

Тадєєв О. А., к.т.н., доцент, Машкін М. С., студент (Національний університет водного господарства та природокористування, Рівне, o.a.tadyeyev@nuwm.edu.ua, mashkin_az19@nuwm.edu.ua)

**ОЦІНЮВАННЯ ГОРИЗОНТАЛЬНИХ ДЕФОРМАЦІЙ ЗЕМНОЇ ПОВЕРХНІ
ТЕРИТОРІЇ УКРАЇНИ МЕТОДОМ СКІНЧЕННИХ ЕЛЕМЕНТІВ
(2014–2023 р.)**

Представлено результати оцінювання горизонтальних деформацій земної поверхні за даними спостережень у мережі перманентних станцій GNSS України. Результати одержано моделюванням поверхні скінченими елементами у формі симплекса. Для обчислення тензора деформації та пов'язаних з ним інваріантів використано модель лінійно-однорідної деформації математичної теорії пружності. Кінцеві результати представлено методами графічного відображення деформацій. На цій основі створено схематичні карти деформації земної поверхні.

Ключові слова: скінченні елементи; симплекс; тензор; деформація; GNSS; SOPAC; JPLComb.

Постановка проблеми. Оцінювання деформації Землі – науково-прикладне завдання, вирішення якого досягається шляхом міждисциплінарної співпраці широкого кола наук про Землю. Мету і зміст досліджень зусиллями геодезичної галузі знань встановлено ухвалами Міжнародної асоціації геодезії у частині діяльності комісії З «Обертання Землі та геодинаміка». Одним з пріоритетних напрямів визначено необхідність оцінювання, аналізу та інтерпретації деформацій Землі всіх масштабів, розпочинаючи з вивчення локальних деформацій для оцінки ризиків з погляду безпеки життєдіяльності і аж до моделювання глобальної тектоніки літосферних плит. На сучасному етапі досліджень проблеми вхідними даними рекомендується використовувати дані спостережень у мережах перманентних GNSS-станцій [6].

Аналіз досліджень проблеми. Одним із засобів вирішення поставлених завдань є метод скінчених елементів. Метод

ґрунтується на класичній теорії лінійної деформації суцільного середовища. Земна кора розглядається як суцільне середовище і з метою вираження параметрів деформації поділяється на елементи тих чи інших геометричних форм у припущенні, що ці елементи є твердими пружними тілами. Тверде тіло підлягає дії сил, які зумовлюють зміщення вершин скінченного елемента і його деформацію. Основний принцип лінійної теорії пружності зводиться до того, що зміщення є лінійною функцією координат вершин в декартовій прямокутній системі. Ця функція визначає відповідну їй матрицю коефіцієнтів, яку називають тензор деформації. Тензор відносять до геометричного центру скінченного елемента. За посередництва власних інваріантів тензор виражає різні за геометричним змістом характеристики деформації. Таким чином, середовище апроксимується дискретною моделлю з набору скінчених елементів. Найпростішими серед скінчених елементів є симплексні моделі. Симплексом у двовимірному просторі є трикутник [5].

У такій постановці метод скінчених елементів вперше в умовах земної кори використали японські вчені з метою аналізу та інтерпретації горизонтальних деформацій за результатами повторних вимірів координат у мережі триангуляції після землетрусу Канто-Токай у 1929 р. [10]. Успішна апробація методу, реалізована на симплексах, стала поштовхом для його широкого використання, вдосконалення та вироблення видозмін [2]. Еволюція методу вдало розкрита за дослідженнями професора Дерманіса А. у статті [3]. У різних видозмінах метод і дотепер широко використовується у дослідницькій практиці.

Окремої уваги заслуговує питання адекватного вибору вхідних даних для оцінювання за ними деформацій. На початковому етапі практичної реалізації методу скінчених елементів вхідними даними використовувались результати повторних високоточних вимірів координат у класичних планових мережах триангуляції або трилатерації. Якісно нові аспекти використання методу зумовило запровадження у геодезичну практику супутникових навігаційних технологій, які реалізовані у мережах перманентних станцій GNSS (Global Navigation Satellite System). На сьогоднішній день це практично єдине джерело надходження вхідної інформації. Результати моніторингу координат станцій методом GNSS

забезпечили формування потужних баз даних і дали змогу підвищити ефективність вирішення багатьох задач геодинаміки.

Найбільш оптимальним з точки зору точності є вибір бази даних часових рядів координат постійно діючих базових станцій глобальної GNSS-мережі IGS (International GNSS Service). Зазначена база даних містить ряди координат для порядку п'ятисот станцій. Внаслідок такої відносно невеликої кількості станцій їх доцільно використовувати хіба що для оцінювання деформацій глобального чи регіонального масштабів. На локальному рівні дослідники здебільшого використовують бази даних архіву SOPAC (Scripps Orbit and Permanent Array Center). SOPAC – це міжнародний центр збору та опрацювання даних дистанційного зондування Землі методами супутникової геодезії, який є учасником IGS і виконує функції міжнародного аналітичного центру. SOPAC представляє широкий спектр даних про результати спостережень на понад 3000 станціях GNSS. Опрацювання і поточний аналіз цих даних здійснюється тільки на основі розв'язків GNSS, які постачають головні аналітичні центри IGS. Координати базових станцій станом на епоху верифікації розв'язків ITRFxx (International Terrestrial Reference Frame) у архіві SOPAC та базі IGS збігаються [9].

Архів SOPAC містить три бази часових рядів координат станцій, які одержують опрацюванням первинних даних різним прикладним програмним забезпеченням. У статті [8] подано результати досліджень, якими посвідчено переваги використання для потреб геодинаміки рядів координат бази даних JPL Comb архіву SOPAC.

Базу даних JPL Comb генерує лабораторія реактивного руху JPL (Jet Propulsion Laboratory) технологічного інституту Каліфорнійського університету і Національного аерокосмічного агентства США NASA (USA National Aeronautics and Space Administration). База містить результати комбінованих GAMIT Time Series – GIPSY Time Series координатних розв'язків станцій GNSS. Комбіновані розв'язки досягаються використанням пакету програмного забезпечення QOCA (Quasi-Observation Combination Analysis based on GAMIT-GIPSY Combined Solution) [7], який ще деколи іменується як "st_filter" (spatial-temporal filter). Програму розроблено в JPL на основі методики [4]. QOCA створена з метою використання пакету виключно для потреб геодинаміки, тому в її алгоритм закладено умову виявлення і видалення усіх сторонніх ефектів за винятком тих, що мають геофізичне походження. Отже, з

точки зору цільового призначення база даних JPL Comb зорієнтована на дослідження деформацій земної поверхні [9].

Постановка завдання. Метою роботи є оцінювання деформації земної поверхні території України методом скінченних елементів, використовуючи ряди координат GNSS-станцій бази даних JPL Comb.

Викладення основного матеріалу. З метою вирішення поставленого завдання з бази даних JPL Comb зроблено вибірку координат GNSS-станцій на території України, які на сьогоднішній день знаходяться у вільному доступі. Перелік станцій наступний: станція Glsv (м. Київ); станція Polv (м. Полтава); станція Khar (м. Харків); станція Mikl (м. Миколаїв); станція Sulp (м. Львів); станція Uzhl (м. Ужгород). Отже, завдання може бути вирішене у межах території, яка окреслена зазначеними станціями. Вибрано значення геодезичних еліпсоїдальних координат (широта B , довгота L) станом на початок 2014, 2019, 2021, 2023 років. Такий вибір обумовлений потребою забезпечення репрезентативних оцінок деформації, як це рекомендовано у статті [8]: беручи до уваги відносну стабільність території центральної та східної Європи (у тому числі України) з тектонічної точки зору, тривалість спостережень за змінами координат станцій повинна складати понад три роки. Отже, це дасть змогу оцінити деформації протягом 2014–2019 рр., 2014–2021 рр., 2014–2023 рр. за накопичувальним принципом у порівнянні з 2014 р. Опрацювання вибраних даних здійснювалось за наступним алгоритмом.

1. Виконано перетворення вибраних координат станцій з еліпсоїдальної системи (B, L) у плоску прямокутну (x, y) в проекції еліпсоїда на площину Гаусса – Крюгера.

2. Обчислено горизонтальні зміщення (різниці координат) Δx та Δy станцій станом на 2019, 2021 та 2023 роки у порівнянні з 2014 роком у порядку їх накопичення.

3. З метою наступного оцінювання деформацій методом скінченних елементів територію поділено на чотири симплекси (трикутники), як це ілюструють схеми на рис. 1, 2, 3. Вершинами симплексів є наступні станції: 1) Mikl, Khar, Polv; 2) Mikl, Glsv, Polv; 3) Mikl, Glsv, Sulp; 4) Mikl, Uzhl, Sulp.

4. За одержаними горизонтальними зміщеннями станцій у межах кожного симплекса методом найменших квадратів виконано апроксимацію системи лінійних функцій
$$\left. \begin{aligned} \Delta x &= e_{11}x + e_{12}y \\ \Delta y &= e_{21}x + e_{22}y \end{aligned} \right\}. \text{ Матриця}$$

коефіцієнтів $e_{11}, e_{12}, e_{21}, e_{22}$ одержаних емпіричних формул генерує тензор (e_{ij}) , який є носієм інформації про деформацію поверхні і забезпечує її оцінювання числовими характеристиками різного геометричного змісту. Обчислено наступні характеристики [2]:

1) дилатація (відносна зміна площі) $\theta = e_{11} + e_{22}$;

2) максимальне розширення (розтяг) $E_1 = \rho + \frac{\gamma_m}{2}$, де

$$\rho = \frac{e_{11} + e_{22}}{2}, \gamma_m = \sqrt{\gamma_1^2 + \gamma_2^2}, \gamma_1 = e_{11} - e_{22}, \gamma_2 = e_{12} + e_{21};$$

3) мінімальне розширення (стиснення) $E_2 = \rho - \frac{\gamma_m}{2}$;

4) напрям $\varphi = \frac{1}{2} \arctg \frac{\gamma_2}{\gamma_1}$ дії розтягу E_1 .

Результати обчислення характеристик поміщено до таблиці.

Таблиця

Характеристики деформації земної поверхні у межах симплексів

№	Симплекс	Характеристики деформації			
		$\theta (\times 10^{-8})$	$E_1 (\times 10^{-8})$	$E_2 (\times 10^{-8})$	φ (град.)
2014–2019 рр.					
1	Mikl, Khar, Polv	3,04	3,03	1,51	135,9
2	Mikl, Glsv, Polv	1,98	3,09	0,02	42,4
3	Mikl, Glsv, Sulp	3,05	3,23	1,15	140,6
4	Mikl, UzhI, Sulp	2,91	3,28	0,93	138,6
2014–2021 рр.					
1	Mikl, Khar, Polv	3,96	4,12	1,94	41,7
2	Mikl, Glsv, Polv	2,69	4,33	-0,08	42,1
3	Mikl, Glsv, Sulp	4,33	4,56	1,61	141,2
4	Mikl, UzhI, Sulp	4,16	4,63	1,35	139,3
2014–2023 рр.					
1	Mikl, Khar, Polv	5,22	5,24	2,76	40,7
2	Mikl, Glsv, Polv	2,79	5,32	-0,48	38,6
3	Mikl, Glsv, Sulp	5,48	5,87	1,96	140,6
4	Mikl, UzhI, Sulp	5,26	5,98	1,62	138,8

5. Важливим елементом інтерпретації оцінок деформації є їх візуалізація за допомогою картографічних моделей відповідного тематичного спрямування. Цей аспект проблеми розглянутий у загальному контексті створення тематичних картографічних матеріалів, як це подано у статті [1]. Беручи до уваги наведені тут рекомендації, за результатами обчислення характеристик побудовано схематичні карти деформації земної поверхні території України (див. рис. 1, 2, 3).

Аналіз одержаних результатів та їх відображення на схематичних картах дають підстави сформулювати наступні **ВИСНОВКИ**.

1. Деформація земної поверхні за усіма обчисленими показниками зростає по мірі збільшення термінів спостережень на станціях відносно початкової дати.

2. Відносна зміна площі (дилатація) земної поверхні у межах всієї оцінюваної території не зазнає значної диференціації. Найменші показники одержано для частини території, окресленої симплексом Mikl, Glsv, Polv. Решта поверхні характеризується практично сталими показниками.

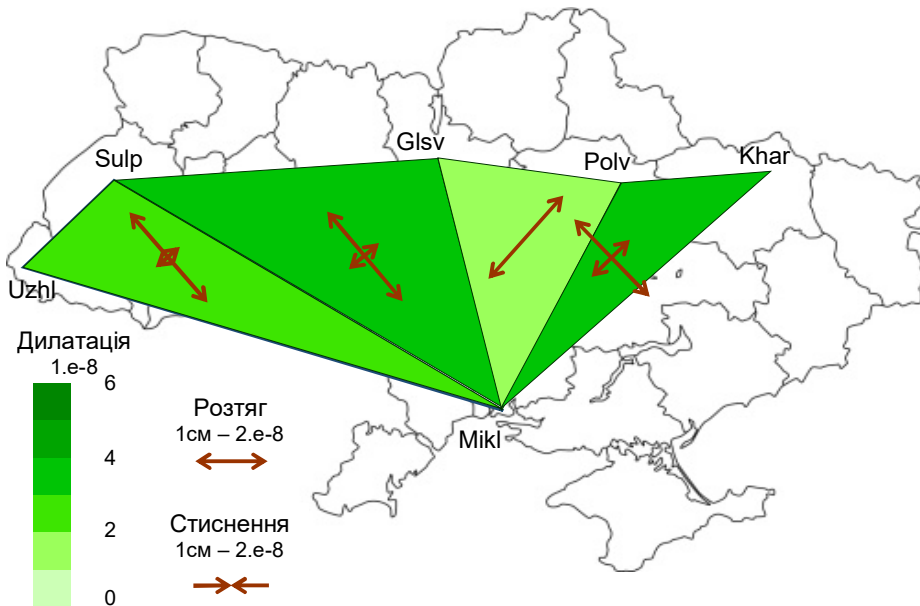


Рис. 1. Схематична карта деформації земної поверхні території України протягом 2014–2019 рр.

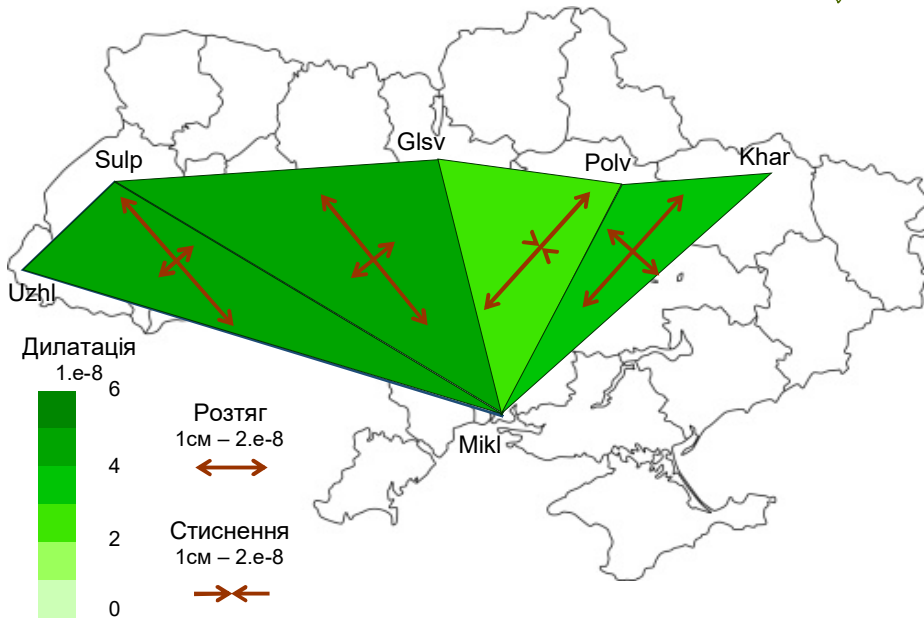


Рис. 2. Схематична карта деформації земної поверхні території України протягом 2014–2021 рр.

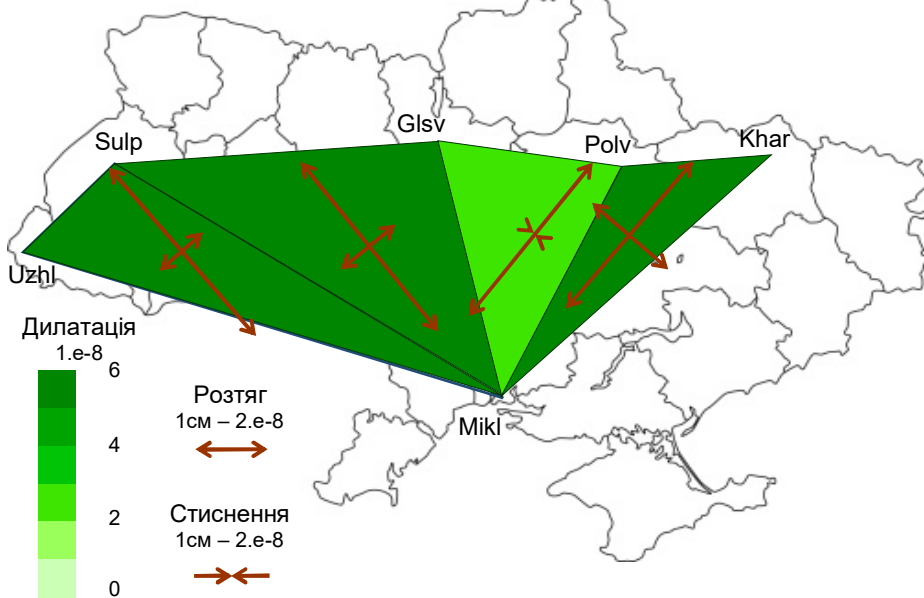


Рис. 3. Схематична карта деформації земної поверхні території України протягом 2014–2023 рр.

3. Протягом дослідного періоду показники розширень у межах всієї території засвідчують її чітке розділення у напрямках західніше та східніше відносно лінії між станціями Mikl-Glsv. Західніше цієї лінії накопичення розтягу та його напрям стали. Східніше лінії Mikl-Glsv закономірностей у змінах цього показника не спостерігається. Так, у межах симплекса Mikl,Khar,Polv напрям дії максимального розширення (розтягу) змінився на ортогональний. Для симплексу Mikl,Glsv,Polv характерне стиснення: якщо у початковому стані цей показник набував практично нульового значення, то з часом збільшується.

4. За сукупністю усіх характеристик деформації земної поверхні з поміж інших виділяється центральна частина території України у межах симплекса Mikl,Glsv,Polv, меншою мірою – східна частина у межах симплекса Mikl,Khar,Polv. Хоча на сьогоднішній день деформації тут не є критично значущими, проте ці території потребують подальшого моніторингу з можливістю деталізації досліджень.

1. Тадєєва О. О., Тадєєв О. А., Черняга П. Г. Математико-картографічне моделювання лінійних деформацій земної поверхні. *Вісник геодезії та картографії*. 2014. № 1(88). С. 16–22. 2. Тадєєв О. А. Особливості тектонофізичної інтерпретації геодезичних даних в геодинамічних дослідженнях. *Вісник Національного університету водного господарства та природокористування. Сер. Технічні науки*. 2013. Вип. 1(61). С. 224–232. 3. Dermanis A. The evolution of geodetic methods for the determination of strain parameters for earth crust deformation / In Arabelos D., Kontadakis M., Kaltsikis Ch., Spatalas S. Eds. *Terrestrial and stellar environment*. Publication of the school of rural & surveying engineering, Aristotle university of Thessaloniki, 2009. P. 107–144. 4. Dong D., Herring T. A., King R. W. Estimating regional deformation from a combination of space and terrestrial geodetic data. *Journal of Geodesy*. 1998. Vol. 72 (4). P. 200–214. 5. Hartmann F., Katz C. *Structural analysis with finite elements*. Berlin : Heidelberg, 2007. 591 p. 6. IAG (International Association of Geodesy). Commission 3 – Earth Rotation and Geodynamics. URL: http://iag.dgfi.tum.de/fileadmin/handbook_2012/333_Commission_3.pdf. (дата звернення: 10.11.2023). 7. Quasi-Observation Combination Analysis based on GAMIT-GIPSY Combined Solution (QOCA package). URL: <http://qoca.jpl.nasa.gov/>. (дата звернення: 10.11.2023). 8. Savchuk S., Tadyeyev A., Prokopchuk A. Analysis and research results of GNSS data representativeness in estimation of modern horizontal motion of the earth's surface (on the example of Europe's territory). *Geodesy, cartography and aerial photography*. 2017. № 86. P. 19–34. 9. Scripps Orbit and Permanent Array Center. URL: <http://sopac.ucsd.edu/sector.shtml>; <http://csrc-old.ucsd.edu/velocities.shtml>. (дата звернення: 10.11.2023). 10. Terada T., Miyabe N. Deformation of the earth crust in Kwansai districts

and its relation to the orographic feature. *Bulletin of Earthquake Research Institute, Univ. Tokyo*. 1929. № 7. P. 223–239.

REFERENCES:

1. Tadieieva O. O., Tadieiev O. A., Cherniaha P. H. Matematyko-kartohrafichne modeliuвання liniinykh deformatsii zemnoi poverkhni. *Visnyk heodezii ta kartohrafii*. 2014. № 1(88). S. 16–22.
 2. Tadieiev O. A. Osoblyvosti tektonofizychnoi interpretatsii heodezychnykh danykh v heodynamichnykh doslidzhenniakh. *Visnyk Natsionalnoho universytetu vodnoho hospodarstva ta pryrodokorystuvannia. Ser. Tekhnichni nauky*. 2013. Vyp. 1(61). S. 224–232.
 3. Dermanis A. The evolution of geodetic methods for the determination of strain parameters for earth crust deformation / In Arabelos D., Kontadakis M., Kaltsikis Ch., Spatalas S. Eds. *Terrestrial and stellar environment*. Publication of the school of rural & surveying engineering, Aristotle university of Thessaloniki, 2009. P. 107–144.
 4. Dong D., Herring T. A., King R. W. Estimating regional deformation from a combination of space and terrestrial geodetic data. *Journal of Geodesy*. 1998. Vol. 72 (4). P. 200–214.
 5. Hartmann F., Katz C. *Structural analysis with finite elements*. Berlin : Heidelberg, 2007. 591 p.
 6. IAG (International Association of Geodesy). Commission 3 – Earth Rotation and Geodynamics. URL: http://iag.dgfi.tum.de/fileadmin/handbook_2012/333_Commission_3.pdf. (data zvernennia: 10.11.2023).
 7. Quasi-Observation Combination Analysis based on GAMIT-GIPSY Combined Solution (QOCA package). URL: <http://qoca.jpl.nasa.gov/>. (data zvernennia: 10.11.2023).
 8. Savchuk S., Tadyeyev A., Prokopchuk A. Analysis and research results of GNSS data representativeness in estimation of modern horizontal motion of the earth's surface (on the example of Europe's territory). *Geodesy, cartography and aerial photography*. 2017. № 86. P. 19–34
 9. Scripps Orbit and Permanent Array Center. URL: <http://sopac.ucsd.edu/sector.shtml>; <http://csrc-old.ucsd.edu/velocities.shtml>. (data zvernennia: 10.11.2023).
 10. Terada T., Miyabe N. Deformation of the earth crust in Kwansai districts and its relation to the orographic feature. *Bulletin of Earthquake Research Institute, Univ. Tokyo*. 1929. № 7. P. 223–239.
-

Tadieiev O. A., Candidate of Engineering (Ph.D.), Associate Professor, Mashkin M. C., Senior Student (National University of Water and Environmental Engineering, Rivne)

EVALUATION OF HORIZONTAL DEFORMATIONS OF THE EARTH'S SURFACE IN THE TERRITORY OF UKRAINE USING THE FINITE ELEMENT METHOD (2014–2023)

Results of evaluation of horizontal deformations of the earth's surface based on the data of observations in the network of permanent GNSS stations of Ukraine during 2014–2019, 2014–2021 and 2014–2023 are presented. In order to ensure the necessary accuracy of results, representative ellipsoidal coordinates of six stations were selected from the specialized JPLComb database of the SOPAC archive. These are the stations Glsv (Kyiv), Polv (Poltava), Khar (Kharkiv), Mikl (Mykolaiv), Sulp (Lviv), Uzhl (Uzhhorod). Based on selected coordinates, the displacements of stations during the specified periods was calculated and expressed in the flat rectangular system of the Gauss-Kruger projection. Solving the problem of deformation evaluation is implemented by simulating of the earth's surface with finite elements in the form of a simplex. Four simplexes are formed. The linear-homogeneous deformation model of the mathematical theory of elasticity is used. To calculate the deformation tensor based on the displacements of the simplex vertices, a linear function approximation was performed. Characteristics of the deformation of the Earth's surface within the simplexes, in particular, such as dilation, maximum and minimum expansion, and the direction of action of the maximum expansion, were calculated from the components of the tensor. Methods of the graphic image of deformations were used to present the final results. On this basis, schematic maps of deformations of the earth's surface were created. An analysis of the obtained results is presented. The part of the territory of Ukraine was selected, where further monitoring of deformations is recommended. Such a territory is delineated by a simplex formed by stations Mikl, Glsv, Polv; to a lesser extent – the Mikl, Khar, Polv simplex.

***Keywords:* finite elements; simplex; tensor; deformation; GNSS; SOPAC; JPLComb.**