2 \dots \dots \dots (9)$

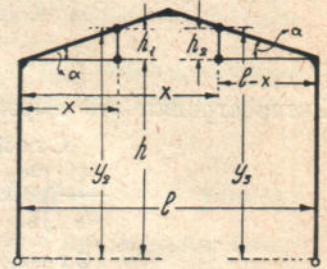
производная от выражения (6): $\frac{dM_3}{dH} = -y_3 \dots \dots \dots (10)$

» » » (7): $\frac{dM_4}{dH} = -y_4 \dots \dots \dots (11)$

Обратим внимание, что моменты M_1^0, M_2^0, M_3^0 и M_4^0 в выражениях (4—7) — это, по сказанному выше, моменты в разных сечениях рамы (II). В этой же раме сила H отсутствует. Следовательно, в выражения для M^0 она не войдет. Поэтому, когда берется производная от выражений (4—7) по силе H , то величины M_1^0, M_2^0, M_3^0 и M_4^0 в этих выражениях, как независимые от H , должны рассматриваться, как постоянные; а т. к. производная от постоянной величины равна нулю, то величины M_1^0, M_2^0, M_3^0 и M_4^0 в выражения (8—11) для $\frac{dM}{dH}$ не войдут.



Черт. 82.



Черт. 83.

Подставляя выражения (4—7) и (8—11) в уравнение (3) и вводя множители y в скобки, получим:

$$\begin{aligned} \text{стойка } AB & \dots \frac{1}{J_1} \int_0^h (Hy_1^2 - M_1^0 y_1) dy + \\ \text{стержень } BC & \dots + \frac{1}{J_2} \int_0^s (Hy_2^2 - M_2^0 y_2) ds + \\ \text{стержень } CD & \dots + \frac{1}{J_2} \int_s^{2s} (Hy_3^2 - M_3^0 y_3) ds + \\ \text{стойка } DE & \dots + \frac{1}{J_1} \int_0^h (Hy_4^2 - M_4^0 y_4) dy = 0 \dots \dots (12) \end{aligned}$$

Из черт. 82 следует, что

$$\begin{aligned} \frac{l}{2} &= s \cos \alpha, \text{ откуда } s = \frac{l}{2 \cos \alpha} \\ dx &= ds \cos \alpha, \text{ откуда } ds = \frac{dx}{\cos \alpha} \end{aligned}$$

Затем из подобия треугольников имеем

$$\frac{ds}{dx} = s : \frac{l}{2}, \text{ откуда } ds = \frac{2s \cdot dx}{l} \dots \dots \dots (12a)$$

Тогда выражение (12) можно написать так (подставляя в него ds из выражения (12a) и группируя отдельно члены, содержащие H , и отдельно члены, содержащие M^0)

или

$$A \cdot H - B = 0$$

$$\boxed{H = \frac{B}{A}} \dots \dots \dots (13)$$

где $A = \frac{1}{J_1} \int_0^h y_1^2 \cdot dy + \frac{2s}{J_2 l} \int_0^{l/2} y_2^2 dx + \frac{2s}{J_2 l} \int_{l/2}^l y_3^2 dx + \frac{1}{J_1} \int_0^h y_4^2 dy \dots (14)$

$$\begin{aligned}
 \text{и } B = & \frac{1}{J_1} \int_0^h M_1^0 y_1 dy + \frac{2s}{J_2 l} \int_0^{l/2} M_2^0 y_2 dx + \frac{2s}{J_2 l} \int_{l/2}^l M_3^0 y_3 dx + \\
 & + \frac{1}{J_1} \int_0^h M_4^0 y_4 dy \dots \dots \dots (15)
 \end{aligned}$$

В средних членах последних выражений вместо пределов $0-s$ и $s-2s$ у интегралов поставлены пределы $0-l/2$ и $l/2-l$, т. к. после замены ds выражением $\frac{2sdx}{l}$ интегрирование надо производить не по длине s стержней BC и CD , а по их проекции l .

Найдя A и B из выражений (14) и (15), по уравнению (13) найдем и искомую силу H .

Величина A найдется так.

Из черт. 83 имеем

$$\begin{aligned}
 h_1 = x \operatorname{tg} \alpha & \dots \dots \dots (16) \\
 h_2 = (l-x) \operatorname{tg} \alpha & \dots \dots \dots (16 a) \\
 y_2 = h + h_1 = h + x \operatorname{tg} \alpha & \dots \dots \dots (16 b) \\
 y_3 = h + h_2 = h + (l-x) \operatorname{tg} \alpha & \dots \dots \dots (17)
 \end{aligned}$$

Обозначив

$$k = \frac{J_2}{J_1} \cdot \frac{h}{s} \dots \dots \dots (18 a)$$

и производя интегрирование выражения (14), получим

$$\boxed{A = \frac{2s}{3J_2} [h^2(k+3) + f(3h+f)]} \dots \dots \dots (18)$$

Самое интегрирование произведено так. Подставляя в (14) значения y_2 и y_3 из уравнений (16 b) и (17), получим

$$\begin{aligned}
 A = & \frac{1}{J_1} \int_0^h y_1^2 \cdot dy + \frac{2s}{J_2 l} \int_0^{l/2} (h+x \operatorname{tg} \alpha)^2 dx + \\
 & + \frac{2s}{J_2 l} \int_{l/2}^l [h+(l-x) \operatorname{tg} \alpha]^2 dx + \frac{1}{J_1} \int_0^h y_4^2 \cdot dy \dots \dots \dots (18 b)
 \end{aligned}$$

Для ясности проинтегрируем каждый из членов этого выражения отдельно. Первый и четвертый члены

$$\frac{1}{J_1} \int_0^h y_1^2 dy = \frac{1}{J_1} \left[\frac{y^3}{3} \right]_0^h = \frac{h^3}{3J_1} \dots \dots \dots (18 c)$$

Второй член $\frac{2s}{J_2 l} \int_0^{l/2} (h+x \operatorname{tg} \alpha)^2 dx$.

Возводим в квадрат выражение, стоящее под знаком интеграла

$$\frac{2s}{J_2 l} \int_0^{l/2} (h^2 + x^2 \operatorname{tg}^2 \alpha + 2hx \operatorname{tg} \alpha) dx.$$

Интегрируя это выражение, получим

$$\frac{2s}{J_2 l} \left[h^2 x + \frac{x^3}{3} \operatorname{tg}^2 \alpha + 2ht \operatorname{tg} \alpha \frac{x^2}{2} \right]_{l/2}^{l/2}$$

Подставляя сюда пределы 0 и $l/2$, получим

$$\frac{2s}{J_2 l} \left[h^2 \cdot \frac{l}{2} + \frac{\operatorname{tg}^2 \alpha}{3} \cdot \frac{l^3}{8} + ht \operatorname{tg} \alpha \cdot \frac{l^2}{4} \right] = \frac{2s}{J_2} \left(\frac{h^2}{2} + \frac{l^2 \operatorname{tg}^2 \alpha}{24} + \frac{hl \operatorname{tg} \alpha}{4} \right) \dots \dots (18 d)$$

Интегрирование третьего члена выражения (18 b) производится так:

$$\begin{aligned} \frac{2s}{J_2 l} \int_{l/2}^l [h + (l-x) \operatorname{tg} \alpha]^2 dx &= \frac{2s}{J_2 l} \int_{l/2}^l [h^2 + (l^2 + x^2 - 2lx) \operatorname{tg}^2 \alpha + 2h(l-x) \operatorname{tg} \alpha] dx = \\ &= \frac{2s}{J_2 l} \left[h^2 x + \left(l^2 x + \frac{x^3}{3} - \frac{2lx^2}{2} \right) \operatorname{tg}^2 \alpha + 2ht \operatorname{tg} \alpha \left(lx - \frac{x^2}{2} \right) \right]_{l/2}^l \end{aligned}$$

Подставляя сюда пределы l и $l/2$, получим

$$\begin{aligned} \frac{2s}{J_2 l} \left\{ h^2 \left(l - \frac{l}{2} \right) + \left[l^2 \left(l - \frac{l}{2} + \frac{1}{3} \left(l^3 - \frac{l^3}{8} \right) - l \left(l^2 - \frac{l^2}{4} \right) \right] \operatorname{tg}^2 \alpha + \right. \\ \left. + 2ht \operatorname{tg} \alpha \left[l \left(l - \frac{l}{2} \right) - \frac{1}{2} \left(l^2 - \frac{l^2}{4} \right) \right] \right\} &= \frac{2s}{J_2 l} \left\{ \frac{h^2 l}{2} + \left[\frac{l^3}{2} + \frac{7l^3}{24} - \frac{3l^3}{4} \right] \operatorname{tg}^2 \alpha + \right. \\ \left. + 2ht \operatorname{tg} \alpha \left[\frac{l^2}{2} - \frac{3}{8} l^2 \right] \right\} &= \frac{2s}{J_2} \left(\frac{h^2}{2} + \frac{l^2 \operatorname{tg}^2 \alpha}{24} + \frac{hl}{4} \operatorname{tg} \alpha \right) \dots \dots \dots (18 c) \end{aligned}$$

Сравнивая это выражение с выражением (18 d), видим, что они между собой равны, что объясняется симметрией рамы. Поэтому третьего интеграла (см. выражение 18 e) можно было бы не определять, а вместо него просто взять второй интеграл, т. е. выражение (18 d). По тем же соображениям, вместо четвертого интеграла взять первый интеграл. Складывая полученные интегралы (т. е. выражения 18 c, 18 d и 18 e), найдем (при чем выражение (18 c) надо умножить на 2, т. к. первый и четвертый интегралы выражения (18 b) между собой равны)

$$\begin{aligned} A &= \frac{2h^3}{3J_1} + \frac{2s}{J_2} \left(\frac{h^2}{2} + \frac{l^2 \operatorname{tg}^2 \alpha}{24} + \frac{hlt \operatorname{tg} \alpha}{4} + \frac{h^2}{2} + \frac{l^2 \operatorname{tg}^2 \alpha}{24} + \right. \\ &\left. + \frac{hl}{4} \operatorname{tg} \alpha \right) = \frac{2h^3}{3J_1} + \frac{2s}{J_2} \left(h^2 + \frac{l^2 \operatorname{tg}^2 \alpha}{12} + \frac{hlt \operatorname{tg} \alpha}{2} \right) \end{aligned}$$

Подставляя сюда

$$k = \frac{J_2}{J_1} \cdot \frac{h}{s}$$

и имея в виду (черт. 82), что $f = \frac{l}{2} \operatorname{tg} \alpha$, откуда

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{2f}{l},$$

получим

$$A = \frac{2s}{3J_2} [h^2(k+3) + f(3h+f)],$$

т. е. получим выражение (18).

Из выражения (18) видно, что величина A , входящая в выражение (13), не зависит от нагрузки, а зависит только от геометрических размеров (s , h , f , J_1 , и J_2) рамы. Поэтому, для всех случаев нагрузки при определении этой величины мы будем пользоваться выражением (18).

Все входящие в выражение (18) величины известны. Действительно h , f , l даются при задании рамы. Моменты инерции J_1 и J_2 стоек и ригеля в самом начале расчета задаются, а потому выражение (18) дает возможность найти величину A и при том, как сказано выше, сразу для всех случаев нагрузки.

Следовательно, для определения H из выражения (13) надо найти еще величину B . Эта величина, как видно из выражения (15), зависит от моментов M^0 , о которых см. стр. 53, и которые в свою очередь зависят от нагрузки. Поэтому для каждого случая нагрузки величина B должна быть определена особо. Случаи нагрузок рассмотрим следующие.

а) Вертикальная равномерно-распределенная нагрузка q (черт. 84 а).

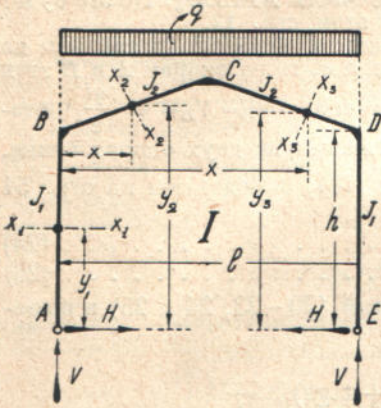
От действия этой нагрузки на опорах A и E , см. стр. 8, появятся горизонтальные H и вертикальные V реакции.

Вследствие симметрии нагрузки рамы, опорные реакции V_A и V_E попарно равны друг другу и потому обозначены одной буквой V . То же относится и к реакциям H .

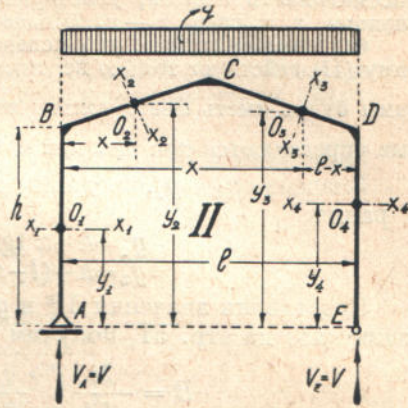
Прежде всего найдем реакцию H . Для этого обратимся к уравнению (13) на стр. 50.

$$H = \frac{B}{A} \dots \dots \dots (19)$$

В этом уравнении величина A по сказанному на стр. 52 не зависит от нагрузки и определяется по выражению (18) на стр. 51. Следовательно, для определения H надо найти только величину B . Эта величина



Черт. 84 а.



Черт. 84 б.

определится помощью выражения (15) на стр. 51. Входящие в это выражение моменты M^0 , по изложенному на стр. 49, представляют собой моменты в статически определимой раме на черт. 84 б, о которой см. ниже. Эти моменты можно написать так. Момент в любом сечении

стойки $AB \dots \dots M_1^0 = 0 \dots \dots \dots (20)$

стержня $BC \dots \dots M_2^0 = V_A x - \frac{qx^2}{2} = \frac{qlx}{2} - \frac{qx^2}{2} \dots \dots \dots (21)$

стержня $CD \dots \dots M_3^0 = V_A x - \frac{qx^2}{2} = \frac{ql}{2} x - \frac{qx^2}{2} \dots \dots \dots (22)$

стойки $DE \dots \dots M_4^0 = 0 \dots \dots \dots (23)$

Эти моменты получены так. Превращаем (черт. 84 а) заданную раму (I) в статически определимую. Для этого одну из неподвижных опор ее, напр. опору A , заменяем подвижной. Тогда получим (черт. 84 б) раму (II), нагруженную той же нагрузкой q , что и рама (I). Рама (II), см. стр. 8, статически определима. Момент M_1^0 в каком-либо сечении x_1-x_1 этой рамы будет

$$M_1^0 = 0.$$

Действительно, подвижная опора A дает только вертикальную реакцию V_A . Рассматривая силы, действующие на часть AO_1 , видим, что в этой части действует только сила V_A , и момент этой силы относительно O_1 будет нуль.

Момент в каком-либо сечении x_2-x_2 стержня BC будет

$$M_2^0 = V_A x - qx \cdot \frac{x}{2} = \frac{qlx}{2} - \frac{qx^2}{2},$$

так как

$$V_A = \frac{ql}{2}.$$

Действительно, рассматривая, см. стр. 12, силы, действующие слева x_2-x_2 , видим, что в этой части рамы действует две силы: 1) реакция $V_A = \frac{ql}{2}$ и 2) нагрузка q на участке x . Беря момент этих сил относительно O_2 , получим выражение (21).

Момент M_3^0 в каком-либо сечении x_3-x_3 стержня CD найдется аналогично, а именно. Рассматриваем часть рамы ($ABCO_3$), лежащую слева от x_3-x_3 . На эту часть действуют силы: реакция $V_A = \frac{ql}{2}$ и нагрузка q на участке x . Беря момент этих сил относительно O_3 , получим выражение (22). Наконец, рассматривая участок EO_4 , найдем, что на него действует только реакция $V_E = \frac{ql}{2}$; момент ее относительно O_4 будет нуль. Вместо участка EO_4 можно рассматривать и силы, действующие на левую часть $ABCD O_4$. Но это будет сложнее, т. к. слева x_4-x_4 больше сил; см. об этом стр. 12.

Обратим внимание, что вследствие подвижности опоры A , и так как на раму (II) действует только вертикальная нагрузка q , то на опорах A и E этой рамы будут иметь место только вертикальные реакции $V_A = V_E = V = \frac{ql}{2}$, которые определяются так же, как и в свободно лежащей на двух опорах балке.

Значения y_2 и y_3 , входящие в выражение (15), определены на стр. 51 и равны

$$y_2 = h + x \operatorname{tg} \alpha \dots \dots \dots (24)$$

$$y_3 = h + (l-x) \operatorname{tg} \alpha \dots \dots \dots (25)$$

Подставляя значения M^0 и y из выражений (20-23, 24 и 25) в выражение (15) на стр. 51, получим

$$B = \frac{2s}{J_2 l} \int_0^{l/2} \frac{q}{2} (lx - x^2) (h + x \operatorname{tg} \alpha) dx + \frac{2s}{J_2 l} \int_{l/2}^l \frac{q}{2} (lx - x^2) [h + (l-x) \operatorname{tg} \alpha] dx \dots \dots \dots (25 a)$$

Первый и последний члены выражения (15) пропадут, т. к. $M^0_1 = 0$ и $M^0_4 = 0$. Или после интегрирования

$$B = \frac{qs l^2}{48 J_2} (8h + 5l) \dots \dots \dots (26)$$

Самое интегрирование произведено так. Для ясности проинтегрируем каждый из членов выражения (25 a) отдельно.

Первый член. Раскрывая скобки и вынося $\frac{q}{2}$ за знак интеграла, получим

$$\begin{aligned} \frac{2s}{J_2 l} \cdot \frac{q}{2} \int_0^{l/2} (lhx + lx^2 \operatorname{tg} \alpha - x^2 h - x^3 \operatorname{tg} \alpha) dx = \\ = \frac{qs}{J_2 l} \int_0^{l/2} [lhx + x^2 (l \operatorname{tg} \alpha - h) - x^3 \operatorname{tg} \alpha] dx. \end{aligned}$$

Произведя интегрирование этого выражения, получим

$$\begin{aligned} \frac{qs}{J_2 l} \left[lh \cdot \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} (l \operatorname{tg} \alpha - h) - \frac{x^4}{4} \operatorname{tg} \alpha \right]_0^{l/2} = \\ = \frac{qs}{J_2 l} \left[lh \frac{1}{2} \cdot \frac{l^2}{4} + \frac{1}{3} \cdot \frac{l^3}{8} (l \operatorname{tg} \alpha - h) - \frac{1}{4} \cdot \frac{l^4}{16} \operatorname{tg} \alpha \right]. \end{aligned}$$

Производя в этом выражении соответствующие преобразования, получим

$$\frac{qs l^2}{96 J_2} (8h + 5l) \dots \dots \dots (26 a)$$

Второй член.

$$\begin{aligned} \frac{2s}{J_2 l} \int_{l/2}^l \frac{q}{2} (lx - x^2) [h + (l-x) \operatorname{tg} \alpha] dx + \frac{qs}{J_2 l} \int_{l/2}^l (lxh + l^2 x \operatorname{tg} \alpha - \\ - lx^2 \operatorname{tg} \alpha - x^2 h - x^2 l \operatorname{tg} \alpha + x^3 \operatorname{tg} \alpha) dx = \frac{qs}{J_2 l} \int_{l/2}^l [x (lh + l^2 \operatorname{tg} \alpha) - x^2 (2l \operatorname{tg} \alpha + h) + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 + x^3 \operatorname{tg} \alpha] dx &= \frac{qs}{J_2 l} \left[(lh + l^2 \operatorname{tg} \alpha) \frac{x^2}{2} - (2l \operatorname{tg} \alpha + h) \frac{x^3}{3} + \frac{x^4}{4} \operatorname{tg} \alpha \right]_{l/2}^l = \\
 &= \frac{qs}{J_2 l} \left[(lh + l^2 \operatorname{tg} \alpha) \frac{1}{2} \cdot \frac{3}{4} l^2 - (2l \operatorname{tg} \alpha + h) \frac{1}{3} \cdot \frac{7}{8} l^3 + \frac{\operatorname{tg} \alpha}{4} \cdot \frac{15}{16} l^4 \right].
 \end{aligned}$$

Произведя здесь соответствующие преобразования, и имея в виду (см. черт. 82), что $f = \frac{l}{2} \cdot \operatorname{tg} \alpha$

или

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{2f}{l},$$

получим

$$\frac{qsl^2}{96J_2} (8h + 5f) \dots \dots \dots (26 b)$$

Сравнивая выражения (26 a) и (26 b), видим, что они вследствие симметрии нагрузки между собой равны. Следовательно, можно было бы ограничиться определением только первого интеграла (26 a). Складывая выражения (26 a) и (26 b), получим выражение (26).

Подставляя значения A и B из выражений (18) и (26) в уравнение (19), получим

$$H = \frac{B}{A} = \frac{qsl^2 (8h + 5f) 3J_2}{48J_2 2s [h^2(k + 3) + f(3h + f)]}$$

Откуда после соответствующих преобразований

$$\boxed{H = \frac{ql^2}{32} \cdot \frac{8h + 5f}{h^2(k + 3) + (3h + f)}} \dots \dots \dots (27)$$

Такое выражение для рассматриваемого случая рамы приведено в книге Клейнлогеля на стр. 104. Итак, если на раму, показанную на черт. 84 a, будет действовать равномерная нагрузка q , то горизонтальная реакция определяется по формуле (27).

Теперь перейдем к определению вертикальных реакций. Беря (черт. 84 a) момент всех действующих на раму (I) сил (q , V и H) относительно E , получим

$$V \cdot l - ql \cdot \frac{l}{2} = 0,$$

откуда

$$V = \frac{ql}{2} \dots \dots \dots (28)$$

Т. е. вертикальные реакции не зависят от силы H и будут совершенно такими же, как и в простой (свободно лежащей на двух опорах) балке. Зная же вертикальные реакции V и горизонтальные реакции H , уже не трудно найти и изгибающие моменты в разных сечениях заданной рамы (I). Так, момент в любом сечении $x_1 - x_1$ стойки AB (или стойки DE)

$$M_y = -H \cdot y \dots \dots \dots (29)$$

Момент в узлах B и D

$$M_B = M_D = -H \cdot h \dots \dots \dots (30)$$

Момент в любом сечении стержня BC в расстоянии x от B (или в любом сечении стержня CD в расстоянии x от D)

$$M_x = V \cdot x - H \cdot y_2 - qx \cdot \frac{x}{2}$$

Но так как

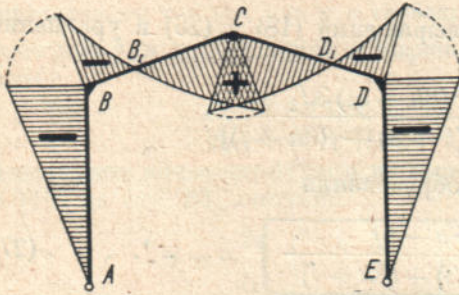
$$V = \frac{ql}{2} \text{ и } y_2 = h + \frac{2fx}{l} \text{ (см. стр. 52),}$$

$$\text{то } M_x = \frac{qx}{2}(l-x) - H\left(h + \frac{2fx}{l}\right) \dots \dots \dots (31)$$

Подставляя в это выражение $x = \frac{l}{2}$, получим момент в узле C

$$M_C = \frac{ql^2}{8} - H(h+f) \dots \dots \dots (32)$$

Зная моменты, нетрудно будет построить и эпюру моментов, показанную на черт. 85; о вычерчивании эпюры см. стр. 14. Поло-



Черт. 85.

жение нулевых точек B_1 и D_1 этой эпюры найдется из выражения (31), если приравнять его нулю и решить относительно x .

Итак, для случая, когда на оба ската рамы действует равномерная нагрузка q , вертикальные реакции определяются из выражения (28), горизонтальные — из выражения (27) и моменты в разных сечениях — из выражений (29–32).

б) Вертикальная сосредоточенная нагрузка.

Положим (черт. 86 а), что на ригель рамы действует сосредоточенный груз P .

Требуется вывести формулы для определения опорных реакций и моментов в разных сечениях такой рамы.

При действии на раму груза P на опорах появятся вертикальные реакции V_A и V_E и кроме того горизонтальные реакции H_A и H_E , которые (см. стр. 22) между собой равны, и потому обозначены одной буквой H .

Найдем сначала величину реакции H . Для этого, как и в предыдущем случае, обращаемся к уравнению (13) на стр. 50.

$$H = \frac{B}{A} \dots \dots \dots (33)$$

В этом уравнении величина A , как не зависящая от нагрузки, определяется по выражению (18) на стр. 51.

Для определения же величины B обращаемся к выражению (15) на стр. 51, в котором величины M^0 определяем так же, как и в предыдущем случае нагрузки. Т. е. превращаем заданную раму (I) (черт. 86 а) в статически определимую. Для этого одну из неподвижных опор ее, напр. опору A , заменяем подвижной. Тогда получим (черт. 86 б) раму (II) с той же нагрузкой P , что и рама (I).

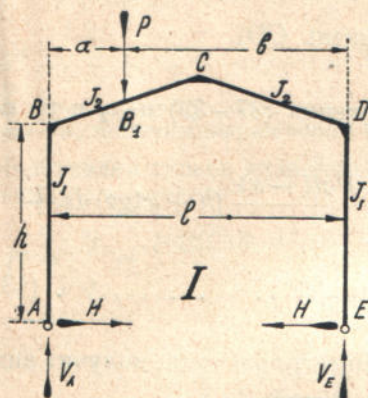
Опорные реакции в раме (II) найдутся, как в простой (свободно лежащей на двух опорах) балке, а именно, беря момент действующих на раму сил (P , V_A , V_E) относительно E , получим:

$$V_A l - P b = 0.$$

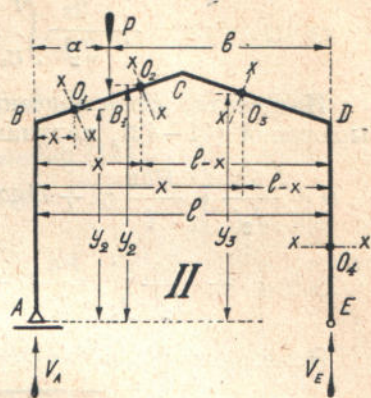
Откуда

$$V_A = \frac{Pb}{l} \dots \dots \dots (34)$$

$$\text{Реакция } V_E = P - V_A = P - \frac{Pb}{l} = \frac{P(l-b)}{l} = \frac{Pa}{l} \dots \dots (35)$$



Черт. 86 а.



Черт. 86 б.

Момент в каком-либо сечении рамы (II)

$$\text{стержня } AB: M^0_1 = 0 \dots \dots \dots (36)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \text{участок } BB_1: M^0_2 = V_A x = \frac{Pbx}{l} \dots \dots \dots (37) \\ \text{участок } B_1C: M^0_2 = V_E(l-x) = \frac{Pa(l-x)}{l} \dots \dots (38) \end{array} \right.$$

$$\text{стержня } CD: M^0_3 = V_E(l-x) = \frac{Pa(l-x)}{l} \dots \dots \dots (39)$$

$$\text{стержня } DE: M^0_4 = 0 \dots \dots \dots (40)$$

Т. к. моменты в сечениях участков BB_1 и B_1C нельзя выразить одной формулой, то для каждого из этих участков выражения для моментов написаны отдельно. Выражение (36) получается так же, как и выражение (20) на стр. 53.

Выражение (37) получено так. Это момент в сечении $x-x$ участка BB_1 рамы (II). Рассмотрим часть рамы слева $x-x$. На эту часть действует только реакция $V_A = \frac{Pb}{l}$. Беря момент этой реакции относительно O_1 , получим выражение (37).

Выражение (38) это момент в сечении $x-x$ участка B_1C рамы. Рассматриваем правую часть O_2CDE рамы (т. к. в ней меньше сил, см. стр. 12). На эту часть действует только сила $V_E = \frac{Pa}{l}$. Беря момент этой силы относительно O_2 , получим выражение (38).

Выражение (39) — это момент в любом сечении $x-x$ стержня CD рамы (II). Рассматриваем участок справа $x-x$, т. е. участок O_3DE . На этот участок действует только реакция $V_E = \frac{Pa}{l}$. Беря момент этой реакции относительно O_3 , получим выражение (39).

Выражение (40) получено так. Рассматриваем часть O_4E рамы. На эту часть действует только сила V_E . Момент этой силы относительно O_4 будет нуль.

Значения y_2 и y_3 , входящие в выражение (15), см. стр. 51.

$$y_2 = h + x \operatorname{tg} \alpha \dots \dots \dots (41)$$

$$y_3 = h + (l-x) \operatorname{tg} \alpha \dots \dots \dots (42)$$

Вследствие разделения прогона BC на два участка выражение (15) надо переписать так (имея в виду, что согласно выражения (36) и (40) $M_1^0 = 0$ и $M_4^0 = 0$)

$$B = \frac{2s}{J_2 l} \int_0^a M_2^0 y_2 dx \text{ (участок } BB_1) + \frac{2s}{J_2 l} \int_a^{l/2} M_2^0 y_2 dx \text{ (участок } B_1C) + \\ + \frac{2s}{J_2 l} \int_{l/2}^l M_3^0 y_3 dx \text{ (стержень } CD).$$

Подставляя сюда значения M^0 из выражений (37–39) и y_2 и y_3 из выражений (41–42), получим

$$B = \frac{2s}{J_2 l} \int_0^a \frac{Pbx}{l} (h + x \operatorname{tg} \alpha) dx + \frac{2s}{J_2 l} \int_a^{l/2} \frac{Pa(l-x)}{l} (h + x \operatorname{tg} \alpha) dx + \\ + \frac{2s}{J_2 l} \int_{l/2}^l \frac{Pa}{l} (l-x) [h + (l-x) \operatorname{tg} \alpha] dx \dots \dots \dots (43)$$

Это выражение, после соответствующего интегрирования, получит вид

$$B = \frac{Pas[6blh + f(3l^2 - 4a^2)]}{6J_2 l} \dots \dots \dots (44)$$

Самое интегрирование произведено так. Для ясности проинтегрируем каждый из членов выражения (43) отдельно.

Первый член, имея в виду (см. стр. 55), что $\operatorname{tg} \alpha = \frac{2f}{l}$,

$$\frac{2s}{J_2 l} \int_0^a \frac{Pbx}{l} (h + x \operatorname{tg} \alpha) dx = \frac{2Psb}{J_2 l^2} \int_0^a x (h + x \operatorname{tg} \alpha) dx = \frac{2Psb}{J_2 l^2} \int_0^a (hx + x^2 \operatorname{tg} \alpha) dx = \\ = \frac{2Psb}{J_2 l^2} \left[h \cdot \frac{x^2}{2} + \operatorname{tg} \alpha \cdot \frac{x^3}{3} \right]_0^a = \frac{2Psb}{J_2 l^2} \left(\frac{ha^2}{2} + \frac{a^3}{3} \operatorname{tg} \alpha \right) = \frac{2Psb}{J_2 l^2} \left(\frac{ha^2}{2} + \frac{2fa^3}{3l} \right) \dots \dots \dots (44 a)$$

Второй член:

$$\frac{2s}{J_2 l} \int_a^{l/2} \frac{Pa}{l} (l-x) (h + x \operatorname{tg} \alpha) dx = \frac{2Psa}{J_2 l^2} \int_a^{l/2} [lh + x(l \operatorname{tg} \alpha - h) - x^2 \operatorname{tg} \alpha] dx = \\ = \frac{2Psa}{J_2 l^2} \left[lhx + (l \operatorname{tg} \alpha - h) \frac{x^2}{2} - \operatorname{tg} \alpha \cdot \frac{x^3}{3} \right]_a^{l/2} = \frac{2Psa}{J_2 l^2} \left[lh \left(\frac{l}{2} - a \right) + \frac{1}{2} (l \operatorname{tg} \alpha - h) \left(\frac{l^2}{4} - \right. \right. \\ \left. \left. - a^2 \right) - \frac{\operatorname{tg} \alpha}{3} \left(\frac{l^3}{8} - a^3 \right) \right] = \frac{2Psa}{J_2 l^2} \left[\frac{l^2 h}{2} - alh + \left(\frac{l^2}{8} - \frac{a^2}{2} \right) (2f - h) - \frac{2f}{3l} \left(\frac{l^3}{8} - a^3 \right) \right] (44 b)$$

Третий член:

$$\frac{2s}{J_2 l} \int_{l/2}^l \frac{Pa}{l} (l-x) [h + (l-x) \operatorname{tg} \alpha] dx = \frac{2Psa}{J_2 l^2} \int_{l/2}^l (l-x) [h + (l-x) \operatorname{tg} \alpha] dx.$$

Т. к. интеграл выражения $(l-x) [h + (l-x) \operatorname{tg} \alpha] dx$, стоящего под знаком последнего интеграла, понадобится нам и дальше, то дадим этот интеграл отдельно без множителя $\frac{2Psa}{J_2 l^2}$, стоящего перед ним

$$\int_{l/2}^l (l-x) [h + (l-x) \operatorname{tg} \alpha] dx = \int_{l/2}^l (lh + l^2 \operatorname{tg} \alpha - lxt \operatorname{tg} \alpha - xh - \\ - xlt \operatorname{tg} \alpha + x^2 \cdot \operatorname{tg} \alpha) dx = \int_{l/2}^l [lh + l^2 \operatorname{tg} \alpha - x(2l \operatorname{tg} \alpha + h) + \\ + x^2 \operatorname{tg} \alpha] dx = \left[(lh + l^2 \operatorname{tg} \alpha) x - \frac{x^2}{2} (2l \operatorname{tg} \alpha + h) + \frac{x^3}{3} \operatorname{tg} \alpha \right]_{l/2}^l$$

Подставляя сюда пределы $x = l$ и $x = l/2$, получим

$$[(lh + l^2 \operatorname{tg} \alpha) \frac{l}{2} - \frac{2l \operatorname{tg} \alpha + h}{2} \cdot \frac{3}{4} l^2 + \frac{\operatorname{tg} \alpha}{3} \cdot \frac{7}{8} l^3] = \frac{1}{24} (3hl^2 + 2fl^2) \dots (44 c)$$

Умножая это выражение на $\frac{2Psa}{J_2 l^2}$, получим интеграл третьего члена выражения (43).

$$\frac{2Psa}{24J_2 l^2} (3hl^2 + 2fl^2) \dots \dots \dots (44 a)$$

Складывая между собой выражения (44 a), (44 b) и (44 d), и имея в виду, что $b = l - a$, получим выражение (44).

Подставляя теперь значения A и B из выражений (18) и (44) в уравнение (33), получим:

$$H = \frac{B}{A} = \frac{Pas[6blh + f(3l^2 - 4a^2)]}{6J_2 l} : \frac{2s}{3J_2} [h^2(k + 3) + f(3h + f)]$$

или

$$H = \frac{Pa}{4l^2} \cdot \frac{6blh + f(3l^2 - 4a^2)}{h^2(3 + k) + f(3h + f)} \dots \dots \dots (45)$$

Это выражение для рассматриваемого случая нагрузки приведено в книге Клейнлогеля на стр. 105.

Теперь найдем вертикальные реакции V_A и V_E в раме (I), см. черт. 86 а. Беря момент всех действующих на раму (I) сил (P , H , V_A и V_E) относительно E , получим

$$V_A l - Pb = 0,$$

откуда

$$V_A = \frac{Pb}{l} \dots \dots \dots (46)$$

$$\text{Реакция } V_E = P - V_A = P - \frac{Pb}{l} = \frac{P(l - b)}{l} = \frac{Pa}{l} \dots \dots \dots (47)$$

Т. е. и здесь вертикальные реакции не зависят от лишней неизвестной H и имеют такое же значение, как и в простой балке, нагруженной сосредоточенным грузом P .

Зная же вертикальные и горизонтальные реакции, уже не трудно, как и в предыдущем случае, написать и выражения для моментов в разных сечениях рамы. Эти выражения в готовом виде приведены в книге Клейнлогеля на стр. 105.

Если груз P приложен в узле C , то в предыдущих формулах надо положить $a = b = \frac{l}{2}$.

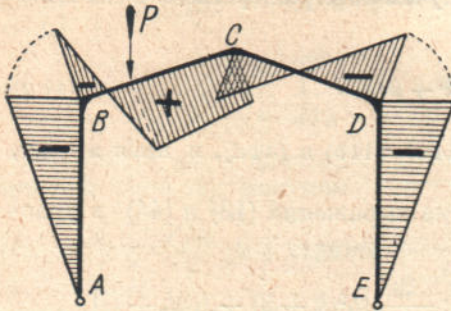
Если же на раму действует одновременно несколько грузов P , то сначала по предыдущим формулам находят вертикальные и горизонтальные реакции для каждого груза отдельно.

Складывая полученные результаты, находят V и H при одновременном действии всех грузов P . Зная же V и H , уже (см. стр. 12) нетрудно найти и моменты в разных сечениях рамы.

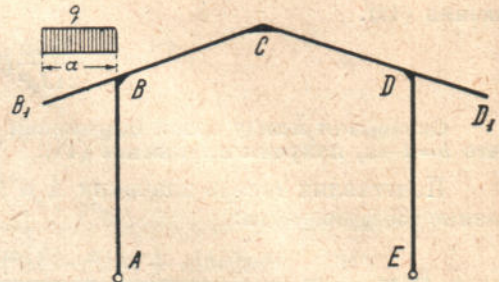
Эпюра моментов для рассмотренного случая нагрузки имеет вид, показанный на черт. 87. Обратим внимание, что наибольший момент в ригеле здесь будет как-раз под грузом, т. е. как и в простой балке, нагруженной сосредоточенным грузом.

е) Нагрузка изгибающим моментом.

Такой случай нагрузки может быть, напр., в том случае, когда (черт. 88а) рама имеет консоли BB_1 и DD_1 , поддерживающие свесы крыши.



Черт. 87.



Черт. 88 а.

Положим, что нагрузка на погонный метр горизонтальной проекции такой консоли будет q . Тогда нагрузка на всю консоль

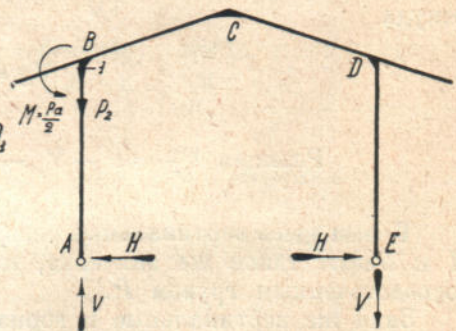
$$P = q \cdot a$$

и будет приложена (черт. 88b) по середине расстояния a .

Следовательно, вместо действия на раму равномерной нагрузки q , мы можем (черт. 88b) рассматривать действие сосредоточенной нагрузки $P = qa$. Приложим (черт. 88b) в точке B две прямо противоположные силы P_1 и P_2 , равные и параллельные силе P (так, что $P = P_1 = P_2$), что не нарушит равновесия, т. к. добавочные силы P_1 и P_2 взаимно уничтожаются. Следовательно действие одной силы P можно заменить действием трех сил $P = P_1 = P_2$.



Черт. 88 б.



Черт. 88 с.

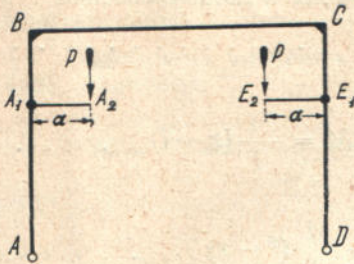
По сказанному силы P , P_1 и P_2 между собой равны и обозначены разными индексами только для отличия одна от другой.

Действие сил P и P_1 можно заменить моментом $M = \frac{P_1 a}{2} = \frac{Pa}{2}$,

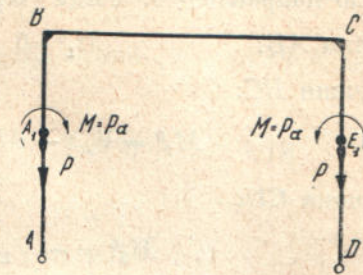
т. к. эти силы ничто иное как пара сил с плечом $\frac{a}{2}$. Следовательно (черт. 88с) действие на раму нагрузки q можно заменить действием момента $M = P \cdot \frac{a}{2}$ и силой P_2 , приложенными в точке B .

Момент $M = \frac{Pa}{2}$ и есть та нагрузка, о которой будет идти речь в этом параграфе. Сила же $P_2 = P$ включается в расчет при рассмотрении нормальных сил в стойке AB , как это сделано на стр. 80 II ч.

Может быть и такой случай (черт. 89 а), когда к стойкам рамы приделаны кронштейны A_1A_2 и E_1E_2 , на которых укладываются балки, принимающие нагрузку от крана. Положим, что вес крановой балки с краном будет P и вынос кронштейна a . Тогда действие таких грузов P на раму по изложенному выше можно заменить (черт. 89 б) моментом $M = Pa$ и вертикальной силой P , приложенными в точках A_1 и E_1 .



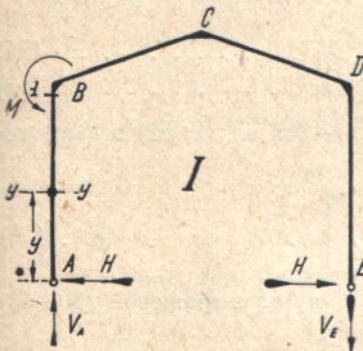
Черт. 89 а.



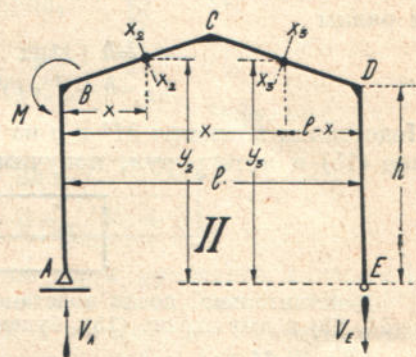
Черт. 89 б.

Формулы для определения опорных реакций и моментов в этом случае так же, как и для случая на черт. 88 с, приведены у Клейнлогеля на стр. 48.

Итак (черт. 90 а), рассмотрим случай, когда момент приложен только в одном из узлов B (или D) рамы, т. к. от этого случая уже не трудно перейти и к случаю, когда моменты приложены в узлах B и D одновременно.



Черт. 90 а.



Черт. 90 б.

Здесь (см. стр. 22) вертикальные и горизонтальные реакции попарно равны друг другу.

Начнем с определения горизонтальной реакции H . Для этого, как и в предыдущих случаях, обращаемся к уравнению (13) на стр. 50

$$\boxed{H = \frac{B}{A}} \dots \dots \dots (48)$$

В этом уравнении величина A , как не зависящая от нагрузки, определяется выражением (18) на стр. 51.

Для определения же величины B обращаемся к выражению (15) на стр. 51, в котором величины M^0 определяются так же, как и в предыдущих случаях. Т. е. превращаем (черт. 90 а) заданную раму (I) в статически определимую. Для этого одну из неподвижных опор ее, напр. опору A , заменяем подвижной. Тогда получим (черт. 90 б) раму (II) с той же нагрузкой (т. е. моментом в узле B), как и рама (I). Опорные реакции в этой раме (II) находим из уравнения моментов сил (M , V и H) относительно E

$$V_A l - M = 0,$$

откуда

$$V_A = \frac{M}{l} \dots \dots \dots (49)$$

Реакция V_E по сказанному на стр. 22 равна по величине V_A , но обратна ей по направлению. Тогда (черт. 90 b) момент в любом сечении

стойки AB : $M_1^0 = 0 \dots \dots \dots (50)$

стержня BC :

$$M_2^0 = V_A x - M = \frac{M}{l} x - M = \frac{M}{l} (x - l) \dots \dots \dots (51)$$

стержня CD :

$$M_3^0 = -V_E(l-x) = -\frac{M}{l}(l-x) \dots \dots \dots (52)$$

стойки DE :

$$M_4^0 = 0 \dots \dots \dots (53)$$

Эти моменты получаются по изложенному на стр. 12. Так например, момент M_2^0 в сечении x_2-x_2 получен таким образом. Рассматриваем часть рамы, лежащую слева x_2-x_2 ; на эту часть действуют силы: реакция V_A и момент M , приложенный в узле B . Беря момент этих сил относительно x_2-x_2 , получим выражение (51).

Значения y , входящие в выражение (15), определены на стр. 51 и равны

$$y_2 = h + x \operatorname{tg} \alpha \dots \dots \dots (54)$$

$$y_3 = h + (l-x) \operatorname{tg} \alpha \dots \dots \dots (55)$$

Подставляя значения M^0 и y из выражений (50-53) и (54, 55) в выражение (15) и интегрируя, получим:

$$B = -\frac{Ms}{2J_2} (2h + f) \dots \dots \dots (56)$$

Действительно, после подстановки M^0 и y_2 и y_3 из выражений (50-53) и (54, 55) в выражение (15), будем иметь

$$B = \frac{2s}{J_2 l} \int_0^{l/2} \frac{M}{l} (x-l)(h+x \operatorname{tg} \alpha) dx - \frac{2s}{J_2 l} \int_{l/2}^l \frac{M}{l} (l-x)[h+(l-x) \operatorname{tg} \alpha] dx \dots (56 a)$$

Для ясности приведем интегрирование каждого члена этого выражения отдельно. Первый член

$$\begin{aligned} \frac{2s}{J_2 l} \cdot \frac{M}{l} \int_0^{l/2} (x-l)(h+x \operatorname{tg} \alpha) dx &= \frac{2sM}{J_2 l^2} \int_0^{l/2} (xh + x^2 \operatorname{tg} \alpha - lh - lx \operatorname{tg} \alpha) dx = \\ &= \frac{2s \cdot M}{J_2 l^2} \int_0^{l/2} [x(h - l \operatorname{tg} \alpha) - lh + x^2 \operatorname{tg} \alpha] dx = \frac{2s \cdot M}{J_2 l^2} \left[(h - l \operatorname{tg} \alpha) \frac{x^2}{2} - \right. \\ &\quad \left. - lhx + \frac{x^3}{3} \operatorname{tg} \alpha \right]_0^{l/2} = \frac{2Ms}{J_2 l^2} \left[(h - l \operatorname{tg} \alpha) \frac{1}{2} \cdot \frac{l^2}{4} - lh \cdot \frac{l}{2} + \frac{\operatorname{tg} \alpha}{3} \cdot \frac{l^3}{8} \right] \end{aligned}$$

Произведя здесь соответствующие преобразования, получим

$$-\frac{Ms}{12J_2} (9h + 4f) \dots \dots \dots (56 b)$$

второй член выражения (56 а).

Интеграл выражения

$$(l-x)[h+(l-x) \operatorname{tg} \alpha],$$

стоящего под знаком интеграла в этом члене, уже дан на стр. 59 и равен

$$\int_{l/2}^l (l-x)[h+(l-x) \operatorname{tg} \alpha] dx = \frac{1}{24} (3hl^2 + 2fl^2).$$

Умножая этот интеграл на $2 \frac{Ms}{J_2 l^2}$, получим искомый интеграл:

$$\frac{2Ms}{J_2 l^2} \int_{l/2}^l (l-x)[h + (l-x) \operatorname{tg} \alpha] dx = \frac{2Ms}{24J_2 l^2} (3hl^2 + 2fl^2) = \frac{Ms}{12J_2} (3h + 2f) \dots (56 c)$$

Подставляя выражения (56 b) и (56 c) в выражение (56 a), получим выражение (56).

Подставляя значения A и B из выражений (18) и (56) в уравнение (48), получим:

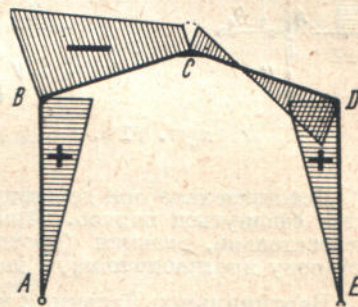
$$H = \frac{B}{A} = - \frac{Ms}{2J_2} (2h + f) : \frac{2s}{3J_2} [h^2(k + 3) + f(3h + f)]$$

или

$$H = - \frac{3M}{4} \cdot \frac{2h + f}{h^2(k + 3) + f(3h + f)} \dots (57)$$

Знак минус в правой части последнего выражения указывает, что сила H должна быть направлена не так, как показано на черт. 81 а, а в обратную сторону, т. е. так, как показано на черт. 90 а, так как нужно помнить, что выражение (13), которым мы пользовались для получения H , выведено из черт. 81 а, в предположении, что H направлена, как показано на этом чертеже.

Принимая для H направление, показанное на черт. 90 а, выражение (57) надо переписать так



Черт. 90 с.

$$H = \frac{3M}{4} \cdot \frac{2h + f}{h^2(k + 3) + f(3h + f)} \dots (57 a)$$

Это выражение для данного случая нагрузки приведено в книге Клейнлогеля на стр. 113.

Зная же V и H , нетрудно найти и изгибающие моменты в разных сечениях рамы. Так (черт. 90 а) момент в любом сечении $y-y$ стойки AB (или стойки DE)

$$M_y = -H \cdot y \dots (58)$$

Момент в сечении 1, лежащем на бесконечно-близком расстоянии от точки B , но ниже ее, будет

$$M_h = -H \cdot h \dots (59)$$

Момент в сечении B (т. е. в сечении, где приложен момент M) будет

$$M_B = Hh - M \dots (60)$$

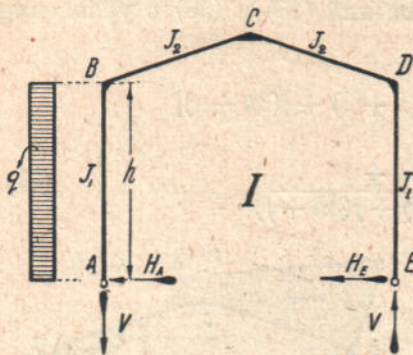
Действительно, рассматривая силы, действующие на часть $A-1$ рамы, видим, что на эту часть действуют только силы V и H . Момент этих сил относительно точки 1 даст выражение (59).

Рассматривая же силы, действующие на участке AB , видим, что на этот участок действуют усилия V , H и M . Нужно все время помнить, что момент M приложен в точке B , а сечение 1 лежит ниже точки B , хотя в непосредственной от нее близости. Беря момент этих сил относительно B , получим выражение (60).

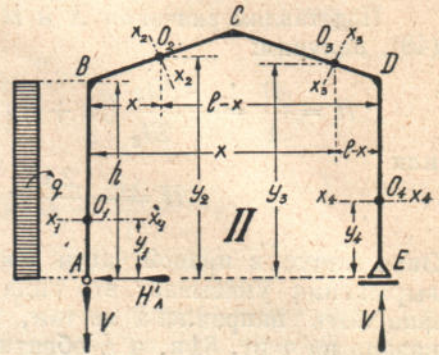
Приведенные выше выражения моментов имеются в книге Клейнлогеля на стр. 113. Эпюра моментов для рассмотренного случая нагрузки приведена на черт. 90 с.

d) Горизонтальная нагрузка на одну из стоек рамы.

Такой случай нагрузки (черт. 91 а) соответствует действию ветра на одну из сторон рамы. При чем в этом случае рассматривают отдельно действие ветра на стойку *AB*, и отдельно на ригель *BC* (см. Клейнлогель, стр. 108) Здесь мы рассмотрим действие ветра только на стойку *AB*. Реакции в этом случае будут направлены, как показано на черт. 91 а.



Черт. 91 а.



Черт. 91 б.

Действительно при действии ветра, как показано на черт. 91 а, рама стремится сдвинуться вправо. Этому оказывают противодействие опоры *A* и *E*. Следовательно, реакции (противодействие) опор должны быть направлены в сторону противоположную действию силы *q*.

Вертикальные реакции найдутся из уравнения моментов относительно *E*.

$$-Vl + qh \cdot \frac{h}{2} = 0.$$

Откуда $V = \frac{qh^2}{2l}$ (реакция на опоре *A*) (61)

Реакция на опоре *E* (см. стр. 22) будет ей равна, но направлена в обратную сторону.

Действительно, при действии ветра, как показано на черт. 91 а, рама стремится приподняться над точкой *A*. Чтобы воспрепятствовать этому, реакция (противодействие) опоры должна быть направлена вниз. От того же действия ветра рама будет прижиматься к опоре *B*, а потому реакция этой опоры будет направлена вверх.]

Так как вертикальные реакции V_A и V_E по величине равны друг другу, то на черт. 91 а они обозначены одной буквой *V*. Горизонтальная реакция H_E (на опоре *E*) найдется, как и раньше, из уравнения (13) на стр. 50

$$H_E = \frac{B}{A} \dots \dots \dots (62)$$

где *A*, как и в предыдущих случаях нагрузки, определяется из выражения (18) на стр. 51.

Для определения же величины *B* превратим заданную раму (I) в статически определимую. Для этого одну из неподвижных опор ее, напр., опору *E*, заменим подвижной.

Тогда получим раму (II) на черт. 91 б, с той же горизонтальной нагрузкой *q*, что и рама (I) на черт. 91 а.

В раме (II) на неподвижной опоре будет иметь место горизонтальная реакция $H'_A = qh$; т. к. подвижная опора не может оказывать противо-

действия в горизонтальном направлении, то все действие горизонтальной силы qh должно быть уравновешено реакцией (противодействием) опоры A , т. е. должно быть $H_A^1 = qh$.

Обратим внимание, что реакция H_A на черт. 91 а и реакция H_A^1 на черт. 91 б разнятся друг от друга (по величине) и потому разнo обозначены. Действительно,

$$H_A^1 = qh,$$

а реакция $H_A = qh - H_E$;

реакции H_A и H_E также не равны друг другу.

Вертикальные реакции в раме (II) найдутся из уравнения моментов относительно E

$$-V_A l + qh \cdot \frac{h}{2} = 0;$$

$$V_A = \frac{qh^2}{2l} \dots \dots \dots (62 a)$$

т. е. будут равны реакциям в раме (I), см. выражение (61). Реакция V_E равна V_A , но по сказанному выше противоположна ей по направлению (в виду равенства между собой реакций V_A и V_E , они обозначены одной буквой V).

Зная реакции в раме (II), можем написать моменты в любых ее сечениях; а именно: моменты в любом сечении $x_1 - x_1$ стойки AB

$$M_1^0 = -qy_1 \cdot \frac{y_1}{2} + H_A^1 \cdot y_1 = -\frac{qy_1^2}{2} + qh \cdot y_1 \dots (63)$$

стержня BC (сечение $x_2 - x_2$):

$$M_2^0 = V_E \cdot (l - x) = \frac{qh^2}{2l} (l - x) \dots \dots \dots (64)$$

стержня CD (сечение $x_3 - x_3$):

$$M_3^0 = V_E (l - x) = \frac{qh^2}{2l} (l - x) \dots \dots \dots (65)$$

стойки DE (сечение $x_4 - x_4$)

$$M_4^0 = 0 \dots \dots \dots (66)$$

Выражение (63) получается так (черт. 91 б).

Рассматриваем часть AO_1 рамы. На эту часть действуют силы: 1) реакция V_A , 2) реакция $H_A^1 = qh$, см. выше, и 3) давление ветра qy_1 на участке O_1A , приложенное на высоте $\frac{y_1}{2}$ от A . Беря момент этих сил относительно O_1 , получим выражение (63).

Выражение (64) получено так. Рассматриваем часть рамы (O_2CDE), лежащую справа $x_2 - x_2$. На эту часть действует только сила $V_E = \frac{qh^2}{2l}$; момент этой силы относительно O_2 дает выражение (64). Аналогично получается выражение (65).

Выражение (66) получается так. Рассмотрим часть EO_4 рамы. На эту часть действует только сила V_E . Беря момент этой силы относительно O_4 , получим выражение (66).

Затем на стр. 51 мы имели

$$y_2 = h + x \operatorname{tg} \alpha \dots \dots \dots (67)$$

$$y_3 = h + (l - x) \operatorname{tg} \alpha \dots \dots \dots (68)$$

Подставляя значения M^0 и y из выражений (63 - 66) и (67, 68) в выражение (15) на стр. 51, получим:

$$B = \frac{1}{J_1} \int_0^h \left(qhy_1 - \frac{qy_1^2}{2} \right) y_1 dy_1 + \frac{2s}{J_2 l} \int_0^{l/2} V_E (l - x) (h + x \operatorname{tg} \alpha) dx +$$

$$+ \frac{2s}{J_2 l} \int_{l/2}^l V_E (l - x) [h + (l - x) \operatorname{tg} \alpha] dx \dots \dots \dots (69)$$

Произведя интегрирование этого выражения, получим:

$$B = \frac{qh^2s}{24J_2} [5hk + 6(2h + f)] \dots \dots \dots (70)$$

где $k = \frac{J_2 h}{J_1 s}$.

Для ясности проинтегрируем каждый из членов выражения (69) отдельно.
Первый член:

$$\frac{1}{J_1} \int_0^h (qhy_1^2 - \frac{qy_1^3}{2}) dy_1 = \frac{q}{J_1} \left[h \cdot \frac{y_1^3}{3} - \frac{1}{2} \cdot \frac{y_1^4}{4} \right]_0^h = \frac{q}{J_1} \left(\frac{h}{3} \cdot h^3 - \frac{1}{8} \cdot h^4 \right) = \frac{5qh^4}{24J_1} \dots (71)$$

Второй член:

$$\begin{aligned} \frac{2s}{J_2 l} V_E \int_0^{l/2} (l-x)(h+x \operatorname{tg} \alpha) dx &= \frac{2s}{J_2 l} \cdot \frac{qh^2}{2l} \int_0^{l/2} [lh + x(l \operatorname{tg} \alpha - h) - x^2 \operatorname{tg} \alpha] dx = \\ &= \frac{qh^2s}{J_2 l^2} \left[lh x + \frac{x^2}{2} (l \operatorname{tg} \alpha - h) - \frac{x^3}{3} \operatorname{tg} \alpha \right]_0^{l/2} = \frac{qh^2s}{J_2 l^2} \left[lh \cdot \frac{l}{2} + \frac{l^2}{4} \cdot \frac{1}{2} (l \operatorname{tg} \alpha - h) - \frac{1}{3} \cdot \frac{l^3}{8} \operatorname{tg} \alpha \right] \end{aligned}$$

Произведя здесь соответствующие преобразования, получим:

$$\frac{qh^2s}{24J_2} (9h + 4f) \dots \dots \dots (72)$$

Третий член выражения (69). Интеграл выражения, стоящего в этом члене под знаком интеграла, уже дан выше—см. выражение (44 с) на стр. 59. Поэтому, умножая это выражение на

$$\frac{2s}{J_2 l} \cdot V_E = \frac{2s}{J_2 l} \cdot \frac{qh^2}{2l}, \text{ т. к. } V_E = \frac{qh^2}{2l}$$

[см. выражение (62 а)], получим искомый интеграл

$$\frac{2s}{J_2 l} \cdot \frac{qh^2}{2l} \cdot \frac{1}{24} (3hl^2 + 2fl^2) = \frac{qh^2s}{24J_2} (3h + 2f) \dots \dots \dots (73)$$

Складывая выражения (71), (72) и (73) и имея в виду, что (см. стр. 52)

$$k = \frac{J_2}{J_1} \cdot \frac{h}{s}, \text{ получим выражение (70).}$$

Подставляя значения A и B из выражений (18) и (70) в выражение (62), получим:

$$H_E = \frac{ql^2s}{24J_2} [5hk + 6(2h + f)] - \frac{2s}{3J_2} [h^2(k + 3) + f(3h + f)]$$

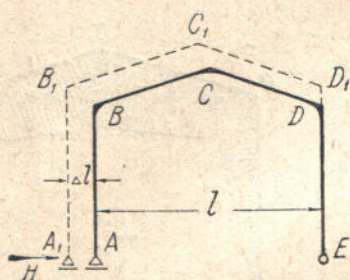
или после упрощения:

$$H_E = \frac{qh^2}{16} \cdot \frac{5hk + 6(2h + f)}{h^2(k + 3) + f(3h + f)} \dots \dots \dots (74)$$

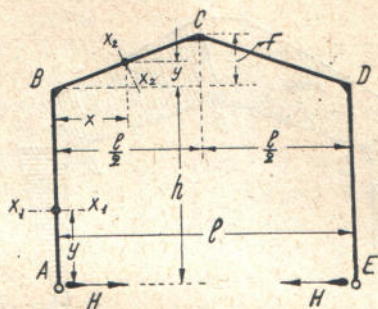
Эта формула имеется в книге Клейнлогеля на стр. 108. Зная H_E , найдем и реакцию $H_A = qh - H_E$ на опоре A . Зная же опорные реакции, уже не трудно, аналогично предыдущему, найти и моменты в разных сечениях рамы. Формулы для этих моментов приведены у Клейнлогеля на стр. 108. Эпюра моментов для этого случая нагрузки приведена на стр. 71, П ч., см. черт. 58.

е) Действие температуры.

Положим (черт. 92), что рама нагрелась на t° . Если бы одна из опор этой рамы, напр. опора A , была подвижной, то при равномерном нагревании рамы на t° опора A передвинулась бы на расстояние $\Delta l = \epsilon l t$ (где l — первоначальный пролет рамы, ϵ — коэффициент расширения материала рамы) и заняла бы положение A_1 . Но т. к. в действительности обе опоры (A и E) неподвижны, то в стержнях рамы возникнут напря-



Черт. 92.



Черт. 93 а.

жения, равные тем, какие возникли бы, если бы к опоре A была приложена сила H , могущая привести передвинувшуюся опору в первоначальное положение A . Для определения этой силы H пользуемся уравнением Кастилиано (см. Тимошенко, стр. 320 изд. 1928 г.)

$$\frac{1}{EJ} \int M \cdot \frac{dM}{dH} dx = \epsilon l t \dots \dots \dots (75)$$

Распространяя это уравнение на все стержни рамы, получим:

$$\underbrace{\frac{1}{EJ_1} \int_0^h M_1 \frac{dM_1}{dH} dy}_{\text{Стойка } AB} + \underbrace{\frac{1}{EJ_2} \int_0^s M_2 \frac{dM_2}{dH} ds}_{\text{Стержень } BC} + \underbrace{\frac{1}{EJ_2} \int_0^s M_3 \frac{dM_3}{dH} ds}_{\text{Стержень } CD} + \underbrace{\frac{1}{EJ_1} \int_0^h M_4 \frac{dM_4}{dH} dy}_{\text{Стержень } DE} = \epsilon l t \dots \dots \dots (76)$$

Вследствие симметрии нагрузки и рамы, крайние и средние члены левой части этого уравнения между собой равны, и его можно написать так:

$$\frac{2}{EJ_1} \int_0^h M_1 \frac{dM_1}{dH} dy + \frac{2}{EJ_2} \int_0^s M_2 \frac{dM_2}{dH} ds = \epsilon l t \dots \dots \dots (77)$$

Изгибающий момент в любом сечении $x_1 - x_1$ стойки AB (черт. 93 а)

$$M_1 = -Hy_1; \text{ откуда } \frac{dM_1}{dH} = -y_1 \dots \dots \dots (78)$$

Изгибающий момент в любом сечении $x_2 - x_2$ стержня BC

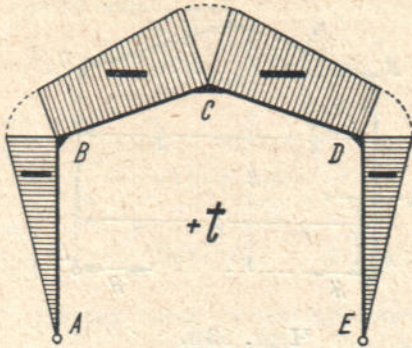
$$M_2 = -H(h + y) = -H\left(h + \frac{2fx}{l}\right)$$

$$\text{т. к. } y = \frac{2fx}{l}; \text{ откуда } \frac{dM_2}{dH} = -\left[h + \frac{2fx}{l}\right] \dots \dots \dots (79)$$

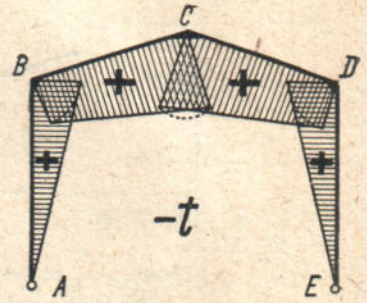
Подставляя эти значения M и $\frac{dM}{dH}$ в уравнение (77), получим:

(имея в виду, что $ds = \frac{dx}{\cos\alpha}$, см. стр. 50)

$$\frac{2}{EJ_1} \int_0^h Hy_1^2 dy + \frac{2}{EJ_2} \int_0^{l/2} H \left[h + \frac{2fx}{l} \right]^2 \frac{dx}{\cos\alpha} = \varepsilon l \dots (80)$$



Черт. 93 б.



Черт. 93 с.

Здесь у второго члена в левой части вместо пределов 0 и s поставлены пределы 0 и $l/2$, т. к. значение ds мы заменили значением $\frac{dx}{\cos\alpha}$, см. стр. 51 (т. е. интегрирование предполагается не по самой длине стержня s , а по его проекции $l/2$). Производя интегрирование выражения (80), получим (возведя предварительно в квадрат выражение, стоящее в скобках)

$$\frac{2}{EJ_1} \cdot H \left[\frac{y^3}{3} \right]_0^h + \frac{2H}{EJ_2 \cos\alpha} \left[h^2 x + \frac{4fh}{l} \cdot \frac{x^2}{2} + \frac{4f^2}{l^2} \cdot \frac{x^3}{3} \right]_0^{l/2} = \varepsilon l.$$

Подставляя сюда вместо y пределы 0 и h и вместо x пределы 0 и $l/2$, получим:

$$\frac{2H \cdot h^3}{3EJ_1} + \frac{2H}{EJ_2 \cos\alpha} \left[\frac{h^2 l}{2} + \frac{2fh}{l} \cdot \frac{l^2}{4} + \frac{4f^2}{3l^2} \cdot \frac{l^3}{8} \right] = \varepsilon l.$$

Обозначая

$$\frac{J_2 \cdot h}{J_1 \cdot s} = k$$

и имея в виду, что, см. стр. 50, $l = 2s \cos\alpha$, получим

$$H = + \frac{3EJ_2 \varepsilon t \cdot \cos\alpha}{h^2(k+3) + f(3h+f)} \dots (81)$$

Это и есть та сила, которая вызовет в раме те же дополнительные напряжения, что и нагревание рамы на t° , при чем заметим, что при нагревании реакции H будут направлены внутрь, а при охлаждении надо перед выражением (81) брать знак минус и принимать реакции H , направленными наружу рамы. Выражение (81) приведено в книге Клейнлогеля на стр. 174.

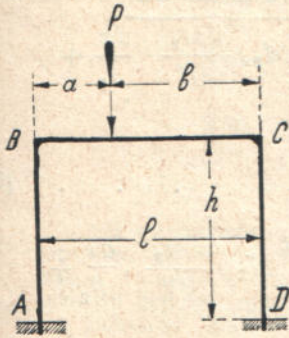
Зная H , по предыдущему нетрудно найти и моменты в любом сечении рамы. На черт. 93 б и 93 с построены эпюры: на черт. 93 б при на-

гревания а на черт. 93 с—при охлаждении. Моменты в них отличаются знаками; то же относится и к реакциям H ; вертикальные реакции здесь отсутствуют; подробности об этих эпюрах см. стр. 73 II части.

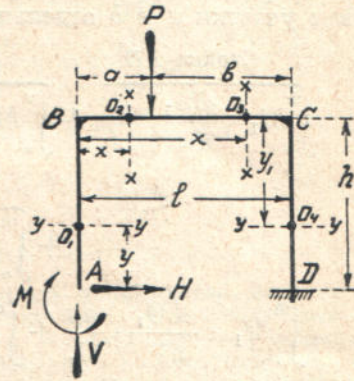
§ 19. Вывод формул Клейнлогеля для рамы с заделанными пятнами.

В предыдущем параграфе мы показали вывод формул для определения опорных реакций и моментов для рамы с шарнирами. В этом же параграфе покажем вывод тех же формул, но для рамы с заделанными пятнами, при чем для упрощения рассмотрим (черт. 94а) раму с горизонтальным ригелем BC , вертикальными стойками AB и CD , и нагруженную сосредоточенным грузом P на ригеле.

По изложенному на стр. 8 такая рама будет трижды статически неопределима. Как и раньше, на стр. 48 превращаем эту раму в статически определимую. Для этого отбросим опору A . Тогда получим (черт. 94b) ломаную консольную балку $ABCD$, заделанную в опору D и нагруженную той же нагрузкой P , что и заданная рама на черт. 94а. Чтобы из этой балки получить заданную раму, очевидно надо приложить на опоре A силы V , H и момент M , заменяющие действие на раму отброшенной опоры A . Таким образом, вместо заданной рамы на черт. 94а мы можем рассматривать (черт. 94b) ломаную консольную балку $ABCD$, на которую действует нагрузка P и силы V , H и момент M .



Черт. 94 а.



Черт. 94 б.

Последние три величины и будут искомыми лишними неизвестными. Определив эти неизвестные, уже не трудно найти в любом сечении рамы изгибающий момент, нормальную и поперечную силы, а отсюда и произвести расчет, т. е. подбор сечений рамы. Для определения этих неизвестных, как и в предыдущем случае, воспользуемся выражением (7) потенциальной энергии на стр. 42, а именно:

$$T = \int_0^l \frac{M^2 dx}{2EJ} \dots \dots \dots (1)$$

На стр. 43 было сказано, что если от этого выражения взять первую производную по какой-либо силе (точка приложения которой не имеет перемещения по направлению действия этой силы), то эта производная должна равняться нулю. В предыдущем параграфе рама была шарнирной, и мы имели дело только с одной лишней неизвестной, а именно—горизонтальной реакцией H и брали от выражения (1) только одну производную.

В данном же случае рама имеет (черт. 94b) три лишних неизвестных: V , H и M . Поэтому здесь надо от выражения (1) взять три производных по каждой из этих сил (V , H и M) отдельно. Силы V , H и момент M не имеют перемещений, т. к. конец A заделан в опору, следовательно, по сказанному выше, каждая из этих производных должна равняться нулю. Эти производные пишутся совершенно так же, как и производная на стр. 43. Производная от (1) по V

$$\frac{dT}{dV} = \int M \cdot \frac{dM}{dV} \cdot \frac{dx}{J} = 0 \dots \dots \dots (2)$$

производная от (1) по H

$$\frac{dT}{dH} = \int M \cdot \frac{dM}{dH} \cdot \frac{dx}{J} = 0 \dots \dots \dots (3)$$

и производная от (1) по M

$$\frac{dT}{dM} = \int M \cdot \frac{dM}{dM} \cdot \frac{dx}{J} = 0 \dots \dots \dots (4)$$

Каждое из уравнений (2, 3 и 4) надо распространить на все стержни рамы, при чем участки a и b ригеля надо рассматривать отдельно, т. к. изгибающие моменты для этих участков не могут быть выражены одной и той же формулой (подробнее об этом см. ниже). Производя указанное распространение уравнений (2, 3 и 4) на все стержни рамы (и рассматривая участки a и b отдельно), получим:

$$\overbrace{\int_0^h M_1 \cdot \frac{dM_1}{dH} \cdot \frac{dy}{J_1}}^{\text{Стойка AB}} + \overbrace{\int_0^a M_2 \cdot \frac{dM_2}{dH} \cdot \frac{dx}{J_2}}^{\text{Участок BO}} + \overbrace{\int_a^l M_3 \cdot \frac{dM_3}{dH} \cdot \frac{dx}{J_2}}^{\text{Участок OC}} +$$

$$+ \overbrace{\int_0^h M_4 \cdot \frac{dM_4}{dH} \cdot \frac{dy_1}{J_1}}^{\text{Стойка CD}} = 0 \dots \dots \dots (5)$$

$$\int_0^h M_1 \cdot \frac{dM_1}{dV} \cdot \frac{dy}{J_1} + \int_0^a M_2 \cdot \frac{dM_2}{dV} \cdot \frac{dx}{J_2} + \int_a^l M_3 \cdot \frac{dM_3}{dV} \cdot \frac{dx}{J_2} +$$

$$+ \int_0^h M_4 \cdot \frac{dM_4}{dV} \cdot \frac{dy_1}{J_1} = 0 \dots \dots \dots (6)$$

$$\int_0^h M_1 \cdot \frac{dM_1}{dM} \cdot \frac{dy}{J_1} + \int_0^a M_2 \cdot \frac{dM_2}{dM} \cdot \frac{dx}{J_2} + \int_a^l M_3 \cdot \frac{dM_3}{dM} \cdot \frac{dx}{J_2} +$$

$$+ \int_0^h M_4 \cdot \frac{dM_4}{dM} \cdot \frac{dy_1}{J_1} = 0 \dots \dots \dots (7)$$

Здесь J_1 — момент инерции стоек, а J_2 — момент инерции ригеля. Напишем значения моментов M_1 , M_2 , M_3 и M_4 , входящих в эти уравнения. Эти моменты будут иметь вид

$$M_1 = M - Hy \dots \dots \dots (8)$$

$$M_2 = M - Hh + Vx \dots \dots \dots (9)$$

$$M_3 = M - Hh + Vx - P(x-a) = M_2 - P(x-a) \dots \dots (10)$$

$$M_4 = M - H(h-y_1) + Vl - Pb \dots \dots \dots (11)$$

Из выражений (9) и (10) видим, что действительно выражения для моментов на участках a и b имеют разный вид, т. е. не могут быть выражены одной формулой.

Выражения (8—11) получаются так. Момент M_1 — это (черт. 94 б) момент в любом сечении $y-y$ стойки AB .

Для получения этого момента рассмотрим часть рамы, лежащую ниже $y-y$; на эту часть действуют: 1) момент M и 2) силы V и H . Беря момент этих сил относительно O_1 , получим выражение (8).

Момент M_2 — это момент в любом сечении $x-x$ участка a ригеля. Этот момент получается так. Рассмотрим часть рамы, лежащую слева от сечения $x-x$. На эту часть действуют: 1) момент M и 2) силы V и H . Беря момент этих сил относительно O_2 , получим выражение (9).

Момент M_3 — это момент в любом сечении $x-x$ участка b . Этот момент получается так. Рассмотрим часть рамы, лежащую слева от $x-x$. На эту часть действуют следующие силы: 1) момент M , 2) силы V и H и 3) сила P . Беря момент этих сил относительно O_3 , получим выражение (10).

Момент M_4 — это момент в любом сечении $y-y$ стойки CD . Этот момент получается аналогично предыдущему. Рассмотрим часть рамы, лежащую левее $y-y$. На эту часть действуют: 1) момент M , 2) силы V и H и 3) сила P . Беря момент этих сил относительно O_4 , получим выражение (11).

Теперь найдем от выражений (8—11) производные по M , H и V , т. к. эти производные входят в выражения (5—7).

Эти производные выписаны в следующую табличку:

Таблица для производных

Производные от выражений (8), (9), (10) и (11)		
по H	по V	по M
$\frac{dM_1}{dH} = -y$	$\frac{dM_1}{dV} = 0$	$\frac{dM_1}{dM} = +1$
$\frac{dM_2}{dH} = -h$	$\frac{dM_2}{dV} = +x$	$\frac{dM_2}{dM} = +1$
$\frac{dM_3}{dH} = -h$	$\frac{dM_3}{dV} = +x$	$\frac{dM_3}{dM} = +1$
$\frac{dM_4}{dH} = y_1 - h$	$\frac{dM_4}{dV} = +l$	$\frac{dM_4}{dM} = +1$

Эти производные получаются так (беря эти производные, надо все время помнить, что здесь берутся частные производные, т. е. все величины, входящие в правую часть выражений (8—11), за исключением той величины, по которой берется производная, должны приниматься за постоянные).

Возьмем, напр., производную по H от выражения (11). По сказанному выше величины (M , h , l , P , b и y_1), входящие в правую часть этого выражения, за исключением H , должны приниматься за постоянные. Тогда производная от членов этого выражения: M , Vl и Pb , как производная от постоянных величин, равна нулю. Следовательно, остается взять производную еще от последнего члена $-H(h-y_1) = H(y_1-h)$ этого выражения.

Производная же от этого члена будет (y_1-h) . Следовательно, производная от выражения (11) по H будет

$$\frac{dM_4}{dH} = (y_1 - h).$$

Совершенно аналогично пишутся производные от выражений (8—11) и по V , только здесь надо помнить, что все величины, входящие в правую часть этих выражений, за исключением величины V , должны приниматься за постоянные. Напр., найдем производную по V от выражения (9). По сказанному величины M , H , h и x в правой части этого выражения мы должны принимать за постоянные; тогда производные от членов этого выражения M и Hh , как от постоянных величин, равны нулю. Следовательно, остается взять производную только от члена Vx . Производная же от этого члена (принимая x за постоянную величину) равна x . Таким образом, производная от всего выражения (9) по V будет

$$\frac{dM_2}{dV} = x.$$

Выражения (5–7) можно представить в таком виде:

$$\int_0^h M_1 \cdot \frac{dM_1}{dH} \cdot \frac{dy}{J_1} + \int_0^l M_2 \cdot \frac{dM_2}{dH} \cdot \frac{dx}{J_2} - \int_a^l P(x-a) \cdot \frac{dM_2}{dH} \cdot \frac{dx}{J_2} + \int_0^h M_4 \cdot \frac{dM_4}{dH} \cdot \frac{dy_1}{J_1} = 0 \dots \dots \dots (12)$$

$$\int_0^h M_1 \cdot \frac{dM_1}{dV} \cdot \frac{dy}{J_1} + \int_0^l M_2 \cdot \frac{dM_2}{dV} \cdot \frac{dx}{J_2} - \int_a^l P(x-a) \cdot \frac{dM_2}{dV} \cdot \frac{dx}{J_2} + \int_0^h M_4 \cdot \frac{dM_4}{dV} \cdot \frac{dy_1}{J_1} = 0 \dots \dots \dots (13)$$

$$\int_0^h M_1 \cdot \frac{dM_1}{dM} \cdot \frac{dy}{J_1} + \int_0^l M_2 \cdot \frac{dM_2}{dM} \cdot \frac{dx}{J_2} - \int_a^l P(x-a) \cdot \frac{dM_2}{dM} \cdot \frac{dx}{J_2} + \int_0^h M_4 \cdot \frac{dM_4}{dM} \cdot \frac{dy_1}{J_1} = 0 \dots \dots \dots (14)$$

Эти выражения получаются так. Напишем отдельно второй и третий члены выражения (5)

$$\int_0^a M_2 \cdot \frac{dM_2}{dH} \cdot \frac{dx}{J_2} + \int_a^l M_3 \cdot \frac{dM_3}{dH} \cdot \frac{dx}{J_2}$$

Подставим сюда вместо M_3 его значение из выражения (10), тогда получим

$$\int_0^a M_2 \cdot \frac{dM_2}{dH} \cdot \frac{dx}{J_2} + \int_a^l [M_2 - P(x-a)] \cdot \frac{dM_2}{dH} \cdot \frac{dx}{J_2}$$

Раскрывая скобки у второго интеграла и имея в виду, что согласно таблице производных

$$\frac{dM_2}{dH} = \frac{dM_3}{dH},$$

получим

$$\int_0^a M_2 \cdot \frac{dM_2}{dH} \cdot \frac{dx}{J_2} + \int_a^l M_2 \cdot \frac{dM_2}{dH} \cdot \frac{dx}{J_2} - \int_a^l P(x-a) \cdot \frac{dM_2}{dH} \cdot \frac{dx}{J_2}$$

Объединяя первые два члена этого выражения в один, получим (для этого пределы $0-a$ и $a-l$ заменяем пределом $0-l$)

$$\int_0^l M_2 \cdot \frac{dM_2}{dH} \cdot \frac{dx}{J_2} - \int_a^l P(x-a) \cdot \frac{dM_2}{dH} \cdot \frac{dx}{J_2} \dots \dots \dots (15)$$

Таким образом второй и третий члены выражения (5) можно заменить выражением (15). Производя такую замену, вместо выражения (5) получим выражение (12). Аналогично получаются и выражения (13) и (14).

Подставим теперь в выражения (12–14) значения входящих в них производных из таблицы, тогда получим:

$$-\frac{1}{J_1} \int_0^h M_1 y \cdot dy - \frac{1}{J_2} \int_0^l M_2 \cdot h \cdot dx + \frac{1}{J_2} \int_a^l P(x-a) \cdot h \cdot dx + \frac{1}{J_1} \int_0^h M_4 \cdot (y_1 - h) \cdot dy_1 = 0 \dots \dots (16)$$

$$\frac{1}{J_2} \int_0^l M_2 \cdot x \cdot dx - \frac{1}{J_2} \int_a^l P(x-a)x \cdot dx + \frac{1}{J_1} \int_0^h M_4 \cdot l \cdot dy_1 = 0 \dots \dots (17)$$

$$\frac{1}{J_1} \int_0^h M_1 \cdot dy + \frac{1}{J_2} \int_0^l M_2 \cdot dx - \frac{1}{J_2} \int_a^l P(x-a) \cdot dx + \frac{1}{J_1} \int_0^h M_4 \cdot dy_1 = 0 \dots \dots (18)$$

Если в эти уравнения подставить значения M_1 , M_2 и M_4 из выражений (8, 9 и 11) и затем проинтегрировать их, то получим три обыкновенных уравнения с тремя неизвестными H , V и M . Решая эти уравнения, получим и самые неизвестные. В данном же случае решение уравнений (16, 17 и 18) проведем так.

Умножим уравнение (18) на h и сложим его с уравнением (16), тогда получим:

$$-\frac{1}{J_1} \int_0^h M_1 \cdot y \cdot dy + \frac{1}{J_1} \int_0^h M_1 \cdot h \cdot dy + \frac{1}{J_1} \int_0^h M_4 \cdot y_1 \cdot dy_1 = 0.$$

Подставляя сюда значения M_1 и M_4 из (8) и (11), получим:

$$\int_0^h (M - Hy)(h - y)dy + \int_0^h (M - Hh + Vl - Pb + Hy_1)y_1dy_1 = 0$$

или после интегрирования

$$M \frac{h^2}{2} - H \left[\frac{h^3}{2} - \frac{h^3}{3} \right] + (M - Hh + Vl - Pb) \frac{h^2}{2} + H \frac{h^3}{3} = 0.$$

Это выражение после соответствующих преобразований получит вид

$$6M - 2Hh + 3(Vl - Pb) = 0 \dots \dots \dots (I)$$

Умножим теперь уравнение (18) на l и вычтем из него уравнение (17); тогда получим:

$$\frac{1}{J_1} \int_0^h M_1 \cdot l \cdot dy + \frac{1}{J_2} \int_0^l M_2 \cdot (l - x) \cdot dx - \frac{1}{J_2} \int_a^l P(x - a)(l - x)dx = 0.$$

Подставляя сюда значения M_1 и M_2 из выражений (8) и (9), получим:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{J_1} \cdot l \int_0^h (M - Hy)dy + \frac{1}{J_2} \int_0^l (M - Hh + Vx)(l - x)dx - \\ & - \frac{1}{J_2} \int_a^l P[-x^2 + (l + a)x - al]dx = 0. \end{aligned}$$

Интегрируя это выражение, получим:

$$\begin{aligned} & \frac{J_2}{J_1} l \left[M - H \frac{h}{2} \right] h + (M - Hh) \frac{l^2}{2} + V \left[\frac{l^3}{2} - \frac{l^3}{3} \right] + P \left[\frac{l^3 - a^3}{3} - \right. \\ & \left. - \frac{(l + a)(l^2 - a^2)}{2} + al(l - a) \right] = 0. \end{aligned}$$

Обозначая

$$k = \frac{J_2}{J_1} \cdot \frac{h}{l}$$

и произведя соответствующие преобразования, получим:

$$3(2k + 1)M - 3(k + 1)Hh + Vl - \frac{b^3}{l^2} \cdot P = 0 \dots (II)$$

Подставляя значения M_1 , M_2 и M_4 из выражений (8), (9) и (11) в уравнение (18), получим

$$\begin{aligned} & \frac{1}{J_1} \int_0^h (M - Hy)dy + \frac{1}{J_2} \int_0^l (M - Hh + Vx)dx - \frac{1}{J_2} \int_a^l P(x - a)dx + \\ & + \frac{1}{J_1} \int_0^h (M - Hh + Vl - Pb + Hy_1)dy_1 = 0. \end{aligned}$$

Интегрируя это выражение, получим

$$\frac{J_2}{J_1} \left[M - H \frac{h}{2} \right] h + \left[M - Hh + V \frac{l}{2} \right] l - P \left[\frac{l^2 - a^2}{2} - a(l - a) \right] + \\ + \frac{J_2}{J_1} \left[M - Hh + Vl - Pb + H \frac{h}{2} \right] h = 0.$$

Вводя сюда прежнее обозначение

$$k = \frac{J_2}{J_1} \cdot \frac{h}{l}$$

и произведя соответствующие преобразования, получим

$$2(2k + 1)M - 2(k + 1)Hh + (2k + 1)Vl - \left(2k + \frac{b}{l}\right)Pb = 0. \quad (III)$$

Таким образом мы получили три уравнения первой степени (I, II и III) с тремя неизвестными (H , V и M). Решая эти уравнения, получим эти неизвестные (здесь мы не приводим самого решения этих уравнений, а даем готовые результаты)

$$H = \frac{3Pab}{2hl(2 + k)} \quad (19)$$

$$V = \frac{Pb}{l} \cdot \frac{1 + \delta - 2\delta^2 + 6k}{1 + 6k}, \quad \text{где } \delta = \frac{a}{l} \quad (20)$$

$$M = \frac{abP}{2l} \cdot \frac{5k - 1 + 2\delta(2 + k)}{(2 + k)(1 + 6k)} \quad (21)$$

Зная же H , V и M , нетрудно найти и реакции на опоре D . Реакция H_D на опоре D равна H , но противоположна ей по знаку. Реакция V_D

$$V_D = P - V_A \quad (22)$$

Реактивный момент M_D (черт. 94 б) найдется из уравнения моментов относительно D (на черт. 94 б этот момент не показан); этот момент берется по изложенному на стр. 71,

$$M_D = M + Vl - Pb \quad (23)$$

Момент в сечении B

$$M_B = M - Hh \quad (24)$$

Момент в сечении C

$$M_C = M + Vl - Hh - Pb \quad (25)$$

Момент под грузом

$$M_P = M - Hh + Va \quad (26)$$

Все написанные выражения (19–26) имеются в готовом виде в книге Клейнлогеля — «Формулы для расчета рамных конструкций».

Аналогично производится вывод формул Клейнлогеля и для других случаев рам с заделанными пятнами.

II. КОНСТРУИРОВАНИЕ РАМ.

§ 20. Арматура.

а) Профиль арматуры.

Относительно профиля арматуры в § 77 норм по железобетону говорится, что «профиль арматуры предпочтительно применяется круглый, как для рабочих, так и для распределительной арматур, а также для связей и хомутов». Поэтому у нас (как и в Западной Европе) для арматуры применяется почти исключительно круглое железо, и в проектах надо принимать только такое, т. е. круглое железо.

Относительно круглого железа следует отметить, что многочисленные опыты (Баушингер, Бах и др.) показали, что такое железо дает наилучшее сцепление с бетоном. Затем замечено, что при круглом железе легче выделяется воздух из бетонной массы во время ее бетонирования, и масса получается менее пористой; кроме того при круглых стержнях облегчается трамбование. Затем круглое железо не имеет острых ребер, врезающихся в бетон и способствующих образованию трещин, а самое приготовление из него арматуры удобнее, нежели из квадратного, прямоугольного или какого-нибудь другого сечения.

б) Диаметр арматуры.

Слишком тонкие стержни (меньше 6 мм) вследствие своей гибкости затрудняют укладку арматуры и потому нежелательны. Нежелательны также и слишком толстые стержни, т. к., при одной и той же площади поперечного сечения с тонкими стержнями, они обладают меньшей поверхностью сцепления и кроме того при толстых стержнях получается менее равномерное распределение напряжений по железобетонной массе. Затем следует стремиться, чтобы в одном и том же сооружении было возможно меньше разных диаметров стержней, т. к., в противном случае, не только затрудняется заготовка железа, но и возможно перепутывание его во время работы.

Так напр., в раме на черт. 125 мы видим, что в целях упрощения работ с арматурой, вся эта рама армирована стержнями одного диаметра 25 мм. Правда при этом может потребоваться некоторый излишек железа, но он окупается упрощением работ. По этим же соображениям рекомендуется стремиться и к возможно частому повторению одних и тех же стержней в одном и том же проекте. Напр., на стр. 112 мы увидим, что во всех рамах одного и того же здания, не смотря на то, что они несут разную нагрузку, стержни имеют одну и ту же форму и диаметр, и армирование этих рам отличается только количеством стержней.

Рекомендуется принимать стержни таких диаметров, при которых их можно различать на глаз; так наприм., хорошо, если стержни отличаются друг от друга на 3—4 мм, и наоборот, недопустимо одновременное применение, напр., стержней 9 и 10 мм, т. к. такие стержни легко перепутать на работе. Для выбора диаметра арматуры может быть полезной следующая табличка, заимствованная из книги «Проектирование и расчет железобетонных сооружений» Германского Бетонного Союза.

Рекомендуемый диаметр арматуры в миллиметрах.

- | | |
|--|------------------------------------|
| 1) Хомуты в колоннах и балках | } 5, 6, 7, 8 мм |
| Распределительная арматура в плитах междуэтажных перекрытий, крыш и стен | |
| 2) Рабочая арматура в плитах междуэтажных перекрытий, крыш и стен | } 7, 8, 10, 12 мм |
| Монтажная арматура в балках | |
| 3) Рабочая арматура в толстых плитах междуэтажных перекрытий, стен и фундаментов | } 10, 12, 14, 16, 18 мм |
| Спиральная арматура в колоннах | |
| 4) Рабочая арматура в колоннах, балках, рамах и т. п. конструкциях | } 14, 16, 18, 20, 24,
28, 32 мм |
| и как исключение до 40—45 мм. | |

Полезно также иметь в виду § 60 норм НКПС, по которому диаметр рабочей арматуры должен быть не меньше:

- | | |
|--|-------|
| 1) для плит в гражданских сооружениях | 6 мм |
| 2) » » » искусственных » | 10 мм |
| 3) » балок в гражданских сооружениях | 10 мм |
| 4) » » » искусственных » | 12 мм |
| 5) » колонн | 12 мм |
| 6) Толщина хомутов во всех сооружениях не меньше | 4 мм |
| по § 61 норм Госплана не меньше | 6 мм |

е) Длина стержней.

При составлении проекта необходимо считаться с рыночными размерами длины стержней, во избежание устройства стыков в местах, не предусмотренных проектом, т. к. лишние стыки могут затруднить бетонирование и вызывают лишний расход железа.

Рыночная длина стержней равна обыкновенно 8—12 м. Практика показывает (см. книгу «Проектирование и расчет железобетонных сооружений» Германского Бетонного Союза, стр. 386, т. I, изд. 1928 г.), что особенно выгодной является длина 12—15 м, так как при такой большой длине стержней получается меньше стыков, а следовательно, и меньший расход железа на них, и кроме того получается меньше неиспользованных обрезков. Заготовка стержней как раз той длины, какая требуется по чертежу, пока на практике не применяется, т. к., с одной стороны это может вызвать задержку в производстве работ, в виду необходимости прокатки стержней специальной длины, и с другой стороны, в случае каких либо изменений в проекте, может потребоваться обрезка заготовленного железа, а вторичная заготовка его может вызвать потерю времени.

д) Крюки Консидера и закругления арматуры.

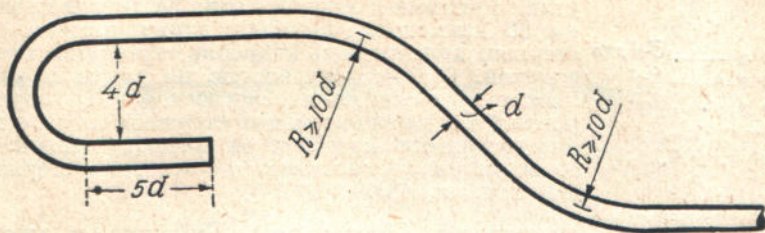
Концы арматуры согласно § 62 норм должны быть (черт. 95) снабжены особыми крюками Консидера с загибом по диаметру не меньше четырехкратного диаметра сгибаемого стержня и с прямым участком за загибом длиной в 5 диаметров. По германским нормам, см. Залигер—«Железобетон», стр. 628 изд. 1927 г., растянутые стержни могут снабжаться по концам не только полукруглыми (черт. 96), но и остроугольными (черт. 97) крюками, при чем диаметр загиба в свету должен быть не менее 2,5-кратного диаметра стержня.

На загибах арматуры (черт. 95) стержни закругляются радиусом не меньше 10 диаметров стержня.

При малых масштабах чертежа для упрощения чертежной работы элементы арматуры можно вычерчивать, как показано на черт. 98.

е) Расстояние между стержнями и стыки.

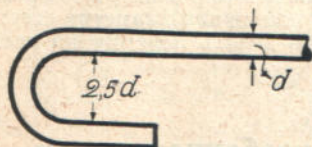
При проектировании нужно иметь в виду §§ 60 и 61 норм по железобетону. В этих параграфах говорится, что расстояние в свету между рабочей арматурой и наружной поверхностью бетона (см. расстояние c на черт. 99) должно быть не меньше 1 см для плит и не меньше 2 см для балок.



Черт. 95.

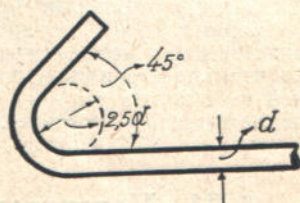
В инструкции Московского Губинжа (см. Инструкцию по применению технических условий и норм проектирования и возведения железобетонных сооружений, изд. 1927 г.) говорится еще, что при диаметре стержней свыше 20 мм ($3/4''$) указанное расстояние должно быть не меньше диаметра стержня.

Наружная поверхность хомутов должна отстоять от поверхности бетона не меньше, чем на 1 см в чистоте (см. расстояние e на черт. 99).



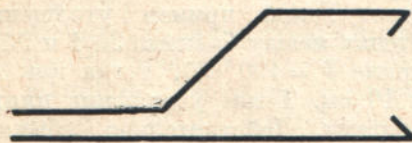
Черт. 96.

В сооружениях гидротехнических, а также подверженных действию сырости, дыма, газа, кислот

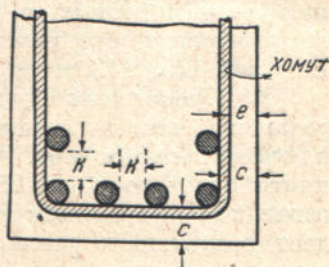


Черт. 97.

и т. д. и особо опасных в пожарном отношении, указанные расстояния c и e увеличиваются не меньше, как на 1 см. Для удобного заполнения форм и полного облегания арматуры бетоном расстояние в свету между отдельными стержнями (см. расстояние k на черт. 99) в балках должно быть не меньше диаметра самого стержня, но не



Черт. 98.



Черт. 99.

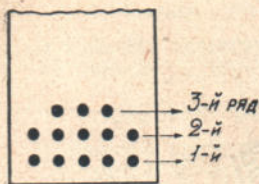
меньше 25 мм, а в плитах это расстояние должно быть не больше 15 см, или, иначе говоря, на каждом погонном метре плиты должно быть не меньше 7 штук рабочих стержней.

Рабочие стержни в балках (черт. 99) по высоте располагаются не более как в 2 ряда; укладка в 3 ряда (черт. 100) допустима только в исключительных случаях.

Подробности о расстояниях стержней друг от друга и т. д., см. §§ 60—63 и § 78 норм по железобетону и соответствующие параграфы упомянутой Инструкции Московского Губинжа.

Относительно стыков арматуры надо иметь в виду § 63 норм, в котором говорится:

«Устройство стыков должно быть избегаемо, а в пределах неизбежности они должны располагаться в разбивку ¹⁾ и в менее напряженных местах арматуры. В случае устройства стыка в нахлестку (с перепуском концов) концы растянутых стержней могут быть загнуты по прямым, немного закругленным углам крючками и заходить один за другой не менее, чем на 30 диаметров, включая длину крючка, а самые стержни должны быть накрепко перевязаны тонкой проволокой. Сварка допускается, но рядом со сваренным местом, если напряжение превосходит $\frac{2}{3}$ допускаемого, помещается дополнительный стержень также с прямыми закругленными крючками на концах, длиной не менее 30 диаметров, и связывается с основным стержнем тонкой проволокой».



Черт. 100.

В упомянутой инструкции Московского Губинжа к указанному параграфу норм имеется такое добавление:

«При диаметре рабочей арматуры свыше 2,5 см рекомендуется применение стяжных муфт или сварки стыков, взамен запуска стержней, но при условии лабораторных испытаний мест сварки и при расположении таковых стыков в местах, где напряжение не превосходит $\frac{2}{3}$ от допускаемых, или введение дополнительного стержня площадью сечения не менее половины основного, а длиной — по расчету.

При составлении проектов вообще необходимо считаться с рыночными размерами длины стержней арматуры, во избежание могущих быть при производстве работ непредвиденных стыков, затрудняющих бетонирование и неприводительно увеличивающих количество железа. При изменении диаметра стержней в большую сторону против проекта, необходимо делать проверку на сцепление железа с бетоном».

§ 21. Некоторые конструктивные особенности рам.

Здесь мы укажем на некоторые конструктивные особенности рам, которые полезно иметь в виду при проектировании.

1. На стр. 20 мы видели (см. черт. 35), что в шарнирных рамах моменты стоек по направлению кверху увеличиваются. Поэтому и сечения стоек в таких, т. е. шарнирных рамах, по направлению кверху обыкновенно также увеличиваются. Примеры таких стоек можно видеть на черт. 125, 143 и др.

2. В некоторых случаях плита над ригелем рамы делается большей толщины, чем на остальном протяжении. Такой пример утолщения плиты показан на черт. 101. Здесь в пределах между балками № 1 и № 2 плита имеет толщину 25 см (при ширине $b = 120$ см), тогда как на остальном протяжении толщина плиты 10 см. Такое утолщение плиты дает возможность уменьшить высоту ригеля. Действительно, обыкновенно наибольшие положительные моменты действуют в средней части ригеля. Увеличивая в этой части толщину плиты, мы тем самым увеличиваем и площадь сжатой зоны, а это дает возможность уменьшить высоту ригеля, т. к. в пределах между балками 1 и 2 его можно рассматривать как тавровое сечение, у которого плита имеет ширину $b = 120$ см и толщину 25 см.

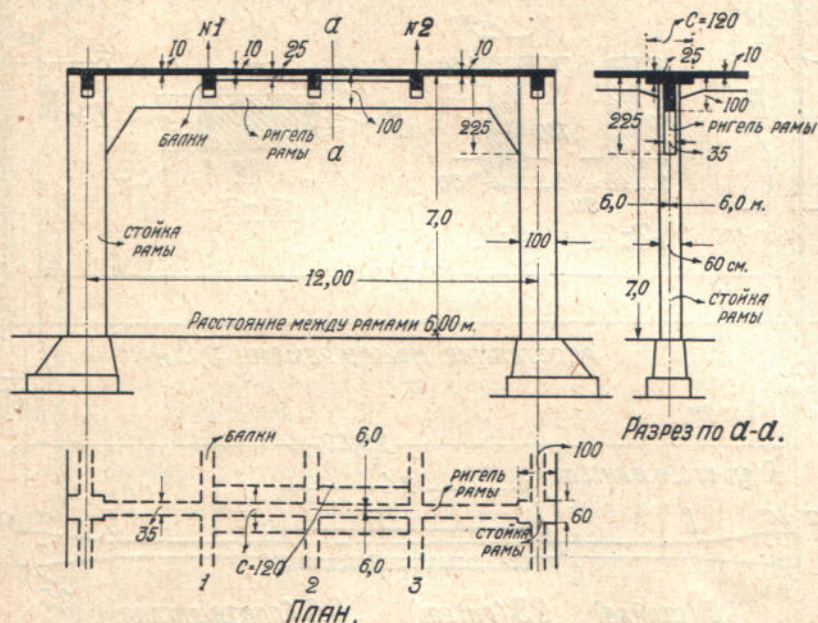
3. В некоторых случаях (напр., при устройстве светового фонаря в крыше) плита крыши на некотором участке ригеля прерывается. В этих случаях для увеличения сжатой зоны ригеля, ему на этом участке при-

¹⁾ Т. е. не более одного стыка в каждом сечении; при стыках в нахлестку расстояние между стыками должно быть не меньше 30 диаметров стержня.

дается форма таврового сечения, показанного на черт. 102 (см. разрез по $y-y$). Об этом чертеже см. ниже.

Аналогичный пример усиления ригеля плитой над ребром приведен и на черт. 154 (см. разрез $d-d$), о чем см. ниже.

4. Обыкновенно ригель рамы и стойки делаются одной и той же толщины. В некоторых же случаях стойки делаются толще, нежели ригель. Такой пример показан на черт. 102.



Черт. 101.

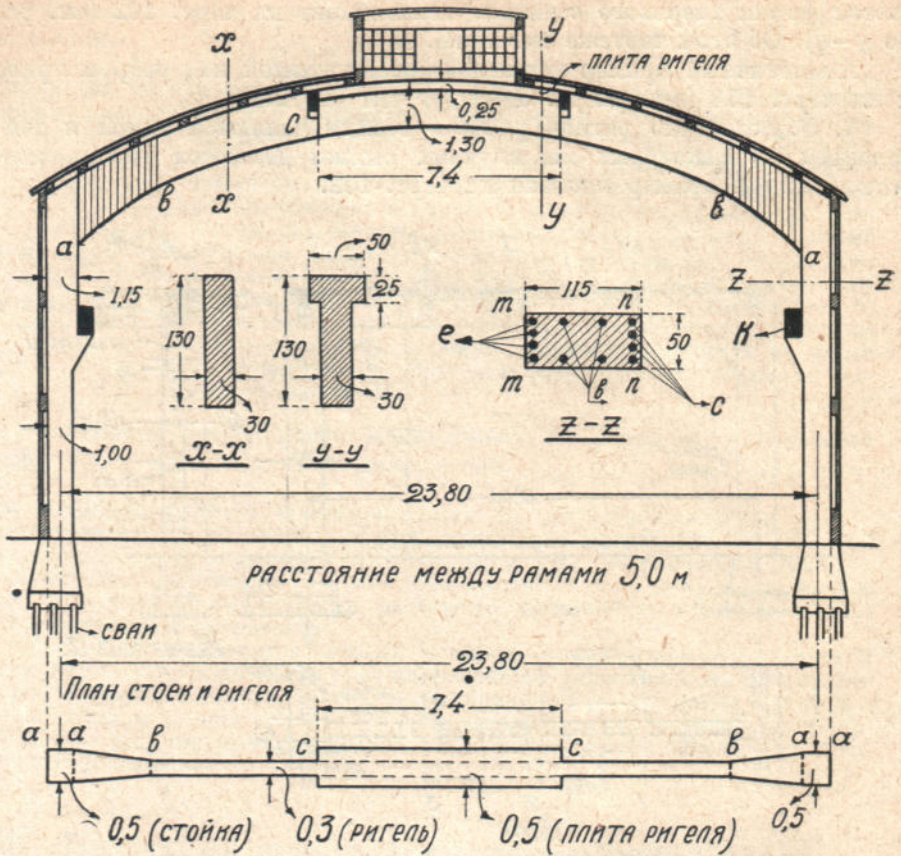
Из этого чертежа (см. на этом чертеже план стоек и ригеля, при чем обратим внимание, что на этом плане вертикальный масштаб для ясности чертежа принят больше горизонтального) видно, что здесь стойки рамы имеют толщину 50 см, а ригель на участках bc имеет толщину 30 см; на участках же ab ригель переходит постепенно от толщины 50 см до толщины в 30 см. Такое увеличение толщины стоек делается в тех случаях, когда требуется увеличить жесткость стойки против бокового ее изгиба.

Например, в данном случае стойки несут нагрузку подкрановых балок K . При односторонней загрузке краном этих балок они, изгибаясь сами, будут вызывать и боковой (в направлении, перпендикулярном чертежу) изгиб стоек. Для противодействия этому изгибу и увеличивается толщина стоек.

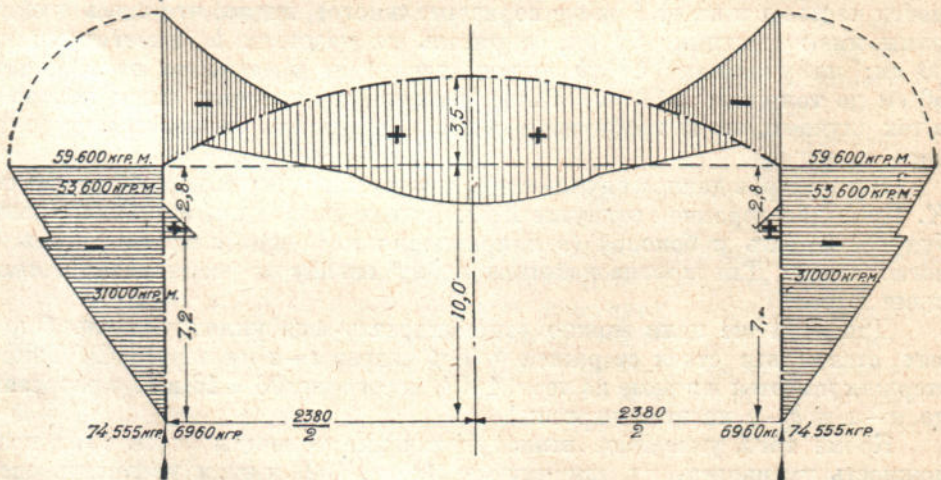
Для этой же цели можно рекомендовать еще укладку вдоль боковых стенок mn стоек стержней b (см. разрез $z-z$ на черт. 102). Такие стержни имеются и в раме на черт. 146 (см. стержни №№ 16 и 17 в разрезах по $a-a$ и $b-b$ на этом чертеже).

Кроме того, указанное выше увеличение толщины стоек дает возможность уменьшить их ширину aa (черт. 102) и этим увеличить свободную ширину (в свету) помещения.

Аналогичное утолщение стоек по сравнению с ригелем можно видеть и на черт. 101; здесь толщина стоек 60 см, а толщина ригеля 35 см (см. разрез по $a-a$). Заметим, что боковому изгибу стоек могут оказывать противодействие также и простенки, заполняющие промежутки между стойками рамы.



На черт. 102 следует обратить внимание еще на то, что в средней части ригеля (см. участок cc), т. е. там, где действуют наибольшие по-



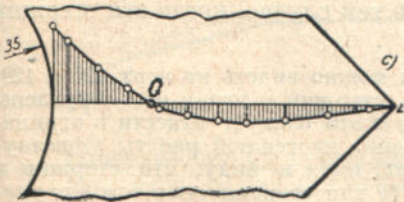
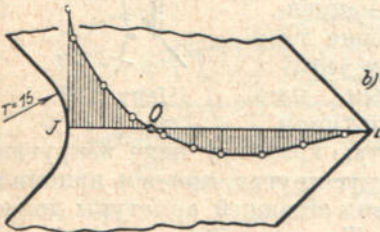
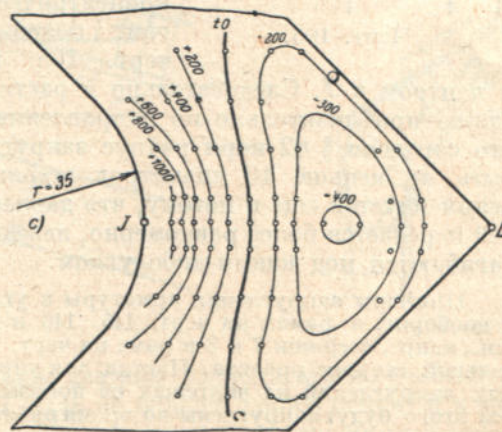
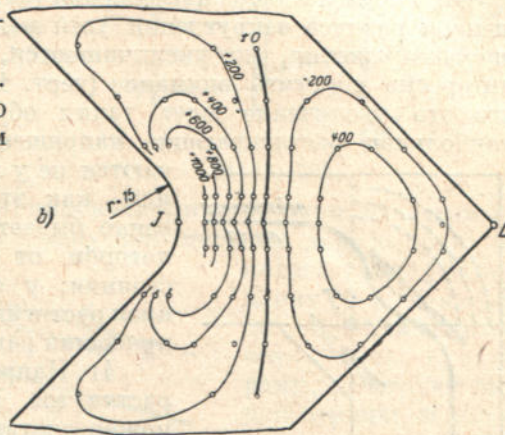
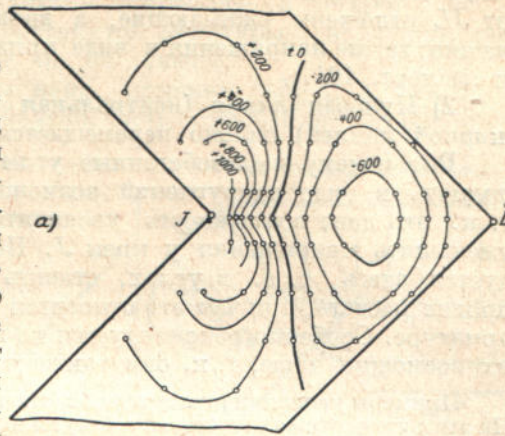
ложительные моменты, ригель имеет тавровое сечение (см. разрез по $y-y$), тогда как на остальном протяжении он имеет вид прямоугольного сечения (см. разрез по $x-x$). На черт. 102 а представлена эпюра наибольших изгибающих моментов для рамы на черт. 102.

§ 22. Конструирование углов рамы.

При конструировании рам особенно серьезное внимание надо обращать на конструкцию углов. В этом отношении интересные данные приведены в книге Гелера — «Жесткие рамы» на стр. 208 — 222, изд. 1927 г.

Из этих данных видно, что ряд лиц (Бах, Прейс, Хонигсберг и др.) занимались изучением напряжений, возникающих в углу пластинки. Хотя эти исследования и нельзя еще считать законченными, но, по мнению Гелера, уже и теперь они дают ценные указания для конструирования углов железобетонных рам. Эти указания сводятся к следующему.

Если взять (черт. 103), как это было сделано упомянутым



Черт. 103.

Черт. 104.

выше Прейсом, три угла, при чем угол на черт. 103а не закруглен (т. е. $r=0$), а углы на черт. 103b и c закруглены радиусами $r=15$ и $r=35$ мм, то при действии на эти углы внешних сил окажется следующее.

С уменьшением радиуса закругления:

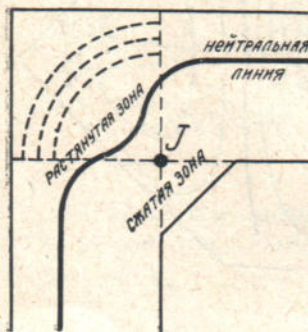
1) сильно увеличиваются сжимающие напряжения у края J ; величины напряжений нанесены в виде ординат на диагонали JL ; вверх от JL отложены сжимающие, а вниз от JL — растягивающие напряжения; те же напряжения в виде кривых равных напряжений нанесены и на черт. 104.

2) Нулевая линия (нейтральная ось на черт. 105 — обозначена жирной линией) сильно перемещается к внутреннему углу J .

Вот почему железобетонные углы настоятельно рекомендуется выполнять в виде закруглений возможно большего радиуса или *вугтов, т. к. это дает возможность увеличить сжатую зону сечения и этим уменьшить напряжения у края J . По тем же соображениям рекомендуется здесь, т. е. в углах, ставить арматуру с некоторым запасом против расчета, при чем это относится как к сжатой, так и к растянутой арматуре. Особенно рекомендуется не экономить здесь на хомутах, ставя их возможно чаще, т. к. они также улучшают работу углов рамы.

Примеры усиления рам вугтами можно видеть в рамах на черт. 125, 128 и др. На этих же чертежах видно, что хомуты в углах рамы поставлены чаще, нежели на остальных ее участках.

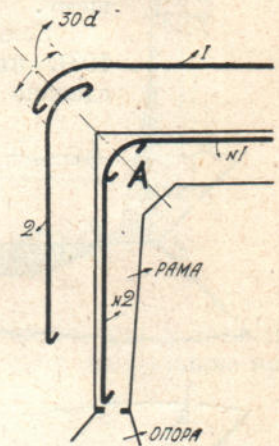
3) Растягивающие напряжения (см. участок OL на черт. 103) с уменьшением радиуса закругления, хотя и не в такой степени, как сжимающие напряжения, но увеличиваются, при чем интересно обратить внимание (черт. 103 и 104), что это увеличение идет таким образом, что наибольшие растягивающие напряжения полу-



Черт. 105.

чаются не у края сечения, как это обыкновенно бывает, а в некотором от него расстоянии; у самого же края растягивающие напряжения равны нулю.

4) Напряжения в растянутой зоне угла можно считать направленными примерно по концентрическим кругам, показанным на черт. 105 пунктиром



Черт. 106.

с центром в J . Следовательно и растянутую арматуру надо закруглять также приблизительно по направлению этих кругов, при чем напомним, что согласно § 62 норм радиус закругления стержней арматуры должен быть не меньше 10 диаметров стержня. Такое закругление стержней рекомендуется еще и потому, что давление на бетон закругленных стержней передается более равномерно, нежели в том случае, когда эти стержни загибаются под каким-либо углом.

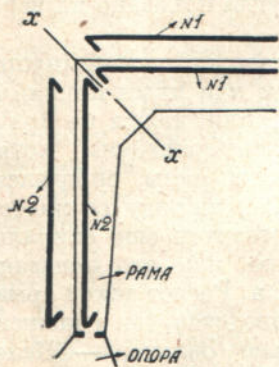
Примеры закругления арматуры в углах можно видеть на черт. 125 и 128, и наоборот, в рамах на черт. 145, 146 и др. стержни в углах не закруглены (см., напр., стержни 7 и 8 в раме на черт. 145) и это следует отнести к отрицательной стороне проекта. Иногда для упрощения чертежной работы упомянутых закруглений на чертежах не показывают, имея в виду, что стержни и без этого будут закруглены во время работ. Но для уверенности в том, что указанные закругления действительно будут выполнены в натуре, лучше указывать их и на чертеже, как это, напр., сделано на черт. 125.

Т. к., по сказанному выше, наибольшие растягивающие напряжения возникают не в крайних (наружных) волокнах, как это обычно имеет место, а приблизительно посередине между ними (крайними волокнами) и нейтральной линией, то можно, как говорит Геллер, не сомневаясь

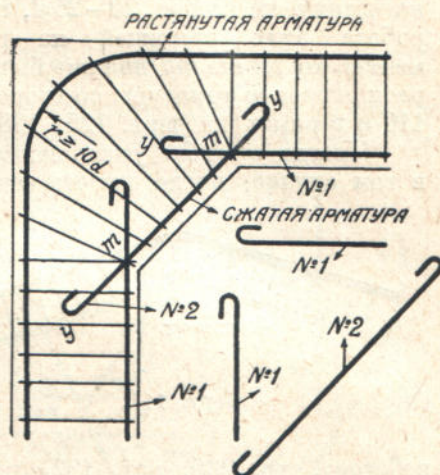
закреплять здесь (у наружных растянутых волокон) концы растянутых стержней, в виду сравнительно малой напряженности этой части угла. Напомним, что по § 62 норм концы стержней рекомендуется, там, где это допускает конструкция, заводить и закреплять в сжатой зоне.

Говоря о расположении растянутой арматуры с наружной стороны угла, обратим внимание еще на следующее.

Часть арматуры стоек (см. напр., стержни №№ 1, 2, 3 на черт. 125) должна заходить в ригель и, обратно, часть стержней ригеля (см. стержень № 7 на черт. 125) рекомендуется заводить в стойку. Совершенно не-



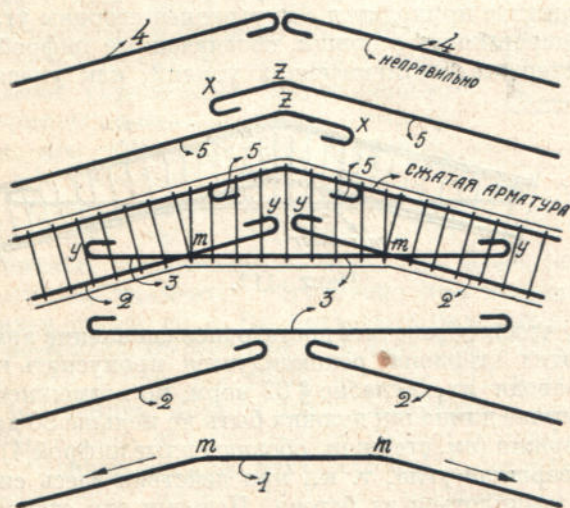
Черт. 107.



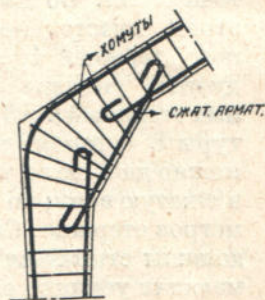
Черт. 108.

допустимо (черт. 106) такое армирование, при котором все стержни угла имеют здесь стык А, хотя бы и с напуском стержней друг на друга (как это

полагается по § 63 норм) на длину $30d$ (где d — диаметр стержней), так как обыкновенно здесь, т. е. в углу рамы, действуют наибольшие отрицательные моменты, а согласно § 63 норм



Черт. 109.



Черт. 110.

по железобетону стыки стержней должны располагаться в разбежку (т. е. так, чтобы в каждом сечении было не больше одного стыка) и в местах с наименьшими напряжениями. Тем более недопустимо армирование угла, показанное на черт. 107, при котором стержни (см. стержни №№ 1 и 2) не только не заходят один за другой на длину $30d$, а прямо притыкаются один к другому. При таком армировании в промежутке между концами стержней (№№ 1 и 2) получается сечение $x-x$, совершенно не имеющее арматуры. Очевидно, что при действии на такую раму нагрузки здесь неиз-

бежно появление трещин, если не разрушение сооружения. Что же касается (черт. 108) сжатых стержней, располагаемых с внутренней (сжатой) стороны угла, то здесь рекомендуется укладывать отдельные стержни №№ 1 и 2. Укладка непрерывных (цельных) стержней (см. стержень № 3) не рекомендуется во избежание выкрашивания бетона в местах перегиба m стержней. Укладка непрерывных стержней допустима разве только при очень пологих перегибах стержня. Концы y указанных стержней №№ 1 и 2 должны заводиться (черт. 108) за точки их пересечения m на длину не менее $20-25d$, где d — диаметр стержня. Если возможна работа этих стержней на растяжение (при перемене знака момента), то длина my должна быть, см. ниже, не менее $30d$. Аналогичное расположение арматуры со стороны сжатой части угла показано на черт. 110 и в рамах на черт. 125, 128, 129 и др.

Иногда в целях уменьшения напряжения бетона на сжатие (напр., в том случае, когда высота сечения рамы по тем или иным причинам ограничена, или, когда по архитектурным соображениям хотят придать углам рамы определенное очертание) наряду со сжатой арматурой ставится еще спиральная арматура, как это показано на черт. 170 а. Расчет такой арматуры производится по изложенному в курсе Залигера—«Железобетон», стр. 230, изд. 1927 года. Вместо спиральной арматуры здесь можно применить косвенное вооружение, расчет которого производится по изложенному в § 22 II части.

Выше мы говорили о расположении арматуры для угла, в котором растянутая зона приходится с наружной стороны угла. Теперь перейдем (черт. 109) к углу, где растяжение приходится с внутренней стороны угла.

Если здесь поставить непрерывные стержни, обозначенные цифрой 1, то при действии в таком стержне растягивающих усилий, как указано на этом стержне стрелками, он будет стремиться выпрямиться и следовательно отколоть бетон в точках m . Во избежание этого, вместо непрерывных стержней 1, рекомендуется укладка отдельных стержней 2 и 3, при чем, чтобы обеспечить достаточное сцепление арматуры с бетоном, концы y этих стержней рекомендуется пропускать как можно дальше за точки m , заводя их, согласно § 62 норм, по возможности в сжатую зону; во всяком случае длина my должна быть не меньше 30 диаметров стержня. Сжатые стержни (см. стержни, обозначенные цифрой 4) не должны стыкаться в самой вершине угла, т. к., при действии здесь сжимающих усилий, они могут выколоться из бетона. Поэтому эти стержни рекомендуется заводить за вершину угла, как показано на стержнях, обозначенных цифрой 5, при чем длина z должна быть не меньше $20-25d$. Здесь так же, как и на черт. 108, рекомендуется не экономить на хомутах и ставить их возможно чаще.

Примеры армирования описанных углов рамы показаны также на черт. 111 и 112. Аналогичное армирование можно видеть и в рамах на черт. 125, 152 и др.

На черт. 111 обратим внимание между прочим на то, что здесь угол не усилен вут, чего, по изложенному в начале этого параграфа, не следует делать.



Черт. 111.



Черт. 112.

§ 23. Конструирование опор.

Концы ног рамы могут быть соединены с опорами шарнирно, или могут быть заделаны в опоры. Следовательно и опоры могут быть: а) шарнирные и б) с заделанными в них стойками.

а) Шарнирные опоры.

Такие опоры, как известно, должны:

- 1) обеспечивать вполне свободное (без трения) вращение ноги рамы около опоры и
- 2) давать вполне определенную точку приложения опорной реакции.

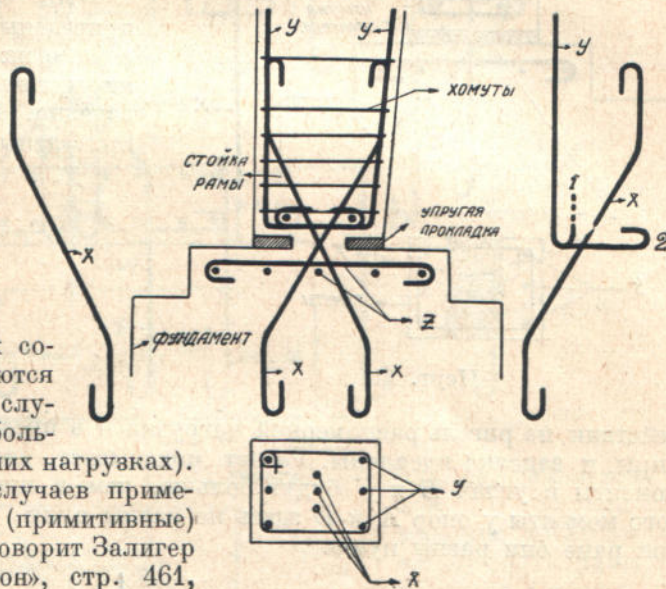
Наилучшим образом можно было бы удовлетворить этим условиям устройством опор при помощи специальных шарниров из металла, твердого камня или бетона. Подробное описание таких опор имеется в курсах: 1) «Железобетонные мосты» и 2) «Мосты больших пролетов» проф. Передерия и в курсе «Железные мосты» проф. Патона.

Но вследствие дороговизны, такие опоры в гражданских сооружениях применяются в исключительных случаях (при очень больших пролетах и больших нагрузках). В большинстве же случаев применяются упрощенные (примитивные) шарниры, или, как говорит Залигер (см. его «Железобетон», стр. 461, 27 г.), несовершенные шарниры.

Один из таких шарниров, и при том очень часто применяемых на практике, представлен на черт. 113. Здесь шарнирное соединение стойки рамы с фундаментом образовано при помощи крестообразно пересекающихся стержней x . Вместо крестообразных стержней, иногда применяют и вертикальные стержни x на черт. 114. Указанные шарнирные стержни x (см. эти стержни в плане на черт. 113 и 114) должны устанавливаться в расстоянии друг от друга, достаточном для полного облегания их бетоном; обычно это расстояние бывает не меньше 2,5 см.

Показанное на черт. 113 и 114 соединение ноги рамы с опорой не обеспечивает полной свободы вращения самой ноги, и следовательно рама с такими опорами будет занимать какое-то промежуточное место между рамой с идеальными шарнирами и рамой, у которой концы ног идеально заделаны в опоры. Вот почему описанные шарниры называются несовершенными.

Под идеальными шарнирами надо понимать шарниры, допускающие вращение без трения или вообще каких-либо усилий, препятствующих свободному вращению ног рамы. Под идеальной заделкой (черт. 115) надо понимать такую заделку, при которой сечение ab ноги A рамы (y места заделки ее в опору B) при действии на нее, т. е. на ногу A , каких угодно сил не поворачивается, а остается на месте. В действительности же в шарнирах имеет место трение; сечение ab (черт. 115) при заделанных стойках, хотя и незначительно, но поворачивается.

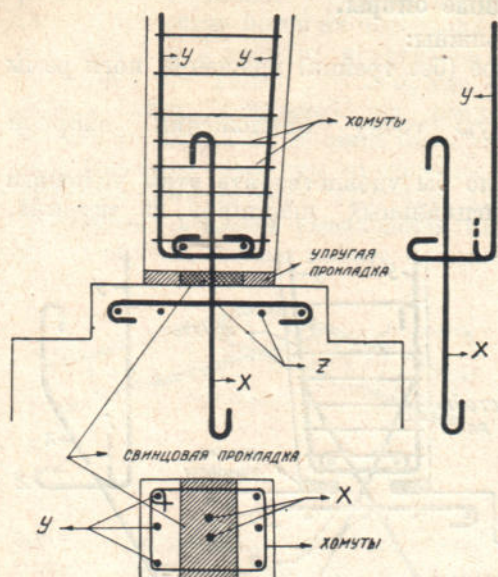


Черт. 113.

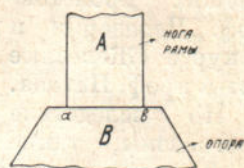
Однако на практике описанные выше шарниры принимаются за идеальные, и в этом предположении ведется расчет рамы.

Само собой разумеется, что при таком расчете, вследствие несовершенства шарниров, в раме неизбежны дополнительные напряжения. Учет этих напряжений производят тем, что в тех местах, где несовершенство шарниров может вызвать увеличение напряжений, ставят арматуру в количестве, несколько большем расчетного, а иногда увеличивают и размеры поперечных сечений рамы.

На черт. 35 и 36 были приведены две рамы, при чем в раме на черт. 35 внизу шарниры, а в раме на черт. 36 внизу заделка. На тех же чертежах приведены эпюры моментов при

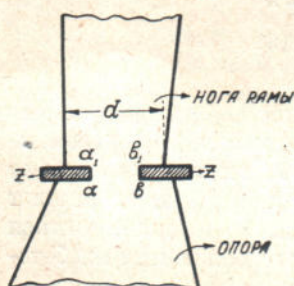


Черт. 114.

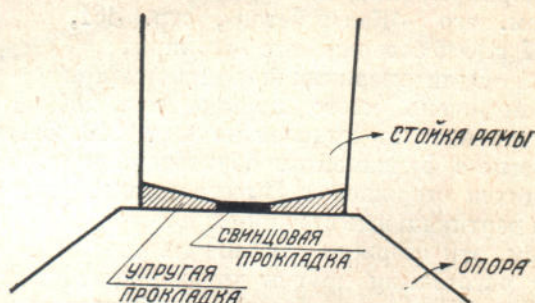


Черт. 115.

действию на ригель равномерной нагрузки и в предположении, что шарниры и заделка идеальны. Расчет показывает, что в раме с заделкой моменты в углах B и C будут больше, чем в шарнирной раме; кроме того моменты у опор A и D здесь не равны нулю, тогда как в шарнирной раме они равны нулю.



Черт. 116.



Черт. 116 а.

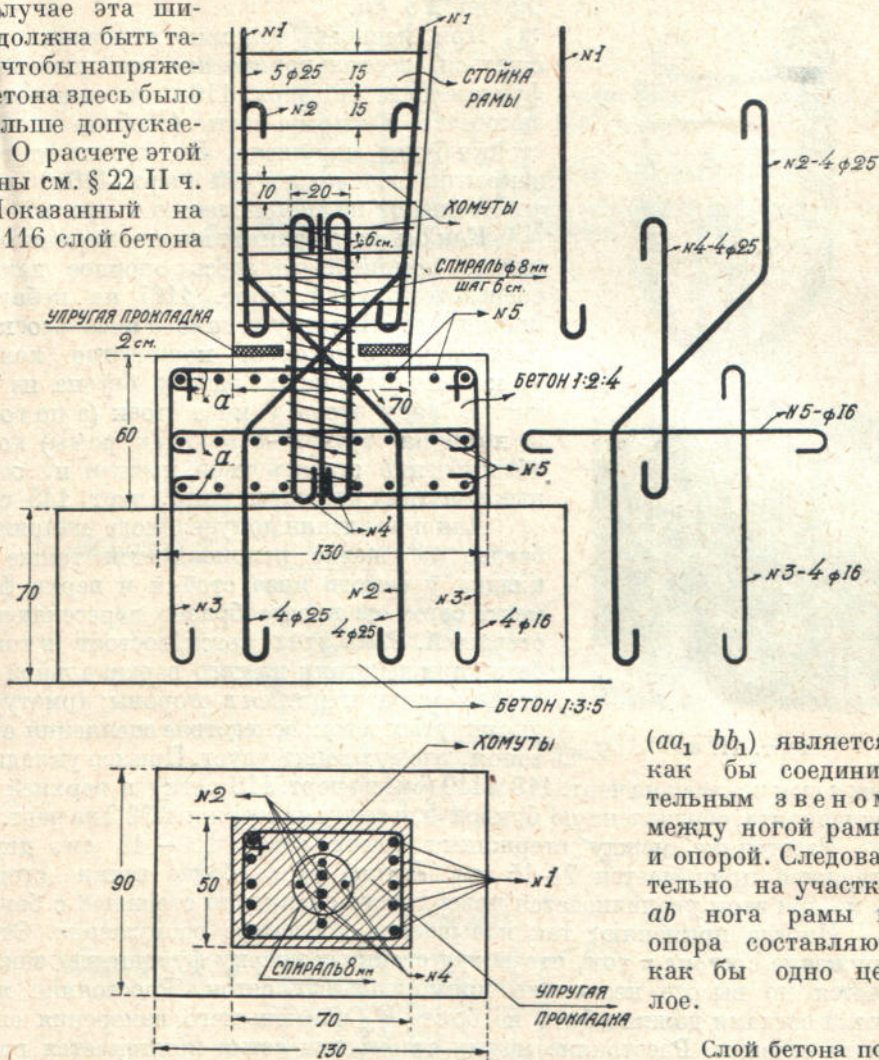
По сказанному рама с несовершенными шарнирами занимает какое-то промежуточное место между рамами на черт. 35 и 36. Поэтому в такой раме (т. е. в раме с несовершенными шарнирами) количество арматуры в узлах B и C , а также и у опор надо взять несколько больше, чем требуется по расчету. Что же касается количества арматуры по середине прогона BC , то здесь расчетное количество ее будет вполне достаточно, т. к. расчетный момент здесь будет больше действительного.

Стержни y стойки у самого низа ее обыкновенно заканчивают так, как показано пунктиром на вынесенном стержне y на черт. 113 (см. конец этого стержня, обозначенный цифрой 1). Иногда же, для большего обхвата бетона железом, эти стержни заканчивают, как показано на

ных стержнях, сплошной линией (см. на черт. 113 конец, обозначенный цифрой 2).

Сечение стойки в самом низу ее обычно суживается до ширины ab (черт. 116), которая принимается равной от $1/4$ до $1/2$ ширины d ; иногда принимают $ab = 1/3 d$, чтобы удержать давление в средней трети. Во всяком случае эта ширина должна быть такова, чтобы напряжение бетона здесь было не больше допустимого. О расчете этой ширины см. § 22 II ч.

Показанный на черт. 116 слой бетона



Черт. 117.

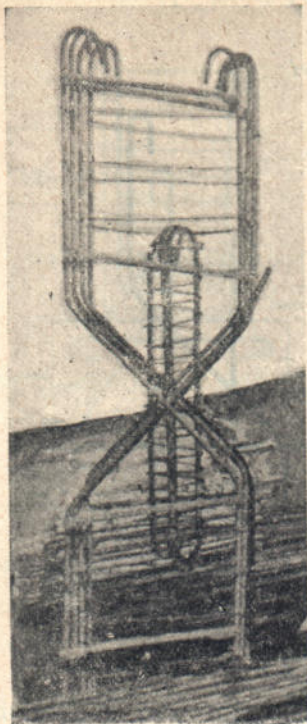
($aa_1 bb_1$) является как бы соединительным звеном между ногой рамы и опорой. Следовательно на участке ab нога рамы и опора составляют как бы одно целое.

Слой бетона получается так. Сначала бетонируется опора, затем по краям ее

укладываются доски z толщиной 1—2 см; после этого устанавливаются формы для ног рамы и производится бетонирование; по затвердении бетона доски вынимаются, и образовавшиеся промежутки (на черт. 116 они заштрихованы) для защиты шарнирных стержней (см. стержни x на черт. 113) от сырости заполняются каким-нибудь материалом, при чем этот материал должен быть достаточно упругим, чтобы по возможности не уменьшать свободу вращения (шарнирность) стойки около опоры. Обыкновенно для этого употребляют: руберойд, асфальтированный войлок, асфальт, гудрон, толь, пропитанные смолой пробковые пластинки, асфальтовую замазку, и т. д.

Иногда, вместо показанного на черт. 116 бетонного слоя ($aa_1 bb_1$), в промежуток между стойкой и опорой в качестве шарнирных прокладок применяют (черт. 114) свинцовые прокладки. Ширина их от $1/4$ до $1/2 d$, где d — см. черт. 116. Во всяком случае эта ширина должна быть определена, исходя из сопротивления сжатию свинца и примыкающего к нему

бетона низа стойки и верха фундамента. Допускаемое напряжение на сжатие свинцовой пластинки толщиной 1,5—2,0 см можно принимать 100—120 кг/см² (см. Передерий—«Курс железобетонных мостов», стр. 348 изд. 1911 г. и Бетонно-строительный справочник, стр. 169, изд. 1927 г.). Толщина указанных свинцовых прокладок от 0,5 до 2,5 см.



Черт. 117 а.

При меньшей толщине пластинка может сжаться на столько, что шов между стойкой и фундаментом (на черт. 116 а он заштрихован) закроется и шарнирность (свобода поворота) стойки будет нарушена. Во избежание такого закрытия шва, последний (черт. 116 а) иногда увеличивают по направлению к краям.

Как бы ни устраивалась шарнирная опора, нужно помнить, что здесь опорное давление сосредоточивается (черт. 116) на небольшой ширине *ab*. Поэтому у самого низа стоек надо поставить достаточное количество хомутов, т. к. они улучшают работу бетона на сжатие. В виду этого у низа стоек (а по соображениям на стр. 82—и в углах рамы) хомуты обыкновенно ставят чаще, нежели на остальных участках рамы; см. напр., черт. 145 и 152.

Для повышения допускаемого напряжения бетона на сжатие рекомендуется также прокладка у самого низа стойки и верха фундамента сеток из крестообразно пересекающихся стержней. Роль этих сеток состоит в том, что бетон при действии на него вертикальной силы стремится расширяться в стороны; арматура же упомянутых сеток, вследствие сцепления ее с бетоном, этому препятствует. Пример укладки таких

сеток показан на черт. 118 и 119 (см. на черт. 118 сетку в верхней части фундамента, обозначенную буквой *b*, и сетки из стержней № 2 на черт. 119).

Расстояние между стержнями таких сеток 10—15 см, диаметр стержней принимается 7—15 мм. Лучше брать более тонкие стержни, т. к. при этом увеличивается поверхность сцепления стержней с бетоном.

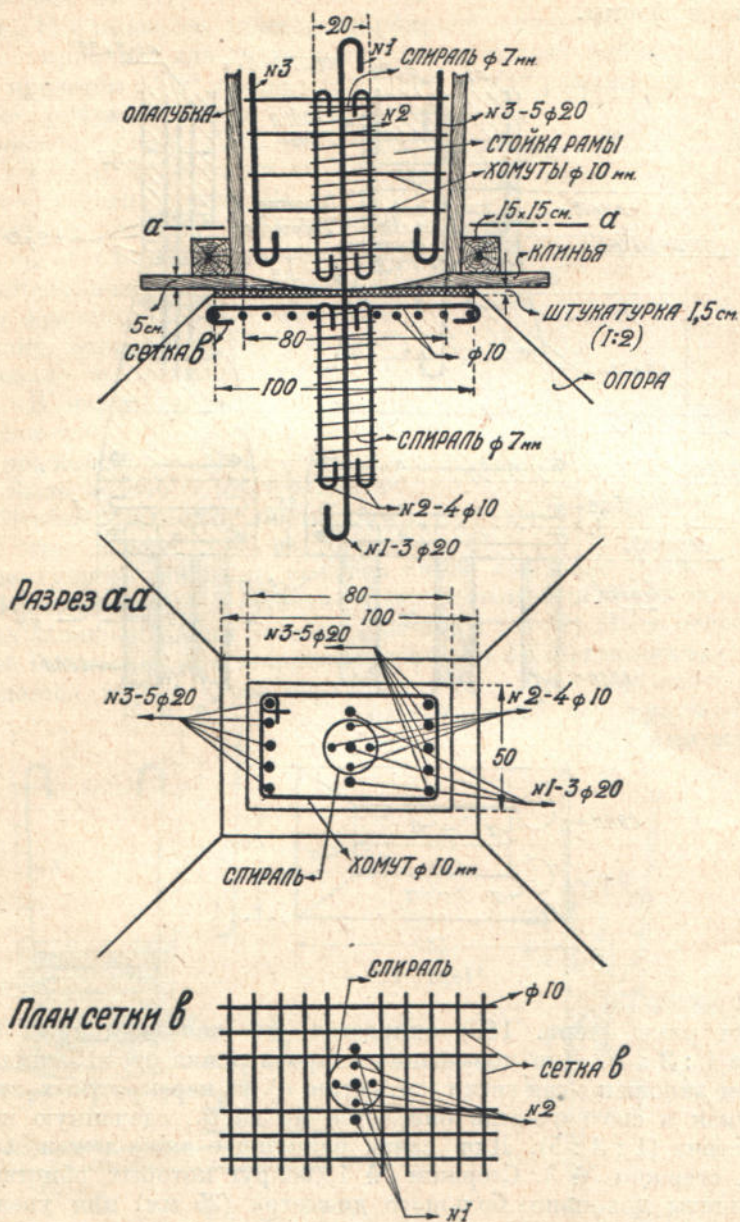
Иногда применяют так называемое косвенное вооружение. Это вооружение состоит в том, что внизу стойки и вверху фундамента закладывается по высоте несколько прямоугольных сеток. Расстояние между этими сетками должно быть не более $\frac{1}{3}$ наименьшего измерения сжатой части сечения. Расстояние между стержнями сетки принимается равным расстоянию между сетками по высоте. В качестве арматуры сеток применяется проволока диаметром от 1 до 8 мм. Здесь, как и в сетках, описанных выше, лучше брать более тонкие стержни, т. к. при этом увеличивается поверхность соприкосновения (сцепления) железа с бетоном. Арматура сеток с рабочей арматурой не связывается; концы ее рекомендуется загигать. Подробности о таких сетках см. в § 22 II части.

Пример таких сеток показан на чертеже фундамента в конце II части настоящей книги (см. чертеж бутового фундамента). Расчет этих сеток приведен также в § 22 II части.

Иногда верх фундамента и низ стойки делают из более жирного бетона (напр., 1 : 1 $\frac{1}{2}$: 1 $\frac{1}{2}$), как в фундаменте на черт. 119.

Для повышения допускаемого напряжения бетона устраивается иногда спиральная обмотка, которая, как известно, значительно повышает сопротивление бетона сжатию. Пример такой обмотки в фундаменте показан на черт. 117. По этому типу в 1928 г. построены фундаменты

для рам электрической станции в Вечернем Куте (Донбасс). У шарниров этих рам оказались значительные вертикальные давления, которые получились от того, что на опоры этих рам передается не только большая

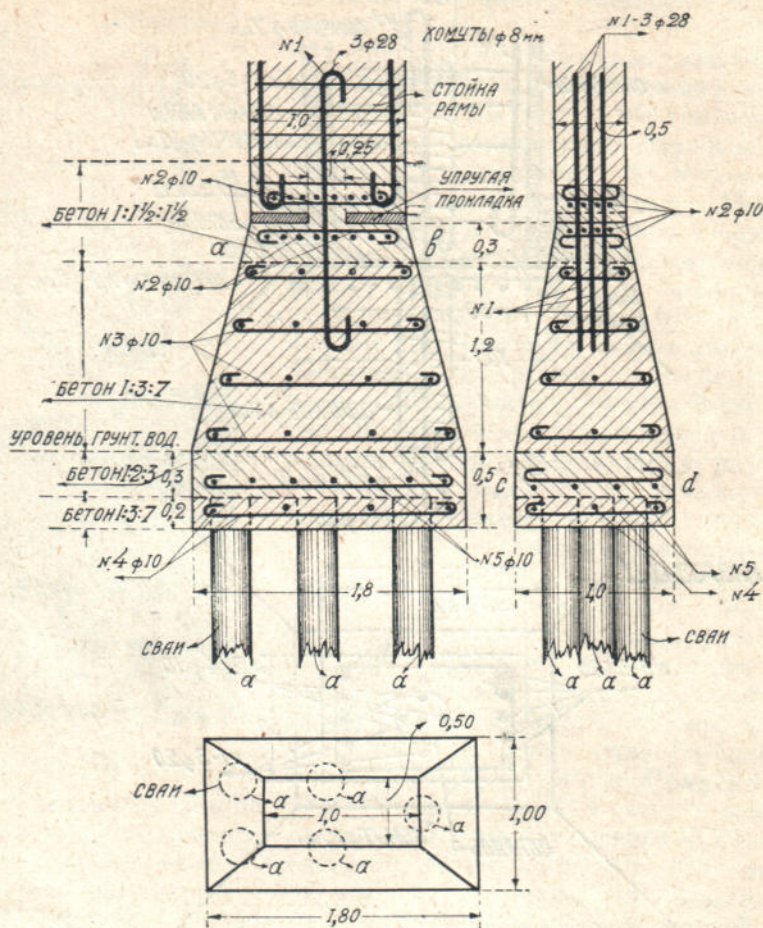


Черт. 118.

нагрузка от собственного веса этих рам с обычной временной нагрузкой от снега, но и значительная нагрузка от крана.

В виду концентрации этих давлений (черт. 116) на небольшой площади ab бетона, была применена показанная на черт. 117 спиральная обмотка. Устройство этой опоры состоит в следующем. В качестве шарниров здесь применены пересекающиеся шарнирные стержни, обозначенные № 2. На ширине примерно средней трети низа стойки установлены 4 стержня № 4, вокруг которых сделана спиральная обмотка из железа диаметром 8 мм и с шагом обмотки 6 см.

Для удобства работ вся арматура (крестообразные стержни № 2 и спираль с ее продольными стержнями № 4), были изготовлены отдельно, как показано на снимке (черт. 117 а), и затем в готовом виде поставлена в формы.



Черт. 119.

Стойка рамы (черт. 117) опирается на железобетонный башмак (из бетона 1 : 2 : 4). Для повышения сопротивления этого башмака сжатию, в нём заложены три сетки (см. сетки а) из перекрестных стержней № 5. Башмак в свою очередь опирается на часть, сделанную из более тощего бетона (1 : 3 : 5). Для связи башмака с ниже лежащей частью заложены стержни № 3. Стержни № 4, вокруг которых обмотана спираль, приняты довольно-большого диаметра (25 мм) для увеличения площади передачи давления. Низ стойки армирован хомутами, которые здесь поставлены чаще, нежели на остальном участке стойки. Расположение остальной арматуры описываемой стойки видно из чертежа.

Так как показанная на черт. 117 спираль уменьшает шарнирность опоры, то иногда такая спиральная обмотка устраивается, как показано на черт. 118. Т. е. здесь спиральный столб прерывается в том месте, где стойка опирается на фундамент. На этом же чертеже показана и часть опалубки.

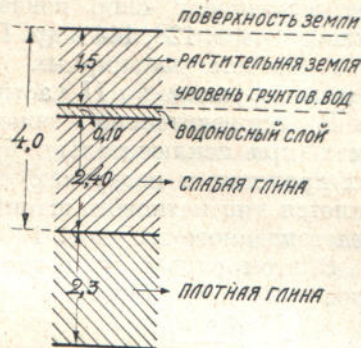
План производства работ здесь таков. Сначала бетонируется опора. Верх опоры для получения возможно гладкой поверхности (чтобы уменьшить трение между стойкой рамы и опорой) рекомендуется отштукатурить цементным раствором (1 : 2). После этого укладываются клинья и формы для стойки.

После бетонирования стоек клинья вынимаются и образовавшийся между стойкой и фундаментом промежуток для защиты шарнирных стержней (№ 1) от влаги заполняется водонепроницаемым и в то же время упругим материалом, о котором см. стр. 87.

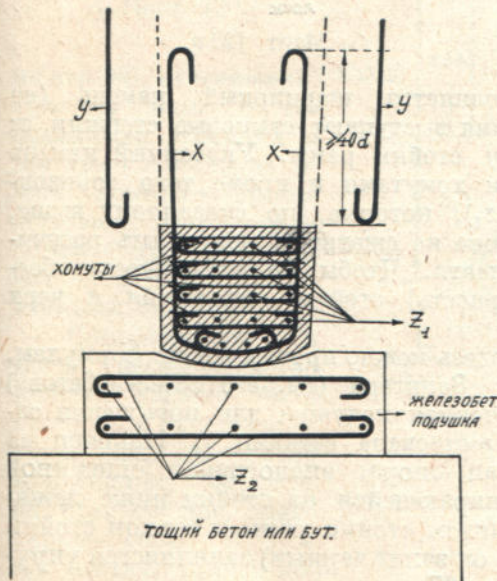
На черт. 119 приведен пример шарнирной опоры на сваях. Этот фундамент был применен для двухопорной рамы, показанной на черт. 102, см. стр. 79, пролетом 23,80 м, при расстоянии между рамами 5,00 метров.

Исследование грунта на месте постройки этой рамы показало (черт. 120), что материк (плотная глина) залегает на глубине 4,0 м от поверхности земли. Выше горизонта плотной глины идут грунты, которые по своей слабости не могут служить основанием под раму. Закладывать же подошву фундамента на глубине 4,0 м было признано неэкономичным, так как это потребовало бы больших размеров фундамента. В виду этого было решено применить основание из деревянных свай.

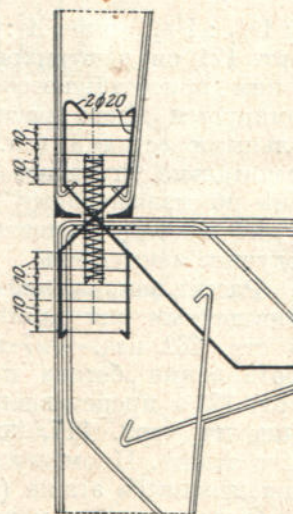
Для этого под каждую стойку этой рамы (черт. 119) было забито 5 штук деревянных свай. Чтобы обеспечить постоянное нахождение свай в воде, для их долговечности, верхушки свай были срезаны на 30 см ниже уровня грунтовых вод. На глубину 20 см (считая от верха свай) был вырыт котлован, который был заполнен тощим бетоном (состава 1 : 3 : 7). Выше этого слоя уложен слой 0,3 метра более жирного бетона (1 : 2 : 3), так как здесь давление передается только через верхушки свай. Выше последнего слоя на высоту 1,20 метра уложен слой бетона (1 : 3 : 7). Самый же верх



Черт. 120.



Черт. 121.



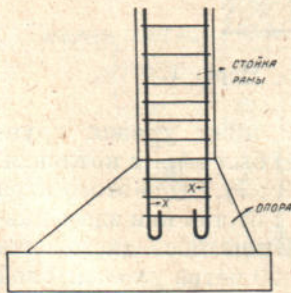
Черт. 121 а.

фундамента и низ стойки, в виду концентрации здесь опорного давления на небольшой ширине 0,25 метра, сделан из очень жирного бетона (1 : 1¹/₂ : 1¹/₂). По высоте фундамента для улучшения работы бетона на сжатие уложен ряд сеток (см. сетки из стержней № 3). Такие же сетки заложены у самого низа стойки и у самого верха фундамента (см. сетки из стержней № 2). Для восприятия распора от рамы заложено 3 штуки вертикальных шарнирных стержней № 1.

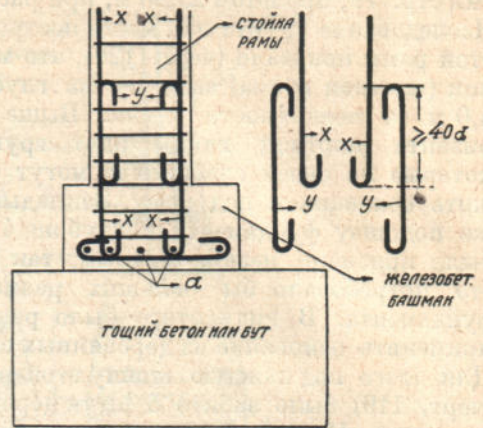
Следует обратить особое внимание на то, что для экономии здесь применен бетон трех составов: 1) в местах, где вертикальное давление концентрируется на небольшой площади, т. е. у шарниров и у поверхности свай, применен жирный бетон (1 : 2 : 3 и 1 : 1 $\frac{1}{2}$: 1 $\frac{1}{2}$), а 2) в остальной части фундамента — тощий бетон состава 1 : 3 : 7. Расчет этого фундамента приведен в § 27 II части этой книги. Примеры устройства шарнирных опор показаны также на черт. 128, 144 и др. Примеры расчета шарнирных опор приведены также во II части.

В исключительно тяжелых рамах (при исключительно больших пролетах и нагрузках) применяется тип каткового шарнира, представленного на черт. 121.

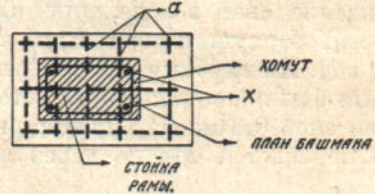
В этом случае из возможно более жирного бетона (напр.



Черт. 122.



Черт. 122 а.

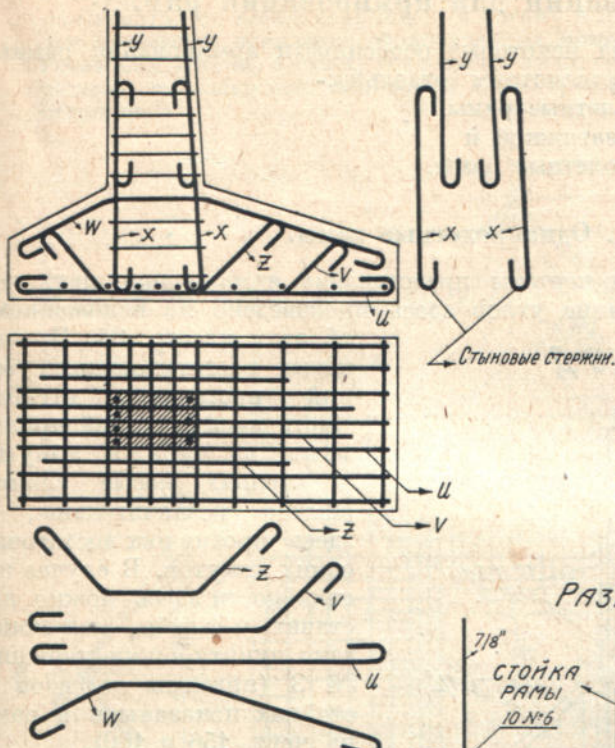


1 : 1 $\frac{1}{2}$: 1 $\frac{1}{2}$ или 1 : 2 : 2) выполняется шарнирный камень (на черт. 121 он заштрихован). Из камня выступают стыковые стержни x ; к ним присоединяются стержни y стойки рамы. Указанный камень армируется часто расположенными хомутами и кроме того горизонтальными сетками (см. стержни z_1), которые, по сказанному выше, значительно улучшают работу бетона на сжатие и могут быть рассчитаны по изложенному в § 22 II части. Чтобы по возможности обеспечить свободу вращения (шарнирность) стойки, низ камня и верх подушки закруглены.

Расчет напряжений на сжатие здесь можно произвести по формулам, приведенным для таких камней у Залигера (см. его «Железобетон») на стр. 462, изд. 1927 г. Железобетонная подушка для повышения сопротивления бетона на сжатие армирована сетками z_2 . Наконец на черт. 121 а представлена шарнирная опора, аналогичная описанной выше на черт. 117, для рамы, опирающейся на стойки ниже лежащего этажа. Промежуток между низом стойки рамы и верхом стойки нижележащего этажа (на чертеже он залит черным) заполняется упругим материалом, о котором см. стр. 87.

б) Опоры с заделанными в них стойками.

Из эпюры моментов на черт. 36 (см. стр. 19) видно, что в раме с заделанными стойками у места заделки появляются опорные моменты, для восприятия которых закладываются (черт. 122) специальные стержни x , при чем для удобства работ часто поступают так (черт. 122 а), что сначала закладывают в опору короткие (стыковые) стержни y , а затем при возведении стоек рамы присоединяют к ним стержни x стоек.



Черт. 123.

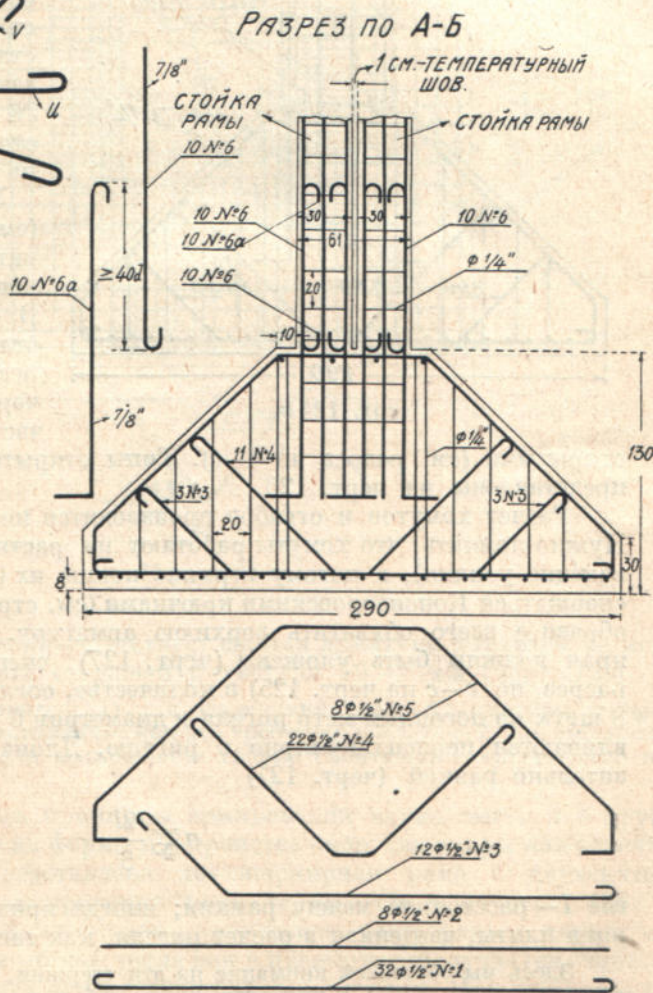
на стр. 86, невозможна. Поэтому рама с заделанными стойками в действительности занимает какое-то промежуточное место между рамой с идеальной заделкой и рамой с идеальными шарнирами.

Следовательно и здесь несовершенство заделки должно быть учтено при конструировании рамы аналогично изложенному об этом на стр. 86 для шарнирных опор. Т. е. в тех местах, где это несовершенство заделки может вызвать увеличение моментов (в средней части ригеля), необходимо увеличить сечение арматуры, или сечение бетона, по сравнению с таковыми, полученными по расчету.

Пример заделанной опоры представлен еще на черт. 123.

На черт. 124 а, б и с представлен пример опоры для многоэтажной рамы со стойками, заделанными в опору, примененной при постройке в 1928 году Обувной фабрики в Киеве, под двумя соседними рамами, образующими температурный шов.

Обратим внимание, что полная заделка ног рамы в опоры, как это было сказано



Черт. 124 а.

§ 24. Указания для армирования рам.

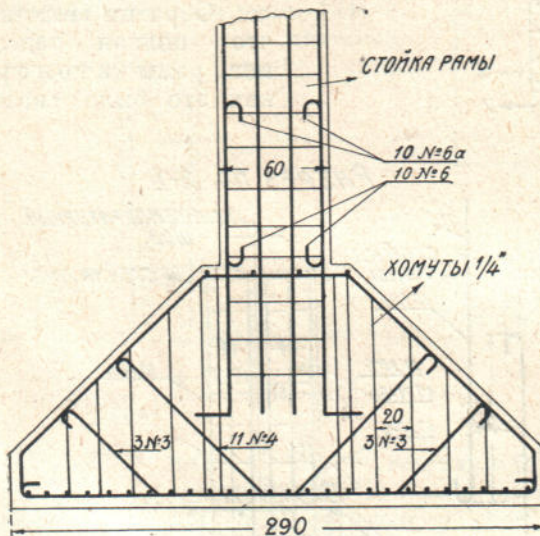
Здесь мы укажем на некоторые особенности армирования рамных конструкций, при чем рассмотрим отдельно:-

- А. Однопролетные рамы,
- В. Рамы с затяжкой и
- С. Многопролетные рамы.

А. Однопролетные рамы.

Черт. 125. На этом чертеже представлено армирование двухшарнирной рамы. Армирование углов здесь произведено по изложенному

РАЗРЕЗ ПО С-Д



Черт. 124 б.

открытыми (см. разрез по с-с). Типы открытых и замкнутых хомутов представлены на черт. 126.

Расчет хомутов и отгибов производится по изложенному в § 18 II ч. Нужно помнить, что хомуты работают на растяжение (на косые растягивающие усилия), а потому верхние концы их (черт. 126 а, б, с) должны снабжаться Консидеровскими крючками (см. стр. 77), которыми целесообразнее всего обхватить верхнюю арматуру. Над ригелем у сжатого края должны быть уложены (черт. 127) специальные стержни с (см. разрез по с-с на черт. 125) в количестве, согласно § 58 норм, не меньше 8 штук на погонный метр ригеля и диаметром 6 мм. Эти стержни устанавливаются перпендикулярно к ригелю. Длина их принимается приблизительно равной (черт. 127)

$$a \approx \frac{2l}{5},$$

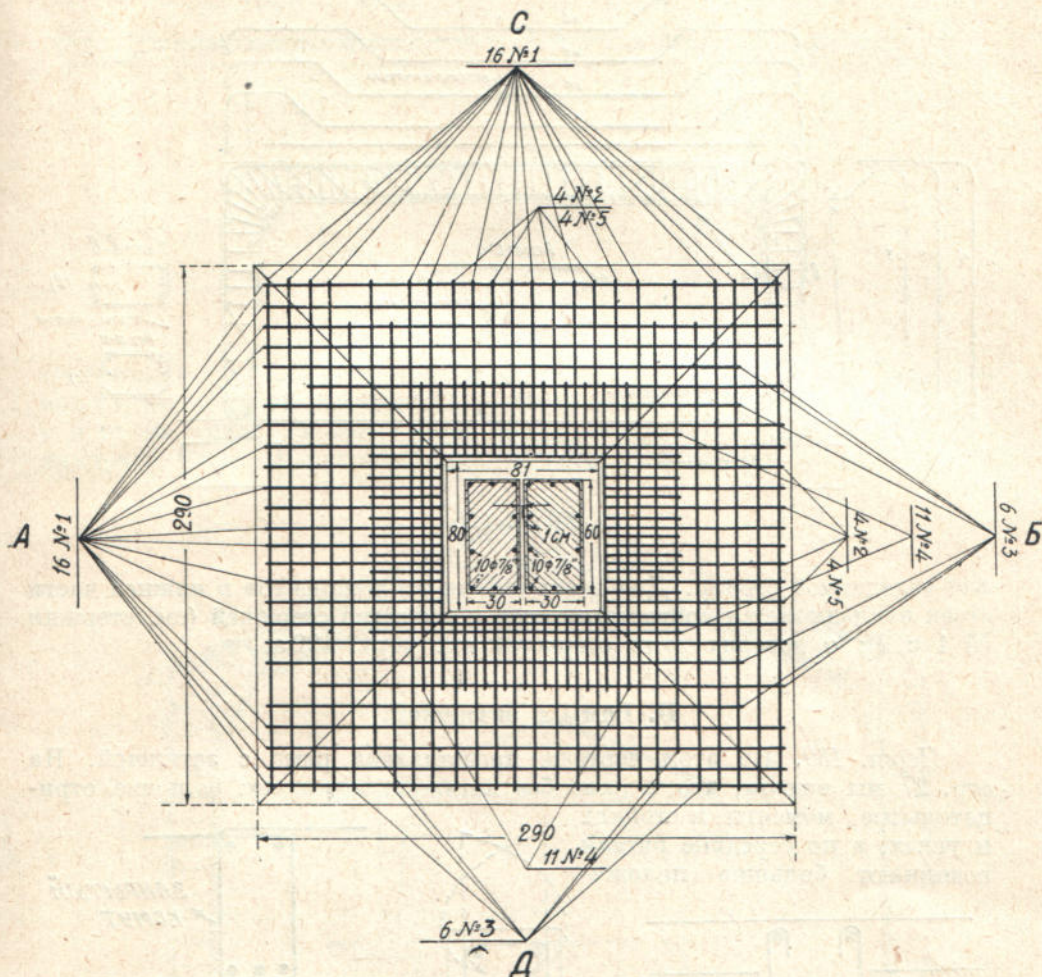
где l — расстояние между рамами; иногда принимают $a = b$, где b — ширина плиты, введенная в расчет ригеля, как таврового сечения.

Здесь мы обращаем внимание на эти стержни, т. к. они ставятся без расчета, и потому часто в проектах о них забывают, тогда как установка этих стержней и по указанному выше § 58 норм, и по конструктивным соображениям является обязательной.

об этом на стр. 83. Против косых растягивающих усилий поставлены отгибы. Часть косых усилий принимают на себя и хомуты. В стойках косые усилия обычно незначительны, и здесь против них достаточно одних хомутов. В случае же надобности здесь можно поставить и отгибы, как показано пунктиром на стержнях № 3 (примеры отгибов в стойках показаны и в раме на черт. 156 и 160).

У шарниров и в углах рамы (см. стр. 88) хомуты ставятся чаще, нежели на остальных участках рамы. В стойках и углах хомуты ставят замкнутые (см. разрезы по $b-b$ и $a-a$ на черт. 125), в средней же части хомуты могут быть

Дело в том, что железобетонная плита перекрытия фактически работает, как опертая по всему периметру, а потому в местах соединения плиты с ригелем неизбежно появление отрицательных моментов, а следовательно и растягивающих усилий, а между тем рабочая арматура плиты здесь идет параллельно ригелю; во избежание появления здесь трещин и ставятся указанные выше стержни.



Черт. 124 с.

Вверху ригеля, если отсутствует сжатая арматура, ставится не менее двух штук монтажных стержней диаметром 10—12 мм (черт. 125).

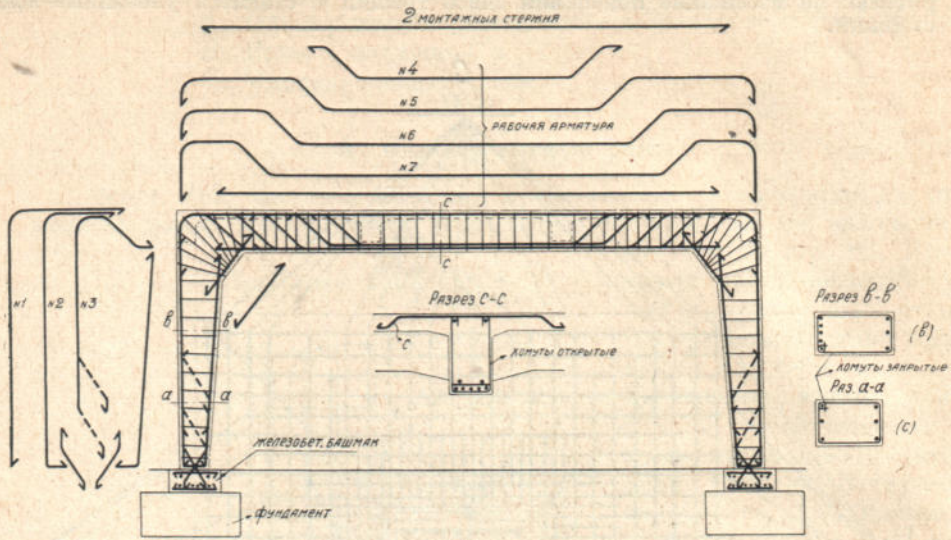
Эта арматура ставится: 1) для удержания рабочей арматуры во время бетонирования в том положении, как это требуется расчетом, 2) для укрепления хомутов и 3) вообще для возможности сборки (монтажа) арматуры всей конструкции.

Изложенные здесь принципы армирования имеют место и в других рамах, независимо от их формы и устройства опор (шарниры или заделка).

На черт. 128 представлена двухшарнирная рама с двухскатным верхом. Принципы армирования здесь те же, что и на черт. 125.

Черт. 129. На этом чертеже представлена часть рамы с двумя стойками, заделанными в опоры, тогда как в предыдущем случае (см. черт. 125 и 128) рассматривались рамы с шарнирными опорами. Принципы армирования такой рамы, за исключением нижних концов стоек, те же, что и в предыдущих рамах. На стр. 20 мы видели, что вследствие заделки

стоек в опоры, у нижних концов этих стоек имеют место изгибающие моменты; знак этих моментов зависит от нагрузки; на черт. 129 (см. чертеж, обозначенный буквой а) показана примерная эпюра моментов

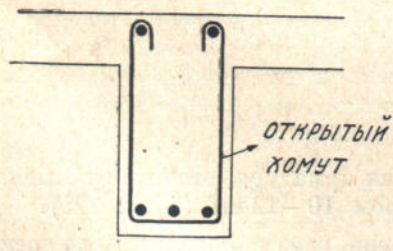


Черт. 125.

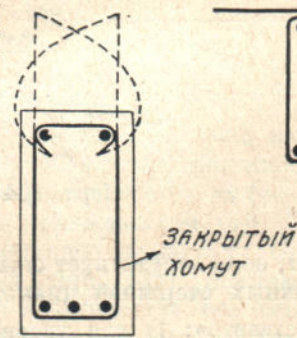
для заделанной стойки. Для восприятия этих моментов в нижней части стоек закладывается соответствующее количество стержней (см. стержни № 1 и 2); о деталях этих стержней см. черт. 122а.

В. Рамы с затяжкой.

Черт. 130. На этом чертеже представлена рама с затяжкой. На стр. 27 мы видели, что в раме без затяжки возникают большие отрицательные моменты в стойках и углах, а по середине ригеля возникают большие положи-



Черт. 126 а.



Черт. 126 б.

Черт. 126 с.

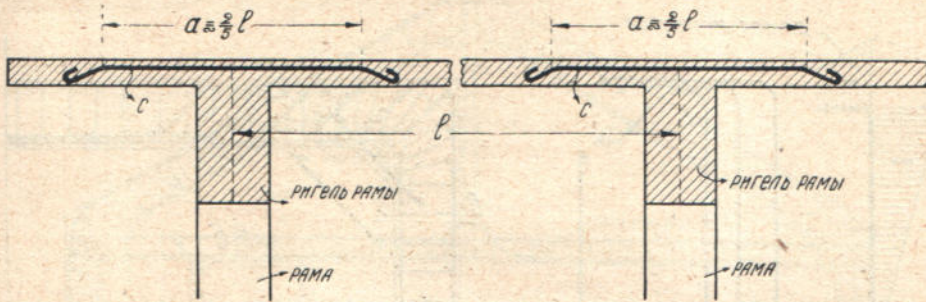
тельные моменты. В раме же с затяжкой, расположенной у верха стоек, моменты получаются значи-

тельно меньше. Поэтому устройство затяжки дает возможность уменьшить размеры поперечных сечений рамы, что является особенно важным при значительных пролетах, когда поперечные сечения рамы без затяжки получаются громоздкими. Следует однако иметь в виду, что затяжки в помещениях могут представлять неудобство, особенно, если они расположены на небольших расстояниях друг от друга, и кроме того ухудшают архитектурный вид рамы.

Характерным в раме с затяжкой является то (см. черт. 55 на стр. 27), что в вершине угла такой рамы появляются отрицательные

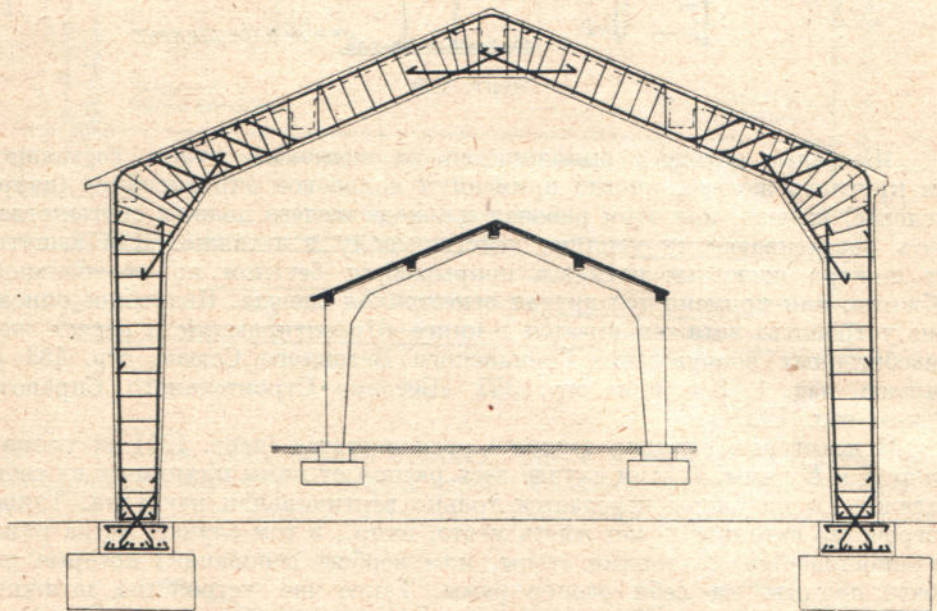
моменты, тогда как в рамах без затяжки (черт. 54) обычно имеют место положительные моменты.

В конструкции, показанной на черт. 130, к бетонным затяжкам (снизу их) подвешен (см. разрез по $a-a$) потолок. При помощи подвесок



Черт. 127.

вес потолка и затяжки передается на ригель рамы. Следовательно, в данном случае затяжка работает на растяжение от горизонтального распора и в то же время на изгиб (как балка на трех опорах, которыми являются стойки рамы и подвеска), от собственного веса и веса потолка.

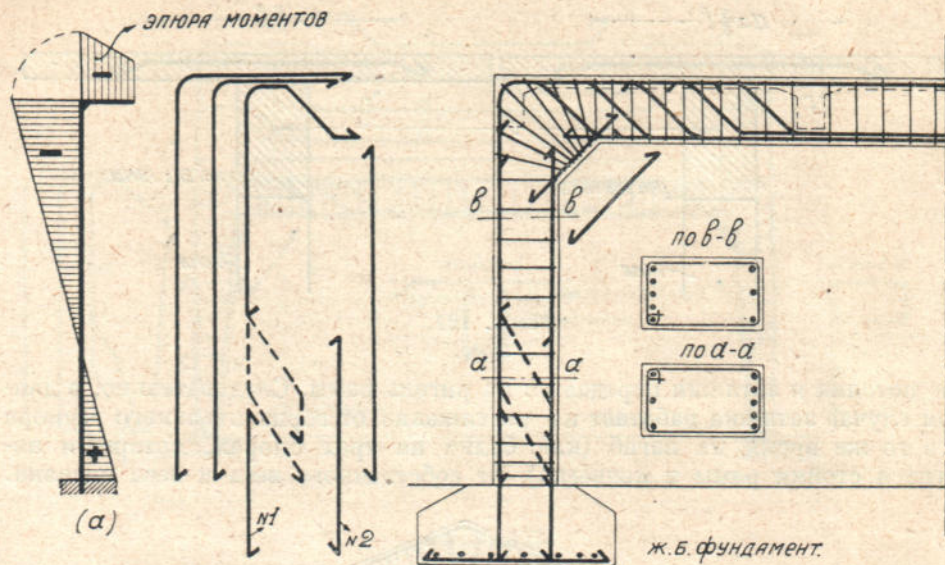


Черт. 128.

Если затяжка составляет одно целое с потолком, то при расчете (на отрицательный момент) сечений затяжки у подвески можно принимать тавровое сечение, т. к. здесь плита находится внизу, т. е. в сжатой зоне. Однако благодаря растягивающим силам от распора, сжимающие усилия в затяжке могут и отсутствовать, в зависимости от величины распора по сравнению с сжатием от момента. Обратим внимание, что в железобетонных затяжках площадь бетона при расчете растягивающих напряжений в расчет не вводится, т. е. принимают, что все растягивающие усилия в затяжке воспринимаются исключительно железом.

Серьезное внимание надо обращать на закрепление концов затяжки в ригель и на достаточное количество подвесок, во избежание прогиба

затяжки, а при железных затяжках $z-z$ и на устройство муфт для возможности их подтягивания при провисании. Расстояние между подвесками, в зависимости от веса затяжки, принимается от 4 до 7 м. Детали армирования затяжки приведены на черт. 130.



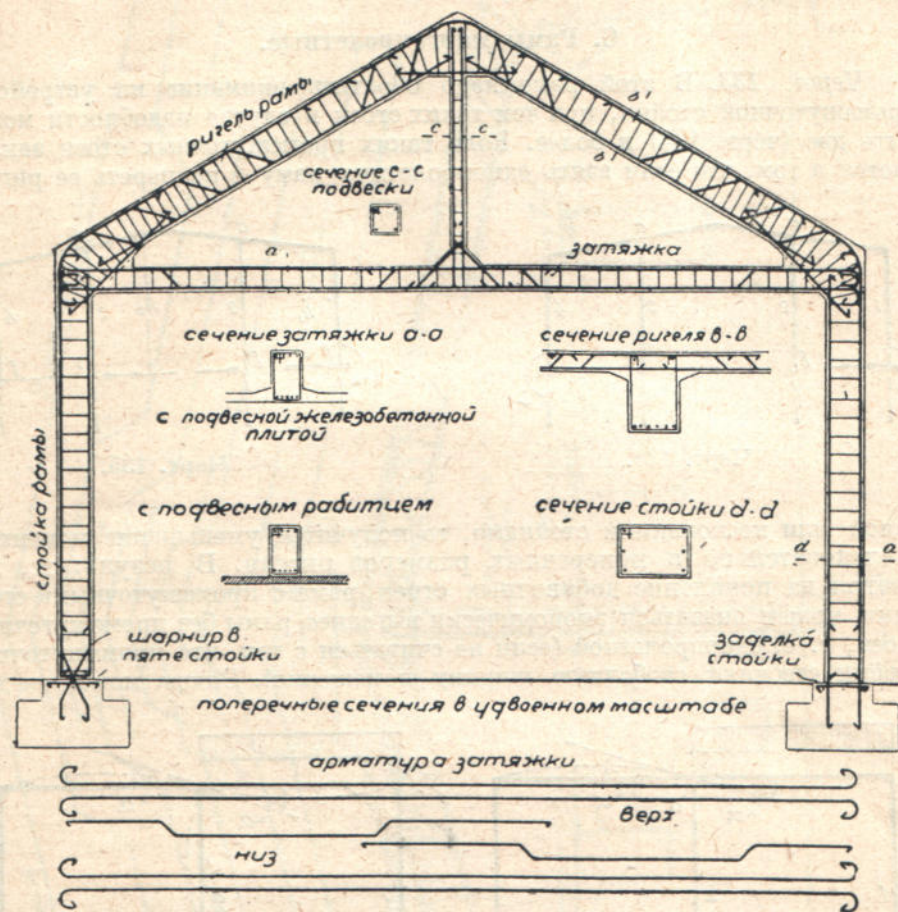
Черт. 129.

Железные затяжки выполняются из железных штанг, состоящих из круглого железа, иногда применяют полосовое или фасонное (напр. угловое) железо, при этом рабочая площадь железа должна соответствовать растягивающему усилию, действующему в затяжке. Для защиты от пожара железные затяжки покрываются бетоном по провололочной обмотке, или применяется другая огнестойкая одежда. Подробное описание устройства затяжек имеется в книге «Проектирование и расчет железобетонных сооружений» Германского Бетонного Союза, стр. 483 и дальше, изд. 1928 г. и на стр. 357 «Бетонно-Строительного Справочника», изд. 1927 г.

В некоторых случаях затяжка располагается (черт. 131) на уровне опор A и E рамы. В этом случае весь распор от рамы принимает на себя затяжка, а на опоры передается только вертикальная нагрузка. Такое устройство затяжки может иметь место, напр., в том случае, когда рама устанавливается на тонкие стены, или вообще основания, которые не могут принять на себя распор рамы. Такое же устройство затяжки может иметь место и в том случае, когда в основании рамы залегает слабый грунт; а справиться с таким грунтом при отсутствии распора гораздо легче, чем в том случае, когда на опору действует не только вертикальная нагрузка, но и распор.

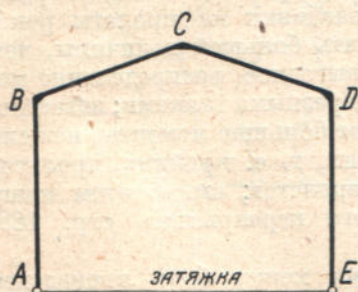
При указанном на черт. 131 расположении затяжки (т. е. под поверхностью пола) стержни ее должны быть окружены бетоном, во избежание порчи их от ржавления, при чем для того, чтобы бетон держался прочнее, железо затяжки обертывается проволокой или провололочной сеткой. Если затяжки устраиваются выше линии опор (обыкновенно, черт. 132, у верхних концов стоек), то в этом случае опоры рамы будут работать не только на вертикальную нагрузку, но и на распор, правда меньший, чем в раме без затяжки. Следовательно устройство такой затяжки дает возможность уменьшить не только размеры поперечных сечений рамы, но и размеры опор благодаря уменьшению распора,

действующего на опоры. Наименьшие размеры опор потребуются при расположении затяжек на уровне опор, т. к. по сказанному выше в этом случае опорам передается только вертикальная нагрузка; наимень-

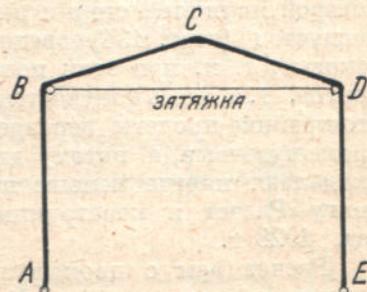


Черт. 130.†

шие же сечения рамы (как в стойках, так и в ригеле) получатся при расположении затяжки у верха стоек. Разницу распоров в рамах с затяжкой и без нее можно установить сравнением формул, приведенных



Черт. 131.



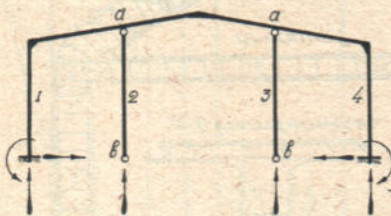
Черт. 132.

для таких рам у Клейнлогеля, см. его «Формулы для расчета рамных конструкций». Соединение затяжек со стойками (черт. 132) предполагается всегда шарнирным.

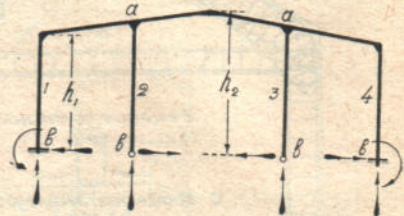
Опоры в рамах с затяжкой могут быть шарнирными и заделанными; на черт. 130 левая опора показана шарнирной, а правая заделанной. Примеры рам с затяжкой см. также на черт. 162 и дальше.

С. Рамы многопролетные.

Черт. 133. В этой раме надо обратить внимание на устройство промежуточной стойки, при чем таких стоек в случае надобности может быть две (черт. 134) и более. Роль таких промежуточных стоек заключается в том, что если взять однопролетную раму и подпереть ее ригель

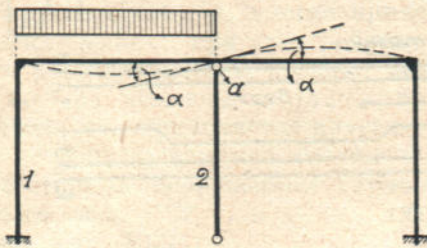


Черт. 134.

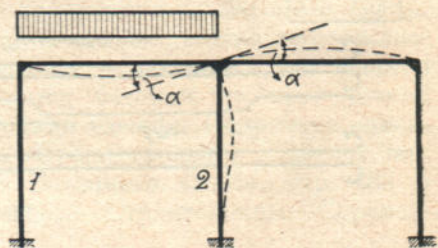


Черт. 135.

одной или несколькими стойками, то получится уменьшение моментов, а следовательно и поперечных размеров ригеля. В результате, несмотря на появление добавочных стоек, рама с промежуточными стойками может оказаться экономически выгоднее рамы без промежуточных стоек, т. е. однопролетной (если не считаться с тем, что промежуточные стойки стесняют свободную ширину помещения). Эпюра моментов для



Черт. 136.

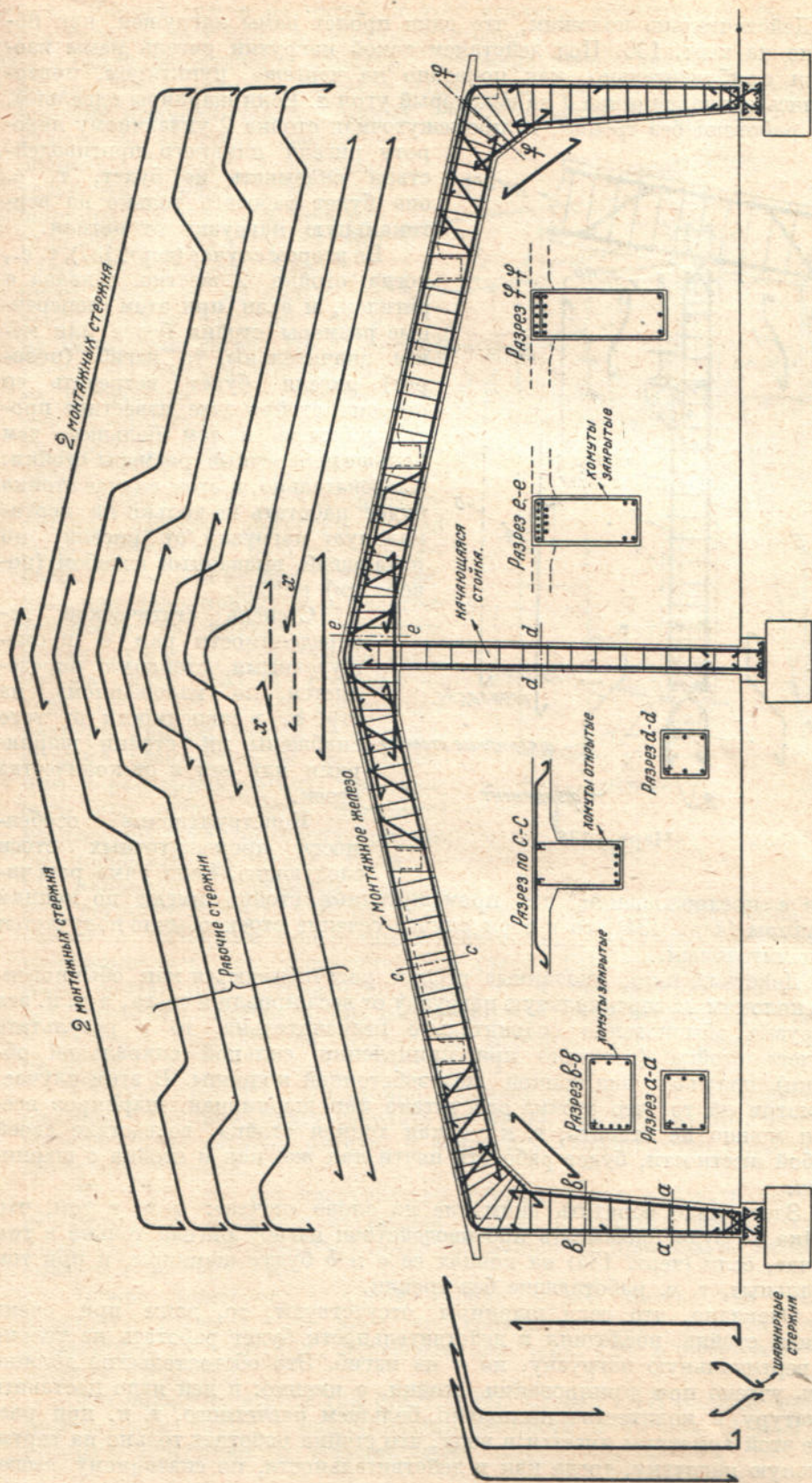


Черт. 137.

ригеля таких рам подобна эпюре моментов неразрезной балки, опорами которой являются стойки рамы. В смысле разбивки на пролеты рекомендуется (черт. 134) средний пролет делать большей величины, чем боковые, т. е. при этом получается более выгодное распределение моментов, т. е. здесь получается аналогия с неразрезными балками; известно, что крайние пролеты неразрезных балок дают большие моменты, нежели промежуточные, а потому для разгрузки этих, т. е. крайних, пролетов их делают иногда меньше промежуточных пролетов; см. об этом нашу книгу «Расчет и конструкция междуэтажного перекрытия», стр. 188, изд. 1928 г.

Расчет рам с промежуточными стойками может быть произведен в двух предположениях: 1) промежуточные стойки 2 и 3 (черт. 134) имеют сверху и внизу шарниры a и b (стойки, имеющие в вершине и в подошве шарниры, называются «качающимися стойками») и 2) промежуточные стойки (черт. 135) жестко связаны с ригелем.

В первом случае, т. е. при шарнирных стойках последние будут работать только на вертикальную нагрузку.



Черт. 133.

Действительно положим, что один пролет рамы нагружен, как показано на черт. 136. Под действием такой нагрузки ригель рамы изогнется приблизительно, как показано на чертеже пунктиром, повернувшись около шарнира a на некоторый угол α . Если шарниры идеальны, т. е. работают без трения, то промежуточная стойка 2 указанному повороту ригеля никакого противодействия оказывать не будет, т. е. она будет работать только на вертикальную нагрузку от ригеля.

Во втором случае (черт. 137), т. е., когда стойка 2 жестко связана с ригелем, и если при этом поперечные размеры стойки более или менее значительны, то изгиб (поворот) ригеля будет встречать со стороны стойки уже известное противодействие, и тем большее, чем больше поперечные размеры стойки. Следовательно, в этом случае стойка будет работать не только на вертикальную нагрузку от ригеля, но и на изгиб, вызванный изгибом (поворотом) ригеля.

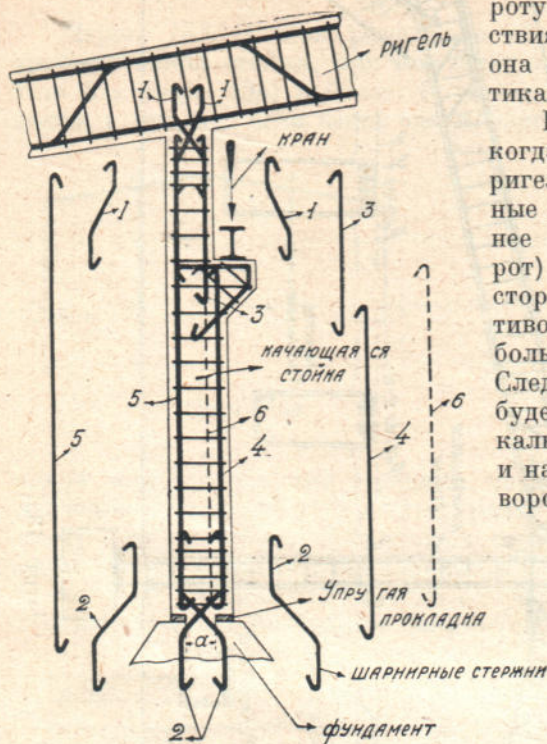
Степень статической неопределимости рам с промежуточными стойками определяется, по изложенному на стр. 8, в зависимости от того снабжены ли стойки шарнирами или нет и от количества стоек.

Конструктивные особенности промежуточных стоек следующие. Если рама рассчитана в предположении, что промежуточные стойки имеют по концам шарниры (черт. 134), то в этом случае сечение стоек обычно получается незначительным.

Действительно, указанные стойки рассчитываются как обыкновенные колонны на вертикальную нагрузку от веса кровли и снега, а т. к. эта нагрузка обыкновенно сравнительно незначительна, то в результате расчета стойка (особенно при применении сильной спиральной обмотки) получает вид тонкой железобетонной колонны. В этом случае, несмотря на то, что стойка рассчитана как шарнирная, шарниров все-таки можно не ставить, т. к. такая тонкая стойка, вследствие своей слабой жесткости, будет работать почти так же, как и стойка с шарнирами.

Здесь надо обратить внимание на слово «почти»: дело в том, что стойка не будет оказывать противодействия изгибу ригеля только в том случае, если (черт. 134) на концах ее a и b будут шарниры, и при том идеальные, т. е. работающие без трения.

Очевидно, что если шарниры отсутствуют, то, даже при очень тонкой стойке, последняя в действительности будет работать не только на вертикальную нагрузку, но и на изгиб. Это обстоятельство должно быть учтено при армировании стойки, а именно: в ней надо поставить арматуру в количестве несколько большем расчетного, т. к. при расчете этой арматуры имеется в виду, что стойка работает только на вертикальную нагрузку, тогда как в действительности, по сказанному выше,



Черт. 138.

она работает еще и на изгиб, и этот излишек арматуры должен быть тем больше, чем больше жесткость стойки.

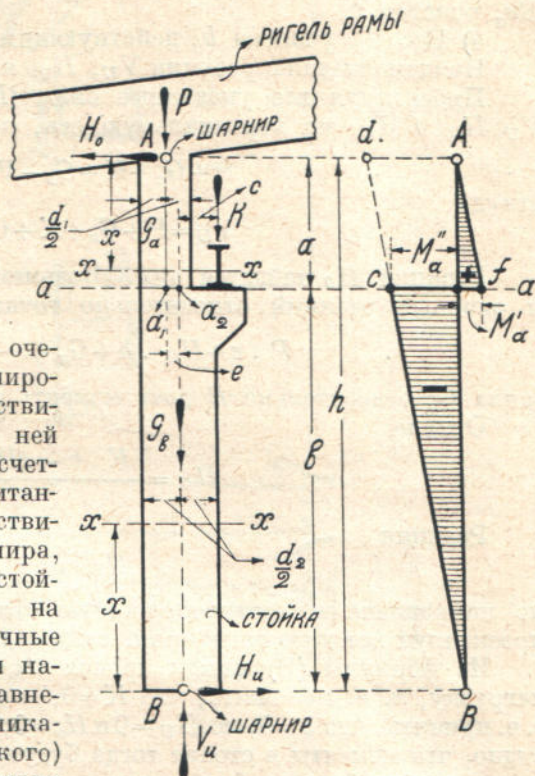
Такой же излишек арматуры рекомендуется ставить даже и в том случае, когда стойка снабжается шарнирами. Дело в том, что те шарниры, которые применяются в обычных железобетонных рамах (см. стр. 84), далеко не идеальны (несовершенны). Поэтому в действительности стойка, даже при шарнирах, в случае изгиба ригеля, будет оказывать ему известное противодействие, т. е. будет работать не только на вертикальную нагрузку, но и на некоторый изгиб. Но т. к. расчет арматуры в такой стойке произведен в предположении, что стойка работает только на вертикальную нагрузку, то очевидно, что и здесь следует армировать стойку так, чтобы действительное сечение арматуры в ней было несколько больше расчетного. Примером стойки, рассчитанной как шарнирная, а в действительности не имеющей шарнира, может служить промежуточная стойка на черт. 133 и стойки на черт. 170 и 171. Здесь поперечные размеры промежуточной стойки настолько незначительны по сравнению с размерами ригеля, что никакого (или точнее, почти никакого) противодействия повороту ригеля она оказывать не будет. Если же по каким-либо причинам (напр., при устройстве, черт. 138, на стойке крановых консолей) стойка получается с сильными поперечными сечениями, и если при этом она рассчитывалась как шарнирная, то (черт. 138) на концах ее A и B надо обязательно устроить шарниры, т. к. без таковых она уже будет оказывать значительное сопротивление повороту (изгибу) ригеля, т. е. будет работать не только на вертикальную нагрузку, но и на изгиб.

Следует заметить, что стойка, показанная на черт. 138, даже при наличии шарниров, будет работать на изгиб. Но этот изгиб здесь будет вызываться не изгибом ригеля, а действием эксцентрично приложенной нагрузки от крана.

Если убрать эту нагрузку, то стойка будет работать только на вертикальную нагрузку от ригеля (если не считать изгиба стойки, происходящего от несовершенства шарниров и пренебречь эксцентриситетом e на черт. 139).

Эпюра моментов в такой стойке будет иметь вид заштрихованных на черт. 139 двух треугольников (для ясности стойка, показанная на черт. 138, перенесена на черт. 139 в несколько искаженном масштабе).

Эта эпюра строится так (черт. 139). Стойку AB можно рассматривать, как балку с шарнирными опорами в точках A и B , и на которую действуют следующие силы:



Черт. 139.

- 1) Сила P — вертикальная нагрузка, передаваемая от ригеля рамы¹⁾
- 2) Вес G_a участка a стойки, действующий по оси этой части (на черт. 139 эта сила обозначена только буквой G_a , стрелка же для этой силы ошибочно не вычерчена).

3) Нагрузка от крана K , приложенная в расстоянии c от оси Ba_2 участка b , и

- 4) Вес G_b участка b , действующий по оси a_2B этого участка.

Найдем сначала реакции V_U , H_O и H_U .

Проектируя все указанные силы (P , G_a , G_b , K) и опорные реакции V_U , H_O и H_U) на вертикальную ось, получим

$$P + G_a + K + G_b - V_U = 0,$$

откуда

$$V_U = P + G_a + K + G_b \dots \dots \dots (A)$$

Реакция H_O найдется так. Возьмем момент всех указанных сил и опорных реакций относительно точки B , тогда получим

$$P \cdot e + H_O \cdot h + G_a \cdot e - K \cdot c = 0$$

(сила G_b относительно B дает момент, равный нулю).

Откуда

$$H_O = \frac{K \cdot c - (P + G_a)e}{h} \dots \dots \dots (B)$$

Реакция

$$H_U = H_O,$$

но направлена в противоположную сторону; в этом можно убедиться, проектируя все указанные выше силы и реакции на горизонтальную ось.

Из формулы (B) между прочим видно, что если убрать крановую нагрузку, т. е. положить, что $K=0$, и пренебречь эксцентриситетом e , т. е. принять, что $e=0$, то $H_U=0$ и $H_O=0$; а из формул (C и D), см. ниже, видно, что моменты в стойке тогда будут равны нулю; т. е., как сказано выше, стойка будет работать только на вертикальную нагрузку от силы P на черт. 139 и собственного веса стойки; заметим, что при отсутствии крановой нагрузки сечение стойки по всей высоте обыкновенно одинаково, и тогда $e=0$.

Момент в любом сечении $x-x$ участка a будет

$$M = H_O \cdot x \dots \dots \dots (C)$$

Действительно, рассматриваем часть рамы, лежащую выше $x-x$. На эту часть действуют силы: сила P , вес стойки на участке x и реакция H_O . Беря момент этих сил относительно $x-x$, получим выражение (C).

Момент в сечении $a-a$ найдется из выражения (C) подстановкой в него $x=a$, т. е.

$$M'_a = H_O \cdot a.$$

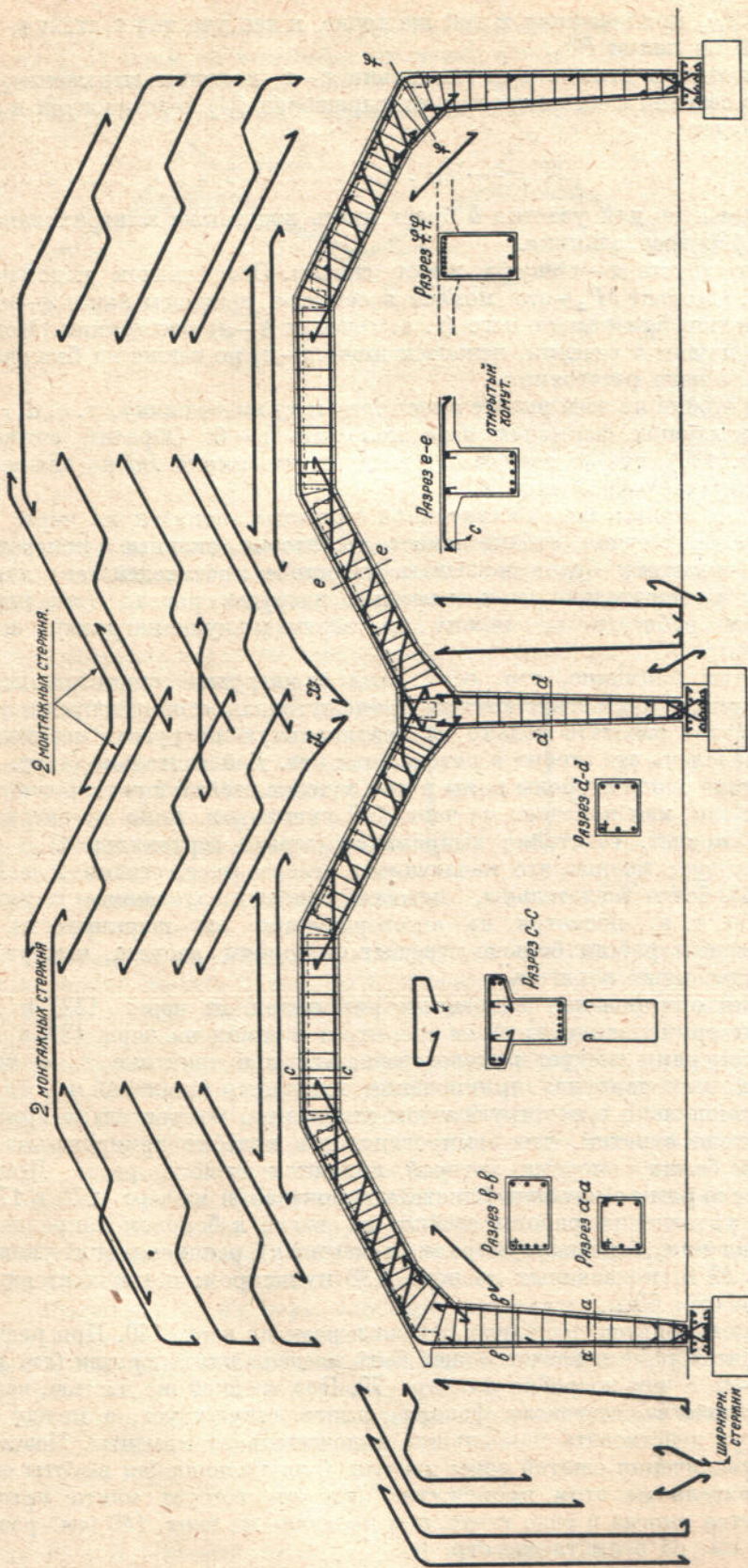
Моменты на всем протяжении этого участка, как видно из выражения (C), изменяются по линейному закону, а потому эпюра моментов на этом участке будет иметь вид заштрихованного на черт. 139 треугольника.

Момент в любом сечении $x-x$ участка b будет

$$M = -H_U \cdot x \dots \dots \dots (D)$$

Этот момент находится так. Рассмотрим часть стойки, лежащую ниже $x-x$. На эту часть действуют: реакция V_U , приложенная в точке B ,

¹⁾ Сила P идет по линии, соединяющей шарниры A и B . Т. к. эта прямая мало отклоняется от вертикали, то для упрощения дальнейших рассуждений считаем ее вертикальной.



Черт. 140.

реакция H_U , приложенная в той же точке, и вес участка x стойки, действующий по линии Ba_2 .

Беря момент этих сил относительно $x-x$, получим выражение (D). Момент в сечении $a-a$ получится из выражения (D) подстановкой в него $x=b$ и будет

$$M''_a = -H_U \cdot b \dots \dots \dots (E)$$

Эпюра моментов для участка b будет иметь вид также заштрихованного на черт. 139 треугольника.

На горизонте $a-a$ эпюра имеет скачок. Этот скачок надо понимать так. Момент M'_a — это момент в сечении, лежащем выше $a-a$, но на бесконечно близком от него (т. е. сечения $a-a$) расстоянии. Момент M''_a — это момент в сечении, лежащем ниже $a-a$, но также на бесконечно близком от него расстоянии.

Если стойка по всей высоте имеет одну и ту же толщину, т. е. $d_1 = d_2$, то в предыдущих формулах надо положить $e = 0$. Обратим внимание еще (черт. 139), что из сказанного следует, что линия Bd на эпюре моментов параллельна линии Af .

Пример стойки, жестко связанной с ригелем, показан на черт. 140. Здесь промежуточная стойка имеет достаточно сильные поперечные размеры, и потому будет оказывать известное противодействие изгибу ригеля, и следовательно, при известной нагрузке ригеля (см. ниже), она будет работать не только на вертикальную нагрузку, но и на изгиб.

Обратим внимание, что, если рама и нагрузка симметричны, то в этом случае при изгибе ригеля промежуточная стойка изгибаться не будет и будет работать только на вертикальную нагрузку, независимо от того, заделана эта стойка в ригель, или нет. Действительно (черт. 136) при загрузке одной стороны рамы и при заделке стойки в ригель стойка 2 изогнется так, как показано на черт. 137 пунктиром. Если же загрузить и другой пролет, то стойка выпрямится (станет вертикальной).

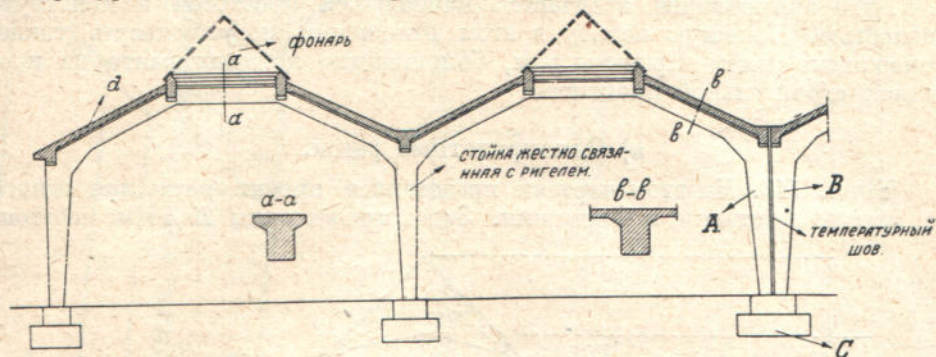
Существует мнение, что качающиеся стойки (т. е. стойки 2 и 3 на черт. 134) более желательны, нежели стойки, заделанные в ригель (черт. 135), т. к., несмотря на несовершенство их шарнирности, их действительная работа больше отвечает условиям расчета, чем работа стоек, заделанных в ригель.

Детали армирования описанных рам видны из черт. 133 и 140. Принципы армирования здесь те же, что и в рамах на черт. 125 и 129. Этими примерами следует руководствоваться и в практике, т. к. показанное на этих чертежах армирование отличается простотой и в то же время рационально в конструктивном отношении. Относительно армирования ригеля заметим, что армирование его подобно армированию неразрезной балки, опорами которой являются стойки рамы. Пример армирования рамы с качающейся стойкой показан и на черт. 170 и 172 а.

Для улучшения работы стойки на изгиб в боковом направлении (в направлении, перпендикулярном к чертежу) рекомендуется укладка стержней № 6, показанных на черт. 138 пунктиром; о таких стержнях см. также стр. 80.

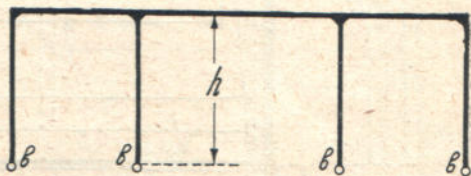
Остановимся еще на одной детали в раме на черт. 140. При расчете ригеля в этой раме в расчет может быть введена плита крыши (см. разрез по $e-e$), о чем подробно см. стр. 79. Над средней же частью, вследствие устройства светового фонаря, плита отсутствует, а между тем здесь могут действовать наибольшие положительные моменты. Поэтому, в целях увеличения сжатой зоны ригеля (для уменьшения высоты его), сечение ригеля на этом промежутке (где отсутствует плита крыши) устраивается иногда в виде тавра, как показано на черт. 140 (см. разрез по $c-c$); см. об этом также стр. 80.

На черт. 141 показано устройство температурного шва. Напомним, что по § 57 норм по железобетону через каждые 30—40 метров обязательно устройство температурного шва. Такие швы не только облегчают температурные и усадочные перемещения рамы, но и понижают степень



Черт. 141.

статической неопределимости конструкции, т. к. все сооружение разбивается на ряд отдельных сооружений. Разделение швом фундамента не требуется, но его следует обеспечить против возможного разрыва расположением соответствующей арматуры под швом у верхней поверхности. Хорошо, когда температурный шов совпадает с местом будущего развития сооружения (новой пристройки). Напр., на черт. 141 сначала может быть возведена часть здания А (слева от шва), а затем, в случае надобности, к ней может быть пристроена часть В (справа от шва), причем фундамент С должен быть построен полностью (для частей А и В) при постройке части А.



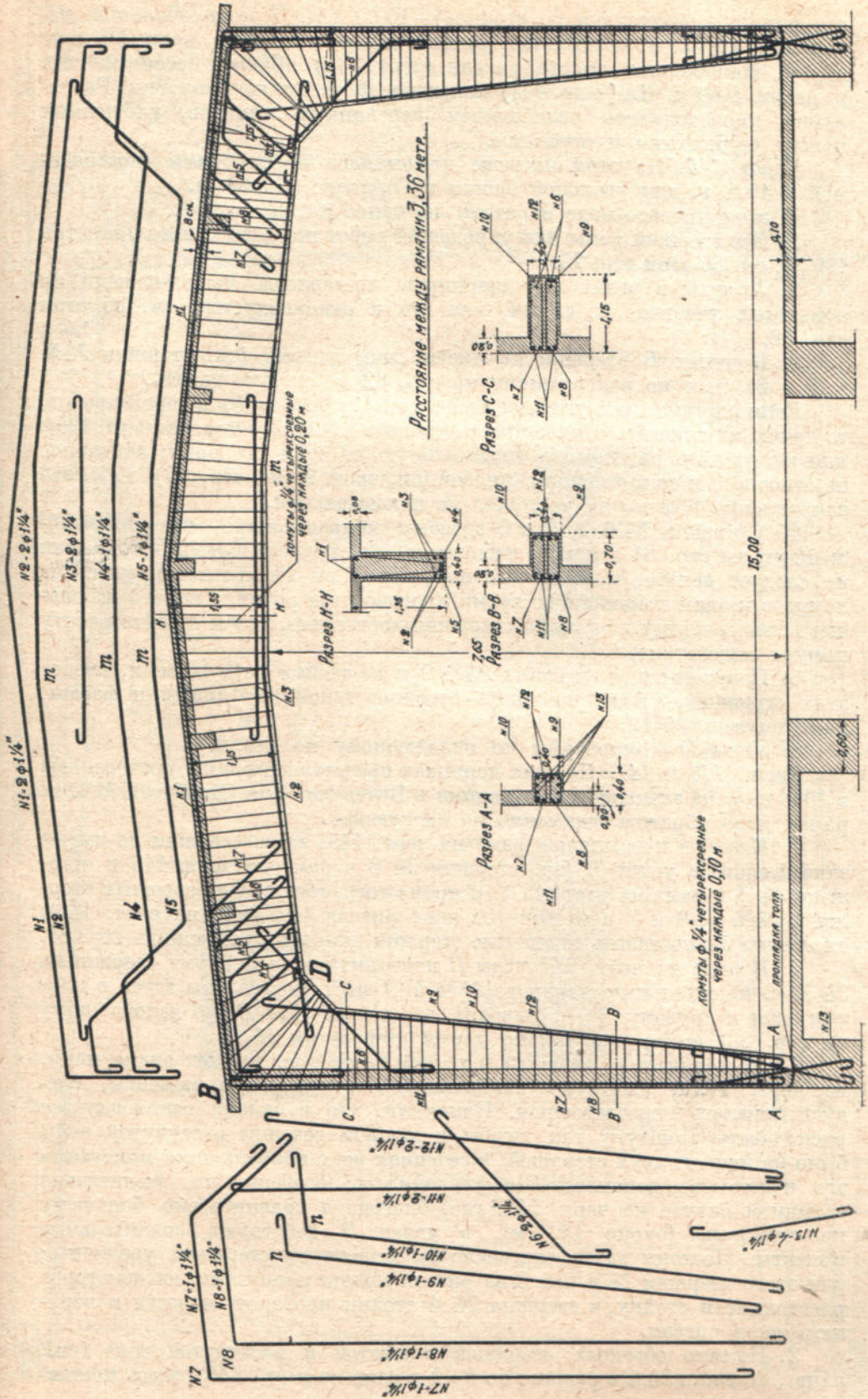
Черт. 142.

Относительно конструкции шарниров описанных выше качающихся стоек можно сказать то же, что и относительно шарнирных опор на стр. 85. Т. е. здесь (черт. 138) шарнирное соединение достигается путем закладки перекрещивающихся (или вертикальных) шарнирных стержней 1 и 2, которые верхними своими концами заходят в ригель, а нижними в стойку. Для увеличения шарнирного действия таких шарниров по краям стойки устраивают иногда упругие прокладки (см. черт. 138 внизу), при чем ширина a , передающая продольное усилие опоре, должна быть рассчитана по изложенному на стр. 86 в соответствии с допускаремым напряжением бетона на сжатие. Вследствие больших здесь сжимающих напряжений, рекомендуется части конструкции, примыкающие к шарниру, армировать часто расположенными хомутами, которые иногда заменяются спиральной обмоткой. О деталях шарниров см. также стр. 84.

Расчет рамы на черт. 135 (при незначительном уклоне крыши и при условии, что все стойки жестко связаны с ригелем и имеют в точках b шарниры) может быть произведен по готовым формулам для рамы на черт. 142 (с горизонтальным ригелем), приведенным в книге Клейнгогеля «Формулы для расчета сложных рам», только в этих формулах за высоту стоек h следует принять

$$h = \frac{h_1 + h_2}{2},$$

где h_1 и h_2 — высота стоек в раме на черт. 135.



Черт. 145.

где ригель пересекается со стойкой) — 100,0 т.м. Т. е. наибольшие моменты в углах и посередине ригеля оказались почти равными друг другу. Наибольшая высота ригеля (черт. 143) принята посередине его и равна 1,80 м. На (черт. 144) показана также схема опалубки. Распалубка производилась ослаблением деревянных клиньев, уложенных между подмостями и стойками.

Черт. 145. На этом чертеже представлен проект рамы, построенной в 1926 г. для угольной башни в Горловке (Донбасс).

В этом проекте надо обратить внимание на следующее:

1. Все стержни рамы для упрощения работ приняты одного диаметра ($1\frac{1}{4}$ "), см. об этом стр. 75.

2. Хомуты в углах и у шарниров поставлены чаще, нежели на остальных участках, т. е. так, как это и рекомендуется; см. об этом стр. 88.

3. В углах *B* стержни не имеют закруглений (см. стержни №№ 1, 7 и 8), чего по изложенному на стр. 82 не следует делать.

Если же такие закругления имелось в виду выполнить во время работ, то лучше их показать и на чертеже (как это сделано, напр., на черт. 125), или же сделать на чертеже специальную об этом оговорку; сказанное не относится к закруглениям отгибов (см. черт. 95 на стр. 77), т. к. эти закругления обычно на чертежах не показываются.

4. Стержни №№ 2, 4 и 5 сделаны непрерывными, что по изложенному на стр. 84 также во избежание откалывания бетона в точках *m* не следует делать, т. к. трудно поручиться за абсолютное прилегание хомутов к этим стержням во время производства работ, а самого небольшого зазора между хомутом и стержнем достаточно, чтобы сделать работу хомута недействительной.

5. Переломы *n* в стержнях №№ 9 и 10 стойки не нужны, и, вместо этих стержней, проще поставить стержни такой же длины и формы, как стержень № 12.

6. Углы *D* армированы по изложенному на стр. 83.

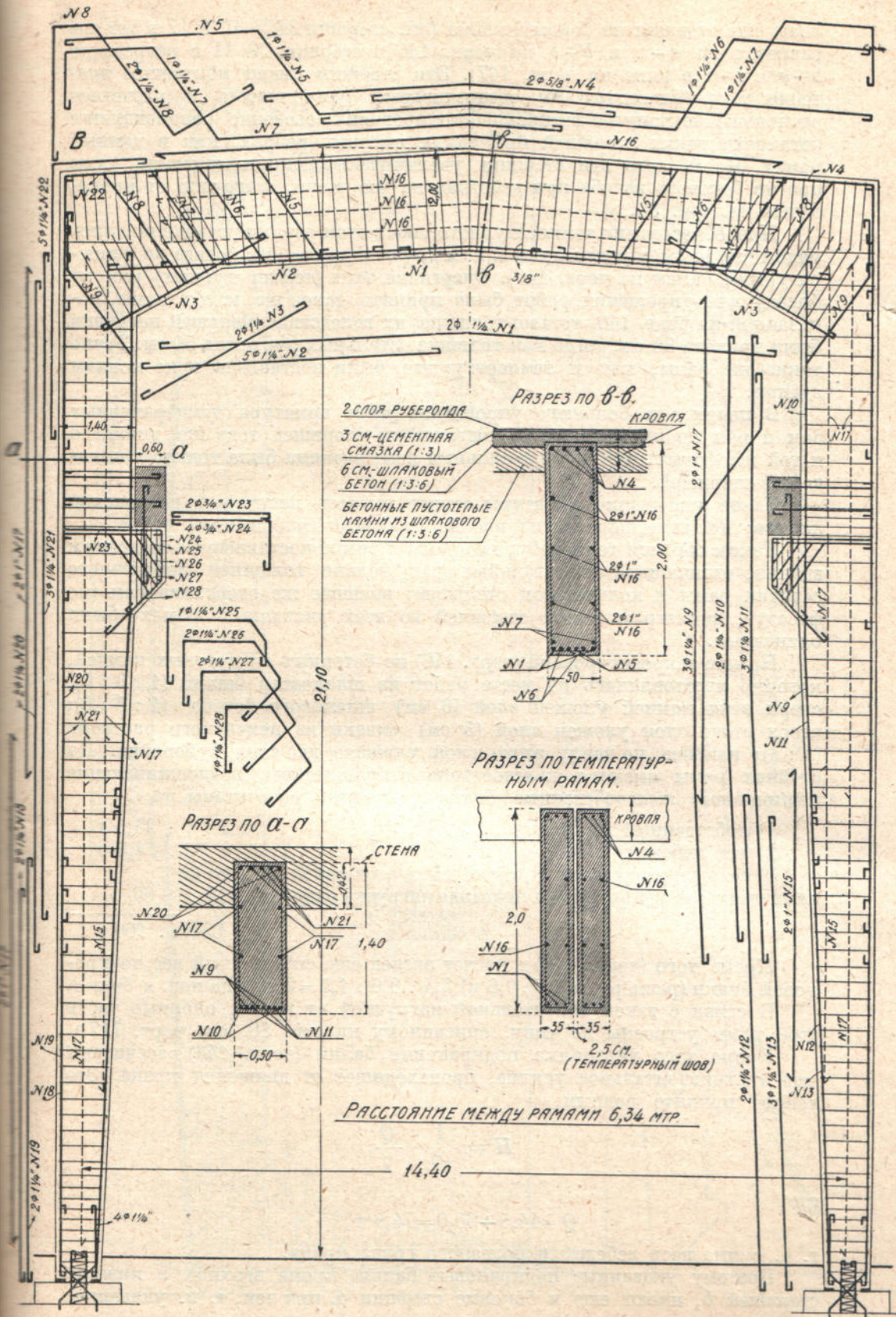
Черт. 146 и 147. На этих чертежах представлены рамы, построенные в 1928 году на электрической станции в Вечернем Куте (Донбасс). В этих рамах надо обратить внимание на следующее.

1. Как и в предыдущей раме на черт. 145, здесь стержни не имеют закруглений в углах *B* (см. стержни № 8 в раме на черт. 146 и стержень № 5 в раме на черт. 147), и кроме того, вместо непрерывных стержней №№ 5, 6 и 7 в растянутой зоне ригеля (см. раму на черт. 146), следовало бы поставить отдельные стержни, как это изложено на стр. 84.

2. В раме на черт. 147 углы *B* перекрыты только двумя стержнями № 5, т. к. остальные стержни (№№ 4, 7 и 8) поставлены здесь в притык один к другому. Т. е. выходит, что самый угол *B* (по изложенному на стр. 83) армирован только двумя стержнями № 5.

Такое количество стержней в данном месте, где, как это видно, напр. из черт. 102а, действуют наибольшие отрицательные моменты, следует признать недостаточным. Напомним, что в балках рекомендуется располагать арматуру так, чтобы в каждом сечении растянутой зоны было не меньше двух стержней; в сечениях же с наибольшими моментами это количество рекомендуется увеличивать; особенно это желательно в данном случае на черт. 147, где, благодаря сравнительно большому пролету рамы (около 18,0 м), в углах *B* действуют значительные моменты. Поэтому здесь следовало бы количество стержней увеличить; для этого стержни №№ 2 и 8 из ригеля можно пропустить на некоторое расстояние в стойку, и стержни № 4 стойки наоборот — завести в верхнюю часть ригеля.

3. Помимо обычных стержней в сжатой и растянутой зоне (см., напр., стержни № 4 в разрезе по *b-b* в раме на черт. 146), здесь постав-



Черт. 146.

лены еще стержни по бокам сечения (см. стержни №№ 16 и 17 в тех же разрезах по $a-a$ и $b-b$ на черт. 146 и стержни № 11 в разрезе по $b-b$ и $c-c$ в раме на черт. 147). Эти стержни имеют монтажное значение, т. к. благодаря им обеспечивается устойчивость и расчетное расположение хомутов во время бетонирования; особенно рекомендуется установка таких стержней при таких высоких ребрах, как в данных рамах. Кроме того эти стержни увеличивают сопротивляемость рамы против бокового изгиба при действии на нее, напр., нагрузки от крана, о чем см. стр. 80.

Для образования температурного шва в этом здании устанавливались рядом две рамы в расстоянии 2,5 см друг от друга (см. разрез по температурным рамам на черт. 146). Очертание этих (температурных) рам по фасаду для упрощения работ было принято такое же, как и рамы, показанной на черт. 146, только толщина их вследствие меньшей нагрузки была принята 35 см, тогда как толщина остальных рам равна 50 см. Точно такие же рамы, как и температурные, были поставлены и по концам здания.

В целях еще большего упрощения работ арматура температурных рам и рам по концам зданий состояла из стержней того же диаметра и той же формы, что и для остальных рам; разница была только в количестве стержней.

Такое упрощение арматуры может вызвать некоторый перерасход железа; но этот перерасход вполне окупается упрощением работ.

Таким образом температурные рамы и рамы, поставленные по концам здания, отличались от остальных рам только толщиной поперечного сечения рамы и количеством стержней; внешнее же очертание рам (по фасаду), диаметр и форма стержней во всех указанных рамах были одинаковы.

Крыша запроектирована (черт. 146) из бетонных пустотелых камней, которые изготовлялись на месте работ из шлакового бетона (1 : 3 : 6); сверх этих камней уложен слой (6 см) шлакового бетона (1 : 3 : 6); сверх этого слоя уложен слой (3 см) смазки из цементного раствора (1 : 3); наконец по верху этого слоя уложено два слоя рубероида. На стойках рамы имеются железобетонные кронштейны, поддерживающие подкрановые железобетонные балки. Эти балки рассчитаны на

- | | |
|---|--------|
| 1) собственный вес крана | 25,5 т |
| 2) вес лебедки | 14,5 » |
| 3) полезную нагрузку от крана в 50 т с добавкой 20% на динамичность; итого расчетная полезная нагрузка равна 50 . 1,2 . . . | 60 » |

Всего . 100 т

Кроме того (черт. 148) в расчет введен еще собственный вес подкрановой балки (размеры ее 1,5 . 0,6 м) $2,4 \cdot 0,6 \cdot 1,5 = 2,16$ т на пог. м балки.

В связи с такой значительной нагрузкой от крана, опорные части этой рамы устроены по типу, описанному на стр. 88, см. черт. 117а.

Кроме того указанные подкрановые балки (черт. 148) рассчитаны еще на горизонтальное усилие, происходящее от движения крана. Это усилие принято равным

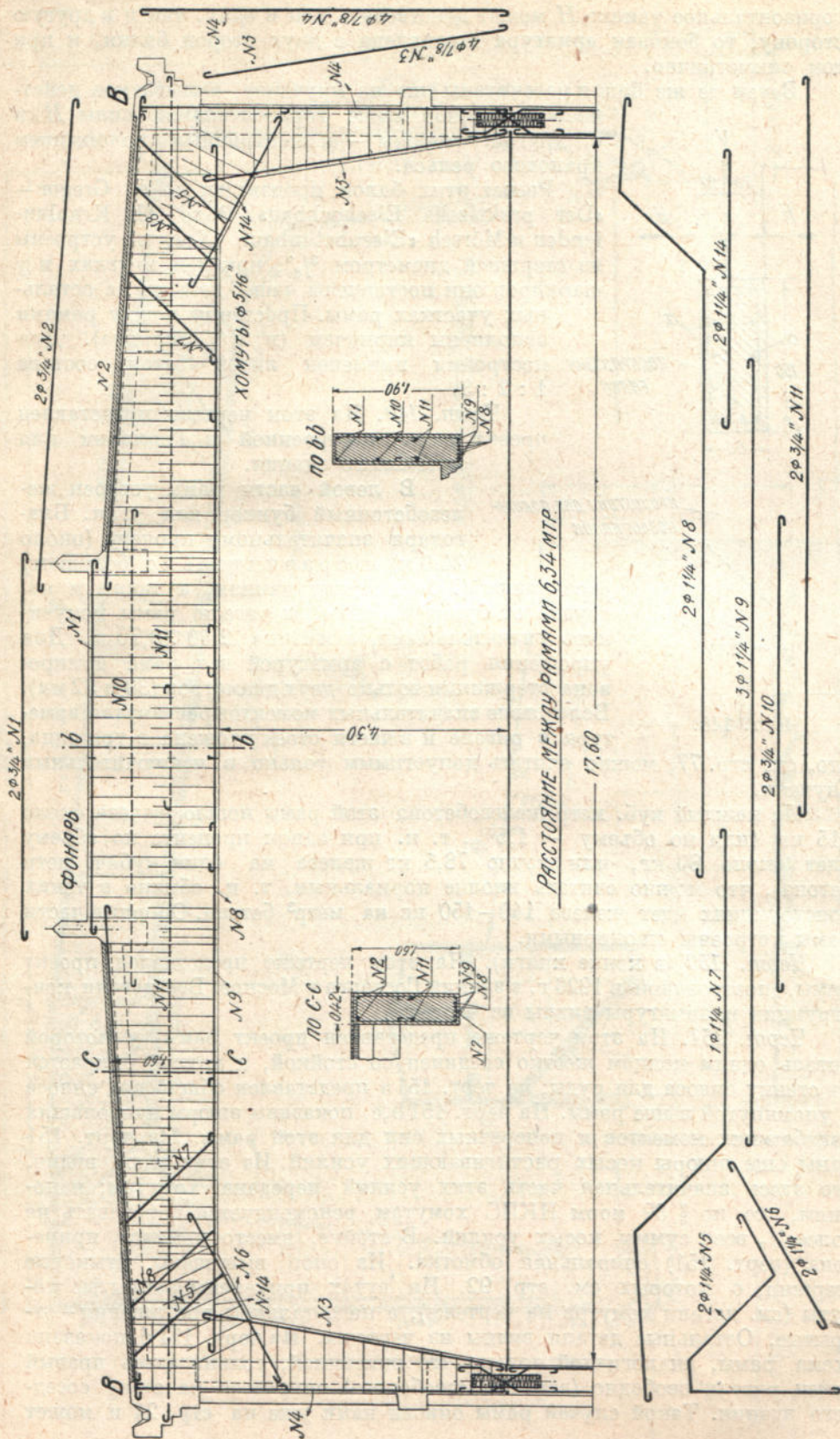
$$H = \frac{1}{10} \cdot \frac{Q}{2},$$

где

$$Q = 14,5 + 60,0 = 74,5 \text{ т,}$$

т. е. сумме веса лебедки и полезного груза крана.

Поэтому указанные подкрановые балки, кроме верхних и нижних стержней b , имеют еще и боковые стержни a , при чем, т. к. указанное



Черт. 147.

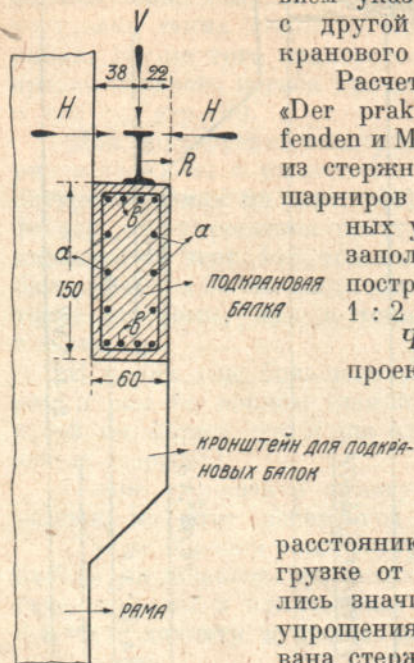
горизонтальное усилие H может действовать как в одну, так и в другую сторону, то боковая арматура поставлена с двух сторон балки, и при том симметрично.

Затем те же балки рассчитаны еще на кручение, вызываемое действием указанной выше горизонтальной силы H и с другой стороны — эксцентричным положением кранового рельса.

Расчет этих балок произведен по А. Gregor — «Der praktische Eisehohbau», Band II, Kranlaufenden и Mörsch «Eisenbetonbau». Хомуты устроены из стержней диаметром $\frac{3}{8}$ " , при чем в углах и у шарниров они поставлены чаще, нежели на остальных участках рамы. Простенки между рамами заполнены кирпичем (в $2\frac{1}{2}$ кирпича). Для постройки применен литой бетон состава 1 : 2 : 3.

Черт. 149. На этом чертеже представлен проект рамы, построенной в Германии для котельного здания.

В левой части рамы устроен железобетонный бункер для угля. Благодаря значительному пролету (около 24,0 м) и сравнительно большому расстоянию (7,0 м) между рамами, а также и нагрузке от бункера, размеры ригеля рамы получились значительными, а именно 2,40 · 0,70 м. Для упрощения работ с арматурой вся рама армирована стержнями только двух диаметров (30 и 32 мм). Вследствие значительных моментов растянутая арматура в ригеле и в части стоек уложена в три ряда,



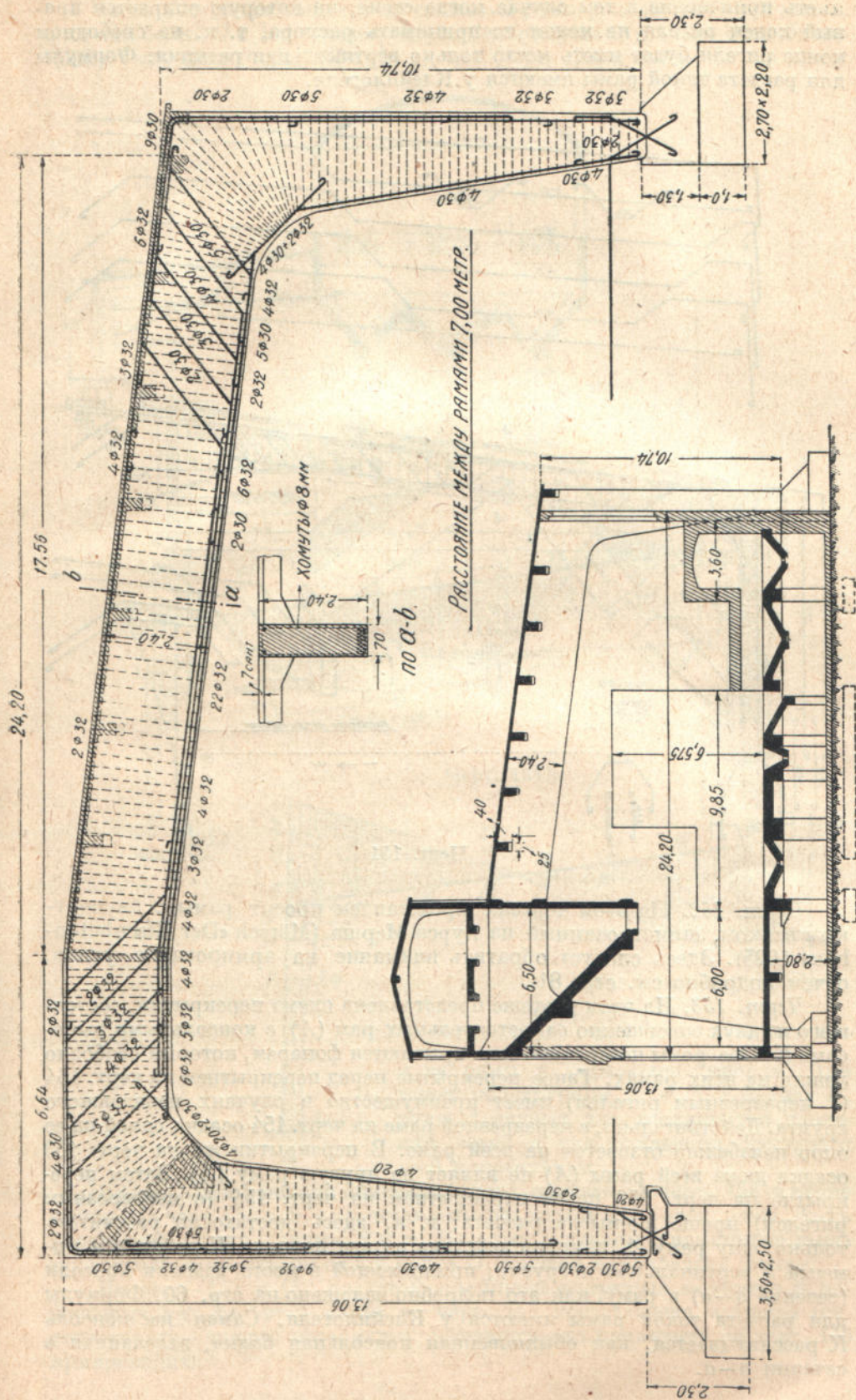
Черт. 148.

что, см. стр. 77, можно считать допустимым только в исключительных случаях.

На каждый куб. метр железобетона этой рамы пошло железа около 115 кг (или по объему — 1,5%, т. к. при одном проценте по объему идет около 80 кг, или точно 78,5 кг железа на один кубич. метр бетона), что можно считать вполне нормальным, т. к. обычно в таких конструкциях идет железа 140—150 кг на метр³ бетона. Опорные части рамы устроены шарнирными.

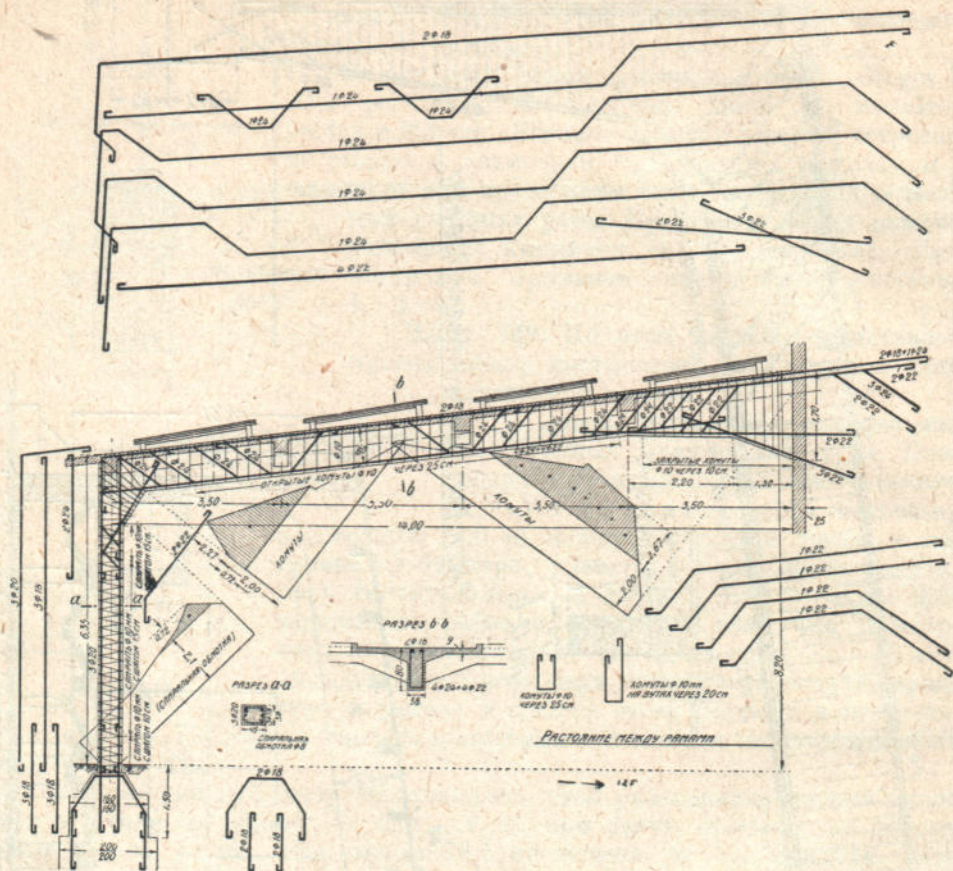
Черт. 150 (в конце книги). На этом чертеже представлен проект рамы, построенной в 1926 г. в здании Госторга в Москве. Все детали конструкции и арматуры видны из чертежа.

Черт. 151. На этом чертеже представлен проект рамы, у которой ригель одним концом жестко соединен со стойкой, а другой опирается на стенку силоса для руды; на черт. 151 а представлен общий вид силоса и упомянутой выше рамы. На черт. 151 б, в показаны эпюры наибольших изгибающих моментов и поперечных сил для этой рамы. На черт. 151 даны еще эпюры косых растягивающих усилий. Из этих эпюр видно, что здесь значительная часть этих усилий передана хомутам; напомним, что по § 39 норм НКПС хомутам рекомендуется передавать не более $\frac{1}{3}$ всей суммы косых усилий. В стойке, вместо хомутов, применена (черт. 151) спиральная обмотка. Из опор вышущены стыковые стержни, о которых см. стр. 92. На вутах применены закрытые хомуты (см. детали хомутов на чертеже), а на остальном протяжении — открытые. Остальные детали видны из чертежа. На черт. 151 д показана схема рамы, аналогичной только что описанной, только здесь правый конец ригеля свободно (заметим «свободно») опирается на стену соседнего здания. Такой случай рамы описан нами уже на стр. 24 и может



Черт. 149.

иметь применение в том случае, когда стена, на которую опирается правый конец ригеля, не может воспринимать распора, т. к. на свободном конце ригеля будет иметь место только вертикальная реакция. Формулы для расчета такой рамы имеются у Клейнлогеля.

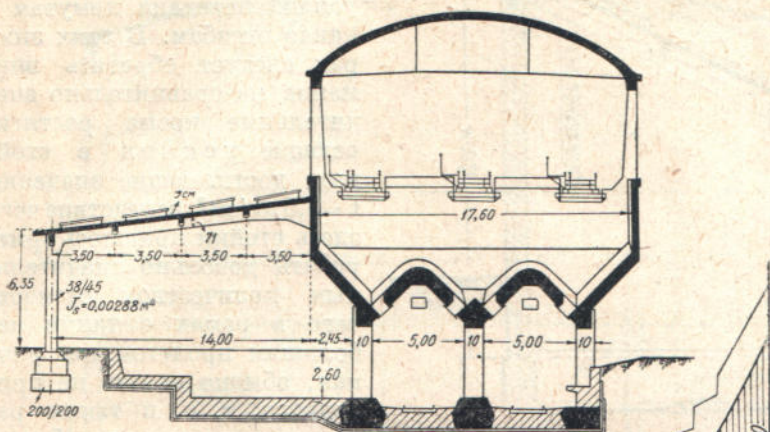


Черт. 151.

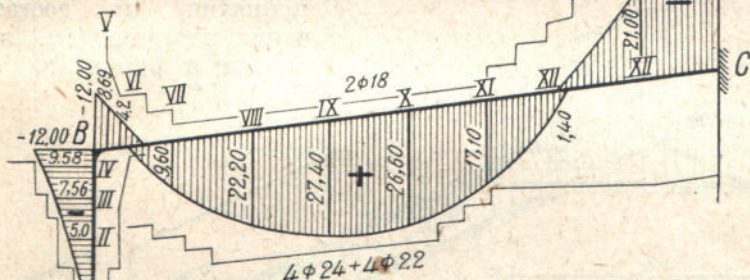
Черт. 152. На этом чертеже представлен проект рамы с двускатным верхом, заимствованный из курса Мерша (Mörsch «Der Eisenbetonbau» 1925). Здесь следует обратить внимание на армирование углов, о чем подробно см. стр. 81.

Черт. 153. На этом чертеже представлена схема перекрытия, состоящего из двух совершенно самостоятельных рам (А) с консольными выносами К. Обе рамы посередине перекрываются фонарем, который свободно лежит на этих рамах. Такое перекрытие перед перекрытием на черт. 154 (с неразрезным ригелем) имеет преимущество в случаях ненадежного грунта. Действительно, в неразрезной раме на черт. 154 осадка одной из ее опор неизбежно отзовется на всей раме. В перекрытии же на черт. 153 осадка даже всей рамы (А) не влияет на другую раму (А). Затем перекрытие на черт. 153 перед перекрытием на черт. 154 (с неразрезным ригелем) проще в смысле расчета, т. к. здесь достаточно рассчитать только одну раму А, заменив действие на нее консоли К действием момента и вертикальной нагрузки, приложенной в месте заделки консоли (сечение а-а) в раму, как это подробно изложено на стр. 60. Формулы для расчета такой рамы имеются у Клейнлогеля. Самая же консоль К рассчитывается, как обыкновенная консольная балка, заделанная в сечении а-а.

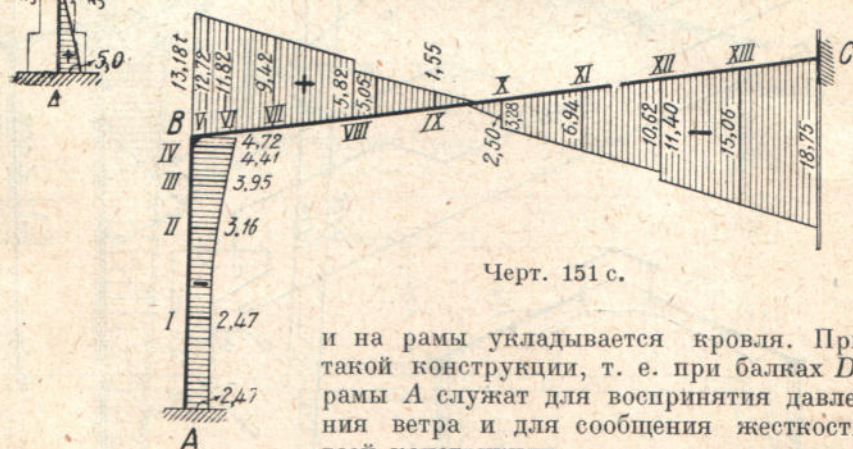
Часто поступают так, что на стойки *C* рамы укладывают прогоны *B*, а по ним балки *D* с консолями, идущие параллельно рамам. Этим балкам может быть одна (черт. 155 а, б, с), две (черт. 153) и более. На эти балки



Черт. 151 а.



Черт. 151 б.

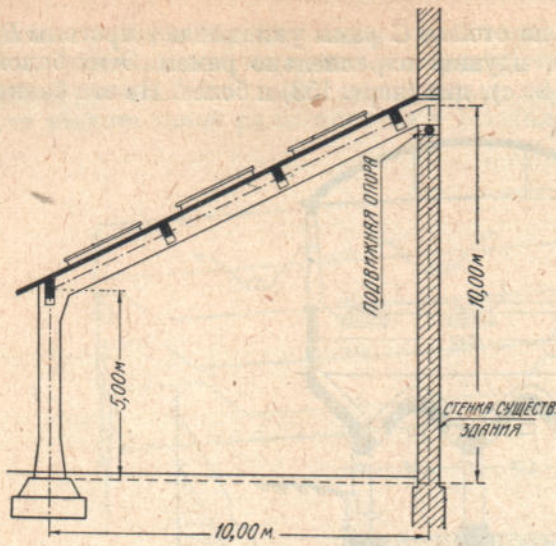


Черт. 151 с.

и на рамы укладывается кровля. При такой конструкции, т. е. при балках *D*, рамы *A* служат для восприятия давления ветра и для сообщения жесткости всей конструкции.

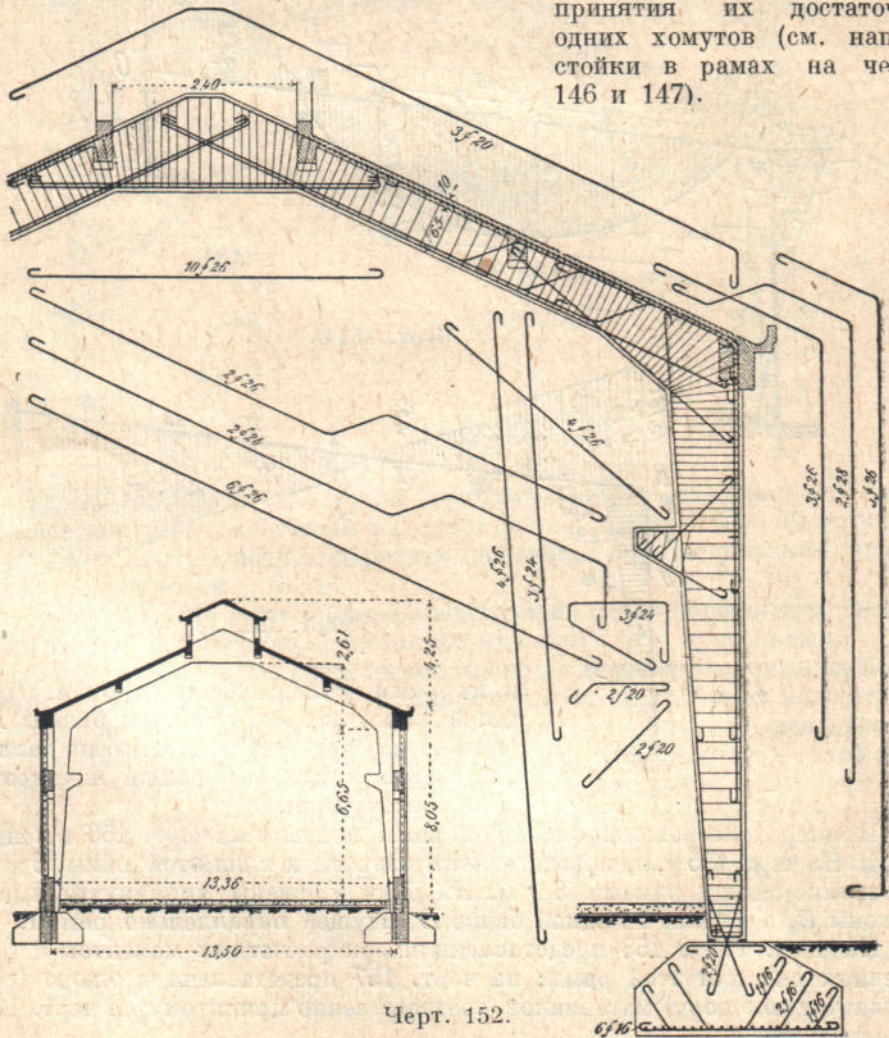
Пример армирования описанной рамы показан на черт. 156 в конце книги. На черт. 155 а, б, с представлены разрезы и план этой рамы. Здесь расстояние между рамами 8,0 м. На рамы уложены упомянутые выше прогоны *B*, а на них по одной балке *D*, идущей параллельно рамам.

На черт. 157 и 158 представлены эпюры расчетных моментов и поперечных сил для этой рамы; на черт. 157 представлена и эпюра (см. ступеньчатую эпюру) материалов соответственно принятому на черт. 156 армированию.

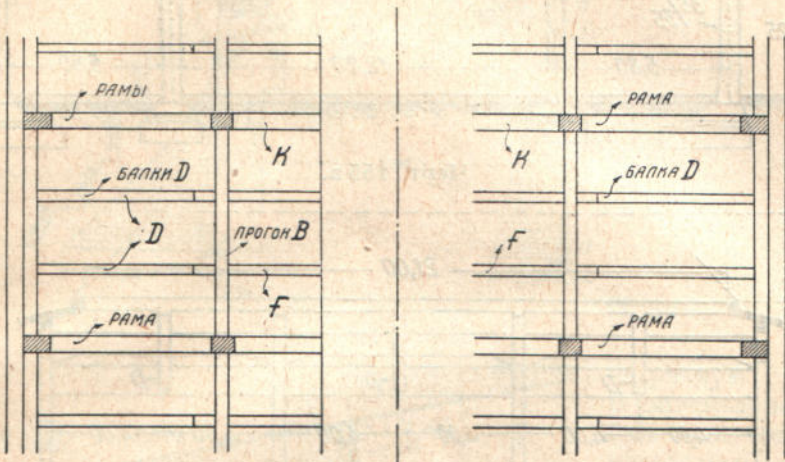
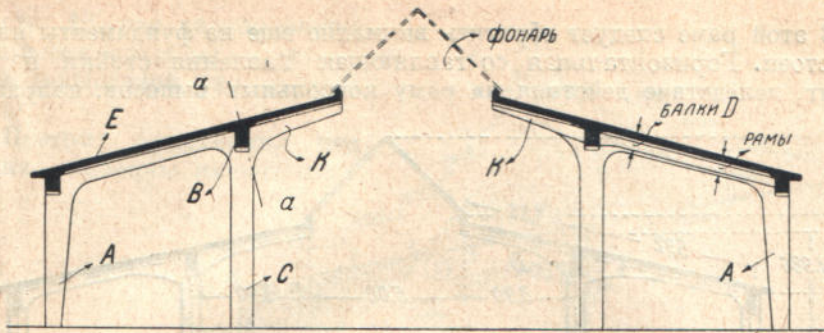


Черт. 151 d.

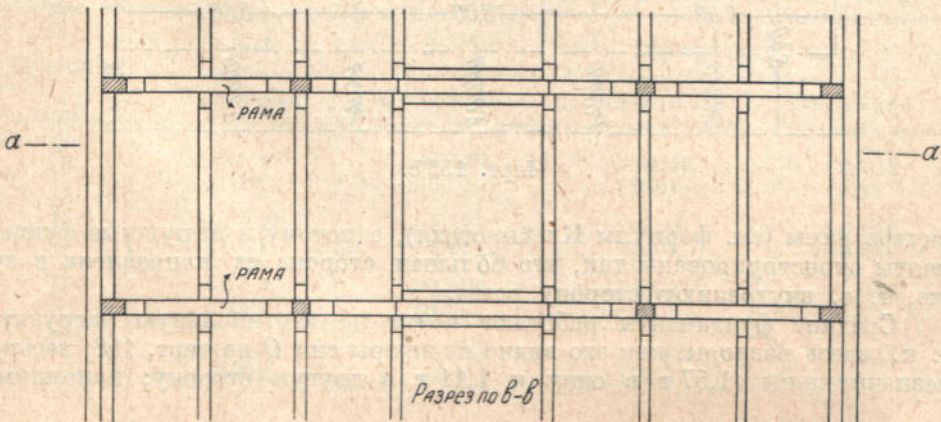
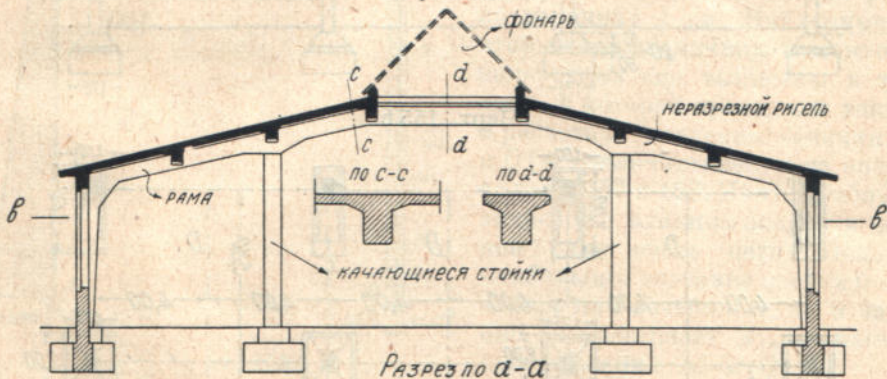
На черт. 156 показаны также эпюры косых растягивающих усилий, из которых видно, какая часть этих усилий передана хомутам и какая отгибам. В этих эпюрах следует обратить внимание на сравнительно значительные косые растягивающие усилия в стойках, достигающие значения $t = 5,5 \text{ кг/см}^2$, вследствие чего здесь стойки пришлось армировать довольно значительным количеством отгибов, чего в рамах с таким небольшим пролетом, как данная, обычно делать не приходится, т. к. в таких рамах косые усилия обычно незначительны и для восприятия их достаточно одних хомутов (см. напр., стойки в рамах на черт. 146 и 147).



Черт. 152.

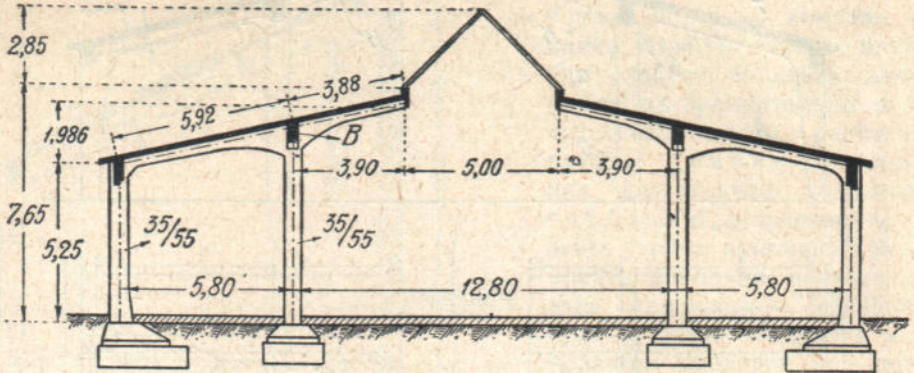


Черт. 153.

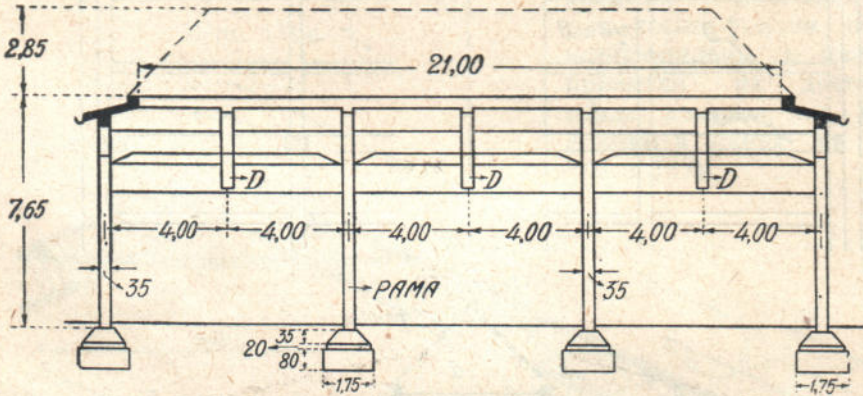


Черт. 154.

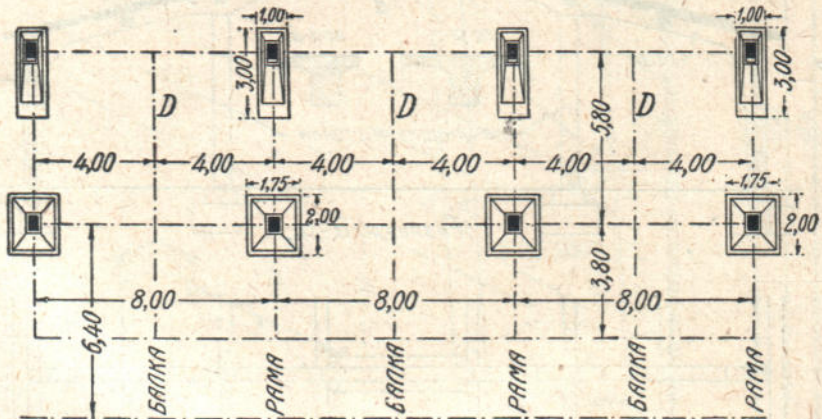
В этой раме следует обратить внимание еще на фундаменты наружных стоек. Горизонтальная составляющая давления стойки на фундамент, вследствие действия на раму консольных выносов, направлена



Черт. 155 а.



Черт. 155 б.



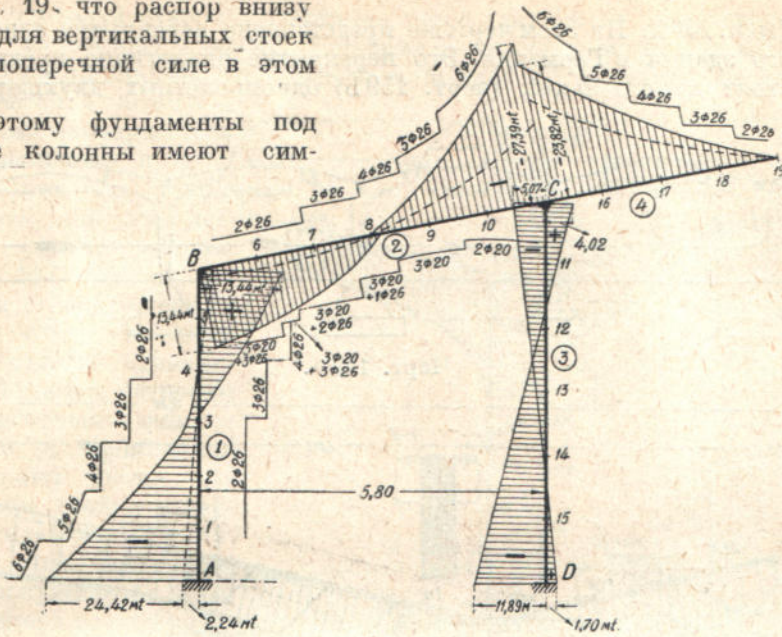
Черт. 155 в.

внутри рамы (см. формулы Клейнлогеля), а потому и наружные фундаменты сконструированы так, что большая сторона их направлена в ту же, т. е. внутреннюю сторону рамы.

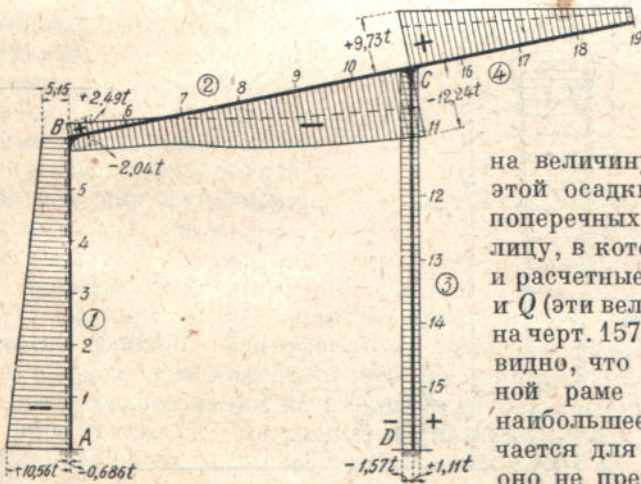
Средние фундаменты работают почти на вертикальную нагрузку, т. к. здесь распоры, как это видно из эпюры сил Q на черт. 158, весьма незначительны (1,57 т в одну и 1,11 т в другую сторону; напомним,

см. стр. 19, что распор внизу стойки для вертикальных стоек равен поперечной силе в этом месте).

Поэтому фундаменты под средние колонны имеют сим-



Черт. 157.



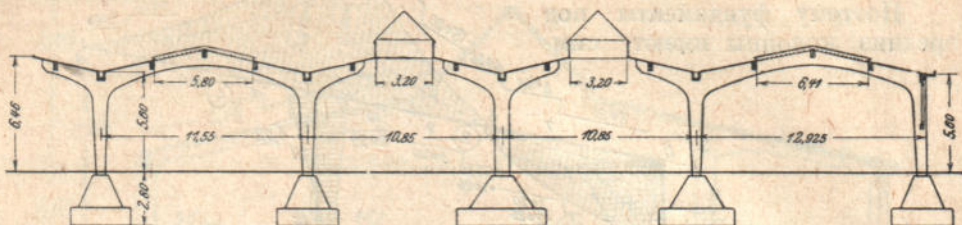
Черт. 158.

метричную форму. В описываемой раме был произведен еще расчет на осадку внутренней стойки рамы на величину 1 см. Найденные от этой осадки величины моментов и поперечных сил выписаны в таблицу, в которой приведены также и расчетные значения величин M и Q (эти величины взяты из эпюры на черт. 157 и 158. Из этой таблицы видно, что влияние осадки в данной раме очень незначительно; наибольшее значение осадки получается для сечения D , но и здесь оно не превышает 2% от расчетных значений M и Q .

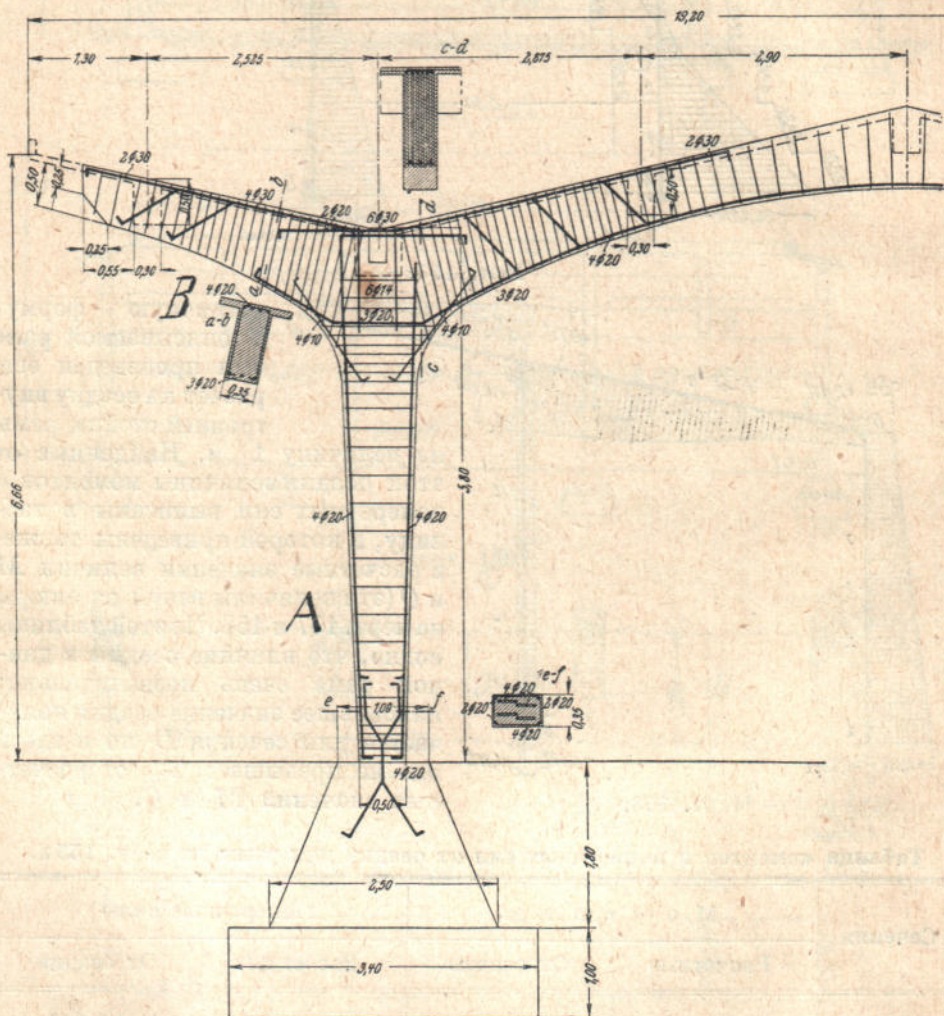
Таблица моментов и поперечных сил от осадки для рамы на черт. 155 а.

Сечения	Моменты		Поперечные силы	
	Расчетные	От осадки	Расчетные	От осадки
A	-24,42 (100)	-0,125 (0,5)	-10,56 (100)	+0,016 (0,1)
B	+13,44 (100)	-0,216 (1,6)	-5,15 (100)	+0,016 (0,2)
C	-27,39 (100)	+0,123 (0,4)	-12,24 (100)	+0,057 (0,4)
D	-11,89 (100)	-0,235 (2)	-1,57 (100)	-0,016 (1)

Черт. 159 а. На этом чертеже представлено перекрытие одного фабричного здания в Германии. Это перекрытие аналогично предыдущему и состоит из отдельных (черт. 159 б) однопролетных двухшарнирных



Черт. 159 а.



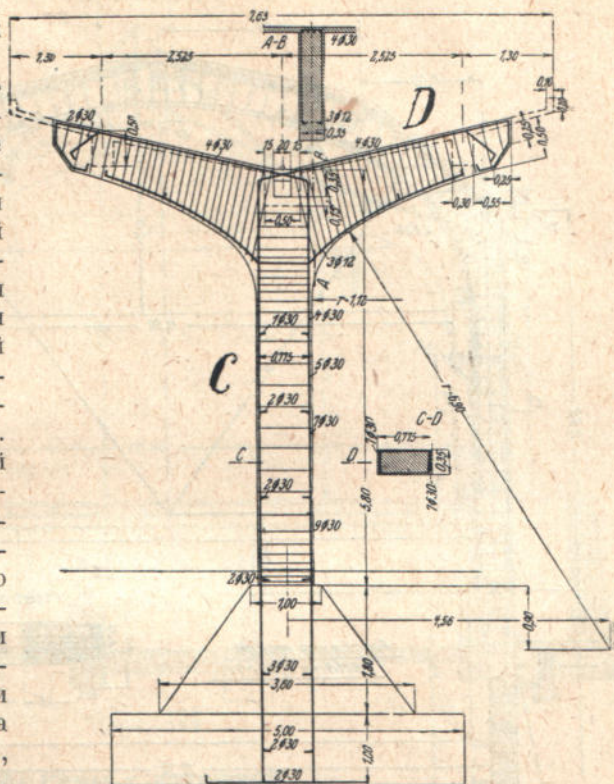
Черт. 159 б.

рам с консолями. Между каждым двумя соседними рамами (черт. 159 с) устроено (в виде зонтика) перекрытие, состоящее из стойки С и двух консолей D. На консолях рам и зонтичного перекрытия установлены световые фонари.

Черт. 160. На этом чертеже представлена двухшарнирная рама для перекрытия здания силовой станции.

С внутренней стороны очертание рамы сделано по коробовой кривой, а с наружной — ломаное. Расстояние между рамами 6,0 м. Т. к. опоры здесь шарнирные, то моменты в стойках по направлению к низу уменьшаются, а потому и

поперечные размеры стоек по направлению к низу можно было бы также уменьшить, как это, например, сделано в раме на черт. 147. Но по эстетическим соображениям размеры стоек по всей высоте приняты одинаковыми. Шарниры устроены из перекрещивающихся стержней с прокладкой (в наружных третях, между низом стойки и верхом фундамента) толя. Особого внимания в этой раме заслуживает передача распора рамы фундаментам, в виде стен высотой 7,0 м. Устройство затяжки здесь было невозможно, т. к. внутри помещения устроен фундамент под машину и кроме того потолок на уровне верха фундамента, при чем как фундамент, так и потолок (во избежание передачи сотрясений

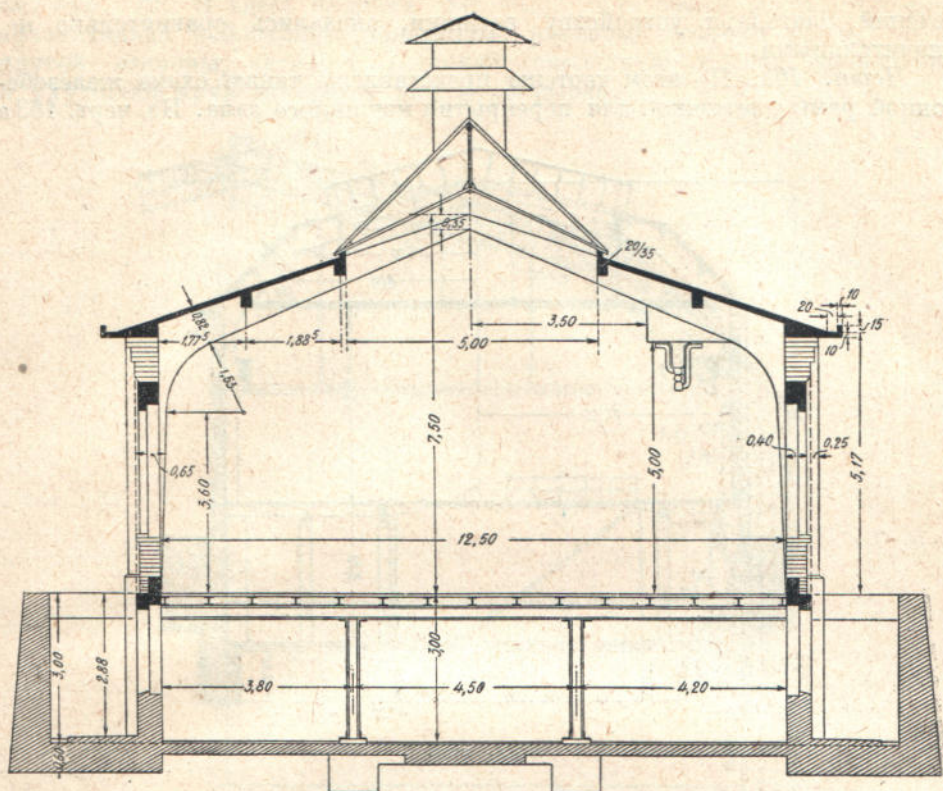


Черт. 159 с.

от машины стенам здания) должны быть отделены от последнего (т. е. здания) швом. Для восприятия распора рамы стены фундамента усилены контрфорсами, расположенными в плоскости рам. При расчете этих контрфорсов было принято во внимание также и пассивное давление земли на высоте фундаментных стен. На высоте 4,70 м от низа стоек рам устроены кронштейны, поддерживающие крановые балки. Принятое с внутренней стороны коробовое очертание рамы вызвано стремлением получить возможно большую свободную высоту для передвижения крановой фермы. Длина здания 40 м. На одном конце здания торцевая рама подперта посередине железобетонной стойкой. Кроме того на высоте крановых балок между стойками этой рамы перекинута железобетонная балка, поддерживающая остекление торцевой стены. На другом же конце здания торцевая рама имеет размеры, показанные на черт. 160, что дает возможность, в случае надобности, увеличить в будущем длину здания.

Черт. 161. На этом чертеже представлена схема перекрытия здания для фабрики красок. По своим размерам это перекрытие ничего необыкновенного из себя не представляет. Интересным же здесь является устройство шарнира в ключе (в самом коньке рамы).

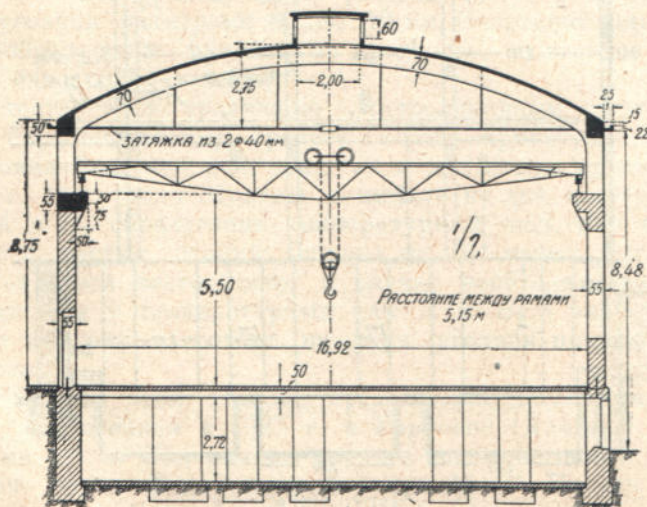
Дело в том, что при проектировании этой рамы заводоуправлением было выставлено требование придать раме возможно меньшие поперечные размеры в пределах верхнего света, т. е. в верхней части ригеля на ширине (см. чертеж) 5,0 м. В виду этого пришлось устроить указанный выше шарнир в ключе рамы. Внизу стоек устроены также шарниры.



Черт. 161.

б) Рамы с затяжкой.

Перед чтением дальнейшего текста рекомендуется прочесть изложенное о рамах с затяжкой на стр. 96.

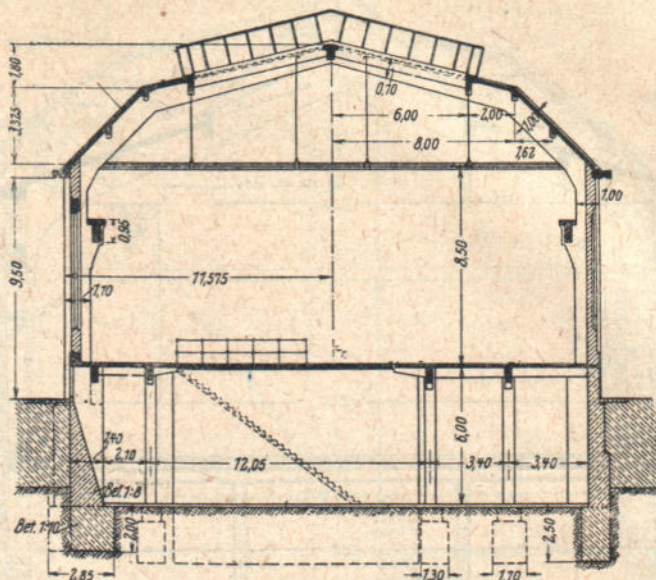


Черт. 162.

Черт. 162. На этом чертеже представлена схема двухшарнирной рамы с затяжкой; пролет рамы в свету 16,92 м; расстояние между рамами 5,15 м. В этой раме следует обратить внимание на то, что несмотря на довольно большой пролет рамы, размеры ее поперечных

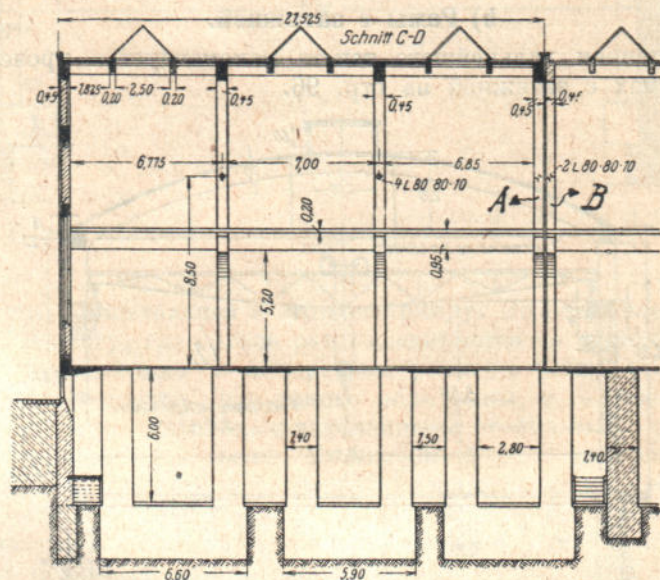
сечений, благодаря устройству затяжки, оказались сравнительно незначительными.

Черт. 163. На этом чертеже представлена также схема железобетонной рамы с затяжкой для перекрытия машинного зала. На черт. 163 а



Черт. 163.

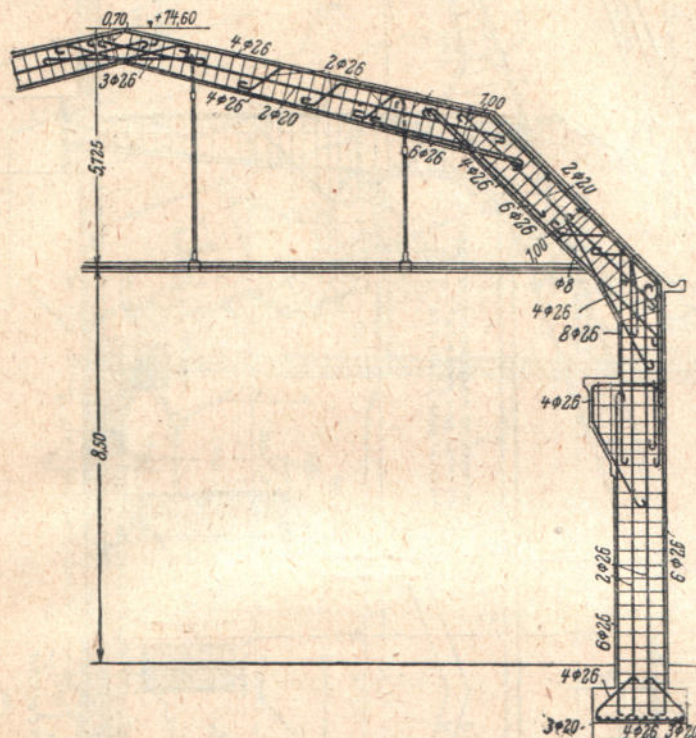
представлен разрез вдоль здания, из которого видно, что расстояние между рамами здесь принято от 6,775 до 7,00 м. На стой-



Черт. 163 а.

ках имеются кронштейны, поддерживающие подкрановые балки. Рама рассчитана на нагрузку от собственного веса, ветра и кроме того на нагрузку (30 тонн) от крана. На черт. 163 б показано армирование этой рамы. На этом чертеже следует обратить внимание на наличие по бокам поперечных сечений стойки и ригеля стержней, о которых

см. стр. 79. И здесь наличие затяжки дало возможность получить сравнительно небольшие поперечные размеры сечений рамы; но с другой стороны, затяжки стесняют свободную высоту помещения и ухудшают архитектурный вид перекрытия.



Черт. 163 б.

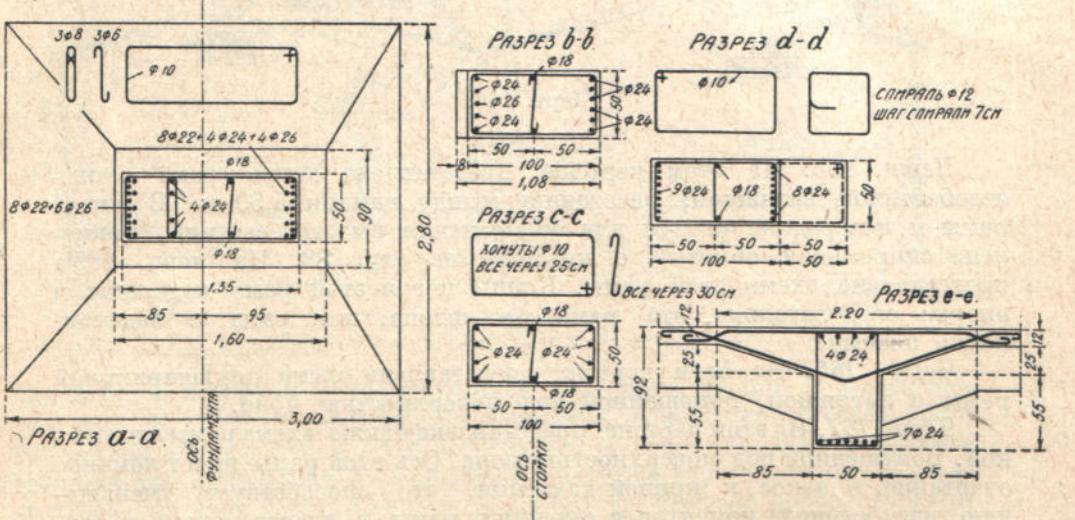
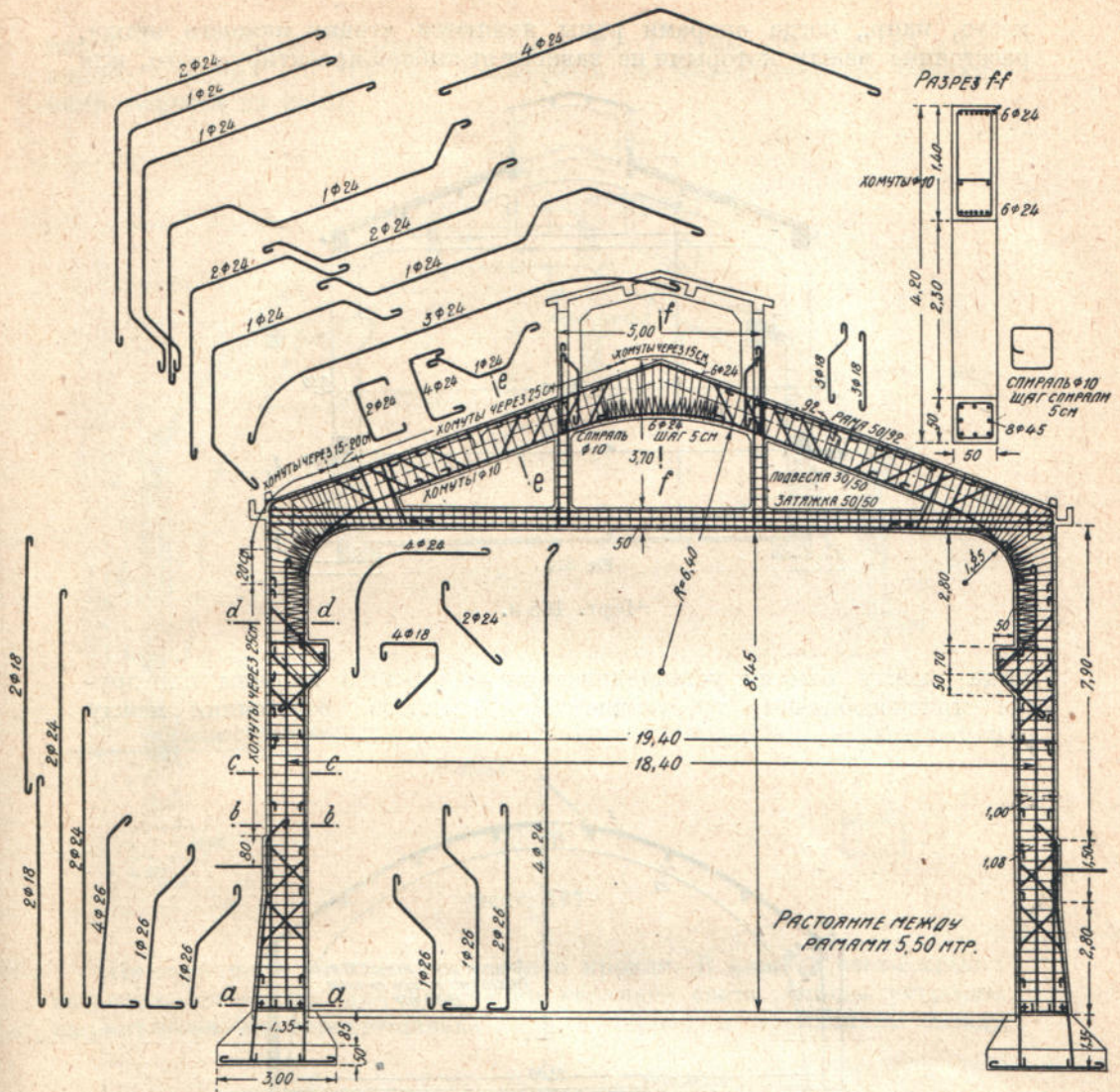
Распор в затяжке получился равным 42 т. Затяжка устроена из четырех уголков размерами 80 . 80 . 10 мм. Очертание ригеля по эстетическим соображениям принято не сводчатое, а ломаное (для получения вида мансардной крыши).

Такое очертание, по сравнению с криволинейным очертанием (круговым или параболическим), требует больше арматуры, но упрощает устройство опалубки, как для рам, так и для плиты крыши.

На черт. 163 а надо обратить внимание на две поставленные рядом рамы А и В, образующие температурный шов, при чем рама В вместе со всей частью здания (справа от В) может быть возведена независимо от левой части (напр. в случае необходимости удлинения здания). Затяжки у температурных рам А и В, в виду уменьшения нагрузки на эти рамы, состоят из двух уголков прежних размеров 80 . 80 . 10 мм.

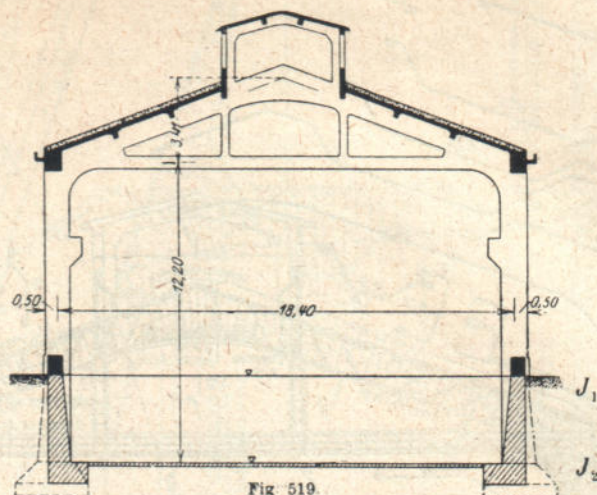
Черт. 164. На этом чертеже представлена двухшарнирная рама с затяжкой, построенная в 1927 г. в Горловке (Донбасс); расстояние между рамами 4,0 м. Над рамами устроен железобетонный фонарь. Затяжка состоит из одной двутавровой балки № 16. Против провисания затяжки устроены две подвески.

На этом чертеже (как и на черт. 145) следует обратить внимание на слишком малое расстояние между рамами. Было бы лучше это расстояние несколько увеличить; ходовые расстояния между рамами 5—8 м. Нужно, впрочем, заметить, что не всегда можно принять желательное расстояние между рамами. Такой случай может иметь



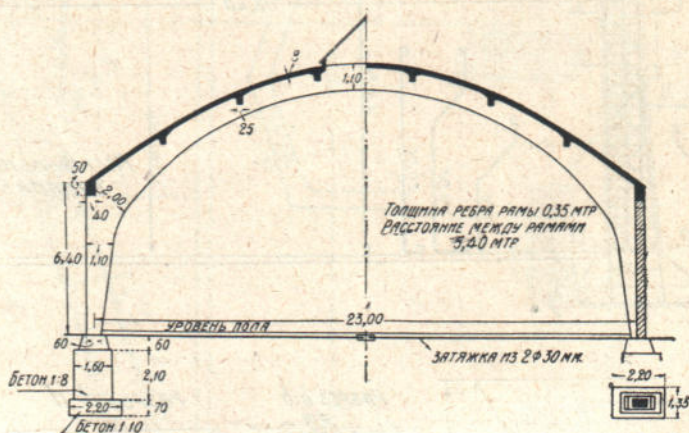
Черт. 165.

место, напр., когда опорами рамы являются стойки нижнего этажа, расстояние между которыми не зависит от выбора проектирующего, или



Черт. 165 а.

когда между рамами устанавливаются какие-либо машины или другие приспособления, требующие определенного расстояния между рамами.



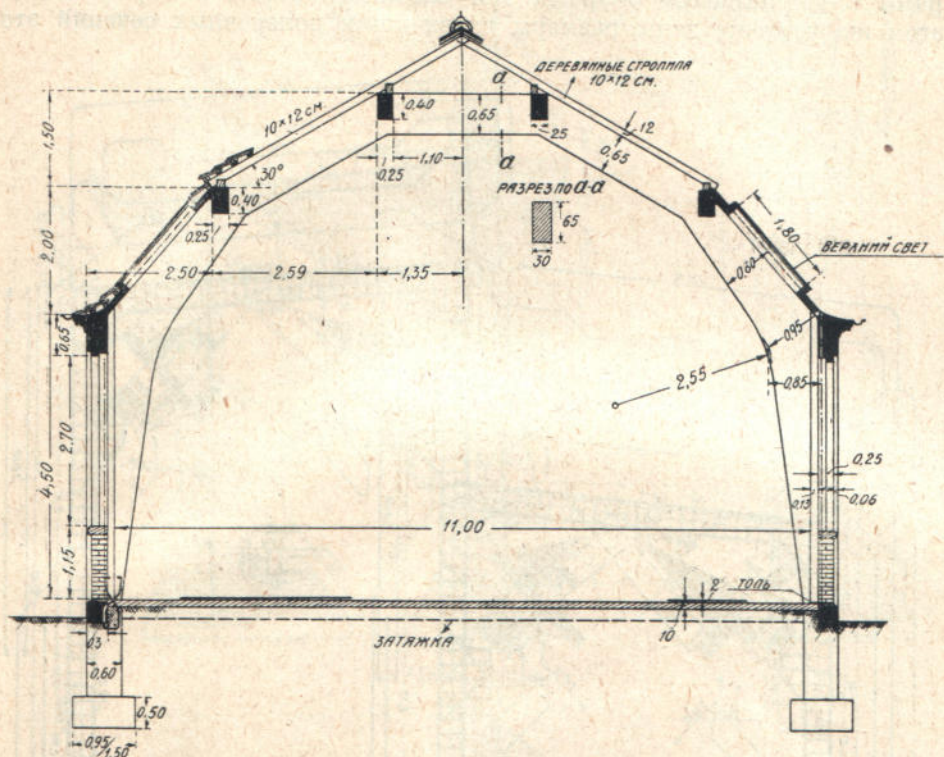
Черт. 166.

Черт. 165. На этом чертеже представлена также рама с железобетонной затяжкой; расстояние между рамами 5,50 м. В углах рамы и посередине ригеля для уменьшения высоты сечений применена спиральная обмотка, о которой см. стр. 88. На черт. 165 а представлена схема этой рамы. Концы ног в этой раме заделаны в опоры; следовательно, эта рама рассчитана, как рама с заделанными пятами.

Черт. 166. На этом чертеже представлена схема двухшарнирной рамы с затяжкой, помещенной под поверхностью пола.

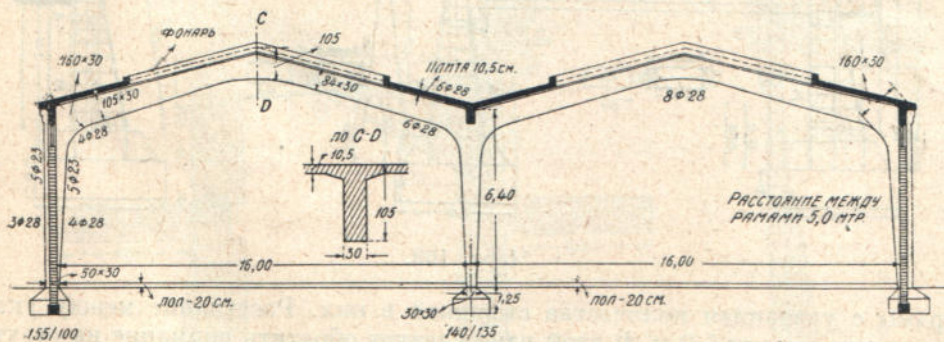
Черт. 167. На этом чертеже представлена также схема рамы с затяжкой, помещенной под поверхностью пола. Ось этой рамы имеет ломаное очертание, близкое к кривой давления, что способствует уменьшению изгибающих моментов в сечениях рамы, а следовательно и рав-

меров этих сечений. Крыша в верхней части рамы устроена из деревянных стропил (10 . 12 см), уложенных по железобетонным балкам, опирающимся на рамы.



Черт. 167.

По стропилам уложена черепичная кровля. В нижней части крыши оставлены отверстия для получения верхнего света. Опоры устроены шарнирными из перекрещивающихся стержней и прокладкой между

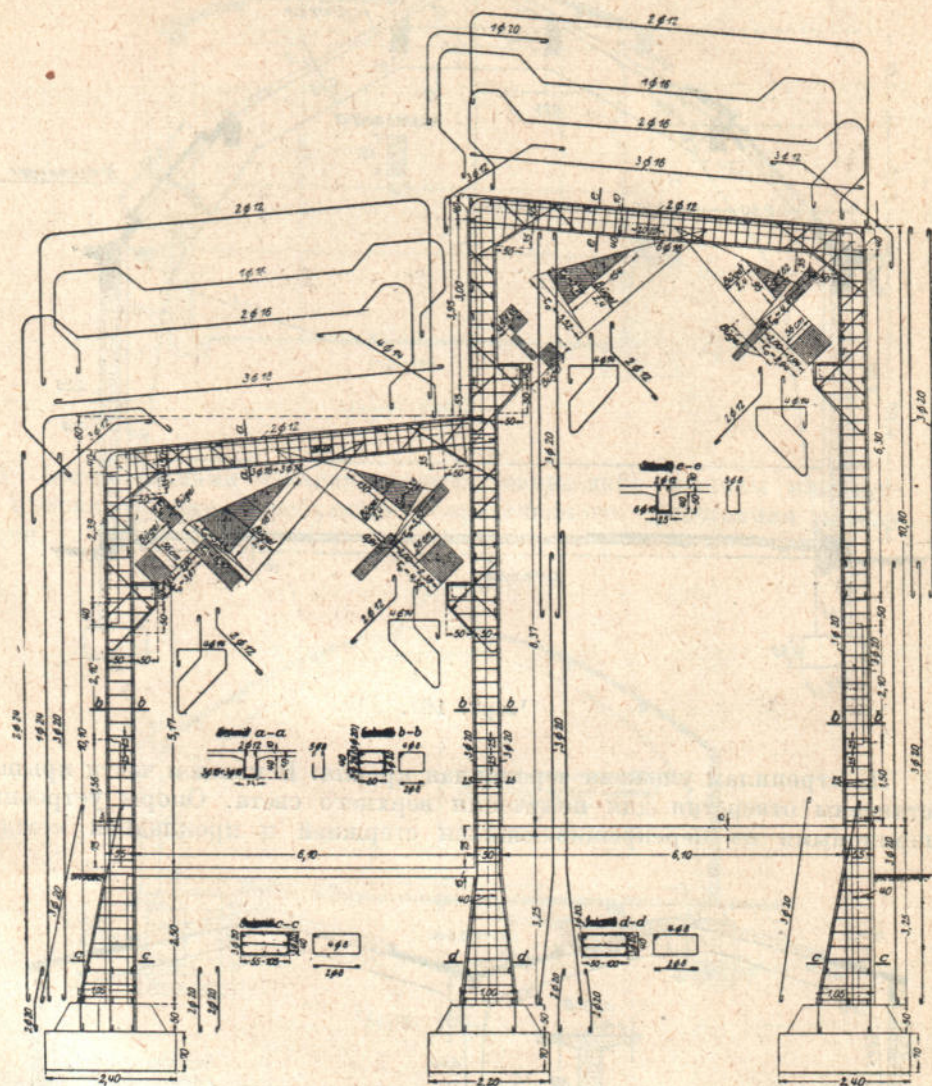


Черт. 168.

низом стоек и верхом фундамента слоя толя. Весь распор от рамы, как уже сказано выше, воспринимается затяжкой, помещенной у верха опор; вследствие этого размеры опор получились небольшими; при отсутствии затяжки они получились бы больше. На чертеже даны размеры главнейших сечений этой рамы; толщина рамы (см. на чертеже разрез по а-а) 30 см.

с) Многопролетные рамы.

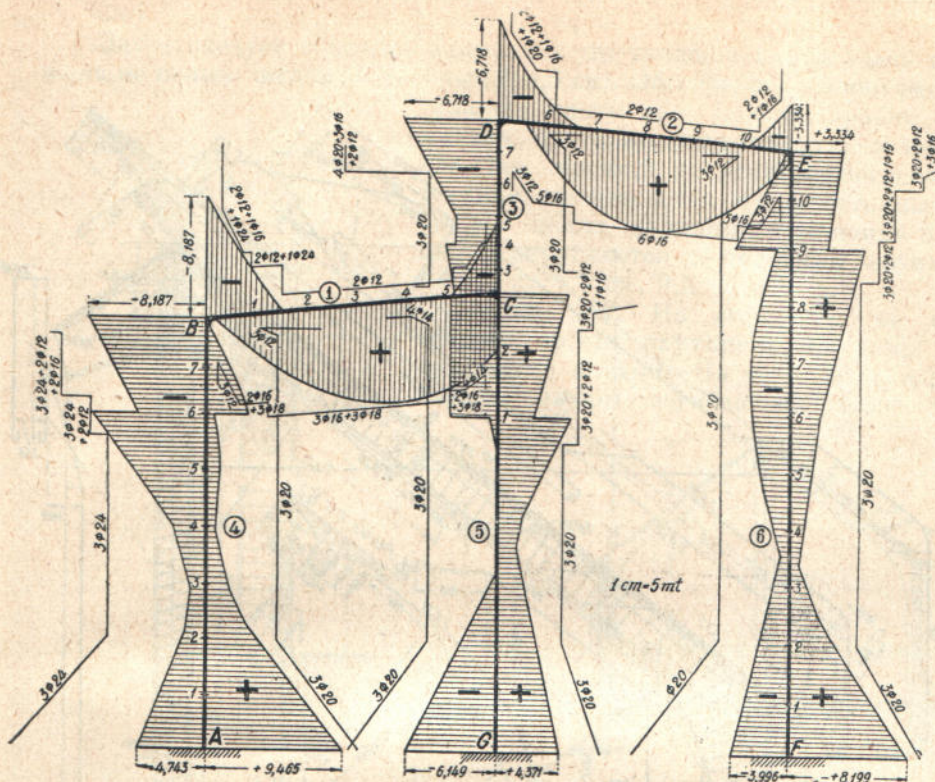
Черт. 168. На этом чертеже представлена схема двухпролетной рамы с шарнирными опорами для вагонного парка в Германии. На этом же чертеже даны размеры главныхнейших поперечных сечений этой



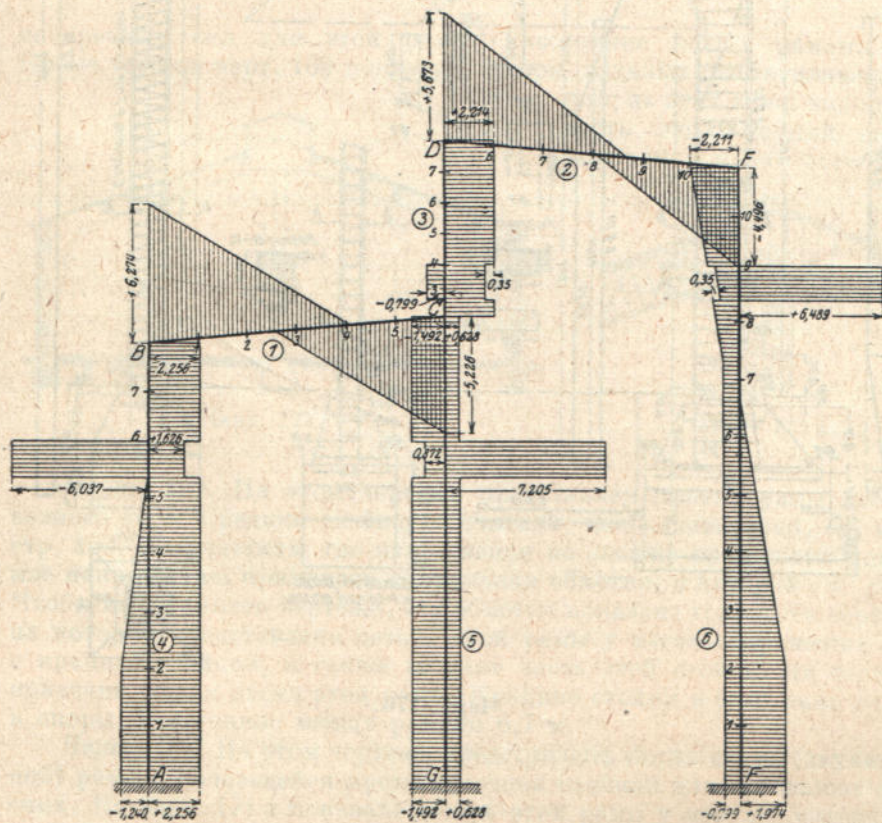
Черт. 169.

рамы с указанием количества стержней в них. Расстояние между указанными рамами 5,0 м. В этой раме следует обратить внимание на отсутствие продольных балок, поддерживающих плиту крыши; поэтому здесь плита рассчитана, как опирающаяся на рамы. Уложенные на стойках этой рамы продольные балки служат не для поддержки плиты, а для увеличения жесткости перекрытия в продольном направлении (в направлении, перпендикулярном к чертежу).

При таком расчете плиты пролет ее равен 5,0 м (расстоянию между рамами) и толщина плиты получилась 10,5 см, тогда как при наличии продольных балок, поддерживающих плиту (как это напр. имеет место в раме на черт. 173), толщина плиты была бы меньше.



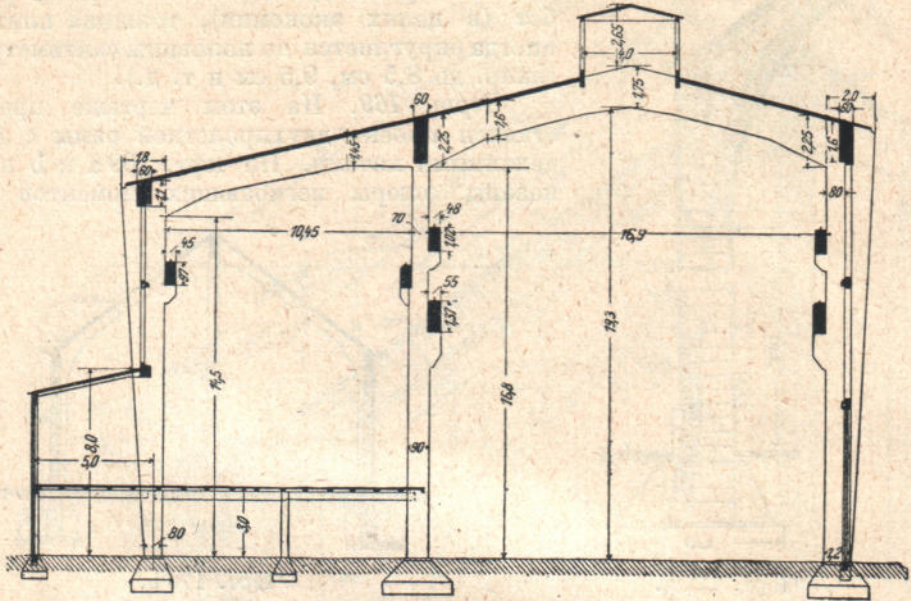
Черт. 169 а.



Черт. 169 б.

Черт. 172. На этом чертеже представлена схема двухпролетной рамы также с промежуточной качающейся стойкой для литейной мастерской.

Детали армирования этой рамы видны из черт. 172а. На стойках этой рамы уложены железобетонные подкрановые балки.



Черт. 172.

Черт. 173. На этом чертеже представлена схема трехпролетной рамы с двумя (качающимися) промежуточными стойками. Расстояние между рамами здесь 4,5 и 6 м. На этом же чертеже показаны и главные размеры ригеля и стоек.

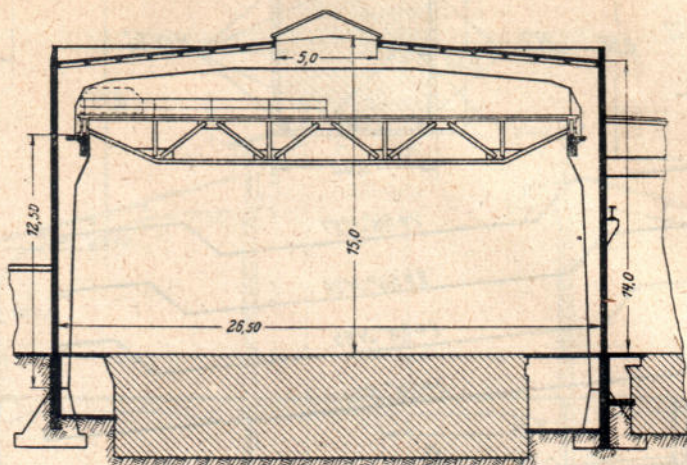
Черт. 174 (см. в конце книги). На этом чертеже представлен проект рамы для котельного здания в Горловке (Донбасс), построенного в 1926 году. Расстояние между рамами 7,0 м. Средний пролет больше крайних, см. об этом стр. 100. Формулы для расчета такой рамы имеются в книге Клейнгогеля «Формулы для расчета сложных рам». По рамам уложены железобетонные прогоны, поддерживающие кровлю. Кровля (черт. 174) состоит из деревянных балок, уложенных по железобетонным прогонам. Эти балки подшиты снизу досками. По верху этих балок уложена опалубка; по опалубке положен слой толя и сверху него уложен асфальт.

Среднее процентное содержание арматуры в этой раме оказалось равным около 2,2%; см. об этом стр. 45 И ч.; простенки между рамами устроены из бетонных пустотелых камней и уложены на железобетонные балки, опирающиеся на фундаменты рамы; таким образом фундаменты под рамами принимают на себя не только нагрузку от рамы, но и нагрузку от стен. Рамы имеют кронштейны, поддерживающие железобетонные подкрановые балки.

Для упрощения работ с арматурой почти все стержни приняты одного диаметра.

В этой раме надо обратить внимание на стержни, поставленные по бокам стоек; см. стержни № 10 в разрезе по *E—E*. О значении этих стержней см. стр. 80. На черт. 174а представлена общая схема описанной рамы.

инженером В. В. Розенталем, для дипломного проекта в Киевском Политехническом Институте. Рассматриваемая рама рассчитана на полезную нагрузку 1600 кг/м^2 . Расстояние между рамами $6,00 \text{ м}$.



Черт. 177.

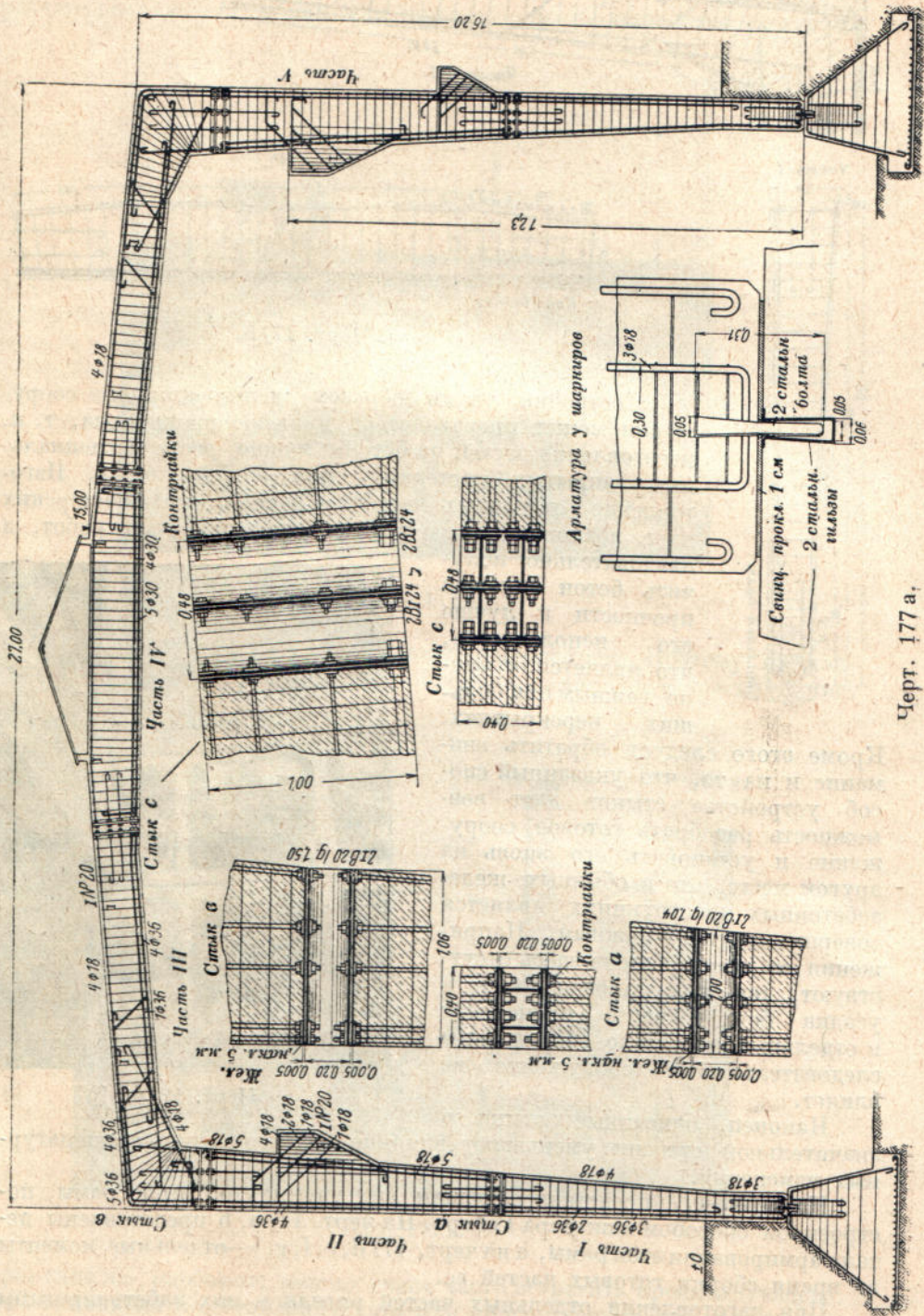
Черт. 177 а. На этом чертеже представлен проект двухшарнирной рамы, состоящей из отдельных частей. В этой раме замечательным является следующее. Известно, что в целях удешевления железобетонных сооружений, в последнее время наблюдается стремление возводить их из заранее заготовленных отдельных частей. Каждая из таких готовых частей имеет по концам выпущенные стержни, дающие возможность соединять эти части в одно целое, при чем самые места соединений (стыки) должны быть тщательно забетонированы. Следовательно, устроенное таким образом сооружение может быть пущено в эксплуатацию только после надлежащего затвердения бетона в стыках, на что может потребоваться значительный промежуток (несколько недель) времени. Кроме того, размеры отдельных частей здесь выбираются таким образом, чтобы стыки приходились по возможности в тех местах сооружения, где напряжения имеют наименьшее значение.

В самое же последнее время немецкий инженер Гойер для соединения отдельных частей сооружения предложил устраивать стыки помощью накладок и соединительных к ним частей из железа или стали. Детали такого стыка видны из черт. 177 с. При помощи таких стыковых частей соединение отдельных частей сооружения сводится к простому их свинчиванию. Заполнение стыка бетоном здесь не требуется, и если оно делается, то только по архитектурным соображениям.

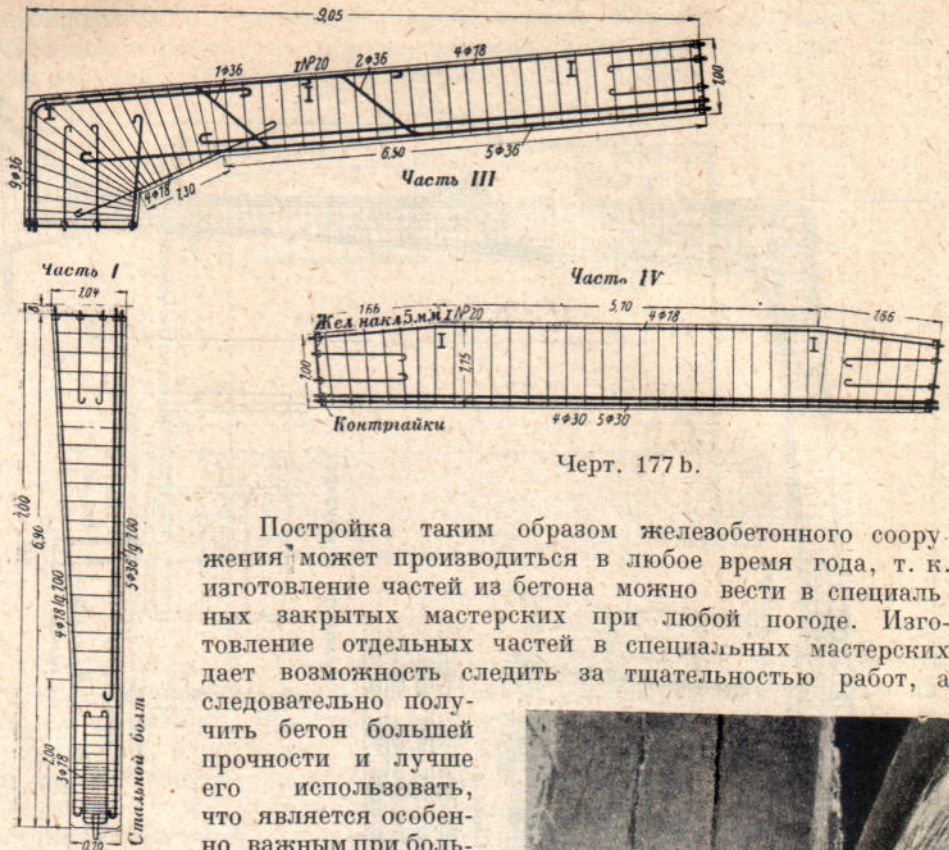
Следовательно, такое устройство стыка дает возможность пустить сооружение в эксплуатацию немедленно после сборки отдельных его частей.

Затем, описанное устройство стыка дает возможность получить стык любой прочности, а следовательно и расположить его в любом месте сооружения, а не только в местах с наименьшими напряжениями.

Обычно в железобетонных сооружениях требуется масса леса на устройство опалубки и подмостей. Здесь же это количество сводится до минимума, т. к. изготовление отдельных частей производится на земле без всяких подмостей в самых простых формах; устройство же подмостей, необходимых во время сборки этих частей, требует очень немного леса, во всяком случае не более того, какое требуется при сборке металлических перекрытий. Подъем изготовленных частей производится при помощи кранов.



Черт. 177 а.



Черт. 177 в.

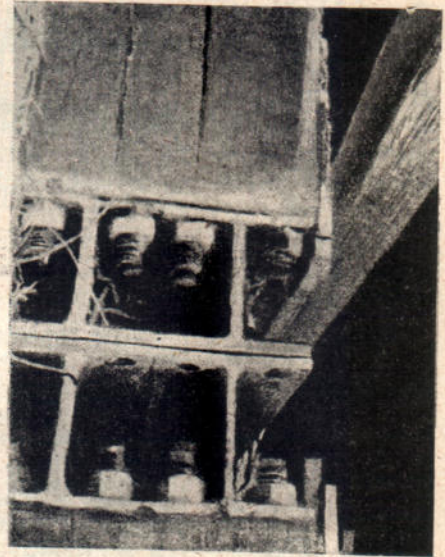
Постройка таким образом железобетонного сооружения может производиться в любое время года, т. к. изготовление частей из бетона можно вести в специальных закрытых мастерских при любой погоде. Изготовление отдельных частей в специальных мастерских дает возможность следить за тщательностью работ, а следовательно получить бетон большей прочности и лучше его использовать, что является особенно важным при больших перекрытиях.

Кроме этого следует обратить внимание и на то, что указанный способ устройства стыков дает возможность разобрать готовое сооружение и установить его вновь на другом месте, что в обычных железобетонных конструкциях является совершенно невозможным. Напряжения от усадки бетона здесь отсутствуют, так как таковая (то-есть усадка бетона) здесь происходит в отдельных частях до сборки их и следовательно на сооружение не влияет.

Наконец, описанные стыки в значительной степени уменьшают влияние на сооружение температурных изменений.

На черт. 177 представлен общий вид упомянутой выше рамы, построенной способом инженера Гойера. На черт. 177 а, в представлены детали армирования этой рамы, а на черт. 177 d, e, f, g, i—отдельные моменты во время сборки готовых частей ее.

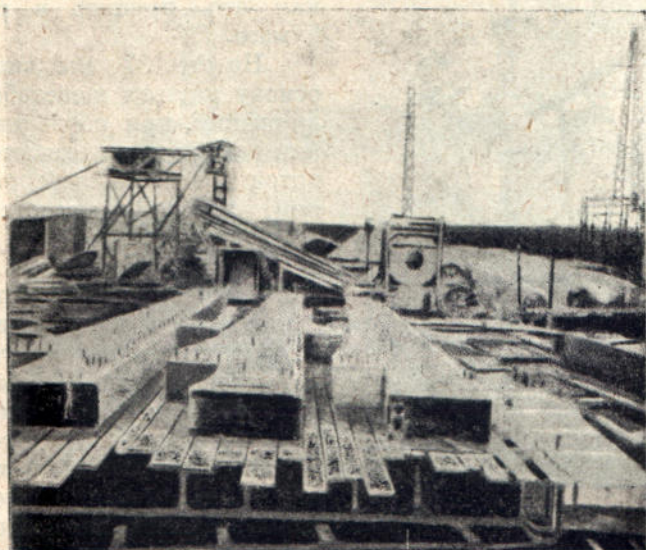
При изготовлении отдельных частей ригеля в них забетонированы куски двутавровых балок. Выступающие концы этих балок служат опорами для балок, поддерживающих кровлю. Тотчас после сборки всех частей сооружения было произведено испытание его пробной нагрузкой, давшее вполне удовлетворительные результаты.



Черт. 177 с.

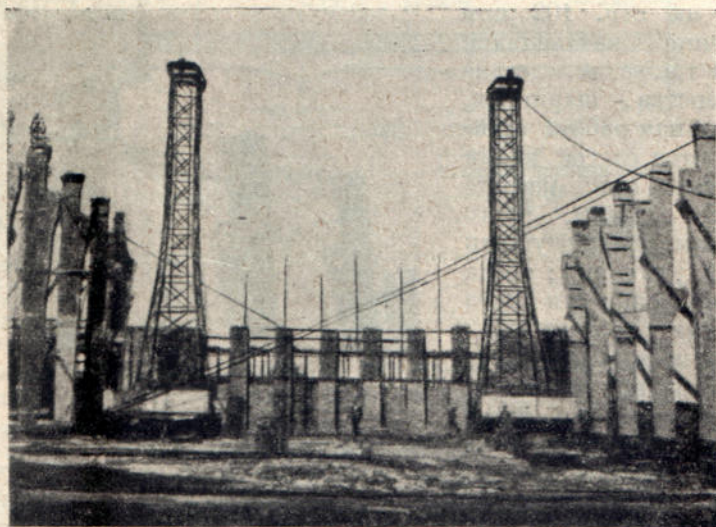
§ 26. Общие замечания о расчете и конструировании.

Целый ряд катастроф с железобетонными сооружениями показывает, что редко причиной этих катастроф являются те или иные ошибки в расчете сооружения, и наоборот, значительное большинство этих ката-



Черт. 177 д.

строф объясняется неправильным конструированием. Поэтому на конструктивную сторону проекта надо обращать самое серьезное внимание.



Черт. 177 е.

В практике же, наоборот, можно очень часто встретить проектирующего, который, подходя к составлению того или иного проекта, все свое внимание сосредоточивает только на расчете, о конструктивной же стороне проекта такой проектировщик или вовсе не думает, или считает, что эта часть проекта не является существенной. Иногда такое исключительное внимание к расчету доводится до удивительной педантичности. По окон-

чании расчета такой проектировщик стремится во что бы то ни стало, не останавливаясь иногда перед лишней затратой материала и времени, перенести самым точнейшим образом результаты расчета на бумагу, воображая, что сооружение и в действительности будет работать так, как это принято в расчетах на бумаге.



Черт. 177 f.

речных сечений рамы с шарнирными опорами мы руководились бы только данными расчета, то получили бы конструкцию, не отвечающую той, какая нужна в действительности.

Аналогичное явление мы имели и на стр. 102 при рассмотрении качающихся стоек, где также, вследствие несовершенства шарниров, действительная работа стойки отличается от той, какая принимается при расчете этих стоек. Затем, часто мы рассчитываем плиту, как балку на двух опорах; тогда как в действительности плита почти всегда работает, как опертая по всему периметру, и следовательно, если бы при конструировании такой

плиты мы руководствовались только расчетом, то получили бы плиту, которая не соответствовала бы действительным условиям работы.

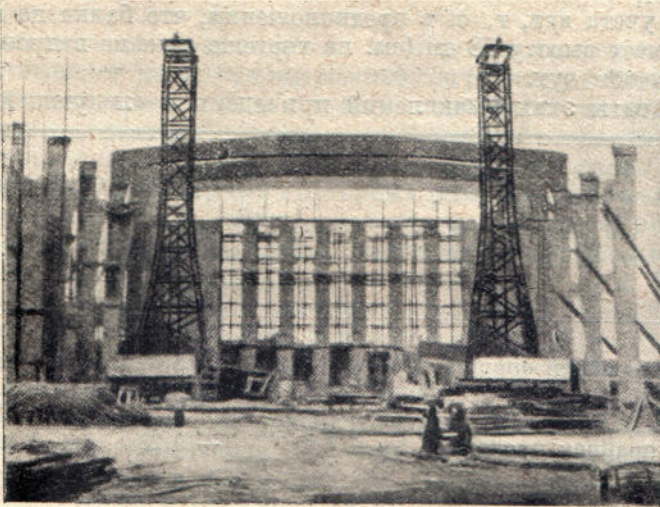
Далее, на стр. 81 мы видели, что работа углов рамы далеко еще не изучена, а потому на получаемые здесь результаты расчета сечений надо смотреть, как на приблизительные, и действительные размеры сечений принимать с некоторым запасом против расчета.

Аналогичное явление (см. стр. 162 II ч.) мы имеем и при расчете фундаментов. Точный, т. е. соответствующий действительным условиям работы расчет железобетонных фундаментов в громадном большинстве случаев пока что невозможен, и следовательно слепое подчинение, при конструировании фундамента, результатам расчета может привести к конструкции, далеко не отвечающей действительности.



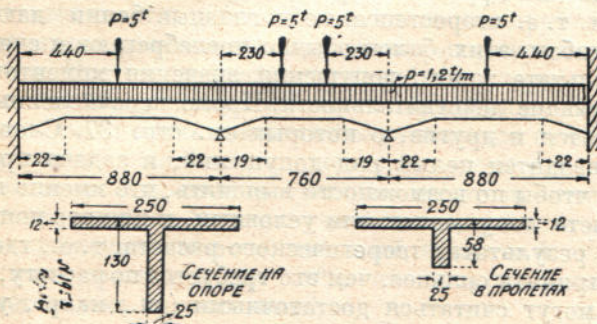
Черт. 177 g.

Возьмем далее известные формулы Клейнлогеля. Эти формулы, как известно, выведены для вполне определенных очертаний оси рамы, при чем эти очертания принимаются за расчетную ось рамы. Если



Черт. 177 i.

же иметь в виду, что осью рамы на самом деле является линия, соединяющая центры тяжести поперечных сечений рамы, то можно определенно сказать, что ни одна запроектированная рама не даст оси, кото-



Черт. 177 k.

рая принималась при расчете по формулам Клейнлогеля, т. к. линия, соединяющая центры тяжести поперечных сечений рамы, т. е. действительная ось рамы, будет отличаться от расчетной оси рамы. Поэтому практически здесь можно говорить только о возможном приближении действительной оси к расчетной, а отнюдь не о полном совпадении этих осей.

Затем, при расчете балок мы считаем, что они имеют по всей своей длине одно и то же поперечное сечение, тогда как почти всегда железобетонные балки у опор имеют большую высоту (вут), нежели в пролете; такое же увеличение высоты балки у опор влечет за собой увеличение опорных моментов и уменьшение моментов в пролете; подробности об этом см. Акимов-Перетц — «Статика сооружений» (неразрезные балки), изд. 1927 г. На стр. 320 этой книги приведен численный пример расчета неразрезной балки, указанной на черт. 177 k в предположении, что на балку действует равномерно распределенная нагрузка $p = 1,2$ тонн на

погонный метр балки, и кроме того сосредоточенные грузы, как показано на чертеже. На том же чертеже показаны сечения той же балки на опоре и в пролетах. Для этой балки определены изгибающие моменты в двух предположениях:

- 1) без учета вут, т. е. в предположении, что балка на всем ее протяжении имеет высоту 58 см (см. на чертеже сечение в пролетах), и
- 2) с учетом вут.

Результаты этих вычислений приведены в следующей таблице:

Моменты	Без учета	С учетом	Расходимость в % к расчету без вут
	вут	вут	
	1	2	3
Момент на крайней опоре	-13,07	-16,92	+28%
Момент на второй опоре	-13,60	-17,47	+29%
Момент в крайнем пролете	+ 9,28	+ 5,42	-42%
Момент в среднем пролете	+ 6,57	+ 2,69	-61%

Из этой таблицы видно, что отказ от учета вут влечет за собой преуменьшение опорных моментов и увеличение моментов в пролетах.

Затем железобетонные плиты и балки представляют собой обычно балки, лежащие на других — второстепенных или главных балках, при чем последние, т. е. второстепенные и главные балки дают прогиб. На практике прогибом этих балок обычно пренебрегают и считают их жесткими. В результате такого допущения значения моментов получаются не соответствующие действительности. Кроме перечисленных допущений, в расчет вводятся и другие, о которых см. стр. 37. Словом, в каждый расчет рамы вводится целый ряд допущений, и задача проектирующего состоит в том, чтобы по возможности выяснить, что именно является в том или ином расчете допущением или условным, и как это допущение может отразиться на результатах теоретического расчета, т. е., где конструкция должна быть принята сильнее, чем это требуется по расчету, и где расчетные размеры могут считаться достаточными (см., напр., усиление сечений арматуры на стр. 86, вследствие несовершенства шарниров). Затем каждый проектирующий, прежде чем браться за проектирование железобетонных сооружений, должен самым основательным образом изучить свойства железобетона как материала (или, как говорит Залигер, вникнуть в природу материалов и понять их свойства) в смысле сопротивляемости его внешним силам и работы в готовом сооружении. Только такой подход к проекту даст сооружение возможно правильно сконструированное, т. е. такое, в котором материалы — бетон и железо будут распределены так, что сопротивляемость их внешним силам будет использована возможно полнее и рациональнее.

Остановимся еще на некоторых моментах, являющихся результатом указанного выше педантичного отношения к расчету. Часто неопытный проектировщик долго не может решить, какую же расчетную нагрузку следует принять для того или иного расчета, напр. 250 или 260 кг/м². Т. е. здесь речь идет о разнице в 10 кг/м². Такая разница (10 кг/м²) в железобетонных сооружениях не имеет никакого практического значения, в виду большой величины собственного веса этих сооружений. Действительно, возьмем, напр., железобетонную плиту. Известно,

что толщина плиты должна быть не меньше 8 см. Следовательно уже один собственный вес такой плиты без временной нагрузки дает

$$2400 \cdot 0,08 \approx 200 \text{ кг/м}^2.$$

Следовательно указанная разница в 10 кг/м^2 уже по отношению к одному только собственному весу, без временной нагрузки, не имеет никакого практического значения. В этих случаях надо всегда выяснить, как велика та разница расчетных нагрузок, о которой идет речь, по сравнению со всей расчетной нагрузкой (собственным весом + полезной нагрузкой) и помнить при этом § 15 норм, по которому разница в 5% между той нагрузкой, какая принята в расчет, и действительной нагрузкой является вполне допустимой. Возьмем, напр., расчет фундаментов многоэтажных рам для каких-нибудь складов, фабричных зданий, и т. д. Здесь очень часто расчетное вертикальное давление составляет 200–300 и более тонн. Следовательно здесь разница даже в 10–15 тонн (т. е. 5% от указанных выше нагрузок 200 и 300 тонн) не является существенной. Если же рассчитывается какая-либо часть сооружения, у которой вся расчетная нагрузка составляет напр. 50 тонн, то здесь указанная выше разница в 10–15 тонн, как составляющая 30% от расчетной нагрузки, упускаться уже из виду не должна.

Затем при проверке напряжений часто получаются напряжения, превышающие допускаемые, при чем превышение этих, т. е. допускаемых напряжений на 1 кг у неопытного проектировщика вызывает сомнение и даже страх за прочность всего сооружения, а разница в 1 кг в другую сторону, т. е. в сторону понижения напряжений, вызывает сомнение в экономичности всего сооружения. Здесь также нужно помнить, что в силу целого ряда допущений в расчете, о которых сказано выше, сооружение в действительности работает далеко не по принятым на бумаге расчетам, и известная разница в напряжениях не имеет никакого практического значения. Поэтому и здесь надо смотреть, как велика эта разница по отношению ко всему допускаемому напряжению. Возьмем, напр., разницу в 2 кг. Если такая разница получилась по отношению к допускаемому напряжению 50 кг/см^2 на сжатие, то здесь эта разница, в силу упомянутых выше условностей расчета, не имеет практического значения. Если же эта разница 2 кг получилась при расчете на скалывание, допускаемое напряжение которого, положим, принято 4 кг/см^2 , то здесь эта разница, как составляющая 50% от допускаемого напряжения 4 кг/см^2 является уже существенной.

Здесь полезно привести выдержку из «Инструкции» Московского Губинжа, о которой уже упоминалось на стр. 77 относительно границ превышения и снижения допускаемых напряжений. На стр. 9 этой «Инструкции» по этому поводу сказано следующее:

«П р е в ы ш е н и е норм допускаемых напряжений в представляемых на утверждение проектах не может быть более, чем на 5%, а и з л и ш н и й з а п а с сечений конструкции против тех же норм — не свыше 25%, за исключением тех случаев, когда таковой излишний запас может быть мотивирован конструктивными требованиями, термическими условиями, отсутствием материалов на рынке, использованием целиком прочности одного из материалов, входящих в железобетон, и т. д.»

Затем часто неопытный проектировщик тратит много времени на то, чтобы сэкономить какую-нибудь пару хомутов или отгибов, забывая о том, что в этом случае в сущности идет речь буквально о грошах по сравнению со стоимостью всего сооружения, и что время проектировщика, затраченное на получение этой экономии, может обойтись гораздо дороже, чем сэкономленные хомуты или отгибы, тогда как лишний хомут или отгиб в конструкции почти всегда полезен.

Напр., если стоимость одного кг железа с заготовкой и укладкой на место равна 25 коп. (цена, соответствующая примерно действительной), тогда стержень длиной в 1 м и диаметром в 25 мм ($\approx 1''$) будет стоить около одного рубля, т. к. вес такого стержня, см. таблицу на стр. 226, равен примерно 4 кг. Следовательно, если отгиб имеет диаметр 1'' и длину скажем $1\frac{1}{2}$ м (такая длина имеет место уже при довольно высоких ребрах), то стоимость такого отгиба не будет превышать 1 руб. 50 коп. Следовательно, трата времени на получение экономии в 1 руб. 50 коп. в сооружении, стоимость которого измеряется десятками или сотнями тысяч рублей, является, по меньшей мере, бесполезной, особенно, если иметь в виду ту пользу, которую дает этот отгиб в конструкции.

Возьмем далее хомут для ребра, скажем размерами 100 . 50 см. Для такого хомута потребуется кусок железа длиной приблизительно

$$2(100+50)=300 \text{ см.}$$

Положим, что диаметр хомута 8 мм (ходовой диаметр в рамах); тогда вес такого хомута (см. стр. 226) будет около 1 кг, а стоимость его около 25 коп. Т. е. трата времени на экономию такого хомута является еще более бесполезной, чем на упомянутый выше отгиб. Поэтому при разбивке хомутов и отгибов некоторый излишек их (т. е. хомутов или отгибов) в экономическом отношении не имеет практического значения, а в смысле конструктивном он, наоборот, всегда желателен.

Часто бывает и так, что в результате армирования на каком-либо участке конструкции получается лишний (сверх расчета) стержень. Неопытному проектировщику в таких случаях рисуются большие переплаты, и он готов затратить не мало времени, чтобы избавиться от этого лишнего стержня, забывая, что и здесь идет речь лишь о грошах, не имеющих практического значения, тогда как в конструктивном и статическом отношениях этот стержень может оказаться очень полезным.

О важности конструирования рекомендуется прочесть изложенное по этому поводу в курсе «Железобетон» Залигера, стр. 464, изд. 1927 г.