Міністерство освіти і науки України
Національний університет водного господарства
та природокористування

В. В. Крівцов, Є. В. Пугачов, В. В. Крівцов

ПРОЄКЦІЇ З ЧИСЛОВИМИ ПОЗНАЧКАМИ
(теоретична частина, задачі, приклади тестових завдань)

Навчальний посібник

Рівне – 2024

УДК 514.18:744.41
К82

Рецензенти:
***Кочкарьов Д. В.*,** доктор технічних наук, професор Національного університету водного господарства та природокористування;
***Пустюльга С. І.*,** доктор технічних наук, професор Луцького національного технічного університету.

Рекомендовано вченою радою Національного університету водного господарства та природокористування.
Протокол № 6 від 21 червня 2024 р.

Крівцов В. В., **Пугачов Є. В., Крівцов В. В.**
К82 Проєкції з числовими позначками (теоретична частина, задачі, приклади тестових завдань) : навч. посіб. [Електронне видання]. – Рівне : НУВГП, 2024. – 330 с.
ISBN 978-966-327-600-7

У навчальному посібнику викладено теоретичні основи та практичне застосування методу проєкцій з числовими позначками. До кожного розділу запропоновано задачі для самостійного розв'язування та приклади тестових завдань. Навчальний посібник призначено для здобувачів вищої освіти, які навчаються за спеціальностями галузі знань «Архітектура та будівництво».

УДК 514.18:744.341

ISBN 978-966-327-600-7

© В. В. Крівцов, Є. В. Пугачов, В. В. Крівцов, 2024
© Національний університет водного господарства та природокористування, 2024

ВСТУП

Проєктування різноманітних будівельних об'єктів, читання та виконання відповідних креслень потребує знань спеціального методу зображень – методу проєкцій з числовими позначками. Цей метод використовують для зображення великих площ, наприклад, ділянок земної поверхні з розміщеними на ній спорудами. Він відрізняється від інших видів проєкціювання тим, що дозволяє з достатньою для практики точністю та наочністю зображувати об'єкти, висотні розміри яких відносно невеликі порівняно з їх горизонтальними розмірами (розмірами на плані).

Архітекторам, спеціалістам будівельних професій різних напрямків без знань цього методу неможливо якісно запроєктувати об'єкти на земній поверхні.

В навчальній літературі метод проєкцій з числовими позначками представлено переважно окремими главами в загальних курсах нарисної геометрії та інженерної графіки і викладено в стислій формі. В даному посібнику відносно повно висвітлено основні питання, що розглядаються в курсі проєкцій з числовими позначками.

Посібник містить 6 розділів. Кожний розділ складається з теоретичної частини, збірника задач та прикладів тестових завдань. В теоретичних частинах розглядаються зображення об'єктів на плані, основні поняття, способи градуювання, визначення точок нульових робіт; побудова меж земляних робіт та профілю земної поверхні і споруди на ній; приклади інженерних задач, які зустрічаються при проєктування об'єктів та виконанні будівельних робіт, тобто ті навчальні інструменти, які знадобляться здобувачам вищої освіти в їх практичній діяльності. Задачі та приклади тестових завдань мають тематичну направленість відповідно до питань, що розглядаються в розділі, формують майбутні професійні компетентності.

Навчальний посібник призначено для здобувачів вищої освіти, які навчаються за спеціальностями галузі знань «Архітектура та будівництво».

ЗМІСТ

ВСТУП……	3
РОЗДІЛ 1. ПРОЄКЦІЇ ТОЧКИ ТА ПРЯМОЇ ЛІНІЇ….	7
1.1. Теоретичні відомості …….	7
1.1.1. Сутність методу проєкцій з числовими позначками. План. Проєкції точки. Масштаб ……..	7
1.1.2. Проєкції прямих ліній ……	10
1.1.3. Закладання, підйом, ухил та інтервал прямої лінії ..	12
1.1.4. Градуювання прямої лінії ……..	19
1.1.4.1. Градуювання прямої лінії аналітичним способом	19
1.1.4.2. Градуювання прямої лінії способом профілю …..	23
1.1.4.3. Градуювання прямої лінії способом пропорціонального ділення …….	28
1.1.5. Визначення натуральної величини відрізка прямої лінії та кута її нахилу до площини нульового рівня …….	29
1.2. Задачі до розділу 1 …….	34
1.3. Приклади тестових завдань до розділу 1 ……	47
РОЗДІЛ 2. ВЗАЄМНЕ ПОЛОЖЕННЯ ДВОХ ПРЯМИХ ЛІНІЙ ……	50
2.1. Теоретичні відомості ……	50
2.1.1. Паралельні прямі лінії ……	51
2.1.2. Прямі лінії, що перетинаються …….	54
2.1.3. Мимобіжні прямі лінії ……	56
2.1.4. Взаємно перпендикулярні прямі лінії ……..	60
2.2. Задачі до розділу 2 ……	62
2.3. Приклади тестових завдань до розділу 2 ……	73
РОЗДІЛ 3. ПРОЄКЦІЇ ПЛОЩИНИ ……	76
3.1. Теоретичні відомості ……	76
3.1.1. Задання площини на плані. Масштаб ухилу площини	76
3.1.2. Градуювання площини ……	83
3.1.3. Пряма лінія та точка в площині …….	90
3.1.4. Визначення натуральної величини плоскої фігури ..	94
3.2. Задачі до розділу 3 …….	98
3.3. Приклади тестових завдань до розділу 3 ……	110
РОЗДІЛ 4. ВЗАЄМНЕ ПОЛОЖЕННЯ ДВОХ ПЛОЩИН, ПРЯМОЇ ЛІНІЇ ТА ПЛОЩИНИ ……	113

4.1. Теоретичні відомості ……	113
4.1.1. Взаємне положення двох площин ……	113
4.1.2. Взаємне положення прямої лінії та площини …….	136
4.1.3. Взаємна перпендикулярність прямої лінії та площини, двох площин ……	144
4.2. Задачі до розділу 4 ……	157
4.3. Приклади тестових завдань до розділу 4 ……	178
РОЗДІЛ 5. ПРОЄКЦІЇ ПОВЕРХОНЬ ……	181
5.1. Теоретичні відомості ……	181
5.1.1. Проєкції багатогранників ……	181
5.1.2. Проєкції кривих поверхонь ……..	184
5.1.2.1. Конічні поверхні ……	184
5.1.2.2. Циліндрична поверхня ……..	190
5.1.2.3. Циліндроїд …….....	191
5.1.2.4. Коноїд ……..	191
5.1.2.5. Коса площина ……..	193
5.1.2.6. Сфера ……...	195
5.1.2.7. Поверхня однакового ухилу ……..	195
5.1.2.8. Гвинтова поверхня …….	205
5.1.2.9. Поверхня рівностійкого укосу ……..	210
5.1.2.10 Поверхня рівнодовгого укосу ……..	212
5.1.2.11. Поверхня двоскатної дороги ……	215
5.1.3. Проєкції топографічної (земної) поверхні ……..	216
5.1.3.1. Побудова профілю топографічної поверхні ……	224
5.1.3.2. Лінії та точки на топографічній поверхні ……	228
5.2. Задачі до розділу 5 ……	237
5.3. Приклади тестових завдань до розділу 5 ……	249
РОЗДІЛ 6. ПЕРЕТИН ПОВЕРХНІ З ПЛОЩИНОЮ ТА ПРЯМОЮ ЛІНІЄЮ. ВЗАЄМНИЙ ПЕРЕТИН ПОВЕРХОНЬ …….	253
6.1. Теоретичні відомості ……	253
6.1.1. Перетин поверхні з площиною ……	253
6.1.1.1. Перетин багатогранної та кривої поверхні з площиною ……..	253
6.1.1.2. Перетин топографічної поверхні з площиною …	257
6.1.2. Перетин поверхні з прямою лінією …….	277

6.1.2.1. Перетин багатогранної та кривої поверхні з прямою лінією ……	277
6.1.2.2. Перетин топографічної поверхні з прямою лінією	281
6.1.3. Взаємний перетин поверхонь …….....	284
6.1.3.1. Перетин кривих поверхонь ……..	284
6.1.3.2. Побудова меж земляних робіт інженерно-будівельних споруд …….....	286
6.1.3.2.1. Визначення точок нульових робіт ……	286
6.1.3.2.2. Побудова меж земляних робіт греблі ……..	295
6.1.3.2.3. Побудова меж земляних робіт будівельних майданчиків ……	300
6.2. Задачі до розділу 6 …….	306
6.3. Приклади тестових завдань до розділу 6 …….	325
Список використаної та рекомендованої літератури ..	329

Розділ 1. Проєкції точки та прямої лінії

1.1. Теоретичні відомості

1.1.1. Сутність методу проєкцій з числовими позначками. План. Проєкції точки. Масштаб

Сутність методу проєкцій з числовими позначками полягає в ортогональному проєкціюваннні об'єкта, наприклад, ділянки земної поверхні, тільки на одну, як правило, горизонтально розміщену площину проєкцій, яку називають умовною площиною нульового рівня π_0. Оскільки одна проєкція об'єкта однозначно не визначає його положення в просторі, то оберненість креслення в проєкціях з числовими позначками досягається тим, що біля його окремих (характерних) точок проставляють числа, які вказують відстань (здебільшого в метрах) цих точок до площини нульового рівня π_0. Такі числа є висотними координатами і називаються ***числовими позначками***.

Якщо точки об'єкта розміщені нижче площини π_0, взяту за умовну площину нульового рівня, то перед числовою позначкою ставиться знак «мінус».

Креслення, виконане в проєкціях з числовими позначками, називають ***планом***, що є зменшеним зображенням оригіналу, і на ньому обов'язково вказують числовий або лінійний масштаб.

На рис. 1.1 дано наочне зображення розміщення точок *A*, *C*, *D* в просторі відносно площини нульового рівня π_0, а на рис. 1.2 – креслення цих точок в проєкціях з числовими позначками (на планах).

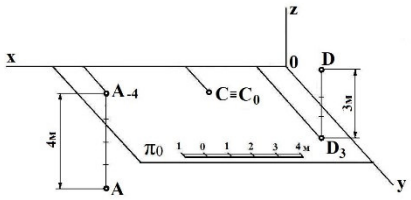


Рис. 1.1. Наочне зображення розміщення точок *A*, *C*, *D* відносно π_0

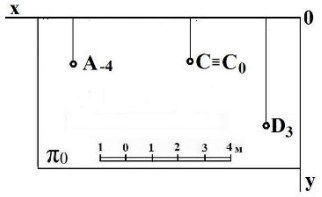


Рис. 1.2. Зображення точок *A*, *C*, *D* в проєкціях з числовими позначками (на плані)

Якщо умовну площину нульового рівня підняти вверх на 3 м, то наочне зображення розміщення точок, що показано на рис. 1.1, буде виглядати як на рис. 1.3, *а* зображення на плані (рис. 1.2) буде мати вигляд як на рис. 1.4.

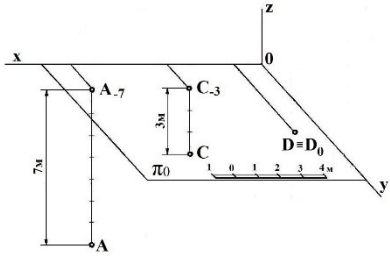


Рис. 1.3. Наочне зображення розміщення точок A, C, D, коли π_0 підняли вверх на 3 м порівняно з рис. 1.1

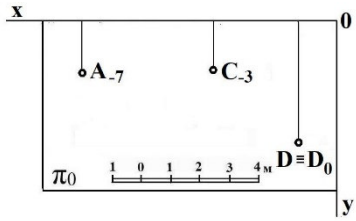


Рис. 1.4. Зображення точок A, C, D на плані, коли π_0 підняли вверх на 3 м порівняно з рис. 1.2

Метод проєкцій з числовими позначками застосовують для зображення об'єктів, висоти яких істотно менші їх розмірів на плані. В першу чергу це стосується зображення земної поверхні із різними інженерними спорудами на ній. Таке зображення на дві площини проєкцій є незручним, оскільки величини розмірів об'єкта по осях x і y (тобто довжини та ширини об'єкта) значно перевищують розміри по осі z (висоту об'єкта). В такому випадку найбільш оптимальним для зображення земної поверхні з інженерними спорудами на ній є метод проєкцій з числовими позначками, за яким проєкціювання здійснюється тільки на одну, як правило, горизонтальну площину проєкцій.

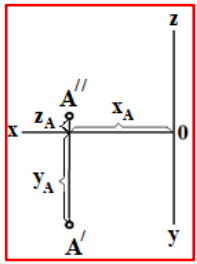


Рис. 1.5. Епюр точки A в системі двох площин проєкцій

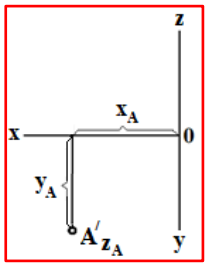


Рис. 1.6. Зображення точки A на плані

На рис. 1.5 показано класичний епюр точки *A* в системі двох площин проєкцій, який дозволяє однозначно визначати положення точки A в просторі, де A', A'' -

відповідно горизонтальна та фронтальна проєкції точки *A*; z_A <<x_A, z_A. На рис. 1.6 показано зображення точки А в проєкціях з числовими позначками, де z_A показує відстань точки *A* до горизонтальної площини проєкцій, тобто z_A називається в проєкціях з числовими позначками (на планах) числовою позначкою точки *A*. Наявність числових позначок біля горизонтальних проєкцій об'єкта дозволяє також однозначно визначати розміри земної поверхні та споруд на ній, зображених на планах.

Оскільки в проєкціях з числовими позначками зображують переважно горизонтальні проєкції об'єктів, то знаки штрихів «/» біля горизонтальних проєкцій точок об'єкта не проставляють, а замість z_A пишуть величину числової позначки, як правило, в метрах.

Обов'язковою умовою виконання плану є наявність на ньому чисельного або лінійного масштабів, оскільки розміри на планах, як правило, не проставляються. Тобто перш, ніж почати побудову зображення на плані, потрібно визначити його масштаб.

Масштаб – це відношення довжини відрізка, який взяли на плані, до дійсної довжини його горизонтальної проєкції.

Числовий масштаб – це дріб, чисельник якого одиниця, а знаменник є число, що показує, у скільки разів довжину горизонтальної проєкції відрізка (лінії) зменшено на плані порівняно з його реальною довжиною. Наприклад: 1:110, 1:200, 1:500 тощо. Так, для числового масштабу 1:100 довжину горизонтальної проєкції лінії на місцевості, тобто її дійсну довжину, зменшено на плані в 100 разів. Числовий масштаб, наприклад 1:100, може читатися таким чином: відрізку на плані довжиною 1 см відповідає довжина 100 см або 1 м горизонтальної проєкції цього відрізка на місцевості.

Таку інтерпретацію числового масштабу за допомогою слів та цифр називають ***іменованим масштабом***, зокрема «в 1 сантиметрі 2 метри» іменованого масштабу відповідає 1:200 числового масштабу.

Лінійний масштаб (рис. 1.7, 1.8) є відрізком прямої у вигляді масштабної шкали, яку поділено на рівні частини, де

наносяться дійсні величини чисел на місцевості, що відповідають вимірюваним на плані відрізкам. Як правило, поділ відбувається

Рис. 1.7. Лінійний масштаб, що відповідає числовому 1:100

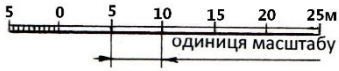


Рис. 1.8. Лінійний масштаб, що відповідає числовому 1:500

на відрізки довжиною в 1 см. Такий відрізок довжиною 1 см (10 мм) називають ***основою лінійного масштабу***, який є поділкою масштабної шкали – проміжком між двома сусідніми відмітками шкали.

Основу масштабу, розміщену зліва від нульової відмітки шкали (рис. 1.7, 1.8) поділяють на десять рівних частин. Ці частини називають ***найменшою поділкою лінійного масштабу***. Точність лінійного масштабу відповідає найменшій поділці лінійного масштабу. Так, найменша поділка лінійного масштабу, що зображений на рис. 1.7, дорівнює 0,1 м. Цьому лінійному масштабу відповідає числовий 1:100 або іменований масштаб «в 1сантиметрі 1 метр». Найменша поділка лінійного масштабу, зображеного на рис. 1.8, дорівнює 0,5 м. Цьому лінійному масштабу відповідає числовий 1:500 або іменований масштаб «в 1сантиметрі 5 метрів». Це означає, що вимірювання на плані з лінійним масштабом, що відповідає рис. 1.7, можна виконувати з точністю до 0,1 м, а вимірювання, з лінійним масштабом, що відповідає рис. 1.8, можна виконувати з точністю до 0,5 м.

1.1.2. Проєкції прямих ліній

Пряма загального положення в проєкціях з числовими позначками може бути зображена проєкціями двох її нетотожних точок, через які проходить горизонтальна проєкція цієї прямої із обов'язковим зазначенням їх числових позначок, що мають різні величини (рис. 1.9). На

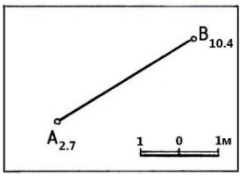


Рис. 1.9. Зображення на плані прямої загального положення *AB*

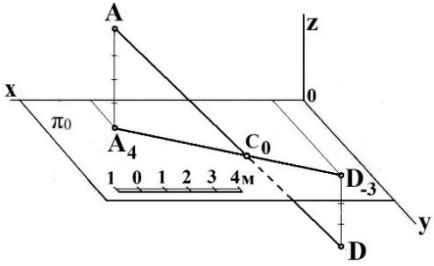


Рис. 1.10. Наочне зображення прямої загального положення *AD* і її проєкції на плані

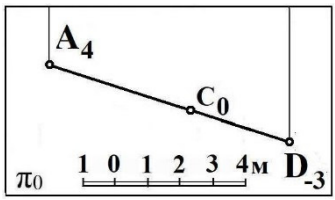


Рис. 1.11. Зображення прямої *AD* на плані відповідно до рис. 1.10

рис. 1.10, 1.11 також зображено пряму загального положення *AD*. Точка *A* цієї прямої знаходиться вище площини нульового рівня π_0, а точка *D* – нижче. Точка C_0 є слідом прямої *AD*, тобто точкою перетину прямої *AD* з площиною нульового рівня π_0.

Горизонтальна пряма, яка паралельна до площини π_0, може бути зображена своєю горизонтальною проєкцією із

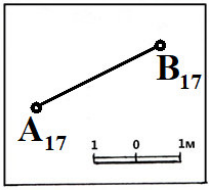


Рис. 1.12. Зображення на плані горизонтальної прямої із зазначенням числових позначок двох її точок

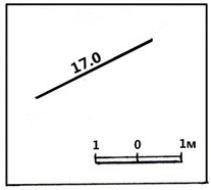


Рис. 1.13. Зображення на плані горизонтальної прямої із зазначенням числової позначки прямої

зазначенням однакових за величиною числових позначок двох її нетотожних точок (рис. 1.12) або із зазначенням числової позначки прямої, якій будуть дорівнювати всі точки горизонтальної прямої (рис. 1.13).

Вертикальна або ***горизонтально-проєкціююча пряма*** *CD* (рис. 1.14, 1.15), яка перпендикулярна до π_0, проєкціюється на π_0 в точку $C_3 \equiv D_7$, що має дві різні числові позначки двох її нетотожних точок *C* і *D*. Проєкцію $C_3 \equiv D_7$ називають ***основною проєкцією*** проєкціюючої прямої. Вона має збірну властивість:

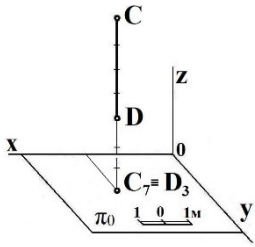


Рис. 1.14. Наочне зображення вертикальної прямої CD і її проєкції на плані

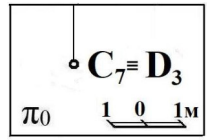


Рис. 1.15. Зображення вертикальної прямої CD на плані відповідно до рис. 1.14

проєкції всіх точок такої прямої на π_0 збігаються та належать основній проєкції прямої *CD*. Таким чином, вертикальна пряма *CD* на плані однозначно визначається своєю основною проєкцією.

Крім зазначених прикладів, пряма загального положення може бути зображена на плані проєкцією тільки однієї точки із зазначенням її числової позначки. Проте в цьому випадку потрібно надати додаткові відомості, обов'язково вказати, в якому напрямку від заданої точки прямої числові позначки інших точок прямої зменшують величини своїх числових позначок (напрямок спуску прямої), а також, інші параметри прямої, які характеризують її розміщення в просторі відносно площини π_0, наприклад, значення кута нахилу прямої до π_0. Для такого зображення прямої використовують такі поняття як ухил, закладання, підйом (перевищення) та інтервал прямої.

1.1.3. Закладання, підйом, ухил та інтервал прямої лінії

Закладанням відрізка прямої називається довжина горизонтальної проєкції цього відрізка, яка вимірюється на плані за шкалою лінійного масштабу і позначається літерою *L*. На рис. 1.16 довжина відрізка A_2B_6 є закладанням відрізка *AB*, оскільки A_2B_6 є горизонтальною проєкцією *AB*. З урахуванням зазначеного на π_0 лінійного масштабу (рис. 1.17) довжина відрізка A_2B_6 дорівнює 8 м. В символічному вигляді закладання відрізка *AB* записуємо таким чином: $L_{B,A} = 8$ м, тобто відстань між

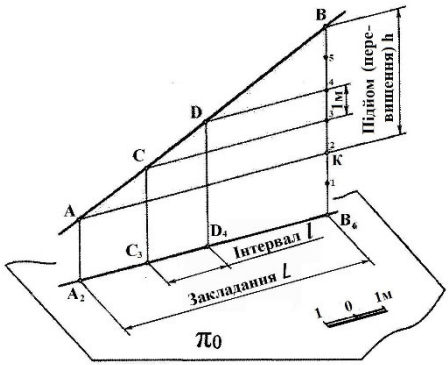


Рис. 1.16. До визначення закладання, підйому відрізка прямої АВ та ухилу, інтервалу прямої лінії

точками B_6 і A_2, яку виміряно на плані, дорівнює 8 м. В індексі позначення «*B*,*A*» закладання *L* попереду вказується буквене позначення точки, що має більшу числову позначку (для рис. 1.17 – це точка *B*), або, при відсутності буквеного позначення точок, попереду зазначається більша числова позначка одного з кінців відрізка, що вимірюється на плані.

Підйомом або перевищенням відрізка прямої називається різниця числових позначок точок-кінців цього відрізка і позначається буквою h (рис. 1.16). На рис. 1.17 показано, що підйом відрізка прямої АВ дорівнює 4 м. Записуємо це таким чином*:* $h_{B,A} = 4$ *м* ($h_{B,A} = H_B - H_A = 6$ *м* $- 2$ *м* $= 4$ *м*, де H_B, H_A – висоти або числові позначки точок *B* і *A*, H_B *– 6м,* $H_A = 2$ *м*).

Ухилом прямої називається відношення підйому відрізка цієї прямої до закладання цього ж відрізка. Ухил прямої визначається за формулою:

$$i = \frac{h}{L}, \qquad (1.1)$$

де *i* – ухил прямої, *h* – підйом відрізка прямої, *L* – закладання цього ж відрізка прямої.

Ухил прямої записують в десяткових дробах, у вигляді відношення *1*: *n*, де *n* – будь-яке додатне число, в процентах (%), в промілях (‰).

За даними рис. 1.17 ухил *i* прямої *AB* визначаємо за формулою (1.1):

$$i = \frac{h}{L} = \frac{H_B - H_A}{L_{B,A}} = \frac{6\text{м} - 2\text{м}}{8\text{м}} = \frac{4\text{м}}{8\text{м}} = 0.5 = 1:2 = 50\,\% = 500\,‰.$$

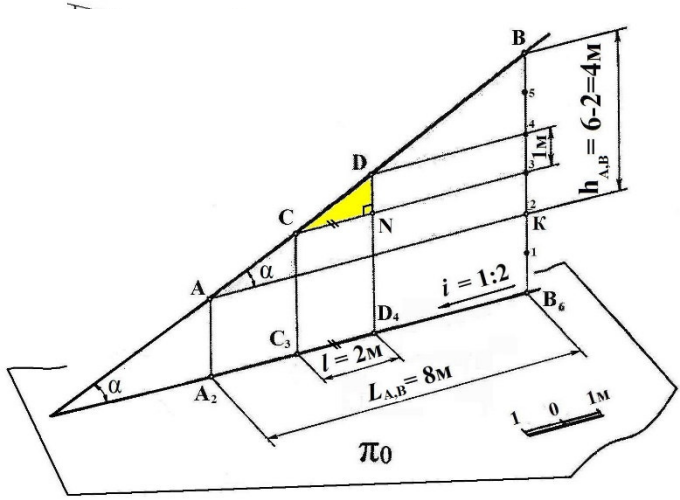


Рис. 1.17. Конкретні значення закладання, підйому відрізка прямої *AB* та ухилу, інтервалу прямої лінії

Якщо ухил прямої задано у вигляді десяткового дробу або відношення *1*: *n*, то для переведення величини ухилу в проценти або промілі потрібно виконати такі дії: $^1/_2 \cdot 100\% = 50\%$, $^1/_2 \cdot 1000‰ = 500‰$. Якщо, навпаки, ухил прямої задано в процентах або промілях, то для переведення величини ухилу у вигляді десяткового дробу або відношення *1*: *n* потрібно виконати такі дії: $\frac{50\%}{100‰} = 0.5 = 1:2$, $\frac{500‰}{1000‰} = 0.5 = 1:2$.

На рис. 1.18 ухил прямої *AD*, у якої точка *A* знаходиться вище площини π_0, а точка *D* нижче, знаходимо також за формулою 1.1: $i = \frac{h_{A,D}}{A_4D_{-3}} = \frac{h_{A,C}}{A_4D_{-3}} = \frac{h_{C,B}}{C_0D_{-3}}$.

Ухил прямої можна визначити через тангенс кута нахилу прямої до площини π_0 (рис.1.19) за формулою:

$$i = tg\alpha = \frac{h}{L}, \qquad (1.2)$$

де *i* – ухил прямої; α – кут нахилу прямої до площини π_0 визначається як кут між самою прямою та її горизонтальною роєкцією; *h*, *L* – відповідно підйом та закладання відрізка прямої.

Тангенс кута нахилу прямої *AB* за даними рис. 1.17 відповідно до формули 1.2 дорівнює:

$$tg\alpha = \frac{h_{B,A}}{L_{B.A}} = \frac{4\text{м}}{8\text{м}} = 1{:}2 = 0.5.$$

Тоді кут нахилу α прямої *AB* до площини π_0 дорівнює: α = arctg0.5 ≈ 26.6^0.

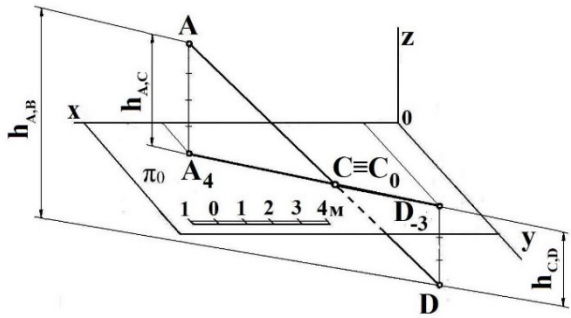


Рис. 1.18. До визначення ухилу прямої AD

Знаючи ухил прямої або кут нахилу прямої до площини π_0, пряму загального положення, крім прикладів, показаних нарис. 1.9, 1.11, можна зобразити так, як показано на рис. 1.20, 1.21. На рис. 1.20 прямі загального положення зображені своїми горизонтальними проєкціями із вказуванням числової позначки точки прямих, напрямами спуску прямих, які проведено

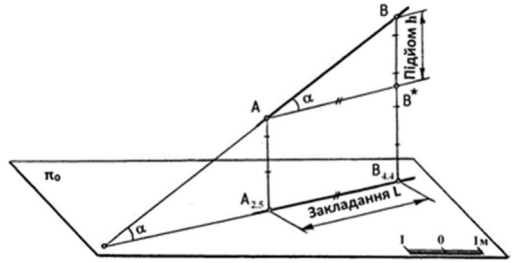


Рис. 1.19. До визначення ухилу прямої з використанням кута нахилу α прямої до площини π_0

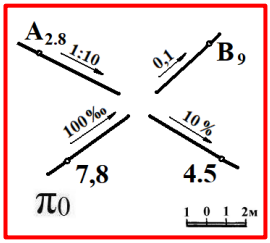


Рис. 1.20. Зображення прямих точкою з числовою позначкою і ухилом прямих

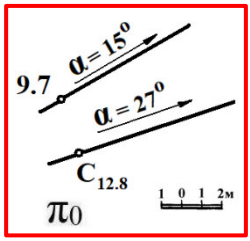


Рис. 1.21. Зображення прямих точкою з числовою позначкою і кутом нахилу α прямих до площини π_0

паралельно до горизонтальних проєкцій прямих, із зазначенням величини ухилу прямих, причому ухили для всіх чотирьох прямих однакові, незважаючи на їх різні позначення. На рис. 1.21 також зображено прямі загального положення, тільки замість величини ухилу записують величину кута нахилу прямих до площини π_0, зазвичай у градусах.

Інтервалом прямої називається довжина горизонтальної проєкції відрізка прямої, підйом якого дорівнює одиниці довжини, наприклад 1 м, і позначаєnmcя буквою *l*. На рис. 1.17 інтервал прямої *AB* дорівнює 2 м. Тобто, якщо на горизонтальній проєкції цієї прямої в будь-якому місці відмітити відрізок 2 м з урахуванням масштабу плану, то підйом цього відрізка буде дорівнювати 1 м.

Інтервал прямої можна визначити за формулою:

$$l = k \cdot \frac{L}{h}, \qquad (1.3)$$

де l – інтервал прямої, L – закладання будь-якого відрізка прямої, h – підйом цього відрізка, k = 1 м – розмірний коефіцієнт.

Якщо h = 1 м, то $l = L$, звідси випливає інше означення інтервалу прямої: ***інтервал прямої*** – це така довжина закладання відрізка прямої, підйом якого дорівнює 1 м. По суті це означення дублює попереднє, де замість «горизонтальна проєкція» написано «закладання».

Оскільки $i = {}^{h}/_{L}$ (формула 1.1), а $l = k \cdot {}^{L}/_{h}$ (формула 1.3), то $i = 1 : {}^{l}/_{k}$, звідси ухил та інтервал прямої є взаємно оберненими величинами. Наприклад, якщо $l = 5$ м, то $i = 1 : {}^{l}/_{k} = 1 : {}^{5\text{м}}/_{1\text{м}} = 1 : 5$. Якщо $i = 1 : 5$, то $l = {}^{k}/_{\text{i}} = \frac{1\text{м}}{1} : \frac{1}{5} = 5$ м.

Оскільки на плані лінійні масштаби зазначені переважно в метрах, то в формулі (1.3) можна не брати до уваги розмірний коефіцієнт *k*, який враховує, що ухил – це безрозмірна величина, а інтервал – розмірна. Тоді можна записати, що $i = 1 : l$, а $l = 1 : l$, тобто, якщо $i = 1 : 2$ (безрозмірна величина), то $l = 2$ м (розмірна величина), а формулу (1.3) записати у вигляді $i = {}^{L}/_{h}$ без розмірного коефіцієнта *k*.

Ухил прямої до площини π_0 визначається як ухил прямої до її горизонтальної проєкції на площині π_0. Щоб за величиною ухилу прямої, зазначеної на плані, уявити дійсний ухил самої прямої, потрібно подумки побудувати прямокутний трикутник, у якого довжина вертикального катета дорівнює 1 о.д., а горизонтального – величині інтервалу прямої. Так, на рис. 1.17 ухил прямої *AB* дорівнює 1 : 2, що показано на горизонтальній проєкції прямої *AB*, розміщеної в площині π_0. Уявляємо прямокутний ΔCND (рис. 1.17), у якого довжина вертикального катета $DN = 1$ о.д., що чисельно дорівнює підйому відрізка *CD*, а довжина горизонтального катета *CN* дорівнює інтервалу $l = 2$ о.д. та довжині горизонтальної проєкції C_3D_4 відрізка *CD*. В такому прямокутному трикутнику гіпотенуза *CD* має ухил 1 : 2 до горизнтально розміщеного катета *CN*, а, отже, і до площини π_0.

У зв'язку з вище викладеним можна привести ще одне означення ухилу прямої: ***ухил прямої*** – це відношення підйому відрізка прямої, що дорівнює одиниці довжини, до закладання цього відрізка, що дорівнює інтервалу прямої. Це означення ухилу прямої є по суті словесною інтерпретацією математичного виразу $i = {}^{1}/_{l}$, де *i*, *l* – відповідно ухил та інтервал прямої, і має велике практичне застосування при виконанні побудов на плані, оскільки дозволяє за величиною ухилу прямої відразу визначати інтервал прямої. Наприклад, якщо ухил прямої 1 : 10, то це

означає, що інтервал цієї прямої дорівнює 10 о.д., тобто, відклавши на прямій в будь-якому місці відрізок довжиною 10 о.д., будемо мати підйом такого відрізка, що дорівнює 1 о.д.

Із виразу $i = {}^{1}/_{l}$ випливає:

1 – якщо $i < 1$, то $l > 1$, де i задано у десяткових дробах. При цьому інтервал l розглядається як безрозмірна величина з урахуванням тільки його числового значення, при цьому слід пам'ятати, що інтервал є розмірною величиною і при необхідності можна надати йому одиницю виміру відповідно до масштабу конкретного плану. Кут нахилу α прямої до π_0 може змінюватися в межах: $0^0 < \alpha < 45^0$. На рис. 1.22,а зображено пряму AB, яка відповідає зазначеним величинам ухилу та інтервалу прямої;

2 – якщо $i > 1$, то $l < 1$, а кут нахилу прямої до π_0 може змінюватися в межах: $45^0 < \alpha < 90^0$. На рис. 1.22,б зображено пряму CD, яка відповідає зазначеним величинам ухилу та інтервалу прямої;

3 – якщо $i = 1$, то $l = 1$, а кут α дорівнює 45^0. Під таким кутом іноді відбувається виїмка ґрунту при виконанні будівельних робіт. На рис. 1.22, *с* зображено пряму EF, яка відповідає зазначеним величинам ухилу та інтервалу прямої

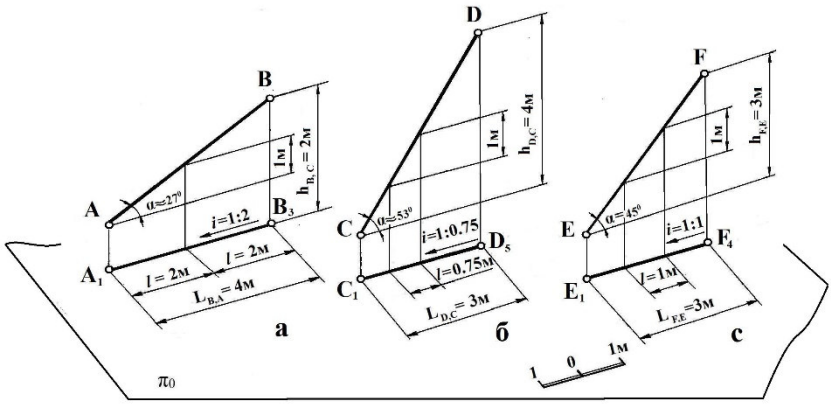


Рис. 1.22. Зображення прямих, що ілюструють співвідношення ухилу та інтервалу

Таким чином, чим менший за величиною ухил прямої, тим більший її інтервал та менший кут нахилу до площини π_0, тим більш пологою буде пряма. І навпаки, чим більшим за величиною буде ухил прямої, тим меншим буде її інтервал та більшим кут нахилу до площини π_0, тим більш крутою буде пряма.

Зазначимо, якщо $\alpha = 0^0$, то пряма загального положення перетворюється в горизонтальну пряму, а при $\alpha = 90^0$ – перетворюється у вертикальну пряму.

1.1.4. Градуювання прямої лінії

Градуювання прямої лінії – це побудова на прямій лінії точок, що мають цілі числові позначки.

Оскільки відстань між двома сусідніми точками прямої, що мають цілі числові позначки, є інтервалом прямої, то обов'язковою дією при градуюванні прямої є визначення інтервалу прямої.

Слід зазначити, що градуювання та визначення інтервалу стосуються горизонтальної проєкції прямої, а не самої прямої. Оскільки на плані зображуються тільки горизонтальні проєкції об'єктів, то словосполучення «горизонтальна проєкція» під час опису зображень на плані не вживається, проте мають на увазі, що різні дії із зображеними на плані об'єктами стосуються саме їх горизонтальних проєкцій.

Під час розв'язування практичних задач, пов'язаних із градуюванням прямої, доводиться визначати не тільки послідовні положення точок, що мають цілі числові позначки, але і положення точок з дрібними числовими позначками.

1.1.4.1. Градуювання прямої лінії аналітичним способом

На рис. 1.23 показано градуювання прямої $A_{2.6}D_{6.4}$. Для цього побудовано наочне зображення прямої AB за її горизонтальною проєкцією $A_{2.6}D_{6.4}$. На проєкціюючій прямій $DD_{4.4}$ відмічаємо точки, які віддалені від π_0 на 1, 2, 3, 4 м з урахуванням масштабу. З точок 3 і 4 паралельно до $A_{2.6}D_{6.4}$

проводимо горизонтальні прямі до перетину з *AD*. На прямій *AD*

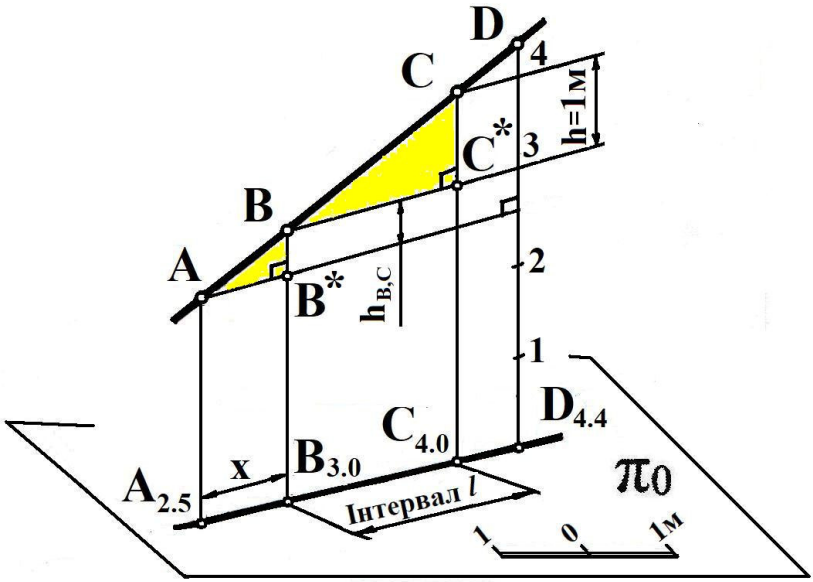


Рис. 1.23. До виведення формули для аналітичного способу градуювання прямої лінії

відмічаємо точки *B* і *C*, які віддалені від π_0 відповідно на 3 м і 4 м. Спроєкціювавши ці точки на $A_{2.6}D_{6.4}$, отримаємо точки $B_{3.0}$ і $C_{4.0}$, що мають цілі числові позначки.

Розглянемо прямокутні трикутники *AB*B* і *BC*C*, які утворилися після описаних графічних дій. Вони подібні, оскільки відповідні катети трикутників паралельні між собою, а їх гіпотенузи знаходяться на спільній прямій. Запишемо відношення довжин катетів цих трикутників: $^{AB^*}/_{BB^*} = {}^{BC^*}/_{CC^*}$ або відповідно до позначень рис. 1.23: $^{x}/_{h_{B,A}} = {}^{l}/_{1}$. Звідки $x = h_{B,A} \cdot l$, де *x* – відстань від точки А з числовою позначкою 2.5 ($A_{2.5}$) до точки В з числовою позначкою 3.0 ($B_{3.0}$), $h_{B,A}$ – підйом між точками *B* і *A* прямої *AD*, *l* – інтервал прямої *AD*.

Формулу $x = h_{B,A} \cdot l$, отриману для конкретного випадку, можна використовувати для визначення відстані точки з будь-

якою числовою позначкою від фіксованої точки прямої з відміченою числовою позначкою, якщо відомо інтервал прямої.

В узагальненому вигляді цю формулу можна представити таким чином:

$$x = h \cdot l, \qquad (1.4)$$

де x – відстань від фіксованої точки прямої з позначеною числовою позначкою до точки прямої із будь-якою числовою позначкою (цілочисловою або дробовою), h – підйом між згаданими точками прямої, l – інтервал прямої.

З метою зменшення кількості слів, що пояснюють значення x та h, можна надати їм таке визначення: x, h – відповідно відстань та підйом між відомою точкою прямої та шуканою, де під «відомою точкою» мають на увазі точку з відомим (фіксованим) місцезнаходженням на прямій і відомою числовою позначкою, а під «шуканою точкою» мають на увазі точку, місцезнаходження якої на прямій від «відомої точки» шукають і яке залежить від величини її числової позначки.

Формулу (1.4) можна отримати іншими способами, враховуючи, що числові позначки точки по мірі її віддаленості від зазначеної на прямій точки змінюються (збільшуються або зменшуються) прямо пропорційно віддаленості. Наприклад, потрібно визначити відстань, на якій від точки B прямої з числовою позначко. 6.0 м знаходиться точка А з числовою позначкою 2.0 м (рис. 1.24, а). На рис. 1.24, б показано розв'язок цієї задачі. Для цього побудовано наочне зображення прямої AB, аналогічно як на рис. 1.23. Оскільки ухил прямої AB дорівнює 1 : 2, то інтервал прямої l відомий, l = 2 м. Розглянемо подібні прямокутні трикутники BLK і BMA, де у ΔBLK вертикально розміщений катет BL = 1 м, а горизонтально розміщений катет KL = 2 м, тобто відношення катетів у цьому трикутнику дорівнює ухилу самої прямої. Маємо: $BL/KL = BM/AM$ або $1/l = h_{B,A}/x$, де x – відстань від точки В до точки А. З останньої пропорції випливає, що $x = h_{B,A} \cdot l$ або в узагальненому вигляді отримаємо формулу (1.4): $x = h \cdot l$.

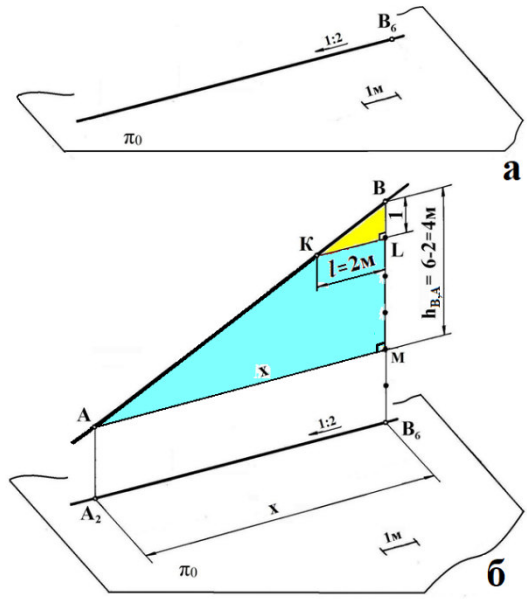


Рис. 1.24. До визначення відстані *x* точки A_2 від точки B_6

Для задачі, що розглядається (рис. 1.24): x = $h_{B,A}$· l = (6-2)·2 = 8 м, тобто точка A з числовою позначкою 2.0 знаходиться від точки B з числовою позначкою 6.0 на відстані x = 8 м.

Формулу (1.4) можна застосовувати не тільки для визначення відстані між відомою та шуканою точками прямої, але і для визначення числової позначки точки, яка перебуває на певній відстані від відомої точки прямої. Наприклад, потрібно визначити числову позначку точки A, яка знаходиться від точки B_6 на відстані 8 м (рис. 1.25).

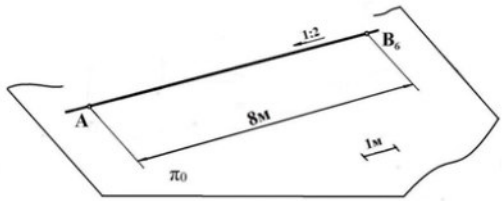


Рис. 1.25. До визначення числової позначки точки А

Для даної задачі формула (1.4) має вигляд: $x = h_{B,A} \cdot l$, де x = 8 м; $h_{B,A}$ = 8м - H_A, де H_A – числова позначка точки A, яку потрібно визначити; l =2 м, оскільки ухил прямої 1 : 2. Тоді напишемо: 8 = (6 - H_A)· 2, звідки 6 - $H_A = {}^{8}/_{2}$ = 4, де H_A = 6 – 4 = 2 м.

У двох останніх задачах всі величини (довжина, ухил, числові позначки) мають однакові числові значення. Проте в задачі на рис. 1.24 потрібно знайти відстань x (8 м), на якій знаходиться точка A з числовою позначкою 2 м, а в задачі на рис. 1.25, навпаки, потрібно знайти числову позначку точки A (2 м), яка знаходиться на відстані 8 м від відомої точки.

Розв'язування обох задач ґрунтується на формулі (1.4), за якою можна визначити x, якщо відомі числові позначки двох точок прямої, що лежать на кінцях відрізка довжиною x, або знайти числову позначку точки, яка лежить на одному з кінців відрізка, якщо відома довжина x цього відрізка та числова позначка однієї з точки кінця цього відрізка.

Крім того, за формулою (1.4) можна визначити інтервал l прямої, якщо відомі x та числові позначки точок кінців відрізка довжиною x, що дозволяє визначити підйом h цього відрізка, тобто $l = {}^{x}/_{h}$. Цей вираз є аналогом формули (1.3): $l = {}^{L}/_{h}$, що дозволяє відстань x трактувати як закладання між відомою та шуканою точками прямої, тобто формулу (1.3) можна безпосередньо трансформувати в (1.4), замінивши L на x.

1.1.4.2. Градуювання прямої лінії способом профілю

Профілем прямої в проєкціях з числовими позначками називають ортогональну проєкцію прямої на вертикальну площину, перпендикулярну до площини π_0. На рис. 1.26 $\overline{A}\overline{B}$ – профіль прямої AB, який є ортогональною проєкцією AB на вертикальній площині π.

Суть градуювання прямої полягає в тому, що після побудови профілю прямої на вертикальній площині, суміщають вертикальну площину разом з побудованим на ній профілем прямої з площиною π_0. Суміщення відбувається обертанням площини π навколо її лінії перетину з площиною π_0 (на рис. 1.26

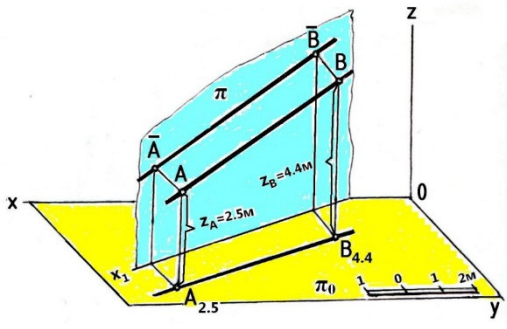


Рис. 1.26. До визначення профілю прямої

цю лінію перетину позначено x_1). Потім у вертикальній площині π проводять на однаковій відстані одна від одної низку прямих ліній. Відстань між цими лініями, які приймають за прямі лінії рівня з послідовними цілочисельними позначками (вертикальний масштаб), може як відповідати одиниці масштабу плану, так і бути довільною, більшою або меншою зо одиницю масштабу плану, щоб була дотримана належна точність графічних побудов і не збільшувалася без потреби площа креслення.

На рис. 1.27 ці прямі лінії рівня з числовими позначками 1…4 о.д. проведено в вертикальній площині π, яку обертанням навколо осі x_1 суміщають з π_0. Градуювання прямої AB способом профілю, коли профіль прямої суміщений з π_0, показано на рис. 1.28.

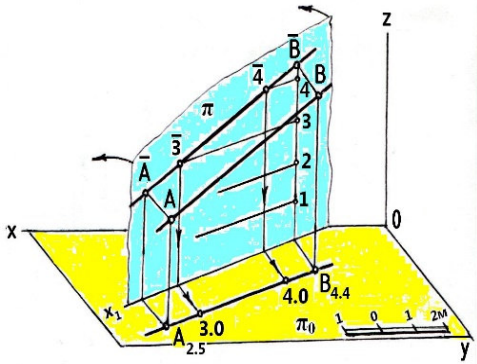


Рис. 1.27. До градуювання прямої способом профілю

Градуювання прямої способом профілю дозволяє графічно визначити інтервал *l* прямої *AB* (рис. 1.28). Якщо вертикальну площину (рис. 1.27, 1.28) розмістити паралельно до прямої *AB* (на плані це відображено тим, що $x_1 // A_{2.5}B_{4.4}$), то профіль $\overline{AB}$ визначає натуральну величину відрізка *AB*, але тільки

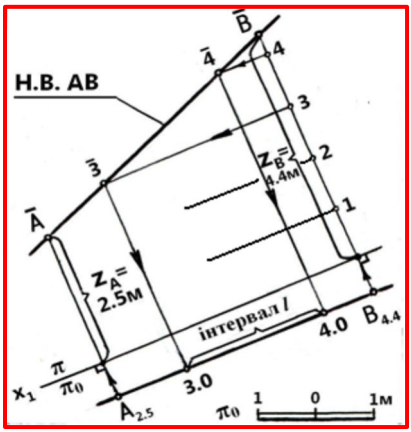


Рис. 1.28. Градуювання прямої $A_{2.5}B_{4.4}$ способом профілю

за умови, що вертикальний масштаб дорівнює одиниці довжини масштабу плану. Для градуювання прямої та визначення її інтервалу розміщення вертикальної площини відносно π_0 може бути довільним, не обов'язково паралельним до прямої. В окремих випадках вісь x_1 можна проводити так, щоб вона збігалася з горизонтальною проєкцією прямої, що також дозволить проградуювати пряму та визначити натуральну величину її відрізка.

Якщо абсолютні значення числових позначок точок прямої, яку потрібно проградуювати, не дозволяють побудувати профіль прямої в межах креслення (плану) або він буде занадто віддалений від горизонтальної проєкції прямої, то від осі x_1 доцільно відкладати не абсолютні значення числових позначок точок, а їх відносні значення. Це можна досягти введенням замість площини π_0 нової горизонтальної площини, яка буде розміщуватися ближче до заданої прямої. Так, на рис. 1.29 замість π_0 уведено площину π_{22}, яка віддалена від π_0 на 22.0 о.д. і наближена до відрізка *AB*. Для побудови точки $\overline{A}$ від x_1 з уведенням площини π_{22} потрібно відкладати не відрізок довжиною 22.4 о.д., а відрізок довжиною 22.4 - 22 = 0.4 м, а для побудови точки $\overline{B}$ такий відрізок буде довжиною не 26.4 о.д., а 26.4 – 22 = 4.4 м. Після побудови $\overline{AB}$ градуювання $A_{22.4}B_{26.4}$ (рис. 1.29) здійснюється аналогічно як рис. 1.28.

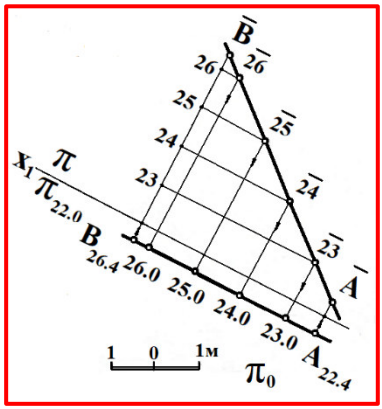


Рис. 1.29. Градуювання прямої $A_{22.4}B_{22.6}$ способом профілю з відкладанням від осі *x* відносних числових позначок точок прямої

Ухил прямої визначається за формулою (1.1): $i = {}^{h}/_{l}$. Якщо L = 1 м, то ухил прямої чисельно дорівнює підйому того відрізка цієї прямої, закладання якого дорівнює 1 м. Слід зазначити, що ухил прямої є безрозмірною величиною, а підйом – розмірною. Якщо всі побудови ведуться в одиницях одного виміру, наприклад в метрах, то числові значення ухилу прямої, в даному випадку, слід представляти у вигляді десяткових дробів, оскільки довжину відрізка, що дорівнює величині підйому, визначають вимірювальними інструментами. Наприклад, при L = 1 м маємо, що $i = h = 0.5$ з урахуванням масштабу плану. Це означає, що ухил прямої i = 0.5, а підйом h = 0.5 м такого відрізка прямої, закладання якого L = 1 м.

На даному факті ґрунтується графічне визначення ухилу прямої із застосуванням способу профілю. На рис. 1.30 наведено графічний спосіб визначення ухилу прямої. Вимірюємо довжину відрізка, що чисельно дорівнює в метрах підйому h відрізка прямої, закладання якого L = 1 м.

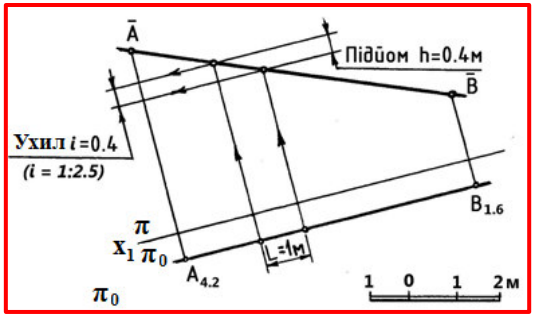


Рис. 1.30. Графічне визначення ухилу прямої з використанням способу профілю

Отримаємо, що $h = 0.4$ м, а, отже, ухил прямої $i = 0.4$ або $i = 1 : 2.5 = 40\%$.

Слід зазначити, що визначення натуральної величини відрізка прямої та її ухилу способом профілю можливе, якщо: а) вісь x_1 паралельна або збігається з горизонтальною проєкцією прямої; б) вертикальний масштаб, в якому будують профіль прямої, тобто відкладають від осі x_1 висоти (числові позначки) точок прямої, повинен дорівнювати одиниці довжини масштабу плану.

Якщо дотримується умова б), але вісь x_1 не паралельна або не збігається з горизонтальною проєкцією прямої, то довжина профілю відрізка прямої буде менша за натуральну величину цього відрізка, а ухил прямої, визначений графічним способом, буде, навпаки, більшим за дійсну його величину.

Якщо дотримується умова а), але вертикальний масштаб більший за одиницю довжини масштабу плану, то довжина профілю відрізка прямої буде більшою за натуральну величину цього відрізка, а також більшою буде величина ухилу прямої, що визначена графічним способом, за її дійсну величину. І, навпаки, якщо вертикальний масштаб менший за одиницю довжини масштабу плану, то довжина профілю відрізка прямої буде меншою за натуральну величину цього відрізка, а також меншою буде і величина ухилу прямої, що визначена графічним способом, за її дійсну величину.

Якщо потрібно виконати лише градуювання прямої, то немає значення як проведена вісь x_1 і який вибрано вертикальний масштаб – результат буде однаковий і відповідати дійсному. Оскільки результат градуювання прямої не залежить від розміщення x_1 відносно горизонтальної проєкції прямої і величини вертикального масштабу, то і величина інтервалу прямої, яка визначена градуюванням прямої способом профілю, також не залежить від розміщення x_1 і величини вертикального масштабу.

1.1.4.3. Градуювання прямої лінії способом пропорціонального ділення

Цей спосіб ґрунтується на теоремі Фалеса (теорема про пропорційні відрізки): якщо паралельні прямі *a*, *b* (рис. 1.31) перетинають сторони кута з вершиною А, то довжини відрізків *AB*, *BC*, що утворилися на одній стороні кута, пропорційні довжинам відрізків *AD*, *DE* на іншій стороні кута: $\frac{AB}{BC} = \frac{AD}{DE} = \frac{AC}{AE}$.

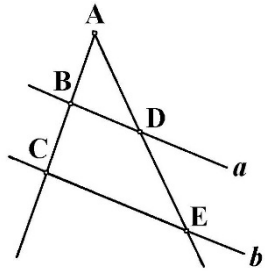


Рис. 1.31. Ілюстрація теореми Фалеса

На рис. 1.32 показано градуювання прямої $A_{1.4}B_{4.8}$ способом пропорціонального ділення. За цим способом з одного з кінців відрізка $A_{1.4}B_{4.8}$ проводимо допоміжну пряму під довільним кутом до $A_{1.4}B_{4.8}$. Краще проводити допоміжну пряму із точки $A_{1.4}$, яка має меншу числову позначку, що дозволяє більш природньо виконувати розрахунки та побудови – від меншої величини числової позначки до більшої. На допоміжній прямій в масштабі плану або в більшому відкладаємо відрізок $A_{1.4}C$, довжина якого дорівнює величині підйому відрізка *AB*: $h_{B,A} = H_B - H_A = (4.8 - 1.4)l_1 = 0.6l_1$, де l_1 – одиниця масштабу, в якому вимірюється підйом відрізка *AB* (l_1 може дорівнювати одиниці масштабу плану, а може, для більш точних графічних

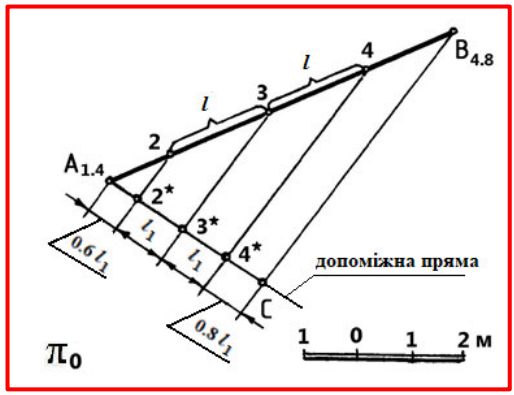


Рис. 1.32. Градуювання прямої $A_{1.4}B_{4.8}$ способои пропорціонального ділення

побудов, бути і більшою). На рис. 1.32 l_1 дорівнює одиниці масштабу плану, $l_1 = 1$ м.

Від точки $A_{1.4}$ на $A_{1.4}C$ відкладаємо відрізок $A_{1.4}2^*$ довжиною, що дорівнює (2 – 1.4) $l_1 = 0.6\ l_1$. Точці 2* на прямій $A_{1.4}B_{4.8}$ буде відповідати точка з числовою позначкою 2. Точки 3*, 4* на допоміжній прямій будуть знаходитись одна від одної на відстані l_1. Цим точкам на прямій $A_{1.4}B_{4.8}$ будуть відповідати точки з числовими позначками 3 і 4. Точка C віддалена від 4* на відстань довжиною (4.8 – 4) $l_1 = 0.8\ l_1$. Точці C на прямій $A_{1.4}B_{4.8}$ буде відповідати точка $B_{4.8}$.

Кінцеву точку C допоміжної прямої з'єднуємо з точкою $B_{4.8}$. З точок 2*, 3*, 4* допоміжної прямої проводимо прямі 22*. 33*, 44*, паралельні до $CB_{4.8}$: 22* // 33* // 44* // $CB_{4.8}$. Ці паралельні прямі в перетині з $A_{1.4}B_{4.8}$ визначають на $A_{1.4}B_{4.8}$ точки, що мають цілі числові позначки, а, отже, здійснено градуювання прямої $A_{1.4}B_{4.8}$. Оскільки знайдено точки 2, 3 і 4, що мають цілі послідовні числові позначки, то це, в свою чергу, дозволяє графічно визначити і інтервал l прямої AB.

Важливо зазначити, що результат градуювання прямої даним способом не залежить від величини l_1, так само як і величина вертикального масштабу не впливає на результат градуювання прямої способом профілю.

1.1.5. Визначення натуральної величини відрізка прямої лінії та кута її нахилу до площини нульового рівня

На рис. 1.28, 1.29 способом профілю визначено натуральну величину відрізка AB ($\overline{\text{AB}}$ = Н.В. AB) за умови, як це зазначено в 1.1.4.2, що вісь x_1 буде паралельна або збігатися з горизонтальною проєкцією прямої, а вертикальний масштаб дорівнюватиме одиниці довжини масштабу плану.

На рис. 1.33, 1.34 визначено натуральну величину відрізка AB, коли вертикальна площина π проходить через пряму AB, це на плані відображено тим, що $x_1 \equiv A_{1.4}B_{4.8}$. В даному випадку

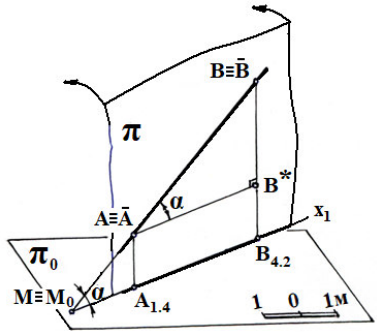


Рис. 1.33. Визначення на наочному зображенні сліду M_0 та кута нахилу α прямої АВ до площини π_0 (вертикальна площина π проходить через пряму АВ)

профіль $\overline{AB}$ збігається з самим відрізком *AB* і визначає його натуральну величину: $\overline{AB}$ = Н.В. *AB*. В точці М пряма *AB* перетинає площину π_0 і є слідом прямої *AB* на площині π_0. Оскільки точка М знаходиться на площині π_0, то її числова позначка дорівнює 0, $M \equiv M_0$. Точку M_0 визначено в перетині прямої *AB* з прямою $A_{1.4}B_{4.8}$. Положення точки M_0 на горизонтальній проєкції прямої можна визначити аналітично, застосовуючи формулу (1.4): $A_{1.4}\,M_0 = h_{A,M} \cdot l = 1.4 \cdot l$, де *l* – інтервал прямої АВ ($l = L_{B,A} / h_{B,A}$).

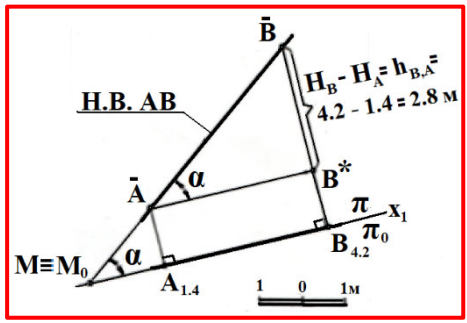


Рис. 1.34. Визначення на плані натуральної величини відрізка АВ прямої, її сліду M_0 та кута нахилу α прямої до площини π_0 способом профілю (вертикальна площина π проходить через пряму АВ)

Кут між прямою і її горизонтальною проєкцією на π_0 визначає кут α нахилу прямої до площини π_0. На рис. 1.32, 1.33 кут α – кут нахилу прямої *AB* до площини π_0.

На рис. 1.35, 1.36 визначено натуральну величину відрізка *AB*, слід M_0 та кут α, коли площину π проведено на якійсь відстані від прямої, але обов'язково паралельно до *AB*. На плані це відображено тим, що

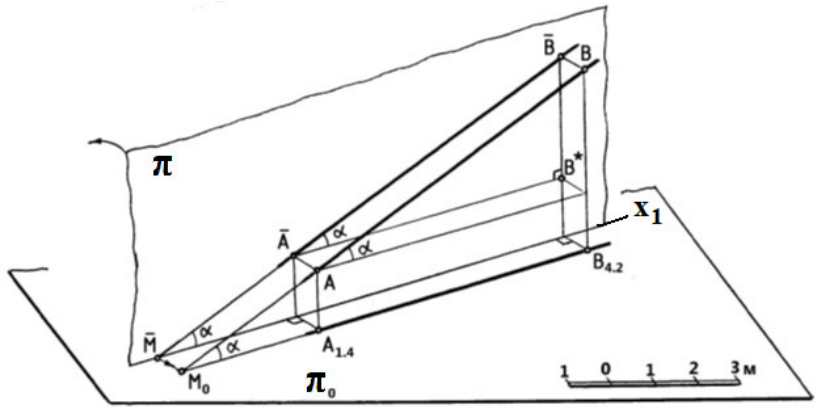


Рис. 1.35. Визначення на наочному зображенні сліду M_0 та кута нахилу α прямої AB до площини π_0 (вертикальна площина π не проходить через пряму AB)

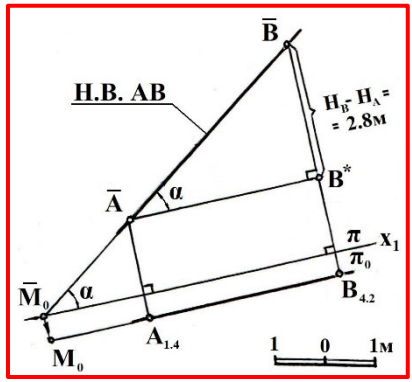


Рис. 1.36. Визначення на плані натуральної величини відрізка AB прямої, її сліду M_0 та кута нахилу α прямої до площини π_0 способом профілю (вертикальна площина π не проходить через пряму AB)

x_1 // $A_{1.4}B_{4.8}$. Для визначення M_0 спочатку знаходимо $\overline{M_0}$ ($\overline{M_0} = \overline{A}\overline{B} \cap x_1$), а потім M_0.

Для визначення натуральної величини відрізка AB не обов'язково будувати профілі $\overline{A}$, $\overline{B}$ точок A, B. Так на рис. 1.34, 1.36 $\overline{A}\overline{B}$ є гіпотенузою прямокутного трикутника $\overline{A}B^*\overline{B}$, де катет $\overline{A}B^*$ за довжиною дорівнює горизонтальній проєкції $A_{1.4}B_{4.8}$, а вертикальний катет $B^*\overline{B}$ – різниці числових позначок точок B і A, тобто підйому $h_{B,A}$ відрізка AB: $h_{B,A}$ = 4.2 – 1.4 = 2.8 м. Такий саме прямокутний трикутник, як $\Delta\overline{A}B^*\overline{B}$, можна побудувати, якщо горизонтальну проєкцію $A_{1.4}B_{4.8}$ (рис. 1.37) прийняти за один з катетів, а саме $\overline{A}B^*$, цього трикутника, оскільки за довжиною $A_{1.4}B_{4.8} = \overline{A}B^*$, а другий катет

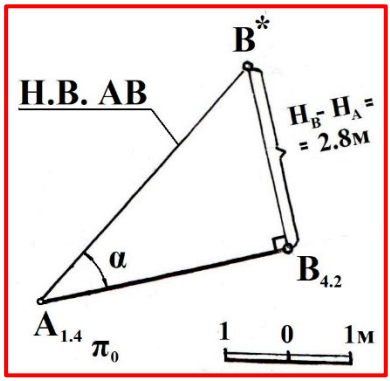


Рис. 1.37. Визначення натуральної величини відрізка АВ прямої способом прямокутного трикутника

чисельно дорівнює підйому відрізка *AB*. На рис. 1.37 цей прямокутний $\Delta A_{1.4}B_{4.8}B^*$ побудовано, гіпотенуза якого $A_{1.4}B^*$ визначає натуральну величину відрізка *AB*: $A_{1.4}B^* = H,B,\ AB$. З цього прямокутного $\Delta A_{1.4}B_{4.8}B^*$ можна визначити і кут α нахилу прямої *AB* до площини π_0, як кут між гіпотенузою $A_{1.4}B^*$ і горизонтальною проєкцією $A_{1.4}B_{4.8}$. Описаний спосіб називається способом прямокутного трикутника.

Такий прямокутний трикутник як $\Delta A_{1.4}B_{4.8}B^*$ можна побудувати, керуючись іншими міркуваннями, наприклад, застосовуючи спосіб обертання прямої *AB* навколо горизонтальної прямої рівня (рис. 1.38). Для цього проведемо через точку *A* горизонтальну площину $\pi_{1.4}$, яку піднято над π_0 на 1.4 о.д., тобто на висоту точки *A*. Тоді точка *A* на площині $\pi_{1.4}$ буде мати нульову числову позначку, а точка *B* – 2.8. Утвориться прямокутний $\Delta AB_{2.8}B$, такий саме як $\Delta A_{1.4}B_{4.8}B^*$, у якому катет $A_0B_{2.8}$ – горизонтальна проєкція відрізка прямої *AB* на площині $\pi_{1.4}$. Довжина відрізка $A_0B_{2.8}$ (проєкція *AB* на $\pi_{1.4}$) дорівнює довжині $A_{1.4}B_{4.8}$ (проєкція *AB* на π_0). Довжина катета $BB_{2.8}$ чисельно дорівнює підйому відрізка АВ: $h_{B,A}$ = 2.8 м. Обертаємо відрізок *AB* навколо $A_0B_{2.8}$ до суміщення з площиною $\pi_{1.4}$. Точка *B* при

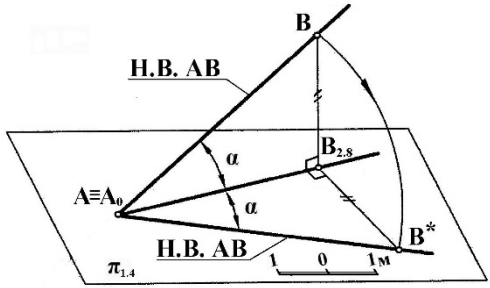


Рис. 1.38. Визначення натуральної величини відрізка АВ прямої обертанням навколо горизонтальної прямої рівня

обертанні описує коло, площина якого перпендикулярна до $\pi_{1.4}$. Після суміщення AB з площиною $\pi_{1.4}$ утворився прямокутний $\Delta A_0B_{2.8}B^* = \Delta A_0B_{2.8}B$, де $A_0B^* = H.B.\ AB$.

На рис. 1.39 показано визначення натуральної величини відрізка AB прямої способом профілю, у якого точки кінців відрізка мають різні знаки числових позначок: $H_A = 3.5$ м (додатне число), $H_B = -2.6$ м (від'ємне число). Вісь x_1 збігається з $A_{3.5}B_{-2.6}$, $\overline{\text{A}}$ – профіль точки A знаходиться зверху від осі x_1, $\overline{\text{B}}$ – профіль точки B знаходиться знизу від осі x_1. $\overline{\text{AB}} = H.B.\ AB$. Також на рис 1.39 визначено точку C_0 прямої AB з нульовою числовою позначкою ($C_0 = \overline{\text{AB}} \cap A_{3.5}B_{-2.6}$), в якій пряма AB перетинає площину π_0, тобто C_0 є слідом прямої AB.. Крім того, виконано градуювання прямої та графічно визначено її інтервал l.

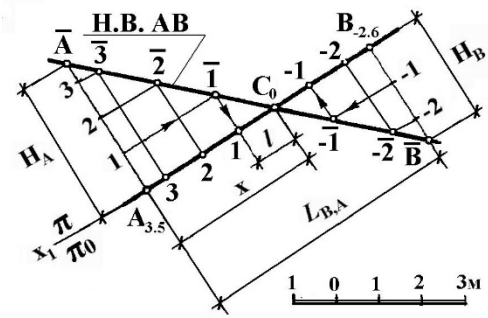


Рис. 1.39. Визначення натуральної величини відрізка прямої, точки нульових робіт та градуювання прямої, коли точки кінців відрізка мають різні знаки числових позначок

Положення точки C_0 на $A_{3.5}B_{-2.6}$, яку ще називають точкою нульових робіт, можна визначити за формулою, що легко виводиться, оскільки прямокутні трикутники $\overline{\text{A}}A_{3.5}C_0$ і $\overline{\text{B}}B_{-2.6}C_0$ (рис. 1.39) є подібними. Позначимо через x відстань точки C_0 від точки $A_{3.5}$, тоді можна записати: $\text{H}_\text{A}/_\text{X} = H_B/_{L_{B,A}-x}$. Звідки

$$x = \frac{\text{H}_\text{A} \cdot L_{B,A}}{H_A + H_B}, \qquad (1.5)$$

де H_A, H_B – висоти (числові позначки) точок A і B, взяті за модулем, $L_{\text{B,A}}$ – закладання відрізка AB.

Для конкретних числових значень на рис. 1.39 (H_A = 3,5 м, H_B = 2.6 м, $L_{B,A} \approx$ 6.3 м) за формулою (1.5) маємо: $x = \frac{3.5 \cdot 6.3}{3.5+2.6} \approx$ 3.7 м.

1.2. Задачі до розділу 1

Задача 1.1. Побудувати на плані проєкції точок, зображених на комплексному кресленні (рис. 1.40).

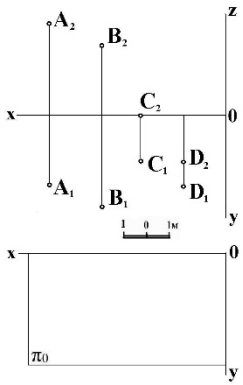
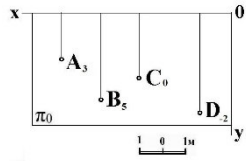


Рис. 1.40

Задача 1.2. За проєкціями точок на плані побудувати їх комплексне креслення (рис. 1.41).



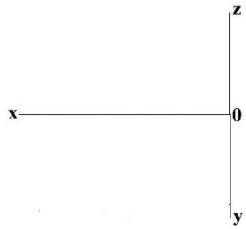


Рис. 1.41

Задача 1.3. Визначити нові числові позначки точок, якщо умовну площину нульового рівня опустити вниз на 3 м (рис. 1.42).

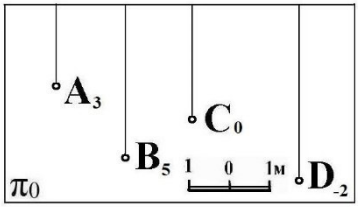


Рис. 1.42

Відповідь: A_, B_, C_, D_.

Задача 1.4. Визначити нові числові позначки точок, якщо умовну площину нульового рівня підняти вверх на 5 м (рис. 1.43).

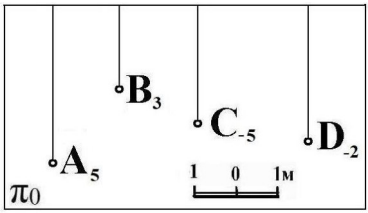


Рис. 1.43

Відповідь: A_, B_, C_, D_.

Задача 1.5. Визначити глибину оглядових колодязів A-B, C-D, E-F (рис. 1.44), якщо на плані зазначено відмітки (числові позначки) верху кришки люка та дна колодязів.

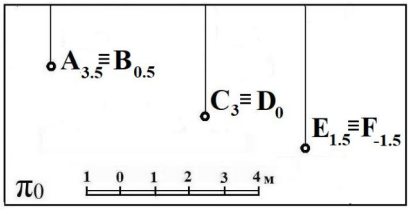


Рис. 1.44

Глибина колодязів: A-B – ___ м, C-D – ___ м, E-F – ___ м.

Задача 1.6. Визначити глибину свердловин, які проєктуються для розкриття водоносних пластів в точках A-B, C-D, E-F (рис. 1.45), якщо на плані зазначено відмітки устя (верху) свердловини та верху горизонтально розміщених водоносних пластів. Потужність (товщина) пластів 3 м. Буріння свердловин відбувається на всю потужність пластів.

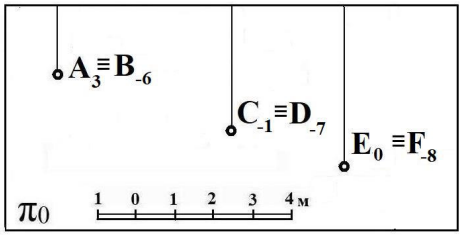


Рис. 1.45

Глибина колодязів в точках: A-B – ___ м, C-D – ___ м, E-F – ___ м.

Задача 1.7. За комплексним кресленням відрізка прямої AB побудувати його проєкції на плані (рис. 1.46). Визначити натуральну величину відрізка AB способом прямокутного трикутника, побудувавши його на комплексному кресленні і на плані. Порівняти отримані натуральні величини відрізка AB .

Примітка: A_1B_1 прийняти за катет-проєкцію прямокутного трикутника.

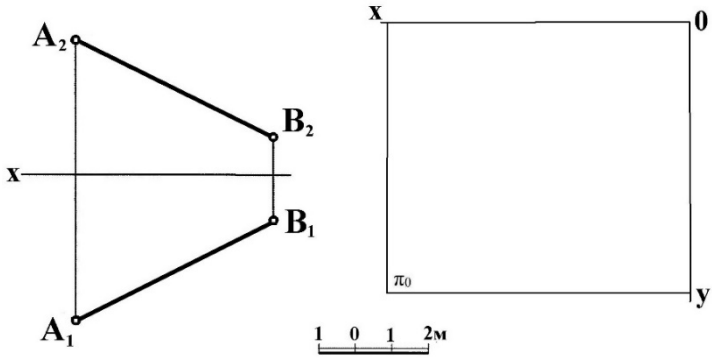


Рис. 1.46

Відповідь: Н.В. AB = ____ м.

Задача 1.8. Визначити (рис. 1.47 – 1.50): 1 – закладання відрізка АВ, 2 – його підйом, 3 – ухил прямої АВ, 4 – інтервал прямої АВ, 5 – натуральну величину відрізка АВ, 6 – кут нахилу прямої до площини π_0.

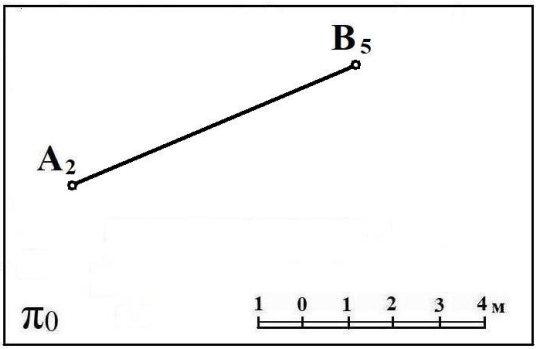


Рис. 1.47

Відповідь: $L_{B,A}$ = ___ м, $h_{B,A}$ = ___ м, i = 1 : ___ = ___ %, l = ___ м, Н.В. АВ = ___ м, α = ___^{0}.

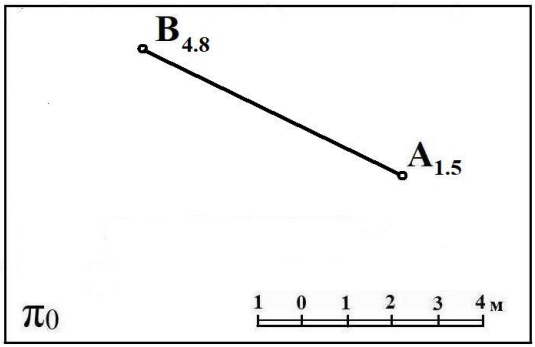


Рис. 1.48

Відповідь: $L_{B,A}$ = ___ м, $h_{B,A}$ = ___ м, i = 1 : ___ = ___ %, l = ___ м, Н.В. АВ = ___ м, α = ___^{0}.

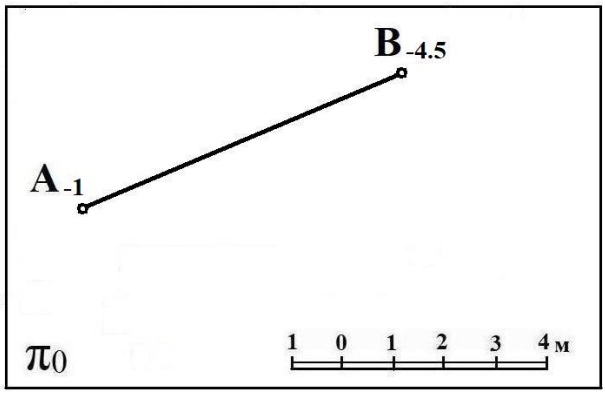


Рис. 1.49

Відповідь: $L_{B,A}$ = ___ м, $h_{B,A}$ = ___ м, i = 1 : ___ = ___ %, l = ___ м, Н.В. АВ = ___ м, α = ___^{0}.

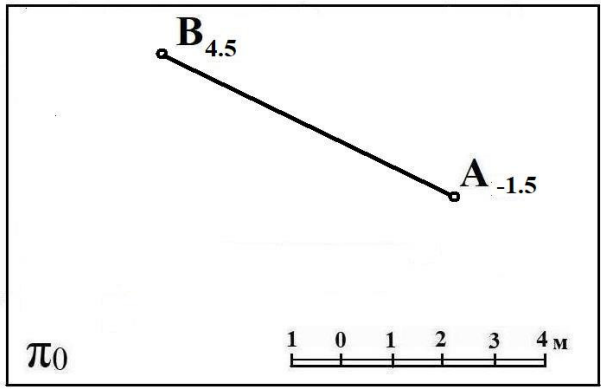


Рис. 1.50

Відповідь: $L_{B,A}$ = ___ м, $h_{B,A}$ = ___ м, i = 1 : ___ = ___ %, l = ___ м, Н.В. АВ = ___ м, α = ___^{0}.

Задача 1.9. Проградуювати пряму АВ аналітичним способом, способом профілю та способом пропорціонального ділення (рис. 1.51 -1.54).

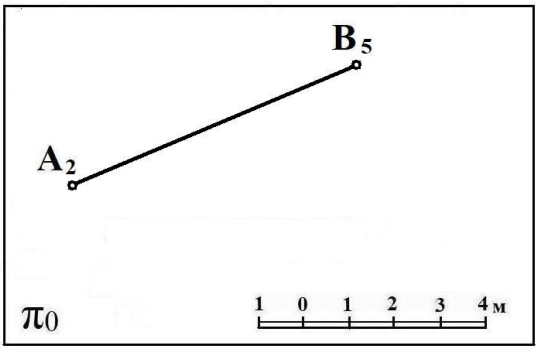


Рис. 1.51

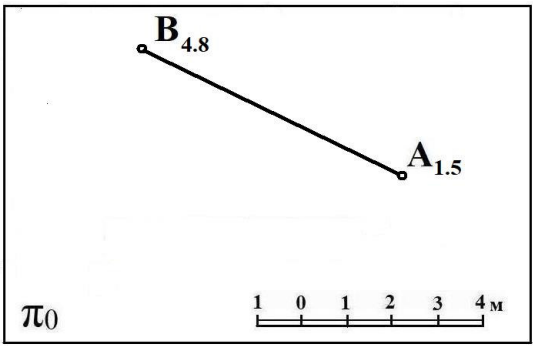


Рис. 1.52

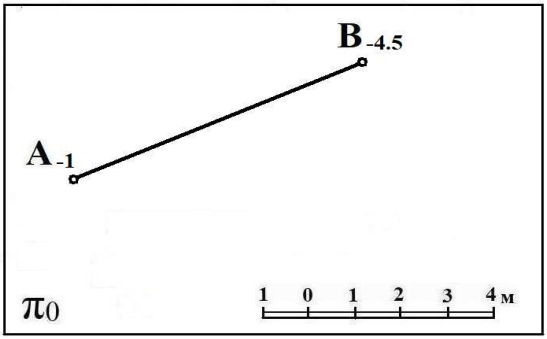


Рис. 1.53

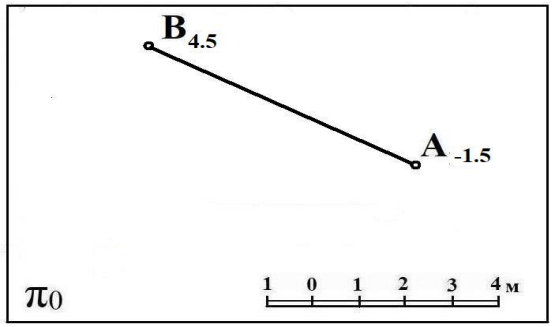


Рис. 1.54

Задача 1.10. Визначити точку з нульовою відміткою C_0, що належить прямій АВ (рис. 1.55, 1.56).

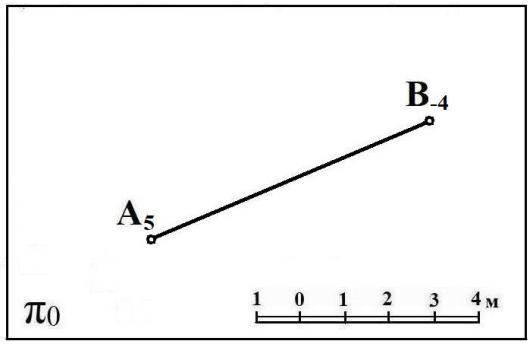


Рис. 1.55

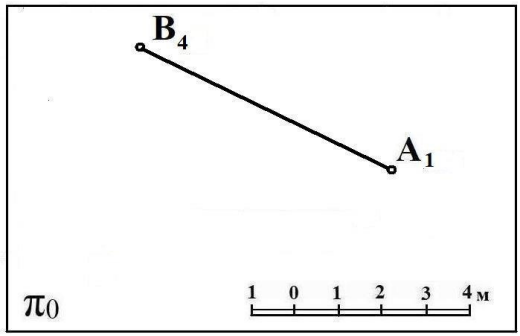


Рис. 1.56

Задача 1.11. На горизонтальній проєкції прямої АВ знайти положення точки **С** $_{3.5}$, що має числову позначку 3.5 м (рис. 1.57,. 1.58).

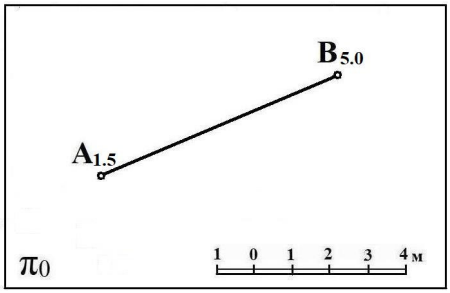


Рис. 1.57

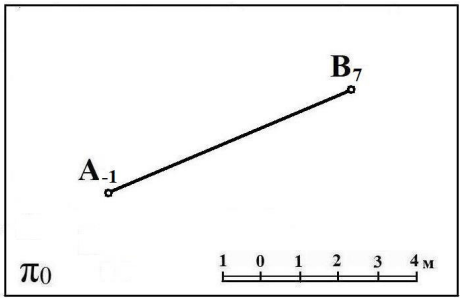


Рис. 1.58

Задача 1.12. Закладання відрізка $A_{2.4}B_{9.4}$ дорівнює 28 м. Визначити ухил та інтервал прямої *AB*.

Відповідь: i = 1 : ___ , l = ___ м.

Задача 1.13. Закладання відрізка $A_{-1}B_4$ дорівнює 35 м. Визначити ухил та інтервал прямої *AB*.

Відповідь: i = 1 : ___ , l = ___ м.

Задача 1.14. Визначити величину закладання відрізка $A_{-2}B_{4.8}$ та ухил прямої *AB*, якщо інтервал прямої *AB* дорівнює 3 м.

Відповідь: $L_{B,A}$ = ___ м, i = 1 : ___ .

Задача 1.15. На проєкції відрізка A_2B_8, що має закладання 12 м, визначити числову позначку точки С, яка віддалена від А2 на 8 м.

Відповідь: Числова позначка точки С дорівнює ___ м.

Задача 1.16. На проєкції відрізка $A_{-1.5}B_7$ визначити, на якій відстані від А-1.5 знаходиться точка С з числовою позначкою 4 м, якщо закладання відрізка АВ дорівнює 20 м.

Відповідь: $|A_{-1.5}C_4|$ = ____ м.

Задача 1.17. Визначити закладання відрізка $A_{-1}B_7$ прямої, що має ухил 1 : 4.

Відповідь: $L_{B,A}$ = ___ м

Задача 1.18. Через точку A_{-1} провести горизонтальну проєкцію прямої АВ, зазначивши на ній точку В з числовою позначкою 2 м (рис. 1.59).

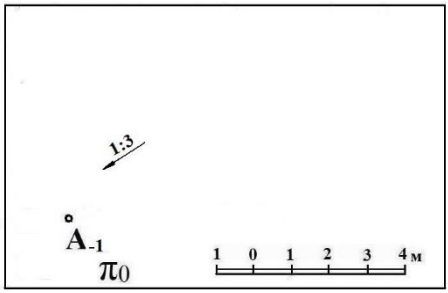


Рис. 1.59

Задача 1.19. Через точку A_{12} провести горизонтальну проєкцію прямої АВ, зазначивши на ній точку В з числовою позначкою 10 м (рис. 1.60).

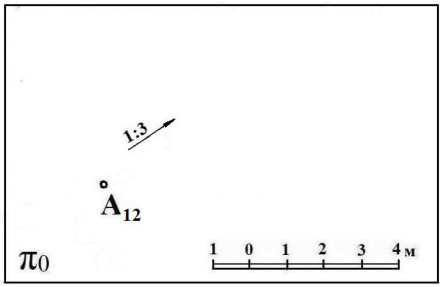


Рис. 1.60

Задача 1.20. Проградуювати пряму (рис. 1.61).

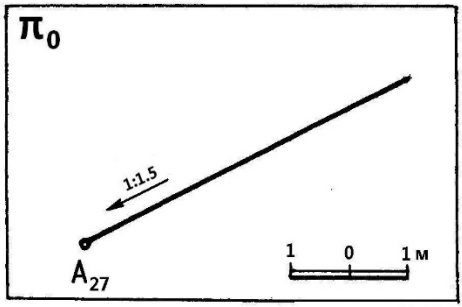


Рис. 1.61

Задача 1.21. Проградуювати пряму (рис. 1.62).

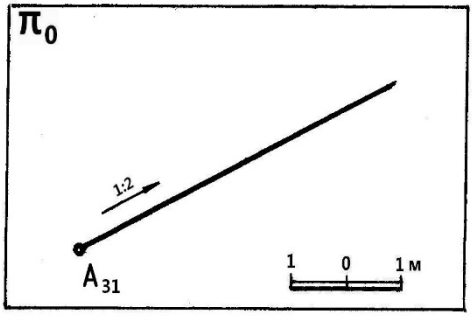


Рис. 1.62

Задача 1.22. Визначити числову позначку точки В, якщо натуральна величина відрізка АВ дорівнює 6 м (рис. 1.63)

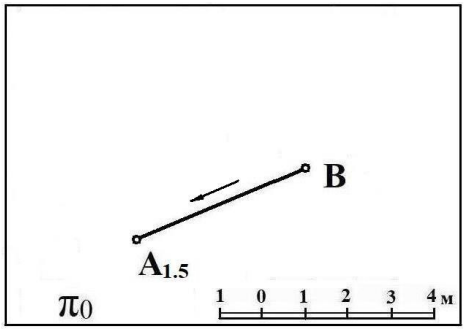


Рис. 1.63

Відповідь: Числова позначка точки В дорівнює ___ м.

Задача 1.23. Визначити закладання відрізка АВ та числову позначку точки В, якщо його натуральна величина дорівнює 6 м, а підйом – 4 м (рис. 1.64).

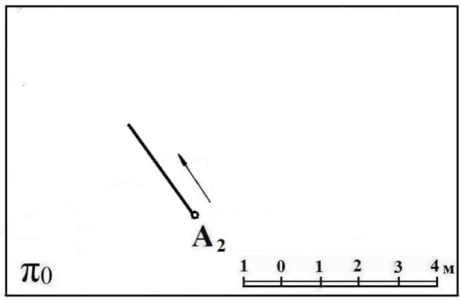


Рис. 1.64

Відповідь: $L_{B,A}$ = ___ м, числова позначка точки В дорівнює ___ м.

Задача 1.24. В точках А і В місцевості (рис. 1.65) встановлені рейки, які перетинають горизонтальні промені нівеліра відповідно на висоті 4.5 м і 0.5 м. Визначити довжину повітряної лінії між точками А і В та кут нахилу α повітряної лінії до горизонтальної площини рівня.

Примітка: повітряною лінією називають лінію, що з'єднує дві точки топографічної (земної) поверхні.

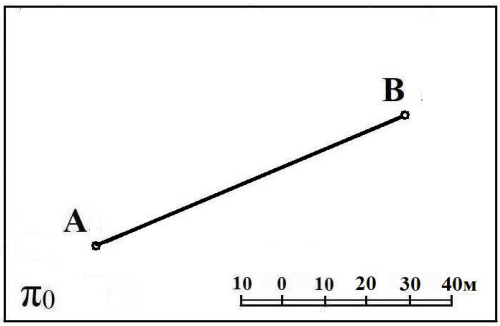


Рис. 1.65

Відповідь: Довжина повітряної лінії між точками А і В дорівнює ___ м, кут α = ___ ^{0}.

Задача 1.24. Визначити числову позначку точки В відрізка АВ (рис. 1.66, 1.67).

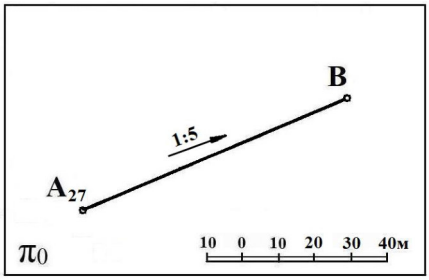


Рис. 1.66

Відповідь: Числова позначка точки В дорівнює ____ м.

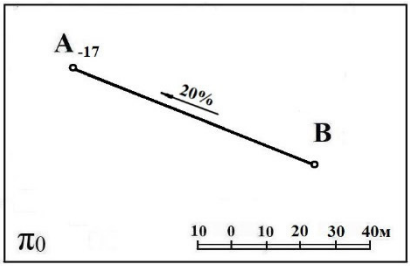


Рис. 1.67

Відповідь: Числова позначка точки В дорівнює ____ м.

Задача 1.25. Визначити довжину (натуральну величину) та ухил відгалуженого водопроводу *AB*, який прокладається з пункту А в напрямку до існуючої лінії *CD* (рис. 1.68).

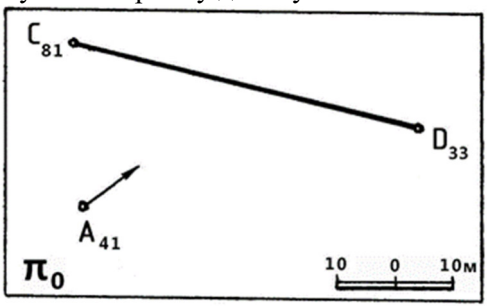


Рис. 1.68

Відповідь: *Н.В. AB* = ___ м, *i* = 1 : ___ = ___ %.

Задача 1.26. Зазначити на плані (рис. 1.69) точки A,B і C, в яких повинні бути закріплені розтяжки громовідводу та визначити довжини розтяжок. Громовідвід розміщено на площині π_0 в точці D, висота, на якій кріпляться розтяжки, – 10 м. Розтяжки нахилені до горизонту під кутом 60^0. Проставити на плані числові позначки точок A, B і C, а також числову позначку точки D, в якій кріпляться розтяжки.

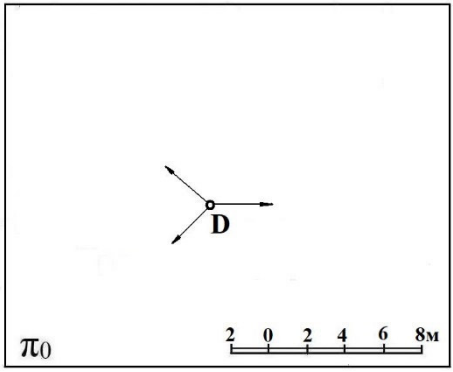


Рис. 1.69

Відповідь: Довжина розтяжок ___ м.

Задача 1.27. На плані (рис. 1.70) зазначені точки A_0, B_0 і D_0 трьох опор триноги для буріння свердловини вручну з центром в точці C_0, вони розміщені на однаковій відстані від C_0. Визначити числову позначку точки F, в якій з'єднуються опори, якщо довжина опор триноги дорівнює 12 м.

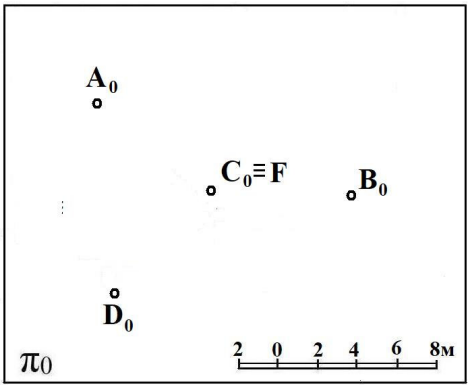


Рис. 1.70

Відповідь: Числова позначка точки F дорівнює ___ м.

1.3. Приклади тестових завдань до розділу 1

1.1. A_{-7} – проєкція точки А на площині π_0. Якщо умовну площину нульового рівня підняти вверх на 3 м, то числова позначка точки А буде мати таке значення:

• -4 м
• -7 м
• -10 м
• - 3м

1.2. Числовому масштабу 1:500 відповідає іменований масштаб:

• в 1 сантиметрі 500 метрів
• в 1 сантиметрі 5 метрів
• в 1 сантиметрі 50 метрів
• в 1 сантиметрі 500 міліметрів

1.3. На плані дана проєкція A_2B_6 прямої AB. Чому дорівнює ухил прямої АВ, якщо закладання відрізка АВ дорівнює 16 м?

• 1:2
• 1:6
• 1:3
• 1:4

1.4. На плані дана проєкція A_3B_9 прямої AB. Чому дорівнює інтервал прямої АВ, якщо закладання відрізка AB дорівнює 36 м?

• 12 м
• 4 м
• 9 м
• 6 м

1.5. Чому дорівнює підйом відрізка AB, якщо його закладання дорівнює 5 м, а ухил прямої AB – 1:2?

• 2.5 м
• 2 м
• 3 м
• 3.5 м

1.6. Чому дорівнює підйом відрізка *AB*, якщо його закладання дорівнює 5 м, а інтервал прямої *AB* – 3 м?

• 3 м
• 5 м
• 10 м
• 15 м

1.7. Чому дорівнює закладання відрізка *AB*, якщо його підйом дорівнює 2 м, а ухил прямої *AB* – 1:4?

• 10 м
• 8 м
• 12 м
• 4 м

1.8. Чому дорівнює закладання відрізка *AB*, якщо його підйом дорівнює 3 м, а інтервал прямої *AB* – 4 м?

• 10 м
• 8 м
• 12 м
• 4 м

1.9. На плані дана проєкція $A_{2.4}B_{12.4}$ прямої *AB*. На якій відстані від точки $A_{2.4}$ знаходиться точка прямої, що має числову позначку 10 м, якщо закладання відрізка АВ дорівнює 20 м?

• 15.2 м
• 10.5 м
• 2.4 м
• 7.6 м

1.10. На плані дана проєкція $A_{2.4}B_{12.4}$ прямої *AB*. На якій відстані від точки $A_{2.4}$ знаходиться точка прямої, що має числову позначку 20 м, якщо закладання відрізка АВ дорівнює 20 м?

• 17.6 м
• 35.4 м
• 20.4 м
• 7.6 м

1.11. На плані дана проєкція $A_{2.5}B_{8.5}$ прямої AB. Яку числову позначку має точка відрізка АВ, що віддалена від $A_{2.5}$ на 10 м, якщо закладання відрізка АВ дорівнює 12 м?

- 7.5 м
- 10.5 м
- 3.5 м
- 5.5 м

1.12. Яку числову позначку має точка В прямої АВ, якщо відстань між точками А і В на плані дорівнює 10 м (рис. 1.71)?

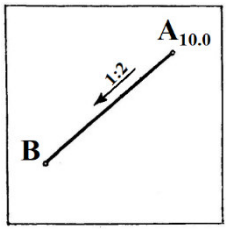


Рис. 1.71

- 0 м
- 2 м
- 5 м
- 7 м

1.13. На якій відстані знаходиться проекція точки В від A_{10}, якщо числова позначка точки В дорівнює 0 м:

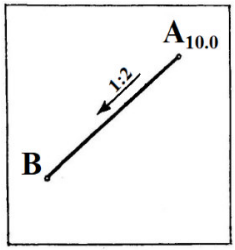


Рис. 1.72

- 8 м
- 10 м
- 15 м
- 20 м

Розділ 2. Взаємне положення двох прямих ліній

2.1. Теоретичні відомості

Дві прямі можуть бути паралельними, прямими, що перетинаються, та мимобіжними.

Якщо задано прямі на плані, то їх взаємне положення можна визначити відповідно до відомих положень нарисної геометрії, якщо спроєктувати прямі на довільну вертикальну площину π та співставити розміщення профілів (нових проєкцій) цих прямих, отриманих на площині π, з існуючими проєкціями прямих на плані.

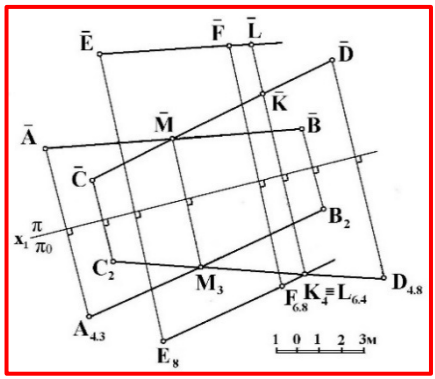


Рис. 2.1. Визначення різних взаємних положень прямих

Так, на рис. 2.1 пряма *AB* // *EF*, оскільки горизонтальні проєкції цих прямих паралельні ($A_{4.3}B_7$ // $E_8F_{6.8}$), а також паралельними є їх профілі на площині π ($\overline{AB}$ // $\overline{E}\overline{F}$). Прямі *AB* і *CD* є прямими, що перетинаються, оскільки їх горизонтальні проєкції і профілі перетинаються, а точки перетину горизонтальних проєкцій та профілів (M_3 і $\overline{M}$) лежать на одній лінії проєкційного зв'язку. Прямі *CD* і *EF* є мимобіжними, оскільки лінія проєкційного зв'язку, що проведена з точки перетину горизонтальних проєкцій ($K_4 \equiv L_{6.4}$), перетинає профілі прямих в різних точках ($\overline{K}$ і $\overline{L}$).

Для визначення взаємного положення прямих, заданих на плані, не завжди зручно та доцільно вводити нову вертикальну площину. Цю задачу можна розв'язати, якщо проградуювати прямі та порівняти положення їх проєкцій, інтервали, ухили та напрям розміщення числових позначок точок прямих.

Розглянемо різні випадки взаємного положення прямих.

2.1.1. Паралельні прямі лінії

На рис. 2.2 дано наочне зображення паралельних прямих *AB* і *CD*, у яких паралельними є також їх горизонтальні проєкції на площині π_0 ($A_{2.6}B_6$ // C_1D_4). Паралельні прямі мають однаковий кут нахилу α до площини π_0, а, отже, мають однакові ухили та інтервали. На рис. 2.3 з'єднані прямими лініями точки F і D прямих AB і CD, які віддалені від π_0 на 4м,а також точки E і L, які віддалені від π_0 на 3 м. Прямі FD і EL є горизонтальними прямими з числовими позначками відповідно 4 м і 3 м. Вони паралельні між собою (FD // EL), оскільки лежать в одній площині, що проходить через задані паралельні прямі AB і CD. Паралельними є також і проєкції прямих FD і EL на площину π_0: F_4D_4 // E_3L_3, які проходять через горизонтальні проєкції точок F, D і E, L.

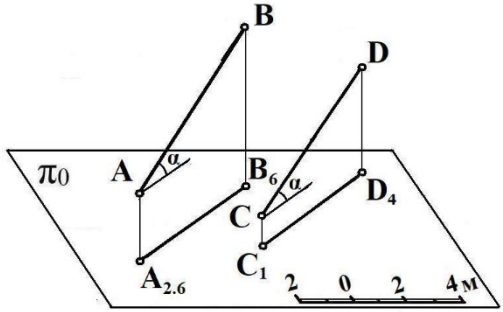


Рис. 2.2. Наочне зображення паралельних прямих та їх проєкцій на площині π_0

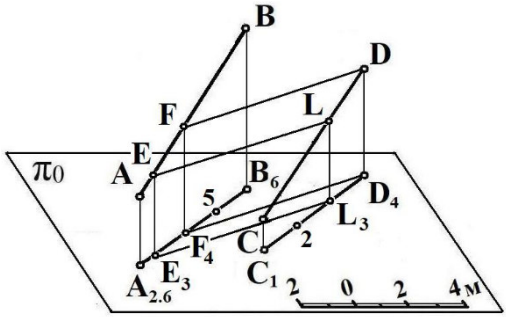


Рис. 2.3. Наочне зображення паралельних прямих та їх проєкцій на площині π_0 з проведеними через них горизонтальними прямими

На рис. 2.4 способом профілю визначено, що $A_{2.6}B_6$ // C_1D_4 є горизонтальними проєкціями паралельних прямих AB і CD, оскільки $A_{2.6}B_6$ // C_1D_4 і $\overline{A}\overline{B}$ // $\overline{C}\overline{D}$.

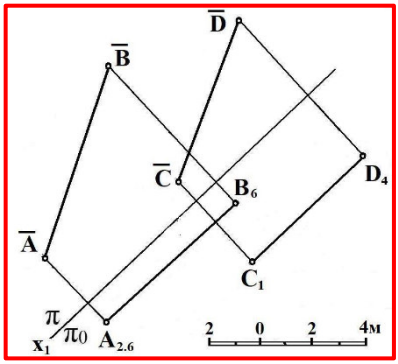


Рис. 2.4. Визначення паралельності прямих способом профілю

Більш зручним, як зазначалося, є спосіб визначення взаємного положення прямих тільки за їх проєкціями на плані, оскільки не доводиться застосовувати додаткову площину проєкцій. Для цього потрібно проградуювати прямі, а потім з'ясувати, чи проєкції двох прямих, що розглядаються, задовольняють ознакам паралельності двох прямих. Ці ознаки, за якими горизонтальні проєкції двох прямих, зображених на плані, є проєкціями двох паралельних прямих, такі:

1) паралельність горизонтальних проєкцій двох прямих;

2) однакові величини їх інтервалів, ухилів або кутів нахилу до площини π_0;

3) числові позначки точок прямих збільшуються або зменшуються в одному і тому ж напрямку.

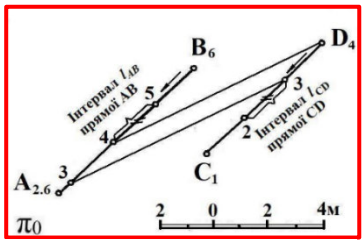


Рис. 2.5. Визначення паралельності прямих їх градуюванням

На рис. 2.5 за горизонтальними проєкціями $A_{2.6}B_6$ і C_1D_4 прямих, що зображені на рис. 2.2 - 2.5, можна встановити, що прямі AB і CD є паралельними, оскільки: 1) $A_{2.6}B_6$ // C_1D_4; 2) інтервал l_{AB} прямої AB дорівнює інтервалу l_{CD} прямої CD ($l_{AB} = l_{CD}$); 3) числові позначки точок прямих змінюють свої величини в одному напрямку.

Слід зазначити, що паралельними будуть лише ті прямі, які забезпечують виконання водночас всіх трьох ознак. Якщо хоча б

одна з трьох ознак не задовольняє умовам паралельності, то такі прямі не є парлельними.

На рис. 2.6 A_3B_8 і C_2D_{10} є проєкціями паралельних прямих AB і CD, оскільки виконуються всі три ознаки паралельності прямих. Слід зазначити, що відстань між проєкціями горизонтальних прямих з цілочисельними позначками, що перетинають A_3B_8 і C_2D_{10}, є однаковими, а, отже, і інтервали прямих AB і CD є однаковими.

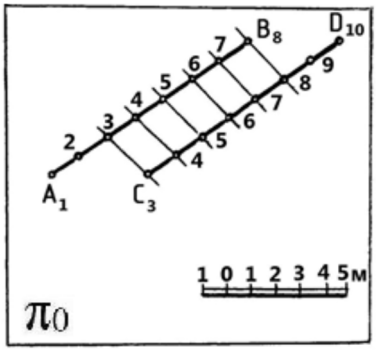


Рис. 2.6. Зображення паралельних прямих

Паралельні прямі на плані часто зображують своїми горизонтальними проєкціями із позначанням на них точки з числовою позначкою та величиною ухилу, який пишуть над напрямком спуску, що має вигляд стрілки, направленої у бік зменшення числових позначок точок прямої. Для паралельних прямих їх ухили повинні бути однаковими, а напрями спуску направлені в один бік. На рис. 2.7 зображено саме парлельні прямі, оскільки: 1) горизонтальні проєкції прямих паралельні; 2) ухили прямих однакові (i = 0.5); 3) напрями спуску прямих направлені в один бік.

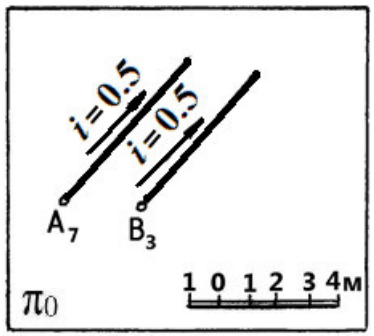


Рис. 2.7. Зображення паралельних прямих, що мають однакові ухили та направлені в один бік напрямки спуску

2.1.2. Прямі лінії, що перетинаються

На рис. 2.8 дано наочне зображення прямих AB і CD, що перетинаються, та їх проєкцій A_2B_7 і C_8D_2 на площину π_0, які також перетинаються. Точка К – точка перетину прямих AB і CD належить двом прямим AB і CD водночас і має числову позначку 4.8 м. Дві прямі, що перетинаються, задають одну площину, яка проходить через ці прямі. Якщо через точки цих прямих, які мають однакові числові позначки, провести прямі (рис. 2.9), то вони (EB і FL) будуть горизонталями площини, заданої прямими AB і CD. Оскільки горизонталі EB і FL є паралельними прямими, то паралельними є також їх горизонтальні проєкції на площині π_0 (A_2B_7 // C_8D_2).

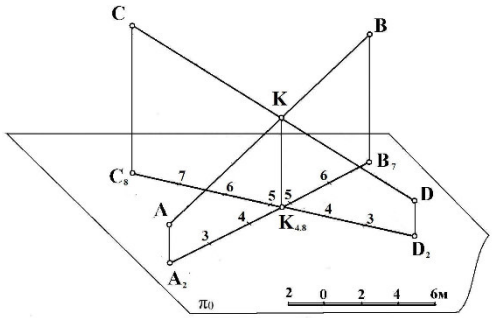


Рис. 2.8. Наочне зображення прямих, що перетинаються, та їх проєкцій на площині π_0

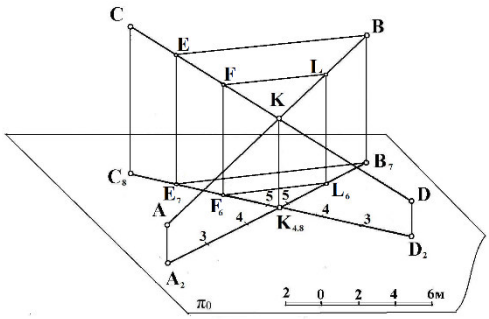


Рис. 2.9. Наочне зображення прямих, що перетинаються, та їх проєкцій на площині π_0 з проведеними через них горизонтальними прямими

На рис. 2.10 способом профілю визначено, що прямі AB і CD є прямими, що перетинаються, оскільки точки перетину горизонтальних проєкцій прямих та їх профілів ($K_{4.8}$ і $\overline{K}$) лежать на одній лінії проєкційного зв'язку.

На рис. 2.11 градуюванням горизонтальних проєкцій A_2B_7 і C_8D_2 прямих AB і CD, які зображені на рис. 2.8–2.10, визначено: це є прямі, що перетинаються, оскільки прямі, які з'єднують точки на A_2B_7 і C_8D_2 з однаковими числовими позначками, паралельні і є проєкціями горизонталей площини, заданої прямими AB і CD. Вони знаходяться одна від одної на однаковій відстані, оскільки проведені через точки з послідовними цілочисельними позначками. За їх допомогою можна графічно визначити інтервали прямих, що перетинаються,: l_{AB}, l_{CD} – інтервали прямих AB і CD. В загальному випадку l_{AB} не дорівнює l_{CD} на відміну від аналогічно утворених інтервалів у паралельних прямих, інтервали яких завжди є однаковими.

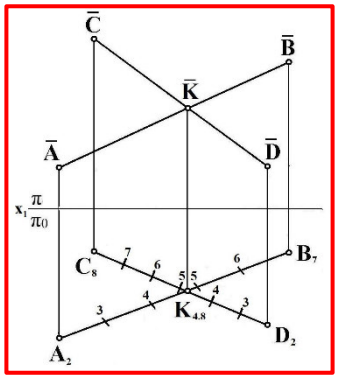


Рис. 2.10. Визначення, що задані прямі є прямими, що перетинаються, способом профілю

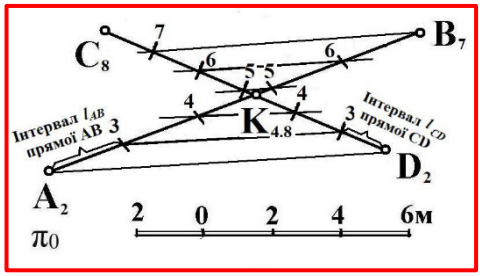


Рис. 2.11. Визначення, що задані прямі є прямими, що перетинаються, їх градуюванням

Наведемо ознаки прямих, що перетинаються, за їх проєкціями на плані:

1) горизонтальні проєкції перетинаються;

2) прямі, що проходять через точки з однаковими числовими позначками горизонтальних проєкцій, паралельні.

Числову позначку точки перетину прямих можна визначити одним з трьох способів: аналітичним, профілю або прямопорціонального ділення.

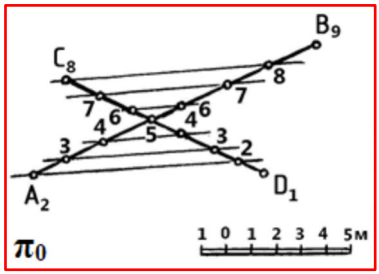


Рис. 2.12. Зображення прямих, що перетинаються

На рис. 2.12 зображено прямі AB і CD, що перетинаються, оскільки: 1) горизонтальні проєкції A_2B_9 і C_8D_1 перетинаються; 2) прямі, що проходять через точки A_2B_9 і C_8D_1, які мають однакові числові позначки, паралельні.

2.1.3. Мимобіжні прямі лінії

Якщо ознаки паралельності прямих та перетину прямих відсутні, то такі прямі є мимобіжними. На рис. 2.13 дано наочне зображення мимобіжних прямих AB і CD. Точка перетину їх горизонтальних проєкцій A_8B_3 і C_2D_5 є проєкцією двох точок K і M, які належать окремо прямим AB і CD, тобто числові позначки в точці перетину проєкцій мимобіжних прямих для кожної прямої будуть різними: точка K, що належить прямій AB, має числову позначку 5.8 м, а точка M, що належить прямій CD, має числову позначку 3.5 м.

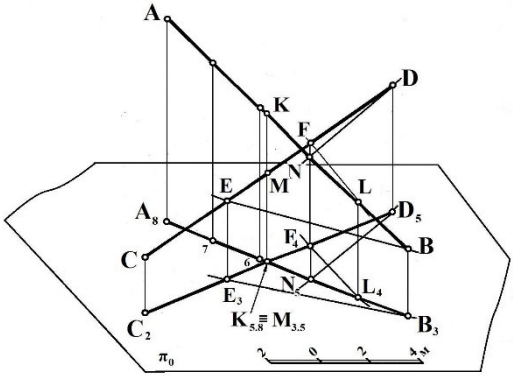


Рис. 2.13. Наочне зображення мимобіжних прямих та їх проєкцій на площині π_0

У мимобіжних прямих, як і у прямих, що перетинаються, горизонтальні проєкції перетинаються, і для того, щоб з'ясувати взаємне положення таких прямих, потрібно через точки прямих, що мають однакові числові позначки, провести прямі лінії. Якщо ці лінії будуть паралельними, то на плані зображено прямі, що

перетинаються, якщо ці лінії будуть не паралельними, то на плані зображено мимобіжні прямі. Так на рис. 2.13 прямі *EB*, *FL* і *DN*, що проходять через точки прямих *AB* і *CD* з числовими позначками 3, 4 і 5 м, не паралельні відносно одна одної, оскільки не лежать в одній площині. Відповідно і горизонтальні проєкцій E_3B_3, F_4L_4 і D_5N_5 цих прямих будуть не паралельними (на рис. 2.13, 2.14).

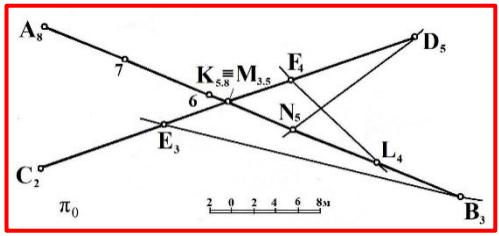


Рис. 2.14. Визначення, що задані прямі є мимобіжними, їх градуюванням

Таким чином, основною ознакою мимобіжних прямих, зображених на плані, є те, що ***лінії, які з'єднують точки мимобіжних прямих з однаковими числовими позначками, не паралельні.***

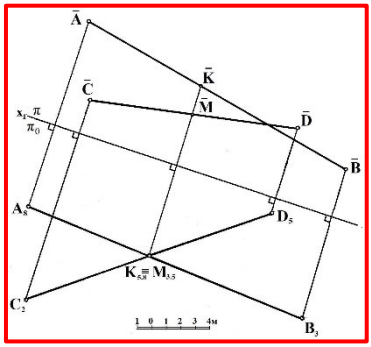


Рис. 2.15. Визначення способом профілю, що задані прямі, є мимобіжними

На рис. 2.15 наведено визначення положення прямих *AB* і *CD* способом профілю. Прямі *AB* і *CD* є мимобіжними, оскільки точка перетину горизонтальних проєкцій не є проєкцією однієї точки, що належить двом заданим прямим водночас, як у випадку перетину прямих, а є проєкцією двох точок *K* і *M*, що належать відповідно прямим *AB* і *CD*.

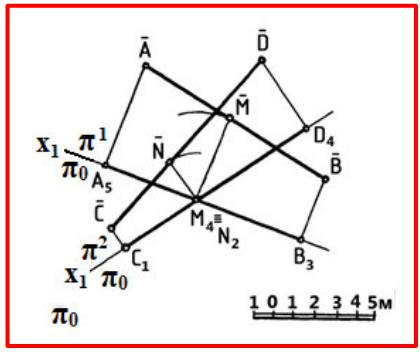


Рис. 2.16. Визначення, що задані прямі є мимобіжними, за порівнянням числових позначок точок M і N

На рис. 2.16 наведено ще один спосіб визначення положення прямих. Через задані прямі проведено дві вертикальні площини π^1 та π^2 і встановлено, що точки *M* і *N*, по яких перетинаються горизонтальні проєкції A_5B_3 і C_1D_4 прямих *AB* і *CD*, мають різні числові позначки, а, отже, належать не двом прямим водночас, а окремо кожній з прямих, тобто прямі *AB* і *CD* є мимобіжними.

Якщо горизонтальні проєкції мимобіжних прямих паралельні, то ухили цих прямих повинні бути різними за величиною або за рівними ухилами протилежно направленими. Проте для визначення, що це саме мимобіжні прямі, а не паралельні, не обов'язково обраховувати ухили прямих, достатньо провести прямі лінії через точки прямих з однаковими числовими позначками і перевірити, чи виконується основна ознака мимобіжних прямих. Якщо ці лінії будуть паралельними, то на плані зображено паралельні прямі, якщо ні – то мимобіжні, як це має місце на рис. 2.17, 2.18, де зображено мимобіжні прямі *AB* і *CD*.

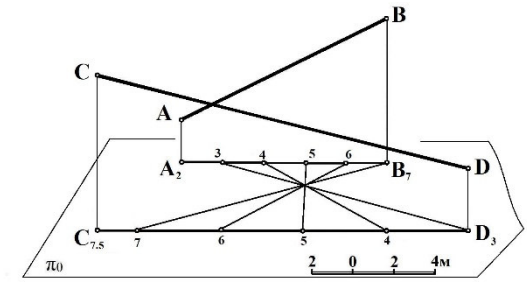


Рис. 2.17. Наочне зображення мимобіжних прямих, у яких горизонтальні проєкції паралельні

Слід зазначити, у випадку паралельності горизонтальних проєкцій мимобіжних

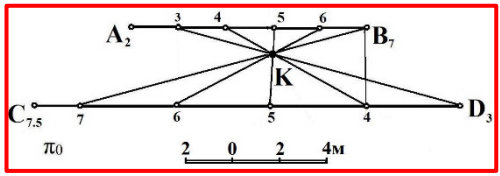


Рис. 2.18. Зображення мимобіжних прямих, у яких горизонтальні проєкції паралельні

прямих, лінії, які проведено через точки горизонтальних проєкцій цих прямих з однаковими числовими позначками, перетинаються в одній точці (на рис. 2.18 – це точка *K*, на рис. 2.19 – це точка $К_3^1$…≡… $К_7^1$). Якщо з цієї точки провести вертикальну пряму, то вона перетне лінії, які проходять через точки самих прямих *AB* і *CD* з однаковими числовими позначками. Так на рис. 2.19 вертикальна пряма, що проведена з точки $К_3^1$…≡… $К_7^1$ перетинає лінії, які проходять через точки

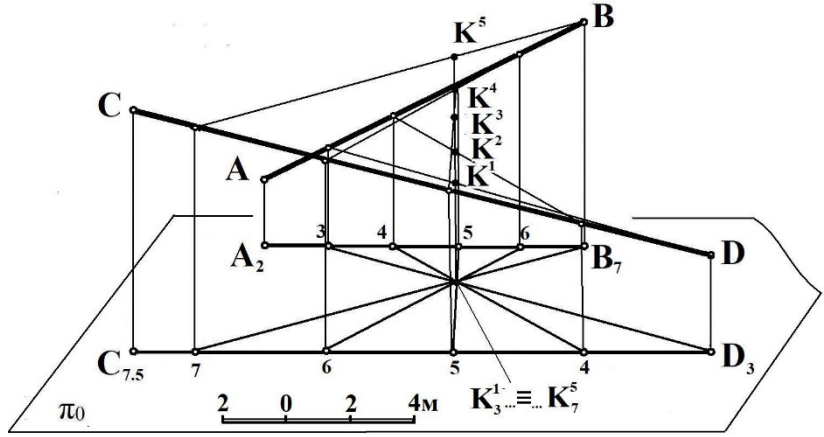


Рис. 2.19. Проведення вертикальної лінії з точки перетину горизонтальних проєкцій мимобіжних прямих

прямих *AB* і *CD* з однаковими числовими позначками 3, 4, 5, 6 і 7 м, в точках K^1…K^5, розміщених на цій вертикальній лінії.

2.1.4. Взаємно перпендикулярні прямі лінії

Вміння зображувати перпендикулярні прямі на плані має велике практичне значення: часто на плані доводиться проєктувати елементи меліоративних та дренажних систем, водопроводи, газопроводи тощо, які перетинаються під прямим кутом. Тому доцільно розглянути ознаки взаємно перпендикулярних прямих на плані.

Такі прямі на площину π_0 будуть проєктуватися під прямим кутом, якщо хоча б одна з цих прямих буде паралельною до π_0. Крім того, при визначенні перпендикулярності прямих слід враховувати, що взаємно перпендикулярні прямі є частковим випадком перетину прямих.

На рис. 2.20 прямі *c* і *AB* є взаємно перпендикулярними, оскільки: 1) горизонтальні проєкції *c* і *AB* перетинаються під прямим кутом; 2) точка перетину *A* має числову позначку 7 м, як для прямої *c*, так і для прямої *AB*; 3) пряма *c* є горизонтальною прямою, паралельною до площини π_0.

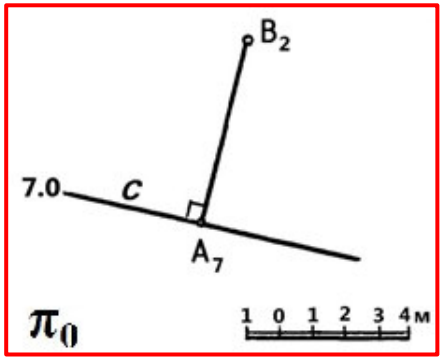


Рис. 2.20. Взаємно перпендикулярні прямі

Якщо взаємно перпендикулярні прямі знаходяться в одній вертикальній площині, то на плані числові позначки прямих змінюють свої величини в протилежних напрямках, а інтервали таких прямих є оберненими величинами. Так, на рис. 2.21 на плані зображено проєкції A_3B_1 і B_1C_5 перпендикулярних прямих *AB* і *BC*, оскільки їх інтервали l_{AB} і l_{BC} є оберненими величинами ($l_{AB} = 2$ м, $l_{BC} = {}^1/_2 = 0.5$ м), а числові позначки точок прямих змінюють свої величини в протилежних напрямках.

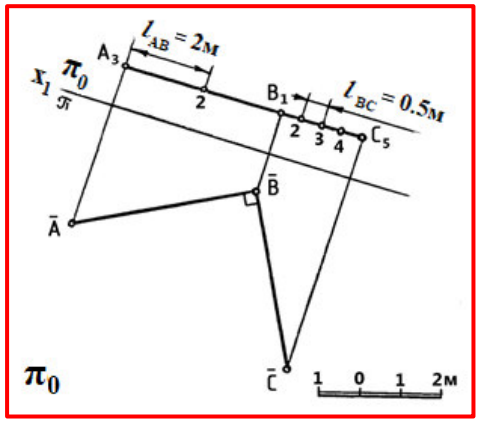


Рис. 2.21. Взаємно перпендикулярні прямі, які лежать в одній вертикальній площині

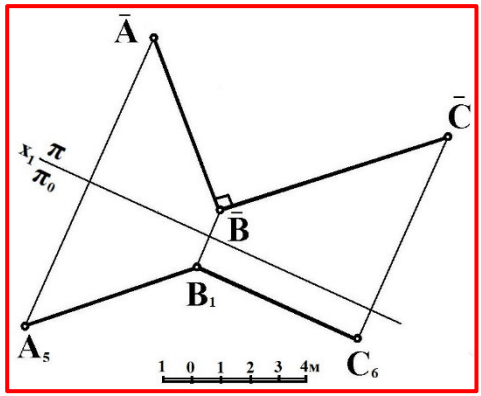


Рис. 2.22. Визначення перпендикулярності прямих загального положення способом профілю

Побудувавши на вертикальній площині π, яку проведено паралельно до площини, заданої прямими *AB* і *BC*, профілі цих прямих, можна переконатися, що дійсно, зображені на площині π_0 проєкції A_3B_1 і B_1C_5 є проєкціями взаємно перпендикулярних прямих *AB* і *BC*, оскільки $\bar{A}\bar{B} \perp \bar{B}\bar{C}$.

Якщо на плані зображено дві прямі, що перетинаються, загального положення, то їх перпендикулярність можна визначити, якщо побудувати профілі прямих на вертикальну площину, яку проведено паралельно до однієї із заданих прямих. Якщо профілі прямих будуть перпендикулярними, то це означає, що задані прямі, що перетинаються, є взаємно перпендикулярними. На рис. 2.22 *AB* ⊥ *BC*, оскільки BC // π, а $\bar{A}\bar{B} \perp \bar{B}\bar{C}$.

2.2. Задачі до розділу 2

Задача 2.1. Визначити взаємне положення двох прямих (рис. 2.23 -2.28).

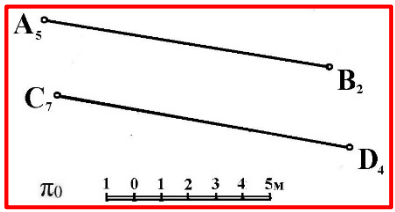


Рис. 2.23

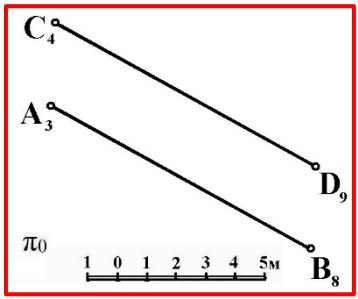


Рис. 2.24

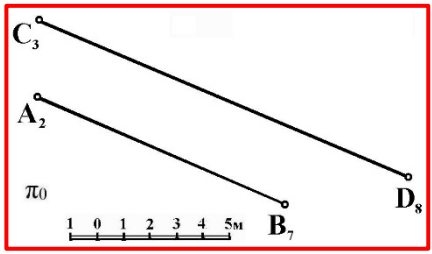


Рис. 2.25

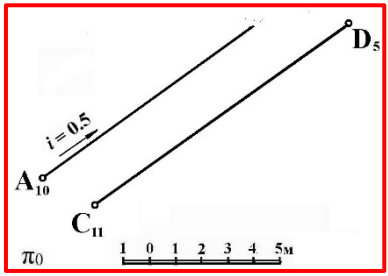


Рис. 2.26

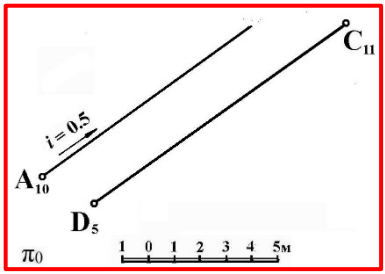


Рис. 2.27

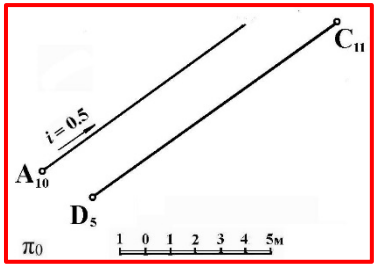


Рис. 2.28

Відповідь: прямі є _____ (рис. 2.23), _____ (рис. 2.24), _____ (рис. 2.25), _____ (рис. 2.26), _____ (рис. 2.27), _____ (рис. 2.28),

Задача 2.2. Через точку *C* провести пряму, паралельно до заданої прямої, та проградуювати прямі (рис. 2.29–2.32).

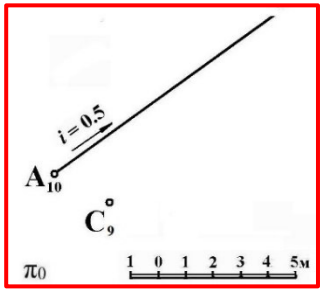


Рис. 2.29

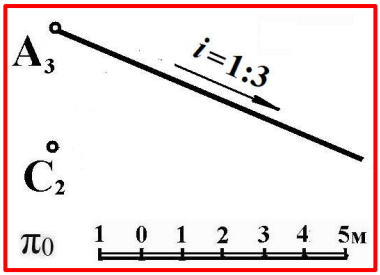


Рис. 2.30

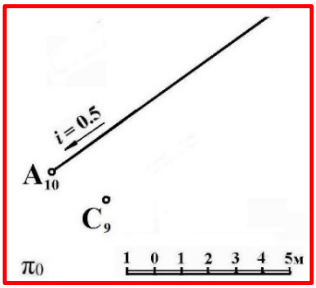


Рис. 2.31

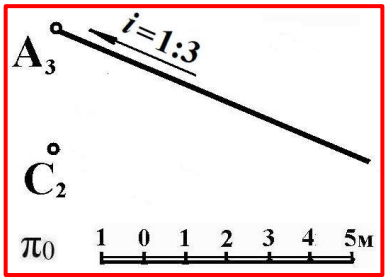


Рис. 2.32

Задача 2.3. Інтервал прямої, що проходить через точку *A*, дорівнює 2 м. Провести через точку *C* пряму, паралельно до заданої, та проградуювати прямі (рис. 2.33, 2.34)

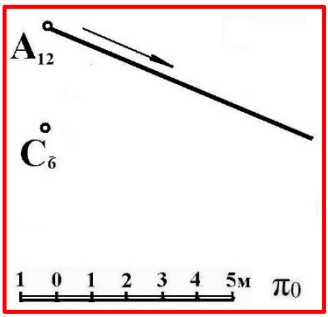


Рис. 2.33

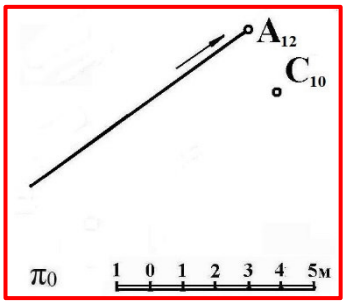


Рис. 2.34

Задача 2.4. Дано дві паралельні прямі, що мають ухил 1:2 (рис. 2.35, 2.36). Визначити відстань між точками прямих, що мають числову позначку 18 м.

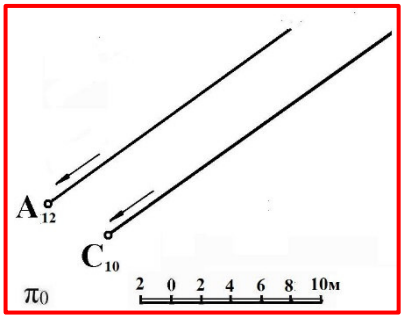


Рис. 2.35

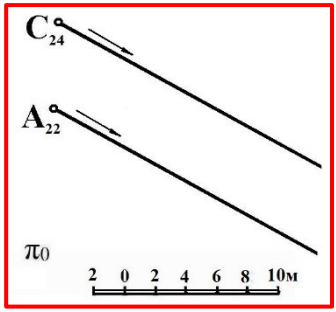


Рис. 2.36

Відповідь: відстань дорівнює ___ м (рис. 2.35); відстань дорівнює ___ м (рис. 3.36).

Задача 2.5. Пряма АВ і пряма, що проходить через точку С. паралельні і лежать в одній площині (рис. 2.37). Визначити на плані положення точки D з числовою позначкою 9 м на прямій, що проходить через точку С.

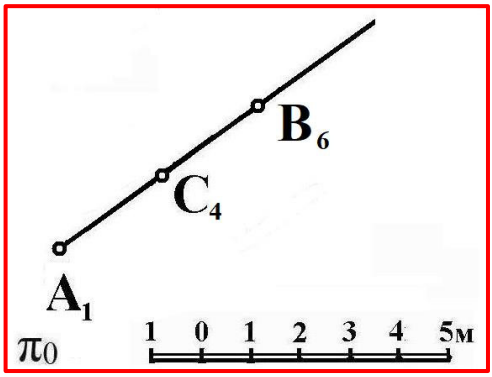


Рис. 2.37

Задача 2.6. На рис. 2.38 дано профіль $\bar{A}\bar{B}$ відрізка прямої AB та профіль $\bar{C}$ точки C, через яку проходить пряма CD, паралельно до прямої AB. Побудувати горизонтальні проєкції прямих із зазначенням числових позначок точок A, B, C і D, якщо відомо, що $\bar{A}\bar{B}$ = Н.В. AB.

Примітка: числову позначку точки D взяти довільно.

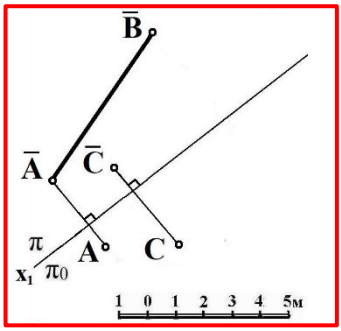


Рис. 2.38

Задача 2.7. Прямі a і b, що зображені на плані (рис. 2.39), паралельні та мають ухил 0.5. Визначити на прямих a і b положення точок, що мають числову позначку 6 м та 2 м, а також відстань між точкою з числовою позначкою 6 м на прямій a і точкою з числовою позначкою 2 м на прямій b.

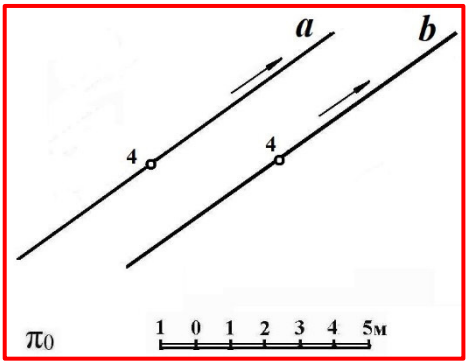


Рис. 2.39

Відповідь: відстань дорівнює ___ м.

Задача 2.8. Визначити ухил та інтервал паралельних прямих *a* і *b*, що зображені на плані (рис. 2.40), та відстань між точкою з числовою позначкою 12 м прямої *a* та точкою з числовою позначкою 14 м прямої *b*.

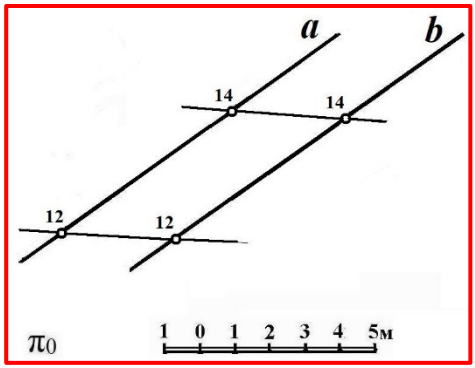


Рис. 2.40

Відповідь: ухил дорівнює ____; інтервал дорівнює ____ м; відстань дорівнює ___ м.

Задача 2.9. Кут нахилу до площини π_0 паралельних прямих *a* і *b*, що проходять відповідно через точки *A* і *C*, становить 45^0 (рис. 2.41). $\overline{A}$, $\overline{C}$ - профілі точок *A* і *C* прямих *a* і *b*. Побудувати горизонтальні проєкції прямих *a* і *b*, проградуювати їх, визначивши числові позначки точок *A* і *C* та ухили прямих.

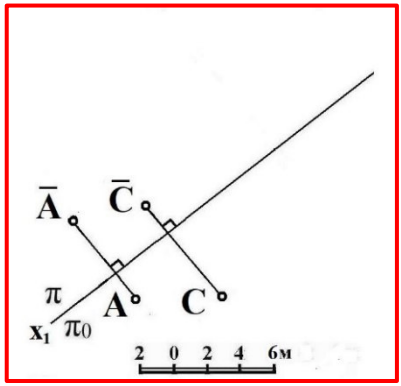


Рис. 2.41

Відповідь: числові позначки дорівнюють ___м (точка А), ___ м (точка С); ухили прямих дорівнюють ____ .

Задача 2.10. Дано профілі $\bar{a}$ і $\bar{b}$ прямих, що проходять через точки A і C відповідно (рис. 2.42). Побудувати горизонтальні проєкції прямих a і b, проградуювати їх, визначивши числові позначки точок A і C та ухили прямих.

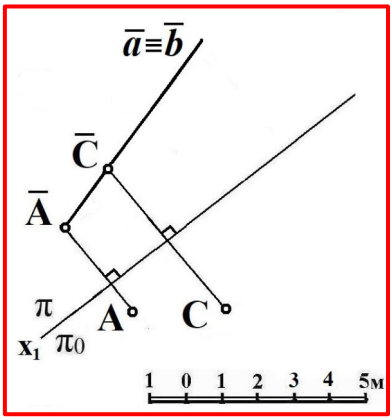


Рис. 2.42

Відповідь: числові позначки дорівнюють ___м (точка А), ___ м (точка С); ухили прямих дорівнюють ____ .

Задача 2.11. Визначити способом профілю відстань між двома паралельними прямими a і b (рис. 2.43–2.48).

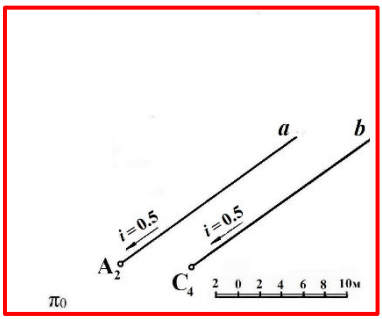


Рис. 2.43

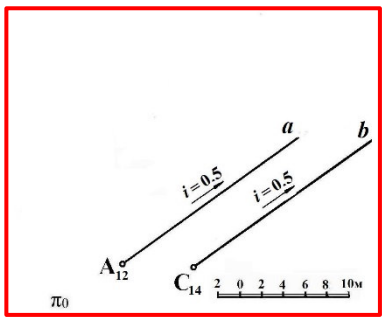


Рис. 2.44

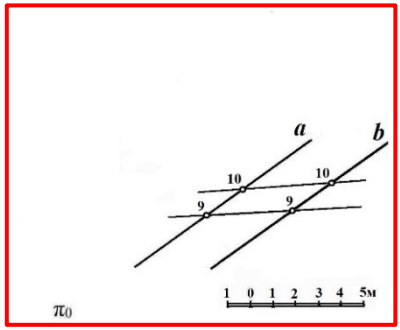


Рис. 2.45

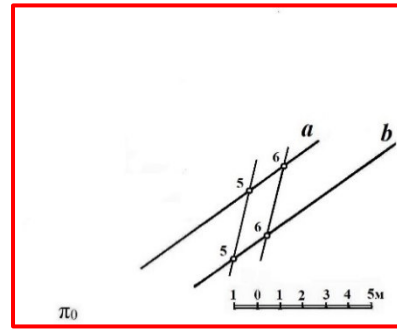


Рис. 2.46

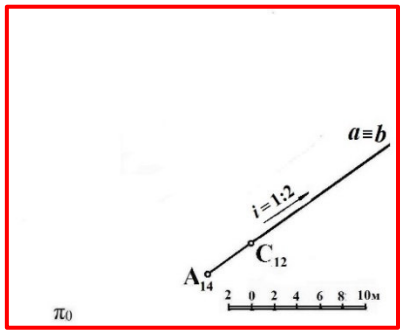


Рис. 2.47

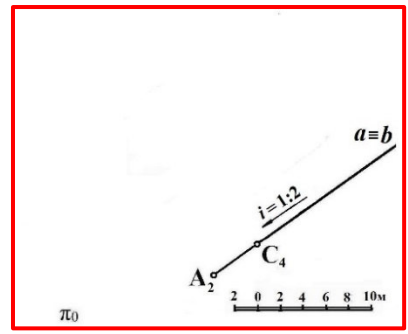


Рис. 2.48

Відповідь: відстань дорівнює ___ м (рис. 2.43); відстань дорівнює ___ м (рис. 2.44); відстань дорівнює ___ м (рис. 2.45); відстань дорівнює ___ м (рис. 2.46); відстань дорівнює ___ м (рис. 2.47); відстань дорівнює ___ м (рис. 2.48).

Задача 2.12. Визначити взаємне положення прямих *AB* і *CD* (рис. 2.49–2.52).

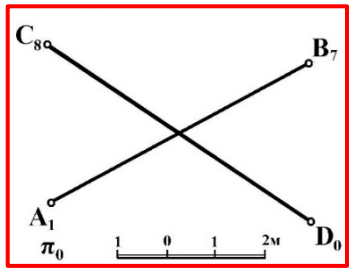


Рис. 2.49

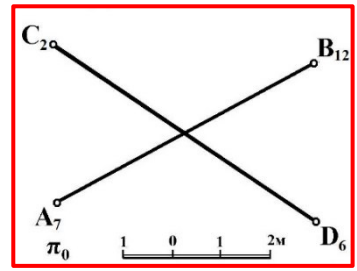


Рис. 2.50

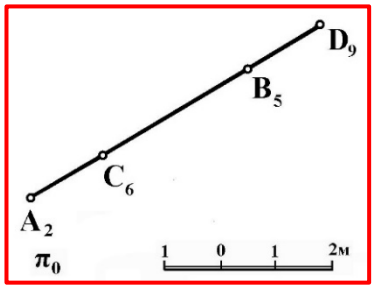


Рис. 2.51

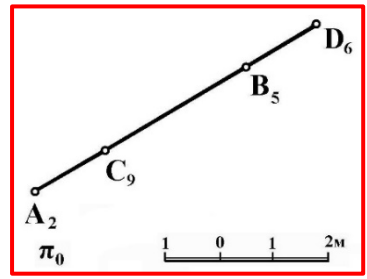


Рис. 2.52

Відповідь: прямі *AB* і *CD* є _____ (рис. 2.49), _____ (рис. 2.50), _____ (рис. 2.51), _____ (рис. 2.52),

Задача 2.13. Через точку А провести прямі *a* і *b* (рис. 2.53): пряму *a* – паралельно до заданої прямої *BC*, пряму *b* провести так, щоб вона перетнула пряму *BC* в точці D_{15}.

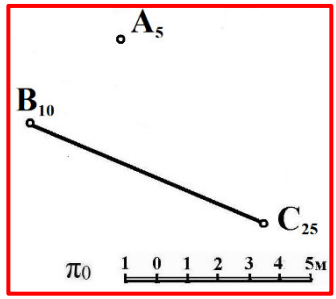


Рис. 2.53

Задача 2.14. Через точку А провести прямі *a* і *b* (рис. 2.54): пряму *a* – паралельно до заданої прямої *BC*, пряму *b* провести так, щоб вона перетнула пряму *BC* в точці D_5.

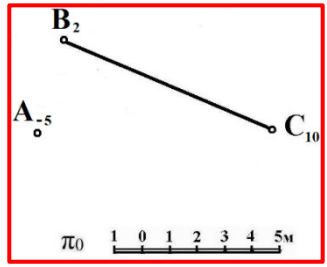


Рис. 2.54

Задача 2.15. Через точку А провести горизонтальну пряму, яка перетинає задану пряму ВС (рис. 2.55).

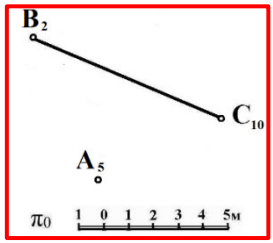


Рис. 2.55

Задача 2.17. Визначити відстань між теплотрасою *b* та кабельною лінією *CD* (рис. 2.56, 2.57) в точці перетину їх горизонтальних проєкцій (в точці схрещування).

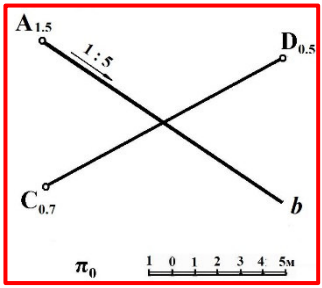


Рис. 2.56

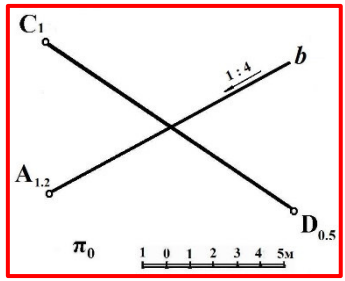


Рис. 2.57

Відповідь: відстань дорівнює ___ м.

Задача 2.18. Визначити відстань між тунелю метрополітену *AB* та шосейною дорогою *CD* (рис. 2.58, 2.59) в точці схрещування.

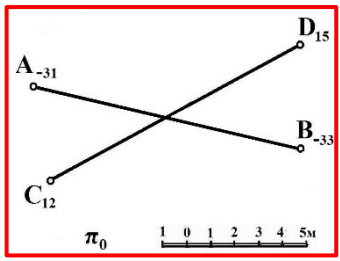


Рис. 2.58

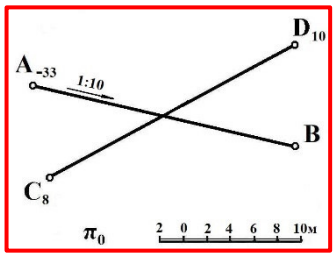


Рис. 2.59

Відповідь: відстань дорівнює ___ м.

Задача 2.19. Визначити кут нахилу α до площини π_0 та довжину *AB* відгалуженого водопроводу, який ведуть з пункту *A* в напрямку до існуючої лінії *CD* (рис. 2.60, 2.61).

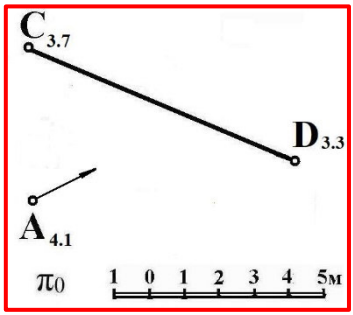


Рис. 2.60

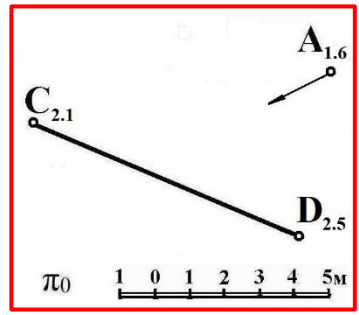


Рис. 2.61

Відповідь: кут нахилу α дорівнює ___ ^{0}; довжина *AB* водопроводу дорівнює ___ м (рис. 2.60): кут нахилу α дорівнює ___ ^{0}; довжина *AB* водопроводу дорівнює ___ м (рис. 2.61).

Задача 2.20. Яка з двох доріг *AB* чи *CD* (рис. 2.62, 2.63) повинна проходити через міст в місці їх схрещування.

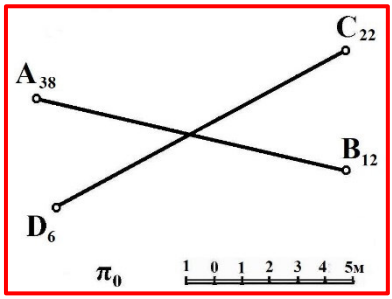


Рис. 2.62

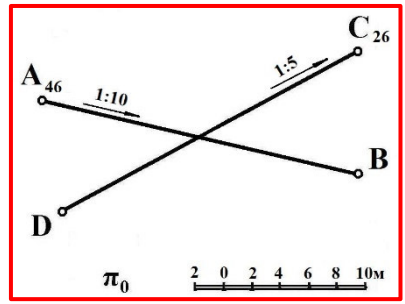


Рис. 2.63

Відповідь: через міст повинна проходити дорога ____ (рис. 2.62); через міст повинна проходити дорога ____ (рис. 2.63).

Задача 2.21. Визначити відстань від точки *B* до горизонтальної прямої *a* (рис. 2.64).

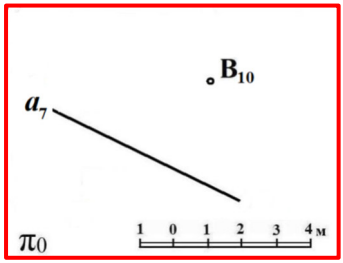


Рис. 2.64

Відповідь: відстань дорівнює ____ м.

Задача 2.22. Визначити відстань від точки *C* до прямої *AB* (рис. 2.65).

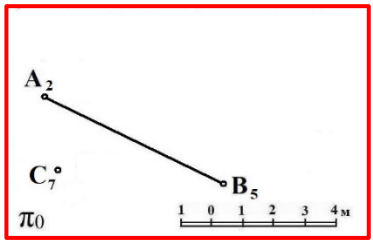


Рис. 2.65

Відповідь: відстань дорівнює ____ м.

Задача 2.23. Через точку *A* провести у напрямку *m* пряму *AC*, перпендикулярну до заданої прямої *AB* (рис. 2.66).

Примітка: на прямій, проведеної у напрямку *m*, відмітити довільно розміщену точку *C* із зазначеною числовою позначкою.

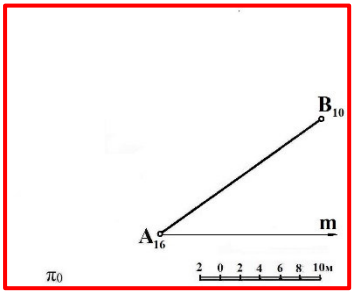


Рис. 2.66

Відповідь: числова позначка точки *C* дорівнює ____ м.

2.3. Приклади тестових завдань до розділу 2

2.1. На якому рисунку (рис. 2.67–2.80) зображено паралельні прямі; прямі, що перетинаються; мимобіжні прямі ?

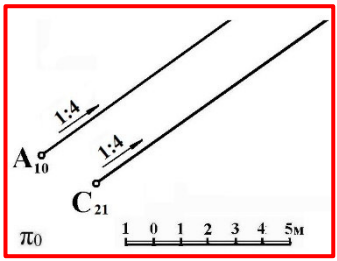


Рис. 2.67

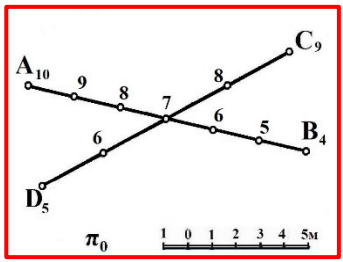


Рис. 2.68

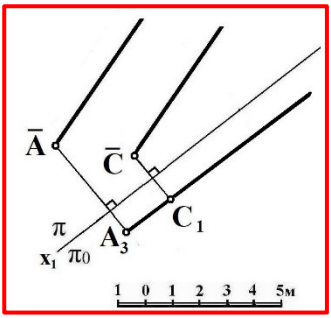


Рис. 2.69

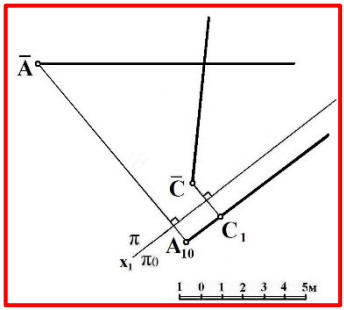


Рис. 2.70

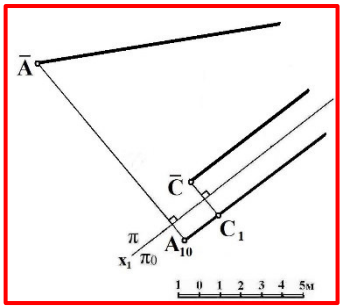


Рис. 2.71

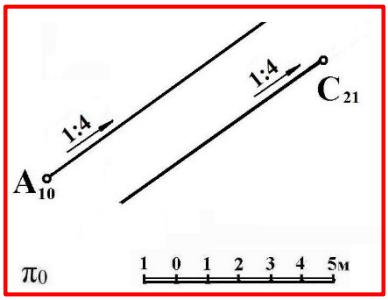


Рис. 2.72

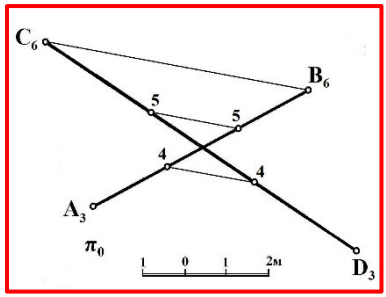


Рис. 2.73

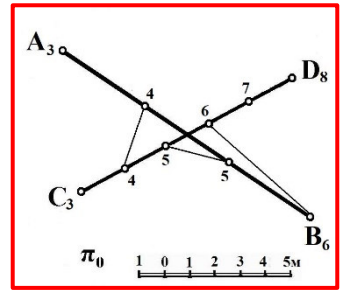


Рис. 2.74

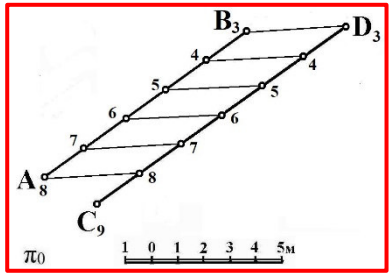


Рис. 2.75

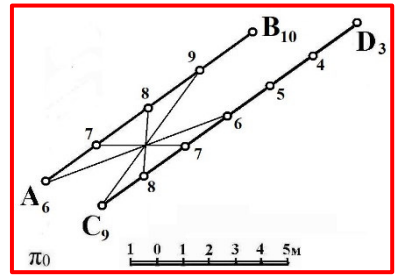


Рис. 2.76

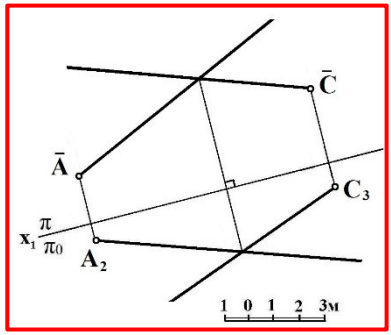


Рис. 2.77

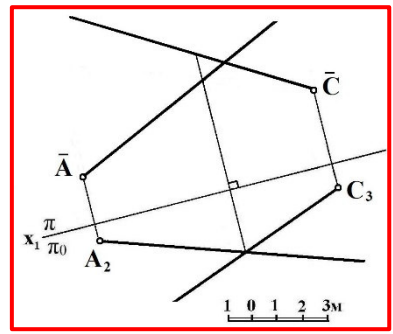


Рис. 2.78

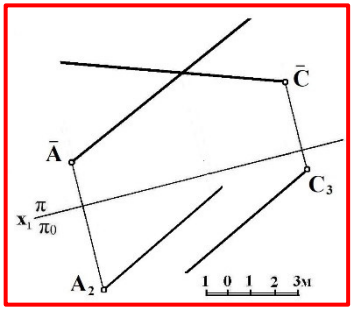


Рис. 2.79

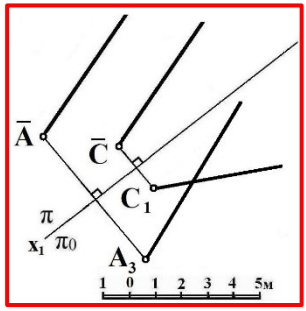
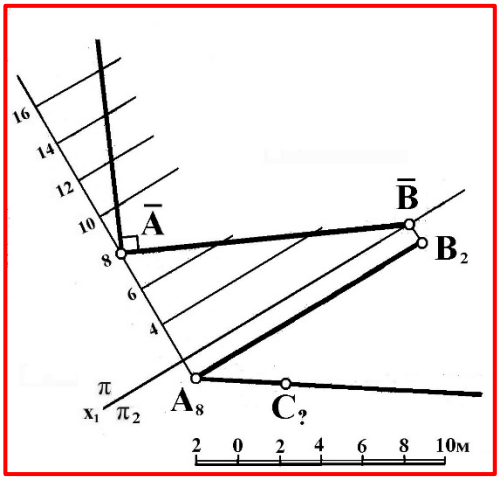


Рис. 2.80

2.2. Яку числову позначку повинна мати точка *C*, щоб прямі *AB* і *AC* були взаємно перпендикулярними (рис. 2.81).



- 12
- 10
- 14
- 16

Рис. 2.81

Розділ 3. Проєкції площини

3.1. Теоретичні відомості

3.1.1. Задання площини на плані. Масштаб ухилу площини

Площину в проєкціях з числовими позначками, як і в ортогональних проєкціях, можна задати трьома точками, що не лежать на одній прямій (рис. 3.1). Задання площини трьома точками дозволяє перейти до її задання іншими елементами: прямою та точкою, яка не належить цій прямій (рис. 3.2); двома прямими, що перетинаються (рис. 3.3); двома паралельними прямими або загального положення (рис. 3.4), або горизонтальними прямими (рис. 3.5); відсіком плоскої фігури, найчастіше трикутником (рис. 3.6).

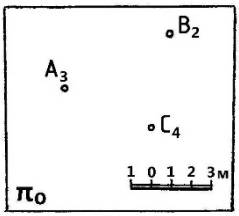


Рис. 3.1. Задання площини трьома точками

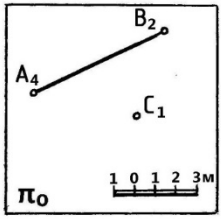


Рис. 3.2. Задання площини прямою та точкою

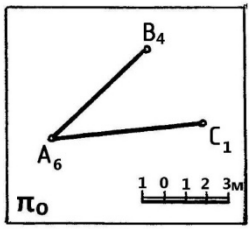


Рис. 3.3. Задання площини двома прямими, що перетинаються

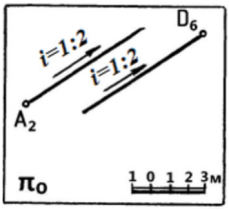


Рис. 3.4. Задання площини двома паралельними прямими загального положення

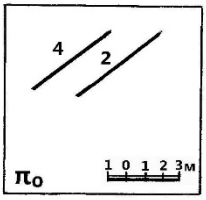


Рис. 3.5. Задання площини двома паралельними горизонтальними прямими

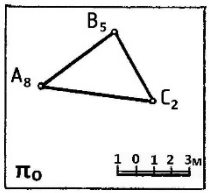


Рис. 3.6. Задання площини трикутником

Найбільш наочним та зручним способом задання площини в проєкціях з числовими позначками є її задання ***масштабом ухилу площини***. Такий спосіб задання площин широко застосовують під час розв'язування багатьох задач із проєктування земляних об'єктів на планах.

На рис. 3.7 дано наочне зображення площини **γ**, в якій проведено горизонталі $h^{1\gamma}$, $h^{2\gamma}$, $h^{3\gamma}$, $h^{4\gamma}$, які віддалені від площини π_0 відповідно на 1, 2, 3, 4 м, і розміщені по висоті одна від одної

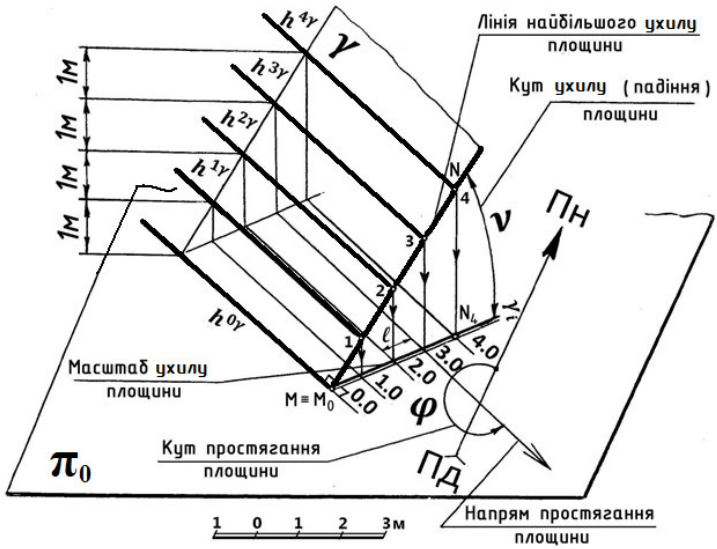


Рис. 3.7. Наочне зображення площини *γ*

на 1 м $h^{0\gamma}$ – нульова горизонталь площини γ є її слідом на площині π_0. *MN* є лінією найбільшого ухилу площини γ – прямою площини γ, яка перпендикулярна до її горизонталей: MN ⊥ $h^{1\gamma}$, $h^{2\gamma}$, $h^{3\gamma}$, $h^{4\gamma}$. Якщо спроєктувати *MN* на площину π_0 разом з проєкціями точок на ній, що мають цілі числові позначки, отримаємо пряму γ_i, яка є ***масштабом ухилу площини*** – проградуйованою проєкцією лінії найбільшого ухилу площини γ. На рис. 3.7 прямі, позначені *0.0, 1.0, 2.0, 3.0, 4.0*, є проєкціями

горизонталей $h^{0\gamma}$, $h^{1\gamma}$, $h^{2\gamma}$, $h^{3\gamma}$, $h^{4\gamma}$ площини γ. Масштаб ухилу площини, враховуючи його важливість при проєктуванні земляних об'єктів на планах, позначають двома паралельними лініями, одну з яких зображують тонкою лінією, а іншу – потовщеною.

Лінію найбільшого ухилу площини ще називають ***лінією падіння*** площини. Кут між лінією найбільшого ухилу MN (лінією падіння) та її проєкцією M_0T_4 (масштабом ухилу площини γ_i) визначає ***кут ухилу*** або ***кут падіння*** v площини γ до площини π_0 (рис. 3.7). Для того, щоб знайти ухил та кут падіння площини, потрібно в площині провести лінію найбільшого ухилу та визначити її ухил та кут ухилу до площини π_0: який ухил та кут ухилу має лінія найбільшого ухилу площини, такий же ухил та кут падіння має і сама площина. Серед усіх прямих, яких можна провести в площині, лінія найбільшого ухилу має найбільший кут ухилу до площини π_0, а також найбільший ухил.

Під час розв'язування низки інженерних задач потрібно орієнтувати площину відносно сторін світу. Для цього вводять

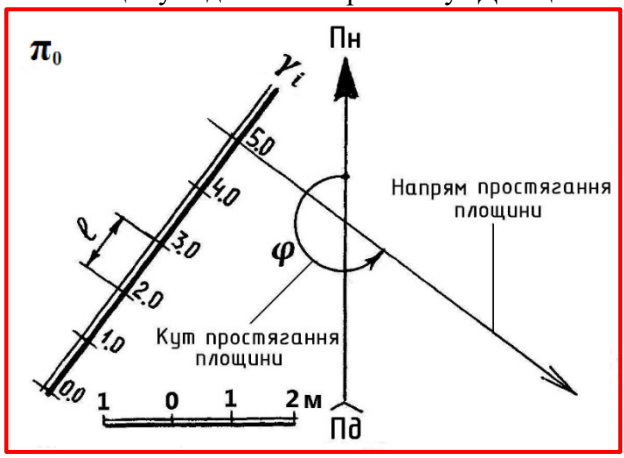


Рис. 3.8. Задання на плані площини γ масштабом ухилу γ_i із зазначенням напряму та кута простягання φ площини γ, де l – інтервал лінії найбільшого ухилу площини γ

такі поняття як ***напрям простягання*** та ***кут простягання***

площини. ***Напрямом простягання площини*** називають правий напрям її горизонталей, якщо дивитися вздовж лінії найбільшого ухилу в бік збільшення її числових позначок (рис. 3.7, 3.8). ***Кутом простягання площини φ*** називають кут між напрямом на північ (визначається, наприклад, північною стороною магнітної стрілки компаса) і напрямом простягання, який вимірюється проти руху годинникової стрілки (рис. 3.7, 3.8).

Задання площини масштабом ухилу дозволяє задавати площину прямою лінією та величиною ухилу площини, що є досить розповсюдженим в проєкціях з числовими позначками. На рис. 3.9, 3.10 показано, як можна перейти від задання площини

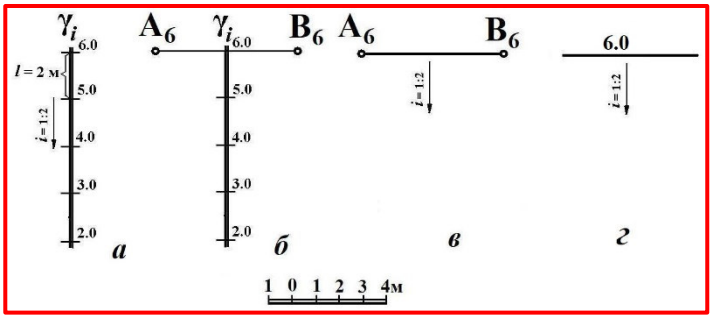


Рис. 3.9. Поетапний перехід від задання площини масштабом ухилу до задання площини горизонтальною прямою та величиною ухилу

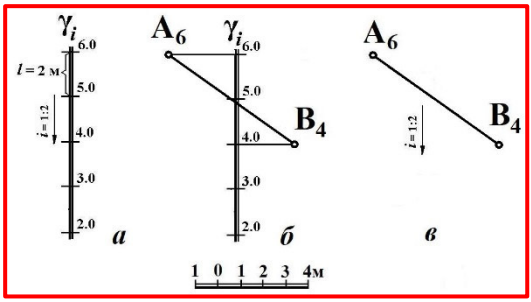


Рис. 3.10. Поетапний перехід від задання площини масштабом ухилу до задання площини прямою загального положення та величиною ухилу

масштабом ухилу до задання площини горизонтальною прямою (рис. 3.9, *а–г*) та прямою загального положення (рис. 3.10, *а–в*) і величиною ухилу площини. Стрілкою позначають напрям спуску (падіння) площини і проводять перпендикулярно до горизонталей площини. Площина γ (рис. 3.9, *а*; 3.10, *а*) задана масштабом ухилу γ_i, інтервал l та ухил i якого, а, отже і площини γ, дорівнює відповідно $l = 2$ м, $i = 1{:}2$.

Масштаб ухилу площини повністю визначає її положення в просторі. Можна перейти від задання площини елементами, що наведені на рис. 3.1–3.6, до задання площини масштабом ухилу. На рис. 3.11 показано, як в площині *β*, заданій на плані трикутником $A_3B_5C_2$, можна побудувати її масштаб ухилу β_i, визначити інтервал l та кут падіння ν площини β. Оскільки масштаб ухилу площини перпендикулярний до горизонталей площини, то його побудову починають з проведення хоча б однієї з горизонталей площини. В трикутнику $A_3B_5C_2$ першою горизонталлю, яку можна провести, є горизонталь з числовою позначкою 3.0, оскільки, крім точки A_3, можна на стороні B_5C_2 визначити другу точку площини *β* з числовою позначкою 3. Для цього потрібно проградуювати ту сторону трикутника, яка має найбільше перевищення (різницю числових позначок вершин сторони). Сторону B_5C_2 проградуйовано способом прямопропорційного ділення. Через знайдену точку з числовою позначкою *3* і A_3 проводимо горизонталь *3.0* площини *β*. Далі через точки C_2, *4*, B_5 проводимо

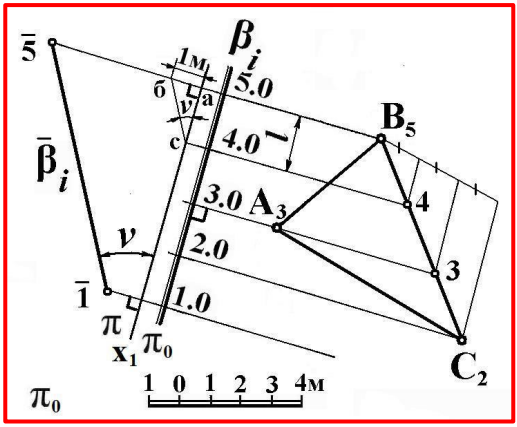


Рис. 3.11. Побудова масштабу ухилу β_i, інтервалу l та кута падіння ν площини β, заданої на плані трикутником $A_3B_5C_2$

горизонталі *2.0, 4.0, 5.0* площини *β* паралельно до горизонталі *3.0*. Перпендикулярно до побудованих горизонталей площини *β* проводимо масштаб ухилу β_i та визначаємо інтервал *l*. Будуємо профіль $\overline{\beta}_i$ масштабу ухилу, що дозволяє визначити кут падіння *v* площини *β*, як кут між $\overline{\beta}_i$ і x_1, де $x_1 \,//\, \beta_i$. Кут падіння площини *β* можна також визначити, побудувавши прямокутний трикутник *абс*, у якого катети *ас* = *l,* а *аб* = 1 м, тоді кут між гіпотенузою *бс* і катетом *ас* визначить кут падіння *v* площини *β*.

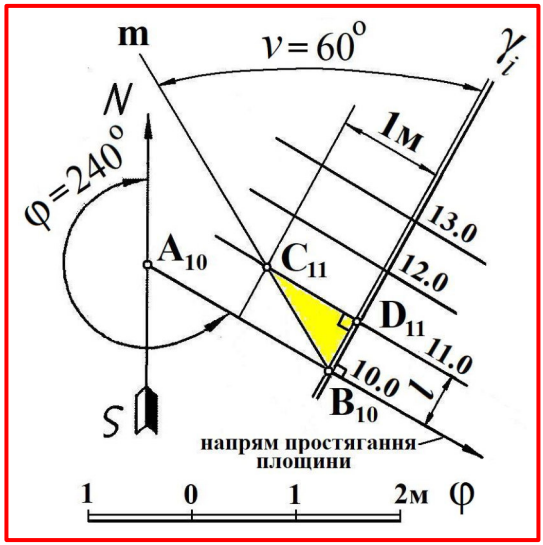


Рис. 3.12. Побудова масштабу ухилу площини, що задана кутами простягання і падіння та точкою, через яку вона проходить

На рис. 3.12 площину γ задано кутом простягання $\varphi = 240^0$, кутом падіння $v = 60^0$ та точкою A_{10}, через яку проходить площина *γ*. Для побудови масштабу ухилу площини γ_i через точку A_{10} проводимо земний меридіан *NS* і з A_{10} як з вершини кута простягання проводимо другу його сторону, яка визначає напрям простягання площини *γ*. Ця сторона кута є горизонталлю площини *γ* з числовою позначкою 10.0. З точки B_{10} перпендикулярно до горизонталі $A_{10}B_{10}$ проводимо лінію найбільшого ухилу (ЛНУ) площини *γ*. Щоб проградуювати її, визначаємо інтервал ЛНУ. Для цього з точки B_{10} як з вершини проводимо пряму *m* під кутом 60^0 до ЛНУ. Паралельно до ЛНУ і на відстані 1м від неї проводимо пряму до перетину з прямою *m* в точці C_{11}. З побудованого прямокутного трикутника $B_{10}C_{11}D_{11}$ знаходимо, що

катет $B_{10}D_{11}$ визначає інтервал l ЛНУ. Фіксуємо на ЛНУ з інтервалом l положення точок з цілочисельними позначками 11, 12, 13 і через них проводимо паралельно до $A_{10}B_{10}$ горизонталі 11.0, 12.0, 13.0 площини γ, перетворюючи тим самим ЛНУ в масштаб ухилу γ_i площини γ.

На рис. 3.13, 3.14 показано, як змінюється напрям

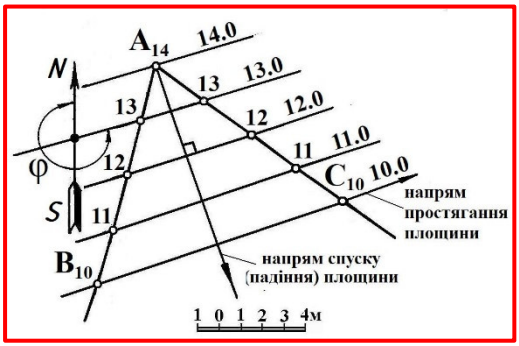


Рис. 3.13. Напрями простягання та спуску площини, коли кут простягання φ > 180⁰

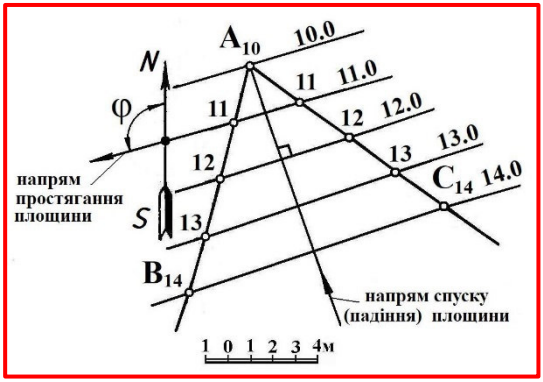


Рис. 3.14. Напрями простягання та спуску площини, коли кут простягання φ < 180⁰

простягання та напрям спуску (падіння) площини залежно від кута простягання φ площини. Якщо кут φ > 180^0, то напрями простягання та спуску площини відповідають рис. 3.13. Якщо кут

$\varphi < 180^0$, то напрями простягання та спуску площини відповідають рис. 3.14.

3.1.2. Градуювання площини

Градуювання площини – це проведення в площині горизонталей, що мають цілі послідовні числові позначки.

Розглянемо способи градуювання площини, коли вона задана різними елементами.

I. Площина задана масштабом ухилу. Оскільки масштаб ухилу є проградуйованою проєкцією лінії найбільшого ухилу, то градуювання такої площини зводиться до проведення горизонталей площини через точки масштабу ухилу, що мають цілочислові позначки. Горизонталі площини проводять перпендикулярно до масштабу ухилу (рис. 3.15). На рис. 3.15, *а*

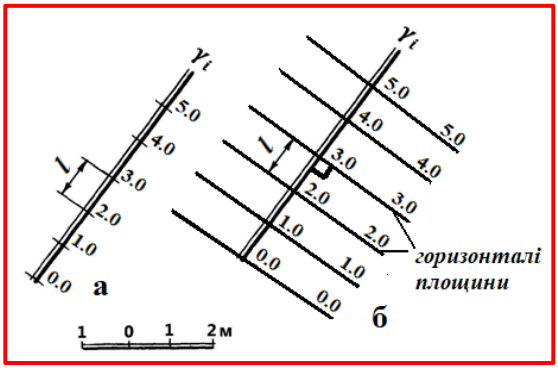


Рис. 3.15. Градуювання площини, що задана масштабом ухилу

площина γ задана масштабом ухилу γ_i, на рис. 3.15, *б* проведено горизонталі в площині γ, l – інтервал.

II. Площина задана елементами, що зображені на рис. 3.1–3.6. Градуювання таких площин здійснюється шляхом визначення точок площини, шо мають однакові цілочислові позначки, через які будуть проходити горизонталі площини. На рис. 3.16 виконано градуювання площини ω, заданої прямими

$A_{2.2}B_{6.4}$ і $C_{4.5}B_{6.4}$, що перетинаються. Проградуювавши способом пропорційного ділення задані прямі, отримаємо на кожній з прямих точки з числовими позначками 5 і 6, через які і проводимо

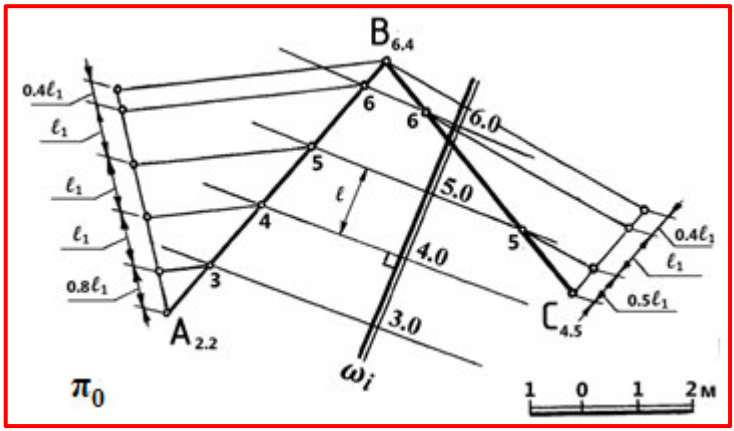


Рис. 3.16. Градуювання площини, заданої двома прямими, що перетинаються

горизонталі 5.0 і 6.0 площини ω. Горизонталі 3.0 і 4.0 будуть проходити через точки 3 і 4 прямої $A_{2.2}B_{6.4}$ паралельно до горизонталей 5.0 і 6.0. Також проводимо масштаб ухилу ω_i площини ω.

III. Градуювання площини, що задана горизонтальною прямою та величиною ухилу. Оскільки в такій площині вже присутня горизонтальна пряма, то можна відразу перпендикулярно до неї провести лінію найбільшого ухилу (ЛНУ), тобто градуювання такої площини починають з проведення ЛНУ. Визначаємо на ЛНУ положення точок з цілочисловими позначками, через які проводимо перпендикулярно до ЛНУ горизонталі площини. На рис. 3.17 проградуйовано площину земляного укосу, що примикає до горизонтальної ділянки дороги з числовою позначкою 49.4.

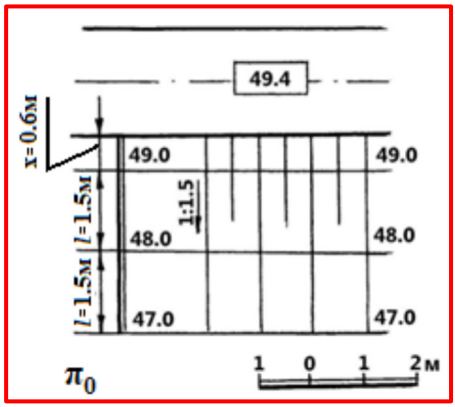


Рис. 3.17. Градуювання площини, що задана горизонтальною прямою та величиною ухилу

Площина земляного укосу насипу задана горизонтальною прямою з числовою позначкою 49.4 (бровка дороги) і величиною ухилу 1 : 1.5. Градуювання площини починаємо з проведення ЛНУ ω_i перпендикулярно до бровки дороги. Далі градуюємо ω_i. Оскільки верхня точка ω_i, що примикає до бровки дороги, має дробову числову позначку 49.4, то точка на ω_i з числовою позначкою 49.0 буде знаходитися від точки з 49.4 на відстані x, що визначається за формулою (1.4): $x = h \cdot l = (49.4 - 49.0) \cdot 1.5 = 0.6$ м. Точки з числовими позначками 48.0 і 47.0 та інші з послідовними цілочисловими позначками будуть знаходитися одна від одної на відстані, що дорівнює інтервалу $l = 1.5$ м. Через отримані точки ЛНУ з цілими числовими позначками проводимо горизонталі 49.0, 48.0, 47.0 площини земляного укосу.

Зазначимо, що земляні укоси на планах зображують з штриховкою паралельними короткими та довгими лініями, так званими бергштрихами, причому довгі лінії можна проводити на всю довжину укосу, а довжина коротких ліній складає приблизно третину довжини довгих ліній. Бергштрихи проводять з верхньої кромки укосу (на рис. 3.17 – це бровка дороги) перпендикулярно до його горизонталей і у бік горизонталей з меншою числовою позначкою. Бергштрихи показують напрям ЛНУ площини земляного укосу.

ІУ. Градуювання площини, що задана прямою загального положення та величиною ухилу. Оскільки така площина задана не горизонтальною прямою, а прямою загального положення, то провести відразу в ній ЛНУ немає можливості. Щоб побудувати

ЛНУ, спочатку потрібно віднайти розміщення хоча б однієї горизонталі цієї площини. Для цього необхідно врахувати, що задана площина є дотичною до поверхонь прямих конусів обертання, твірні яких мають ухил, що дорівнює ухилу площини, а вершини конусів знаходяться на прямій загального положення, тобто задана площина є одним з різновидів ***поверхні однакового ухилу*** (див. 5.1.2.7).

Горизонталі цієї площини – це прямі площини, дотичні до кіл прямих конусів обертання, точки яких мають однакові числові позначки. Ці кола конусів, площини яких паралельні або лежать в π_0, називаються ***горизонталями конуса***.

Радіуси горизонталей конусів, точки яких мають числову позначку горизонталі, що потрібно провести, визначають за формулою:

$$R = h \cdot l, \qquad (3.1)$$

де h – різниця числових позначок між числовою позначкою точки, в яку встановлена вершина конуса, і числовою позначкою горизонталі, яку потрібно провести у цій площині; l – інтервал площини, який дорівнює інтервалу ЛНУ.

Проградуюємо площину земляного укосу γ, що задана прямою загального положення A_1B_2 (бровка укосу) і величиною ухилу 1:2 (рис. 3.18). Виконаємо розв'язування завдання спочатку на наочному зображенні (рис. 3.19). Для того, щоб провести горизонталь площини γ з числовою позначкою 0.0, вершину конусів встановлюємо в точках A і B прямої загального положення. Радіуси горизонталей цих конусів з числовою позначкою *0* визначаємо за формулою (3.1): $R_1 = h \cdot l = (1\text{-}0) \cdot 2 = 2$ м – це радіус горизонталі конуса, вершина

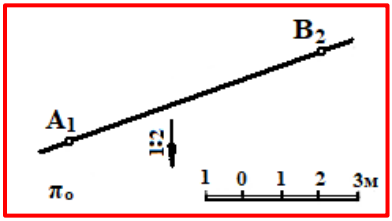


Рис. 3.18. Початкова умова задачі на градуювання площини земляного укосу γ, що задана прямою загального положення і величиною ухилу

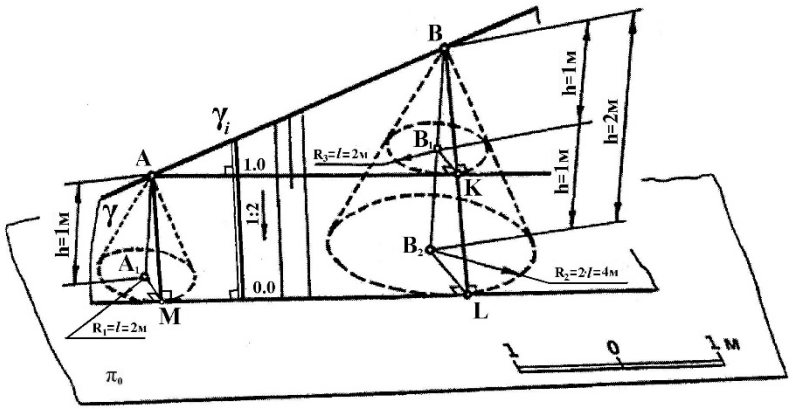


Рис. 3.19. Градуювання площини земляного укосу γ на наочному зображенні

якого знаходиться в точці *A*: $R_2 = h \cdot l = (2\text{-}0) \cdot 2 = 4$ м - це радіус горизонталі конуса, вершина якого знаходиться в точці В. Проводимо горизонталь *0.0* заданої площини *γ*, яка є дотичною до горизонталей конусів з радіусами R_1 і R_2.

Горизонталь площини *γ* з числовою позначкою *1.0* проводимо з точки *A* дотично до горизонталі конуса, всі точки якої мають числову позначку *1*, а вершина конуса встановлена в точці *B*. Радіус цієї горизонталі також визначаємо за формулою (3.1): $R_3 = h \cdot l = (2\text{-}1) \cdot 2 = 2$ м. Задана площина *γ* дотикається до поверхонь побудованих прямих конусів обертання по лініях найбільшого ухилу *AM* і *BL*, які є одними з твірних поверхонь конусів.

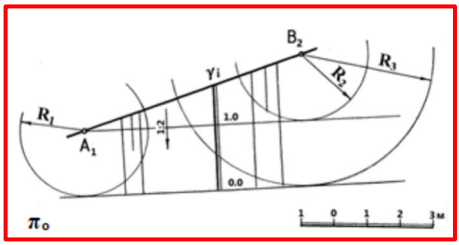


Рис. 3.20. Градуювання площини земляного укосу γ на плані

На рис. 3.20 показано побудову на плані горизонталей 0.0 і 1.0 заданої площини.

Слід зазначити, що для проведення горизонталей 0.0 і 1.0 необов'язково будувати три горизонталі конусів. Можна, наприклад,

побудувати спочатку горизонталь 1.0 площини γ, а потім перпендикулярно до неї провести ЛНУ γ_i і від точки 1.0 на γ_i відкласти униз відрізок довжиною в інтервал $l = 2м$, визначивши тим самим положення на γ_i точки з числовою позначкою 0.0, через яку і буде проходити горизонталь площини γ з числовою позначкою 0.0 паралельно до горизонталі 1.0. А можна спочатку побудувати горизонталь 0.0, потім провести γ_i і від точки 0.0 на γ_i відкласти уверх відрізок довжиною в інтервал $l = 2м$, визначивши тим самим положення на γ_i точки з числовою позначкою 1.0, через яку і буде проходити горизонталь 1.0 паралельно до горизонталі 0.0.

На рис. 3.22 (наочне зображення), рис. 3.23 (план) показано градуйування площини укосу γ, що задана прямою загального положення A_4D_1 і величиною ухилу 1:2 (рис. 3.21).

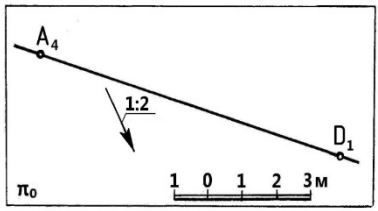


Рис. 3.21. Початкова умова задачі на градуювання площини земляного укосу γ, що задана прямою загального положення і величиною ухилу

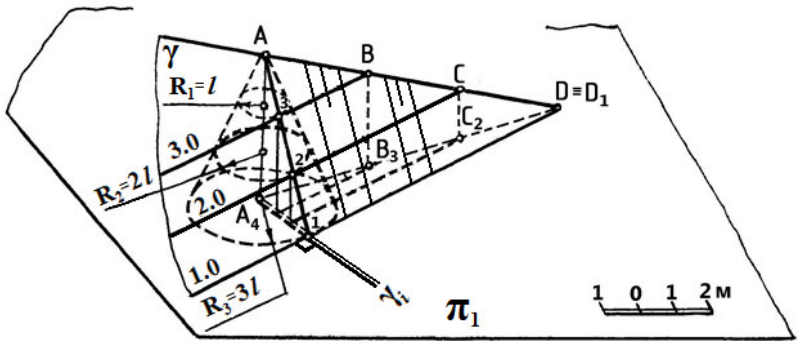


Рис. 3.22. Градуювання площини земляного укосу γ на наочному зображенні

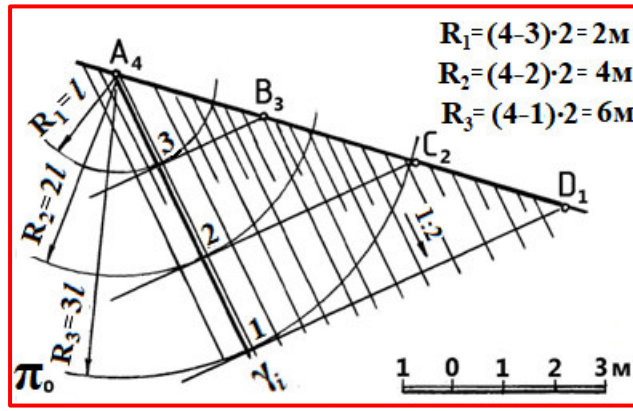


Рис. 3.23. Градуювання площини земляного укосу γ на плані

На рис. 3.24 показано градуювання площин земляних укосів насипу, що примикають до нахиленого дорожнього полотна в'їзду на греблю. Величина ухилу укосів насипу $i_н$ = 1 : 1.5, ухилу в'їзду $i_д$ = 1 : 5. Для градуювання нижнього укосу вершина конуса розміщена в точці бровки в'їзду з числовою

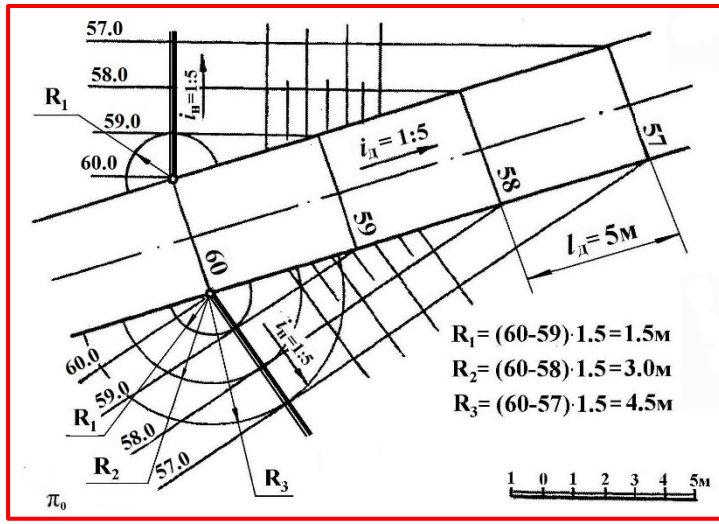


Рис. 3.24. Градуювання площин укосів насипу, що примикають до нахиленого в'їзду на греблю

позначкою 60 і проведені горизонталі цього конуса з числовою позначкою 59 (R_1 = 1.5м), 58 (R_2 =3.0м), 57 (R_3 = 4.5м). Дотично до них з точок 59, 58, 57 на бровці в'їзду проведені прямі, які будуть горизонталями площини укосу з числовими позначками відповідно 59.0, 58.0, 57.0. Проводимо горизонталь 60.0.

Для градуювання верхнього укосу проводимо лише одну горизонталь конуса з числовою позначкою 59 (R_1 = 1.5м). Це дозволить побудувати горизонталь 59.0 площини укосу. Далі проводимо з точки 60 верхньої бровки в'їзду лінію найбільшого ухилу верхнього укосу перпендикулярно до горизонталі 59.0 укосу. Градуюємо лінію найбільшого ухилу, враховуючи, що її інтервал дорівнює 1.5 м, і через точки з цілими числовими позначками, які розміщені одна від одної на відстані інтервалу в 1.5 м, проводимо горизонталі 60.0, 59.0, 58.0, 57.0 верхнього укосу.

3.1.3. Пряма лінія та точка в площині

Пряма належить площині, якщо дві її нетотожні точки знаходяться на горизонталях площини, які мають однакові з точками значення числових позначок.

На рис. 3.25 пряма AB належить площині α, оскільки A_2 знаходиться на горизонталі з числовою позначкою 2 площини α, а точка B_4 – на горизонталі (бровці n укосу) з числовою позначкою 4 площини α.

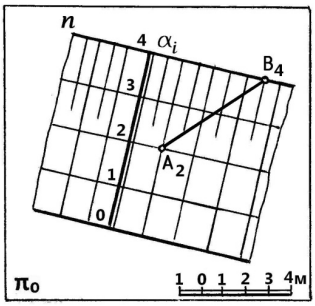


Рис. 3.25. Пряма АВ належить площині земляного укосу

Точка належить площині, коли лежить на прямій цієї площини. Слід зазначити, якщо на плані вказано числову позначку точки, то це означає, що її положення в просторі визначено, і можна тільки встановити, чи належить точка заданій площині, чи ні. Якщо числову позначку точки не вказано, то можна визначити ту її числову позначку, за якою точка буде належати площині.

На рис. 3.26 точка А належить площині земляного укосу, що задана двома паралельними горизонтальними прямими (бровкою та підошвою укосу) з числовими позначками 27 і 23. Для визначення числової позначки точки А проводимо через неї пряму $C_{27}B_{23}$, яка належить площині укосу. Далі градуюємо пряму $C_{27}B_{23}$ способом пропорційного ділення і визначаємо, що числова позначка точки А між 24 і 25. Також способом пропорційного ділення градуємо відрізок прямої між точками 24 і 25 з точністю до десятих і знаходимо, що точка А буде належати прямій СВ, а, отже, і площині укосу, якщо її числова позначка буде дорівнювати 24.6.

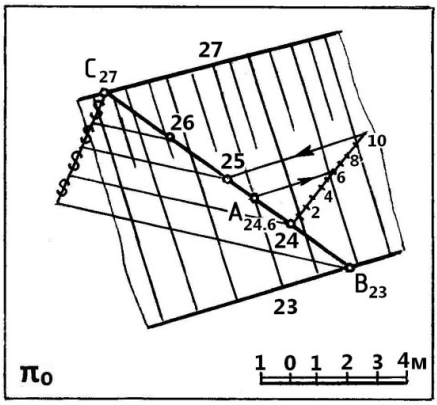


Рис. 3.26. Визначення числової позначки точки А, що належить площині земляного укосу

На рис. 3.27 визначено, яку числову позначку повинна мати точка С за умови, що вона належить площині ω, заданій масштабом ухилу ω_i. Через точку С проводимо пряму *AB*, яка належить площині ω. Будуємо її профіль $\overline{A}\overline{B}$ і визначаємо, що точка С буде належати площині ω за умови, що її числова позначка дорівнюватиме 10.8. Цей спосіб можна застосувати, якщо виникне потреба перевірити чи належить точка із заданою числовою позначкою

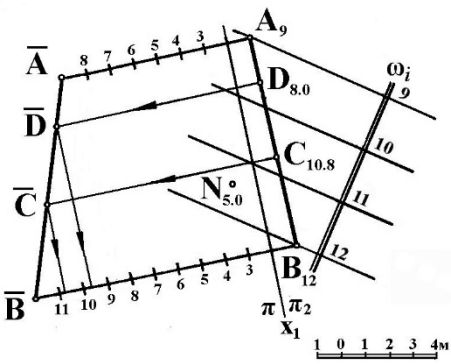


Рис. 3.27. Визначення належності точки площині

площині. Так, точка D не належить площині ω, оскільки її числова позначка 8.0, а належатиме вона площині ω тоді, коли її числова позначка дорівнюватиме 9.7 (рис. 3.27). Числова позначка точки N дорівнює 5.0. Те, що вона не належить площині ω можна визначити без проведення через неї прямої, оскільки її числова позначка за умови належності площини повинна бути у межах 11 та 12, а вона дорівнює 5.0 (рис. 3.27).

Практичне значення має задача на проведення в площині прямої із заданим ухилом. На рис. 3.28 потрібно через точку D, що належить площині укосу ω, провести пряму, наприклад вісь водостоку, з ухилом 1:3.

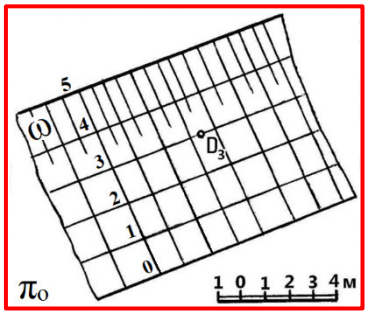


Рис. 3.28. Початкова умова задачі на проведення в площині прямої із заданим ухилом

Розв'яжемо цю задачу на наочному зображенні (рис. 3.29). візьмемо прямий конус обертання, що складається з двох піл, твірні якого мають ухил прямої, яку потрібно провести, тобто 1:3. Вершину конуса встановлюємо в точку D. Якщо висоти обох конусів взяти рівними одиниці довжини, то радіуси *R* горизонталей конусів дорівнюватимуть інтервалу *l* (*R*=*l*), числова позначка нижньої горизонталі конуса дорівнює 2, а верхньої – 4. Нижня горизонталь конуса перетне горизонталь 2 площини ω в точках A і N, а верхня горизонталь конуса перетне горизонталь 4 площини ω в точках M і B. Отримаємо прямі

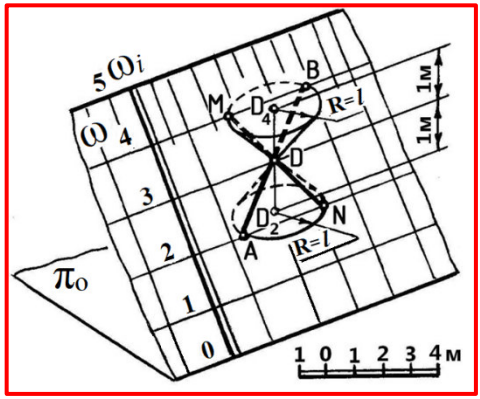


Рис. 3.29. Розв'язування на наочному зображенні задачі з початковою умовою на рис. 3.28

AB і MN, які проходять через вершину конуса, встановлену в точку D площини ω. Якщо площину ω прийняти за січну площину, то вона перетне поверхню конуса саме по прямих AB і MN, які проходять через вершину конуса, встановлену в точці D.

Для розв'язування задачі на плані (рис. 3.30) з точки D_3, як із центра, проводимо коло радіусом $R = l = 3м$. Визначаємо точки A_2, N_2 і M_4, B_4, в яких коло перетинає горизонталі 2 і 4 площини ω. Прямі A_2B_4 і N_2M_4 лежать в площині ω і проходять через точку D_3.

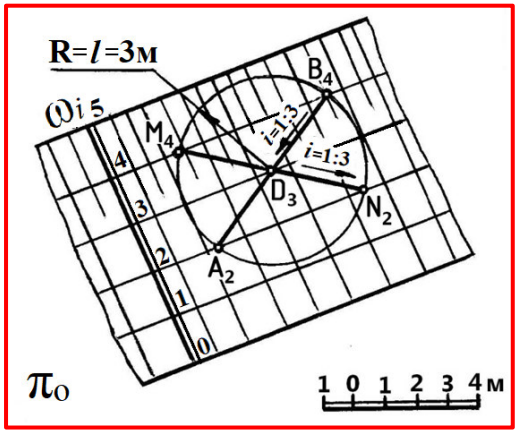


Рис. 3.30. Розв'язування на плані задачі з початковою умовою на рис. 3.28

Перевищення відрізків A_2B_4 і N_2M_4 складає 2 м, а закладання цих відрізків – 6 м, тобто ухил цих прямих i = 2 : 6 = 1 : 3. Щоб задача мала єдиний розв'язок, потрібно вказати напрям проведення однієї прямої з двох можливих. Можна для розв'язування задачі провести конус з одним полом і визначити відрізки, наприклад A_2D_3 і N_2D_3, через які проходять прямі площини ω з ухилом 1:3.

На рис. 3.31 через точку A площини ω проведено прямі AB

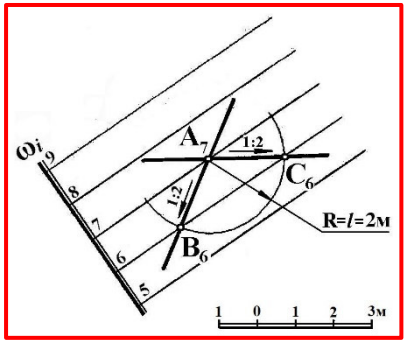


Рис. 3.31. Проведення через точку A площини ω прямих з ухилом 1:2

і АС, що належать площині ω, з ухилом 1:2. Для цього з точки A_7, як із центра, проводимо дугу кола радіусом $R = l = 2м$, яка буде дугою горизонталі конуса з числовою позначкою 6, а вершина конуса встановлена в точку А. В перетині цієї дуги з горизонталлю 6 площини ω знаходимо точки B_6 і C_6, що належать площині ω. Отримані прямі A_7B_6 і A_7C_6 – це прямі, які мають ухил 1:2 і лежать в площині ω, оскільки перевищення відрізків A_7B_6 і A_7C_6 складає 1м, а їх закладання (інтервал) – 2 м.

3.1.4. Визначення натуральної величини плоскої фігури

Для визначення натуральної величини плоскої фігури в проєкціях з числовими позначками найбільш раціональним є спосіб її обертання навколо горизонтальної прямої. На прикладі обертання точки навколо горизонтальної прямої нагадаємо суть способу, що розглядається в ортогональних проєкціях і який дозволяє за одне обертання перетворити площину загального положення в площину рівня,.

На рис. 3.32 через точку А проведемо горизонтально-проєкціюючу площину β перпендикулярно до горизонтальної

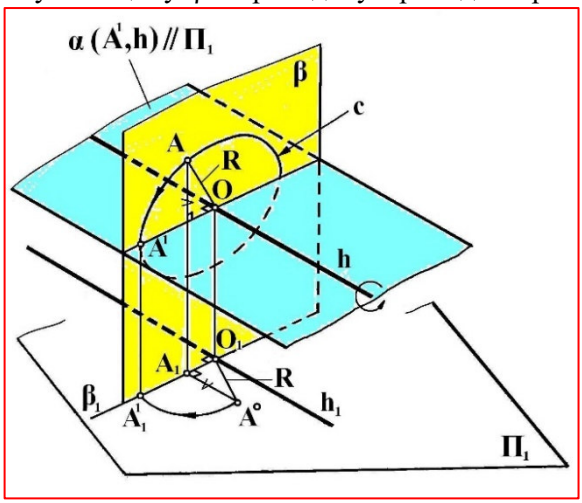


Рис. 3.32. Суть способу обертання навколо горизонтальної прямої на прикладі обертання точки

прямої h. Площина β перетинає пряму h в точці О, яка буде центром кола обертання *с* точки А навколо h. Суть подальших перетворень зводиться до того, щоб радіус обертання R=ОА точки А розмістити в положення, паралельне до площини проєкцій $П_1$ і отримати його горизонтальну прєкцію на $П_1$. Обертаючи точку А по колу *с*, отримаємо таке її положення A^1, за яким точка A^1 буде віддалена від $П_1$ на однакову відстань з горизонтальної прямої h, а, отже, радіус обертання точки в його новому положенні OA^1 проєкціюється на $П_1$ в натуральну величину.

Точка A^1 проєкціюється на $П_1$ в точку A_1^1, а відрізок $O_1A_1^1$ визначає натуральну величину R. Щоб отримати точку A_1^1 на $П_1$ за горизонтальними проєкціями A_1, O_1 і h_1 точок А, О і h, будуємо прямокутний трикутник $A_1O_1A^O$, у якого катет O_1A_1 є горизонтальною проєкцією ОА, катет A_1A^O чисельно дорівнює різниці координат z або висот точок А і О, гіпотенуза O_1A^O визначає натуральну величину радіуса обертання R точки А. Обертаючи відрізок O_1A^O навколо O_1 по дузі кола до перетину дуги зі слідом-проєкцією $β_1$ площини β, отримаємо точку A_1^1, а, отже, і відрізок $O_1A_1^1$, який визначає натуральну величину радіуса обертання R.

На рис. 3.33 задана точка A_{10} способом обертання навколо горизонтальної прямої h_7 переведена в положення точки A_7, що має числову позначку горизонтальної прямої h_7, де O_7 – центр кола обертання точки А, β_i – слід-проєкція площини β, в якій обертається точка А. Отриманий в результаті обертання точки А відрізок O_7A_7 визначає натуральну величину радіуса обертання R точки А.

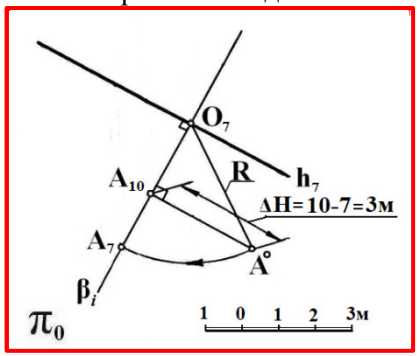


Рис. 3.33. Обертання точки A_{10} навколо горизонтальної прямої h_7

На рис. 3.34 способом обертання навколо горизонталі визначено натуральну величину (Н.В.) ΔАВС (рис. 3.34, *а* – початкова умова задачі). Для

обертання трикутника з багатьох можливих горизонталей вибираємо горизонталь з числовою позначкою 6 (рис. 3.34, *б*), яка буде проходити через вершину C_6 трикутника. Градуємо сторону A_5B_8 способом прямопорційного ділення і визначаємо другу точку з позначкою 6 горизонталі h_6, навколо якої буде

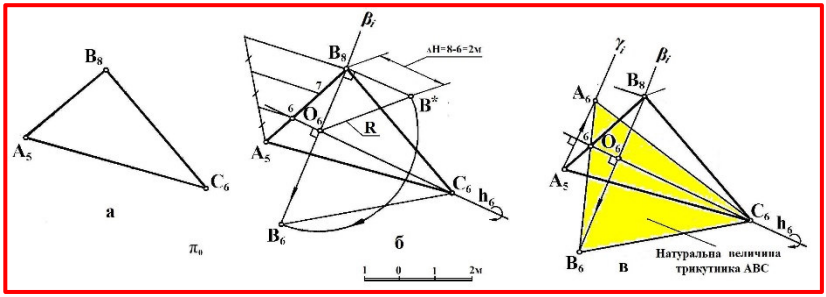


Рис. 3.34. Визначення натуральної величини трикутника $A_5B_8C_6$ способом обертання навколо горизонтальної прямої h_6

обертатися ΔABC до суміщення з горизонтальною площиною з позначкою 6 м. Через B_8 проводимо горизонтально-проєкціюючу площину β, визначаємо O_6 – центр обертання точки B, який знаходиться на h_6: $O_6 = \beta_i \cap h_6$. Знаходимо Н.В. радіуса R обертання точки B. Для цього будуємо прямокутний трикутник $O_6B_8B^*$, у якого катет O_6B_8 – горизонтальна проєкція радіуса R, катет B_8B^* – різниця позначок (висот) B_8 і h_6, а гіпотенуза $O_6B^* = H.B.$ радіуса R.

З точки O_6, як із центра, проводимо дугу радіуса R до перетину з β_i в точці B_6. Отримаємо відрізок O_6B_6, який дорівнює радіусу обертання R точки B і який розміщено паралельно до π_0, а, отже, B_6 – вершина трикутника в положенні, паралельному до π_0. Вершина C_6 при обертанні ΔABC залишається нерухомою, оскільки через неї проходить горизонталь h_6, яка є віссю обертання. Для переведення вершини A_5 в положення A_6 через A_5 проводимо горизонтально-проєкціюючу площину γ (рис. 3.34, *в*), в якій у буде обертатися вершина A. При обертанні ΔABC у напрямку, вказаному стрілкою, вершина A_5 буде переміщуватися на рис. 3.34 уверх по γ_i. Для визначення розміщення A_6 на γ_i не обов'язково знаходити Н.В. радіуса обертання точки A, достатньо з B_6 і точки 6 на стороні A_5B_8 провести пряму до її

перетину з γ_i: $A_6 = B_6 6 \cap \gamma_i$. Отримано всі три вершини ΔABC, що мають числову позначку 6, а, отже, $\Delta A_6B_6C_6 \,//\, \pi_0$ і $\Delta A_6B_6C_6$ = Н.В. ΔABC.

На рис. 3.35 визначаємо натуральну величину (Н.В.) укосу насипу, що примикає до горизонтального будівельного майданчика. Укіс представляє собою трапецію, основи якої є горизонтальними прямими з числовими позначками 40 і 35 – бровкою $A_{40}B_{40}$ і підошвою $C_{35}D_{35}$. Обертання укосу здійснюємо навколо горизонталі h_{35} (підошви $C_{35}D_{35}$) до суміщення з горизонтальною площиною π_{35}. Вершини трапеції C_{35} і D_{35} знаходяться на горизонталі h_{35} і при уявному обертанні укосу є нерухомими. Для суміщення вершин A_{40} і B_{40} з π_{35} проводимо через них горизонтально-проєкціюючі площини β і γ. Визначаємо центри обертання O_A і O_B точок А і В: $O_A = \beta_i \cap h_{35}$, $O_B = \gamma_i \cap h_{35}$, а також Н.В. радіусів обертання R_A і R_B точок А і В: $O_AA^* = R_A$, $O_BB^* = R_B$. Фіксуємо на β_i і γ_i розміщення вершин A_{35} і B_{35}, які знаходяться, як і вершини C_{35} і D_{35}, в горизонтальній площині π_{35}, а, отже, $A_{35}B_{35}C_{35}D_{35}$ визначає Н.В. укосу насипу $A_{40}B_{40}C_{35}D_{35}$, що дозволяє розв'язувати поширену на практиці задачу – обчислити площу земляних укосів.

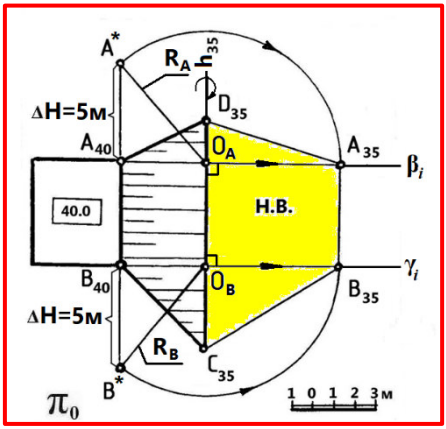


Рис. 3.35. Визначення натуральної величини укосу насипу

3.2. Задачі до розділу 3

Задача 3.1. Побудувати масштаби ухилів площин, що задані на рис. 3.36–3.41. Визначити кути ухилу (падіння) площин, їх інтервали та ухили (ухили визначити у вигляді 1:n та в %).

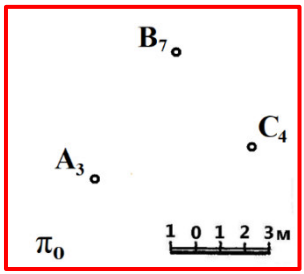


Рис. 3.36

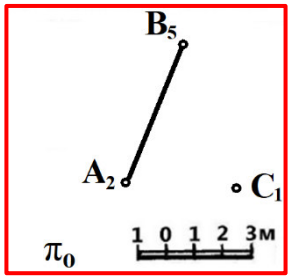


Рис. 3.37

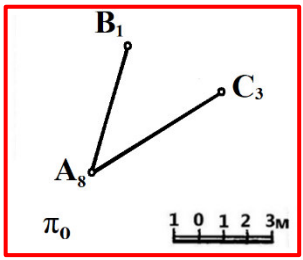


Рис. 3.38

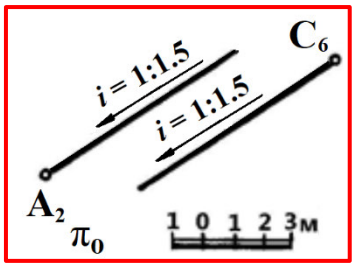


Рис. 3.39

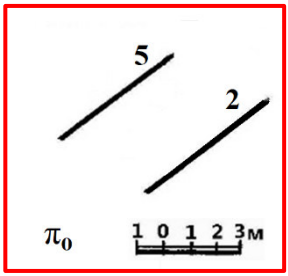


Рис. 3.40

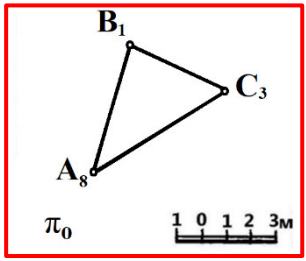


Рис.3.41

Відповідь: кут падіння __^{0}, інтервал __ м, ухил 1 :___ та __% (рис. 3.36); кут падіння __^{0}, інтервал __ м, ухил 1 :___ та __% (рис. 3.7); кут падіння __^{0}, інтервал __ м, ухил 1 :___ та __% (рис. 3.38); кут падіння __^{0}, інтервал __ м, ухил

1 :___ та __% (рис. 3.39); кут падіння __^{0}, інтервал __ м, ухил 1 :___ та __% (рис. 3.40); кут падіння __^{0}, інтервал __ м, ухил 1 :___ та __% (рис. 3.41).

Задача 3.2. Визначити кути падіння площин (рис. 3.42 – 3.45), що задані масштабами ухилів та числові позначки точок A, B і C, які належать площинам.

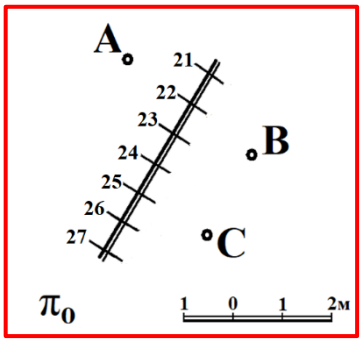


Рис. 3.42

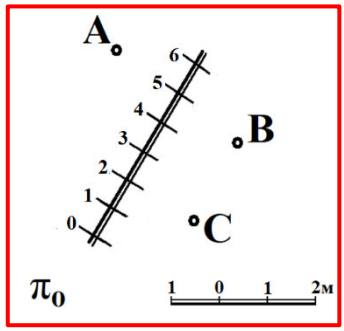


Рис. 3.43

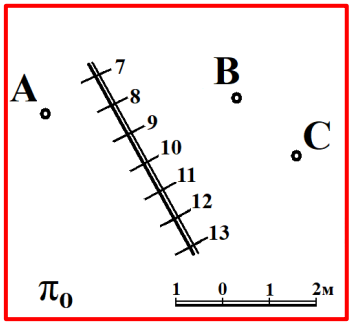


Рис. 3.44

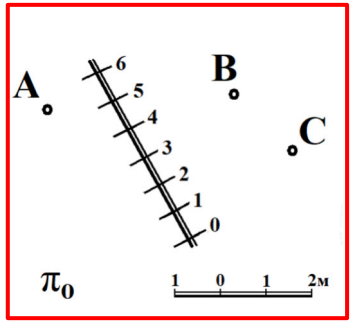


Рис. 3.45

Відповідь: кут падіння ____^{0}, числові позначки точок: A ___ м, B ___ м, C ___ м (рис. 3.42); кут падіння ____^{0}, числові позначки точок: A ___ м, B ___ м, C ___ м (рис. 3.43); кут падіння ____^{0}, числові позначки точок: A ___ м, B ___ м, C ___ м (рис. 3.44); кут падіння ____^{0}, числові позначки точок: A ___ м, B ___ м, C ___ м (рис. 3.45).

Задача 3.3. Визначити кути простягання площин, що задані на рис. 3.46–3.51.

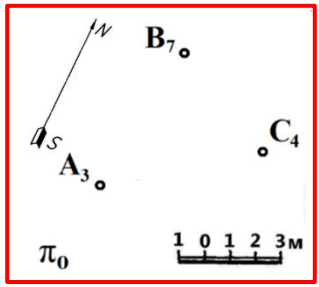


Рис. 3.46

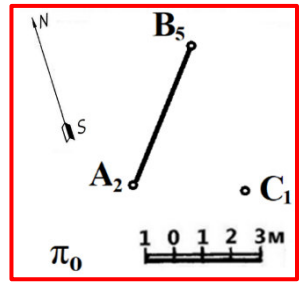


Рис. 3.47

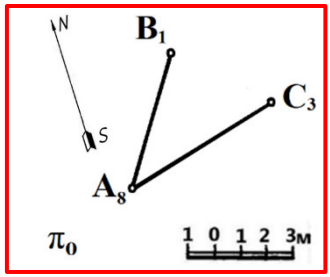


Рис. 3.48

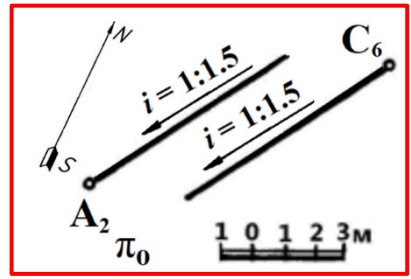


Рис. 3.49

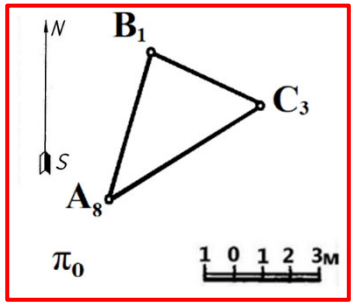


Рис. 3.50

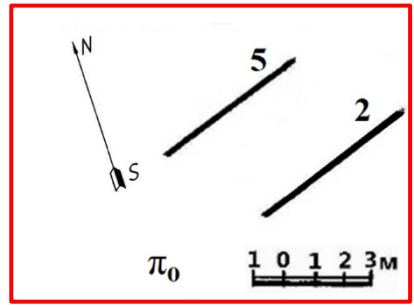


Рис. 3.51

Відповідь: кут простягання ____^{0} (рис. 3.46); кут простягання ____^{0} (рис. 3.47); кут простягання ____^{0} (рис. 3.48); кут простягання ____^{0} (рис. 3.49); кут простягання ____^{0} (рис. 3.50); кут простягання ____^{0} (рис. 3.51).

Задача 3.4. Перезадати площину, що задана масштабом ухилу γ_i, в площину, що задана горизонтальною прямою з

числовою позначкою 6 (рис. 3.52) та 2 (рис. 3.53) і величиною ухилу.

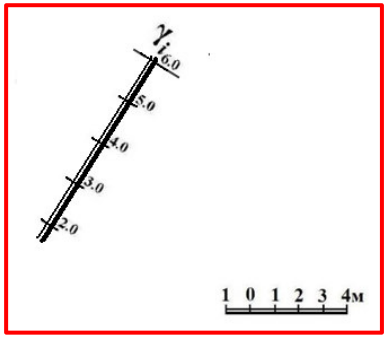


Рис. 3.52

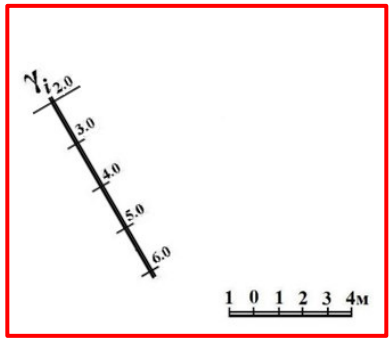


Рис. 3.53

Задача 3.5. Перезадати площину, що задана масштабом ухилу γ_i, в площину, що задана прямою загального положенняA_6B_3 (рис. 3.54) та A_5B_3 (рис. 3.55) і величиною ухилу.

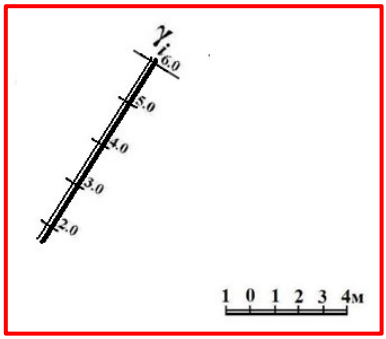


Рис. 3.54

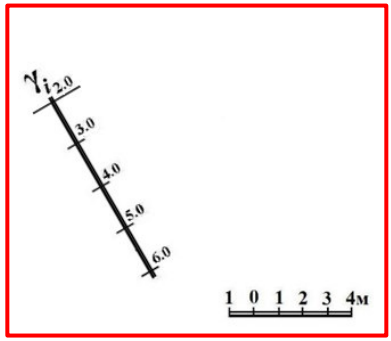


Рис. 3.55

Задача 3.6. Проградуювати площину β та провести її масштаб ухилу β_i, якщо площина задана кутом простягання 225^0 (рис. 3.56) та 45^0 (рис. 3.57), має ухил 1 ; 1.5 і проходить через точку A_8.

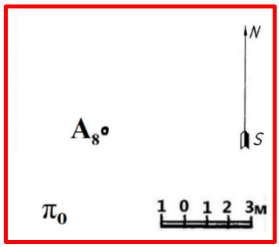


Рис. 3.56

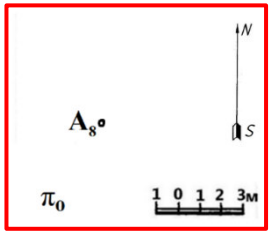


Рис. 3.57

Задача 3.7. Проградуювати площину β та провести її масштаб ухилу β_i, якщо площина задана кутом простягання 225^0 (рис. 3.58) та 45^0 (рис. 3.59), кутом ухилу 60^0 (рис. 3.58) та 45^0 (рис. 3.59) і проходить через точку A_8.

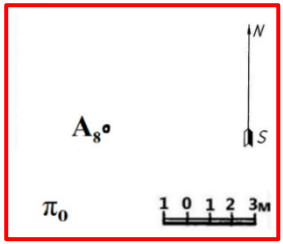


Рис. 3.58

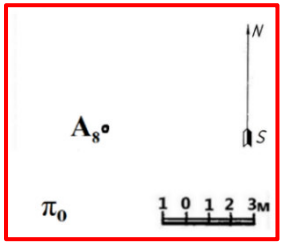


Рис. 3.59

Задача 3.8. Знайти ухил площини β, що задана плоским чотирикутником ABCD, де сторони AB і CD паралельні. Побудувати масштаб ухилу β_i та визначити числові позначки вершин B, C і D (рис. 3.60).

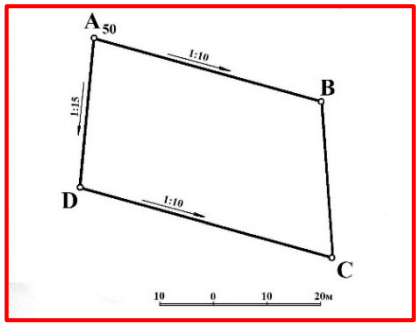


Рис. 3.60

Відповідь: ухил площини β 1 : ___, числові позначки точок: A ___м, B ___ м, D ___ м.

Задача 3.9. Проградуювати площини, що задані двома прямими АС і *n*, що перетинаються (рис. 3.61), та прямою *n* і точкою С (рис. 3.62). Провести масштаби ухилів площин та визначити їх кути падіння.

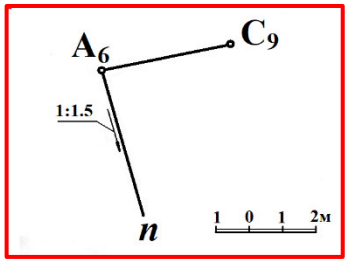


Рис. 3.61

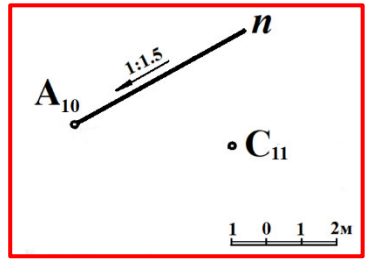


Рис. 3.62

Відповідь: кут падіння ___^{0} (рис. 3.61); кут надіння ___^{0} (рис. 3.62).

Задача 3.10. В площині, яка задана горизонтальною прямою 4.0 і величиною ухилу 1:1 (рис. 3.63) та прямою загального положення АВ і величиною ухилу 1:1 (рис.3.64), провести через довільно обрану точку D площини, що має числову позначку 2.0, пряму з ухилом 1:2. Скільки таких прямих можна провести ?

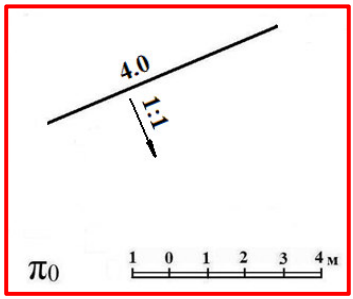


Рис. 3.63

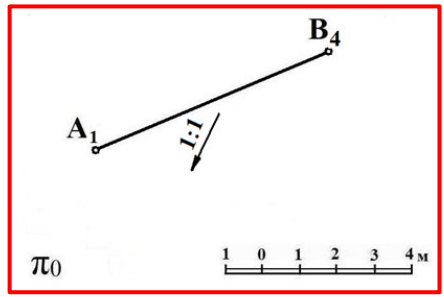


Рис. 3.64

Відповідь: таких прямих з ухилом 1:2 можна провести _____.

Задача 3.11. На прямій *n* визначити числову позначку точки *D* за умови, що пряма, яка з'єднує точку *D* с точкою *C* буде мати ухил 20% (рис. 3.65).

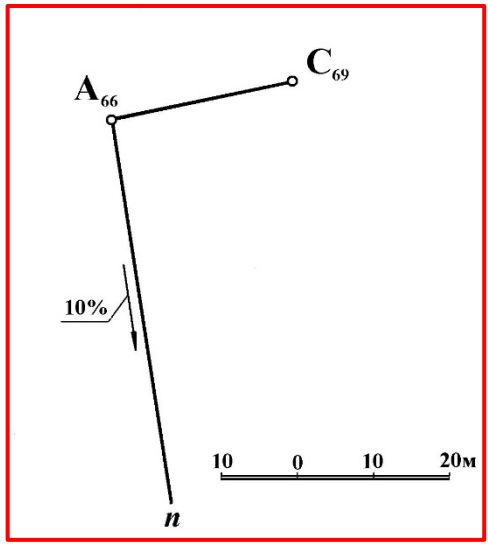


Рис. 3.65

Задача 3.12. Провести горизонталі у двоскатній дорозі (виконати вертикальне планування) за планом дороги (рис. 3.66), якщо на осі дороги зазначено точку з числовою позначкою 111.00, повздовжній ухил дороги – 10%, а поперечний – 5%.

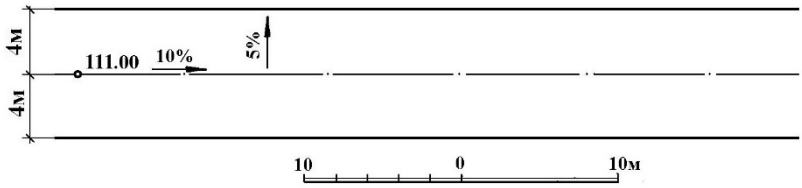


Рис. 3.66

Задача 3.13. Висота та ширина сходового маршу дорівнює відповідно 1.5 м і 1.0 м. Визначити кількість сходинок в сходовому марші, якщо висота сходинки (присхідця) 150 мм, а ухил сходового маршу 1:2. Накреслити план сходового маршу в масштабі 1:50.

Задача 3.14. Побудувати горизонталі майдану та під'їзних доріг (через 1 м), які сплановані під одну площину (рис. 3.67). Показати стрілкою напрям стоку поверхневих вод.

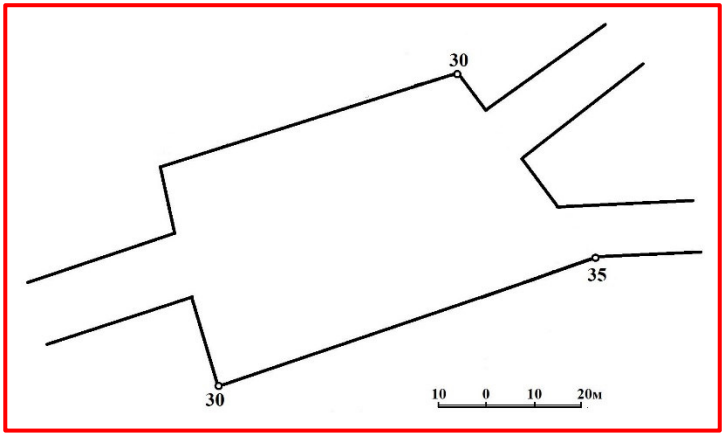


Рис. 3.67

Задача 3.15. На плоскому укосі, що примикає до прямолінійного контуру споруди АВ, пробурена свердловина в точці М глибиною 3 м (рис. 3.68). Визначити числову позначку (відмітку) гирла (верху) та забою (низу) свердловини.

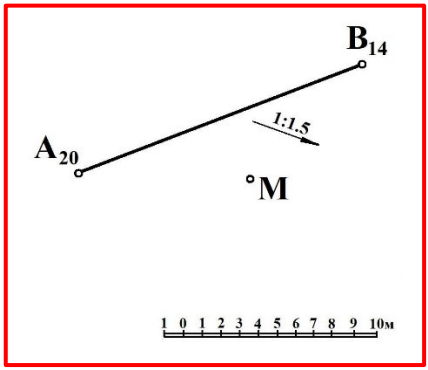


Рис. 3.68

Відповідь: числова позначка гирла свердловини ____ м, числова позначка забою свердловини _____ м.

Задача 3.16. Проградувати полотно дороги та земляні укоси, що примикають до дороги (рис. 3.69), провівши горизонталі з перевищенням 1 м та бергштрихи в укосах. Визначити ухил полотна дороги.

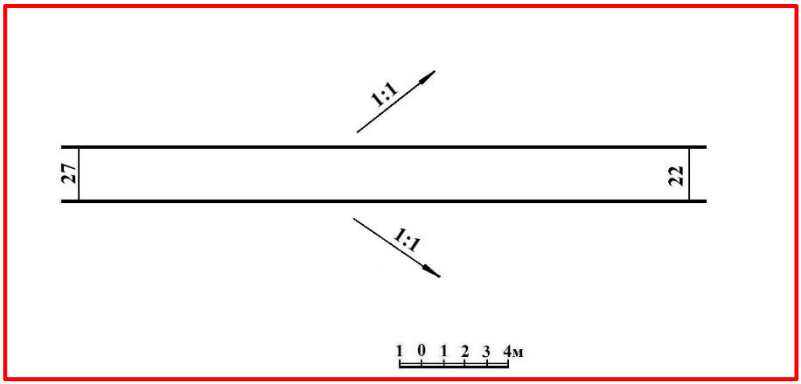


Рис. 3.69

Відповідь: ухил полотна дороги: 1 : ___ або ____ %.

Задача 3.17. Проградувати полотно дороги та земляні укоси, що примикають до дороги (рис. 3.70), провівши горизонталі з перевищенням 1 м та бергштрихи в укосах. Визначити ухил полотна дороги.

Примітка: для запобігання потрапляння води з укосів на полотно дороги з обох боків дороги побудовано кювети.

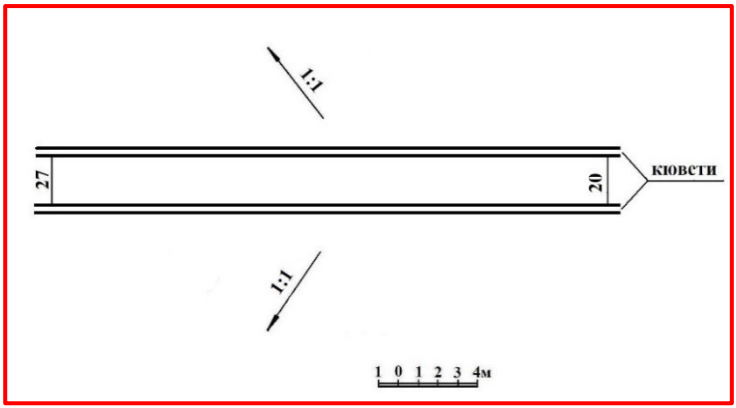


Рис. 3.70

Відповідь: ухил полотна дороги: 1 : ___ або ____ %.

Задача 3.18. Вугільний пласт розкрито свердловинами в точках A, B, C (рис. 3.71, 3.72). Визначити, на якій відмітці буде розкрито пласт свердловиною в точці D.

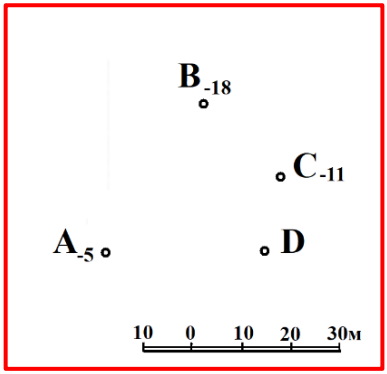


Рис. 3.71

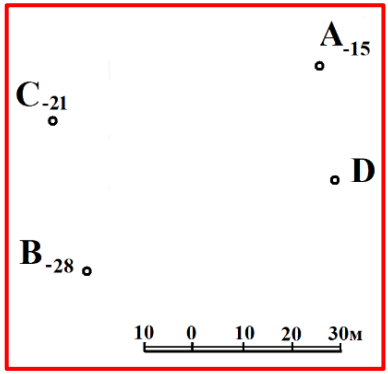


Рис. 3.72

Відповідь: відмітка пласту в точці D ____ м (рис. 3.71), ____ м (рис. 3.72).

Задача 3.19. В заданій площині (рис. 3.73, 3.74) через точку D провести пряму з ухилом 1:1.5.

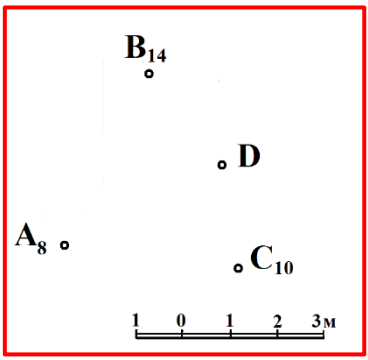


Рис. 3.73

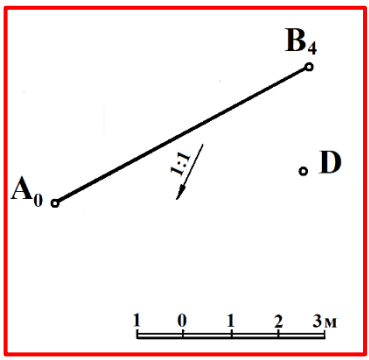


Рис. 3.74

Задача 3.20. На плані розвилки доріг відмічені числові позначки деяких точок (рис. 3.75). Провести горизонталі полотна доріг та укосів, що примикають до доріг. Визначити ухили полотна доріг № 1 і № 3.

Примітка: укіс між полотнами доріг № 1 і № 2 є укосом насипу до полотна № 1 та укосом виїмки до полотна № 2. Укіс між полотнами доріг № 2 і № 3 є укосом насипу до полотна № 2 та укосом виїмки до полотна № 3.

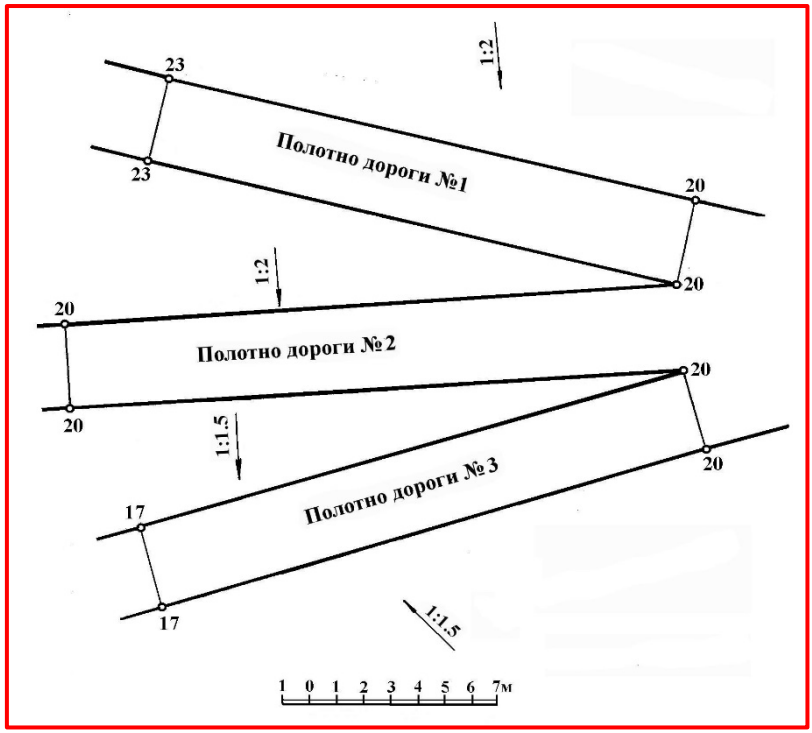


Рис. 3.75

Відповідь: ухил полотна дороги №1 1 : ____ або ____^{0}, ухил полотна дороги №3 1 : ____ або ____^{0}.

Задача 3.21. Визначити натуральну величину трикутника АВС (рис. 3.76).

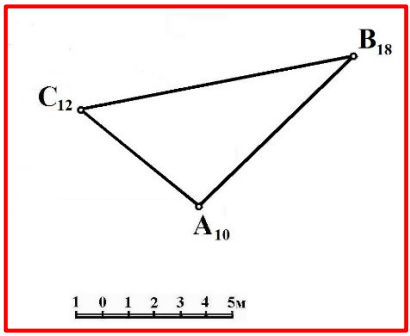


Рис. 3.76

Задача 3.22. Визначити натуральну величину верхнього та нижнього укосу, що примикають до горизонтального будівельного майданчика (рис. 3.77).

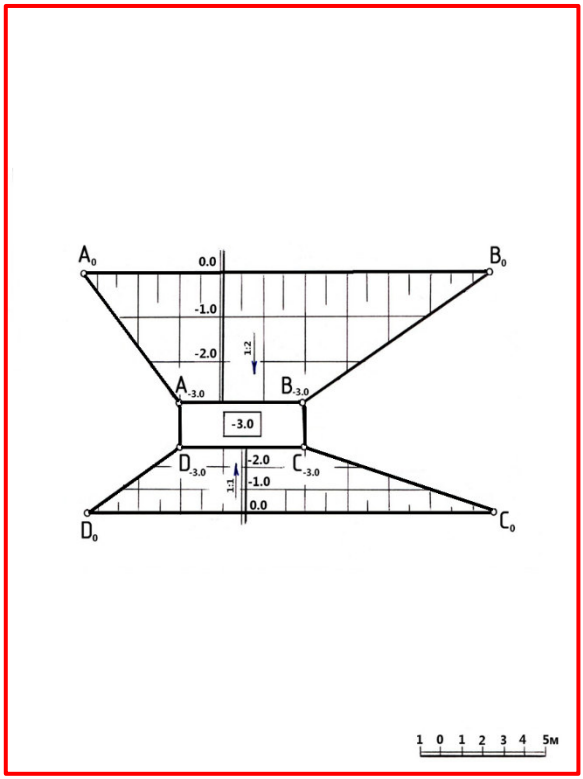
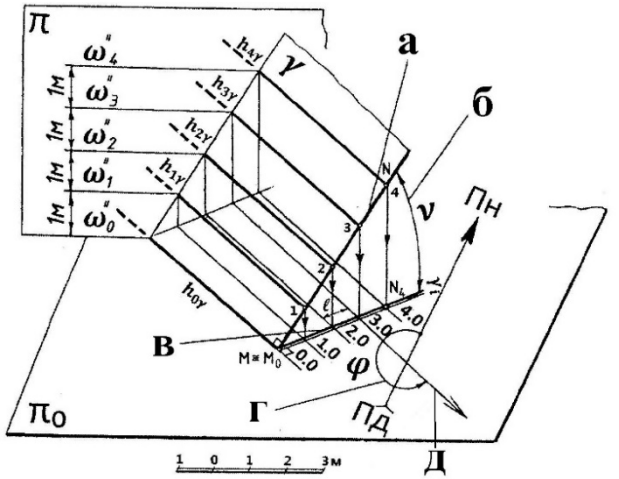


Рис. 3.77

3.3. Приклади тестових завдань до розділу 3

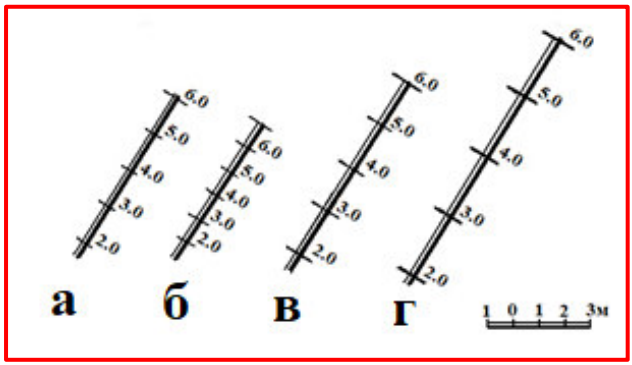
3.1. Якою літерою (а, б, в, г, д) на наочному зображенні площини (рис. 3.78) γ позначено напрям простягання, масштаб ухилу, лінію найбільшого ухилу, кут простягання, кут ухилу (падіння) площини?



- а
- б
- в
- г
- д

Рис. 3.78

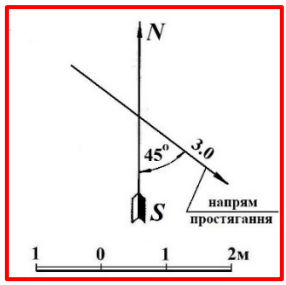
3.2. Якою літерою (а, б, в, г) позначено площину, що задана масштабом ухилу (рис. 3.79), яка має найбільший кут падіння, найменший ухил?



- а
- б
- в
- г

Рис. 3.79

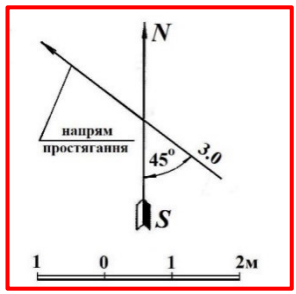
3.3. Чому дорівнює кут простягання площини за даними, наведеними на рис. 3.80?



- **45⁰**
- **125⁰**
- **225⁰**
- **245⁰**

Рис. 3.80

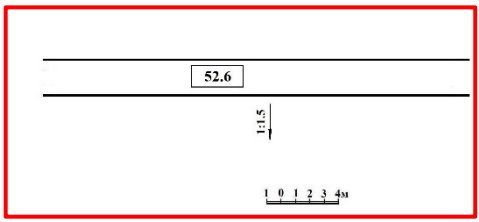
3.4. Чому дорівнює кут простягання площини за даними, наведеними на рис. 3.81?



- **45⁰**
- **125⁰**
- **225⁰**
- **245⁰**

Рис. 3.81

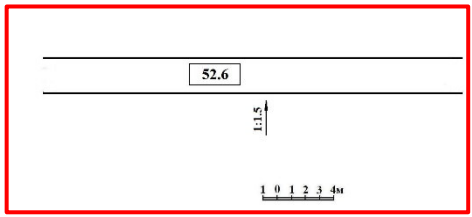
3.5. На якій відстані від бровки дороги знаходиться горизонталь укосу, що примикає до дороги, з числовою позначкою 52.0 (рис. 3.82)?



- **0.6 м**
- **0.9 м**
- **1.2 м**
- **1.5 м**

Рис. 3.82

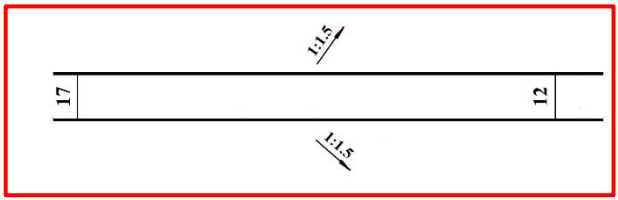
3.6. На якій відстані від бровки дороги знаходиться горизонталь укосу, що примикає до дороги, з числовою позначкою 53.0 (рис. 3.83)?



- **0.6 м**
- **0.9 м**
- **1.2 м**
- **1.5 м**

Рис. 3.83

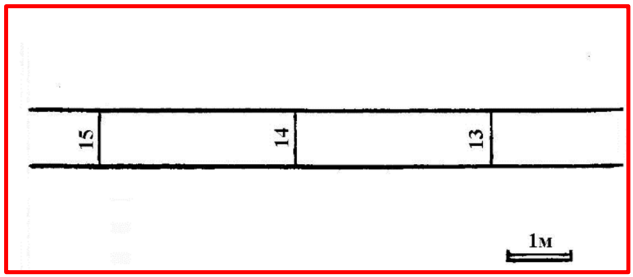
3.7. Який ухил має полотно дороги, якщо відстань між горизонталями 17 і 12 дорівнює 100 м (рис. 3.84)?



- **1:10**
- **1:15**
- **1:20**
- **1:30**

Рис. 3.84

3.8. До нахиленої ділянки дороги (рис. 3.85) примикає укіс насипу, що має ухил 1:2. Горизонталь 13.0 укосу насипу є дотичною до кола (горизонталі конуса) з центром в точці на бровці з числовою позначкою 15.0. Визначте радіус цього кола.



- **2 м**
- **3 м**
- **5 м**
- **6 м**
- **8 м**

Рис. 3.85

Розділ 4. Взаємне положення двох площин, прямої лінії та площини

4.1. Теоретичні відомосиі

4.1.1. Взаємне положення двох площин

Дві площини можуть бути паралельними або перетинатися.

Площини паралельні, якщо дві прямі, що перетинаються, однієї площини паралельні до двох прямих, що перетинаються, іншої площини. В проєкціях з числовими позначками в якості двох прямих, що перетинаються, застосовують горизонтальні прямі та лінії найбільшого ухилу. Саме ці лінії найбільш часто застосовують для побудови паралельних площин та визначення паралельності заданих площин. Паралельність горизонтальних прямих легко встановити за паралельністю їх проєкцій на π_0. Що стосується ліній найбільшого ухилу то, крім паралельності їх проєкцій, потрібно, щоб вони ще мали однакові за величиною ухили та напрямки спуску площин.

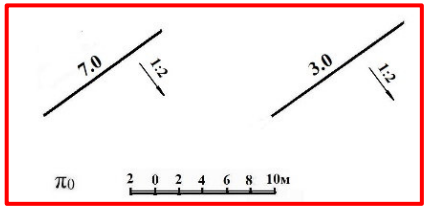


Рис. 4.1. Площини, задані паралельними горизонтальними прямими з однаковими ухилами та напрямами спуску

На рис. 4.1 площини, що задані горизонтальними прямими 7.0 і 3.0 і величиною ухилу 1:2 паралельні, оскільки в цих площинах (рис. 4.2) можна провести лінії найбільшого ухилу (нагадуємо, що лінії найбільшого ухилу перпендикулярні до горизонталей площин). Задані на рис. 4.1, 4.2 площини паралельні: горизонталі 7.0 і 3.0 паралельні, а також паралельні і лінії найбільшого ухилу цих площин, які перетинають горизонталі площин.

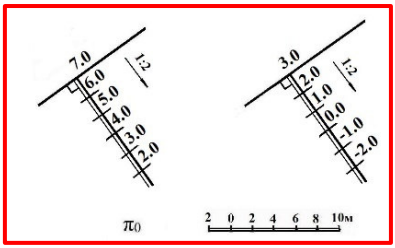


Рис. 4.2. Доведення паралельності площин, наведених на рис. 4.1

Для визначення паралельності площин за рис. 4.1 не обов'язково проводити в них лінії найбільшого ухилу, достатньо, щоб ухили та напрями спуску площин були однаковими.

Можна перейти від задання паралельних площин горизонтальними прямими і величиною ухилу до їх задання прямими загального положення і величиною ухилу. Так, на рис. 4.3 в паралельних площинах, заданих на рис. 4.2, проведено прямі загального положення A_6B_8 і C_3D_1, а, отже, ці ж площини можна задати не паралельними прямими, а прямими загального положення A_6B_8 і C_3D_1.

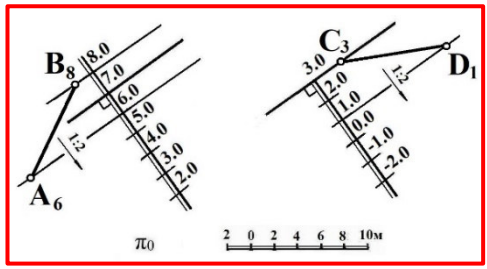


Рис. 4.3. Перехід до задання паралельних площин прямими загального положення і величиною ухилу

Проте, якщо спочатку площини задані прямими загального положення, то для того, щоб переконатися у паралельності цих площин, потрібно в них провести по одній горизонталі і перевірити їх на паралельність. Так, на рис. 4.4 задання площин прямими загального положення $A_{20}B_{22}$ та $C_{25}D_{28}$ за умови

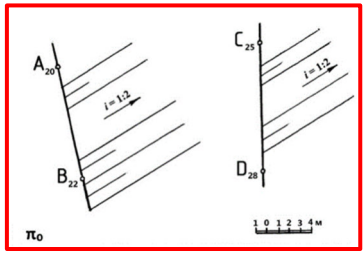


Рис. 4.4. Початкова умова задачі на визначення паралельності двох площин

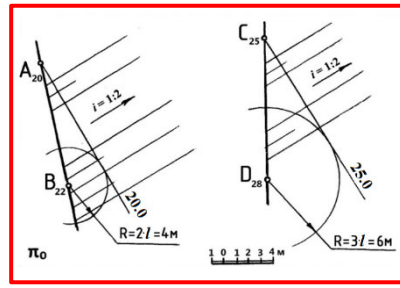


Рис. 4.5. Перевірка паралельності двох площин, заданих на рис. 4.4

однакового ухилу та напряму спуску не дає однозначної відповіді про паралельність цих площин. Оскільки проєкції цих прямих не парлельні, то може скластися помилкове враження, що задані

площини не паралельні без проведення в них горизонталей. Проте це не так, побудовані в цих площинах горизонталі 20.0 і 23.0 (рис. 4.5) виявилися паралельними, а, отже, і площини, задані на рис. 4.4, є паралельними, незважаючи на те, що прямі $A_{20}B_{22}$ та $C_{25}D_{28}$ не є паралельними.

Таким чином, дві площини будуть паралельними, якщо виконуються такі три умови:

1) горизонталі площин паралельні;

2) величини ухилів площин, а, отже, їх інтервали та кути падіння однакові;

3) напрями спуску площин однакові.

Якщо площини задані двома прямими загального положення, що перетинаються, то дві площини будуть паралельними, якщо:

1) проєкції прямих загального положення паралельні;

2) ухили прямих, у яких горизонтальні проєкції паралельні, є однаковими, як однаковими є напрями спуску цих прямих.

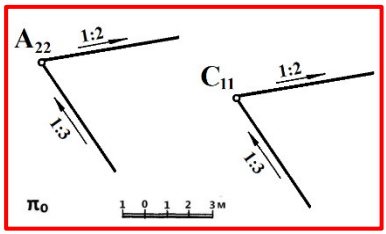


Рис. 4.6. Паралельні площини, задані прямими загального положення, що перетинаються

Так, задані на рис. 4.6 площини паралельні, оскільки прямі з ухилом 1:2 та 1:3 паралельні, а напрями спуску паралельних прямих є однаковими.

При заданні площин масштабами ухилу, то у взаємно паралельних прямих:

1) масштаби ухилів паралельні;

2) інтервали масштабів ухилів однакові;

3) числові позначки точок масштабів ухилу збільшуються або зменшуються в одному напрямку.

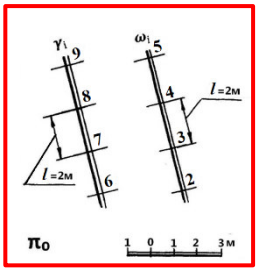


Рис. 4.7. Паралельні площини, задані масштабами ухилів

Так, на рис. 4.7 площини γ і ω паралельні, оскільки дотримуються всі три умови паралельності площин,

заданих масштабами ухилів. Якщо умови паралельності площин дотримуються, але якась одна пара горизонталей площин збігаються, то збігаються і самі площини (це є частковим випадком паралельності площин). Невиконання хоча б однієї із зазначених умов паралельності, означає, що задані площини перетинаються.

Дві площини перетинаються по прямій лінії, для побудови якої потрібно знайти дві точки, що належать двом площинам водночас. Ці дві точки можна знайти, як і в ортигональних проєкціях, за допомогою двох допоміжних горизонтальних січних площин рівня, кожна з яких перетинає задані площини по горизонтальних прямих, що мають числові позначки відповідних січних площин. Отримані горизонтальні прямі перетнуться в точках, через які проходить лінія перетину площин.

На рис. 4.8 лінію перетину KL площин α і β знайдено за допомогою горизонтальних січних площин рівня π_{20} і π_{18}, які перетинають площини α і β по горизонтальних прямих 20^{α}, 20^{β} і 18^{α}, 18^{β}, звідки $K = 20^{\alpha} \cap 20^{\beta}$, $L = 18^{\alpha} \cap 18^{\beta}$. Оскільки *K*, *L* належать водночас і α, і β, то $KL = \alpha \cap \beta$.

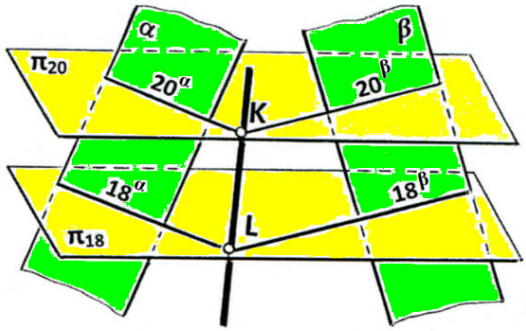


Рис. 4.8. Застосування методу допоміжних січних площин відповідно до проєкцій з числовими позначками

В проєкціях з числовими позначками немає потреби безпосередньо уводити січні площини, оскільки горизонталі двох заданих площин із однаковими числовими позначками можна вважати лініями перетину заданих площин із допоміжною січною площиною рівня.

На рис. 4.9 побудовано лінію перетину $K_{20}L_{18}$ двох площин

α і β, що задані своїми масштабами ухилів α_i і β_i. Точка K_{20} – це точка перетину горизонталей 20.0 площин α і β, вона водночас належить площинам α і β, оскільки знаходиться на горизонталях цих площин. Аналогічно точка L_{18} водночас належить площинам α і β, оскільки належить горизонталям 18.0 цих площин.

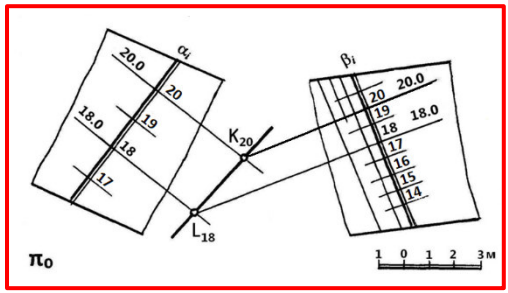


Рис. 4.9. Побудова лінії перетину *KL* площин α і β , що задані масштабами ухилів і мають різні ухили

Площини, що перетинаються, можуть мати як різні ухили (рис. 4.9), так і однакові. В останньому випадку (рис. 4.10, 4.11) лінією перетину площин буде бісектриса кута, утвореного горизонталями площин, що мають однакові числові позначки. На

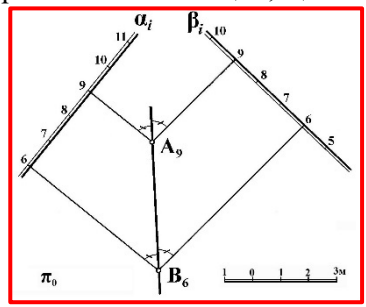


Рис. 4.10. Побудова лінії перетину *AB* площин α і β, що задані масштабами ухилів і мають однакові ухили

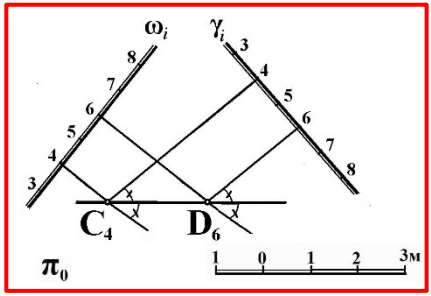


Рис. 4.11. Побудова лінії перетину *CD* площин ω і γ, що задані масштабами ухилів і мають однакові ухили

рис. 4.10 $A_9B_6 = \alpha \cap \beta$ і є бісектрисою кута, утвореного горизонталями 6 і 9 даних площин, а на рис. 4.11 $C_4D_6 = \omega \cap \gamma$ і є бісектрисою кута, утвореного горизонталями 4 і 6 даних площин.

Якщо масштаби ухилів площин паралельні, то горизонталі заданих прямих не перетинаються, як це мало місце на рис. 4.9–4.11, вони є паралельними між собою, а, отже, лінією їх перетину буде горизонтальна пряма, яку можна визначити одним з двох способів – за допомогою допоміжної січної площини або пошуком точки перетину горизонтальних прямих, які з'єднують точки масштабів ухилу з однаковими числовими позначками. На рис. 4.12 масштаби ухилів ω_i і γ_i паралельні. За першим способом уводимо допоміжну січну площину ν і будуємо її лінії перетину з площинами ω і γ: $A_5B_6 = \nu \cap \omega$, $D_5C_6 = \nu \cap \gamma$. Знаходимо точку $K_{5.2} = A_5B_6 \cap D_5C_6$, яка водночас належить площинам ω і γ і через яку проходить горизонтальна пряма $h_{5.2}$ – лінія перетину площин ω і γ: $h_{5.2} = \omega \cap \gamma$. Числову позначку *5.2* точки *K* визначено способом профілю. За другим способом з'єднуємо точки масштабів ухилу площин ω_i і γ_i, що мають однакові числові позначки між собою

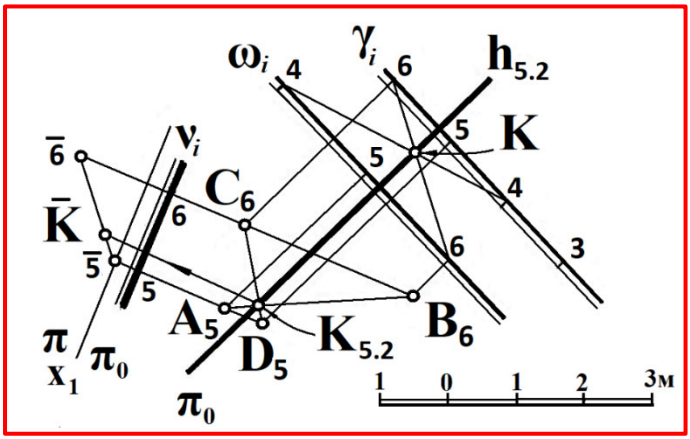


Рис. 4.12. Визначення лінії перетину площин, заданих паралельно розміщеними масштабами ухилів

(на рис. 4.12 – це точки з позначками 4 і 6). Отримані горизонталі 4 і 6 перетинаються в точці К, через яку проходить горизонталь $h_{5.2}$. Числову позначку точки К за цим способом можна визначити, розділивши відрізок між точками 5 і 6 масштабу ухилу або ω_i, або γ_i на десять рівних частин, наприклад, способом прямопропорційного ділення.

Розглянемо приклади побудови лінії перетину площин, заданих горизонтальними прямими та величинами ухилів. На рис. 4.13 лінія перетину земляних укосів проходить через точки перетину двох пар горизонталей укосів з числовими позначками 17 (бровки укосів) і 13 (підошви укосів). В укосі, розміщеному зліва, відстань між бровкою і підошвою на плані дорівнює 4 м відповідно до формули (1.4): (17-13)·1 = 4 м, а в укосі, розміщеному справа, ця відстань дорівнює 6 м: (17-13)·1.5 = 6 м.

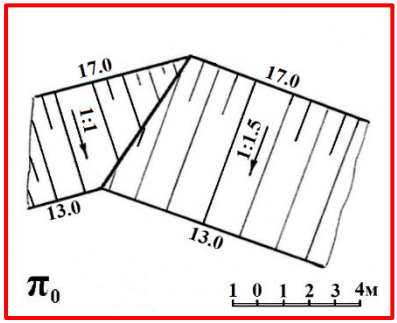


Рис. 4.13. Побудова лінії перетину земляних укосів з ухилами 1:1 і 1:1.5

На рис. 4.14 наведено графічну умову задачі на побудову лінії перетину укосів насипної споруди за умови, що земна поверхня суміщена з горизонтальною площиною, яка має числову позначку 18.0 м. Потрібно також визначити кути падіння укосів та побудувати профіль споруди у напрямку 1-1.

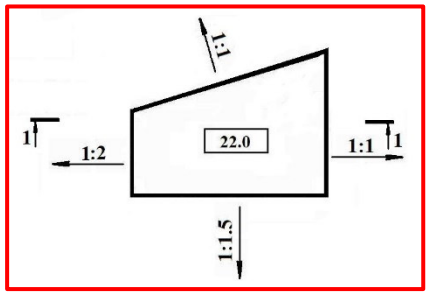


Рис. 4.14. Початкова умова задачі

Для побудови лінії перетину укосів між собою (рис. 4.15) проводимо в кожному з укосів лінії найбільшого ухилу і градуюємо їх, враховуючи, що відстань між точками з цілочисельними позначками в верхньому та лівому укосах складає 1 м, в нижньому – 1.5 м, а в правому – 2 м. Лінії перетину суміжних укосів будуть проходити через точки перетину горизонталей одного рівня. Оскільки верхній та лівий укоси мають однакові ухили 1:1, то лінія їх перетину буде бісектрисою

кута, утвореного горизонталями одного рівня (на рис. 4.15 кути φ рівні).

Будуємо профіль споруди у напрямку *1-1*, який приймаємо

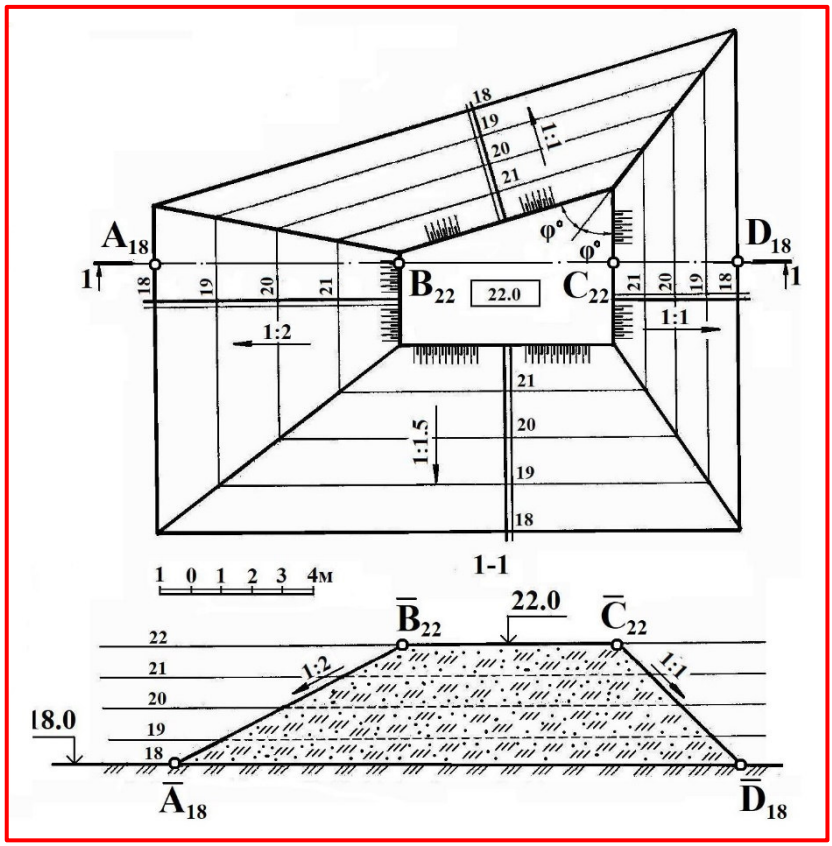


Рис. 4.15. Побудова ліній перетину укосів насипної споруди та профілю споруди у напрямку *1-1*

за слід вертикальної площини. Для цього на напрямку *1-1* відмічаємо точки A_{18}, B_{22}, C_{22}, D_{18} сліду вертикальної площини з підошвами та бровками споруди. Знаходимо профілі $\bar{A}_{18}$, $\bar{B}_{22}$, $\bar{C}_{22}$, $\bar{D}_{18}$ цих точок, з'єднуючи які отримаємо профіль насипної споруди у напрямку *1-1*.

Кути падіння укосів можна визначити графічно та аналітично, знаючи їх ухили. В першому випадку потрібно побудувати масштабну сітку (рис. 4.16), в якій сторона квадрата дорівнює одиниці лінійного масштабу. По вертикальній осі *H* відкладаємо числові позначки (висоти) об'єктів, по горизонтальній осі *L* - закладання. Пам'ятаємо, закладання, що припадає на одиницю підйому, дорівнює інтервалу *l*. Оскільки за формулою (1.2) $i = 1 : l = \text{tg}\alpha$, то в прямокутному трикутнику, у якому вертикальний катет дорівнює *1*, а горизонтальний – *l*, кут між гіпотенузою і горизонтальним катетом визначає кут ухилу прямої до горизонтальної площини проєкцій, в даному випадку кут ухилу (падіння) лінії найбільшого ухилу укосу. Цей кут визначає і кут падіння земляного укосу. Відкладаємо по горизонтальній осі відрізки, що дорівнюють інтервалам l_1 =1 м, l_2 = 1.5 м, l_3 = 2м і через кінці цих відрізків проводимо вертикальні прямі до перетину з горизонтальною прямою *1*. Фіксуємо точки перетину *а*, *б*, *с*. Отримаємо прямокутні трикутники з відношенням катетів *1*: *l*. Через точку 0 і точки *а*, *б*, *с* проводимо прямі, які складають з горизонтальною віссю *L* кути падіння α_1, α_2, α_3 укосів з ухилами відповідно 1:1, 1:1.5, 1:2.

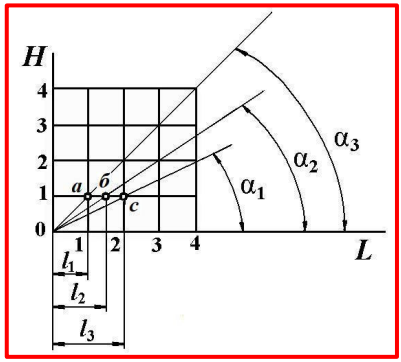


Рис. 4.16. Визначення кутів падіння укосів насипної споруди

Аналітично ці кути визначають за формулою (1.2):

- для укосу з ухилом 1:1: $\text{tg}\alpha_1 = 1:1 = 1$, $\text{arctg}1 = 45^0$, $\alpha_1 = 45^0$;
- для укосу з ухилом 1:1.5: $\text{tg}\alpha_2 = 1:1.5 \approx 0.67$, $\text{arctg}0.67 \approx 33.8^0$, $\alpha_1 \approx 33.8^0$;
- для укосу з ухилом 1:2: $\text{tg}\alpha_3 = 1:2 = 0.5$, $\text{arctg}0.5 \approx 26.6^0$, $\alpha_3 \approx 26.6^0$.

На рис. 4.17 побудовано лінії перетину укосів котловану та профіль котловану у напрямку 1-1. Поверхня землі збігається

з горизонтальною площиною, що має числову позначку 16.0.

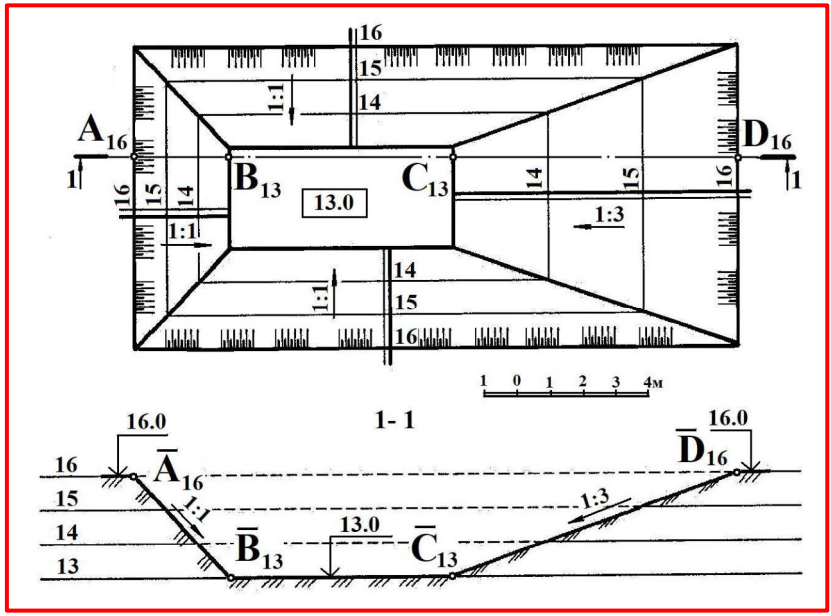


Рис. 4.17. Побудова ліній перетину укосів котловану та його профілю у напрямку *1-1*

Побудови виконано аналогічно до рис. 4.15.

На рис. 4.18 наведено початкову умову задачі на побудову лінії перетину земляних укосів дамби з укосом дороги. Поверхня землі в зоні перетину укосів має числову позначку 22.0. Розв'язок даної задачі на наочному зображенні показано на рис. 4.19, а розв'язок на плані – на рис. 4.20.

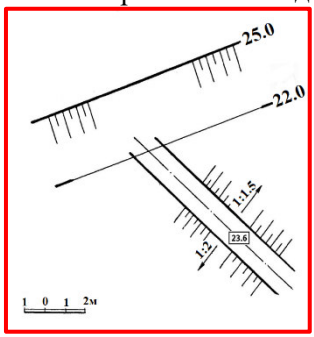


Рис. 4.18. Початкова умова задачі

Укоси дамби та дороги – це площини, які перетинаються між собою по прямих лініях, для побудови яких потрібно знайти дві точки, що належать двом площинам, які перетинаються, водночас. Градуємо

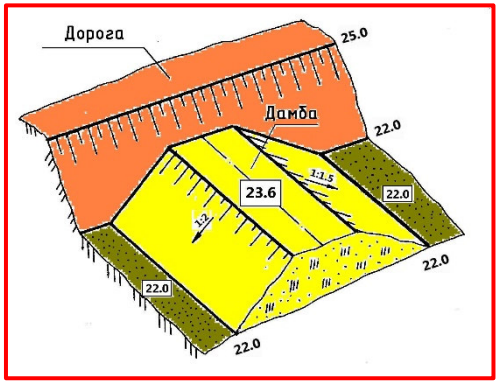


Рис. 4.19. Розв'язування задачі на наочному зображенні з початковою умовою на рис. 4.18

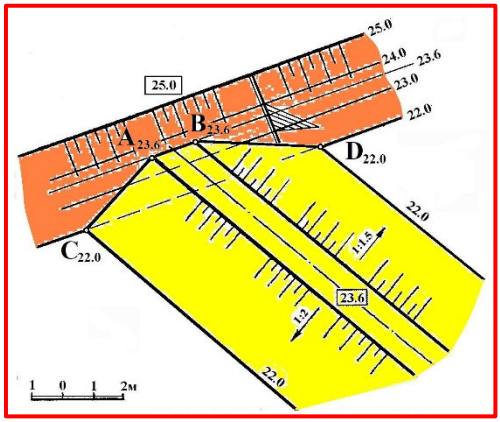


Рис. 4.20. Розв'язування задачі на плані з початковою умовою на рис. 4.18

укіс дороги, провівши в ньому горизонталі 23.0 і 24.0. Оскільки верхній майданчик (гребінь) дамби має дробову позначку 23.6, то в укосі дороги проводимо горизонталь 23.6. Для цього розбиваємо на лінії найбільшого ухилу відрізок між точками 23 і 24 на п'ять рівних частин і фіксуємо точку з позначкою 23.6, через яку проводимо горизонталь 23.6 укосу дороги. Будуємо лінію перетину $A_{23.6}B_{23.6}$ гребня дамби з укосом дороги. Знаходимо підошви укосів дамби, які мають позначку 22.0 поверхні землі. В укосі з ухилом 1:2 підошва (22.0) знаходиться на плані від бровки (23.6) на відстані 3.2 м, що визначається за формулою (1.4): $(23.6 - 22.0)\cdot 2 = 3.2$ м, а в укосі з ухилом 1:1.5 ця відстань дорівнює 2.4 м: $(23.6 - 22.0)\cdot 1.5 = 2.4$ м. В перетині підошв укосів дамби і укосу дороги з позначкою 22.0 знаходимо точки $C_{22.0}$ і $D_{22.0}$, які водночас належать укосам дамби і укосу дороги. З'єднуємо точки $A_{23.6}$ з $C_{22.0}$ та $B_{23.6}$ з $D_{22.0}$, отримуємо $A_{23.6}C_{22.0}$ і $B_{23.6}D_{22.0}$ – лінії перетину укосу дороги з укосами дамби.

На рис. 4.21 наведено початкову умову задачі на побудову ліній перетину укосу магістрального каналу з укосами відвідного каналу. Поверхня землі в зоні перетину укосів має числову позначку 21.0. Розв'язок даної задачі на наочному зображенні показано на рис. 4.22, а розв'язок на плані – на рис. 4.23.

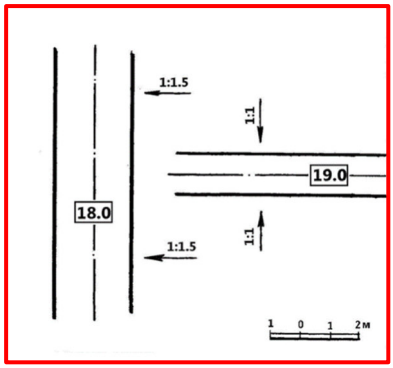


Рис. 4.21. Початкова умова задачі

Знаходимо бровки укосів каналів з числовою позначкою 21 – позначкою земної поверхні. Бровка 21 укосу магістрального каналу знаходиться від його підошви

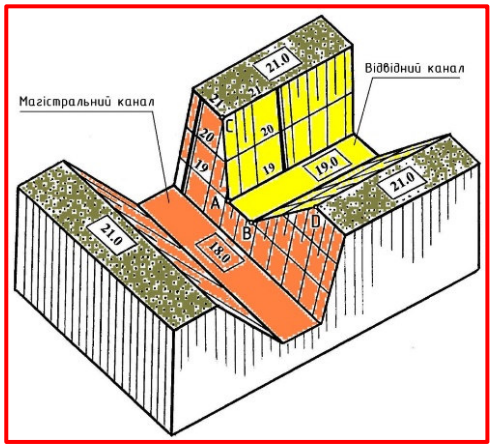


Рис. 4.22. Розв'язування задачі на наочному зображенні з початковою умовою на рис. 4.21

18 на відстані 4.5 м, оскільки за формулою (1.4): (21 – 18)·1.5 = 4.5 м, а бровки 21 укосів відвідного каналу від його підошв 19 знаходяться на відстані 2 м: (21- 19)·1 = 2 м. В перетині бровок 21 каналів знаходимо точки C_{21} і D_{21}, які водночас належать обомукосам. З'єднуємо C_{21} з A_{19} і D_{21} з B_{19}, отримуємо $A_{19}C_{21}$ і B_{19}

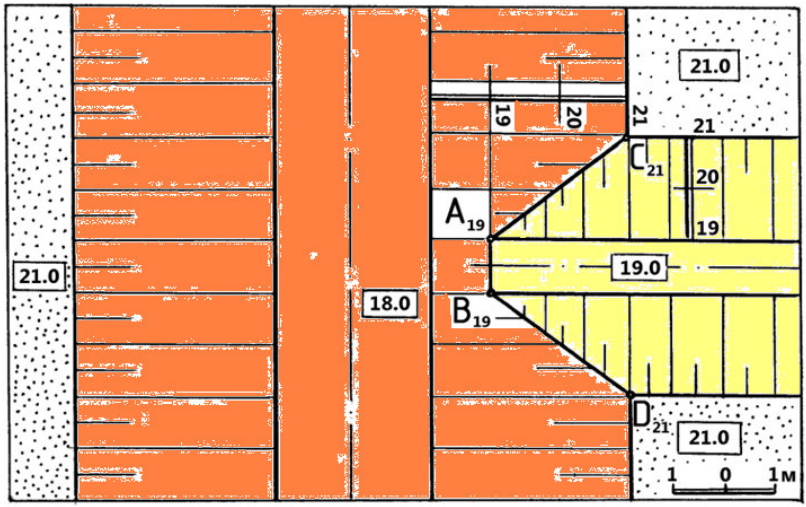


Рис. 4.23. Розв'язування задачі на плані з початковою умовою на рис. 4.21

D_{21} – лінії перетину укосу магістрального каналу з укосами відвідного каналу.

На рис. 4.9–4.23 розглядалися задачі, в яких були відомі напрями горизонталей площин, що перетинаються. Це дозволяло доволі легко віднайти спільні точки, які належать лінії перетину двох площин. Наразі розглянемо задачі на побудову лінії перетину площин, одна з яких або обидві задані прямими загального положення та величиною ухилу (укоси каналів з нахиленими бровками або підошвами).

На рис. 4.24 наведено початкову умову задачі на побудову лінії перетину укосів, один з яких задано прямолінійною нахиленою бровкою n (ухил бровки $i_Б$ = 1:5) та ухилом площини укосу ($i_У$ = 1:1). Другий укіс задано горизонтальною бровкою k_{20} та ухилом площини укосу ($i_У$ = 1:1). Відома також точка K_{20}

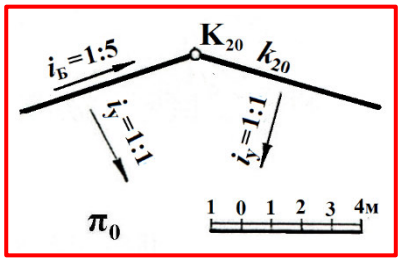


Рис. 4.24. Початкова умова задачі на побудову лінії перетину укосів

перетину бровок укосів та числова позначка підошв укосів (16 м).

Розв'язок задачі наведено на рис. 4.25. Одна спільна точка двох укосів відома – це точка K_{20}. Другу точку знаходимо в перетині горизонтально розміщених підошв укосів, що мають числову позначку 16 м.

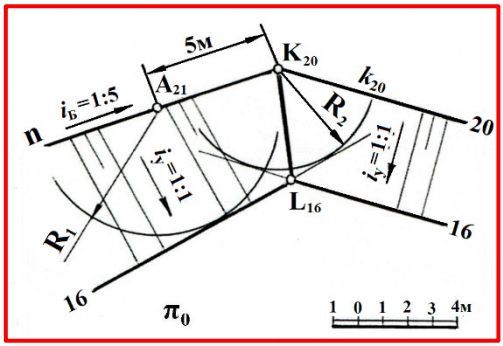


Рис. 4.25. Розв'язування задачі з початковою умовою на рис. 4.24

Спочатку будуємо підошву 16 в укосі з нахиленою бровкою. Для цього:

1. На нахиленій бровці n знаходимо точку A_{21}, яка буде віддалена від K_{20} на відстань 5 м: (21 -20)·5 = 5 м.

2. Враховуючи, що до бровок каналів примикають укоси насипу, з точки A_{21}, як із центра, проводимо горизонталь конуса радіусом R_1, що дорівнює 5 м відповідно до формули (3.1): R_1 = (21 – 16)·1 = 5 м. Точки цієї горизонталі конуса радіусом R_1 мають числову позначку 16 м. З точки K_{20}, як із центра, проводимо горизонталь конуса радіусом R_2, що дорівнює 4 м: R_2 = (20 – 16)·1 = 4 м. Точки цієї горизонталі конуса радіусом R_2 також мають числову позначку 16 м.

3. Проводимо дотично до горизонталей конусів радіусами R_1 і R_2 пряму лінію, яка буде горизонталлю 16 і водночас підошвою 16 укосу з нахиленою бровкою.

Будуємо підошву 16 в укосі з горизонтальною бровкою k_{20}. Підошва 16 цього укосу буде віддалена від паралельної до неї бровки k_{20} на відстань 4 м відповідно до формули (1.4): (20 – 16)·1 = 4 м.

В перетині підошв 16 обох укосів знаходимо другу спільну для двох площин укосів точку L_{16}. З'єднуючи точки K_{20} і L_{16}, отримуємо $K_{20}L_{16}$ – лінію перетину заданих укосів.

На рис. 4.26 дві площини укосів, що перетинаються, задані підошвами з ухилами i_n = 1:6 і i_n = 1:7 та величиною ухилів укосів

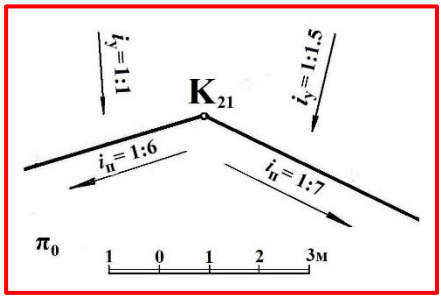


Рис. 4.26. Початкова умова задачі на побудову лінії перетину укосів

відповідно $i_У = 1:1$ і $i_У = 1:1.5$. Підошви укосів перетинаються в точці $К_{21}$. Бровки укосів є горизонтальними прямими з числовою позначкою 24.

На рис. 4.27 побудовано лінію перетину $K_{21}L_{24}$ заданих укосів. Для побудови точки L_{24} в площинах укосів проведено горизонталі з числовою познакою 24.

Побудова горизонталі 24 (бровки) в укосі, розміщеному зліва:

1. На нахиленій підошві укосу знаходимо положення точки $М_{20}$, що знаходиться від $К_{21}$ на відстані x_1, яка визначається за формулою (1.4): $x_1 = (21– 20)\cdot 6 = 6$ м.

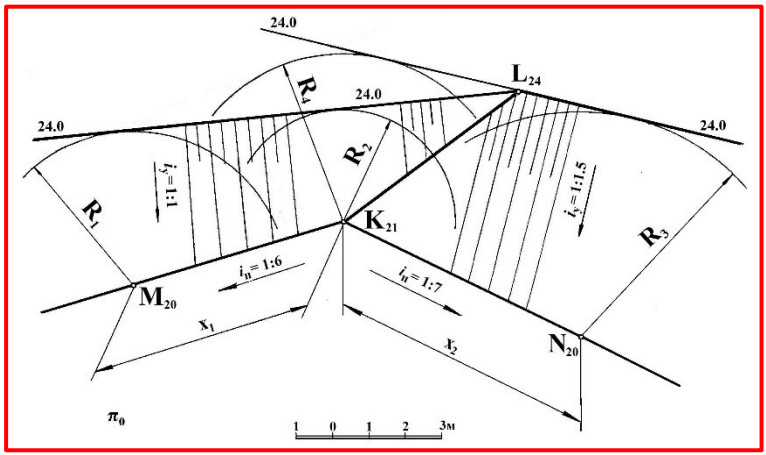


Рис. 4.27. Розв'язування задачі з початковою умовою на рис. 4.26

2. Оскільки до підошв укосів примикають укоси виїмки, а не насипу, як у попередній задачі, то для проведення горизонталі 24 з більшою числовою позначкою, ніж позначки точок $М_{20}$ і $К_{21}$, використовуємо перевернуті конуси, вершини яких знаходяться знизу в точках $М_{20}$ і $К_{21}$, а горизонталі конуса (його основи) – зверху. З точки $М_{20}$, як із центра, проводимо горизонталь конуса

радіуса R_1 з числовою позначкою 24: $R_1 = (24 – 20)\cdot 1 = 4$ м, а з точки K_{21} горизонталь конуса радіуса R_2 з тією ж числовою позначкою 24: $R_2 = (24 – 21)\cdot 1 = 3$ м.

3. Проводимо дотичну до горизонталей конусів радіусами R_1 і R_2, яка і буде горизонталлю 24 і водночас бровкою 24 укосу, розміщеного зліва.

Аналогічно будуємо бровку укосу з числовою позначкою 24 в укосі, розміщеному справа. Для цього:

1. На нахиленій підошві укосу знаходимо положення точки N_{20}, що віддалена від K_{21} на відстань x_2, яка визначається за формулою (1.4): $x_2 = (21– 20)\cdot 7 = 7$ м.

2. З точки N_{20}, як із центра, проводимо горизонталь конуса радіуса R_3 з числовою позначкою 24: $R_3 = (24 – 20)\cdot 1.5 = 6$ м, а з точки K_{21} горизонталь конуса радіуса R_4 з тією ж числовою позначкою 24: $R_4 = (24 – 21)\cdot 1.5 = 4.5$ м.

3. Проводимо дотичну до горизонталей конусів радіусами R_3 і R_4, яка і буде горизонталлю 24 і водночас бровкою 24 укосу, розміщеного справа.

В перетині горизонталей (бровок) 24 укосів знаходимо точку L_{24}, яка разом з K_{21} є спільною точкою двох укосів. З'єднуючи K_{21} і L_{24}, отримуємо $K_{21}L_{24}$ – лінію перетину двох заданих укосів.

На рис. 4.28 (наочне зображення) і 4.29 (план) побудовано лінії перетину земляної споруди з укосом насипу, що має ухил 1:1 і примикає до нахиленого полотна дороги з ухилом 1:4. У земляної споруди горизонтально розміщений нижній майданчик (дно) має числову позначку 19.0, а верхній майданчик (берма) – 20.0.

Горизонталі полотна дороги з числовими позначками 23.0, 22.0, 21.0 розміщені одна від одної на відстані 4 м. Для проведення в укосі насипу горизонталі з числовою позначкою 20.0 з точки 23 бровки дороги, як із центра, проводимо

горизонталь конуса радіусом R_1, з точки 22 – горизонталь конуса радіусом R_2, а з точки 21 – горизонталь конуса радіусом R_3.

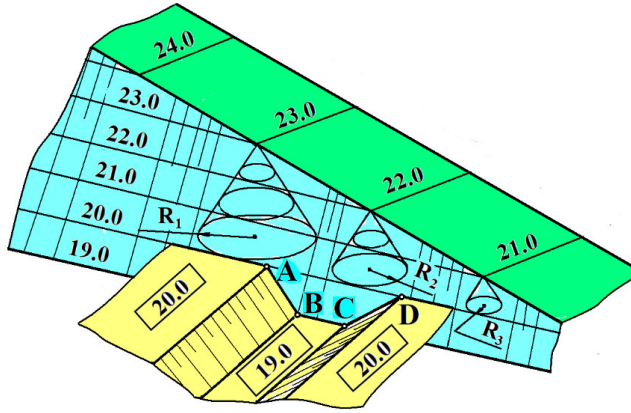


Рис. 4.28. Розв'язування на наочному зображенні задачі на побудову ліній перетину укосів

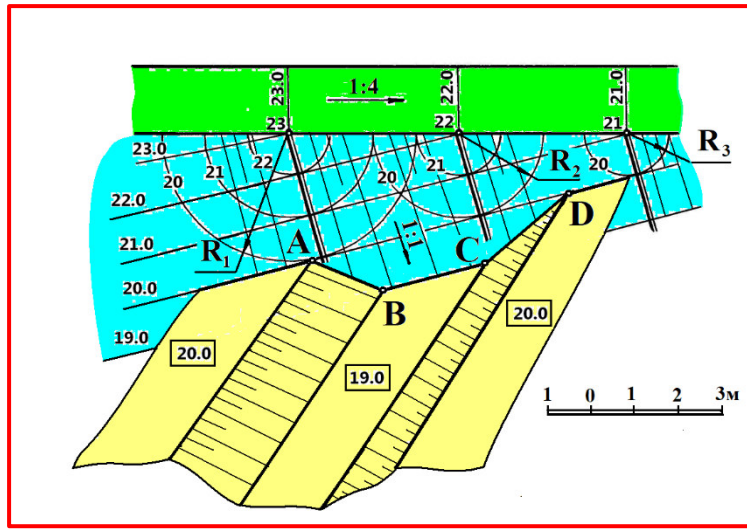


Рис. 4.29. Розв'язування на плані задачі на побудову ліній перетину укосів

Величини радіусів R_1, R_2, R_3 визначаємо за формулою (3.1): $R_1 = (23 – 20)\cdot 1 = 3$ м, $R_2 = (22 – 20)\cdot 1 = 2$ м, $R_3 = (21 – 20)\cdot 1 = 1$ м. У зазначених горизонталей конусів точки мають числову позначку 20. Дотична до цих горизонталей конусів з радіусами R_1, R_2, R_3 буде горизонталлю укосу насипу з числовою позначкою 20.0. Зазначимо, що для проведення цієї горизонталі достатньо побудувати дві горизонталі конусів. Всі інші горизонталі укосу насипу з цілочисельними позначками (19.0, 21.0, 22.0, 23.0) будуть паралельними до горизонталі 20.0 і знаходитись одна від одної на відстані 1 м.

Підошви дна земляної споруди перетнуть горизонталь 19.0 укосу насипу в точках *B* і *C*, а бровки земляної споруди перетнуть горизонталь 20 укосу насипу в точках *A* і *D*. Ламана лінія *ABCD* – лінія перетину укосів земляної споруди та її дна з укосом насипу дорожнього полотна. Верхній майданчик (берма) споруди перетне укіс насипу по горизонталі 20.0 укосу насипу.

На рис. 4.30 (наочне зображення) і 4.31 (план) побудовано лінії перетину земляної споруди з укосом виїмки, що має ухил 1:1

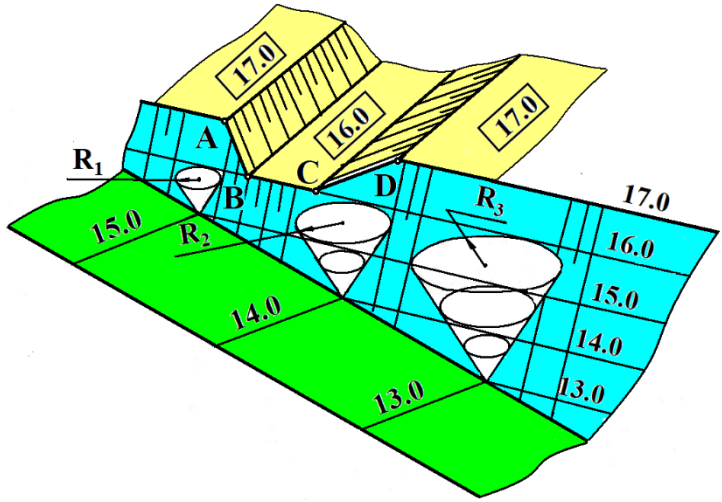


Рис. 4.30. Розв’язування на наочному зображенні задачі на побудову ліній перетину укосів

і примикає до нахиленого полотна дороги з ухилом 1:4. У земляної споруди горизонтально розміщений нижній майданчик

(дно) має числову позначку 16.0, а верхній майданчик (берма) – 17.0.

Горизонталі полотна дороги з числовими позначками 15.0, 14.0, 13.0 розміщені одна від одної на відстані 4 м. Для проведення в укосі насипу горизонталі з числовою позначкою 16.0 з точки 15 бровки дороги, як із центра, проводимо горизонталь конуса радіусом R_1, з точки 14 – горизонталь конуса

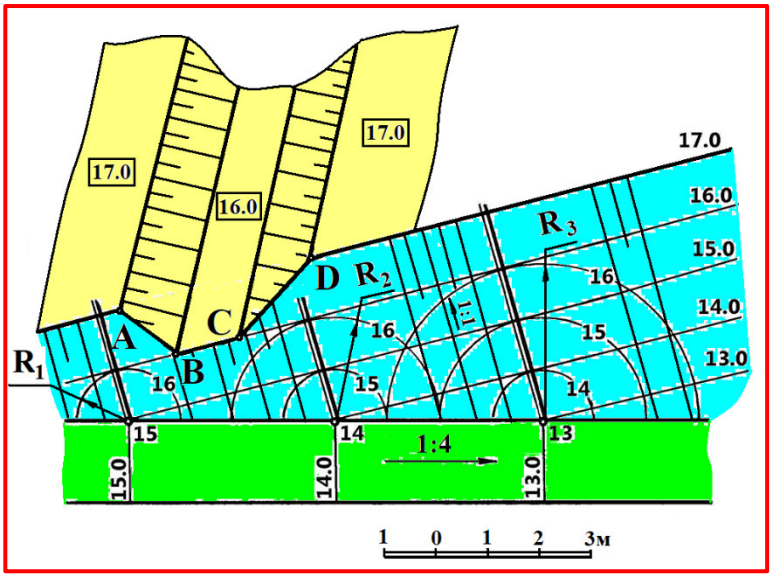


Рис. 4.31. Розв'язування на плані задачі на побудову ліній перетину укосів

радіусом R_2, а з точки 13 – горизонталь конуса радіусом R_3. Величини радіусів R_1, R_2, R_3 визначаємо за формулою (3.1): $R_1 = (16 - 15)\cdot 1 = 1$ м, $R_2 = (16 - 14)\cdot 1 = 2$ м, $R_3 = (16 - 13)\cdot 1 = 3$ м. У зазначених горизонталей конусів точки мають числову позначку 16. Дотична до цих горизонталей конусів з радіусами R_1, R_2, R_3 буде горизонталлю укосу насипу з числовою позначкою 16.0. Відзначимо, що для проведення цієї горизонталі, як і в попередній задачі, достатньо побудувати дві горизонталі конусів. Всі інші горизонталі укосу насипу з цілочисельними позначками (13.0, 14.0, 15.0, 17.0) будуть паралельними до горизонталі 16.0 і знаходитись одна від одної на відстані 1 м.

Слід зазначити, що конуси, які використовуємо для проведення горизонталей в даному укосі виїмки, як і для всіх укосів виїмки, є перевернутими, на відміну від конусів, що використовуються в укосах насипу, наприклад, у попередній задачі. Цей факт треба враховувати, оскільки він впливає не тільки на правильне визначення числових позначок горизонталей в укосі виїмки, але і на напрямок проведення горизонталей.

Підошви дна земляної споруди перетнуть горизонталь 16.0 укосу насипу в точках *B* і *C*, а бровки земляної споруди перетнуть горизонталь 17 укосу насипу в точках *A* і *D*. Ламана лінія *ABCD* – лінія перетину укосів земляної споруди та її дна з укосом виїмки дорожнього полотна. Верхній майданчик (берма) споруди перетне укіс насипу по горизонталі 17.0 укосу насипу.

Розглянемо задачу на побудову лінії перетину площин, коли горизонталі з однаковими числовими позначками обох площин не перетинаються між собою в межах зображеного плану (рис. 4.32). Площина укосу насипу α задана горизонтальною бровкою 36.4 і коефіцієнтом укосу $m = 2.0$, а друга площина β – плоский косогір, що заданий двома горизонтальними прямими 35 і 36.

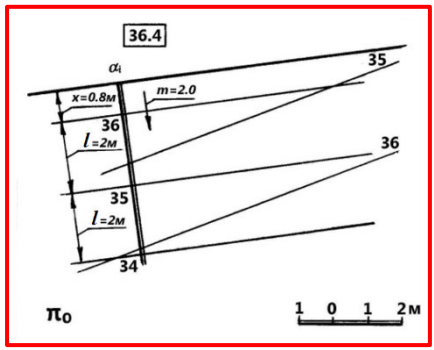


Рис. 4.32. Початкова умова задачі на побудову лінії перетину площин

На практиці ухил площини земляного укосу часто задають такою величиною як коефіцієнт укосу *m*, який чисельно дорівнює відношенню закладання *L* відрізка лінії найбільшого ухилу укосу між його бровкою і підошвою до підйому *h* цього відрізка (*h* може визначати, наприклад, глибину каналу, висоту дамби, греблі тощо):

$$m = L / h. \qquad (4.1)$$

Коефіцієнт земляного укосу *m* чисельно дорівнює його інтервалу *l*. Так, якщо коефіцієнт укосу α дорівнює 2.0 (m =2.0),

то інтервал l цієї площини укосу дорівнює 2 м (l = 2м). Проградуювавши лінію найбільшого ухилу α_i (рис. 4.32), визначаємо, що горизонталь 36 віддалена від бровки 36.4 на відстань $x = (36.4 - 36.0) \cdot 2 = 0.8$ м, а горизонталі 36 і 35 віддалені одна від одної на відстань інтервалу $l = 2$ м. Із рис. 4.32 видно, що горизонталі 35 обох площин перетинаються в межах плану, проте горизонталі 36 не перетинаються в межах зображеного плану, що не дозволяє визначити другу спільну точку двох площин перетином пари горизонталей з однаковими числовими позначками.

В таких випадках спільну точку двох площин можна знайти, застосувавши або ***спосіб допоміжних січних площин загального положення***, або ***спосіб профілю***.

Суть способу допоміжних січних площин загального положення аналогічна способу, зображеному на рис. 4.8, тільки замість горизонтально розміщених січних площин використовують січні площини загального положення. Перша

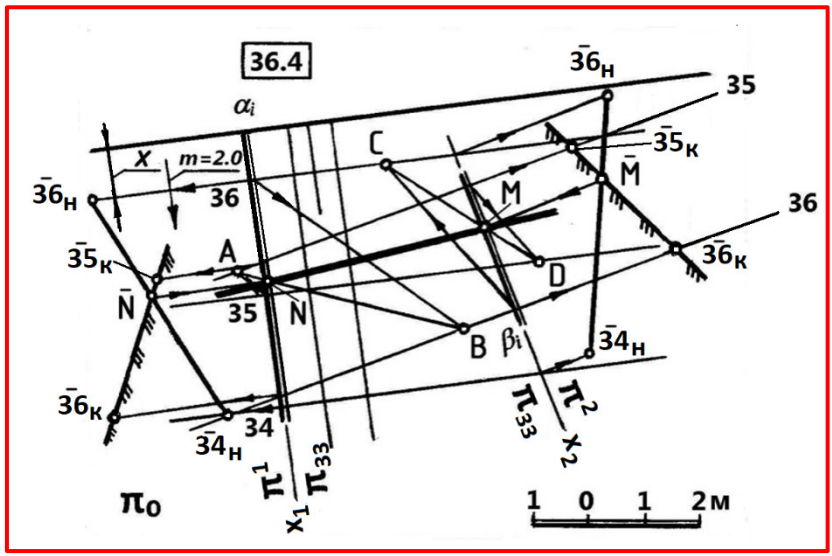


Рис. 4.33. Побудова лінії перетину площин способом допоміжних січних площин загального положення та способом профілю

січна площина (рис. 4.33) проходить через лінію найбільшого ухилу (ЛНУ) площини α. Січна площина задана двома горизонтальними прямими 36 і 35, які проходять через точки 36 і 35 ЛНУ площини α. Горизонталі 36 і 35 січної площини проводять так, щоб вони перетинали горизонталі 36 і 35 площини β (плоского косогору) в межах креслення. На рис. 4.33 точки А і В – точки перетину горизонталей 35 і 36 січної площини та площини β, а АВ – лінія перетину січної площини з площиною β. На рис. 4.33 маємо, що α_i і АВ – це проєкції лінії перетину січної площини з площинами α і β, звідки точка с = $\alpha_i \cap$ АВ – спільна точка площин α і β, через яку буде проходити лінія перетину заданих площин α і β.

В площині β проводимо ЛНУ (на рис. 4.33 β_i – це її проєкція). Другу січну площину, яка, як і перша, задана парою горизонтальних прямих 35 і 36, проводимо через точки 35 і 36 ЛНУ площини β до перетину з горизонталями 35 і 36 площини α. Точки С, D – точки перетину горизонталей 35 і 36 другої січної площини з площиною α, а CD – лінія перетину другої січної площини з площиною α. На рис. 4.33 маємо: β_i і CD – це проєкції лінії перетину другої січної площини з площинами β і α, звідки точка М – друга спільна точка площин α і β. З'єднуючи точки N і M, отримуємо NM – шукану лінію перетину заданих площин α і β.

Побудова лінії перетину NM способом профілю аналогічна способу допоміжних січних площин, тільки в цьому випадку січні площини перпендикулярні до горизонтальної площини проєкцій. Суть способу відображена на рис. 4.34, де за допомогою січної площини π^1 визначено першу спільну точку М для заданих площин α і β (M = AB ∩ CD, де AB = $\pi^1 \cap \alpha$, CD = $\pi^1 \cap \beta$), а за допомогою січної площини π^2 – другу спільну точку N (N = KL ∩ GH, де KL = $\pi^2 \cap \alpha$, GH = $\pi^2 \cap \beta$), а, отже, MN – лінія перетину заданих площин α і β.

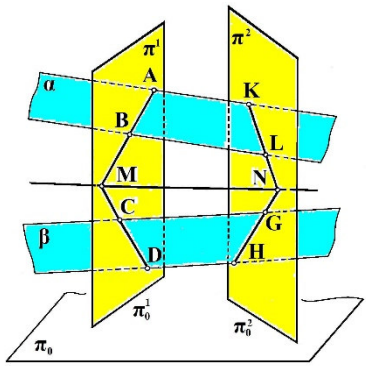


Рис. 4.34. Застосування способу профілю на наочному зображенні

На рис. 4.33 цей спосіб реалізований таким чином. Першу січну площину π^1 проводимо через α_i і будуємо профілі (зображення на площині π^1) ліній перетину π^1 з площинами α і β: $\overline{36}_H\overline{34}_H = \pi^1 \cap \alpha$ – профіль лінії перетину π^1 з укосом насипу, $\overline{35}_K\overline{34}_K = \pi^1 \cap \beta$ – профіль лінії перетину π^1 з косогором β. Знаходимо $\overline{N} = \overline{36}_H\overline{34}_H \cap \overline{35}_K\overline{34}_K$. Проєкціюємо $\overline{N}$ на вісь x_1 і отримуємо спільну точку N площин α і β.

Другу січну площину π^2 проводимо через βi і будуємо профілі ліній перетину π^2 з площинами α і β аналогічно, як для π^1. В перетині побудованих профілів визначаємо $\overline{M}$, яку проєкціюємо на вісь x_2 і знаходимо другу спільну точку M площин α і β. З'єднуючи N і M, отримуємо NM – лінію перетину площин α і β.

Таким чином, способи допоміжних січних площин загального положення та профілю дозволяють будувати лінію перетину двох площин, коли горизонталі площин з однаковими числовими позначками не перетинаються в межах зображеного плану (креслення).

Розглянемо часткові випадки перетину площин. Так, лінією перетину площин, у яких масштаби ухилів паралельні, є горизонтальна пряма, оскільки у таких площинах горизонталі паралельні між собою. Для її побудови достатньо знайти одну спільну точку двох площин тому, що напрям лінії перетину відомий – він буде паралельним до горизонталей площин, що перетинаються.

На рис. 4.35 у заданих площинах α і β масштаби ухилів паралельні (α_i // β_i). Для визначення спільної точки N площин α і β уводимо допоміжну січну площину загального положення *w*, яка задана масштабом ухилу w_i, і будуємо лінії перетину

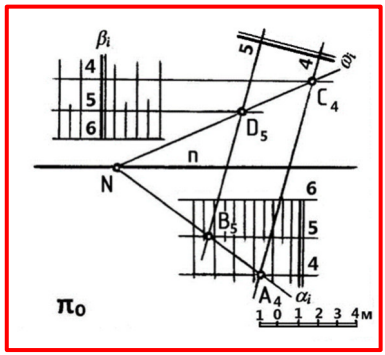


Рис. 4.35. Побудова лінії перетину площин, у яких масштаби ухилів паралельні

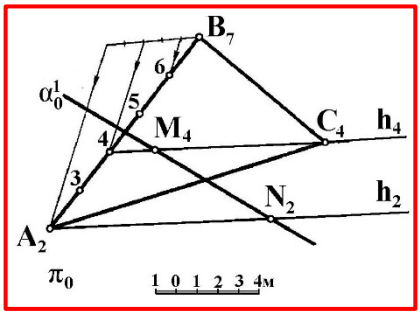


Рис. 4.36. Побудова лінії перетину площин, одна з яких займає проєкціююче положення

площини w з площинами α і β: $A_4B_5 = w \cap \alpha$, $C_4D_5 = w \cap \beta$. Знаходимо точку N ($N = A_4B_5 \cap C_4D_5$). Через точку N буде проходити лінія перетину площин α і β – це горизонтальна пряма n, яка паралельна до горизонталей площин α і β.

На рис. 4.36 побудовано лінію перетину площини загального положення, що задана трикутником $A_2B_7C_4$ та горизонтально-проєкціюючою (вертикальною) площиною α, яка задана своїм слідом α_0^1. Горизонтальна проєкція лінії перетину збігається з α_0^1. Для визначення числових позначок точок, що належать лінії перетину, градуюємо сторону A_2B_7 трикутника способом прямопропорційного ділення і проводимо в площині трикутника спочатку горизонталь h_4, яка перетне α_0^1 в точці M_4. Потім проводимо горизонталь h_2, яка перетне α_0^1 в точці N_2. Точки M_4 і N_2 водночас належать площині α і площині трикутника, а M_4N_2 – лінія перетину площини α і трикутника.

4.1.2. Взаємне положення прямої лінії та площини

Пряма лінія може належати площині (див. 3.3), бути паралельною до неї або перетинати її.

Пряма паралельна до площини, якщо вона паралельна до прямої, що лежить в цій площині. Умови паралельності прямих розглянуто в 2.2.

Докладніше розглянемо перетин прямої з площиною. Загальний алгоритм визначення точки перетину прямої з площиною аналогічний до його застосування в ортогональних проєкціях (4.37):

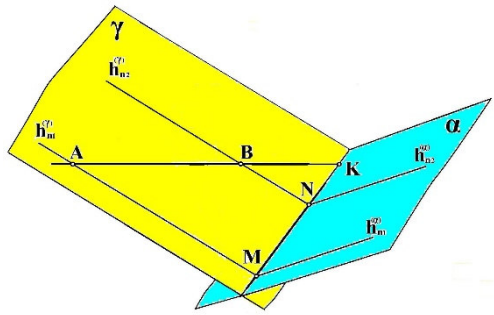


Рис. 4.37. Побудова на наочному зображенні точки перетину прямої з площиною способом горизонталей

- через задану пряму АВ проводимо допоміжну січну площину γ, що задана горизонтальними прямими h^{γ}_{n1} і h^{γ}_{n2}, де *n1*, *n2* – числові позначки горизонталей;

- будуємо лінію перетину MN січної площини γ із заданою площиною α (M = $h^{\gamma}_{n1} \cap h^{\alpha}_{n1}$, N = $h^{\gamma}_{n2} \cap h^{\alpha}_{n2}$);

- визначаємо точку перетину К заданої прямої АВ з побудованою лінією перетину MN січної γ та заданою α площинами (K = AB ∩ MN), яка і буде точкою перетину К заданих прямої АВ та площини α (K = AB ∩ α).

Відмінність полягає в тому, що в ортогональних проєкціях січною площиною, як правило, є проєкціююча площина, а в проєкціях з числовими позначками як січну використовують площину загального положення. Використання проєкціюючої площини як січної доцільно, якщо пряма задана точками, що мають дробові значення числових позначок. Січну площину загального положення, як правило, задають парою її горизонтальних прямих (на рис. 4.37 - це горизонтальні прямі h^{γ}_{n1} і h^{γ}_{n2}).

Спосіб, за яким визначено точку К (рис. 4.37), називається ***способом горизонталей***, оскільки допоміжна січна площина задається горизонталями, а лінія перетину січної площини із заданою будується за допомогою горизонталей обох площин.

На рис. 4.38 визначено точку К перетину прямої A_2B_6 (прямолінійного трубопроводу) із площиною земляного укосу α, яка задана масштабом ухилу α_i. Для цього:

1. Через пряму A_2B_6 проводимо допоміжну січну площину загального положення γ, задану горизонтальними прямими h^{γ}_{n1} і h^{γ}_{n2}, які проводимо таким чином, щоб вони перетинали горизонталі h^{α}_{n1} і h^{α}_{n2} площини α в межах креслення.

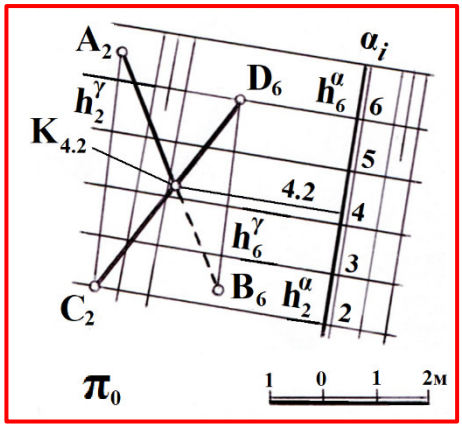


Рис. 4.38. Визначення точки перетину прямої з площиною способом горизонталей

2. Визначаємо точки C_2 і D_6 – точки перетину горизонталей з позначками 2 і 6 січної площини γ та заданої α ($C_2 = h^{\gamma}_2 \cap h^{\alpha}_2$, $D_6 = h^{\gamma}_6 \cap h^{\alpha}_6$).

3. Знаходимо точку $K = A_2B_6 \cap C_2D_6$, яка буде точкою перетину прямої A_2B_6 з площиною земляного укосу α, оскільки водночас належить і прямій A_2B_6, і площині α ($K = A_2B_6 \cap \alpha$).

Числова позначка точки К дорівнює 4.2 ($К_{4.2}$), оскільки через неї можна провести горизонталь 4.2 площини α, попередньо розбивши відрізок між 4 і 5 масштабу ухилу α_i на десять рівних частин. Числову позначку точки К можна також визначити, проградуювавши пряму A_2B_6, наприклад, способом профілю або прямопропорційного ділення.

Якщо в попередній задачі пряма була б задана точками, що мають не цілі, а дробові значення числових позначок, то побудова горизонталей в заданій площині з такими ж самими дробовими значеннями, що мають точки прямої, значно ускладнювалася або потрібно було б градуювати пряму для визначення на ній точок, що мають цілі числові позначки. Тому при заданні прямої точками, що мають дробові значення числових позначок, більш доцільним є застосування не способу горизонталей, а ***способу***

профілю, де використовують січні площини не загального положення, а горизонтально-проєкціюючі (вертикальні).

На наочному зображенні (рис. 4.39) за способом профілю визначено точку К перетину прямої АВ із заданою площиною α.

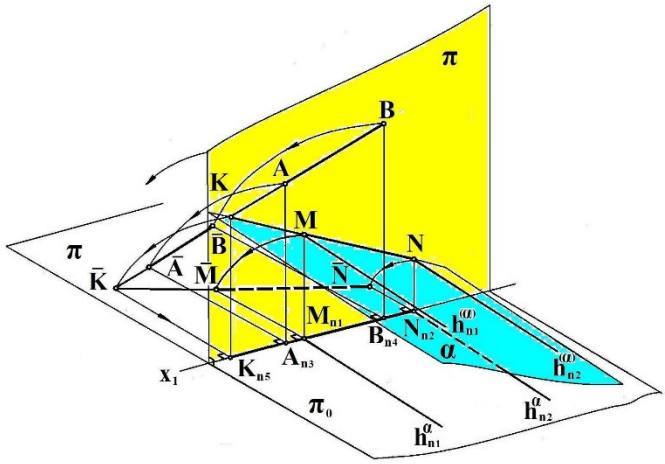


Рис. 4.39. Побудова на наочному зображенні точки перетину прямої з площиною способом профілю

Послідовність дій така:

- через пряму АВ проводимо допоміжну вертикально розміщену (горизонтально-проєкціюючу) площину π (вісь $x_1 = \pi \cap \pi_0$ - слід площини π);

- будуємо лінію перетину MN січної площини γ із заданою площиною α (MN = γ ∩ α);

- будуємо профілі $\bar{A}\bar{B}$ і $\bar{M}\bar{N}$ прямих *AB* і *MN* за значеннями їх числових позначок *n1*, *n2, n3*, *n4*;

- знаходимо точку $\bar{K} = \bar{A}\bar{B} \cap \bar{M}\bar{N}$;

- проєкціюємо точку $\bar{K}$ на вісь x_1 і знаходимо точку К перетину прямої АВ з площиною α: К = АВ ∩ α;

- визначаємо числову позначку *n5* точки К.

На рис. 4.40 точку *К* перетину прямої $A_{3.3}B_{1.2}$ (прямолінійного трубопроводу) з площиною земляного укосу α, що задана масштабом ухилу α_i, визначено способом профілю. За цим способом:

1. Через задану пряму $A_{3.3}B_{1.2}$ проводимо вертикальну площину π і будуємо профіль $\overline{A}\overline{B}$ прямої $A_{3.3}B_{1.2}$ та профіль $\overline{N}\overline{M}$ прямої N_2M_4 – лінії перетину січної площини π з площиною α (пряму N_2M_4 побудовано аналогічно, як на рис. 4.36).

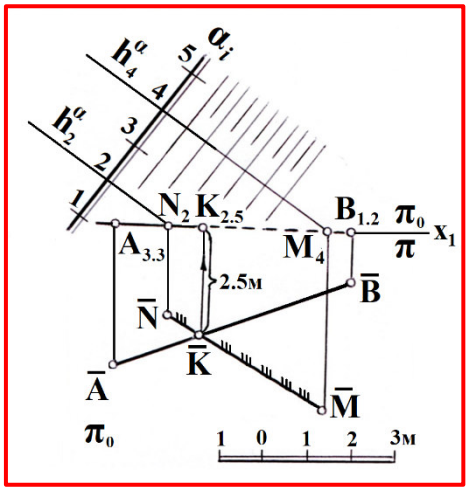


Рис. 4.40. Визначення точки перетину прямої з площиною способом профілю

2. Знаходимо точку $\overline{K}$: $\overline{K} = \overline{A}\overline{B} \cap \overline{N}\overline{M}$.

3. Проєкціюємо $\overline{K}$ на вісь x_1 і визначаємо саму точку K перетину прямої $A_{3.3}B_{1.2}$ з площиною α земляного укосу: $K = A_{3.3}B_{1.2} \cap \alpha$.

4. Визначаємо числову позначку 2.5 точки К ($К_{2.5}$).

Якщо пряма та площина, що перетинаються, мають невеликі значення ухилів, то для більш точного визначення числової позначки точки перетину вертикальний масштаб належить збільшувати порівняно з масштабом плану.

Зазначимо, що задачу, наведену на рис. 4.38, можна було б розв'язати і способом профілю. Проте у цьому випадку збільшувалася б трудомісткість графічних побудов. В той же час задачу, наведену на рис. 4.40, можна було б розв'язати і способом горизонталей, але це ускладнювало б виконання побудов. Тому, перш ніж приступити до розв'язку подібних задач, належить вибрати найбільш раціональний спосіб.

На рис. 4.41, 4.42 наведено розв'язок задачі на перетин прямої F_9D_5 з площиною α, заданої $\Delta A_5B_9N_5$, двома способами – способом горизонталей (рис. 4.41) та способом профілю (рис. 4.42).

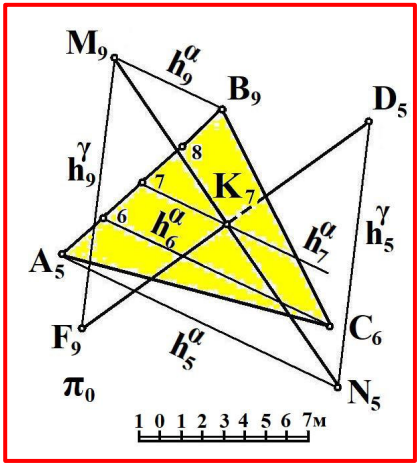


Рис. 4.41. Визначення точки перетину прямої з площиною способом горизонталей

На рис. 4.41 через пряму F_9D_5 проведено січну площину γ, яка задана горизонтальними прямими h_5^γ і h_9^γ. Знаходимо лінію перетину M_9N_5 площин γ і α: $M_9 = h_9^\gamma \cap h_9^\alpha$ і $N_5 = h_5^\gamma \cap h_5^\alpha$. Оскільки лінія M_9N_5 і пряма F_9D_5 знаходяться в одній січній площині γ, то вони перетнуться в точці К, яка і буде точкою перетину прямої F_9D_5 з площиною α: $К = M_9N_5 \cap F_9D_5$ і $К = F_9D_5 \cap \alpha(\Delta A_5B_9N_5)$. Через точку К проходить горизонталь h_7^α площини α, отже, числова позначка точки К буде дорівнювати 7 ($К_7$).

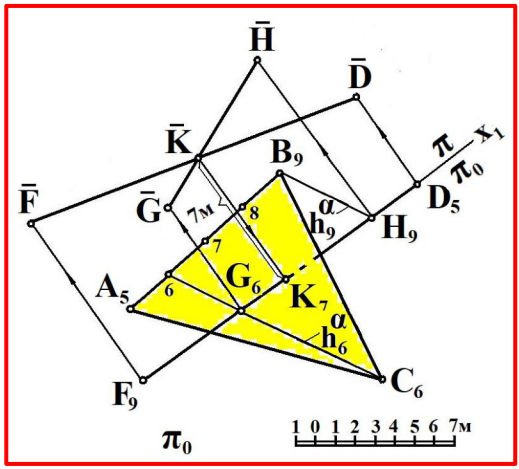


Рис. 4.42. Визначення точки перетину прямої з площиною способом профілю

На рис. 4.42 через пряму F_9D_5 проведено вертикальну площину π, яка перетне площину $\alpha(\Delta A_5B_9N_5)$ по прямій G_6H_9 (G_6H_9 побудовано за допомогою горизонталей h_6^α і h_9^α); $G_6 = h_6^\alpha \cap x_1$ і $H_9 = h_9^\alpha \cap x_1$). Знаходимо профіль $\bar{F}\bar{D}$ прямої F_9D_5 і профіль $\bar{G}\bar{H}$ прямої G_6H_9, визначаємо точку $\bar{К} = \bar{F}\bar{D} \cap \bar{G}\bar{H}$. Проєкціюємо точку $\bar{К}$ і знаходимо точку К перетину прямої F_9D_5 з площиною α: $К = F_9D_5 \cap \alpha(\Delta A_5B_9N_5)$. Визначаємо числову позначку точки К, яка дорівнює 7 м ($К_7$).

Порівнюючи кількість графічних побудов, виконаних на обох рисунках для визначення точки перетину *K*, можна дійти висновку, шо при розв'язуванні даної задачі, де пряма F_9D_5 задана точками, що мають цілі числові позначки, більш раціональним є застосування способу горизонталей.

На рис. 4.43 (наочне зображення) і рис. 4.44 (план) наведено розв'язок задачі, що має доволі широке практичне застосування, в якій потрібно визначити точки M і N перетину (входу і виходу) осі прямолінійного трубопроводу $C_{20.7}D_{22.3}$ з укосами насипу горизонтально розміщеного полотна дороги з позначкою 23 (бровка укосу має позначку 23, підошва – 20.5). Цю задачу доцільно розв'язувати способом профілю, оскільки, по-перше, точки $C_{20.7}$ і $D_{22.3}$ мають дробові значення позначок, а, по-друге, пряма перетинає два укоси і потрібно будувати дві лінії перетину січної площини з укосами, але при цьому спільні точки перетину горизонталей цих площин можуть знаходитися за межами креслення, що унеможливить виконання подальших побудов, або потрібно уводити вже дві січні площини, що значно збільшить трудомісткість виконання графічних побудов.

На наочному зображенні (рис. 4.43) FEBA – це лінія перетину вертикально розміщеної площини π, яка проходить

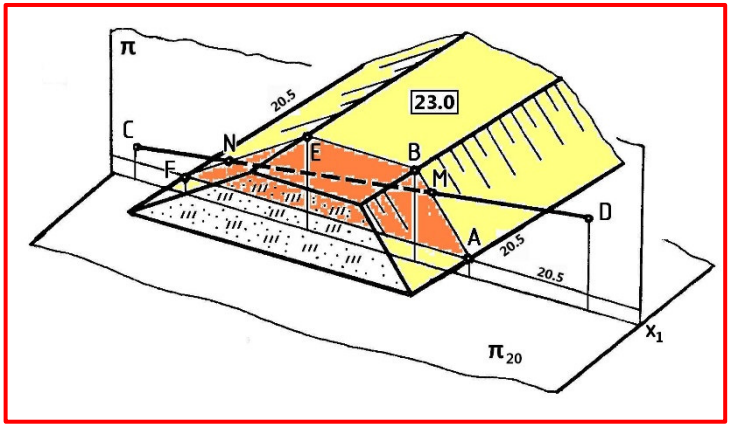


Рис. 4.43. Визначення на наочному зображенні способом профілю точок перетину осі прямолінійного трубопроводу із укосами насипу полотна дороги

через пряму CD, з укосами і полотном дороги. Оскільки CD і FEBA знаходяться в одній площині π, то точки M і N перетину CD з FEBA і будуть точками перетину трубопроводу CD з площинами укосів.

На плані (рис. 4.44) цю задачу розв'язано побудовою профілів CD і FEBA. Для цього:

1. Через пряму $C_{20.7}D_{22.3}$ проводимо січну вертикальну площину π.

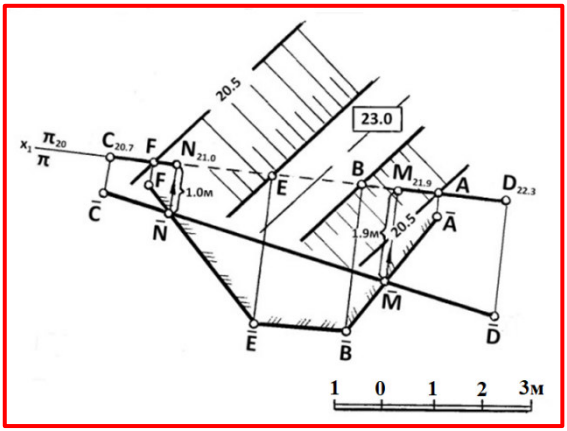


Рис. 4.44. Визначення на плані способом профілю точок перетину осі прямолінійного трубопроводу із укосами насипу полотна дороги

2. Визначаємо точки перетину x_1 з прямолінійними бровками та підошвами земляної споруди, яка має вигляд чотирьохгранної піраміди, де бровки та підошви є її бічними ребрами: F – точка перетину x_1 з підошвою укосу зліва, E – точка перетину x_1 з бровкою укосу зліва, B – точка перетину x_1 з бровкою укосу справа, A – точка перетину x_1 з підошвою укосу справа ($F_{20.5}E_{23}B_{23}A_{20.5}$ – лінія перетину січної площини π із земляною спорудою).

3. Будуємо профілі $\bar{C}\bar{D}$ і $\bar{F}\bar{E}\bar{B}\bar{A}$ прямої $C_{20.7}D_{22}$ та лінії перетину $F_{20.5}E_{23}B_{23}A_{20.5}$.

4. Знаходимо точки $\bar{M}$, $\bar{N} = \bar{C}\bar{D} \cap \bar{F}\bar{E}\bar{B}\bar{A}$.

5. Проєкціюємо $\bar{M}$ і $\bar{N}$ на вісь x1 і визначаємо точки M і N перетину трубопроводу $C_{20.7}D_{22.3}$ із земляною спорудою.

6. Визначаємо числові позначки точок M і N: $M_{21.9}$ і $N_{21.0}$.

4.1.3. Взаємна перпендикулярність прямої лінії та площини, двох площин

Перш, ніж визначити ознаки перпендикулярності прямої та площини в проєкціях з числовими позначками, розглянемо рис. 4.45, на якому зображено два рівних прямокутних трикутника ABC і DFE. Катети AC і DE цих трикутників розміщені горизонтально, а гіпотенузи AB і FE – взаємно перпендикулярні. Ухил гіпотенузи AB трикутника ABC до горизонтально розміщеної прямої складає: i_{AB} = 1:2, а ухил гіпотенузи FE трикутника DFE складає: i_{FE} = 2:1 = 1:0.5, тобто ухили взаємно перпендикулярних прямих обернено пропорційні.

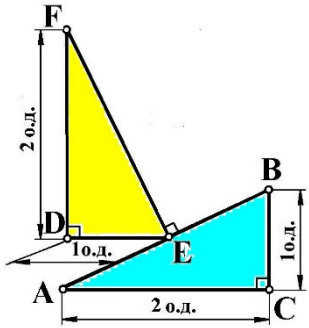


Рис. 4.45. До встановлення взаємозв'язку ухилів перпендикулярних прямих

Далі розглянемо рис. 4.46, на якому зображено площину β з проведеною в ній лінією найбільшого ухилу m та пряму n, перпендикулярну до площини β. На площині π_0 побудовано масштаб ухилу β_i площини β, яка є проградуйованою проєкцією лінії найбільшого ухилу m. Оскільки пряма n перпендикулярна до площини β, то вона перпендикулярна до всіх прямих цієї площини, а, отже, і до її горизонталей. На рис. 4.46 пряма n перпендикулярна, зокрема, до горизонталі 3.0 площини β. За правилами проєкціювання прямого кута проєкції n і горизонталі 3.0 на π_0 складають між собою прямий кут, а, отже, проєкція n буде перпендикулярною до проєкцій всіх горизонталей площини β. Оскільки масштаб ухилу площини перпендикулярний до горизонталей площини, то проєкція перпендикуляра до площини повинна бути паралельною до масштабу ухилу площини.

Якщо лінія найбільшого ухилу m, а, отже, і площина β нахилені до π_0 під кутом α (рис. 4.46), то перпендикуляр n

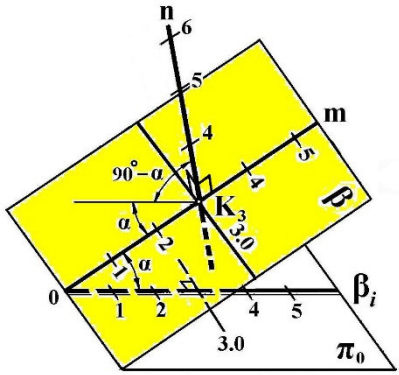


Рис. 4.46. До встановлення ознак перпендикулярності прямої та площини

нахилений до π_0 під кутом $90^0 - \alpha$. Ухил площини β дорівнює $i_\beta = \text{tg}\alpha$, а ухил перпендикуляра n: $i_n = \text{tg}(90^0 - \alpha) = \text{ctg}\alpha$. Звідси $i_\beta = 1 : i_n$, тобто ухили площини та перпендикуляра до неї є обернено пропорційними, причому числові позначки перпендикуляра n (рис. 4.46) збільшуються (зменшуються) в напрямку, оберненому збільшенню (зменшенню) позначок площини β. Звичайно, обернено пропорційними будуть і інтервали площини та перпендикуляра до неї: $l_\beta = 1 : l_n$.

Таким чином, пряма перпендикулярна до площини, якщо виконуються такі три ознаки:

1. Проєкція прямої перпендикулярна до горизонталей площини або паралельна до масштабу ухилу площини.

2. Ухил прямої обернено пропорційний ухилу площини або інтервал прямої обернено пропорційний інтервалу площини.

3. Числові позначки прямої та площини повинні збільшуватися або зменшуватися в протилежних напрямках.

Розглянемо задачу (рис. 4.47), де з точки K_3 площини β, що задана масштабом ухилу β_i, потрібно провести до площини β перпендикуляр n. Розв'язування задачі зводиться до проведення проєкції перпендикуляра n, що проходить через точку K_3 паралельно до β_i. Інтервал l_n перпендикуляра n можна розрахувати, а можна знайти графічно. Розглянемо як графічно можна визначити l_n. Для цього з точки A, довільно вибраній на полі креслення, відкладаємо вертикально розміщений відрізок AD довжиною 1 м, що дорівнює одиниці лінійного масштабу. З точки D проводимо перпендикулярно до AD відрізок DB довжиною, що дорівнює інтервалу l_β площини β, і з'єднуємо точки A і B, отримуємо прямокутний трикутник ABD, у якого

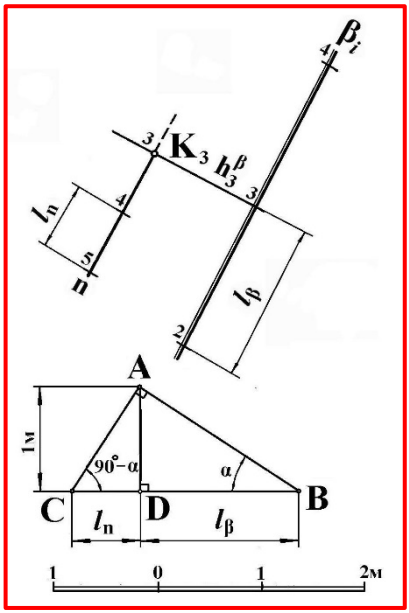


Рис. 4.47. Розв'язування задачі на проведення перпендикуляра до площини і визначення інтервалу перпендикуляра графічно

$\operatorname{tg}\alpha = i_\beta = 1 : l_\beta$. З точки А проводимо пряму, перпендикулярну до АВ, до її перетину з продовженням відрізка DB в точці С. В результаті цих побудов утворився ΔАВС з кутом 90^0 при вершині А. Прямокутний ΔАВС містить два прямокутних трикутника ABD і ACD. З ΔACD маємо: $\operatorname{tg}(90^0-\alpha) = \operatorname{ctg}\alpha = l_n = 1 : l_n$, тобто відрізок CD дорівнює за величиною інтервалу l_n перпендикуляра n. Далі від точки K_3 відкладаємо на проєкції перпендикуляра n відрізки, що дорівнюють l_n, з урахуванням того, що напрям, у якому збільшуються числові позначки точок перпендикуляра n протилежні напряму, в якому збільшуються числові позначки точок масштабу ухилу β_i площини β. Зазначимо, що в точці K_3 змінюється видимість перпендикуляра n відносно площини β.

Таким чином, побудована на рис. 4.47 пряма n перпендикулярна до площини β, оскільки всі три ознаки перпендикулярності прямої та площини виконуються.

На проведенні перпендикуляра до площини ґрунтується розв'язування задачі на визначення відстані від точки до площини, яка, як і в ортогональних проєкціях, має такий алгоритм дій:

1. Через задану точку проводять перпендикуляр до площини.

2. Знаходять точку перетину перпендикуляра з площиною.

3. Визначають довжину відрізка перпендикуляра від заданої точки до точки перетину перпендикуляра з площиною.

На рис. 4.48 розв'язано задачу на визначення відстані від точки F_9 до площини β, що задана масштабом ухилу β_i. Для цього виконано такі дії:

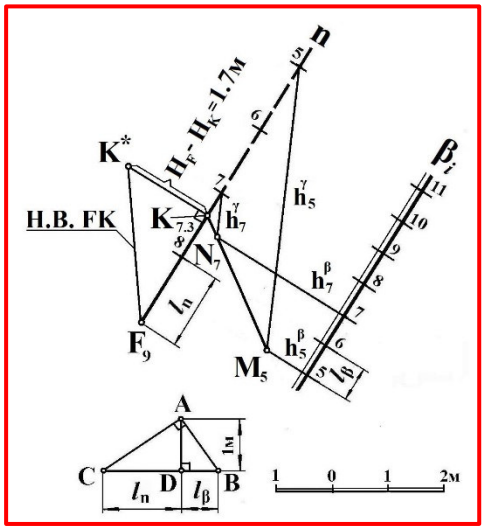


Рис. 4.48. Визначення відстані від точки до площини способом горизонталей

1. Через точку F_9 проводимо перпендикуляр n до площини β:

а) з F_9 проводимо пряму n паралельно до β_i;

б) графічним способом визначаємо інтервал l_n прямої n, побудувавши як і на рис. 4.47 прямокутний ΔABC;

в) з точки F_9 уверх відкладаємо відрізки довжиною l_n і відмічаємо точки з цілочисельними позначками 8, 7, 6, 5 прямої n (напрямок зменшення числових позначок прямої n повинен бути оберненим до напряму зменшення числових позначок β_i).

Оскільки виконуються всі три умови перпендикулярності прямої n до площини β, то можна стверджувати, що проведена на рис. 4.48 пряма n, є перпендикулярною до площини β.

2. Знаходимо точку перетину перпендикуляра n з площиною β. Аналогічно виконуємо дії, описані в 3.2:

а) через n проводимо допоміжну січну площину загального положення γ, яку задаємо парою горизонтальних прямих h_5^γ і h_7^γ (ці прямі проводимо так, щоб вони перетинали горизонталі h_5^β і h_7^β площини β в межах креслення);

б) знаходимо M_5N_7 – лінію перетину січної площини γ з площиною β: $M_5 = h_5^\gamma \cap h_5^\beta$, $N_7 = h_7^\gamma \cap h_7^\beta$;

в) визначаємо точку К перетину перпендикуляра n з площиною β: $K = n \cap M_5N_7 = n \cap \beta$. Знаходимо числову позначку точки К, що дорівнює 7.3: $K_{7.3}$.

3. Способом прямокутного трикутника (див. рис. 1.37) визначаємо натуральну величину відрізка $F_9К_{7.3}$: $F_9К^*$ = Н.В. $F_9К_{7.3}$ – відстань від точки F_9 до площини β.

4. Визначаємо видимість перпендикуляра n відносно площини β з урахуванням того, що в точці $К_{7.3}$ перетину n з β змінюється видимість n.

Оскільки для визначення точки К перетину n з β використовувалася січна площина загального положення, задана горизонтальними прямими, то описаний спосіб розв'язування даної задачі можна назвати способом горизонталей.

Точку $К_{7.3}$ перетину перпендикуляра n з площиною β можна визначити і способом профілю, провівши через n допоміжну

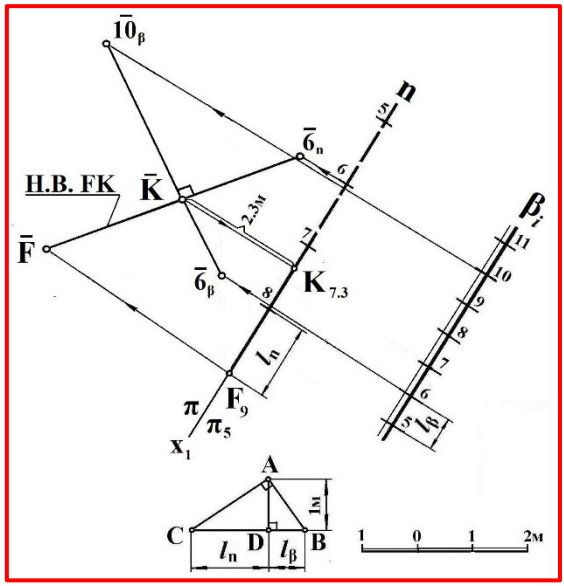


Рис. 4.49. Визначення відстані від точки до площини способом профілю

вертикальну січну площину π. Так, на рис. 4.49 відповідно до пункту 1 попередньої задачі проведено з точки F_9 перпендикуляр n до площини β. Далі побудовано профілі $\overline{F}\overline{6}_n$ і $\overline{6}_\beta\overline{10}_\beta$ перпендикуляра n і масштабу ухилу β_i. Знайдено $\overline{К} = \overline{F}\overline{6} \cap \overline{6}_\beta\overline{10}_\beta$, яку проєкціюємо на x_1, тим самим визначаючи точку К = n ∩ β. Знаходимо числову позначку точки $К_{7.3}$. Відрізок $\overline{F}\overline{К}$ = Н.В. $F_9К_{7.3}$, тобто його довжина визначає відстань від точки F_9 до площини β.

На рис. 4.50 наведено початкову умову задачі на визначення відстані від точки A_{28} до площини земляного укосу β, заданої масштабом ухилу β_i. Ухил площини β 1:1.5, отже, її інтервал l_β = 1.5 м. Точку перетину перпендикуляра з площиною визначено двома способами – горизонталей та профілю, а інтервал перпендикуляра – розрахунком. На рис. 4.51 виконано такі дії:

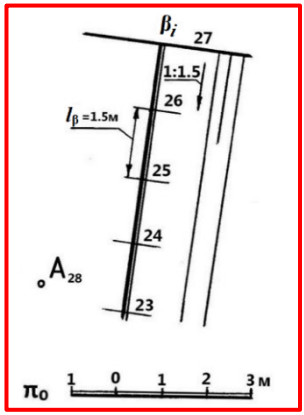


Рис. 4.50 Початкова умова задачі на визначення відстані від точки до площини

1. Через A_{28} проводимо пряму n // β_i. Визначаємо інтервал l_n прямої] n: $l_n = 1/l_\beta = 1/1.5 \approx 0.7$ м. Відмічаємо на n точки, що мають цілі числові позначки, які розміщені одна від одної на відстані l_n одна від одної, а напрямок зменшення числових позначок точок був протилежним від напрямку зменшення числових позначок точок β_i. Умови перпендикулярності прямої та площини дотримано, отже, пряма n перпендикулярна до площини β.

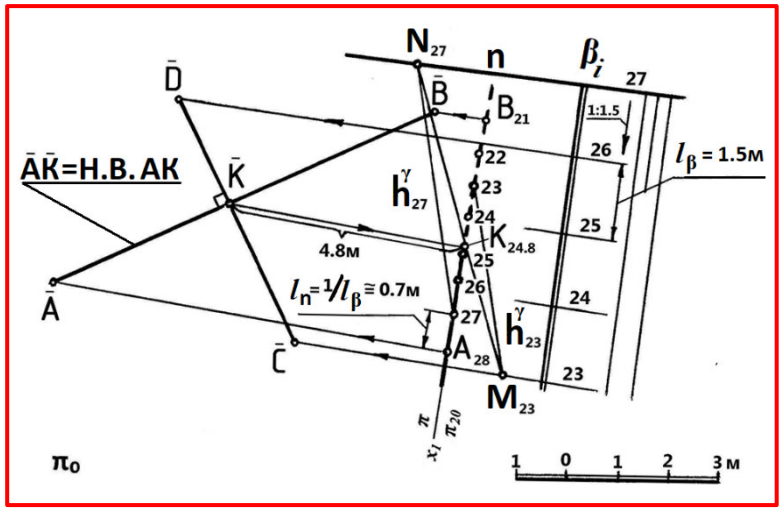


Рис. 4.51. Розв'язування задачі з початковою умовою на рис. 4.50 способом горизонталей та способом профілю

2. За способом горизонталей січну площину γ, яка проходить через n, задаємо парою горизонталей h_{23}^{γ} і h_{27}^{γ}. Будуємо $M_{23}N_{27}$ – лінію перетину n з β, звідки $K = n \cap M_{23}N_{27} = n \cap \beta$. За способом профілю будуємо профілі $\bar{A}\bar{B}$ і $\bar{C}\bar{D}$ перпендикуляра n та масштабу ухилу β_i. Знаходимо $\bar{K} = \bar{A}\bar{B} \cap \bar{C}\bar{D}$, яку проєкціюємо на x1, визначаємо $K = n \cap \beta$.

3. Визначаємо числову позначку точки $K_{24.8}$, відрізок $\bar{A}\bar{K}$ = Н.В. $A_{28}K_{24.8}$, довжина якого – це відстань від точки A_{28} до площини β.

Розглянемо задачу (рис. 4.52 – початкова умова) на визначення відстані від точки F_{10} до площини β, що задана не масштабом ухилу, як в попередніх задачах, а трьома точками H_6, G_7, E_9.

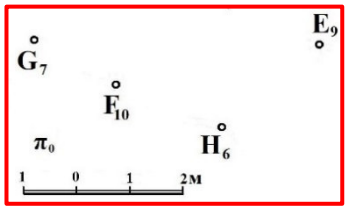


Рис. 4.52. Початкова умова задачі на визначення відстані від точки до площини

Розв'язування задачі (рис. 4.53) аналогічне до наведеного на рис. 4.48. Відмінність полягає в тому, що в задачі на рис. 4.48 інтервал l_β площини β був відомим,

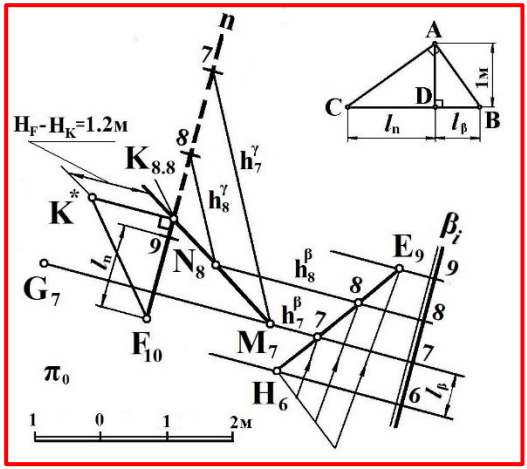


Рис. 4.53. Розв'язування задачі з початковою умовою на рис. 4.52

а в даній задачі його потрібно знайти. Для цього з'єднуємо точки H_6 та E_9 і градуємо відрізок H_6E_9. Проводимо горизонталь 7 площини β і паралельно до неї горизонталі 6, 8 і 9 площини β. Перпендикулярно до горизонталей проводимо масштаб ухилу β_i

і визначаємо інтервал l_β площини β. В результаті виконаних на рис. 4.53 побудов отримуємо, що довжина відрізка $F_{10}K^*$ визначає відстань від точки F_{10} до площини $\beta(H_6, G_7, E_9)$.

Розглянемо задачу на визначення відстані від точки до прямої. Для цього з точки проводять перпендикуляр на пряму і шукана відстань буде дорівнювати довжині відрізка перпендикуляра між даною точкою і знайденою точкою перетину перпендикуляра з прямою. Алгоритм розв'язування цієї задачі наведено на наочному зображенні (рис. 4.54), де визначено відстань від точки F до прямої m:

1. Через точку F проведено площину β перпендикулярно до заданої прямої m.

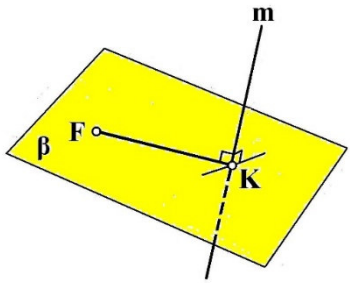


Рис. 4.54. Розв'язування задачі на визначення відстані від точки до прямої на наочному зображенні

2. Знайдено точку К перетину прямої m з площиною β.

3. Визначено довжину відрізка FK, який перпендикулярний до заданої прямої m, оскільки лежить в площині β, що перпендикулярна до прямої m. Відрізок FK визначає відстань від точки F до прямої m.

Розв'яжемо таку задачу вже на плані (рис. 4.55), де потрібно визначити відстань від точки F_9 до прямої, що задана точками G_4 і H.

Послідовність побудов така:

1. Через точку F_9 проводимо площину β перпендикулярно до прямої m. Для цього:

а) з F_9 проводимо β_i паралельно до прямої m, де β_i – майбутній масштаб ухилу площини β;

б) визначаємо l_β – інтервал β_i і водночас площини β, який повинен бути оберненим до інтервалу l_m прямої m. Інтервал l_m, знаходимо, проградуювавши пряму m. Далі будуємо спочатку прямокутний ΔADC, а потім – прямокутний ΔABD, де і знаходимо l_β площини β;

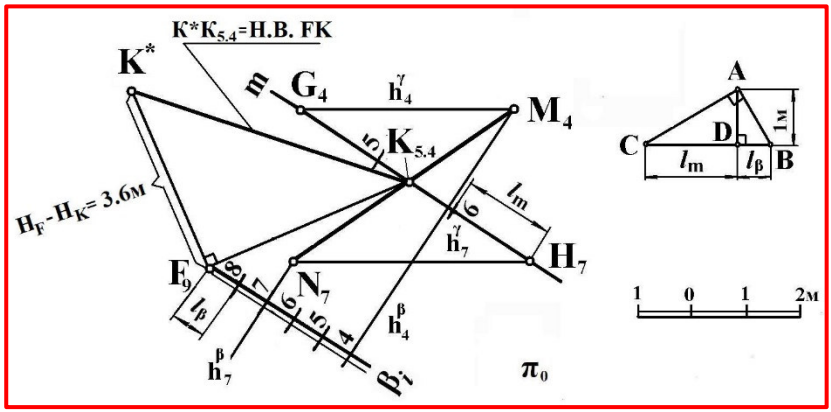


Рис. 4.55. Розв'язування задачі на визначення відстані від точки до прямої на плані

в) від точки F_9 по β_i відкладаємо відрізки довжиною l_β і відмічаємо точки 8…4, числові позначки яких зменшуються у напрямку протилежному зменшенню позначок прямої m. В результаті виконаних побудов отримуємо площину β, задану масштабом ухилу β_i, яка буде перпендикулярною до прямої m.

Зазначимо, що спочатку в цій задачі (на відмінну від попередніх задач на перпендикулярність) проводимо через задану точку не пряму, перпендикулярну до заданої площини, а площину, перпендикулярну до заданої прямої.

2. Визначаємо точку К перетину прямої m з площиною β. Для цього:

а) через пряму m проводимо допоміжну січну площину γ, задану парою горизонтальних прямих h_4^γ 1 h_7^γ;

б) знаходимо лінію перетину M_4N_7 площин γ і β ($M_4 = h_4^\gamma \cap h_4^\beta$, $N_7 = h_7^\gamma \cap h_7^\beta$);

в) знаходимо точку К перетину прямої m з площиною β: К = m ∩ M_4N_7 = m ∩ β. Визначаємо її числову позначку $K_{5.4}$.

3. Будуємо прямокутний ΔF_9K^* $K_{5.4}$, у якого гіпотенуза $F^*K_{5.4}$ визначить довжину відрізка перпендикуляра від F_9 до точки $K_{5.4}$ його перетину з прямою m, а, отже, і відстань від точки F_9 до прямої m.

Крім задач на визначення відстані від точки до площини і прямої, на практиці зустрічаються задачі на визначення відстані між двома паралельними прямими та двома паралельними площинами. Задача на визначення відстані між двома паралельними прямими зводиться до визначення відстані між точкою та прямою. Ця відстань дорівнює довжині відрізка перпендикуляра між точкою, що вибрали на одній прямій, та точкою перетину перпендикуляра з іншою прямою. В свою чергу, задача на визначення відстані між двома паралельними площинами зводиться до визначення відстані від точки до площини. Ця відстань дорівнює довжині відрізка перпендикуляра між точкою, що вибрали на одній площині, та точкою перетину перпендикуляра з іншою площиною.

Розглянемо задачу, розв'язування якої ґрунтується на вище наведених побудовах, але має деякі особливості. Це задача на визначення відстані між мимобіжними прямими. Розв'яжемо її спочатку на наочному зображенні (рис. 4.56), де показано, як визначати відстань між мимобіжними прямими *a* і *b*. Послідовність дій:

1. З точки С прямої *b* проводимо пряму *k* // *a*.

2. Через прямі *b* і *k* проводимо площину β, яка буде паралельною до прямої *a*.

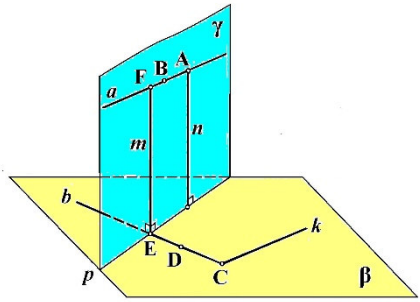


Рис. 4.56. Розв'язування задачі на визначення відстані між мимобіжними прямими на наочному зображенні

3. З точки А прямої *a* проводимо перпендикуляр *n* до площини β: n ⊥ β.

4. Через прямі *a* і n проводимо площину γ, яка буде перпендикулярною до площини β: γ ⊥ β.

5. Знаходимо лінію перетину *p* взаємно перпендикулярних площин γ і β: *p* = γ ∩ β.

6. Знаходимо точку Е перетину прямих *b* і *p*: Е = *b* ∩ *p*.

7. З точки E проводимо пряму m паралельно до n і знаходимо точку F перетину m з a: $m \parallel n$, $F = m \cap a$.

8. Довжина відрізка EF визначить відстань між мимобіжними прямими a і b.

На рис. 4.57 наведено розв'язок цієї задачі на плані, де пряма a задана точками A_2 і B_4, а пряма b – точками C_5D_3. Алгоритм побудов такий:

1. З точки C_5 проводимо пряму $k \parallel a$, градуюємо k з урахуванням того, що інтервал l_k прямої k дорівнює інтервалу l_a прямої a: $l_k = l_a$.

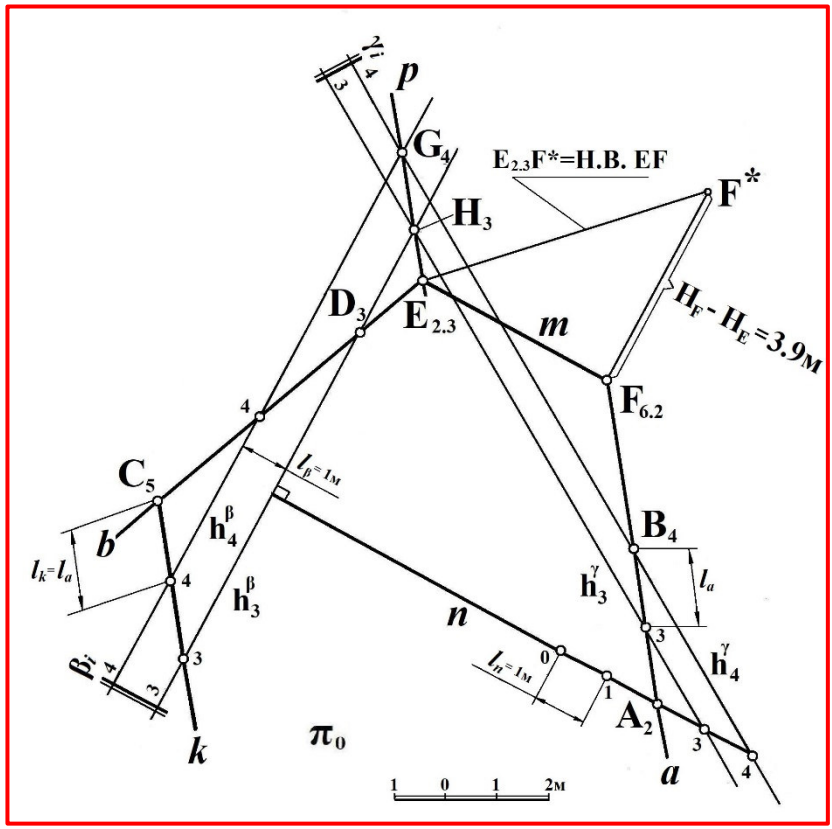


Рис. 4.57. Розв'язування задачі на визначення відстані між мимобіжними прямими на плані

2. В площині β($b \cap k$) проводимо горизонталі h_3^β і h_4^β з позначками 3 і 4 та масштаб ухилу $\beta_i \perp h_3^\beta, h_4^\beta$.

3. З точки A_2 прямої a проводимо перпендикуляр n на площину β: $n \perp h_3^\beta, h_4^\beta$ або n // β_i. Інтервали l_n і l_β прямої n та площини β дорівнюють 1 м, тобто є взаємно оберненими, а числові позначки точок n і β зростають у протилежних напрямках.

4. Через перпендикуляр n проводимо площину γ, задану парою горизонтальних прямих h_3^γ і h_4^γ, до перетину з площиною β.

5. Знаходимо лінію перетину p площин γ і β за двома її точками H_3 і G_4: $p = \gamma \cap \beta$, $H_3 = h_3^\gamma \cap h_3^\beta$, $G_4 = h_4^\gamma \cap h_4^\beta$.

6. Знаходимо точку E перетину прямих b і p, визначаємо числову позначку точки $E_{2.3}$: $E_{2.3} = b \cap p$.

7. З точки $E_{2.3}$ проводимо пряму m // n до перетину m з прямою a. Пряма m перетне пряму a в точці F, визначаємо числову позначку точки $F_{6.2}$: $F_{6.2} = m \cap a$.

8. $E_{2.3}F_{6.2}$ – горизонтальна проєкція відрізка прямої m, для визначення натуральної величини якого будуємо прямокутний $\Delta E_{2.3}F_{6.2}F^*$, звідки довжина гіпотенузи $E_{2.3}F^*$ визначає відстань між мимобіжними прямими a і b.

Дві площини перпендикулярні, якщо одна з них проходить через пряму, перпендикулярну до іншої площини. Якщо площини задані масштабами ухилів, то вони будуть перпендикулярними, коли:

- їхні масштаби ухилів паралельні;
- інтервали або ухили площин за величиною обернено пропорційні;
- числові позначки точок масштабів ухилів площин зростають у протилежних напрямках.

Зазначимо, що масштаби ухилів є прямими лініями і вони водночас задають площину.

На рис. 4.56 площини α і β взаємно перпендикулярні, оскільки перелічені вище всі три умови перпендикулярності таких площин виконуються. Дві інші площини, задані прямими

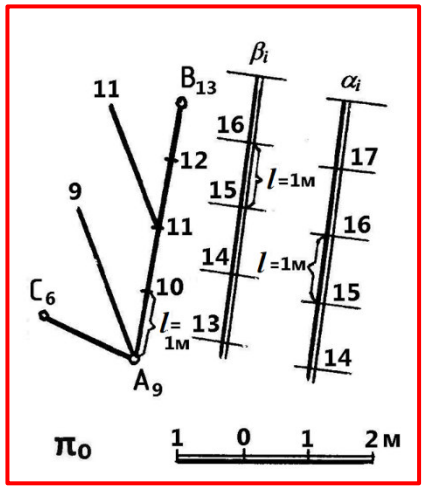


Рис. 4.56. Зображення взаємно перпендикулярних площин

A_9B_{13} і A_9C_6, що перетинаються, та горизонталями 9 і 11, будуть перпендикулярними до площини α, оскільки вони проходять через пряму A_9B_{13}, перпендикулярну до площини α. Зазначимо, що пряма A_9B_{13}, яка перпендикулярна до площини α, буде водночас паралельною до площини β.

Звернемо увагу на те, що інтервали зображених на рис. 4.56 площин та прямої, однакові і дорівнюють 1 м, при цьому площини та пряма є взаємно перпендикулярними, оскільки число, обернене до 1, є також 1.

Якщо основою масштабу (одиницею довжини) є не 1 м, а, наприклад, 2 м, то при інтервалі l_β площини β, що дорівнює 4 м (l_β = 4 м), у прямої n, перпендикулярної до площини β, інтервал l_n буде дорівнювати 1 м (l_n = 1м): $l_n = \frac{2}{4} \cdot 2 = 1$ м, тобто 1 м є оберненою величиною 4 м при одиниці масштабу 2 м. Графічно це ілюструється таким чином (див. рис. 4.47 ΔABC). При AD = 2 м і DB = 4 м довжина відрізка CD = 1 м.

Якщо основою масштабу є 5 м, то при l_β = 10 м маємо, що l_n = 2.5 м ($l_n = \frac{5}{10} \cdot 5 = 2.5$ м), тобто 10 м і 2.5 м є взаємно оберненими величинами при одиниці масштабу 5 м. Графічно на рис. 4.47 при AD = 5 м і DB = 10 м довжина відрізка CD = 2.5 м.

4.2. Задачі до розділу 4

Задача 4.1. Площина α задана двома прямими $A_{17}B_{12}$ і $A_{17}C_{11}$, що перетинаються (рис. 4.57 – 4.60). Провести площину β паралельно до площини α і яка проходить через точку D_{10}. Площину β задати двома прямими, що перетинаються (рис. 4.57), двома паралельними прямими (рис. 4.58), горизонтальною прямою та величиною ухилу (рис. 4.59), прямою загального положення та величиною ухилу (рис. 4.60).

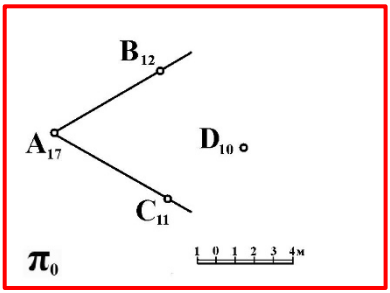


Рис. 4.57

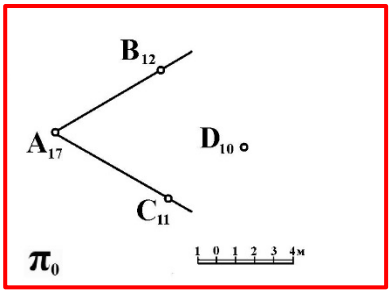


Рис. 4.58

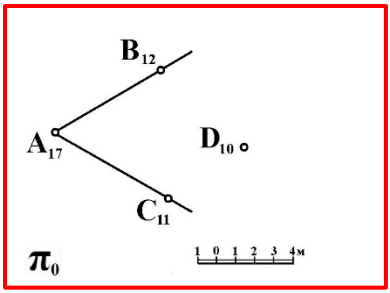


Рис. 4.59

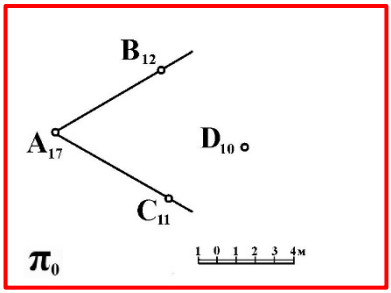


Рис. 4.60

Задача 4.2. Площина α задана прямою A_5B_7 і величиною ухилу 1:2 (рис. 4.61 – 4.64). Провести площину β паралельно до площини α і яка проходить через точку D_8. Площину β задати прямою загального положення та величиною ухилу (рис. 4.61), горизонтальною прямою та величиною ухилу (рис. 4.62), двома прямими, що перетинаються (рис. 4.63), двома горизонтальними прямими (рис. 4.64).

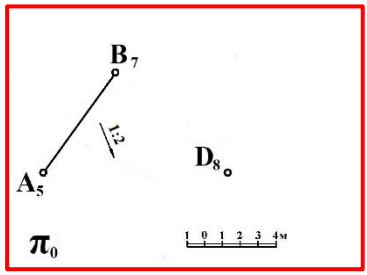


Рис. 4.61

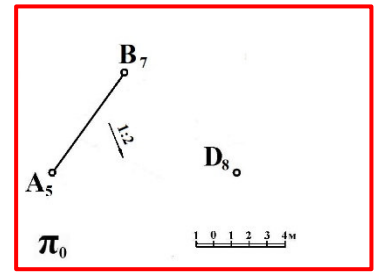


Рис. 4.62

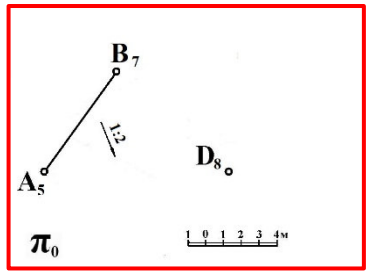


Рис. 4.63

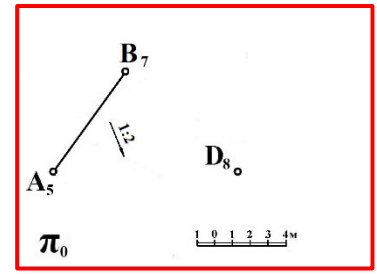


Рис. 4.64

Задача 4.3. Площина α задана двома прямими $A_{17}B_{12}$ і $A_{17}C_{11}$, що перетинаються (рис. 4.64, 4.65). Через точку D_{10} провести пряму m, паралельну до площини α, і з ухилом, що дорівнює ухилу площини α (рис. 4.64), та горизонтальну пряму *k*, паралельну до площини α (рис. 4.65).

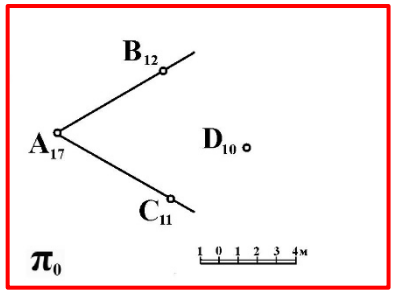


Рис. 4.65

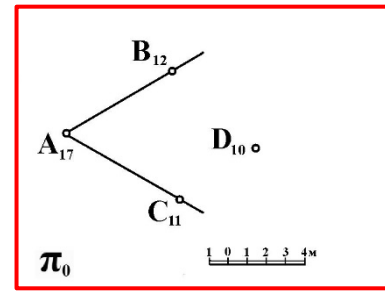


Рис. 4.66

Задача 4.4. Площина α задана горизонтальними прямими a_{14} і b_{12} (рис. 4.67, 4.68). Через точку D_6 провести прямі m і *k*, паралельні до площини α: пряму m з ухилом, що дорівнює ухилу площини α (рис. 4.67), та пряму *k* з ухилом 1:2 (рис. 4.68).

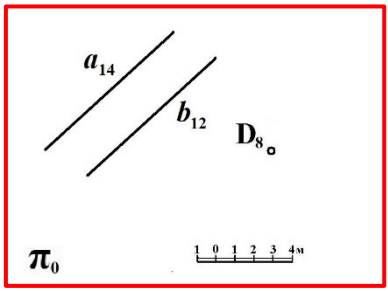


Рис. 4.67

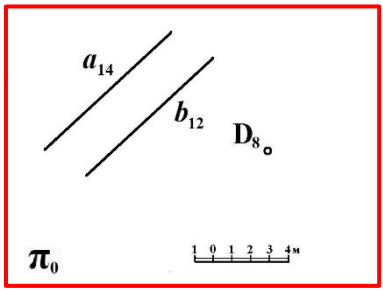


Рис. 4.68

Задача 4.5. Побудувати лінію перетину MN площини α, що задана масштабом ухилу α_i, з площиною β, заданої $\Delta A_6B_3C_2$ (рис. 4.69).

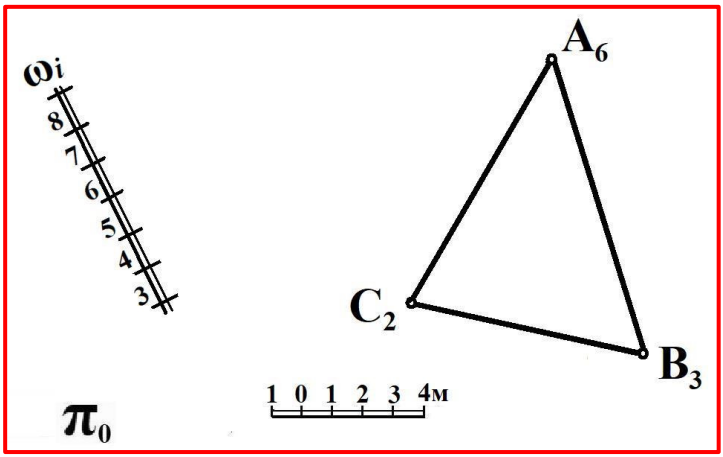


Рис. 4.69

Задача 4.5. Побудувати лінію перетину MN площини α, що задана $\Delta A_2B_7C_6$, з площиною β, заданої прямими $E_{-2}F_8$ і F_8G_1, що перетинаються (рис. 4.70).

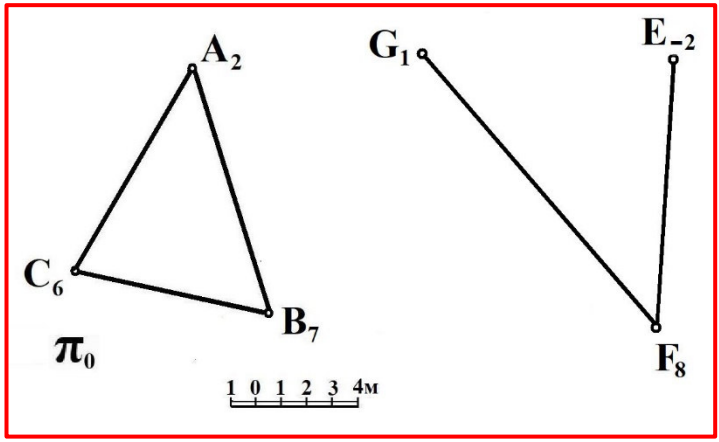


Рис. 4.70

Задача 4.6. Площина α, що задана $\Delta A_9B_5C_6$, по лінії m перетинає площину β (рис. 4.71, 4.72). Задати площину β трикутником DEF за умови, що величини ухилів обох площин є однаковими.

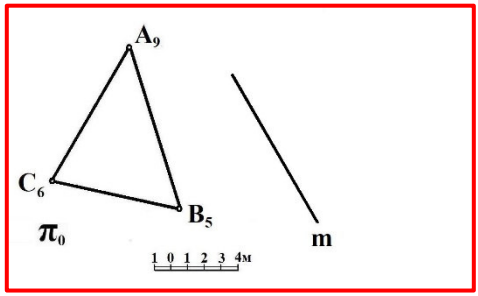


Рис. 4.71

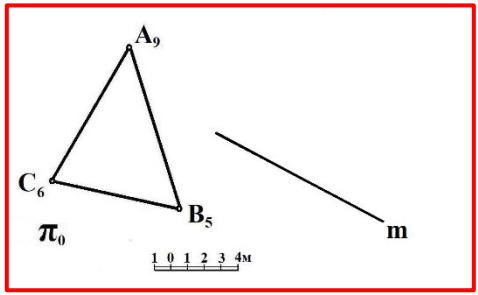


Рис. 4.72

Задача 4.7. Побудувати лінію перетину MN площин α і β, що задані масштабами ухилів α_i та β_i (рис. 4.73, 4.74). На рис. 4.73 α_i // β_i.

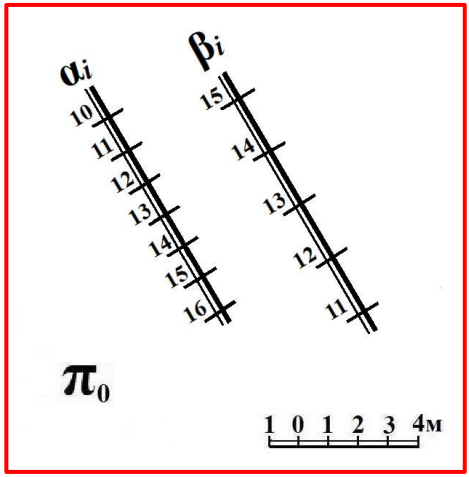


Рис. 4.73

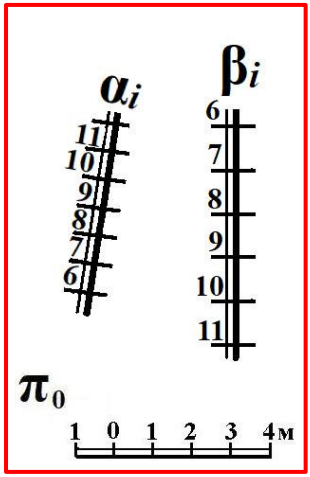


Рис. 4.74

Задача 4.8. Побудувати лінію перетину земляних укосів, якщо підошви укосів мають числову позначку 18.0 (рис. 4.75, 4.76).

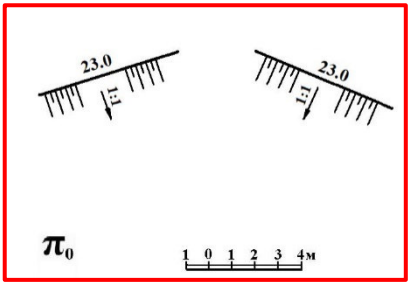


Рис. 4.75

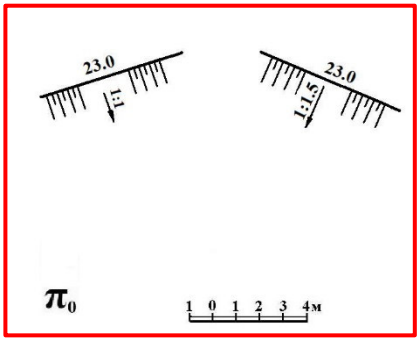


Рис. 4.76

Задача 4.9. Побудувати лінію перетину земляних укосів, якщо бровки укосів перетинаються в точці, що мають числову позначку 23.0 (рис. 4.77, 4.78). Підошви укосів мають числову позначку 19.0.

Примітка: в укосах з нахиленою бровкою після виконання побудов правильно провести бергштрихи.

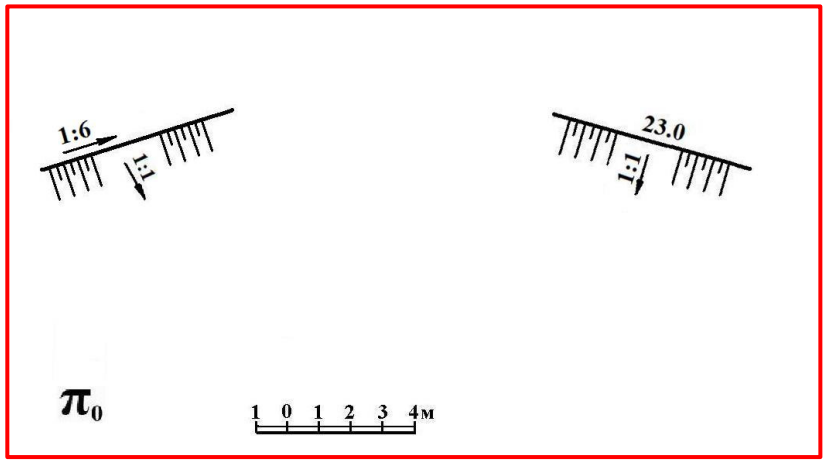


Рис. 4.77

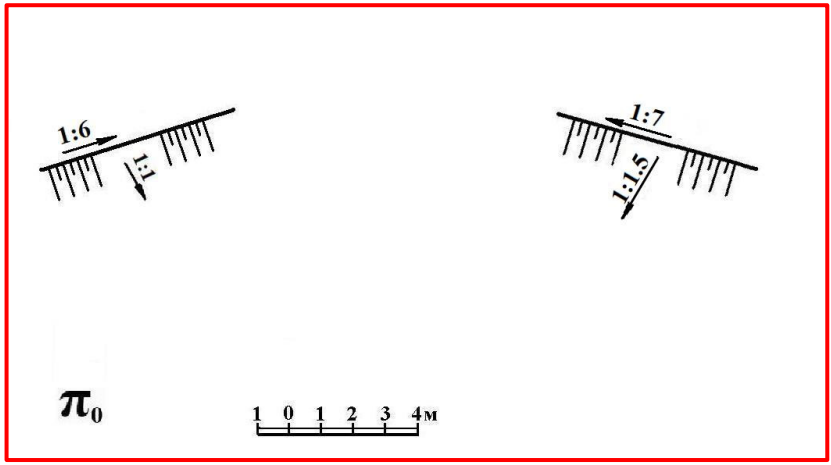


Рис. 4.78

Задача 4.10. Побудувати лінію перетину земляних укосів, якщо бровки укосів мають числову позначку 25.0 (рис. 4.79, 4.80). В укосах провести бергштрихи.

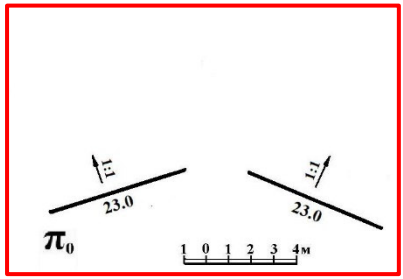


Рис. 4.79

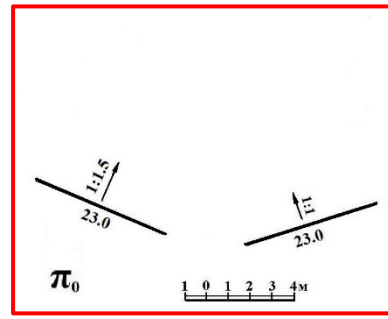


Рис. 4.80

Задача 4.11. Побудувати лінію перетину земляних укосів, якщо підошви укосів перетинаються в точці, що мають числову позначку 23.0 (рис. 4.81, 4.82). Бровки укосів мають числову позначку 27.0. В укосах провести бергштрихи.

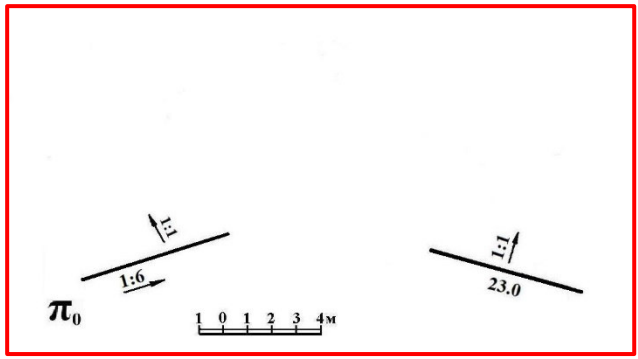


Рис. 4.81

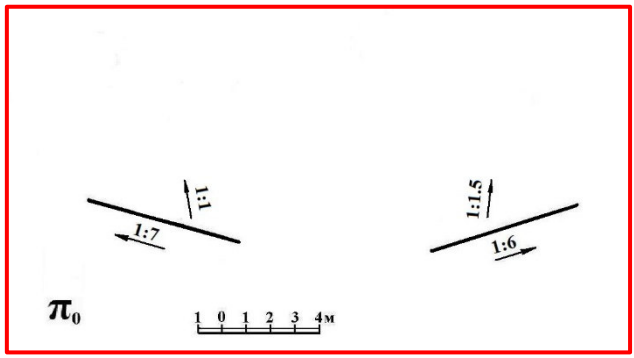


Рис. 4.82

Задача 4.12. Побудувати лінію перетину укосу земляної споруди (дамби) з укосами дороги (рис. 4.83). Земна поверхня в зоні перетину споруд має числову позначку 27.0. Заштрихувати (провести бергштрихи) укоси повністю.

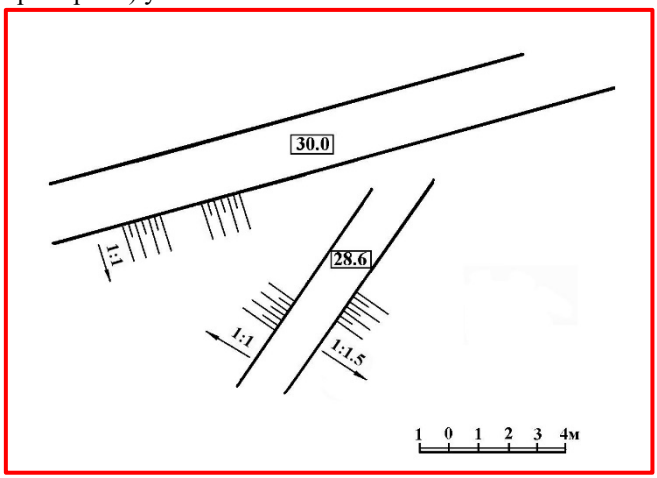


Рис. 4.83

Задача 4.13. Побудувати лінії перетину укосу каналу з укосами апарелі – нахиленої площадки (рис. 4.84). Земна поверхня в зоні перетину споруд має числову позначку 0. В укосах провести бергштрихи.

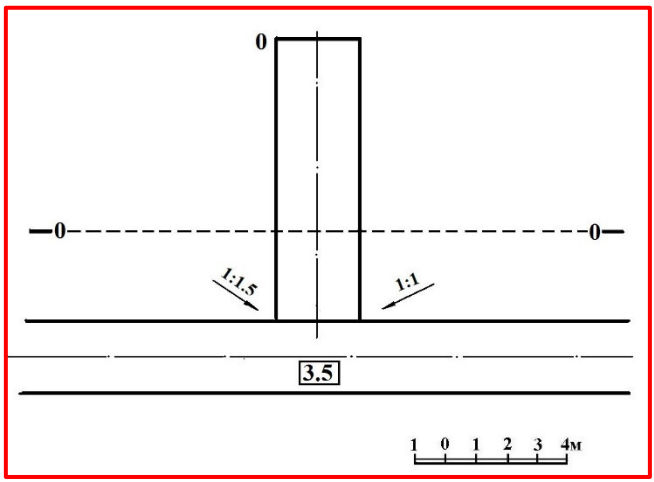


Рис. 4.84

Задача 4.14. Побудувати лінію перетину MN укосів, що примикають до горизонтальної та нахиленої ділянки полотна земляної споруди (рис. 4.85). Земна поверхня в зоні перетину укосів має числову позначку 0. Заштрихувати укоси повністю.

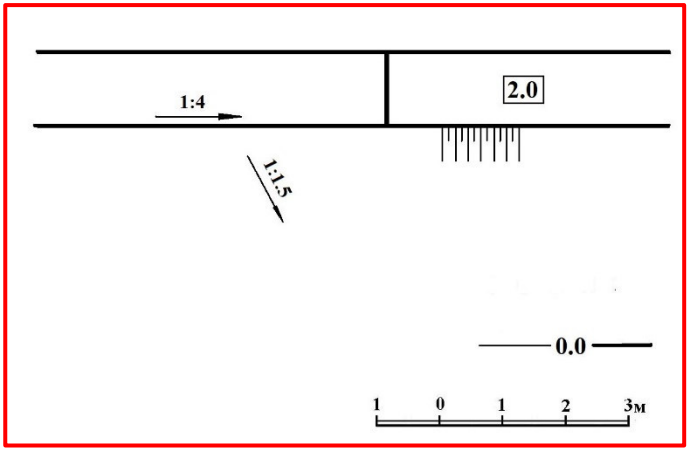


Рис. 4.85

Задача 4.15. Побудувати лінії перетину бічних площин укосів між собою та земною поверхнею. Укоси примикають до горизонтальної площадки земляної дамби, що має контур, який показано на рис. 4.86. Земна поверхня має числову позначку 0.

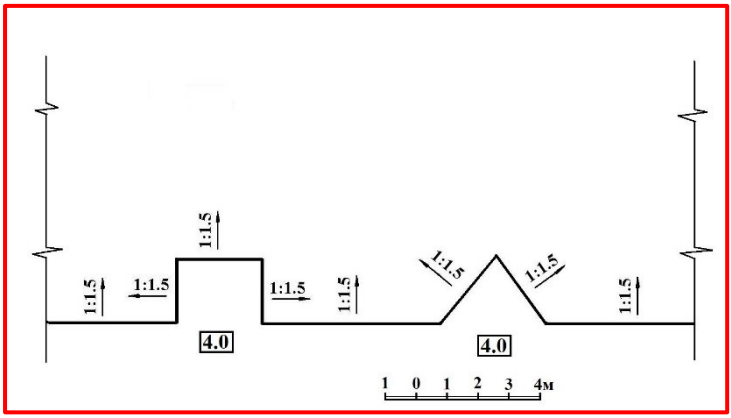


Рис. 4.86

Задача 4.16. Побудувати лінії перетину укосів між собою та земною поверхнею (рис. 4.87–4.90). Укоси примикають до горизонтальної площадки земляної споруди. Земна поверхня має числову позначку 14.0 (рис. 4.87). 12.0 (рис. 4.88), 16.0 (рис. 4.89), -4.0 (рис. 4.90). Побудувати профіль земляної споруди у напрямку 1 – 1. В укосах провести бергштрихи.

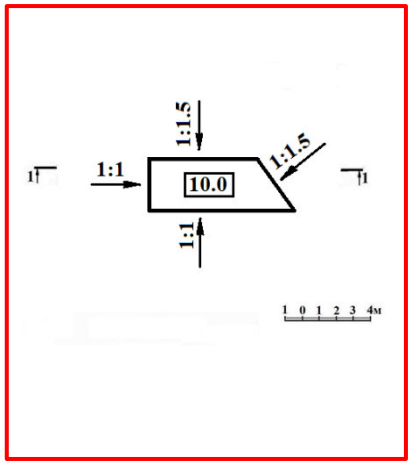


Рис. 4.87

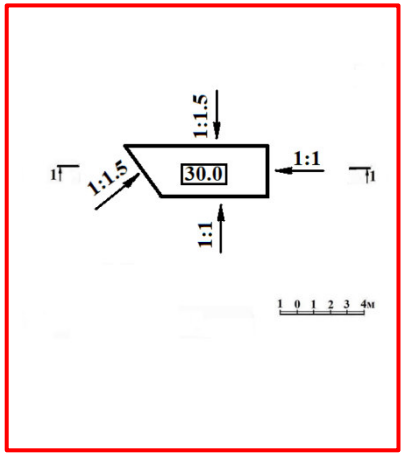


Рис. 4.88

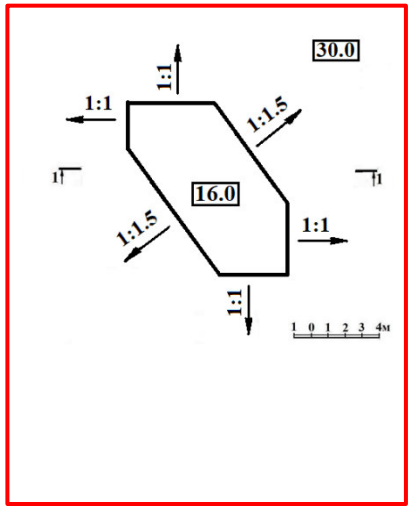


Рис. 4.89

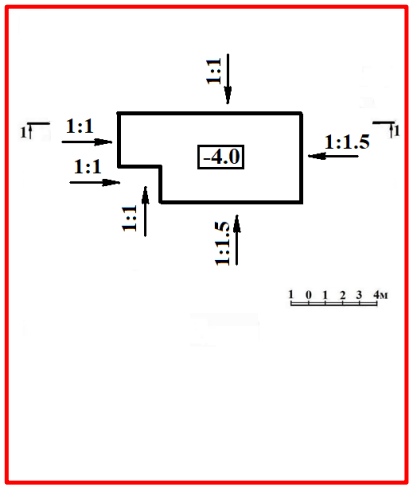


Рис. 4.90

Задача 4.17. Побудувати лінії перетину укосів між собою та земною поверхнею (рис. 4.91, 4.92). Укоси примикають до горизонтального та нахиленого полотна доріг, що перетинаються. Ухили всіх укосів дорівнюють 1:1.5. Земляна поверхня має числову позначку 17.0. В укосах провести бергштрихи.

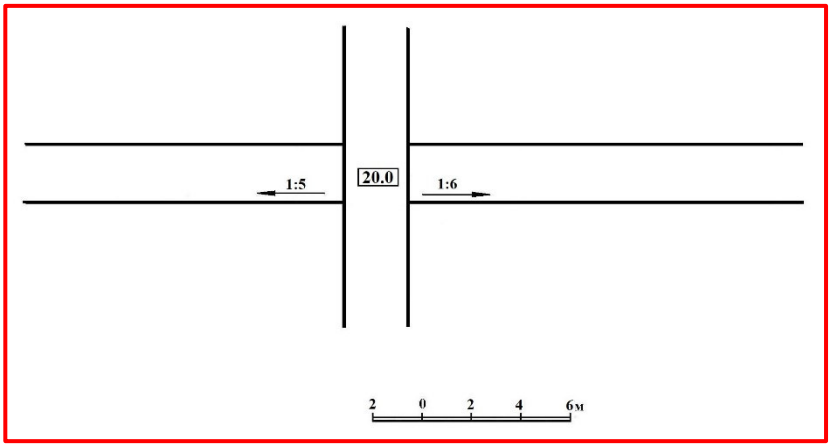


Рис. 4.91

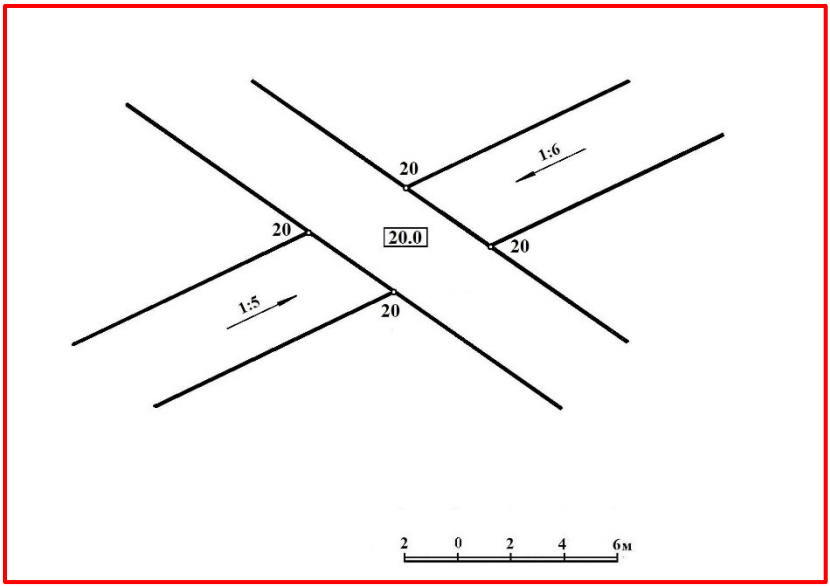


Рис. 4.92

Задача 4.18. На горизонтальной поверхнії землі з числовою позначкою 0 насипана апарель (рис. 4.93). Побудувати лінії перетину укосів між собою та земною поверхнею. В укосах провести бергштрихи.

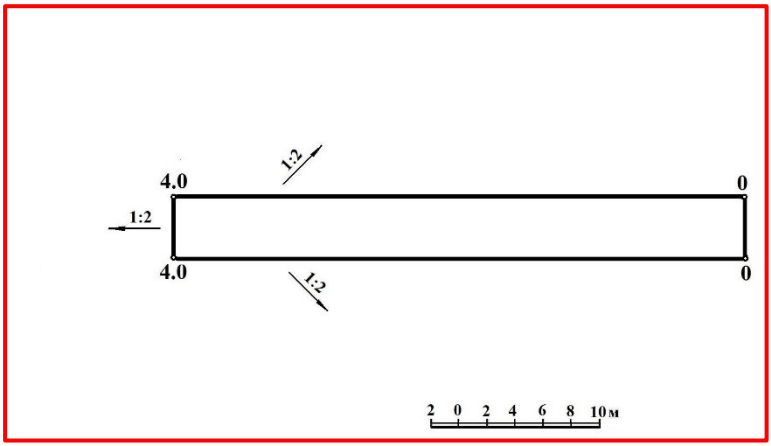


Рис. 4.93

Задача 4.19. Побудувати лінії перетину земляної споруди з укосом насипу (рис. 4.94) або виїмки (рис. 4.95), що примикають до нахиленого полотна дороги. Підошва земляної споруди має числову позначку 20.0 (рис. 4.94), а бровка земляної споруди – 23.0 (рис. 4.95). Провести бергштрихи в укосах.

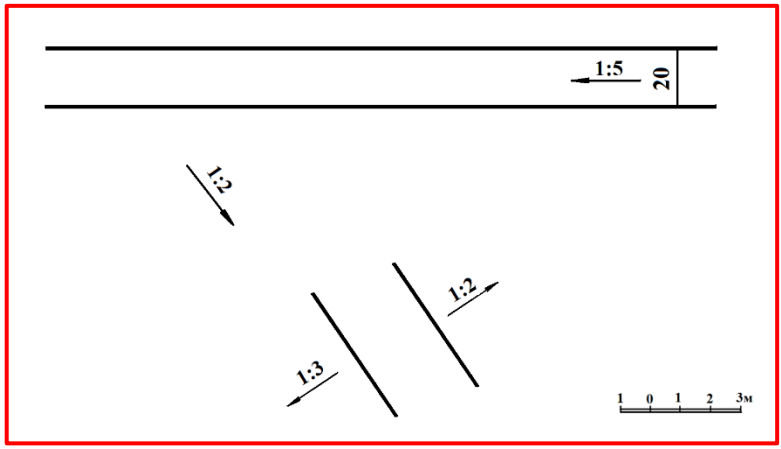


Рис. 4.94

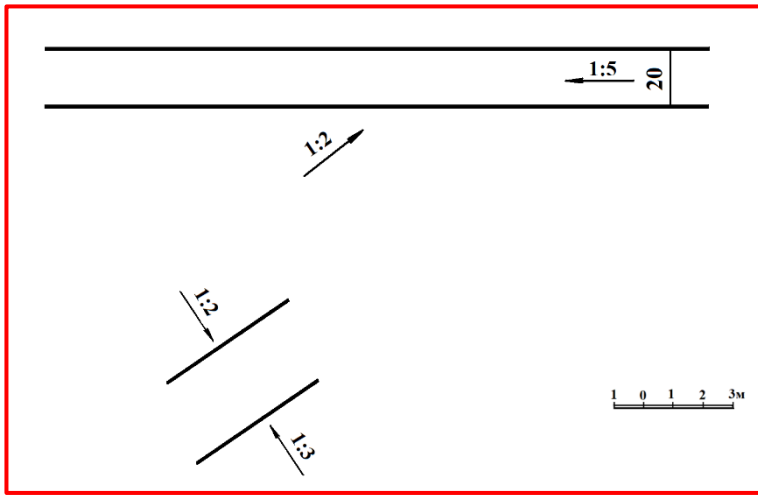


Рис. 4.95

Задача 4.20. Побудувати лінію перетину укосу, що примикає до нахиленого полотна дороги, із плоским косогором (рис. 4.96).

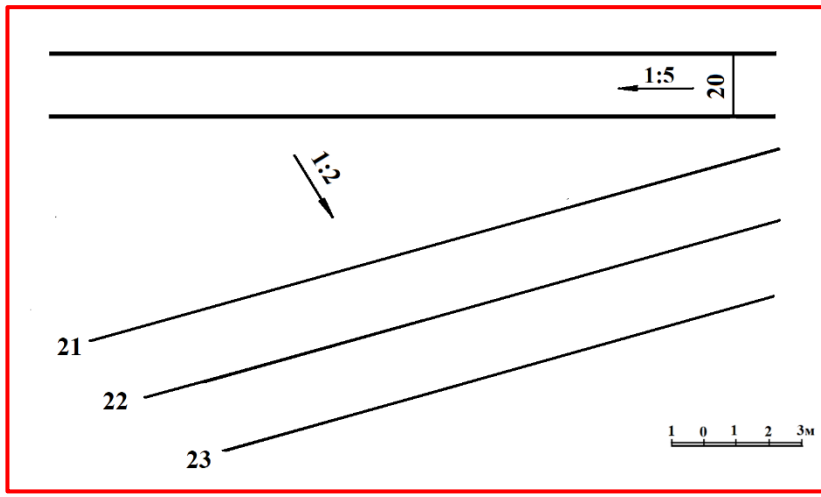


Рис. 4.96

Задача 4.21. Пряма n є лінією перетину площин α і β, у яких масштаби ухилів паралельні (рис. 4.97). Площина α задана трикутником $A_{12}B_{11}C_{10}$. Побудувати масштаб ухилу βі плоищни β.

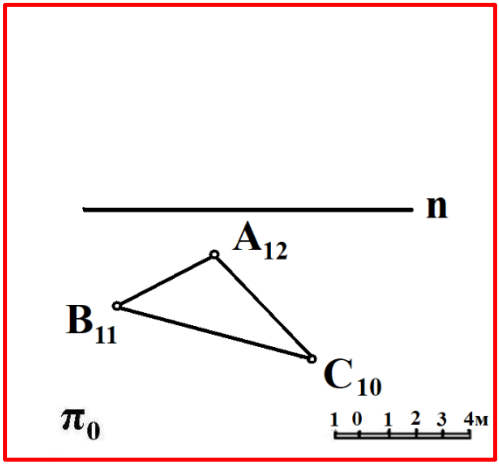


Рис. 4.97

Задача 4.22. Побудувати лінію перетину MN горизонтально-проєкціюючої площини α, заданої своїм слідом α_0^1, з площиною β, заданою трьома точками A_{11}, B_{16}, C_{13} (рис. 4.98).

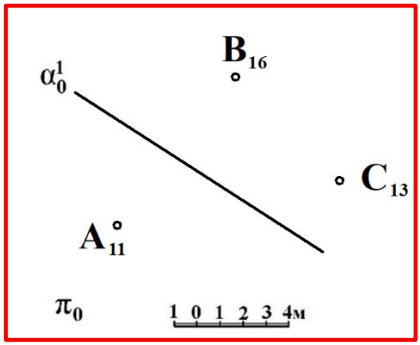


Рис. 4.98

Задача 4.23. Побудувати точку К перетину площини з: прямою АВ (рис. 4.99–4.101) та прямою, що задана точкою А та величиною ухилу (рис. 4.102). Розв'язати задачу способом горизонталей та способом профілю.

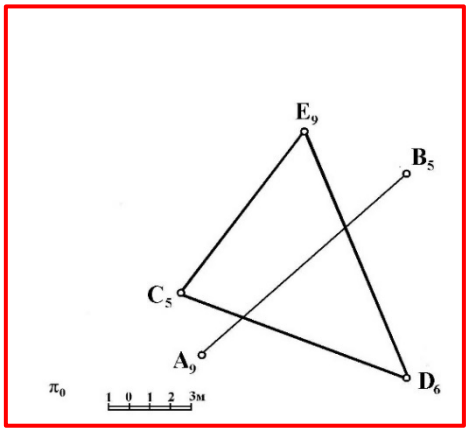


Рис. 4.99

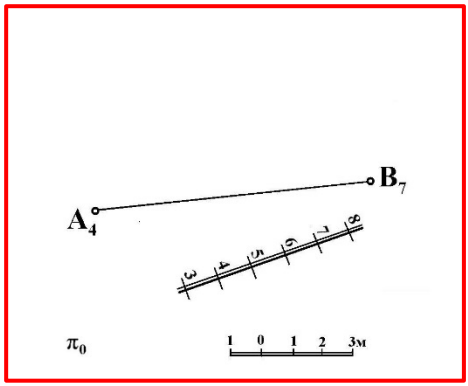


Рис. 4.100

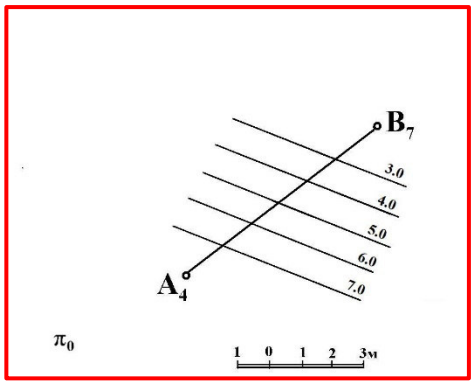


Рис. 4.101

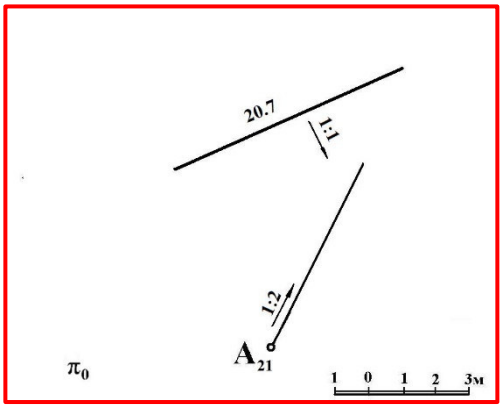


Рис. 4.102

Задача 4.24. Побудувати точку К перетину площини укосу дорожнього полотна з прямою, що задана точкою A_{25} та величиною ухилу (рис. 4.103). В площині укосу провести бергштрихи.

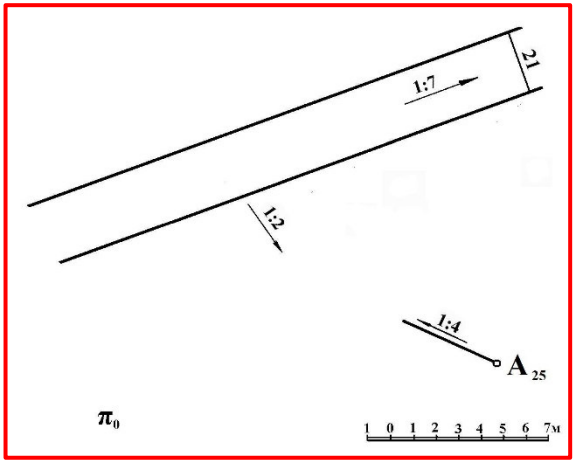


Рис. 4.103

Задача 4.25. Зобразити тінь від стовпа висотою 6 м, який вкопано в точці А підошви земляного укосу (рис. 4.104). Напрям сонячних променів s вказано на плані і вони падають під кутом 45^0 до горизонту.

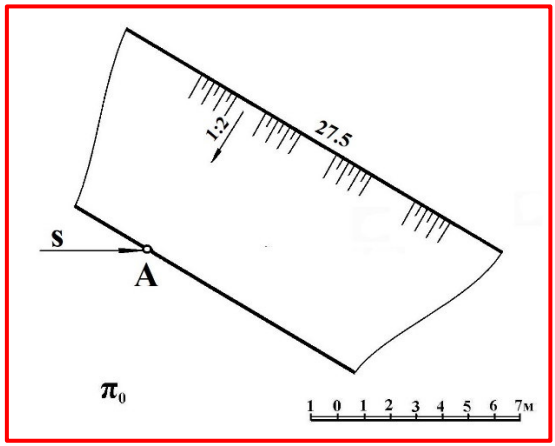


Рис. 4.104

Задача 4.26. Від стовпа, який встановлено в точці A_{25} до скату даху натягнуто провід у напрямку, що показаний стрілкою з ухилом 1:2 (рис. 4.105). Визначити числову позначку (висотну відмітку) точки К кріплення проводу до скату даху. Числова позначка кінця проводу в точці A_{25} дорівнює 25 м.

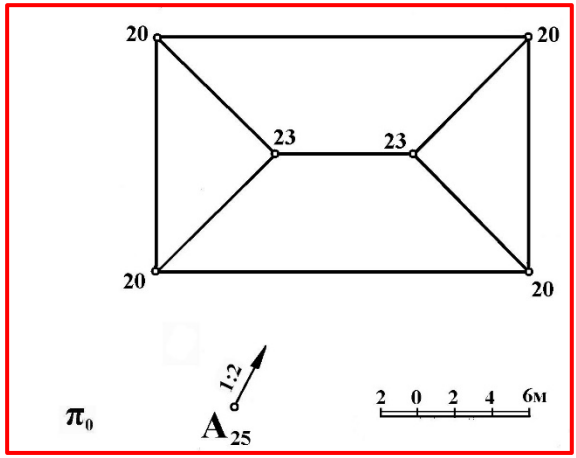


Рис. 4.105

Задача 4.27. Визначити точки перетину (зустрічі) M і N прямої $A_{33.2}B_{31.8}$ з укосами насипу земляної споруди (рис. 4.106). Підошви укосів мають числову позначку 31.0. Визначити видимість прямої $A_{33.2}B_{31.8}$ відносно споруди.

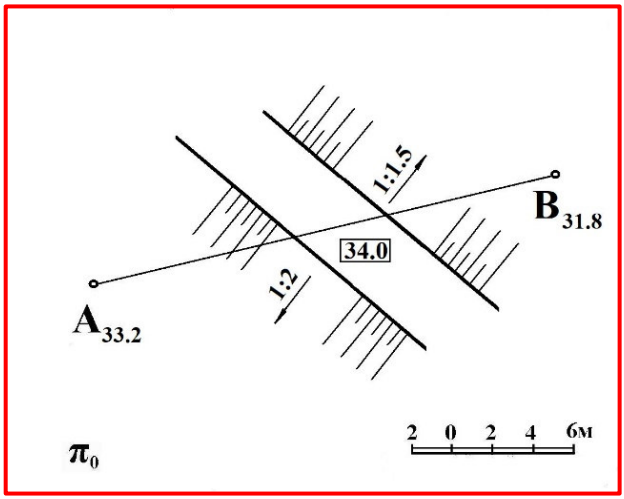


Рис. 4.106

Задача 4.28. З точки А, що належить площині укосу, провести пряму n довжиною 3 м перпендикулярно до площини укосу і показати її проєкцію (рис. 4.107).

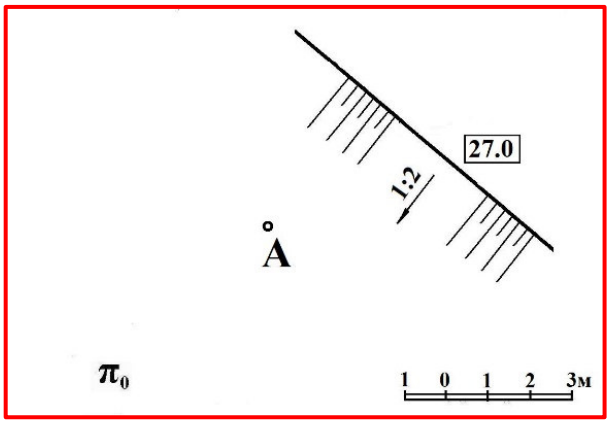


Рис. 4.107

Задача 4.29. Визначити відстань від точки F до площини, що задана масштабом ухилу (рис. 4.108), та трикутником (рис. 4.109).

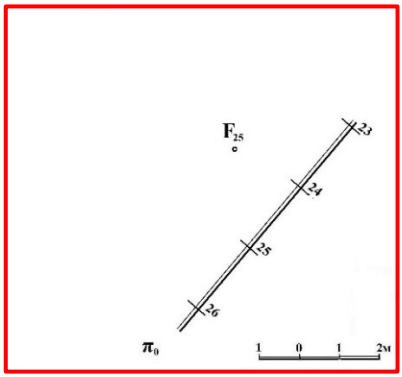


Рис. 4.108

Відповідь: відстань від точки F до площини дорівнює ____ м.

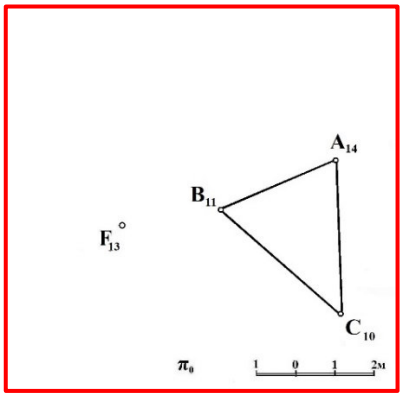


Рис. 4.109

Відповідь: відстань від точки F до площини дорівнює ____ м.

Задача 4.30. На якій глибині зустрінеться пласт, площина якого визначається точками A_{34}, B_{25}, C_{32}, при вертикальному бурінні з точки D_{37} (рис. 4.110).

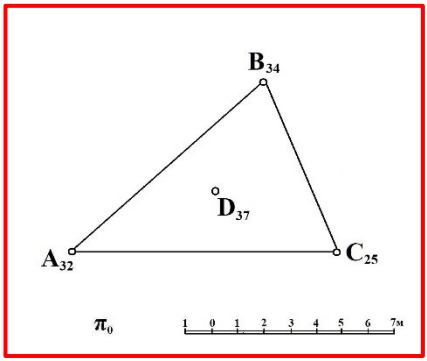


Рис. 4.110

Відповідь: пласт зустрінеться на глибині ____ м.

Задача 4.31. На якій відстані від площини укосу насипі дорожнього полотна знаходиться лампочка, яка підвішена на стовпі в точці A_{32} (рис. 4.111).

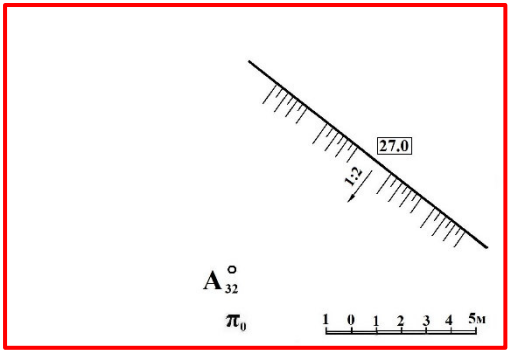


Рис. 4.111

Відповідь: лампочка знаходиться від укосу на відстані ____ м.

Задача 4.32. На якій відстані від бровки та підошви укосу насипі дорожнього полотна знаходиться лампочка, яка підвішена на стовпі в точці A_{32} (рис. 4.112). Знайдені відстані порівняти з відстанню, що отримана в задачі 4.31.

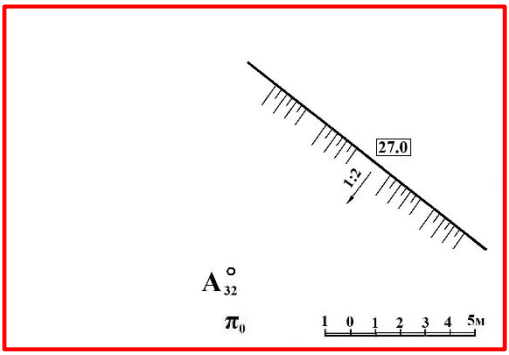


Рис. 4.112

Відповідь: лампочка знаходиться від бровки укосу на відстані ____ м, а від підошви укосу на відстані ____ м.

Задача 4.33. Визначити відстань між паралельними прямими m і n (рис. 4.113). Прямі m і n задано відповідно точками B_9 і A_7 та величиною ухилу 1:1.5.

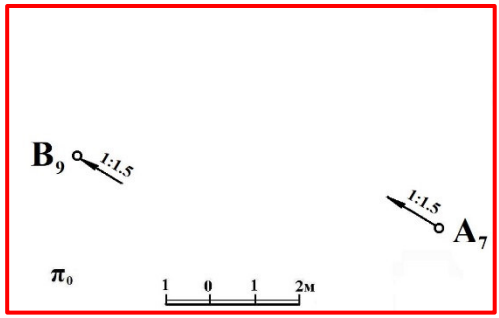


Рис. 4.113

Відповідь: відстань між паралельними прямими дорівнює ____ м.

Задача 4.34. Визначити відстань між паралельними площинами, заданими горизонтальними прямими та величиною ухилу (рис. 4.114).

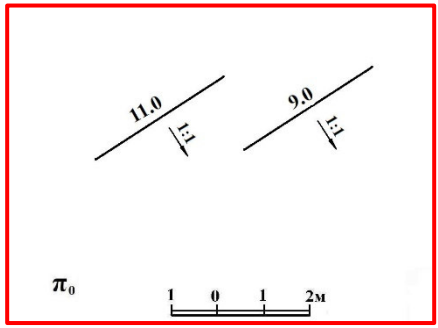


Рис. 4.114

Відповідь: відстань між паралельними площинами дорівнює ____ м.

Задача 4.35. Визначити відстань між мимобіжними прямими A_7B_5 і C_6D_4 (рис. 4.115).

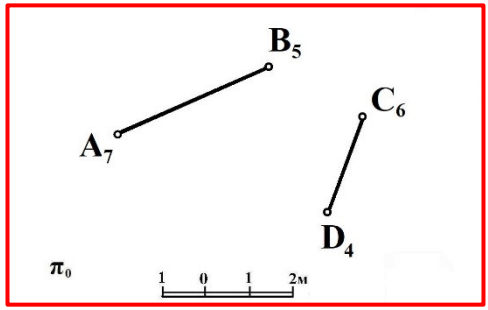
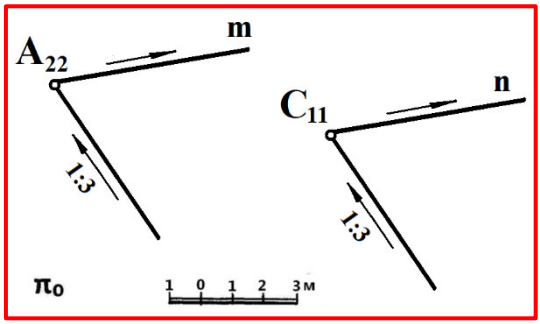


Рис. 4.115

Відповідь: відстань між мимобіжними прямими дорівнює ____ м.

4.3. Приклади тестових завдань до розділу 4

4.1. На рис. 4.116 дві паралельні площини задані прямими, що перетинаються. Точка з числовою позначкою 21 прямої m знаходиться від точки A_{22} на відстані 2 м. На якій відстані від точки C_{11} прямої n знаходиться точка з числовою позначкою 9? Який ухил мають прямі m і n?



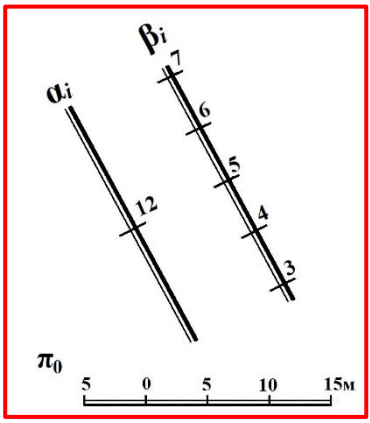
- 2м
- 4м
- 6м
- 1м

- 1:1
- 1:1.5
- 1:2
- 1:4

Рис. 4.116

4.2. На рис. 4.117 дві паралельні площини α і β задані масштабами ухилів α_i і β_i. Який ухил мають площини α і β? На якій відстані, зверху чи знизу від точки з числовою позначкою 12 масштабу ухилу α_i буде знаходитися точка з числовою позначкою 10?

Примітка: при визначенні ухилу використовувати лінійний масштаб.



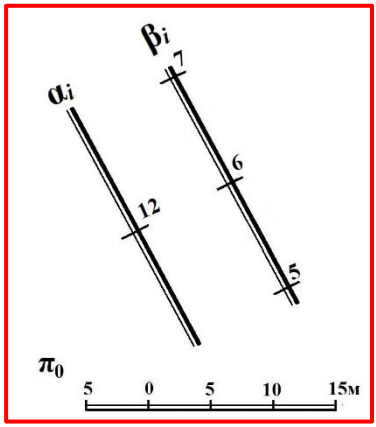
- 1:1
- 1:2
- 1:4
- 1:5

- 5м зверху
- 5м знизу
- 10м зверху
- 10м знизу
- 15м зверху
- 15м знизу
- 20м зверху
- 20м знизу

Рис. 4.117

4.3. Площини α і β – взаємно перпендикулярні (рис. 4.118). Який інтервал має площина β? Який інтервал має площина α?

Примітка: при визначенні інтервалу використовувати лінійний масштаб.



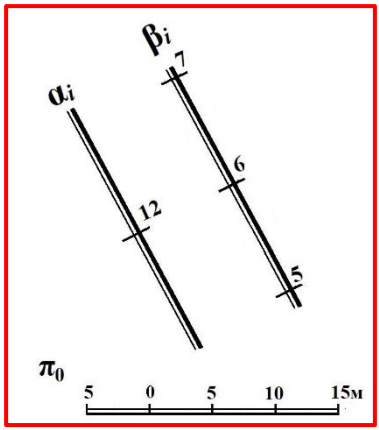
- **5м**
- **10м**
- **15м**
- **20м**

- **2.5м**
- **5м**
- **10м**
- **15м**

Рис. 4.118

4.4. Площини α і β – взаємно перпендикулярні (рис. 4.119). Який ухил має площина β? Який ухил має площина α?

Примітка: при визначенні ухилу використовувати лінійний масштаб.



- **1:2**
- **1:4**
- **1:5**
- **1:10**

- **1:1**
- **1:2.5**
- **1:4**
- **1:5**

Рис. 4.119

4.5. Площини α і β – взаємно перпендикулярні (рис. 4.120). На якій відстані, зверху чи знизу від точки з числовою позначкою 12 масштабу ухилу α_i буде знаходитися точка з числовою позначкою 10?

Примітка: при визначенні відстані використовувати лінійний масштаб.

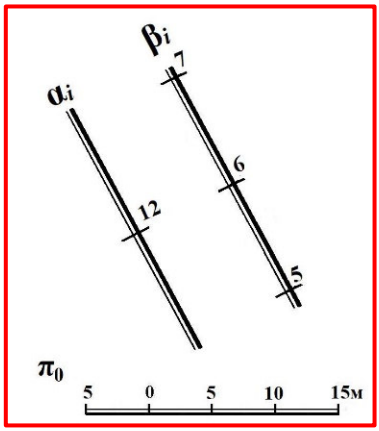


Рис. 4.120

- **2.5м зверху**
- **2.5м знизу**
- **5м зверху**
- **5м знизу**
- **10м зверху**
- **10м знизу**
- **15м зверху**
- **15м знизу**

4.6. Основа масштабу (одиниця довжини) дорівнює 10 м. Інтервал площини 5 м. Який інтервал повинна мати пряма, перпендикулярна до площини?

- **5м**
- **10м**
- **15м**
- **20м**

4.7. Основа масштабу (одиниця довжини) дорівнює 10 м. Інтервал площини 20 м. Який ухил повинна мати пряма, перпендикулярна до площини?

- **1:2**
- **1:2.5**
- **1:5**
- **1:10**
- **1:20**

Розділ 5. Проєкції поверхонь

5.1. Теоретичні відомості

При проєкціюванні різних земляних споруд, будівельних майданчиків, доріг, гребель, дамб, каналів і т.д. застосовують як поверхні, що задаються аналітичним способом і підпорядковуються строгим математичним закономірностям (геометричні поверхні), так і поверхні, які задаються тільки каркасом – сукупністю ліній, що лежать на поверхні (графічні або каркасні поверхні).

До геометричних поверхонь відносять всі лінійчаті поверхні та криві поверхні, які можуть бути описані математичними рівняннями. В проєкціях з числовими позначками найбільш поширеними з них є конічні поверхні та поверхні однакового ухилу. Прикладом каркасної поверхні є земна поверхня, утворення якої не підпорядковано ніяким математичним законам.

Незалежно від того зображується геометрична чи каркасна поверхні, їх у більшості випадків задають горизонталями, що є проєкціями ліній перетину поверхні з горизонтальними площинами, які проводять через певні проміжки, що дорівнюють, як правило, одиниці масштабу. Побудова таких горизонталей є задачею градуювання поверхні. Сукупність горизонталей утворює дискретний каркас поверхні, що дозволяє розв'язувати різні інженерно-будівельні задачі. Крім горизонталей поверхонь, важливо знати розміщення ліній найбільшого ухилу поверхонь. Якщо з'єднати лінією найменші інтервали між горизонталями, то отримуємо лінію найбільшого ухилу поверхні, яка в даній точці поверхні нахилена до горизонтальної площини під найбільшим кутом серед ліній поверхні і є перпендикулярною до горизонталі поверхні, що проходить через цю точку.

5.1.1. Проєкції багатогранників

Багатогранні поверхні земляних споруд на плані можна задавати проєкціями їх ребр, і, оскільки в проєкціях з числовими

позначками доводиться визначати форму об'єктів за однією із ортогональних проєкцій, то обов'язково потрібно вказувати числові позначки вершин багатогранників.

На рис. 5.1 показано утворення зображення піраміди ABCS на площині нульового рівня π_0, а на рис. 5.2 – зображення цієї

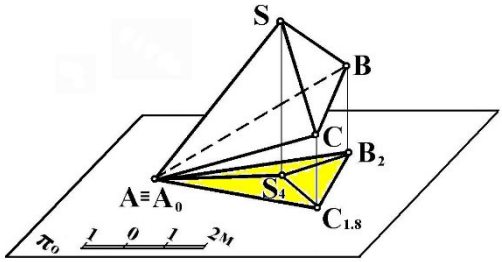


Рис. 5.1. Утворення зображення піраміди на площині нульового рівня

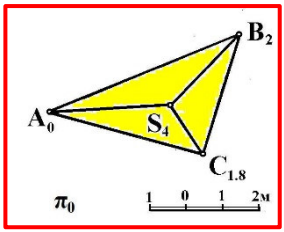


Рис. 5.2. Зображення на плані піраміди

піраміди на плані (площині π_0). У піраміді ABCS (рис. 5.3) основою є ΔABC, що розміщений в π_0. Проградуювавши ребра A_0S_5 і C_0S_5, можна в площині грані ASC побудувати горизонталі, наприклад, з позначками 3.0 і 4.0. Провівши в бічних гранях лінії найбільшого ухилу S_5K_0, S_5L_0, S_5M_0, можна визначити, що грань ASC має найменший ухил відносно π_0, тобто є найбільш пологою серед бічних граней піраміди, оскільки довжина відрізка S_5M_0 є більшою від довжин відрізків S_5K_0 і S_5L_0 за однаковим підйомом відрізків. Якщо зображена правильна піраміда (рис. 5.4) і її основа паралельна чи лежить в π_0, то ухили всіх бічних граней однакові, оскільки будуть однаковими довжини відрізків S_5K_0, S_5L_0, S_5M_0 ліній найбільшого ухилу цих граней.

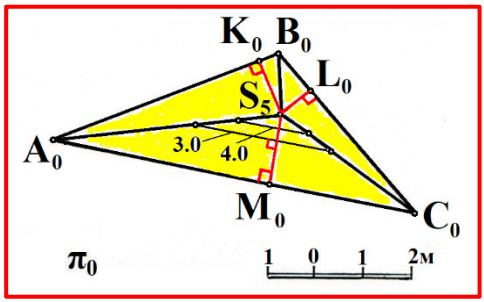


Рис. 5.3. Зображення на плані піраміди

На рис. 5.5 зображена проєкція $A_0B_0C_0N_3M3L_3$ призми *ABCNML*. У цієї призми бічні ребра паралельні, оскільки їх проєкції паралельні, закладання та підйоми відрізків ребр

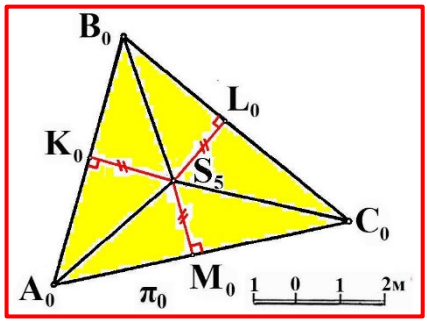


Рис. 5.4. Зображення на плані правильної піраміди

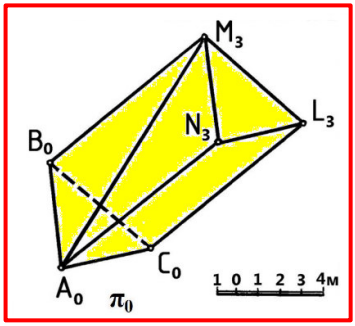


Рис. 5.5. Зображення на плані призми

однакові, а числові позначки точок ребр зростають в одному напрямку. Нижня та верхня основи призми паралельні, оскільки є паралельними дві прямі (сторони основи) , що перетинаються, нижньої та верхньої основи, наприклад, MN і ML (нижня основа) паралельні відповідно до BA і BC (верхня основа). Пряма A_0M_3 належить грані $A_0B_0M_3N_3$, оскільки точки A_0 і M_3 належать цій грані.

На інженерно-будівельних кресленнях багатогранні поверхні часто задають проєкцією однієї грані (наприклад, полотна дороги, дна котлована, гребнем греблі, дамби) та величиною ухилу інших граней (наприклад, укосів вищеназваних земляних споруд). Так, зображені на рис. 4.15 насипна споруда і на рис. 4.16 котлован є багатогранною поверхнею (призмою), що задана числовою позначкою верху насипної споруди (22.0), дна котлована (13.0) та величиною ухилів укосів цих споруд. Таке задання багатогранної поверхні цілком їх визначає і є зручним для розв'язування інженерно-будівельних задач на визначення меж та обсягів земляних робіт тощо.

5.1.2. Проєкції кривих поверхонь

5.1.2.1. Конічні поверхні

Найбільш поширеними при будівництві земляних об'єктів є споруди, поверхні яких є конічними. Окремі частини земляних споруд є поверхнями прямого колового конуса (конуса обертання) з вертикальною віссю обертання твірних, причому конус може бути повернутим як вершиною вверх (укоси насипу доріг, гребель, дамб тощо), так і вершиною вниз (укоси виїмок котлованів, доріг, каналів тощо).

На рис. 5.6 зображено конус обертання з вертикальною віссю, який розсічено горизонтальними площинами w^0, w^1, w^2, що знаходяться одна від одної на відстані одиниці довжини лінійного масштабу (1м). Площина w^0 збігається з площиною

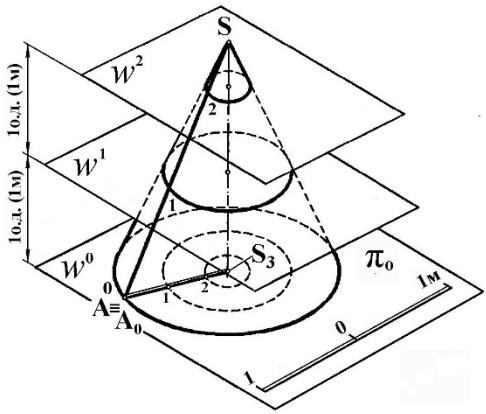


Рис. 5.6. Утворення зображення конуса обертання на площині нульового рівня

нульового рівня π_0. Відстань між суміжними січними горизонтальними площинами називають висотою перерізу, яка, як правило, дорівнює одиниці довжини, найбільш часто 1 м. Лініями перетину бічної поверхні конуса горизонтальними площинами w^0, w^1, w^2 є кола – горизонталі конуса з центром на вертикальній осі. На площину π_0 ці кола проєкціюються в концентричні кола, а вертикальна вісь обертання і вершина конуса S – в одну точку S_3, яка є центром цих кіл. Якщо відстань між суміжними січними горизонтальними площинами w^0, w^1, w^2

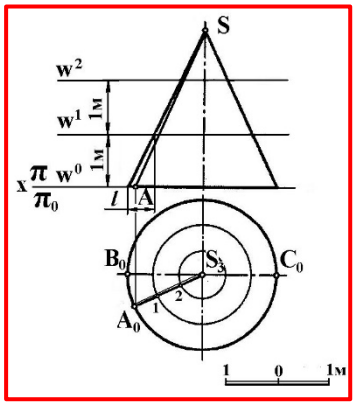


Рис. 5.7. Зображення конуса обертання

дорівнює одиниці довжини (1 м), то радіус одного кола буде відрізнятися від радіуса суміжного кола на величину інтервала *l* твірних конічної поверхні, наприклад, твірної SA (рис. 5.7), тобто для даної поверхні інтервали є рівними для всіх твірних. Проградуйовану проєкцію будь-якої твірної можна розглядати як масштаб ухилу поверхні, а саму твірну – як лінію найбільшого ухилу поверхні конуса, а горизонталі, які градуюють дану поверхню, градуюють і всі її твірні. Таким чином, поверхня конуса обертання має однаковий ухил за всіма напрямками: ухил твірної SA дорівнює ухилу твірних SB і SA (рис. 5.7).

На рис. 5.7 показано проєкцію S_3 вершини конуса S і проєкції горизонталей конуса 0, 1, 2, а також проградуйована проєкція S_3A_0 довільно взятої твірної SA, яка є масштабом ухилу поверхні конуса обертання.

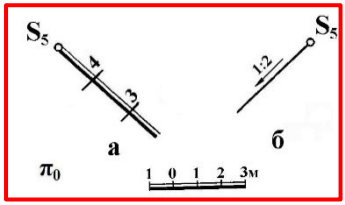


Рис. 5.8. Можливе задання конуса обертання на плані

Поверхня конуса обертання з вертикальною віссю може бути задана проєкцією її вершини з числовою позначкою (рис. 5.8, *а*) або замість масштабу

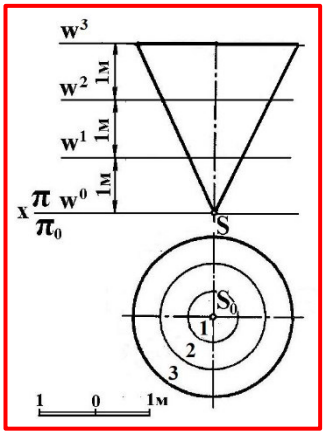


Рис. 5.9. Зображення конуса обертання з вершиною вниз

ухилу вказують величину ухилу твірної поверхні і напрям її спуску (рис. 5.8, *б*).

На рис. 5.9 зображено також конус обертання з вертикальною віссю, але з вершиною вниз.

На рис. 5.10 показано утворення та зображення поверхні нахиленого колового (еліптичного) конуса або конуса другого порядку у вигляді горизонталей поверхні. Горизонталями такого конуса є також кола, але ексцентричні зі зміщеними центрами, тобто інтервали твірних з одного боку поверхні від площини симетрії мають різні ухили. Слід зазначити, що з двох боків поверхні від площини симетрії існує по одній твірній з однаковим ухилом. Твірні S_3B_0 і S_3C_0 мають відповідно найменший та найбільший інтервали серед твірних такого конуса і є лініями перетину площини симетрії конуса з поверхнею конуса. Всі інші твірні мають проміжні значення інтервалів. Наприклад, інтервал твірної S_3A_0 менший за інтервал твірної S_3C_0, але більший за інтервал твірної S_3B_0. Твірна S_3A_0 має найменший інтервал або найбільший ухил серед усіх твірних і для еліптичного конуса є лінією найбільшого ухилу.

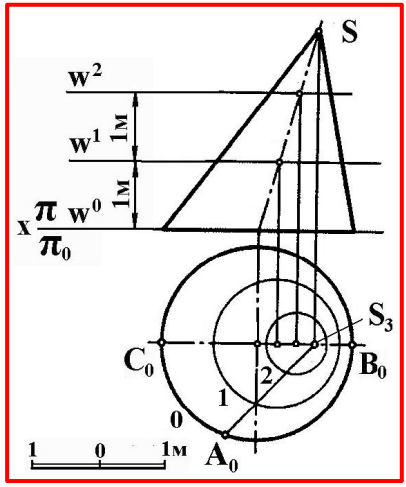


Рис. 5.10. Зображення еліптичного конуса

Взагалі лінія найбільшого ухилу поверхні є безперервною множиною найменших інтервалів цієї поверхні.

Поверхню еліптичного конуса на плані можна задати однією горизонталлю та вершиною або двома горизонталями. Щоб проградувати поверхні еліптичного конуса, задані такими елементами, потрібно спроєкціювати їх на вертикальну площину π, паралельну площині симетрії (рис. 5.10). Далі визначаємо проєкції центрів кіл на площині π і градуюємо пряму, яка проходить через ці центри або через один центр кола і вершину

конуса. Точки з цілочисельними позначками на цій прямій будуть проєкціями центрів кіл на площині π. Ці проєкції центрів кіл проєкціюємо на площину π_0. Із отриманих на π_0 точок, як із центрів, проводимо кола, радіуси яких можна виміряти на проєкціях кіл, отриманих на площині π.

При проєктуванні та будівництві об'єктів на земній поверхні використання конічних поверхонь є найбільш затребуваним. Покажемо лише один аспект застосування описаних поверхонь на прикладі перетину плоских укосів. Замість того, щоб будувати лінію перетину таких укосів між собою, вводять проміжні конічні поверхні і будують лінії перетину плоских укосів з уведеним додатковим укосом, що має конічну поверхню. Таке введення конічних поверхонь значно зменшує обсяг будівельних робіт та покращує естетичне сприйняття споруди. На рис. 5.11 показано спряження між собою

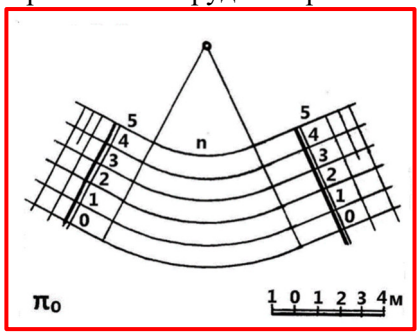


Рис. 5.11. Спряження укосів за їх однаковими ухилами поверхнею конуса обертання

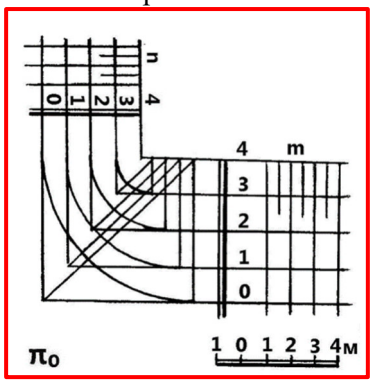


Рис. 5.12. Спряження укосів при їх різних ухилів поверхнею еліптичного конуса

плоских земляних укосів, що мають однакові ухили (інтервали), за допомогою поверхні конуса обертання, а на рис. 5.12 спряження плоских земляних укосів, що мають різні ухили(інтервали), відбувається по поверхні еліптичного конуса.

В курсі нарисної геометрії розглядався перетин конуса обертання площиною і було визначено, що лінія перетину

поверхні конуса з площиною залежить від того, чи містить конус твірні, паралельні до січної площини. Якщо січна площина w^1 (рис. 5.13) перетинає всі твірні конуса і не перпендикулярна до його осі, то в перерізі утворюється еліпс (на рис. 5.13 $\overline{w}^1$, $\overline{w}^2$, $\overline{w}^3$ – сліди-проєкції площин w^1, w^2, w^3, які перпендикулярні до вертикальної площини π). Якщо січна площина w^2 паралельна до однієї твірної конуса ($\overline{w}^2 // \overline{l}^1$), то перерізом буде парабола. Якщо січна площина w^3 паралельна до двох твірних конуса ($\overline{w}^3 // \overline{l}^2, \overline{l}^3$), то перерізом буде гіпербола. Якщо січна площина w^4 (рис. 5.14) проходить через вершину S конуса, то перерізом будуть дві прямі (твірні конуса), що перетинаються в точці S.

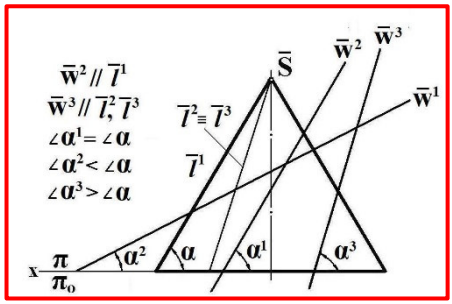


Рис. 5.13. Перетин поверхні конуса січними площинами w^1, w^2, w^3

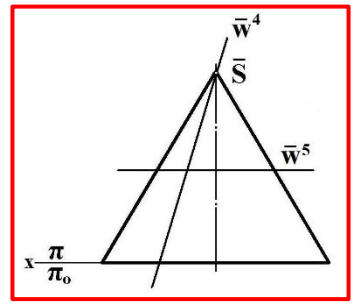


Рис. 5.14. Перетин поверхні конуса січними площинами w^4, w^5

Якщо січна площина w^5 (рис. 5.14) паралельна до основи конуса, то її лінією перетину з поверхнею конуса буде коло.

Аналогічно при перетині поверхні конуса обертання з площиною в проєкціях з числовими позначками утворюються різні види ліній залежно від того, які ухили мають площини та поверхня конуса (ухил поверхні конуса визначається ухилом її твірних). На рис. 5.15 показано перетин плоского укосу γ з укосом β, який має поверхню конуса обертання з віссю, перпендикулярною до горизонтальної площини. Обидва укоси мають однаковий ухил, а, отже, і однаковий інтервал. У таких укосах і кути їх нахилу до горизонтальної площини проєкцій також є однаковими (на рис. 5.13 $\angle\ \alpha^1 = \angle\ \alpha$). Це можливо, якщо

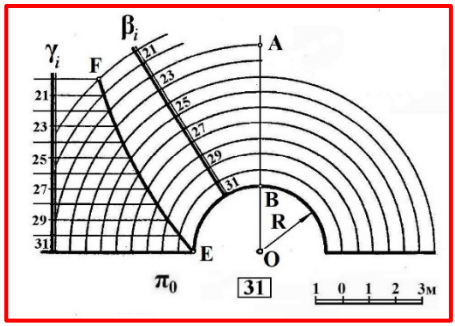


Рис. 5.15. Перетин укосів γ і β, що мають однакові ухили

площина укосу γ (на рис. 5.13 площина w^2 є її аналогом, де $\overline{w}^2 // \overline{l}^1$), яка перетинає укіс β, що є поверхнею конуса обертання, паралельна до однієї твірної конуса. На рис 5.15 площина укосу γ паралельна до твірної АВ поверхні укосу β і перетинає укіс β по лінії EF, яка є параболою.

На рис. 5.16 ухил плоского укосу ω є меншим за ухил конічного укосу β, а, отже, інтервал укосу ω буде більшим за інтервал укосу β. Кут нахилу укосу ω (на рис. 5.13 площина w^1 є її аналогом) буде меншим за кут нахилу укосу β (на рис. 5.13 $\angle\ \alpha^2 < \angle\ \alpha$). В цьому випадку площина укосу ν перетинає всі твірні укосу β в межах його розсічення і лінією їх перетину буде еліпс, частина якого KL зображена на рис. 5.16.

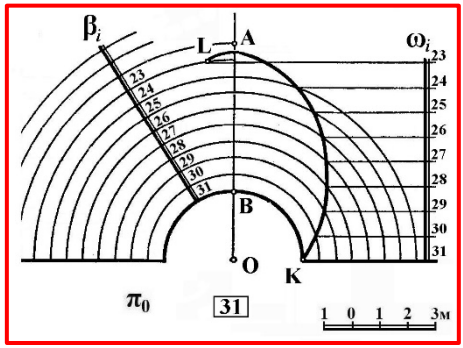


Рис. 5.16. Перетин укосів γ і β, коли ухил укосу ν менший за ухил укосу β

Якщо ухил площини укосу буде більшим за ухил конічного укосу, а інтервал відповідно меншим, то кут нахилу площини укосу буде більшим за кут нахилу конічного укосу (на рис. 5.13 $\angle\ \alpha^3 > \angle\ \alpha$). В цьому випадку площина укосу буде паралельною до двох твірних (на рис. 5.13 $\overline{w}^3 // \overline{l}^2, \overline{l}^3$) і перетинатиме конічний конус по гіперболі.

Якщо конічний укіс β (рис. 5.15, 5.16) перетнути площиною, яка проходить через його вершину (на рис. 5.15, 5.16 точка 0 – проєкція вершини конуса на горизонтальну площину), то лінією перетину будуть дві прямі (твірні поверхні конуса), що перетинаються у вершині конуса. На рис. 5.15, 5.16 зображено

половина поверхні зрізаного конуса обертання, тому відповідно до зображення на рис. 5.15, 5.16 така площина перетинає конічний укіс по прямій АВ – твірній конічної поверхні укосу β.

5.1.2.2. Циліндрична поверхня

Бічна поверхня циліндра з вертикальною твірною в проєкціях з числовими позначками стає перпендикулярною до площини π_0, і її проєкція на π_0 є проєкцією всієї поверхні. Цю поверхню використовують, наприклад, для визначення точок перетину кривої лінії із земною поверхнею. Якщо твірні циліндричної поверхні розміщені горизонтально, то ті з них, які мають цілі значення числових позначок, можна використовувати для градуювання поверхні, тобто для задання циліндричної поверхні горизонталями.

Напівциліндр з горизонтальними твірними зображено на рис. 5.17. Щоб проградуювати його бічну поверхню, якщо відоме положення обрисових твірних поверхні і їх числові позначки, потрібно побудувати проєкцію поверхні на вертикальній площині π, розмістивши площину π перпендикулярно до твірних. Пряма АВ перпендикулярна до твірних і є діаметром нормального перерізу циліндричної поверхні. Приймаємо, що АВ має числову позначку 7.0 обрисових твірних. Проводимо на відстані 1 м одна від одної сітку прямих 8.0, 9.0, 10.0, паралельних до АВ, і визначаємо точки перетину цих прямих з проєкцією поверхні циліндра на площині π, за якими будуємо горизонталі 8.0, 9.0 і 10.0 поверхні циліндра.

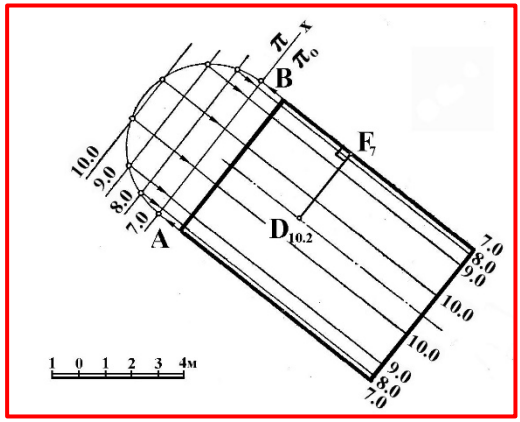


Рис. 5.17. Зображення циліндричної поверхні

Проєкція лінії найбільшого ухилу поверхні проходить через будь-яку точку бічної поверхні і збігається з проєкцією нормального перерізу такої поверхні площиною. На рис. 5.17 лінія ухилу $D_{10.2}F_7$ поверхні проходить через точку $D_{10.2}$ поверхні і є дугою кола.

5.1.2.3. Циліндроїд

Циліндроїд відноситься до сімейства лінійчатих поверхонь з двома криволінійними напрямними. В проєкціях з числовими позначками прямолінійна твірна, яка описує поверхню циліндроїда, переміщується по двом напрямним паралельно до площини π_0, тобто твірні поверхні циліндроїда є горизонтальними прямими. На рис. 5.18 зображена поверхня циліндроїда (фрагмент полотна дороги), де A_6B_{10} і C_6D_{10} – напрямні (бровки полотна дороги), A_6C_6, 7-7, 8-8, 9-9, $B_{10}D_{10}$ – твірні (горизонталі полотна дороги). Горизонталі полотна дороги, зазвичай, перпендикулярні до осі дороги. Нагадуємо, що пряма перпендикулярна до кривої лінії в даній її точці, якщо вона проходить через цю точку і перпендикулярна до прямолінійної дотичної в цій точці.

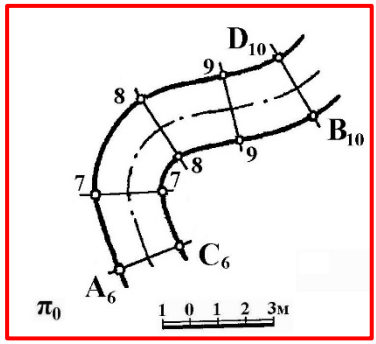


Рис. 5.18. Зображення поверхні циліндроїда

5.1.2.4. Коноїд

Коноїд відноситься до сімейства лінійчатих поверхонь з двома напрямними, але одна з них є прямолінійною. Часто заокруглення дороги на плані виконується по дузі кола (рис. 5.19). Бровку A_5B_8 можна розглядати як проєкцію криволінійної напрямної, а прямі, що проходять через точки A_5, 6, 7, B_8, – як проєкції твірних коноїда, у якого другою напрямною

є вертикальна пряма N_5M_8. Всі твірні такого коноїда є горизонтальними прямими, проєкції яких розміщено радіально.

Розміщення точок з цілими числовими позначками на бровках такої дороги, тобто градуювання бровок, можна здійснити, використовуючи математичні формули, оскільки бровки є дугами кіл. Проградуюємо бровку A_5B_8, яка має ухил 1:4, якщо відоме розміщення на ній точки A_5 (рис. 5.20). Точка 6 буде розміщена від точки A_5 на відстані x, що виміряна по дузі

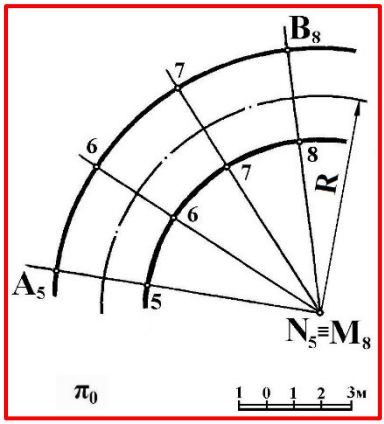


Рис. 5.19. Зображення поверхні коноїда

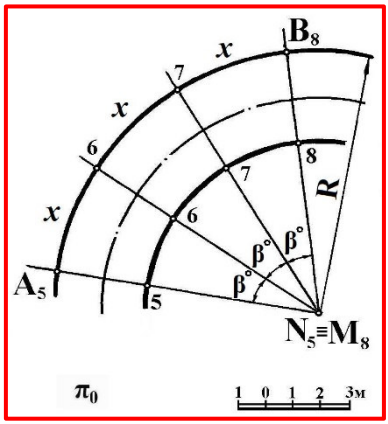


Рис. 5.20. Градуювання бровки дороги, розміщеної на дузі кола

кола. Цю відстань x визначаємо за формулою (1.4): $x = (H_6 - H_5)\cdot l = (6 - 5)\cdot 4 = 4$ м, де $l = 4$ м. Оскільки відстань x потрібно відкладати по дузі кола, то для більш точного розміщення точки 6 від точки A_5 доцільно визначити кут β^0 (рис. 5.20), який відповідає відстані x. Цей кут β^0 обраховується за формулою:

$$\beta^0 = \frac{180^0 \cdot x}{\pi \cdot R}, \qquad (5.1)$$

де R – радіус дуги A_5B_8 з центром в точці $N_5{\equiv}M_8$ (R = 9.6 м). Отже, за формулою (5.1) маємо: $\beta^0 = \frac{180^0 \cdot 4}{\pi \cdot 9.6} \approx 24^0$.

Формулу (5.1) можна використовувати також, якщо точки мають дробові значення числових позначок.

5.1.2.5. Коса площина

Коса площина також відноситься до сімейства лінійчатих поверхонь, у якої дві напрямні є прямими лініями. На рис. 5.21 показано наочне зображення перетину двох доріг на різних рівнях. Поверхня укосу ABCD (коса площина) визначається вертикально розміщеною напрямною BC та нахиленою напрямною AD і твірними (горизонталями укосу), які переміщуються по напрямним паралельно до горизонтальної площини проєкцій, що є площиною паралелізму. На рис. 5.22 наведено фрагмент рис. 5.21, де поверхня укосу ABCD перетинається з площиною укосу насипу, розміщеного зліва.

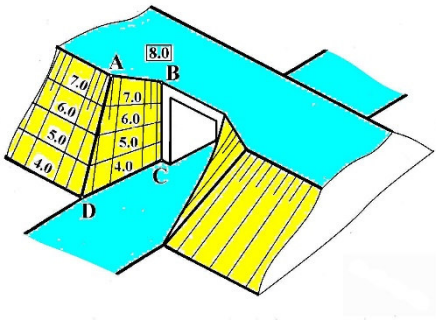


Рис. 5.21. Наочне зображення перетину двох доріг на різних рівнях

Слід зауважити, що в укосі ABCD (коса площина) на відміну від укосу, розміщеному зліва, горизонталі 4.0–8.0 не паралельні між собою, оскільки поверхня укосу ABCD не є площиною. Також бергштрихи в укосі ABCD не можуть бути перпендикулярними до всіх горизонталей укосу, оскільки горизонталі укосу не лежать в одній площині. Вони проведені символічно, щоб візуально легко було визначити, що на плані зображено укіс насипу.

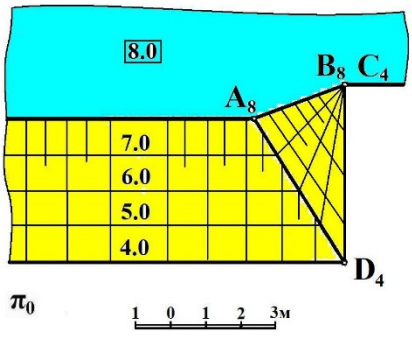


Рис. 5.22. Зображення на плані перетину укосів, один з яких є поверхнею косої площини

При проєктуванні різноманітних об'єктів на земній поверхні доволі часто зустрічаються споруди, частина яких обмежена поверхнею косої площини, тому наведемо ще приклади застосування цієї поверхні.

На рис. 5.23 показано проградуйовані три укоси, які примикають до горизонтального майданчика полотна дороги, що має числову позначку 35. Числова позначка горизонтально розміщеної землі навколо укосів – 31. Середній укіс є поверхнею косої площини, яка задана прямолінійними напрямними AB і CD та горизонталями AC і BD, які є бровкою та підошвою укосу. На рис. 5.23 показано також лінію найбільшого ухилу EF поверхні косої площини середнього укосу.

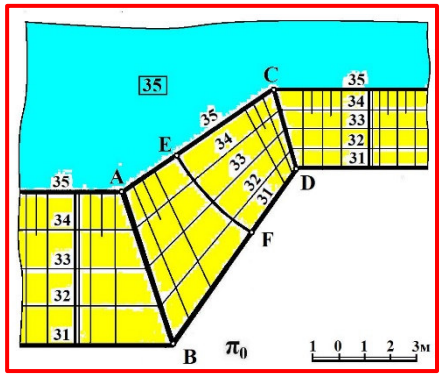


Рис. 5.23. Градуювання середнього укосу, що є поверхнею косої площини, напрямні якого лежать в площинах суміжних укосів

На рис. 5.24 в середньому укосі на відміну від рис. 5.23 напрямними косої площини є прямі AB і CD, які не лежать в площинах суміжних укосів. Щоб побудувати лінії перетину укосів, градуюємо прямі $A_{35}B_{31}$ і $C_{35}D_{31}$, у яких точки A_{35} і C_{35} мають числову позначку 35 бровки укосу, а точки B_{31} і D_{31} – підошви укосу. Через точки прямих $A_{35}B_{31}$ і $C_{35}D_{31}$, що мають цілі числові позначки

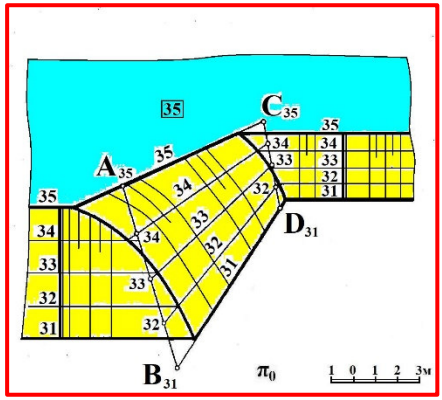


Рис. 5.24. Градуювання середнього укосу, що є поверхнею косої площини, напрямні якого не лежать в площинах суміжних укосів

31–35, проводимо горизонталі 31–35 поверхні косої площини середнього укосу до перетину з однозначними горизонталями суміжних укосів. Через отримані точки перетину горизонталей будуть проходити лінії перетину укосів, які мають вигляд кривих ліній.

5.1.2.6. Сфера

Градувати сферу (рис. 5.25) можна таким самим способом, як і циліндричну поверхню. Щоб провести горизонталі сфери на плані, потрібно побудувати профіль сфери на площині π. Проєкціями горизонталей сфери є концентричні кола, радіуси яких визначаються за профілем сфери. Лінія найбільшого ухилу S_5F_0, що проходить через будь-яку точку сфери, збігається з меридіаном сфери – лінією перетину площини із сферою, коли площина проходить через вертикальну вісь обертання сфери.

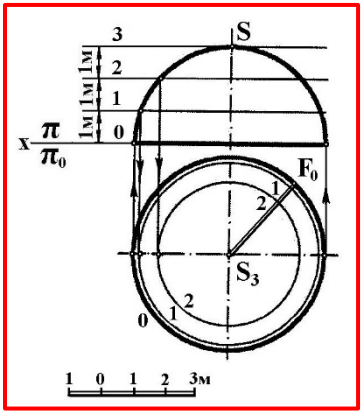


Рис. 5.25. Зображення сфери

5.1.2.7. Поверхня однакового ухилу

Поверхнею однакового ухилу (або скату) називається лінійчата поверхня, всі прямолінійні твірні якої складають з горизонтальною площиною однаковий кут. Відстань між будь-якими двома горизонталями такої поверхні, різниця числових позначок яких складає однакову величину, є також однаковою. Ця поверхня є найбільш поширеною, її застосовують при проєктуванні та будівництві об’єктів на земній поверхні, розв’язуванні різноманітних задач в проєкціях з числовими позначками (на планах).

Її утворення в узагальненому вигляді можна уявити (рис. 5.26) як послідовне безперервне переміщення конуса обертання з вертикальною віссю, вершина S якого під час руху

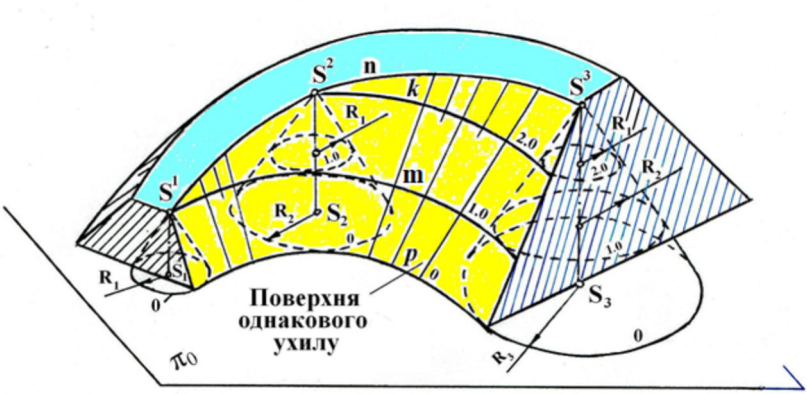


Рис. 5.26. Наочне зображення утворення поверхні однакового ухилу та проведення в ній горизонталей

конуса знаходиться на якійсь кривій n – напрямній, яка є для даного прикладу бровкою укосу насипу (S^1, S^2, S^3 – послідовні положення вершини конуса під час його руху). Поверхня, яка огинає (дотикається) поверхні конусів обертання в усіх їх положеннях, і є поверхнею однакового ухилу.

На наочному зображенні (рис. 5.26) показано побудову горизонталей в цій поверхні. Вершини S^1, S^2, S^3 конусів обертання, за допомогою яких будуються горизонталі укосу, знаходяться на бровці n і мають відповідно числові позначки 1, 2 і 3. Для побудови горизонталей укосу з числовими позначками 0, 1 і 2 потрібно провести горизонталі (кола) трьох конусів обертання з такими ж самими числовими позначками. Для цього скористаємося формулою (3.1) і аналогічно до розрахунків, виконаних в 3.2, ІУ, визначаємо радіуси горизонталей конусів: $R_1 = l$, $R_2 = 2l$, $R_3 = 3l$, де l - інтервал поверхні конуса обертання, який дорівнює інтервалу його твірних і є величиною, оберненою ухилу. Далі проводимо плавні криві p, m, k дотично до горизонталей (кіл) конусів, шо мають числові позначки відповідно 0, 1 і 2. Крива p є дотичною до горизонталей конусів з числовою позначкою 0, крива m – до горизонталей конусів з

числовою позначкою 1 і виходить з вершини S^1, а крива k – до горизонталей конусів з числовою позначкою 2 і виходить з вершини S^2. Криві p, m, k є горизонталями поверхні однакового ухилу укосу насипу з числовими позначками відповідно 0, 1, 2.

На рис. 5.27 виконано аналогічні побудови на плані за

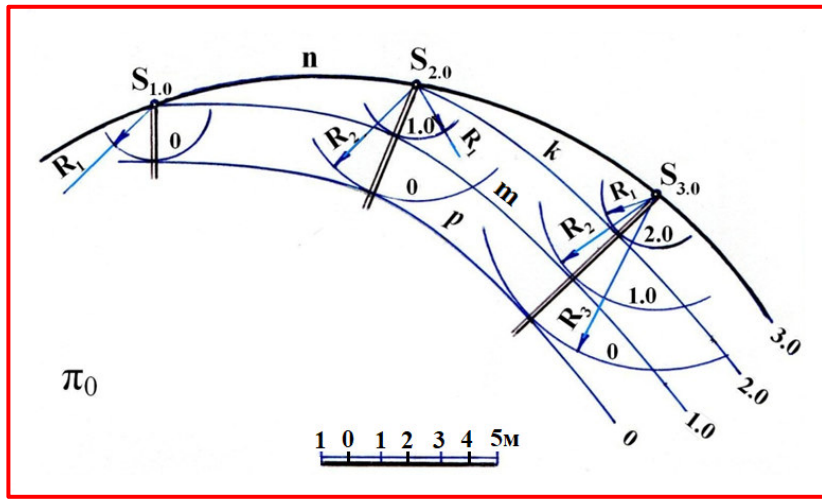


Рис. 5.27. Градуювання на плані поверхні однакового ухилу укосу насипу, що заданий криволінійною бровкою n та величиною ухилу 1:1

умови, що укіс має ухил 1:2: $R_1 = l = 2$ м, $R_2 = 2l = 4$ м, $R_3 = 3l = 6$ м.

Слід зауважити, що ухил поверхні конуса обертання з вертикальною віссю визначається ухилом твірних цієї поверхні, які є однаковими для всіх твірних, а оскільки поверхня однакового ухилу утворюється переміщенням конусів обертання і дотикається до їх поверхонь по твірних, то ухил цих твірних, які є спільними для поверхонь конусів обертання та однакового ухилу, визначає ухил як поверхонь конусів, так і поверхні однакового ухилу. На рис. 5.27 масштаби ухилів, які проведено з $S_{1.0}$, $S_{2.0}$, $S_{3.0}$ через точки дотику горизонталей укосу з горизонталями конусів, є твірними поверхонь конусів обертання і по яким поверхня однакового ухилу дотикається до поверхонь конусів.

На рис. 5.28 укоси насипу примикають до полотна земляної споруди, бровки якого є дугами концентричних кіл радіусів R_1 і R_2 і мають сталі числові позначки, дорівнюють 40.0 м. Ухил укосів $i_н$ = 1:1.5.

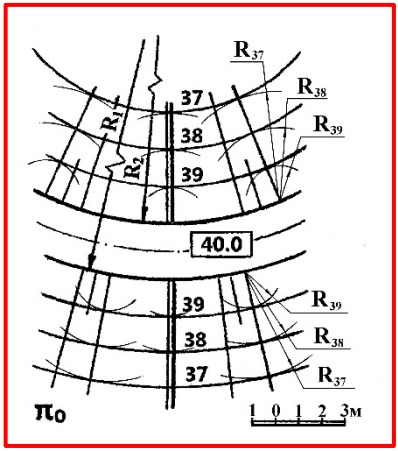


Рис. 5.28. Градуювання укосів насипу, бровки яких є дугами горизонтальних концентричних кіл

Зазначимо, якщо ухил укосів на всій довжині бровок, до яких вони примикають, є однаковим, то поверхня таких укосів є поверхнею однакового ухилу. В даному прикладі укоси насипу мають однаковий ухил по всій довжині бровок і є поверхнями однакового ухилу, які дотичні до поверхонь конусів обертання, вершини яких переміщуються по бровках, а твірні мають ухил 1:1.5, що дорівнює ухилу укосів. Горизонталі 39, 38, 37 є спільними лініями обох поверхонь і по цих горизонталях поверхня однакового ухилу укосів дотикається до поверхонь конусів обертання. На плані горизонталі 39, 38, 37 в обох укосах є дугами концентричними до бровок кіл і розміщені одна від одної і від бровок на відстані, що дорівнює інтервалу $l_н$ укосу насипу: $l_н = 1/i_н = 1.5$ м. Їх можна побудувати, не знаючи розміщення центра дуг кіл, провівши горизонталі конусів з числовими позначками 39, 38, 37 (вершини конусів знаходяться на бровках). Горизонталі конусів з числовою позначкою 39 мають радіус $R_{39} = (40 – 39)\cdot1.5 = 1.5$ м, з числовою позначкою 38: $R_{38} = (40 – 38)\cdot1.5 = 3$ м, з числовою позначкою 37: $R_{37} = (40 – 37)\cdot1.5 = 4.5$ м. Дотичні до горизонталей конусів радіусами R_{39}, R_{38}, R_{37} є горизонталями укосів насипу з числовими позначками відповідно 39, 38, 37, які є дугами концентричними до бровок кіл. Зазначимо, що не має значення, з якої точки бровки будуть проведені горизонталі конусів

радіусами R_{39}, R_{38}, R_{37}, оскільки числова позначка бровок є сталою величиною.

Масштаби ухилів укосів насипу є спільною нормаллю до бровок, тобто їх напрямок – від точки на бровці до центра дуг бровок. По них, як і по горизонталях укосів, поверхня однакового ухилу укосів дотикається до поверхонь конусів обертання. Масштаби ухилів укосів, на відміну від кривих ліній горизонталей укосів, є прямими лініями. Оскільки відстань між двома суміжними колами горизонталей укосів з однаковим перевищенням у напрямку спільної нормалі (масштабу ухилу) є однаковою, то такі кола є еквідистантними.

На рис. 5.29 наведено побудову горизонталей укосів насипу, що примикають до бровок, наприклад, полотна дороги, які є дугами концентричних кіл радіусів R_1 і R_2 з центром в точці 0, але на відміну від бровок, зображених на рис. 5.28, числові позначки даних бровок рівномірно змінюються (зменшуються або збільшуються), тобто відстань між точками бровок з однаковим перевищенням є однаковою. Укоси мають ухил 1:1.5.

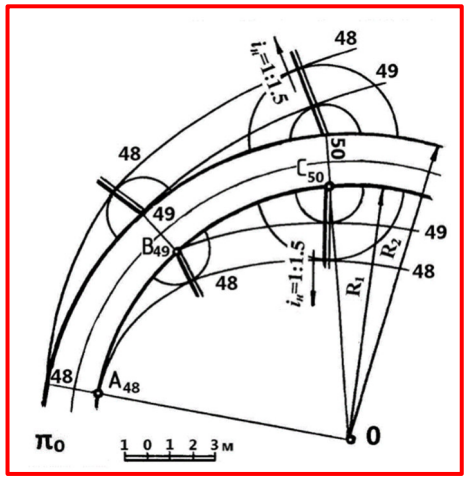


Рис. 5.29. Градуювання укосів насипу, бровки яких є нахиленими концентричними дугами

Для таких нахилених криволінійних ділянок доріг ухил визначається ухилом або осі полотна дороги, або ухилом однією з бровок. Це дозволяє визначити положення точок на бровках з однаковими значеннями числових позначок, оскільки такі точки знаходяться на прямих, що ідуть в центр дуг кіл бровок дороги. Ці прямі є горизонталями полотна дороги і розміщені радіально. Градуювання заданих на рис. 5.29 бровок

описано в 5.1.2.4. В даному прикладі (рис. 5.29) нехай відоме розміщення на внутрішній бровці точок A_{48} і C_{50}. Положення точки B_{49} визначимо, поділивши дугу між A_{48} і C_{50} на дві рівні частини. З'єднавши точки A_{48}, B_{49}, C_{50} з центром 0, отримуємо горизонталі 48, 49, 50 полотна дороги.

Далі аналогічно прикладу на рис. 3.24 градуюємо укоси насипу, горизонталі яких на відміну від рис. 3.24, є не прямими, а кривими лініями, оскільки бровки є не прямими, а кривими лініями. Ці горизонталі укосів мають числові позначки горизонталей конусів, до яких вони є дотичними. Так, горизонталь укосу 48 виходить з точки A_{48}, дотикається до кола радіуса 1.5 м з центром B_{49} і до кола радіуса 3 м з центром в C_{50}. Горизонталь укосу 49 виходить з точки B_{49} і дотикається до кола радіуса 1.5 з центром C_{50}.

Якщо у поверхні однакового ухилу напрямна, наприклад криволінійна бровка n на рис. 5.26, стала прямою лінією, то поверхня однакового ухилу перетворилася б у площину.

На рис. 5.30 показано градуювання такої площини на наочному зображенні, а на рис. 5.31 – на плані. Градуювання площини укосу насипу, що є поверхнею однакового ухилу, відбувається аналогічно до рис. 3.22–3.24, 4.28, 4.29. Так,

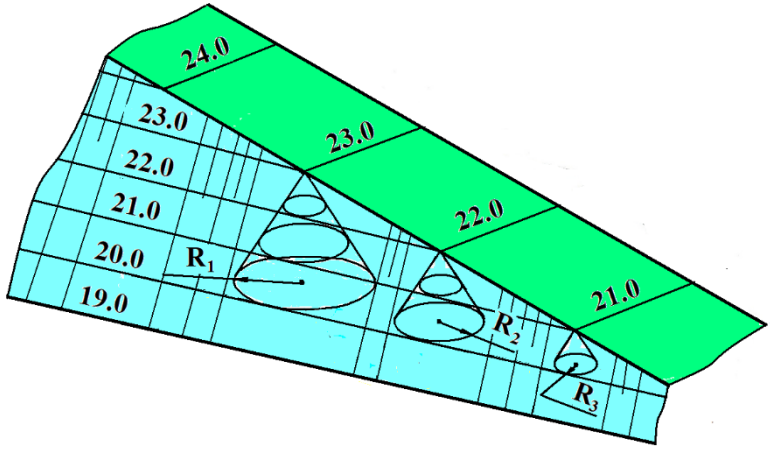


Рис. 5.30. Градуювання на наочному зображенні площини укосу насипу, що є поверхнею однакового ухилу

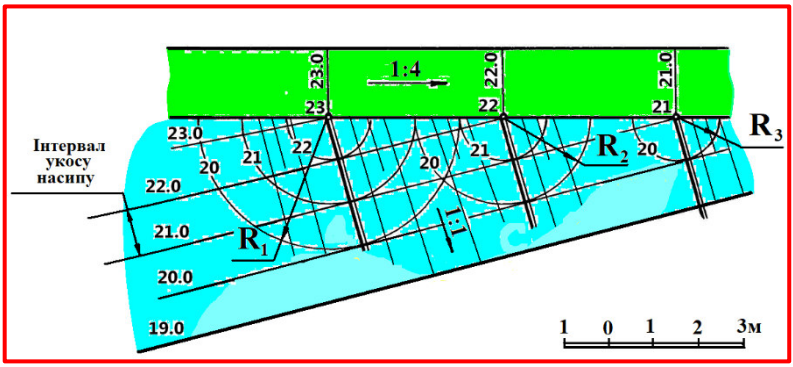


Рис. 5.31. Градуювання на плані площини укосу насипу, що є поверхнею однакового ухилу

горизонталь 20 є дотичною до горизонталей конусів радіусами R_1 = 3 м, R_2 = 2 м, R_3 = 1 м. Відстань між паралельними горизонталями з цілими числовими позначками дорівнює інтервалу 1м, оскільки ухил укосу насипу 1:1. Зазначимо, що конуси обертання в укосі насипу розміщені вершинами вверх

На рис. 5.32 (наочне зображення), рис. 5.33 (план) показано градуювання площини, що є також поверхнею

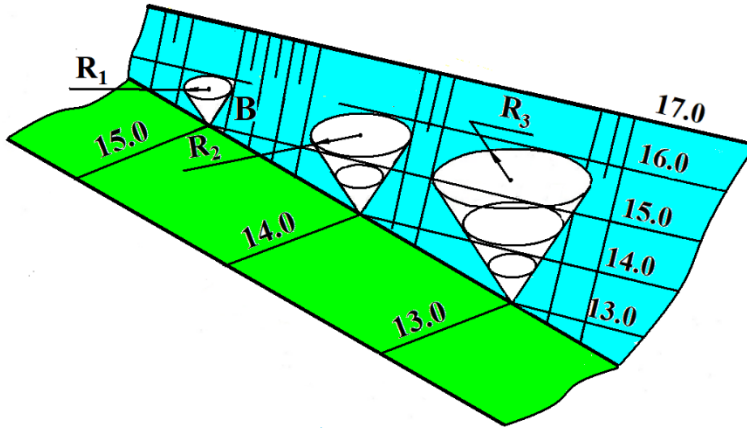


Рис. 5.32. Градуювання на наочному зображенні площини укосу виїмки, що є поверхнею однакового ухилу

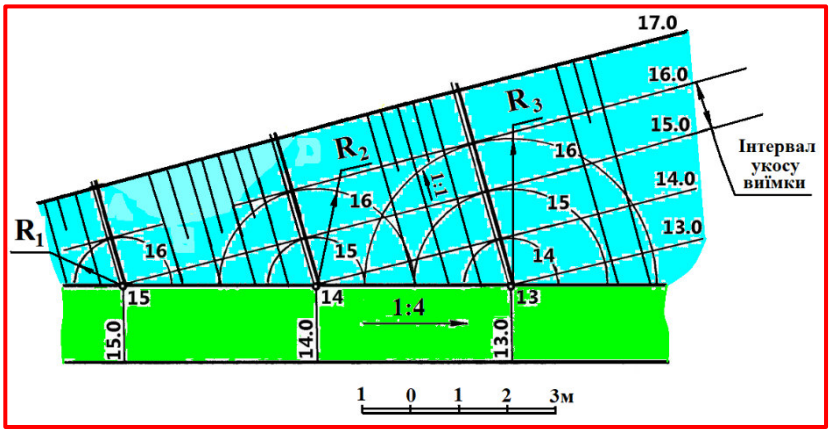


Рис. 5.33. Градуювання на плані площини укосу насипу, що є поверхнею однакового ухилу

однакового ухилу, але ця площина є укосом виїмки. Градуювання відбувається аналогічно до рис. 4.30, 4.31. Так, горизонталь 16 є дотичною до горизонталей конусів радіусами $R_1 = 1$ м, $R_2 = 2$ м, $R_3 = 3$ м. Важливо відзначити, що конуси обертання в укосі виїмки на відміну від укосу насипу розміщені вершинами вниз.

Важливо відзначити наступне. ***В укосі насипу*** з двох горизонталей, які виходять з точок на бровці споруди, наприклад з позначками 23 1 22 (рис. 5.30, 5.31), спочатку можливо провести лише горизонталь 22 з ***меншою числовою позначкою***, яка буде дотичною до горизонталі конуса, вершина якого встановлена в точку 23 з більшою числовою позначкою. ***В укосі виїмки*** навпаки: з двох горизонталей, які виходять з точок на бровці споруди, наприклад з позначками 13 1 14 (рис. 5.32, 5.33), спочатку можливо провести лише горизонталь 14 з ***більшою числовою позначкою***, яка буде дотичною до горизонталі конуса, вершина якого встановлена в точку 13 з меншою числовою позначкою. Проведення горизонталі 14 стає можливим лише за умови, що конус, вершина якого встановлена в точку 13, є перевернутим вершиною вниз.

Практика будівництва об'єктів на земній поверхні свідчить, що найбільш часто доводиться мати справу з проєктуванням укосів різних споруд, наприклад, дорожнього полотна, дамби, греблі тощо. Розглянемо найпоширеніші типи укосів, для більшої інформативності та наочності розмістивши їх на одному рисунку. Це укоси, які примикають до: 1) прямолінійної горизонтальної ділянки споруди (рис. 5.33, *а* – укіс насипу, рис. 5.35, *а* – укіс виїмки); 2) прямолінійної нахиленої ділянки споруди (рис. 5.34, *б* – укіс насипу, рис. 5.34, *б* – укіс виїмки); 3) горизонтальної криволінійної ділянки споруди (рис. 5.34, *в* – укіс насипу, рис. 5.35, *в* – укіс виїмки); 4) нахиленої криволінійної ділянки споруди (рис. 5.34, *г* – укіс насипу, рис. 5.35, *г* – укіс виїмки).

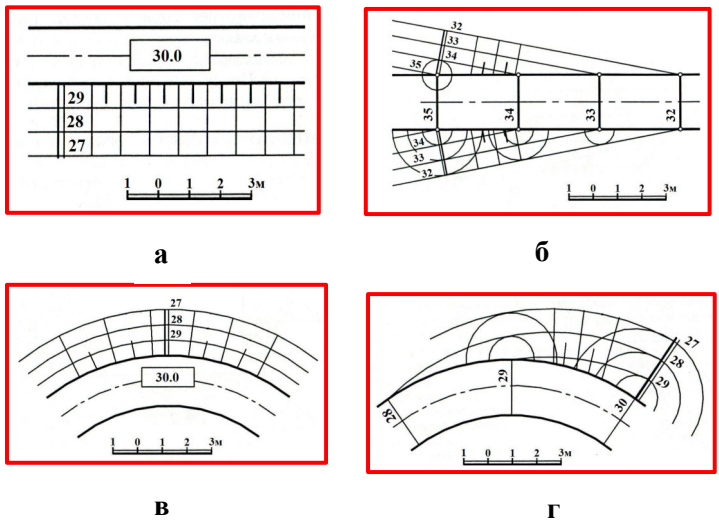


Рис. 5.34. Приклади градуювання укосів насипу

На рис. 5.34 показано приклади укосів насипу, а на рис. 5.35 – приклади укосів виїмки.

Основні висновки:

1. В укосах насипу з криволінійною ділянкою споруди

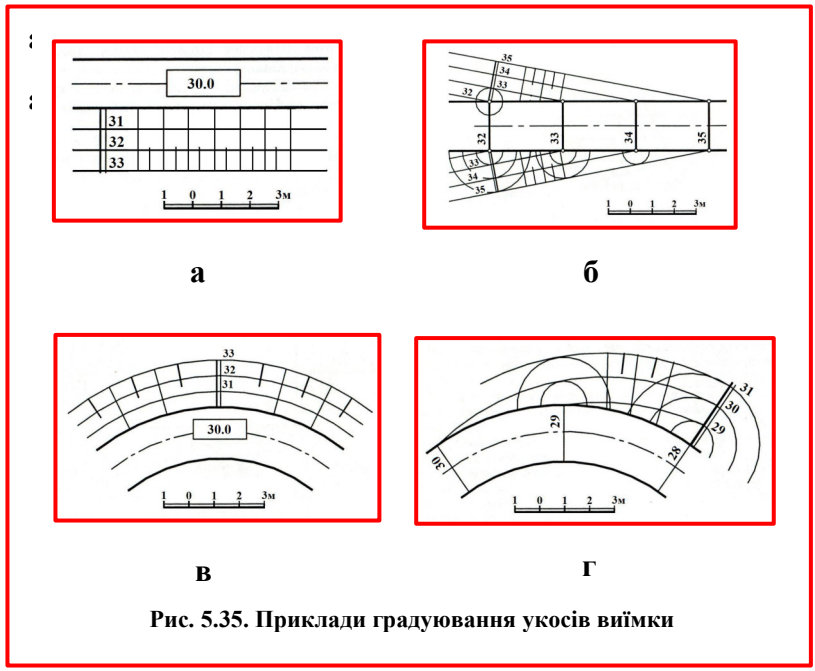


Рис. 5.35. Приклади градуювання укосів виїмки

горизонталь, що проводиться, є дотичною до горизонталі конуса, вершина якого встановлена в точку, що має числову позначку більшу за позначку горизонталі, яку проводять. Вершини допоміжних конусів обертання розміщені зверху.

2. В укосах виїмки з криволінійною ділянкою споруди, навпаки, горизонталь, що проводиться, є дотичною до горизонталі конуса, вершина якого встановлена в точку, шо має числову позначку меншу за позначку горизонталі, яку проводять. Вершини допоміжних конусів обертання розміщені знизу, а конуси є перевернутими.

3. В укосах, які примикають до прямолінійної горизонтальної або нахиленої ділянки споруди, поверхнею укосів є площина однакового ухилу, а в укосах, які примикають до горизонтальної або нахиленої криволінійної ділянки споруди, поверхнею укосів є крива лінія, яка в загальному випадку є евольвентою (див. 5.1.2.8).

4. Відстань між двома суміжними горизонталями в напрямку спільної нормалі (масштабу ухилу) однакова.

5.1.2.8. Гвинтова поверхня

Крім конічної та циліндричної поверхонь до сімейства лінійчатих поверхонь з однією твірною належить поверхня з ребром звороту або торсова поверхня. Ця поверхня утворена (рис. 5.36) безперервним рухом прямолінійної твірної $\bar{l}$, яка дотикається в усіх своїх положеннях ($\bar{l}_1 \ldots \bar{l}_4$) до плавної просторової кривої – напрямної $\tilde{m}$, що називається ребром звороту. Точка дотику розміщена на ребрі звороту і ділить дотичну (твірну) на дві напівпрямі, а ребро звороту, в свою чергу, ділить поверхню на дві поли, що не перекривають одна одну і межують по ребру звороту.

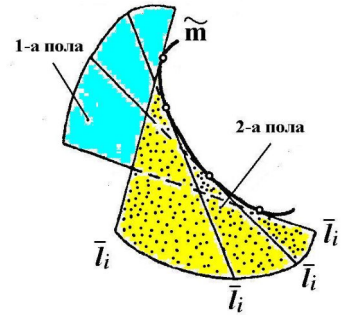


Рис. 5.36. Утворення поверхні з ребром звороту

Для практики інженерно-будівельних робіт важливим є випадок, коли ребром повороту є циліндрична гвинтова лінія. Циліндрична гвинтова лінія – це просторова крива лінія, яку описує точка при одночасному рівномірному обертанні навколо осі циліндра (гвинтової осі) і рівномірному переміщенні по його твірній. На рис. 5.37 показано утворення гвинтової лінії на поверхні прямого кругового циліндра, де d – діаметр основи циліндра, P – крок гвинтової лінії – відстань між двома найближчими точками гвинтової лінії, які лежать на одній твірній. Такі лінійчаті гвинтові поверхні, які утворені гвинтовим рухом прямолінійної твірної, називають гелікоїдами. Гелікоїд є закритим, якщо його твірні перетинають гвинтову вісь, і відкритим, якщо його твірні не перетинають гвинтову вісь. Гелікоїд називають прямим, коли його твірні перетинають гвинтову вісь під

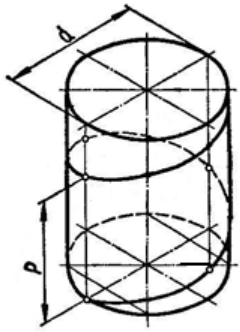


Рис. 5.37. Утворення гвинтової лінії

прямим кутом, і косим (нахиленим), якщо його твірні перетинають гвинтову вісь під кутом, що не дорівнює 90^0.

На рис. 5.38 (проєкції), рис. 5.39 (наочне зображення) показано утворення та градуювання укосу насипу, що примикає

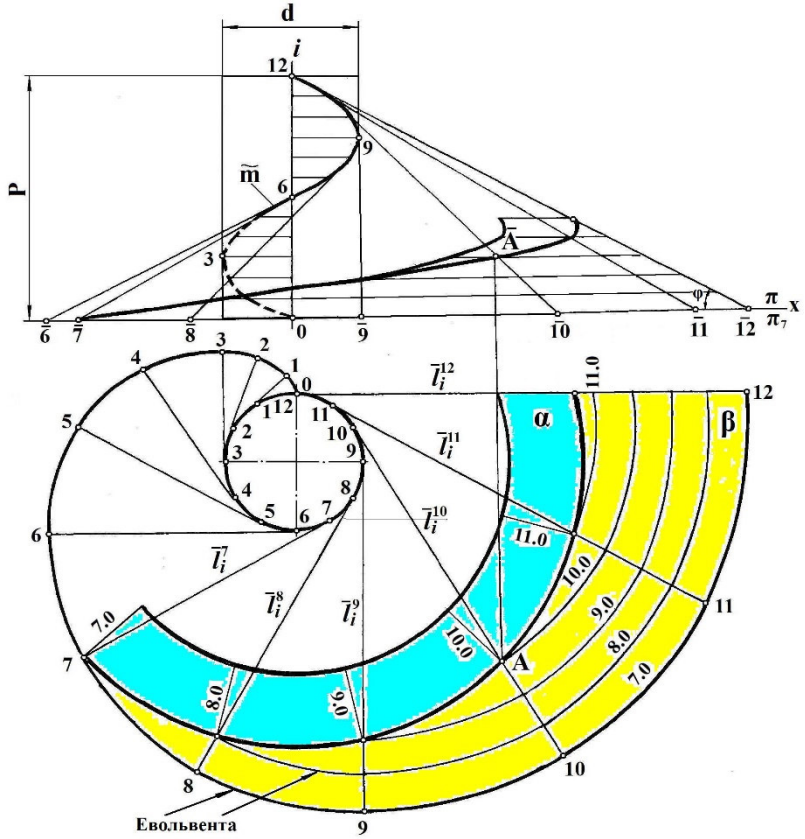


Рис. 5.38. Утворення проєкцій поверхні α прямого закритого гелікоїда (з'їзду з дороги) та поверхні β косого закритого гелікоїда (укосу насипу)

до з'їду з шляхопроводу, а також самого з'їзду, що є елементами транспортної розв'язки двох доріг, розміщених на різних рівнях. Нахилена частина з'їзду є поверхнею α прямого закритого гелікоїда, а укіс насипу – поверхнею β косого відкритого гелікоїда. Напрямна $\widetilde{m}$ поверхні β є гвинтовою циліндричною

лінією з вертикальною гвинтовою віссю *i*. Прямолінійна твірна l^i при утворенні поверхні рухається, дотикаючись до напрямної $\widetilde{m}$ у всіх її точках. На рис. 5.38 показано 12 точок дотику, а на рис. 5.39 – шість. Відповідно на рис. 5.38 показано 12 твірних поверхні β, а на рис. 5.39 – шість. Поверхня β косого відкритого гелікоїда перетинається площиною, перпендикулярною до гвинтової осі, по евольвенті, тобто горизонталі укосу насипу є плоскими кривими лініями – евольвентами. Побудова евольвенти за заданим діаметром d основи циліндра відбувається таким чином. Коло ділять на певну кількість рівних частин (на рис. 5.37 – дванадцять). З точок 0 … 12 поділу кола основи циліндра проводять дотичні і відкладають на них відрізки відповідно 1/12, 2/12, 3/12, …. 12/12 довжини кола. Так, відрізок 1-1 на горизонтальній проєкції дорівнює πd/12, відрізок 2-2 дорівнює 2πd/12 і т.д. Знайдені точки 1, 2,… 11, 12 сполучаємо і отримуємо евольвенту.

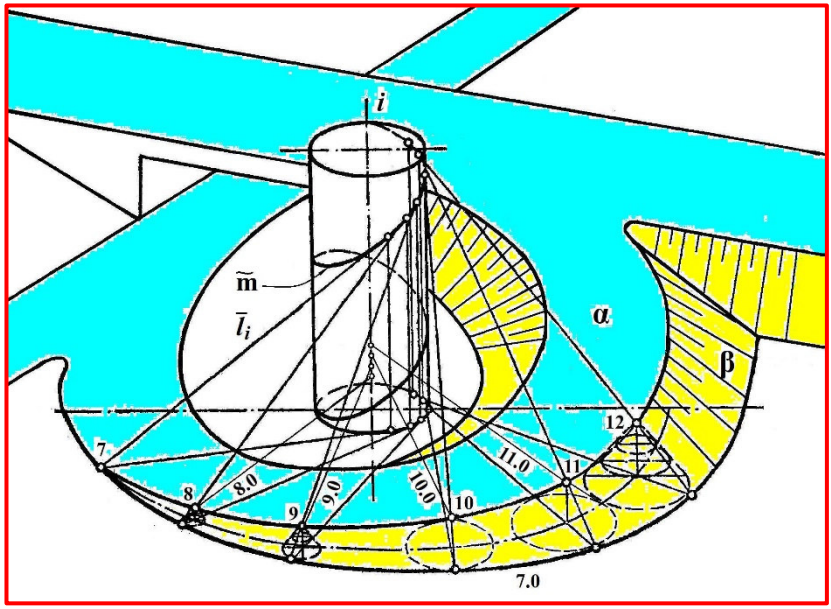


Рис. 5.39. Наочне зображення поверхні α прямого закритого гелікоїда (з'їзду з дороги) та поверхні β косого закритого гелікоїда (укосу насипу)

Ця евольвента є лінією перетину площини з поверхнею косого відкритого гелікоїда, яка проходить через нижню основу циліндра на рівні 0. Якщо січну площину підняти на 1 о.д. уверх, то отримаємо іншу евольвенту, яка буде виходити з точки 1 на колі основи циліндра і т.д. Припускаємо, що земна поверхня навколо з'їзду є горизонтальною площиною з числовою позначкою 7.0, тоді підошва укосу насипу матимемо числову позначку 7.0. Можна побудувати в укосі насипу горизонталі з числовими позначками 8.0, 9.0, 10.0, 11.0, які є частинами евольвент, які починаються з точок 1, 2, 3, 4 кола циліндра.

Якщо під час проєктування спочатку задана бровка дороги (рис. 5.40), яка є дугою кола з центром в точці 0 і радіусом R_1, то

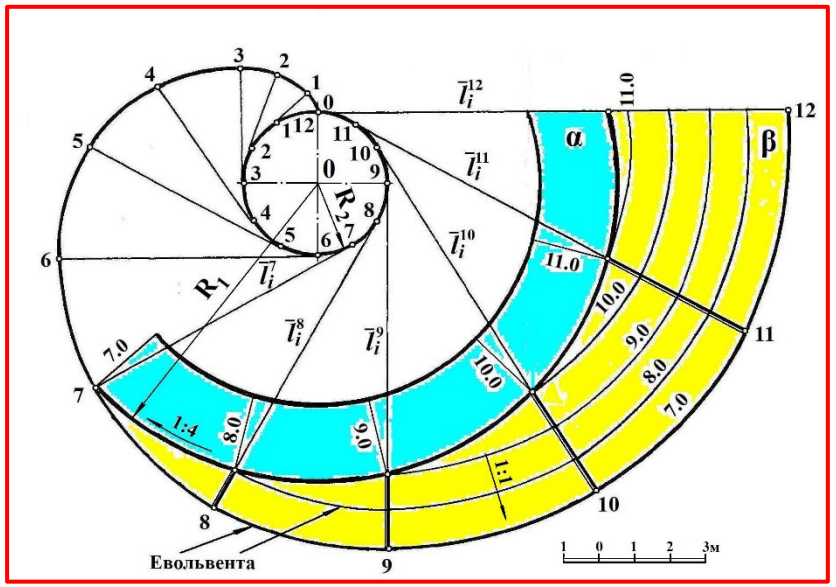


Рис. 5.40. Для визначення радіуса R_2 циліндра з центром в точці 0 для проведення евольвент (горизонталей поверхні) в укосі насипу, що є поверхнею косого відкритого гелікоїда

радіус R_2 циліндра, на поверхні якого утворюється гвинтова лінія і за допомогою якої градуюється укіс насипу (тобто проводяться евольвенти в ньому), що примикає до бровки дороги, визначається за формулою:

$$R_2 = \frac{R_1}{i_т} \cdot i_б, \qquad (5.2)$$

де $i_б$ – ухил гвинтової лінії, який дорівнює ухилу бровки; $i_т$ – ухил твірних поверхні укосу, що є косим відкритим гелікоїдом.

Для даних рис. 5.20 (R_1 = 9 м, $i_б$ = 1:4, $i_т$ = 1:1) за формулою (5.2) маємо: $R_2 = \frac{9 \cdot 0.25}{1} \approx 2.3$ м.

Поверхня косого відкритого гелікоїда є поверхнею однакового ухилу, оскільки кути нахилу всіх твірних до горизонтальної площини рівні (на рис. 5.38 – це кут φ). Тому на практиці евольвенти не будують, а для спрощення побудови горизонталей в укосі насипу використовують конуси обертання, вершини яких знаходяться в точках на бровці укосу, як показано на рис. 5.40, де зображено фрагмент рис. 5.38, тобто аналогічно до побудов, виконаних на рис. 5.29.

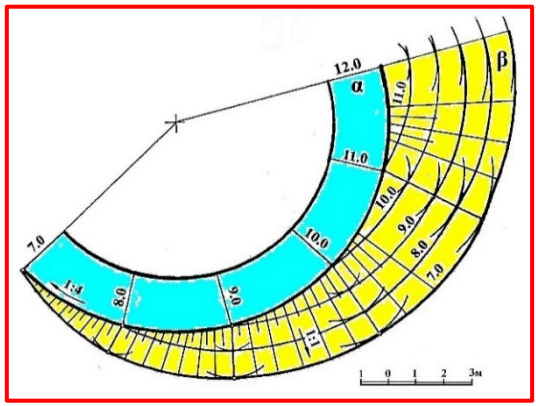


Рис. 5.41. Градуювання нахиленого з'їзду з дороги та укосу насипу, що примикає до з'їзду

Горизонталі 7.0 … 12.0 (рис. 5.38–5.41) нахиленого з'їзду є твірними поверхні α – прямого закритого гелікоїда. Вони перетинають гвинтову вісь *i* на відстані відповідно 7 … 12 о.д. Якщо цю поверхню перетнути площиною, перпендикулярною до осі *i*, то лінією перетину буде коло, центр якого знаходиться на осі *i*. За ухилом бровки укосу 1 : 4 більшого радіуса (рис. 5.40) градуюємо її та з'їзд так само, як на рис. 5.20, тобто поверхня косого відкритого гелікоїда β в даному випадку водночас є поверхнею коноїда.

5.1.2.9. Поверхня рівностійкого укосу

Це поверхня, кут нахилу якої до горизонтальної площини проєкцій не є постійним, а змінюється таким чином, що при збільшенні числових позначок бровки укосу кут нахилу поверхні укосу до горизонтальної площини зменшується, тобто зменшується величина ухилу лінії найбільшого ухилу поверхні. Якщо земляний укіс буде обмежений такою поверхнею, він буде більш стійким, ніж при постійному куті нахилу поверхні укосу, і масив ґрунту укосу буде знаходитися в стані граничної рівноваги. Лінія найбільшого ухилу такої поверхні називається ***кривою нормального перерізу рівностійкого укосу.*** Її форма визначається за допомогою спеціальних номограм залежно від власної ваги ґрунту та його питомого зчеплення.

На рис. 5.42, *а* наведено побудову поверхонь рівностійкого укосу, що примикають до полотна земляної споруди. Нехай крива

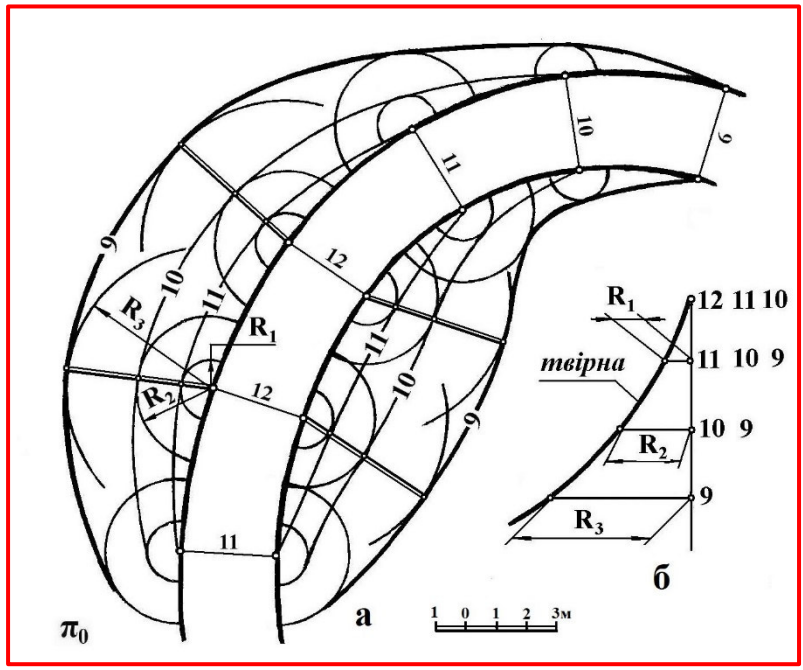


Рис. 5.42. Побудова поверхонь рівностійкого укосу

нормального перерізу, що є твірною даної поверхні, задана (рис. 5.42, *б*). Поверхня укосу утворюється рухом цієї кривої, верхня точка якої (вершина) пересувається по бровці (напрямній). Площина твірної в будь-якому її положенні перпендикулярна до горизонтальної площини і проєкції бровки.

Утворення поверхні рівностійкого укосу подібне до утворення поверхні однакового ухилу з тією лише різницею, що для останньої поверхні твірною є пряма лінія, а для поверхні рівностійкого укосу – крива лінія. Для побудови горизонталей поверхні рівностійкого укосу уявімо, що твірна поверхні у вигляді кривої лінії обертається навколо вертикальної осі, а її вершина ковзає по бровці. Таким чином отримуємо поверхню обертання з вершиною на бровці і твірною у вигляді кривої нормального перерізу. Якщо цю поверхню переміщувати так, щоб її вершина ковзала по бровці (напрямній), а вісь завжди залишалася вертикальною, то поверхнею, що огинає цю поверхню обертання в усіх її положеннях, буде поверхня рівностійкого укосу.

На рис. 5.42, *б* визначаємо за заданою кривою нормального перерізу радіуси R_1, R_2, R_3 для проведення горизонталей в укосах. Радіус R_1 відповідає різниці числових позначок на 1 о.д. між вершиною поверхні обертання, що знаходиться на бровці, та числовою позначкою горизонталі, яку потрібно провести в укосі. Радіус R_2 відповідає різниці числових позначок на 2 о.д., а радіус R_3 – на 3о.д. Розміщуючи послідовно вершину поверхні обертання в точках 11, 12 та інших бровок, будуємо горизонталі (кола) поверхні обертання, а потім проводимо дотичні до них, які і будуть горизонталями 9, 10, 11 поверхонь рівностійкого укосу, що примикають до бровок нахиленого полотна земляної споруди.

Лінія найбільшого ухилу, що проведена через будь-яку точку поверхні рівностійкого укосу, збігається з твірною поверхні обертання, тобто, якщо на плані через лінію найбільшого ухилу укосу провести вертикальну січну площину, то лінія перетину (профіль) вертикальної площини з поверхнею укосу буде мати вигляд кривої, наведеної на рис. 5.42, *б*.

5.1.2.10. Поверхня рівнодовгого укосу

Цю поверхню застосовують переважно при будівництві автомобільних доріг, яка знижує небезпеку сніжних заносів. Її утворює твірна, довжина відрізка якої не змінюється під час переміщення твірної по напрямній, звідси походить і назва поверхні рівнодовгого укосу. Твірна переміщується таким чином, що один її кінець рухається по напрямній, а другий – по якійсь поверхні, за яку в даному прикладі приймаємо горизонтальну площину. Відстань між цими двома точками твірної в усіх її положеннях однакова, а проєкція твірної на горизонтальну площину перпендикулярна до проєкції напрямної.

Розглянемо випадок (рис. 5.43), коли відрізок прямої $K_{(20)}L_{(15)}$, який є твірною поверхні, ковзає одним своїм кінцем по

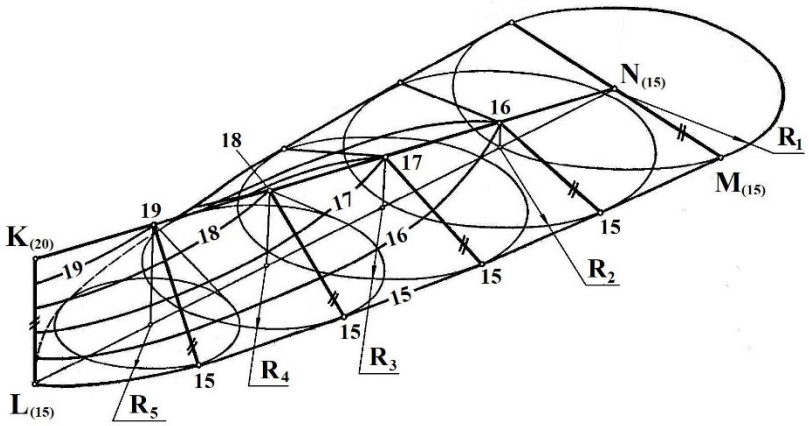


Рис. 5.43. Утворення поверхні рівнодовгого укосу

нахиленій прямій $K_{(20)}N_{(15)}$, а другим кінцем – по горизонтальній площині з числовою позначкою 15. Позначення $K_{(20)}$, де числову позначку взято у дужки, означає, що це не проєкція точки К на горизонтальну площину, а вказано точку К простору, яка має числову позначку 20. Поверхня, що утворена рухом прямої $K_{(20)}L_{(15)}$, перетинає горизонтальну площину з позначкою 15 по кривій $L_{(15)}M_{(15)}$, якщо розглядати одну полу (відсік) цієї поверхні.

Поверхню рівнодовгого укосу можна розглядати як множинну кількість конічних поверхонь з вертикальною віссю, вершини яких розміщені і переміщаються по напрямній $К_{(20)}N_{(15)}$, причому відрізок твірної в будь-якому положенні конічної поверхні знаходиться між напрямною $К_{(20)}N_{(15)}$ і горизонтальною площиною з числовою позначкою 15, а довжина відрізка завжди однакова. Ці конічні поверхні з вершиною в точці $К_{(20)}$ перетворюються у вертикальний відрізок $К_{(20)}L_{(15)}$, а в точці $N_{(15)}$ збігаються з горизонтальною площиною. На рис. 5.43 показано 6 положень твірних конічних поверхонь, що утворюють поверхню рівнодовгого ухилу: $К_{(20)}L_{(15)}$, 19-15, 18-15, 17-15, 16-15, $N_{(15)}$ $М_{(15)}$. Довжини відрізків цих твірних однакові. В початковому положенні твірна $К_{(20)}L_{(15)}$ займає вертикальне положення, при переміщенні по напрямній $К_{(20)}N_{(15)}$ кути нахилу твірних до горизонтальної площини зменшуються, і, коли твірна знаходиться в точці $N_{(15)}$, її відрізок $N_{(15)}$ $М_{(15)}$ збігається з горизонтальною площиною.

На рис. 5.44 показано градуювання поверхонь рівнодовгого укосу, що примикають до нахиленої ділянки дороги з бровками $А_{20}D_{15}$ і $К_{20}N_{15}$. Розглянемо градуювання укосу, що примикає до бровки $К_{20}N_{15}$. В точки з числовими позначками 19, 18, 17, 16, 15 розмістимо вершини конусів, твірні яких мають однакову довжину. Для проведення горизонталі з числовою позначкою 15 поверхні рівнодовгого укосу, за умови, що відрізки твірних є однаковими, потрібно визначити радіуси горизонталей конусів з числовими позначками 15. У кожного з конусів, вершини яких встановлено у вище згаданих точках, ці радіуси горизонталей конусів будуть різними. Для визначення їх величини будуємо проєкцію сфери (рис. 5.44, *б*) на вертикальній площині радіусом, який дорівнює довжині відрізка $К_{20}L_{15}$, тобто 5 о.д. або, враховуючи лінійний масштаб, 1 м. Якщо сферу розсікти горизонтальними площинами ω^1 … ω^5, то в перерізі отримуємо кола, площини яких віддалені одна від одної на відстань 1 м. Горизонтальна площина ω^1, яка проходить через центр сфери, утворює коло радіусом R_1, яке буде горизонталлю конуса з

позначкою 15 і вершиною в точці N_{15}. Цей конус, вершина якого

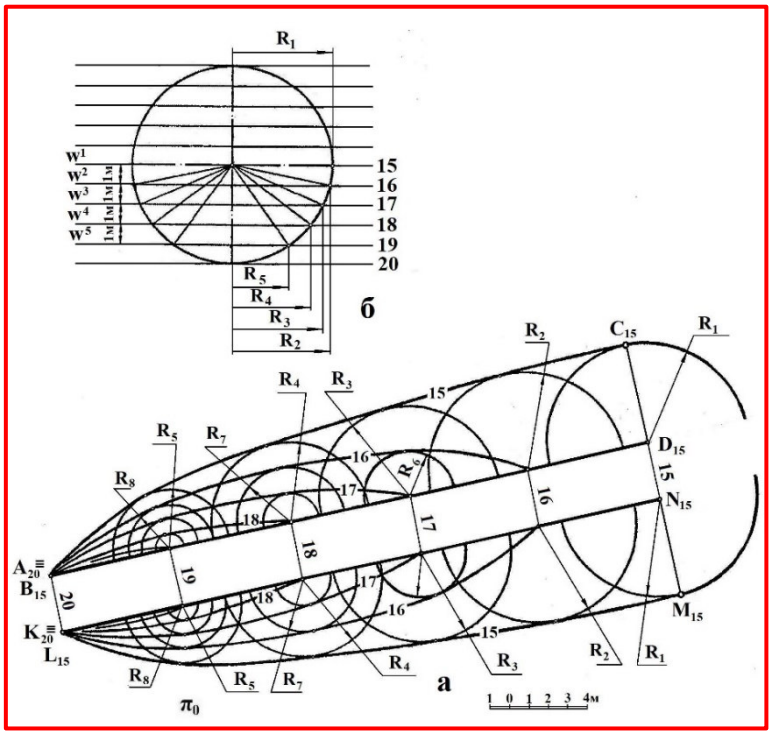


Рис. 5.44. Градуювання поверхні рівнодовгого укосу

знаходиться в площині його основи, перетворюється в коло радіусом R_1. Горизонтальна площина ω^2 утворює коло радіусом R_2, яке буде горизонталлю конуса з числовою позначкою 15 і з вершиною конуса в точці 16 бровки (напрямної) дороги. Горизонтальні площини ω^3 … ω^5 утворюють кола радіусами R_3 … R_5, які визначають горизонталі конуса з числовою позначкою 15 і з вершинами конусів в точках 17, 18, 19. Побудувавши горизонталі конусів радіусами R_1 … R_5, що мають числову позначку 16, проводимо дотичну до горизонталей конусів, яка буде горизонталлю з позначкою 15 поверхні рівнодовгого укосу. Аналогічно будується горизонталь 15 у верхньому укосі, що примикає до бровки $A_{20}D_{15}$.

Щоб провести горизонталь 16 поверхні рівнодовгого укосу (рис. 5.44, *а*) з точки 17 на бровці проводимо коло радіусом R_6, яке дорівнює половині довжини радіуса R_3 ($R_6 = R_3/2$). Це коло (горизонталь конуса) радіусом R_6 буде мати числову позначку 16. З точки 18 бровки укосу проводимо коло радіусом $R_7 = \frac{2}{3} \cdot R_4$, а з точки 19 бровки коло радіусом $R_8 = \frac{3}{43} \cdot R_5$. Ці кола (горизонталі конусів) будуть мати числову позначку 16. З точки16 на бровці проводимо до цих кіл дотичну до перетину з $K_{20} \equiv L_{15}$ або $A_{20}B_{15}$ другої поли (відсіку) поверхні, яка буде горизонталлю 16 поверхні рівнодовгого укосу. Аналогічно будуємо горизонталі 17, 18, 19 поверхні рівнодовгого укосу. Зазначимо, що по точках дотику горизонталей поверхні рівнодовгого укосу з горизонталями конусів проходить лінія найбільшого ухилу поверхні рівнодовгого укосу.

5.1.2.11. Поверхня двоскатної дороги

Для стоку води і більшої стійкості полотна дороги його поверхня повинна мати ухил до обох бровок. Розглянемо варіант двоскатної дороги. На рис. 5.45 поверхня полотна дороги задана проградуйованою віссю дороги і перерізом полотна дороги

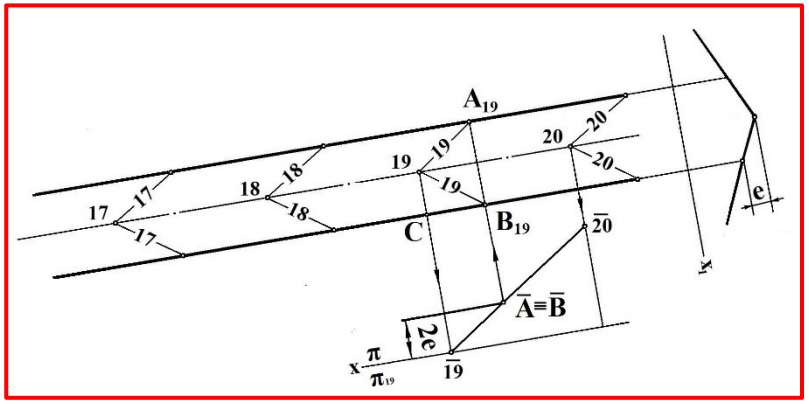


Рис. 5.45. Градуювання полотна двоскатної дороги

вертикальною площиною, перпендикулярною до осі дороги. На лінії перерізу визначаємо відрізок довжиною *е*, який чисельно дорівнює різниці числових позначок між точкою на осі дороги і точкою, розміщеною на бровці, за умови, що ці точки знаходяться на прямій, що перпендикулярна до осі дороги. Так, на рис. 5.44 різниця числових позначок між точкою 19 (на осі) і точкою С (на бровці) чисельно дорівнює довжині відрізка *е*.

Для того, щоб провести в полотні дороги горизонталь, наприклад, з числовою позначкою 19, потрібно на бровках знайти точки, які мають числову позначку 19. З цією метою будуємо профіль $\overline{19}$-$\overline{20}$ відрізка осі 19-20. На рис. 5.45 вертикальний масштаб, в якому виконується профіль цього відрізка, з метою більш точних побудов, збільшено у 2 рази порівняно з масштабом плану. Відклавши від осі х відрізок довжиною *2е*, проводимо пряму, паралельну до х і яка перетне профіль $\overline{19}$-$\overline{20}$ в точках $\overline{A}$ і $\overline{B}$. Спроєкціювавши ці точки на бровки дороги, визначаємо точки A_{19} і B_{19} бровок дороги, що мають числову позначку 19. З'єднавши точку 19 з A_{19} і B_{19}, отримуємо горизонталі полотна дороги з числовою позначкою 19. З точок 17, 18 і 20 осі дороги проводимо прямі, паралельні до 19- A_{19} і 19- B_{19}, до перетину з бровками дороги, отримуємо горизонталі полотна дороги з числовими позначками 17, 18 і 20.

Описане градуювання полотна дороги – це його вертикальне планування графічним способом, де замість величини поперечного ухилу двоскатного полотна дороги дано його поперечний переріз.

5.1.3. Проєкції топографічної (земної) поверхні

Як зазначалося, земна або топографічна поверхня відноситься до класу графічних (каркасних) поверхонь, будова яких не підлягає строгому математичному опису і зображується на плані дискретним каркасом горизонталей – замкнених плоских плавних кривих ліній, що з'єднують точки поверхні з однаковими числовими позначками. Ці горизонталі є проєкціями на горизонтальну площину ліній перетину топографічної поверхні з низкою горизонтальних січних площин, відстань між якими

залежить від рельєфу землі і масштабу плану. Для пологоспадних поверхонь і великих масштабів цю відстань приймають від 0.5 до 1.0 м, а для крутоспадних поверхонь малих масштабів – до декількох десятків метрів.

На наочному зображенні (рис. 5.46) і профілі 1-1, розміщеному на вертикальній площині π (рис. 5.46), зображено

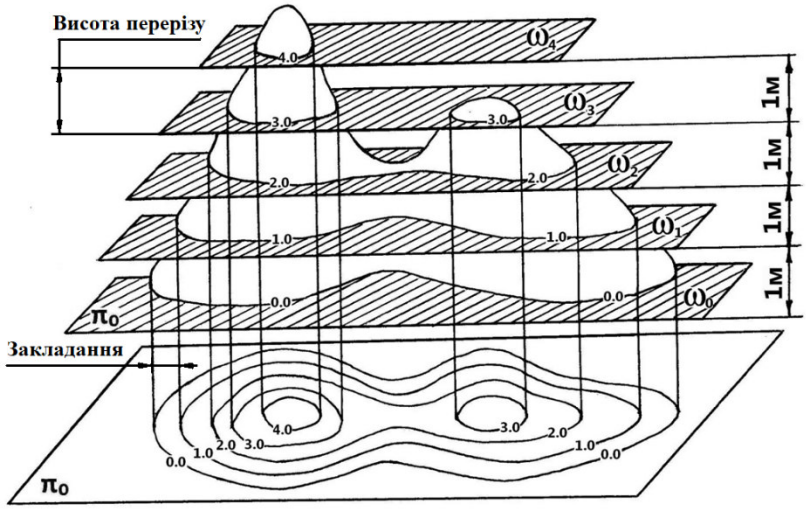


Рис. 5.46. Утворення та зображення горизонталей земної поверхні на наочному зображенні

частину земної поверхні сідловину – пониження між двома підвищеннями. Розсічемо уявно цю земну поверхню горизонтальними площинами $\omega_1 \ldots \omega_4$, що віддалені одна від одної на 1 м. Площина ω_0 збігається з площиною π_0, тобто площину π_0 можна вважати однією із січних площин. Лінії перетину січних горизонтальних площин з поверхнею землі називають ***горизонталями земної поверхні***. Їх проєкції на π_0 задають рельєф земної поверхні на плані (рис. 5.47). Слово «проєкція» в назві горизонталей, що зображують земну поверхню на плані, пропускається.

Відстань між суміжними січними горизонтальними площинами, а, отже, різниця висот (числових позначок) між

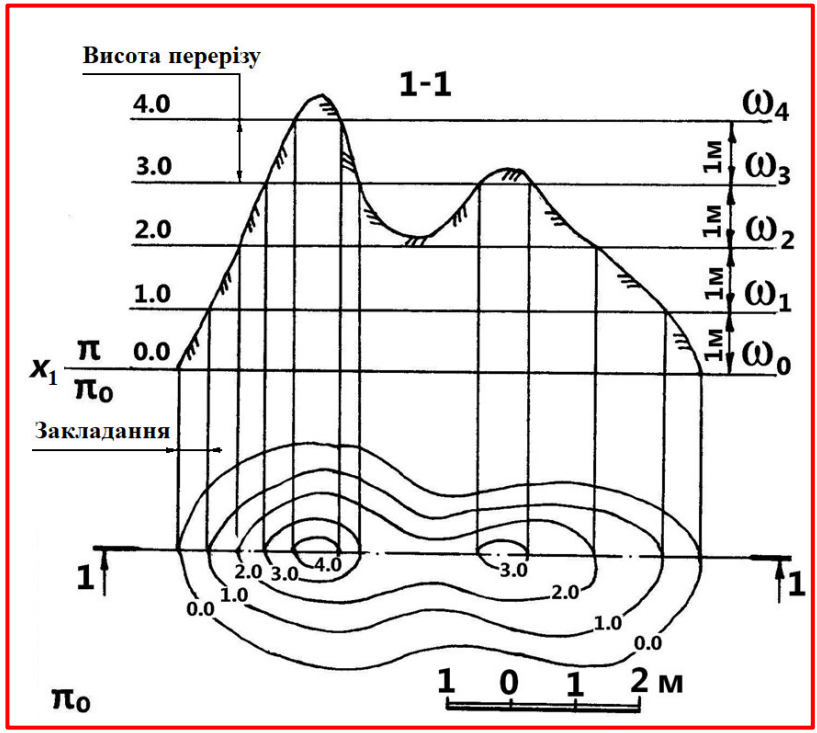


Рис. 5.47. Утворення та зображення горизонталей земної поверхні на плані

суміжними горизонталями, зображеними на плані, називають ***висотою перерізу рельєфу***. Значення висоти перерізу рельєфу вказують у нижній рамці плану. Висоти (числові позначки) горизонталей земної поверхні завжди кратні висоті перерізу рельєфу. Наприклад, при висоті перерізу рельєфу 2.5 м не може бути на плані зображено горизонталі з висотою 202 м, а можуть бути горизонталі 200, 202.5, 205 і т.д.

Відстань між двома суміжними горизонталями на плані за заданим напрямом називають ***закладанням***. Мінімальним в даному місці є закладання, що знаходиться на напрямку, перпендикулярному до суміжних горизонталей, і називається ***закладанням спаду***.

Горизонталі земної поверхні мають такі властивості: 1) всі

точки, що лежать на одній і тій же горизонталі мають однакову висоту; 2) всі горизонталі є безперервними лініями. Горизонталі, які перериваються біля рамки плану, замикаються за межами плану; 3) горизонталі не можуть перетинатися або розгалужуватися, оскільки вони лежать на різних висотах, в різних паралельних площинах; 4) відстань між горизонталями на плані визначає крутизну схилу – чим менша відстань (закладання), тим крутіше схил; 5) найкоротша відстань між горизонталями відповідає напрямку найбільшої крутизни схилу; 6) лінії водорозділу та водозливу перетинаються горизонталями під прямим кутом; 7) горизонталі, що зображують нахилену площину, мають вид паралельних прямих.

Числову позначку (висоту) горизонталей розміщують в розриві або в кінці ліній горизонталей.

На рис. 5. 48, *а*, *б* зображено на плані одну і ту саму ділянку місцевості. На рис. 5.48, *а* позначено висоти всіх горизонталей.

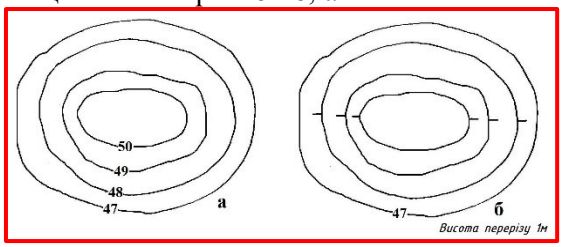


Рис. 5.48. Зображення на плані ділянки місцевості із позначенням висот всіх горизонталей (а) і за допомогою бергштрихів (б)

За збільшенням висот горизонталей у напрямку до центральної частини ділянки можна судити, що на плані зображено підвищення (пагорб, гора). На рис. 5.48,б позначено висоту тільки однієї горизонталі, але проставлено бергштрихи – короткі штрихи, перпендикулярні до горизонталей і завжди вільним кінцем направлені у бік пониження схилу. Обидва способи дозволяють правильно прочитати креслення. У випадку, коли характер поверхні визначається за допомогою бергштрихів, обов'язково вказують висоту перерізу рельєфу.

За тим, як розміщено горизонталі на плані, можна визначити рельєф земної поверхні – сукупність її нерівностей. Незважаючи на велике різноманіття нерівностей земної поверхні, можна виділити такі основні форми рельєфу: гора, улоговина,

хребет, лощина, сідловина.

Наочне зображення та зображення на плані зазначених та деяких інших елементів (нерівностей) земної поверхні показано на рис. 5.49–5.51.

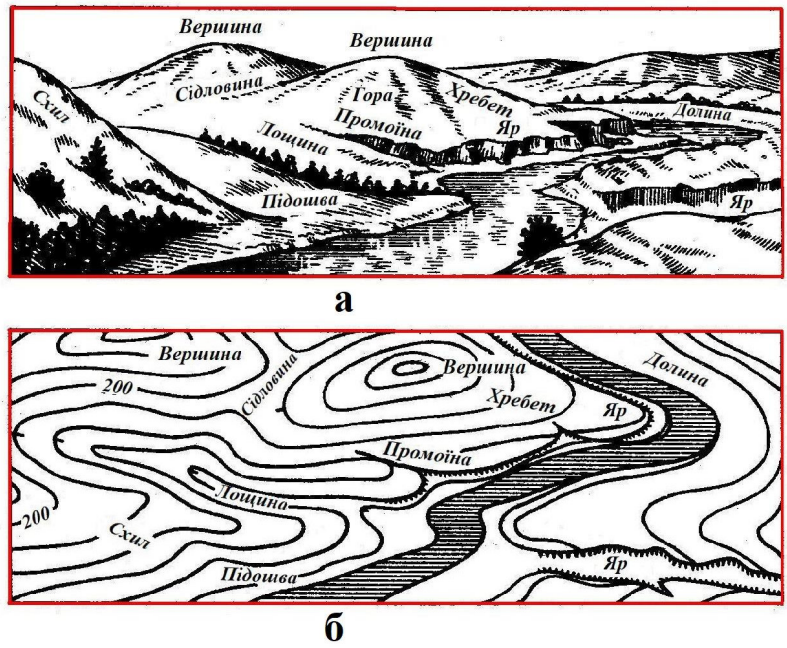


Рис. 5.49. Зображення та назви деяких нерівностей земної поверхні на наочному зображенні (а) та плані (б)

Гора (пагорб) – це підвищення над навколишньою місцевістю конусоподібної форми. Найвищу точку гори називають ***вершиною***, а бічні поверхні гори – ***схилами***. Лінія злиття схилів з навколишньою місцевістю – ***підошва*** або ***основа (підніжжя)*** гори. Можна сказати, що схили – це частина гори між підошвою та вершиною. Поширені підвищення у вигляді горбів (невеликі підвищення) та курганів (штучне невелике підвищення). Горби – це підвищення, висоти яких не перевищують 200 метрів над їх підніжжям, а у гір це перевищення більше за 200 м. Гори на плані зображують замкненими горизонталями з берштрихами, повернутими

назовні (рис. 5.49; 5.50, *а*; 5.51, *а*).

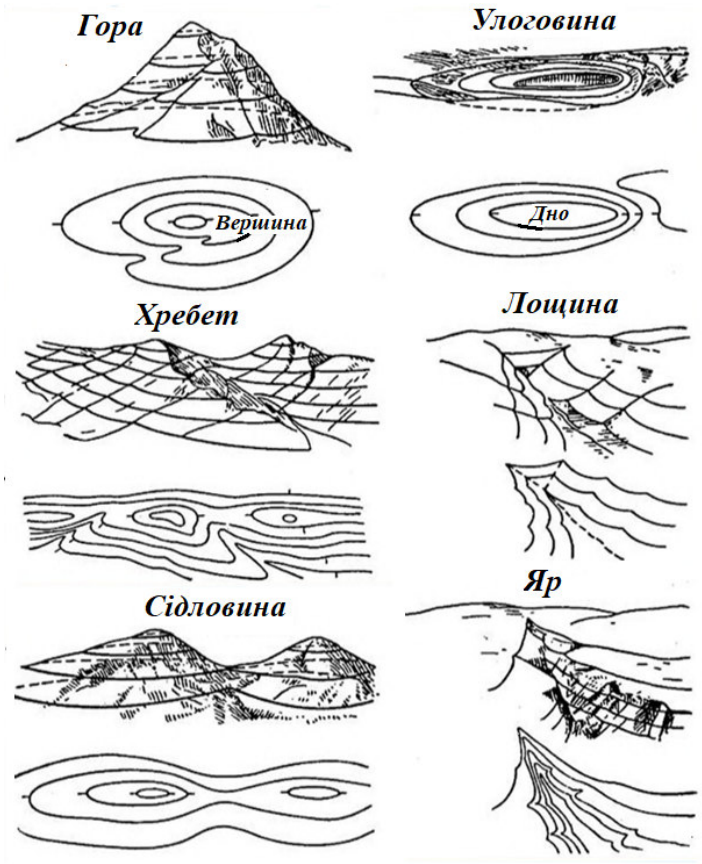


Рис. 5.50. Зображення та назви деяких нерівностей земної поверхні

Улоговина (котловина) – це заглиблення конічної або чашоподібної форми. Найнижчу точку улоговини називають **дном**, від неї в усі боки висоти земної поверхні підвищуються. Бічні поверхні також називають схилами, а лінію їх злиття з навколишньою місцевістю – **бровкою**. Невелику улоговину з крутими схилами називають **воронкою**. Улоговини, як і гори, на плані зображують замкненими горизонталями, але з берштрихами, повернутими всередину (рис. 5.50; 5.51, *б*; 5.52, *б*).

Хребет – це підвищення повздовжньої витягнутої форми, що поступово зменшує свої висоти в одному напрямку. Лінію уздовж хребта, що проходить по найвищим точкам, називають ***вододілом***, а боки – схилами. Іншими словами лінія водорозділу – це своєрідна вісь хребта між двома схилами. На рис. 5.52, в цю лінію позначено штриховою лінією. На плані хребет зображують витягнутими горизонталями, які огинають його гребінь (верх), і ідуть по його схилах (рис. 5.50; 5.51, *в*; 5.52, *в*). Берштрихи, як і у гори, повернуті назовні.

Лощина – це заглиблення поздовжньої витягнутої форми, що поступово знижує свої висоти в одному напрямку. Лінію уздовж лощини, що проходить по найнижчих точках, називають ***водозливом*** або ***тальвегом***, а боки – схилами. Іншими словами лінія водозливу – це своєрідна вісь лощини між двома схилами. На рис. 5.52, *г* цю лінію позначено штриховою лінією. На плані лощину зображують витягнутими горизонталями з бергштрихами, повернутими, на відміну від хребта, всередину (рис. 5.50; 5.51, *г*; 5.52, *г*). Різновидами лощини є ***долина*** – широка лощина з пологими схилами та ***яр*** – вузька лощина з майже прямовисними схилами. Початковою стадією утворення яру є ***промоїна (водорий)***. Яр, який заріс травою та чагарниками, називається ***балкою***. Інколи крутий схил переривається пологим майданчиком, і ці майданчики на схилах лощин з майже горизонтальною поверхнею називають ***терасами***.

Сідловина – це понижена частина земної поверхні між двома підвищеннями (висотами гір). Сідловина має форму сідла і поєднує в собі два хребта з водорозділами, які сходяться у характерній точці сідловини, та дві лощини з водозливом, які розходяться від цієї точки. Від сідловини зазвичай починаються дві, розміщені в протилежних напрямках, лощини. На рис. 5.52, д лінія АСВ – лінія вододілу, лінія ECD – лінія водозливу (тальвег), точка С – характерна точка сідловини. Це найнижча точка при русі з хребта на хребет і найвища – при русі з однієї лощини на іншу. Сідловина – це місце перетину вододільних та водозливних ліній. Через сідловини в горах часто проходять дороги, таку сідловину називають ***перевалом***. На рис. 5.47; 5.50; 5.52, *д* показано зображення сідловини на плані.

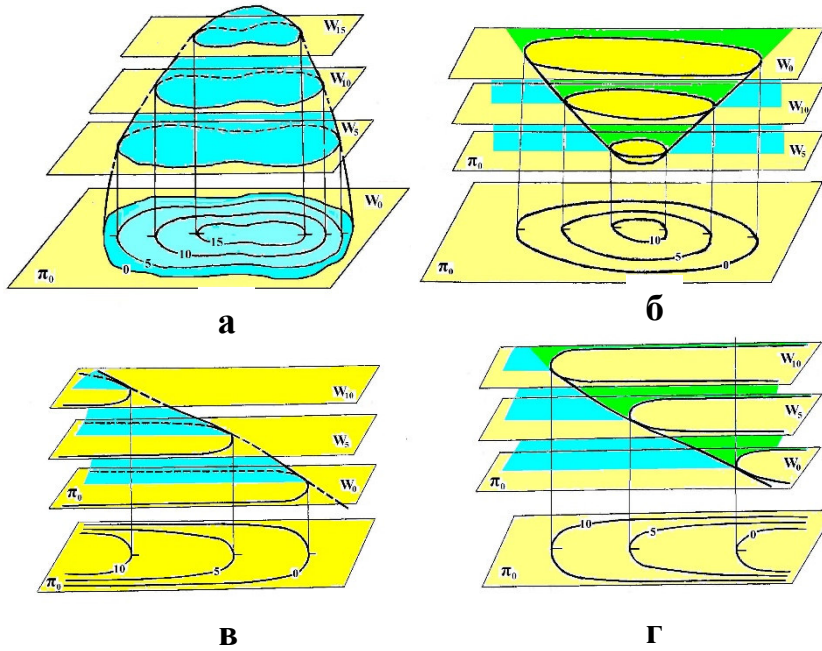
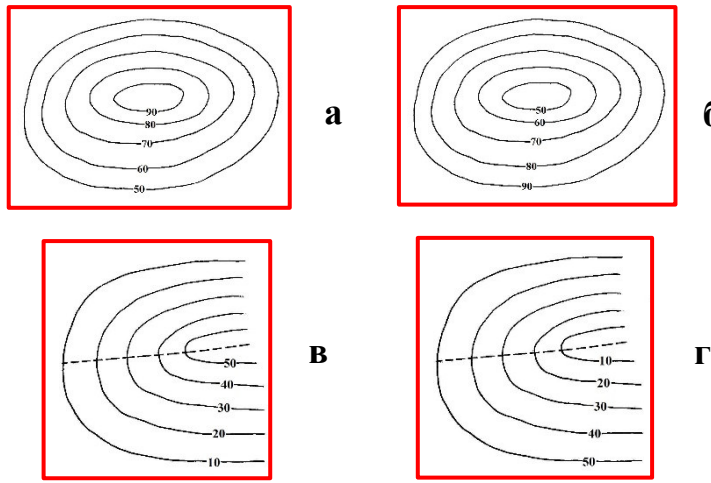
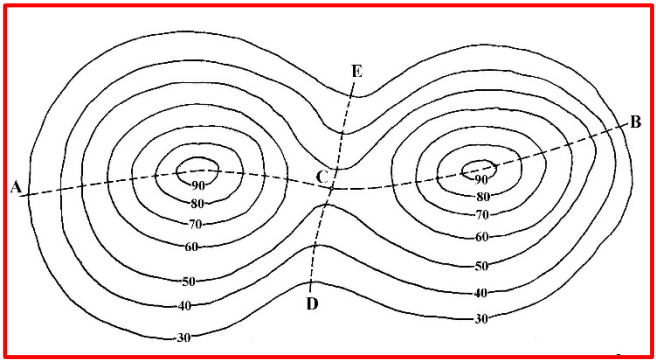


Рис. 5.51. Схематичне утворення на наочному зображенні в площині π_0 горизонталей земної поверхні, які відображають гору (а), улоговину (б), хребет (в), лощину (г)





Д

Рис. 5.52. Зображення на плані нерівностей земної поверхні: гори (а), улоговини (б), хребта (в), лощини (г), сідловини (д)

5.1.3.1. Побудова профілю топографічної поверхні

Топографічний профіль або профіль земної поверхні потрібний для розв'язування багатьох інженерних задач: при складанні попередніх проєктів будівництва різноманітних споруд, при складанні геологічних розрізів, при визначенні на місцевості ліній видимості між вибраними точками, для складання опису рельєфу за заданим напрямком (маршрутом), для визначення обсягу будівельних робіт тощо.

Профіль топографічної поверхні – це лінія перетину земної поверхні з вертикальною (горизонтально-проєкціюючою) площиною, іншими словами, профіль – це вертикальний переріз рельєфу місцевості за заданим напрямком.

Щоб профіль рельєфу був більш виразним, масштаб для вертикальних розмірів (висот) приймають більшим за масштаб плану. Це стосується поздовжніх профілів, поперечні профілі будують в масштабі плану.

Розглянемо приклад побудови профілю земної поверхні місцевості, яка задана горизонталями, у напрямку 1-1 (рис. 5.53). Графічну побудову профілю доповнюють різними даними, яку розміщеними в окремих графах, які в сукупності називають ***сіткою профілю***. Обмежимося заповненням двох граф. В графі

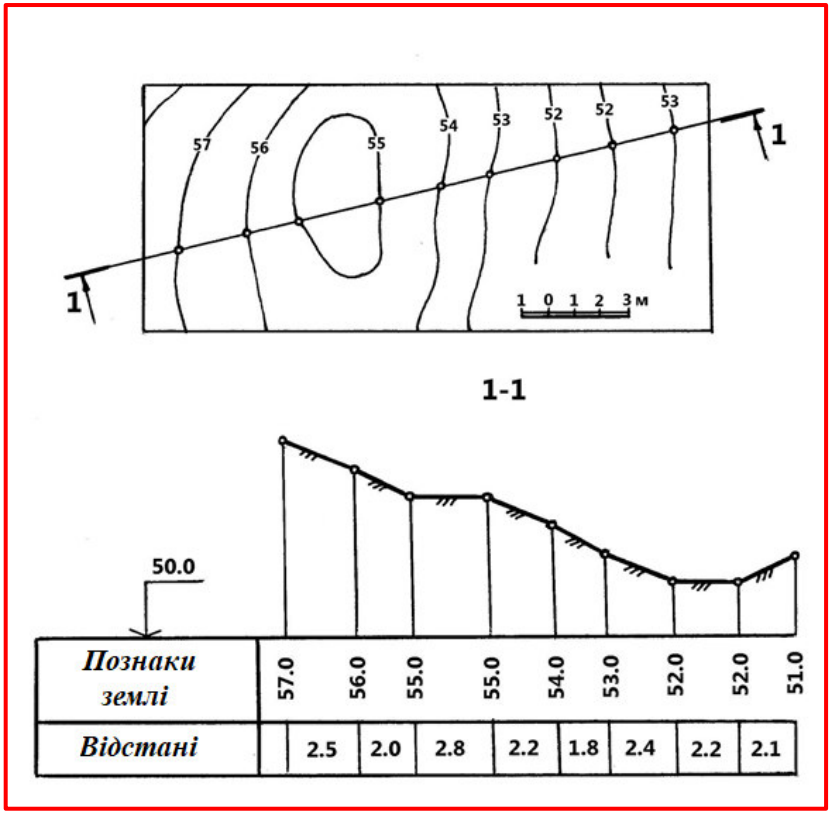


Рис. 5.53. Побудова профілю топографічної (земної) поверхні у напрямку 1-1

«Позначки землі» записують числові позначки (висоти) точок перетину горизонталей земної поверхні з вертикальною січною площиною, проведеною у заданому напрямку 1-1. Іноді цю графу іменують «Позначки землі (чорні позначки)», де під чорними розуміють позначки, які відповідають існуючому рельєфу місцевості, на відміну від червоних – позначок проєктного рельєфу місцевості. В графі «Відстані» вказують відстані на плані між цими точками.

Верхня горизонтальна лінія сітки профілю є ***лінією умовного горизонту*** (основою або базою профілю), від якої і

перпендикулярно до неї відкладають відрізки (ординати), що чисельно дорівнюють (з урахуванням вертикального масштабу) різниці числових позначок точок земної поверхні та позначкою лінії умовного горизонту. Ординати профілю не повинні бути більшими за 15 см. Виходячи з цього, визначають позначку лінії умовного горизонту, а також враховують, що між нижньою точкою профілю і лінією умовного горизонту залишилося місце для нанесення інформації щодо побудови профілю. Правильно обрана числова позначка лінії умовного горизонту дозволяє зручно відкладати ординати точок, залишається місце для запису інформації, і лінія профілю земної поверхні розміщується в межах креслення. В прикладі на рис. 5.53 числова позначка лінії умовного горизонту дорівнює 50.0 м. Цю лінію можна уявити як лінію перетину вертикальної площини π з горизонтальною площиною π_{50}. Вона аналог осі x_1, наприклад на рис. 4.44, 4.49, її можна умовно позначити як $x_1 \frac{\pi}{\pi_{50}}$.

Надалі виконуємо такі побудови:

1. Зазначаємо кружечками точки перетину горизонталей земної поверхні із заданою лінією 1-1, яка є слідом-проєкцією вертикальної площини, проведеної у напрямку 1-1.

2. Відстані між кружечками, зафіксованими на плані, переносимо на лінію умовного горизонту, що має числову позначку 50.0 м і яку зазначаємо на спеціальному знакові познаки рівня.

3. В графі «Познаки землі» записуємо в метрах значення числових позначок точок перетину горизонталей земної поверхні з лінією 1-1.

4. В графі «Відстані» вказуємо в метрах відстані між фіксованими на плані точками.

5. Через зафіксовані на лінії умовного горизонту точки відкладають ординати цих точок з урахуванням вертикального масштабу, отримуючи таким чином профілі точок. В даному прикладі вертикальний масштаб дорівнює масштабу плану.

6. Отримані профілі точок сполучаємо відрізками прямих ліній (або плавною лінією), які утворюють топографічний профіль місцевості у напрямку 1-1.

Топографічний профіль для кращого читання числових позначок земної поверхні доповнюють проведенням вертикальної прямої у вигляді шкали з урахуванням одиниці вертикального масштабу (рис. 5.54). Зазначимо, що

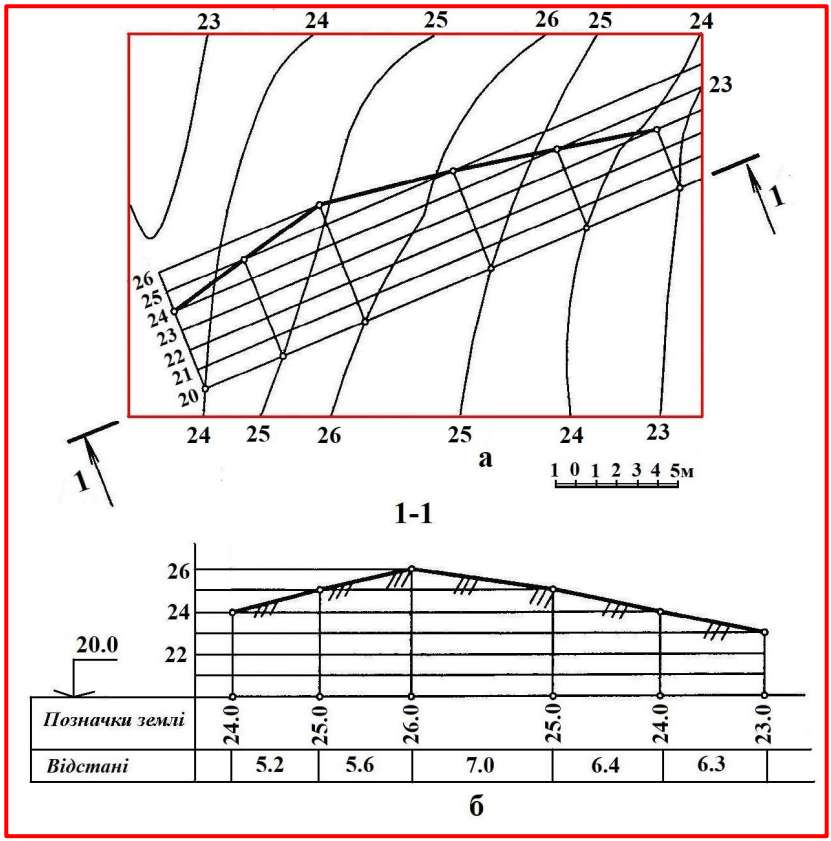


Рис. 5.54. Побудова топографічного профілю накладеного (а) та винесеного (б)

топографічний профіль може бути не тільки винесеним (рис. 5.54, *б*), але і накладеним (рис. 5.54, *а*).

5.1.3.2. Лінії та точки на топографічній поверхні

Будь-яка лінія, яку проведено на топографічній поверхні, що задана на плані горизонталями, буде проградуйованою точками її перетину з горизонталями. Для спрощення розв'язування різноманітних задач на топографічній поверхні, прийнята така умовність: лінія, яка з'єднує дві точки суміжних горизонталей, розглядається як відрізок прямої.

Так, пряма лінія $A_{34}B_{33}$ (рис. 5.55), що з'єднує дві точки суміжних горизонталей 34 і 33, вважається такою, що належить топографічній поверхні. Побудовано прямокутний трикутник $A_{34}B_{33}F$, де катет $B_{33}F$ чисельно дорівнює різниці числових позначок кінцевих точок відрізка $A_{34}B_{33}$: 34 – 33 = 1 м. В такому трикутнику кут α – це кут нахилу прямої АВ до горизонтальної площини (див. 1.1.4.4, рис. 1.33 – 1.37). Ухил *i* прямої АВ до горизонтальної площини визначається за формулою (1.2): $i = tg\alpha = \frac{h}{L}$, де *h* – підйом відрізка АВ, що дорівнює 1м; *L* – закладання цього відрізка, що дорівнює довжині відрізка $A_{34}B_{33}$ на плані (за рис. 5.56 *L* = 2 м). Для даної прямої $i = \frac{h}{L} = \frac{1}{2} = 0.5 = 1:2$; $\alpha = \text{arctg}0.5 \approx 26.6^0$.

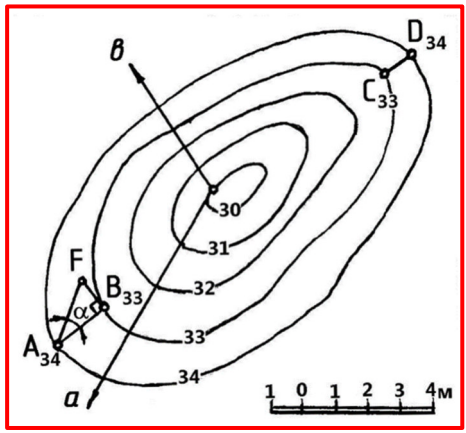


Рис. 5.55. До аналізу рельєфу топографічної (земної) поверхні

Ухил *i* є мірою крутизни лінії АВ: чим менше закладання *L* відрізка прямої за однаковим *h*, тим більшим є ухил прямої, а, отже, і крутизна прямої.

Якщо порівняти відрізки $A_{34}B_{33}$ і $C_{33}D_{34}$, які знаходяться на перпендикулярах до відповідних суміжних горизонталей, то закладання відрізка $C_{33}D_{34}$ менше за закладання відрізка $A_{34}B_{33}$, то за однакових *h* ухил (крутизна) відрізка $C_{33}D_{34}$ більший за ухил

(крутизну) відрізка $A_{34}B_{33}$. За напрямками *а* і *в*, вказаними на рис. 5.55, можна констатувати, що в напрямку *а* поверхня землі більш полога, ніж за напрямком *в*, який є більш крутим, оскільки закладання поверхні у напрямку *а* більше за закладання у напрямку *в*, звідси випливає, що ухил (крутизна) поверхні у напрямку *а* менша за ухил (крутизну) поверхні у напрямку *в*.

Широке застосування при проєктуванні інженерно-будівельних споруд мають ***лінії найбільшого ухилу*** та ***лінії заданого (однакового) ухилу***. Зокрема, по лінії найбільшого ухилу відбувається стікання води з поверхні, тому, знаючи напрям цієї лінії, можна здійснити відповідні конструктивні рішення для запобігання розмиву споруд. Лінії заданого ухилу використовуються при проєктування меліоративних каналів, доріг тощо.

Лінія найбільшого ухилу – це лінія поверхні, яка в даній точці має найбільший ухил порівняно з усіма іншими лініями, що належать поверхні і які проходять через цю точку. Вона перпендикулярна до горизонталей поверхні і визначає найкоротшу відстань між горизонталями від заданої точки по рельєфу. Крутизна схилів хребтів та гір, як і будь-якої ділянки місцевості з підвищенням або зниженням рельєфу. визначається лінією найбільшого ухилу.

Для її побудови від точки A_{17} (рис. 5.56, *а*) по даному рельєфу, заданому горизонталями, слід з A_{17} провести дугу кола, дотичну до наступної горизонталі 16 з меншою числовою позначкою, ніж у точки A_{17}. Потім з отриманої точки дотику B_{16} провести дугу кола, дотичну до горизонталі 15. З точки дотику C_{15} провести дугу кола, дотичну до горизонталі 14 і т.д. З'єднавши точки дотику A_{17} … K_{11}, отримуємо лінію найбільшого ухилу заданої поверхні від точки A_{17} (найчастіше ця лінія є ламаною). На рис. 5.56, *а* ця лінія $A_{17}K_{11}$ є ламаною лінією, яка складається з відрізків між точками суміжних горизонталей.

Щоб мати більш повне уявлення про характер рельєфу, по лінії $A_{17}K_{11}$ будується додатково профіль цієї лінії (рис. 5.56, *б*). Аналізуючи лінію $A_{17}K_{11}$ на плані і її профіль, можна визначити, що відрізок $C_{15}D_{14}$ має найменше закладання з усіх відрізків ламаної $A_{17}K_{11}$,а , отже, цей відрізок має найбільший ухил і кут

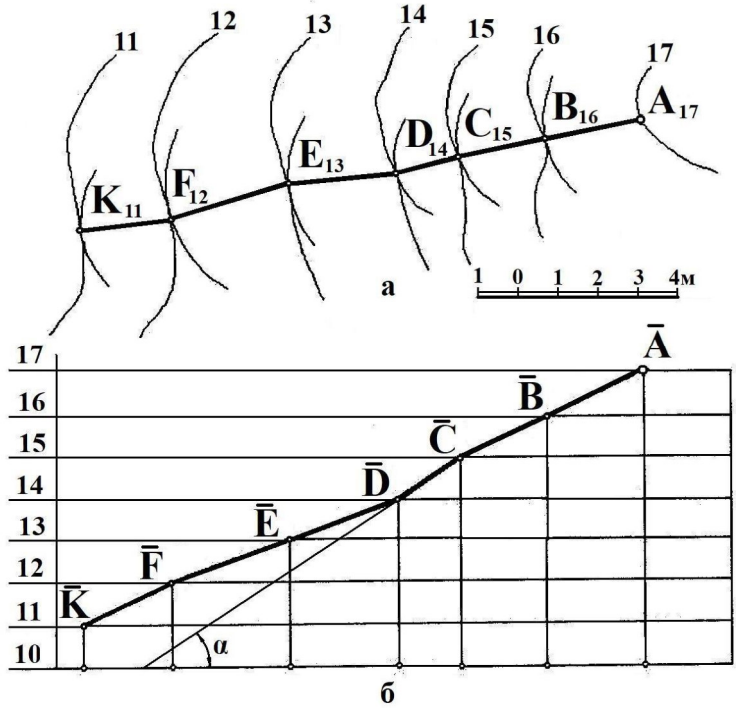


Рис. 5.56. Побудова лінії найбільшого ухилу земної поверхні на плані (а) та її профілю (б)

його нахилу α (рисю 5.56, *б*) є найбільшим серед кутів нахилу решти відрізків.

Лінія заданого (однакового) ухилу має однакове закладання на всій своїй довжині. Цю лінію доводиться проводити під час проєктування споруд на земній поверхні із заданим ухилом. При цьому враховують наступне. Якщо місцевість, де планується будівництво споруди, має значні нерівності рельєфу, то для збереження заданого ухилу споруди потрібно виконати великий обсяг земляних робіт. Можна застосувати інший шлях, який полягає в зміні напрямку осі споруди відповідно до існуючого ухилу місцевості, зберігаючи при цьому заданий ухил споруди. Саме побудова цієї лінії на плані в різних напрямках із заданим ухилом дозволить обрати

оптимальний напрямок розміщення споруди із однаковим ухилом по всій її довжині на даній місцевості.

На рис. 5.57 показано побудову лінії заданого ухилу (ЛЗУ), яка проходить через точку A_{22}, з ухилом 1:20. Для цього:

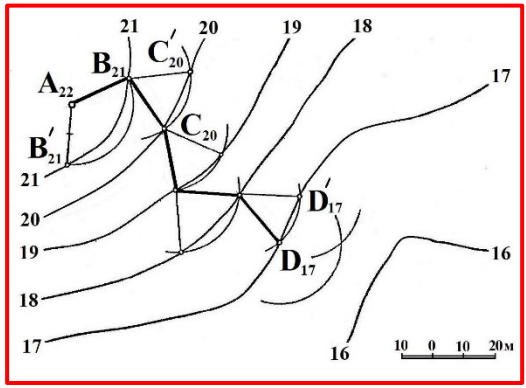


Рис. 5.57. Побудова лінії заданого ухилу на плані земної поверхні

- визначаємо закладання відрізка ЛЗУ, який буде розміщено між суміжними горизонталями (з таких однакових за довжиною відрізків складатиметься ЛЗУ). Оскільки висота перерізу рельєфу дорівнює 1 м, то закладання відрізка між суміжними горизонталями дорівнюватиме інтервалу цього відрізка. За ухилом 1:20 інтервал відрізка ЛЗУ дорівнює 20 м;

- проводимо через точку A_{22} дугу кола радіусом, що дорівнює інтервалу відрізка ЛЗУ (20 м з урахуванням масштабу), і отримуємо в її перетині з горизонталлю 21 точки B_{21} і B'_{21}. Вибір подальшого напрямку ЛЗУ залежить здебільшого від інженерних задач. Нехай приймаємо напрямок $A_{22}B_{21}$;

- проводимо знову дугу кола радіусом 20 м з центром в точці B_{21}. Знаходимо точки C_{20} і C'_{20}. Якщо обрано точку C_{20}, то ЛЗУ пройде через точки A_{22}, B_{21}, C_{20};

- аналогічно будуємо і решту точок ЛЗУ аж до точки D_{17} або D'_{17};

- як видно з рис. 5.57, дуга з центром в точці D_{17} або D'_{17} не перетинає горизонталь 16. Це означає, що в проміжку між горизонталями 17 і 16 неможливо побудувати лінію, ухил якої був би рівним заданому 1:20 (в цьому місці ухил місцевості менший за ухил ЛЗУ, що проєктується);

- сполучивши точки A_{22}, B_{21} … D_{17} прямими лініями,

отримуємо ЛЗУ, що проходить через точку A_{22} і має ухил 1:20.

Якщо потрібно провести ЛЗУ із точки A_{17} в точку B_{14} (рис. 5.58), але при цьому ухил лінії не задано, то треба з точки A_{17} провести дугу радіусом, що дорівнює довжині довільно обраного інтервалу l^1, до перетину з горизонталлю 16, а потім з точки перетину дуги з горизонталлю 16 провести ще дугу того ж радіуса до горизонталі 15, а далі до горизонталі 14.

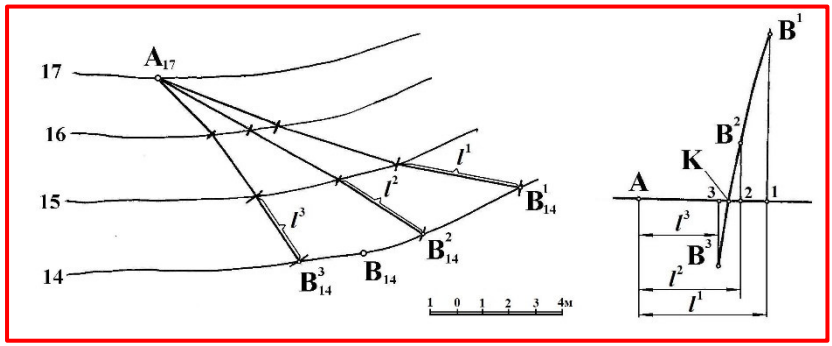


Рис. 5.58. Проведення лінії заданого ухилу із точки A_{17} в точку B_{14}, коли ухил лінії не задано, та визначення інтервалу цієї лінії

Вочевидь, що з першого разу невелика ймовірність потрапити в точку B_{14}. Припускаємо, потрапили в точку B^1_{14}. Тоді зменшуємо довжину інтервалу до l^2 і виконуємо ті ж самі дії, починаючи з точки А17. З другої спроби прокладання лінії з інтервалом l^2 виявилося ближчим до цілі і опинилися в точці B^2_{14}. Зменшуючи ще довжину інтервалу до l^3, робимо третю спробу і опиняємося в точці B^3_{14}, яка знаходиться з іншого боку від точки B_{14}, ніж точки B^1_{14} і B^2_{14}.

Після третьої спроби потрібно будувати так звану «криву помилок». Для цього на горизонтальній прямій від точки А відкладаємо відрізки, що дорівнюють довжині інтервалів l^1, l^2, l^3 і з отриманих точок 1, 2, 3 проводимо перпендикуляри до горизонтальної прямої, на яких відкладаємо відрізки, що дорівнюють відстані між точкою B_{14} і точками B^1_{14}, B^2_{14}, B^3_{14}. Причому ті відрізки, які знаходяться по один бік від B_{14} ($B^1_{14}B_{14}$, $B^2_{14}B_{14}$) відкладаємо вверх, а відрізок $B^3_{14}B_{14}$ – вниз. Через отримані точки B^1, B^2, B^3 проводимо плавну лінію і зазначаємо

точку К її перетину з горизонтальною прямою. Довжина відрізка АК і буде довжиною шуканого інтервалу ЛЗУ, відкладаючи який від точки A_{17} можна потрапити прямісінько в точку B_{14}. Вимірюючи довжину відрізка АК відповідно до масштабу плану, можна знайти ухил ЛЗУ, по якій буде прокладено трасу споруди з ухилом, що дорівнює ухилу ЛЗУ.

Лінією вододілу є крива лінія, що належить поверхні землі і яка є межею, від якої дощові води, що падають на поверхню, розділяються і стікають в різних напрямках (межа двох водозбірних поверхонь). Лінією вододілу є, наприклад, лінія уздовж хребта (рис. 5.51, *в*), що проходить по найвищих точках, і дощові потоки, які потрапляють на хребет, стікають від його лінії вододілу по лініях найбільшого ухилу (лінії схилу). Можна дати таке означення лінії вододілу – це лінія, через кожну точку якої можна провести не менше двох ліній схилу.

На рис. 5.59 на плані зображено ділянку хребта, де через точку М, що належить горизонталі 18, проходить дві лінії схилу

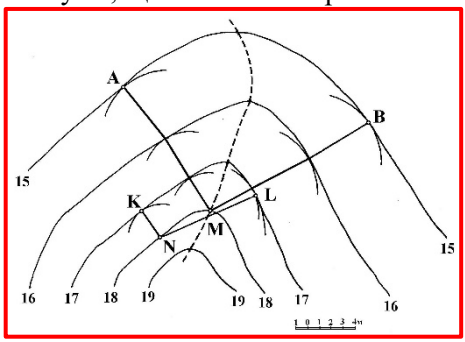


Рис. 5.59. Проведення на плані лінії вододілу на ділянці хребта

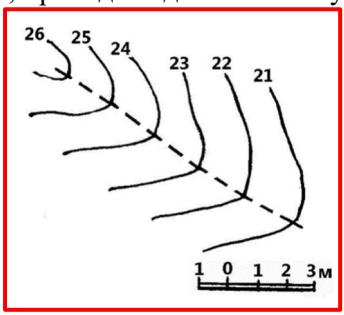


Рис. 5.60. Зображення лінії вододілу на плані ділянки хребта

МА і МВ, отже, точка М належить лінії вододілу. Через точку N, яка розміщена на тій же горизонталі 18, що і точка М, можна провести тільки одну лінію схилу NK, оскільки перпендикуляр NL, проведений з точки N на горизонталь 17, перетинається з горизонталлю 18, на якій лежить точка N, і, отже, не може бути лінією схилу. Побудувавши на всіх горизонталях точки, подібні до М, і з'єднавши їх плавною лінією, отримуємо лінію вододілу, яка на рис. 5.59 позначена штриховою лінією. Зазначимо, що ця

уявна лінія розміщена на опуклостях горизонталей земної поверхні (заокругленнях відносно малого радіуса) і проходить через точки максимальної кривизни горизонталей земної поверхні, причому числові позначки горизонталей уздовж неї зменшуються в бік їх опуклості (рис. 5.51, *в*; рис. 5.60).

Крім лінії вододілу, на земній поверхні існує ще одна лінія, через всі точки якої також можна провести не менше двох ліній схилу. Це ***лінія водозливу (тальвег)***, яка проходить по найнижчих точках, наприклад, лощини (рис. 5. 51, *г*; рис. 5.61), також як і лінія вододілу, є межею між двома водозбірними поверхнями, і до неї стікає вода з двох сусідніх схилів, наприклад, схилів хребта. Вона проходить через точки максимальної кривизни горизонталей, причому числові позначки горизонталей уздовж неї зростають в бік їх опуклості.

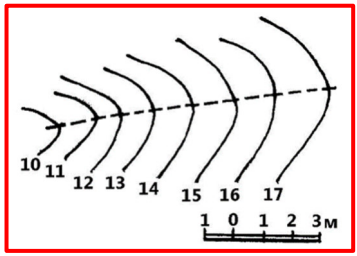


Рис. 5.61. Зображення лінії водозливу на плані ділянки лощини

Лінії вододілу та водозливу показано також на рис. 5.62, 5.63.

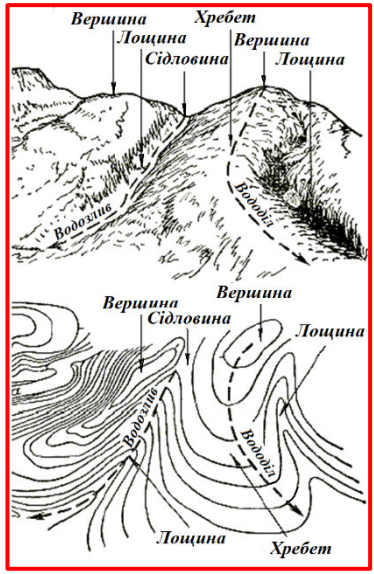


Рис. 5.62. Зображення ліній вододілу та водозливу на наочному зображенні та на плані

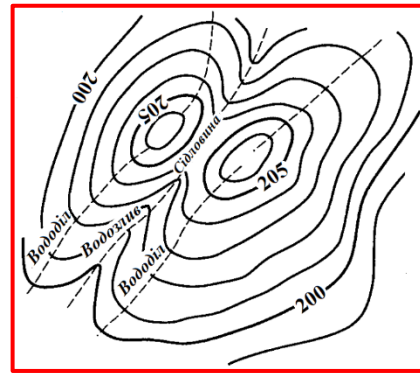


Рис. 5.63. Зображення ліній вододілу та водозливу на плані земної поверхні

Слід звернути увагу, як проставлені числові позначки на рис. 5.63 у верхній частині креслення. Верх цифр, якими зазначено числа позначок, направлений у бік збільшення числових позначок горизонталей земної поверхні.

Якщо точка лежить на горизонталі топографічної поверхні, то її числова позначка дорівнює числовій позначці цієї горизонталі. Позначка точки, яка знаходиться між горизонталями, може бути визначена наближено. Як правило, з метою спрощення дугу кривої лінії, що розміщена на топографічній поверхні і яка з'єднує точки двох суміжних горизонталей, приймають за відрізок прямої. Нехай потрібно визначити числову позначку точки А, що належить топографічній поверхні і знаходиться між горизонталями 16 і 17 (рис. 5.64). Розглянемо два способи визначення числової позначки точки А – спосіб лінійної інтерполяції і спосіб профілю.

За ***способом лінійної інтерполяції*** (рис. 5.64) проводимо через точку А найкоротшу пряму лінію ВС між горизонталями 16 і 17 (ВС – відрізок лінії найбільшого ухилу). Зазначаємо відрізки *а* і *в*, на які точка А ділить відрізок ВС, *l* – довжина (інтервал) відрізка ВС. Числові позначки точок відрізка ВС змінюються прямо пропорційно їх віддаленості від точки В або точки С. Враховуючи це, числову позначку точки А за способом лінійної інтерполяції можна визначити за формулою:

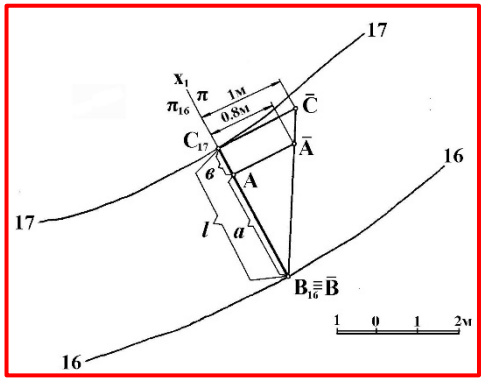


Рис. 5.64. Визначення числової позначки точки А способом лінійної інтерполяції і способом профілю

$$H_A = H_B + \frac{h \cdot a}{l} = H_C - \frac{h \cdot в}{l}, \qquad (5.3)$$

де H_A, H_B, H_C – числові позначки точок А, В, С; *h* – підйом відрізка ВС між горизонталями 16 і 17, *h* = 1 м.

З урахуванням масштабу плану визначаємо для рис. 5.63: l = 3.5 м, a = 2.8 м; $в$ = 0.7 м. Тоді числову позначку точки А знаходимо за формулою (5.3):

$$H_A = 16 + \frac{1 \cdot 2.8}{3.5} = 17 - \frac{1 \cdot 0.7}{3.5} = 16.8 \text{ м}.$$

За ***способом профілю*** (рис. 5.64) через точку А проводимо пряму, що перетинає горизонталі 16 і 17 в довільних точках В і С, при цьому не обов'язково проводити через точку А найкоротшу пряму лінію між горизонталями. Будуємо профіль $\overline{B}\overline{C}$ відрізка ВС на вертикальній площині π (вертикальний масштаб для більш точного визначення числової позначки точки А приймаємо в два рази більшим за масштаб плану). Виміривши відрізок $A\overline{A}$, визначаємо числову позначку точки А: H_A = 16 + 0.8 + 16.8 м.

5.2. Задачі до розділу 5

Задача 5.1. Визначити числову позначку точки D, що належить грані $A_2S_5C_1$ багатогранника, та відстань від вершини S до ребра A_2B_2 (рис. 5.64).

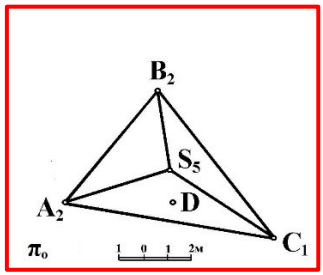


Рис. 5.64

Відповідь: числова позначка точки D дорівнює _____ м; відстань від вершини S до ребра A_2B_2 _____ м.

Задача 5.2. Визначити числову позначку точки S багатогранника, якщо відстань від вершини S до ребра A_2B_2 дорівнює 4 м (рис. 5.65).

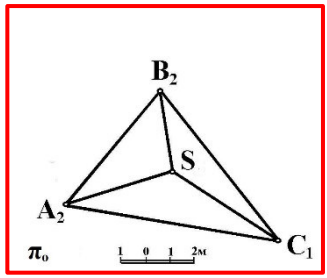


Рис. 5.65

Відповідь: числова позначка точки S дорівнює _____ м.

Задача 5.3. Визначити натуральну величину грані $A_2B_2S_5$ багатогранника (рис. 5.67).

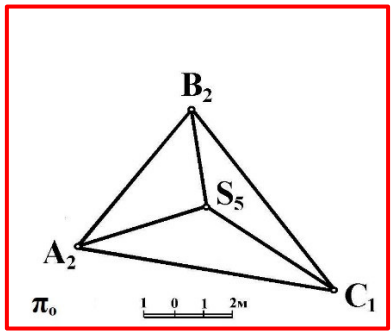


Рис. 5.67

Задача 5.4. Визначити числові вершин D, E, F верхньої основи призми, якщо довжина бічних ребр дорівнює 12 м (рис. 5.68)

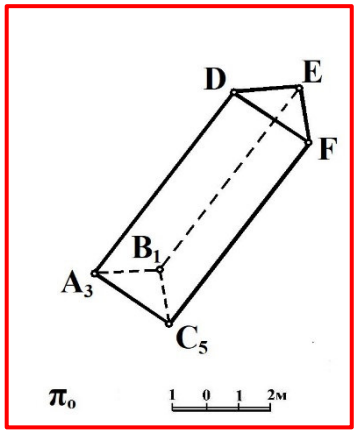


Рис. 5.68

Відповідь: числові позначки точок D, E, F дорівнюють _____ м.

Задача 5.5. Проградуювати поверхню конуса обертання з вертикальною віссю (провести горизонталі конуса), якщо основа конуса має числову позначку 8 м (рис. 5.69) та 16 м (рис. 5.70). Визначити натуральну величину твірних поверхні конуса.

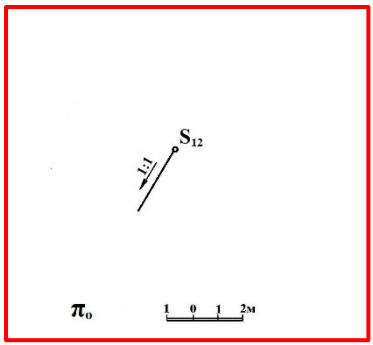


Рис. 5.69

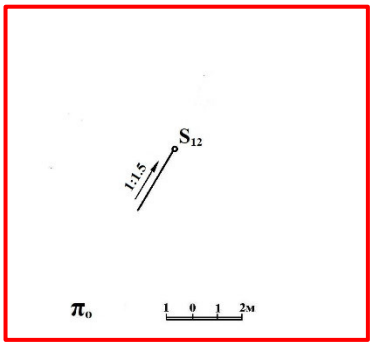


Рис. 5.70

Відповідь: натуральна величина твірних поверхні конуса дорівнює ____ м (рис. 5.69) і _____ (рис. 5.70).

Задача 5.6. Два укоси, шо задані горизонтальними бровками з числовими позначками 10 м і величинами ухилів, спрягаються (перетинаються) між собою по частині поверхні еліптичного конуса (рис. 5.71). Зобразити цей конус на плані, проградуювавши його, якщо його вершина має числову позначку 10 м, а основа – 6 м.

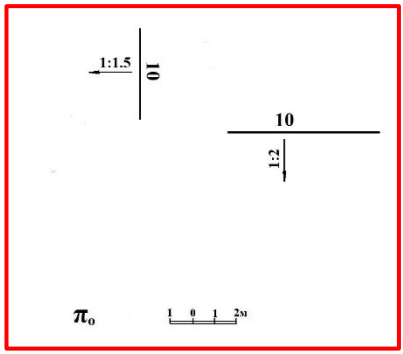


Рис. 5 .71

Задача 5.7. Поверхня еліптичного конуса задана горизонталями конуса 2 і 4 (рис. 5.72). Побудувати горизонталі конуса 3 і 5 та визначити числову позначку вершини S.

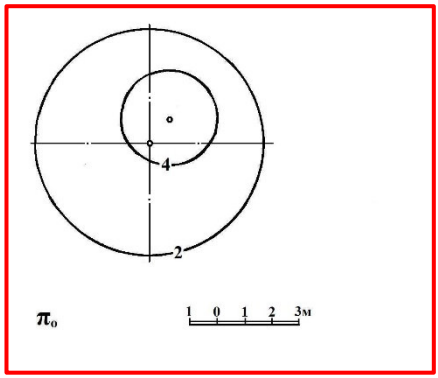


Рис. 5.72

Відповідь: числова позначка вершини конуса S дорівнює _____ м.

Задача 5.8. Поверхня еліптичного конуса задана горизонталлю конуса 2 і вершиною S_6 (рис. 5.73). Побудувати горизонталі конуса 3, 4 і 5.

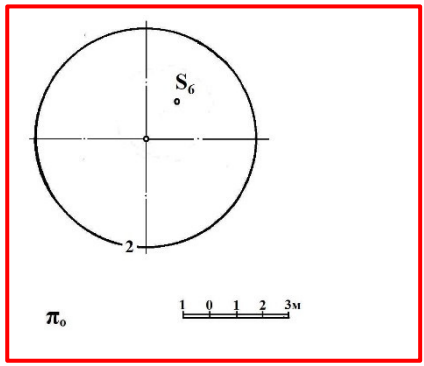


Рис. 5.73

Задача 5.9. Визначити натуральну величину лінії перетину поверхні конуса обертання з вертикальними площинами α_0^1 і α_0^2 (рис. 5.74).

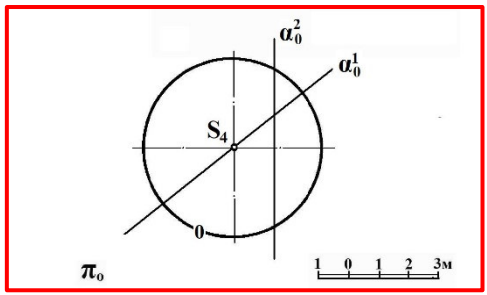


Рис. 5.74

Задача 5.10. Побудувати лінії перетину центрального укосу, що має поверхню конуса обертання, з площинами крайніх укосів (рис. 5.75).

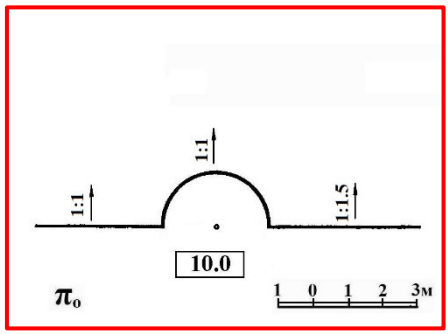


Рис. 5.75

Задача 5.11. Проградувати бічну поверхню циліндра з горизонтальними твірними та визначити відстань між основами циліндра, площу бічної поверхні та площу основи (рис. 5.76).

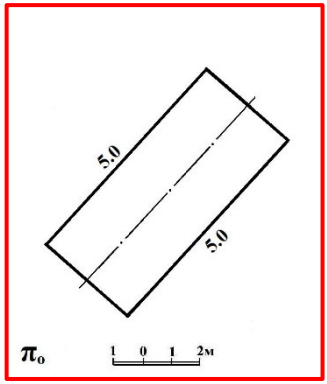


Рис. 5.76

Відповідь: відстань між основами циліндра дорівнює ___ м; площа бічної поверхні дорівнює ____ $м^2$; площа основи дорівнює _____ $м^2$.

Задача 5.12. На рис. 5.77 наведена вісь криволінійного полотна дороги. Проградувати полотно дороги та побудувати його бровки, якщо ширина полотна дороги дорівнює 4 м.

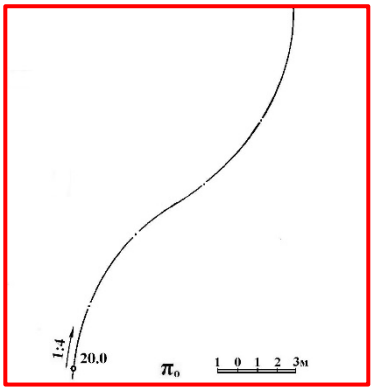


Рис. 5.77

Задача 5.13. На рис. 5.78 наведено вісь заокруглення полотна дороги, яка є дугою кола. Проградувати полотно дороги, використавши формулу (5.1), та побудувати його бровки, якщо ширина полотна дороги дорівнює 4 м.

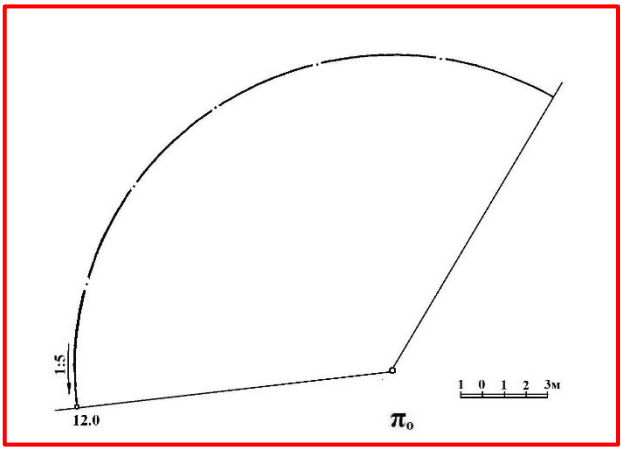


Рис. 5.78

Задача 5.14. Побудувати лінії перетину укосів між собою (рис. 5.79). В площині середнього укосу провести лінію найбільшого ухилу.

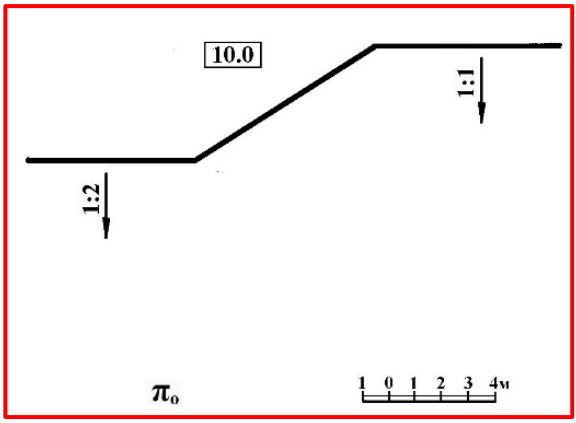


Рис. 5.79

Задача 5.15. Проградувати укоси насипу, що примикають до нахиленої дороги, якщо ухил укосів 1:2 (рис. 5.80).

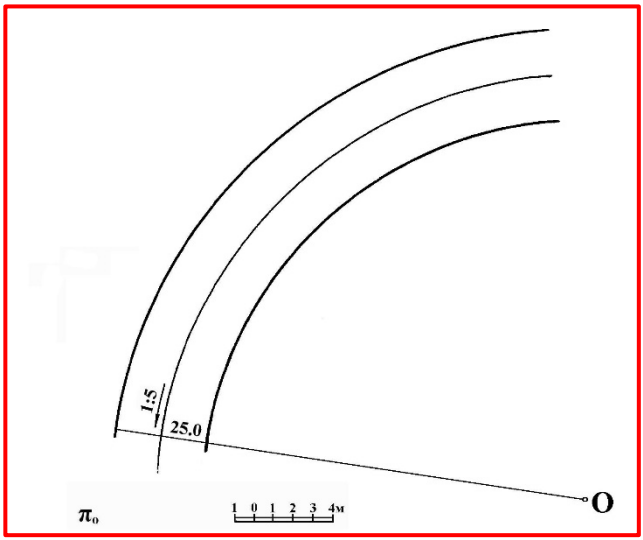


Рис. 5.80

Задача 5.16. Проградуювати укоси виїмки, що примикають до нахиленої дороги, якщо ухил укосів 1:2 (рис. 5.81).

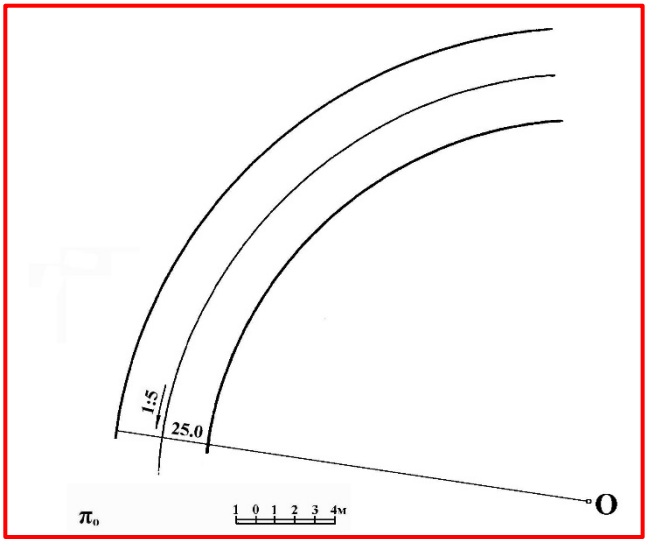


Рис. 5.81

Задача 5.17. Проградувати укоси насипу, що примикають до нахиленої ділянки дороги (рис. 5.82). Укоси насипу є поверхнями рівностійкого укосу, твірні яких мають вигляд, наведеної на рис. 5.82, кривої нормального перерізу.

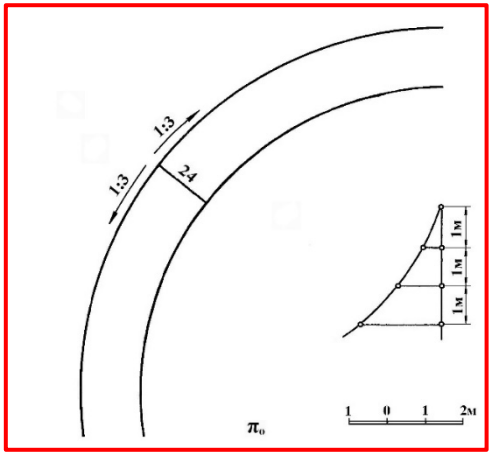


Рис. 5.82

Задача 5.18. Проградувати укоси насипу, що є поверхнею рівнодовгого укосу і примикають до нахиленої ділянки дороги (рис. 5.83). Довжина відрізка твірної $K_{24}L_{19}$, яка утворює дану поверхню укосу, дорівнює 5 м.

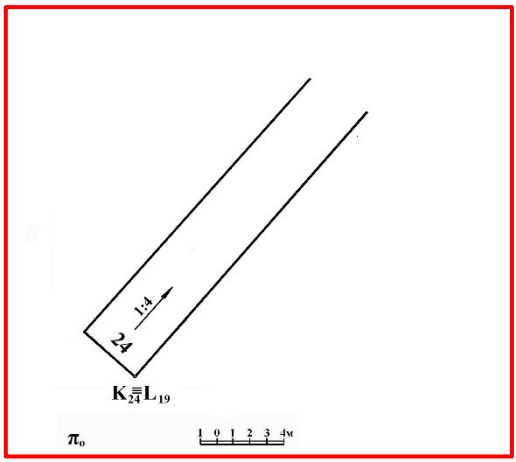


Рис. 5.83

Задача 5.19. Проградувати дорожнє полотно двоскатної дороги (рис. 5.84).

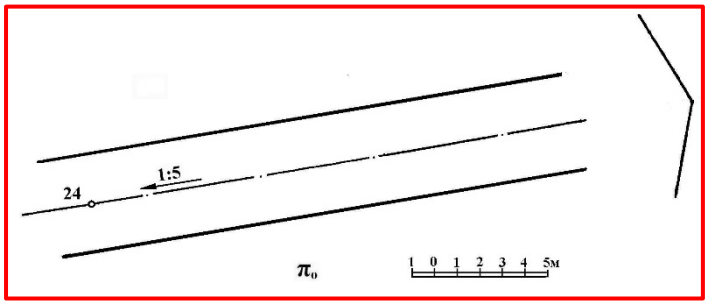


Рис. 5.84

Задача 5.20. Побудувати винесений та накладений профіль топографічної поверхні у напрямку 1-1 (рис. 5.85).

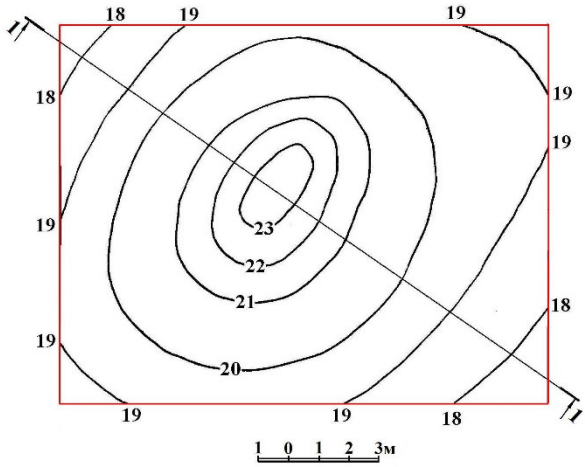


Рис. 5.85

Задача 5.21. Через точку A_{80} провести лінію найбільшого ухилу даної земної поверхні (рис. 5.86).

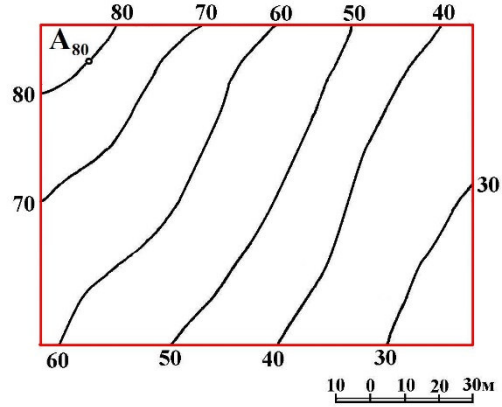


Рис. 5.86

Задача 5.22. На топографічній поверхні через точки A_{50}, B_{50}, C_{50} провести лінії найбільшого ухилу (рис. 5.87).

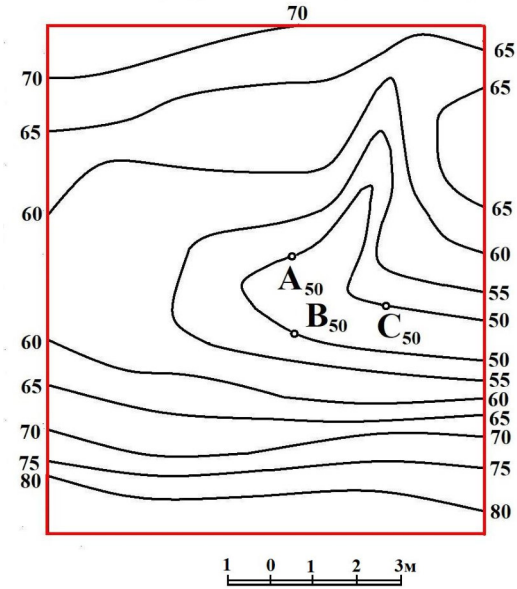


Рис. 5.87

Задача 5.23. На топографічній поверхні провести через точку A_{17} лінію із заданим ухилом 1:3 (рис. 5.88).

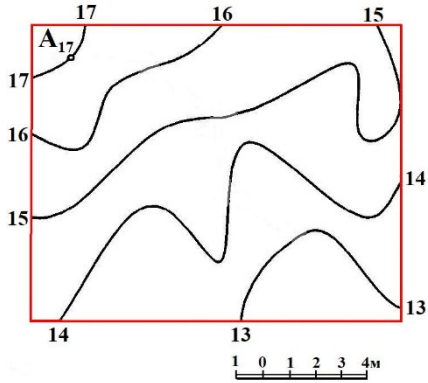


Рис. 5.87

Задача 5.24. На топографічній поверхні провести лінії заданого ухилу: через точку A_{50} з ухилом 1:2, через точку B_{50} з ухилом 1:1, через точку C_{50} з ухилом 1:1.5 (рис. 5.88).

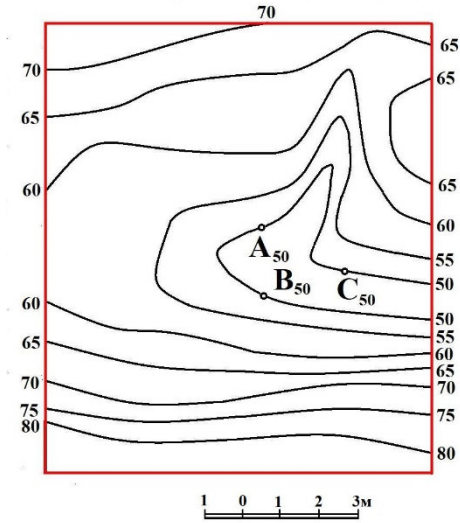


Рис. 5.88

Задача 5.25. Побудувати на топографічній поверхні лінії вододілу та водозливу (рис. 5.89).

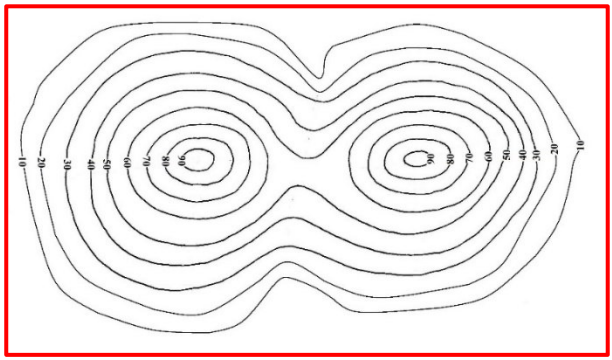


Рис. 5.89

Задача 5.26. Визначити числову позначку точки К, що належить топографічній поверхні (рис. 5.90).

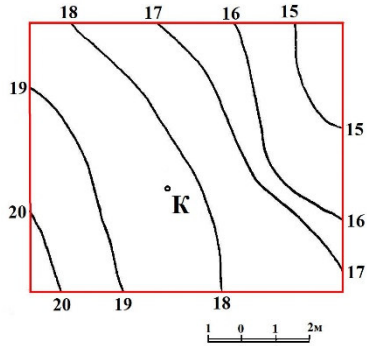


Рис. 5.90

Задача 5.27. На плані топографічній поверхні провести горизонталь з числовою позначкою 18.5 м (рис. 5.91).

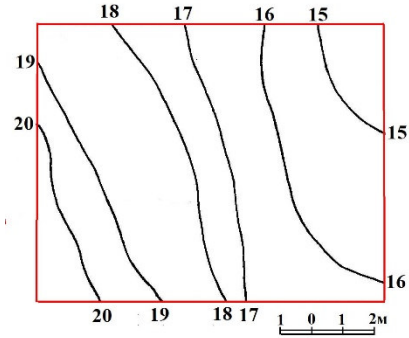
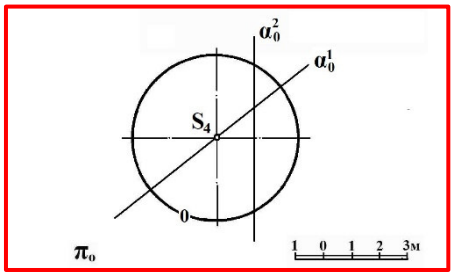


Рис. 5.91

5.3. Приклади тестових завдань до розділу 5

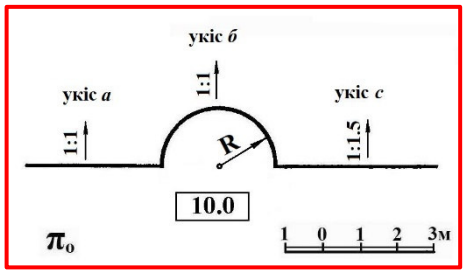
5.1. Який вигляд має лінія перетину поверхні конуса обертання з вертикальними площинами α_0^1 і α_0^2 (рис. 5.92)?



- **еліпс**
- **парабола**
- **гіпербола**
- **коло**
- **дві пересічні прямі**

Рис. 5.92

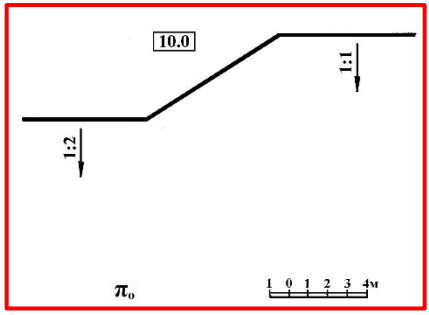
5.2. Який вигляд має лінія перетину укосу *б* з укосом *а* та укосу *б* з укосом *с* (рис. 5.93)?



- **еліпс**
- **парабола**
- **гіпербола**
- **коло**
- **дві пересічні прямі**

Рис. 5.93

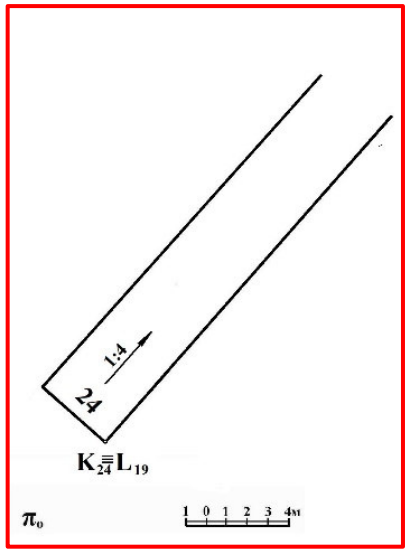
5.3. На рис. 5.94 зображено три укоси, які перетинаються між собою. Середній укіс є поверхнею:



- **циліндроїда**
- **коноїда**
- **косої площини**
- **однакового ухилу**
- **рівностійкого укосу**
- **рівнодовгого укосу**

Рис. 5.94

5.4. Визначити числову позначку точки нульових робіт, в якій укіс насипу, що заданий поверхнею рівнодовгого укосу, переходить в укіс виїмки (рис. 5.95). Довжина відрізка твірної $K_{24}L_{19}$, яка утворює дану поверхню укосу, дорівнює 5 м.



- **17м**
- **18м**
- **19м**
- **20м**
- **21м**

Рис. 5.95

5.5. Назвати, зображені на рис. 5.96 – 5.100, елементи (нерівності) земної поверхні.

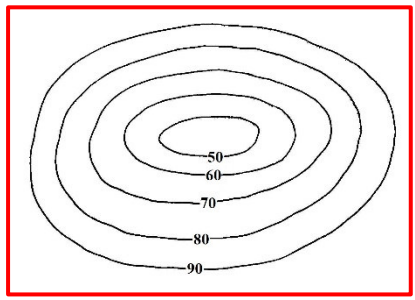


Рис. 5.96

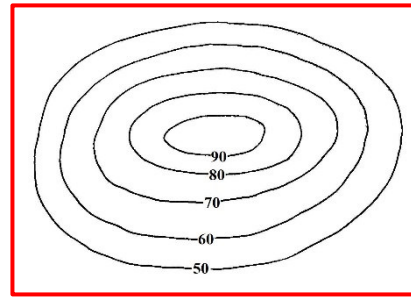


Рис. 5.97

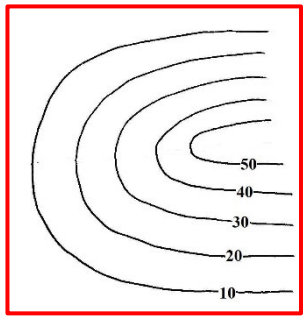


Рис. 5.98

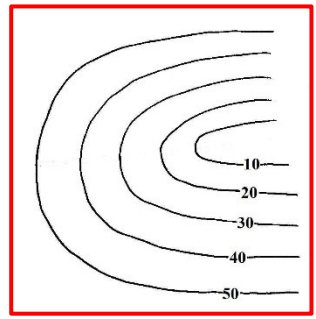


Рис. 5.99

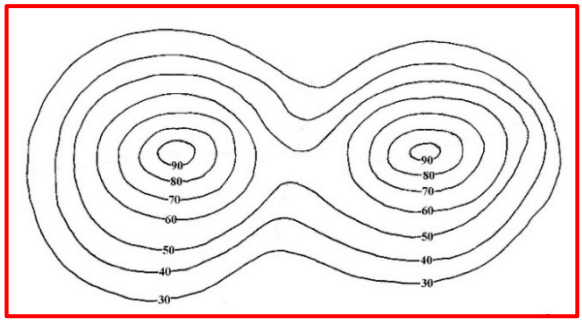


Рис. 5.100

• Гора • Улоговина • Хребет • Лощина • Сідловина

5.6. Назвати, зображені на рис. 5.101–5.105, елементи (нерівності) земної поверхні.

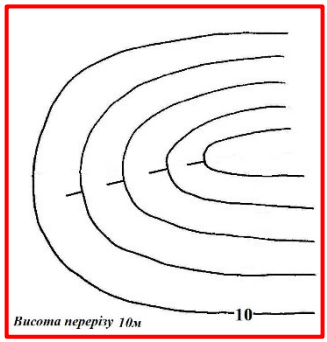


Рис. 5.101

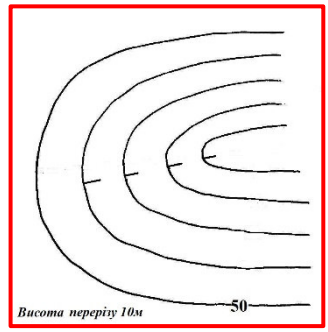


Рис. 5.102

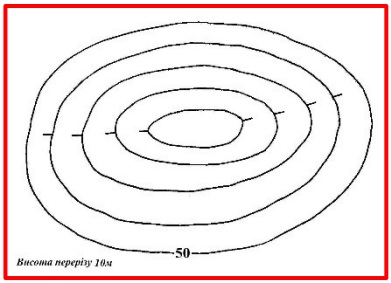


Рис. 5.103

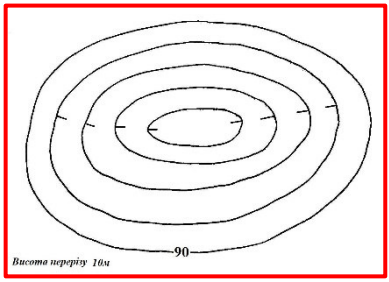


Рис. 5.104

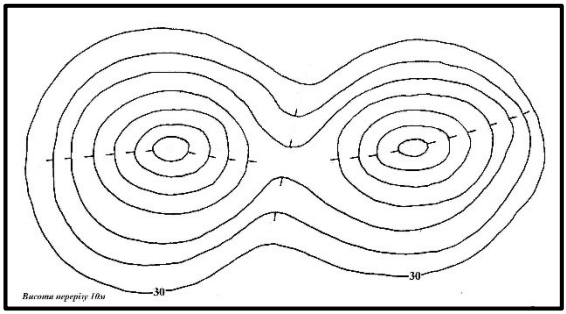


Рис. 5.105

• Гора • Улоговина • Хребет • Лощина • Сідловина

5.7. Визначити, який з відрізків прямих, що належать топографічній поверхні, має найбільший (найменший) ухил, найбільший (найменший) кут нахилу до горизонтальної площини (рис. 5.106).

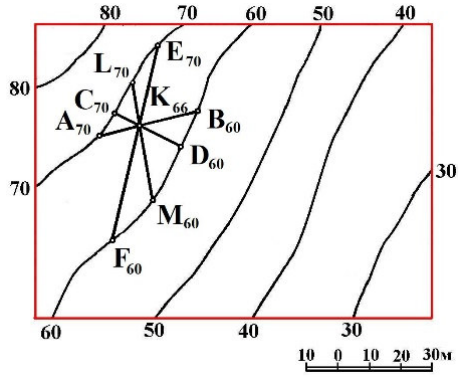


Рис. 5.106

- $A_{70}B_{60}$
- $C_{70}D_{60}$
- $E_{70}F_{60}$
- $L_{70}M_{60}$

Розділ 6. Перетин поверхні з площиною та прямою лінією. Взаємний перетин поверхонь

6.1. Теоретичні відомості

6.1.1. Перетин поверхні з площиною

6.1.1.1. Перетин багатогранної та кривої поверхні з площиною

Лінією перетину поверхні багатогранника з площиною є плоский замкнений багатокутник. В нарисній геометрії найчастіше цю лінію перетину визначають способом ребр, який полягає в тому, що вершини багатокутника лінії перетину *L*, M, N (рис. 6.1) побудовано як точки перетину ребер *а*, *в*, *с* багатогранника (призми) з площиною γ: *L* = *а* ∩ γ, M = *в* ∩ γ, N = *с* ∩ γ.

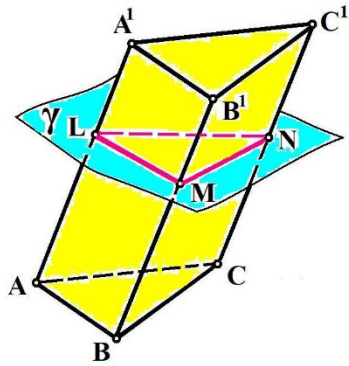


Рис. 6.1. Побудова на наочному зображенні лінії перетину багатогранника з площиною

На рис. 6.2 побудовано на плані способом профілю лінію перетину $L_{1.9}M_{2.4}N_{2.2}$ поверхні призми (*а* // *в* // *с*) з площиною γ, яка задана горизонтальними прямими. Цей спосіб поряд із способом горизонталей є найбільш поширеним при розв'язуванні різноманітних задач в проєкціях з числовими позначками. Через ребра призми *а*, *в*, *с* або відповідно $A_1A_5^1$, $B_0B_4^1$, $C_5C_5^1$ проводимо вертикальні площини π^1, π^2, π^3 і будуємо профілі ребр призми $\overline{A}_1\overline{A}_5^1$, $\overline{B}_{10}\overline{B}_4^1$, $\overline{C}_1\overline{C}_5^1$ та профілі лінії перетину π^1, π^2, π^3 з площиною γ: $\overline{a}_1\overline{a}_5$, $\overline{в}_1\overline{в}_5$, $\overline{c}_1\overline{c}_5$. Визначаємо профілі точок вершин лінії перетину площини γ з поверхнею призми: $\overline{L} = \overline{a}_1\overline{a}_5 \cap \overline{A}_1\overline{A}_5^1$, $\overline{M} = \overline{в}_1\overline{в}_5 \cap \overline{B}_{10}\overline{B}_4^1$, $\overline{N} = \overline{c}_1\overline{c}_5 \cap \overline{C}_1\overline{C}_5^1$. Проєкціюємо $\overline{L}$, $\overline{M}$, $\overline{N}$ на горизонтальні проєкції відповідних ребер призми, отримуємо $L_{1.9}M_{2.4}N_{2.}2$. Числові позначки зазначених точок можна визначити

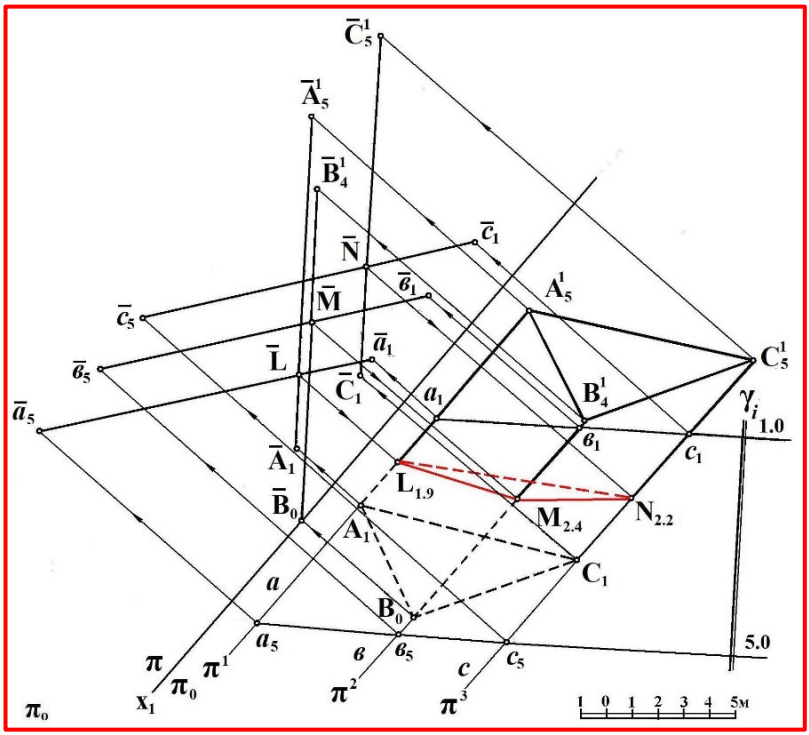


Рис. 6.2. Побудова на плані лінії перетину багатогранника з площиною

або на побудованих профілях цих точок, або градуюванням ребер призми, на яких лежать ці точки.

Лінією перетину кривої поверхні з площиною в загальному випадку є плоска крива лінія. Проєкції цієї лінії на плані можуть бути побудовані за її окремими точками, визначають або перетином твірних кривої поверхні з площиною (1-й спосіб), або перетином однойменних горизонталей площини і поверхні (2-й спосіб).

За 1-им способом на рис. 6.3 побудовано на наочному зображенні лінію перетину LMN циліндричної поверхні з площиною γ: $L = t^1 \cap \gamma$, $M = t^1 \cap \gamma$, $N = t^3 \cap \gamma$, де t^1, t^2, t^3 – твірні циліндричної поверхні.

На рис. 6.4 побудовано на плані лінію перетину LMN

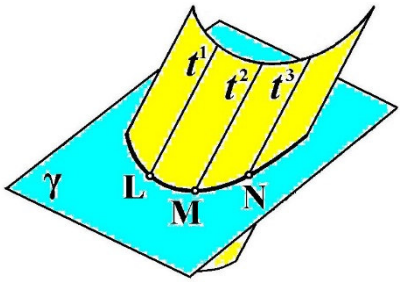


Рис. 6.3. Побудова на наочному зображенні лінії перетину циліндричної поверхні з площиною (1-й спосіб)

циліндричної поверхні загального вигляду, що задана напрямною m і твірними t^1, t^2, t^3, з площиною γ. Для визначення точок L, M, N перетину t^1, t^2, t^3 з площиною γ, як і у попередній задачі, через твірні проводимо вертикальні січні площини π^1, π^2, π^3, будуємо профілі цих твірних $\bar{t}_1^1\bar{t}_5^1$, $\bar{t}_1^2\bar{t}_5^2$, $\bar{t}_1^3\bar{t}_5^3$ та ліній перетину π^1, π^2, π^3 з площиною γ. На відміну від попередньої задачі не будуються окремі профілі, що утворює

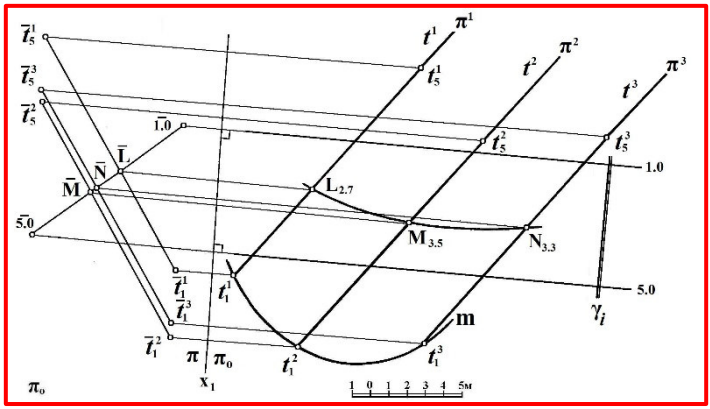


Рис. 6.4. Побудова на плані лінії перетину циліндричної поверхні загального вигляду з площиною (1-й спосіб)

кожна січна площина π^1, π^2, π^3, а будується спільний профіль для всіх трьох січних площин. Геометрична сутність цього полягає в тому, що вісь x_1 розміщується перпендикулярно до горизонталей 1.0 і 5.0 площини γ. В такому випадку профілі, що утворюють січні площини π^1, π^2, π^3, збігаються в один спільний профіль $\overline{1.0} - \overline{5.0}$. Далі визначаємо профілі $\bar{L}$, $\bar{M}$, $\bar{N}$: $\bar{L} = \bar{t}_1^1\bar{t}_5^1 \cap \overline{1.0} - \overline{5.0}$, $\bar{M} = \bar{t}_1^2\bar{t}_5^2 \cap \overline{1.0} - \overline{5.0}$, $\bar{N} = \bar{t}_1^3\bar{t}_5^3 \cap \bar{t}_1^3\bar{t}_5^3 \cap \overline{1.0} - \overline{5.0}$. Проєкціюємо $\bar{L}$, $\bar{M}$, $\bar{N}$ на горизонтальні проєкції твірних t^1, t^2, t^3, отримуємо $L_{2.7}$, $M_{3.5}$,

$N_{3.4}$ – точки, через які проходить лінія перетину циліндричної поверхні з площиною γ.

За 2-им способом на рис. 6.5 побудовано на наочному зображенні фрагмент лінії перетину B_1C_2 площини γ з циліндричною поверхнею, що задана горизонталями поверхні $h_1^ц$, $h_2^ц$ у вигляді кола з числовими позначками 1 і 2 м. Таке задання циліндричної поверхні означає, що її лініями перетину з горизонтальними площинами є кола. Точки B_1 і C_2 лінії перетину знайдено як точки перетину горизонталей поверхні з однойменними горизонталями площини γ: $B_1 = h_1^ц \cap 1.0$, $C_2 = h_{21}^ц \cap 2.0$.

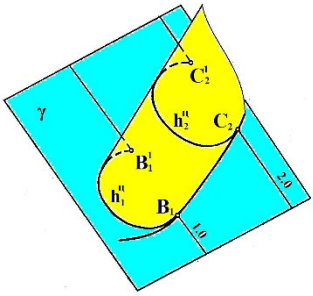


Рис. 6.5. Побудова на наочному зображені лінії перетину циліндричної поверхні з площиною (2-й спосіб)

На рис. 6.6 наведено побудову лінії перетину такої циліндричної поверхні з площиною γ на

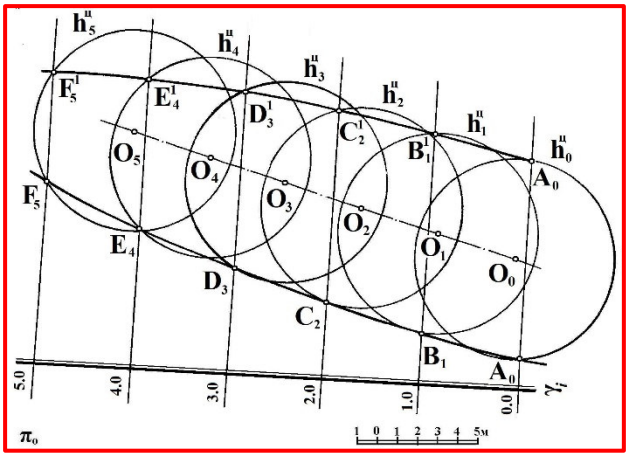


Рис. 6.6. Побудова на плані лінії перетину циліндричної поверхні загального вигляду з площиною (2-й спосіб)

плані. Так, перетин горизонталей з числовою позначкою 0 м визначає точки A_0 і A_0^1 шуканої лінії перетину, а перетин горизонталей з числовою позначкою 2 м – точки B_0 і B_0^1 і т.д.

Лінією перетину в даному випадку буде плоска крива лінія – еліпс.

6.1.1.2. Перетин топографічної поверхні з площиною

На рис. 6.7 наведено приклад побудови лінії перетину топографічної поверхні з площиною γ, яка задана масштабом ухилу γ_i. Ця лінія проходить через точки перетину однойменних горизонталей площини та топографічної поверхні. Для більшої наочності горизонталі тієї частини поверхні, що знаходиться під площиною γ показано у вигляді штрихових ліній (по лінії перетину змінюється видимість топографічної поверхні відносно площини γ).

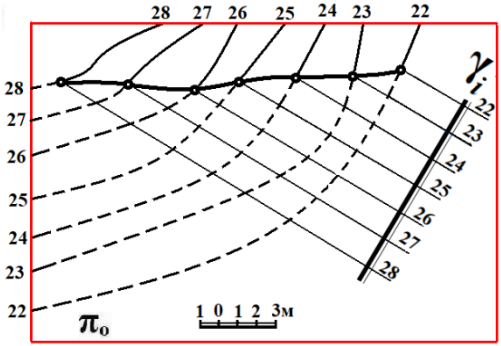


Рис. 6.7. Побудова лінії перетину топографічної поверхні з площиною

Задачі на побудову лінії перетину топографічної поверхні з площиною повсюди зустрічаються при проєктуванні різноманітних інженерно-будівельних споруд на земній поверхні, під час розв'язування геологічних задач, наприклад, при побудові виходу пласту корисних копалин на земну поверхню. Так, на плані топографічної поверхні (рис. 6.8) задана покрівля (верх поверхні) пласту γ (аз. пад. 225^0, кут пад. 30^0), який виходить на поверхню в точці А з числовою позначкою 360 м. Потрібно побудувати вихід пласту на земну поверхню.

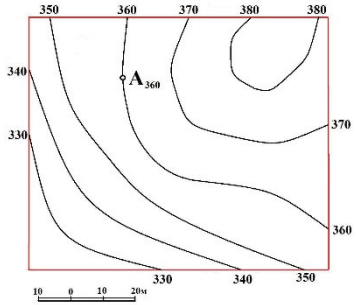


Рис. 6.8.Початкова умова задачі на побудову лінії виходу пласту на земну поверхню

Задача зводиться до визначення лінії перетину площини пласту γ із заданою топографічною поверхнею. В

геології площини пластів задаються азимутами падіння та кутами падіння. На рис. 6.9 дано горизонталь h_{360} площини пласту і напрям спуску пласту. Кут β – це азимут падіння площини пласту – кут, який виміряно по ходу годинникової стрілки між північним напрямом меридіану і напрямом спуску площини. Таким чином, площина пласту однозначно визначається, якщо її задати таким чином: γ (A_{360}, аз. пад. 225^0, кут пад. 30^0). Ці елементи, які визначають положення пласту в просторі, в геології називають елементами залягання пласту.

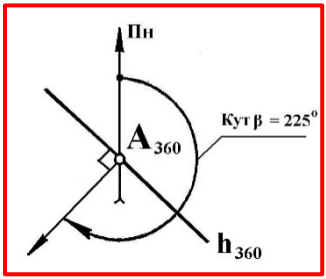


Рис. 6.9. До визначення азимуту падіння площини

Розв'язування задачі наведено на рис. 6.10 і зводиться до виконання таких дій:

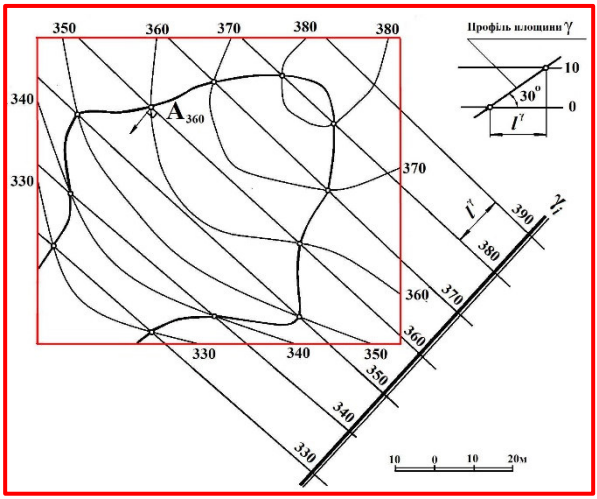


Рис. 6.10. Розв'язування задачі з початковою умовою на рис. 6.8

- через точку A_{360} проводимо напрям спуску площини γ, враховуючи, що азимут падіння площини складає 225^0;
- через точку A_{360} перпендикулярно до напряму спуску проводимо горизонталь 360 м площини γ;

- будуємо профіль площини γ у напрямку спуску, враховуючи, що кут падіння площини складає 30^0;

- з профілю площини визначаємо закладання l' між горизонталями площини γ, підйом яких дорівнює 10 м;

- з урахуванням напрямку спуску площини γ градуємо її, провівши горизонталі площини паралельно до горизонталі з позначкою 360 м з відстанями між сусідніми горизонталями, що дорівнюють закладанню l';

- будуємо лінію перетину топографічної поверхні з площиною пласту γ (лінією виходу пласту на земну поверхню), яка проходить через точки перетину однойменних горизонталей площини γ і топографічної поверхні.

Побудовані вище лінії перетину топографічної поверхні з площиною – це лінії, які з'єднують точки перетину горизонталей поверхні та площини з однаковими числовими позначками. Цей метод визначення лінії перетину називається способом горизонталей і застосовується найчастіше.

Послідовність графічних дій за цим способом така:

- проводять горизонталі поверхні та площини, що мають однакові числові позначки;

- знаходять точки перетину однойменних горизонталей поверхні та площини;

- з'єднують знайдені точки лінією, яка і буде шуканою лінією перетину поверхні з площиною.

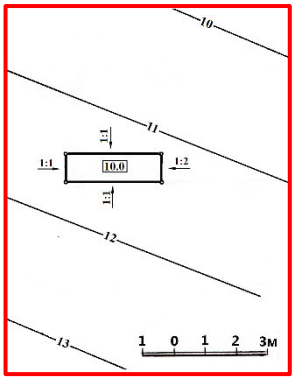


Рис. 6.11. Початкова умова задачі

На рис. 6.11 наведено початкову графічну умову задачі на побудову ліній перетину укосів котлована між собою і з земною поверхнею – плоским косогором. Дно котлована – горизонтальний майданчик, до якого примикають чотири укоси, три з яких мають ухил 1:1, а четвертий – 1:2. Плоский косогір задано горизонтальними прямими 10 м, 11 м, 12 м, 13 м, які паралельні і знаходяться на однаковій відстані між собою.

Котлован можна уявити, як зрізану піраміду, що має чотири бічні грані (укоси). Нижня основа – дно котлована, а сторони верхньої основи – це лінії перетину укосів котлована (бічних граней піраміди) з плоским косогором.

Виконуємо такі дії:

1. Спочатку визначаємо, який тип укосів (укіс насипу чи виїмки) примикає до горизонтального дна котлована. Оскільки числова позначка дна котлована 10 м і дно знаходиться між горизонталями 11 м і 12 м плоского косогору (тобто дно котлована має меншу числову позначку, ніж оточуюча його поверхня землі), то укоси котлована є укосами виїмки. На практиці це означає, що для спорудження котлована на місцевості, зображеної на рис. 6.11, землю потрібно забирати.

В кожному з чотирьох укосів проводимо лінії найбільшого ухилу перпендикулярно до меж дна котлована, які є підошвами укосів у вигляді горизонтальних прямих з числовими позначками 10 м (рис. 6.12).

2. Градуємо лінії найбільшого ухилу укосів з урахуванням того, що інтервали укосів з ухилом 1:1 дорівнюють 1 м, а з ухилом 1:2 – 2 м. Фіксуємо на лініях найбільшого ухилу точки з числовими позначками 10 м, 11 м, 12 м, які знаходяться одна від одної на відстані 1 м для укосів з ухилом 1:1 і на відстані 2 м для укосу з ухилом 1:2 (рис. 6.12). Точки з числовими позначками 10 м будуть знаходитися на підошвах укосів (на лініях межі дна котлована). Після зазначення на лініях найбільшого ухилу укосів точок з цілими числовими позначками вони перетворилися в

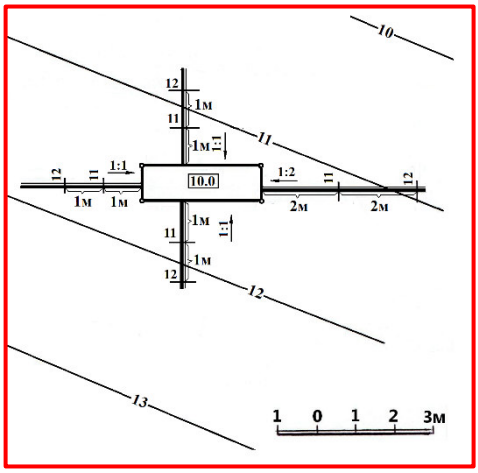


Рис. 6.12. Проведення масштабів ухилів укосів (1-й етап)

масштаби ухилів укосів, які є проградуйованими проєкціями ліній найбільшого ухилу (див. 3.1.1).

3. Через точки з числовими позначками 11 м і 12 м масштабів ухилу укосів проводимо однойменні горизонталі укосів з числовими позначками 11 м і 12 м і будуємо так звану «теоретичну» лінію перетину укосів між собою, яка не обмежена плоским косогором, тому і називається теоретичною на відміну від дійсної. Ця лінія є прямою, оскільки сусідні укоси, що перетинаються між собою, є площинами. Для її побудови (рис. 6.13) визначаємо дві точки, що належать водночас двом суміжним укосам. Ці точки знаходимо в перетині горизонталей суміжних укосів з числовими позначками 10 м (це підошви укосів або лінії меж дна котлована) та 12 м.

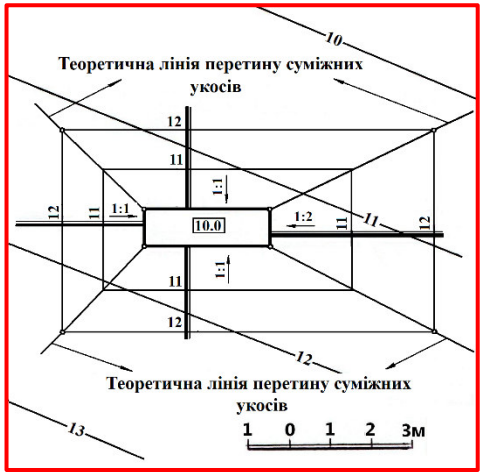


Рис. 6.13. Побудова теоретичних ліній перетину суміжних укосів котлована (2-й етап)

4. Будуємо лінію перетину укосів із земною поверхнею – плоским косогором. Точки цієї лінії повинні водночас належати і укосам, і земній поверхні, тобто задача на побудову ліній перетину укосів із земною поверхнею зводиться до визначення спільних точок укосів із земною поверхнею як точок перетину однойменних горизонталей укосів і земної поверхні.

Почнімо з побудови лінії перетину лівого укосу котлована із земною поверхнею. Визначаємо точки перетину горизонталей лівого укосу з однойменними горизонталями земної поверхні: $A_{11} = 11_у \cap 11_з$, $B_{12} = 12_у \cap 12_з$ $M_{13} = 13_у \cap 13_з$, де $11_у$, $12_у$, $13_у$ – горизонталі укосу, $11_з$, $12_з$, $13_з$ – горизонталі земної поверхні. З

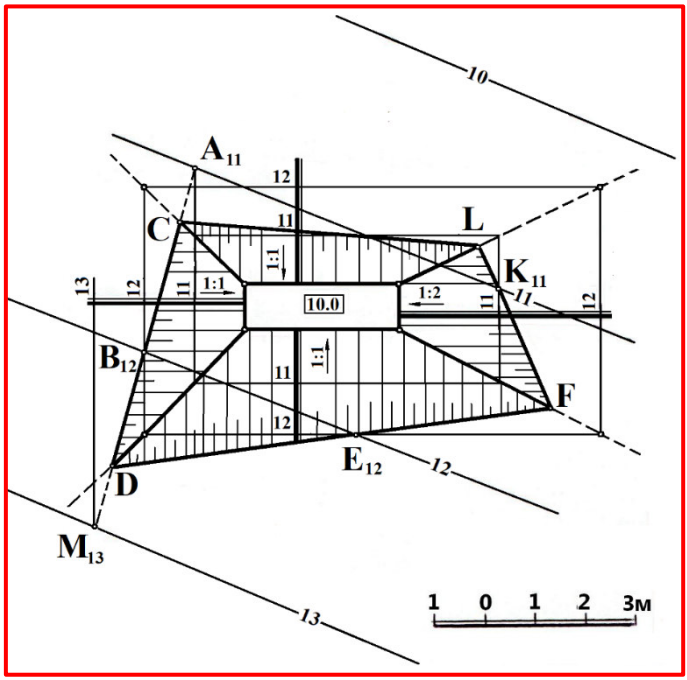


Рис. 6.14. Побудова ліній перетину укосів котлована між собою і з плоским косогором за початковою умовою на рис. 6.11 (заключний етап)

цих трьох точок лише точка B_{12} знаходиться в межах лівого укосу, а точки A_{11}, M_{13} – за межами лівого укосу, по інший бік від «теоретичних» ліній перетину лівого укосу із сусідніми укосами знизу та зверху. Оскільки і укіс, і земна поверхня є площинами, то вони перетинаються по прямій лінії, тобто точки A_{11}, B_{12}, M_{13} повинні лежати на одній прямій. З'єднуємо точки A_{11}, B_{12}, M_{13} прямою лінією, яка перетинає «теоретичні» лінії перетину лівого укосу із сусідніми в точках C і D. Точки C і D обмежують довжину «теоретичної» лінії і визначають дійсну довжину ліній перетину лівого укосу із сусідніми, а також дійсну довжину лінії перетину лівого укосу із земною поверхнею. Оскільки CD – пряма лінія, то для її побудови достатньо було б визначити дві точки, наприклад A_{11} і B_{12} або B_{12} і M_{13}, провівши через які пряму лінію, можна визначити точки C і D як точки її перетину з «теоретичними» лініями перетину лівого укосу із сусідніми.

Лінія перетину нижнього укосу із земною поверхнею також пряма лінія, яка буде проходити через точки D і E_{12} до перетину в точці F з «теоретичною» лінією перетину нижнього укосу з укосом справа, DF буде дійсною довжиною лінії перетину нижнього укосу із земною поверхнею. Аналогічно визначаємо, що LF і LC – дійсні довжини ліній перетину відповідно укосів справа та зверху із земною поверхнею. Проведення цих ліній дозволяє також визначити дійсну довжину ліній перетину укосу справа із сусідніми укосами. Таким чином, ламана лінія CDFL, яка складається з чотирьох відрізків, є шуканою лінією перетину укосів котлована із земною поверхнею – плоским косогором.

Насамкінець проводимо з верхніх кромок (бровок) укосів бергштрихи перпендикулярно до горизонталей укосів 11 м і 10 м, оскільки укоси котлована є укосами виїмки.

Розглянемо задачу на побудову лінії перетину укосів з поверхнею землі, яка не є площиною, а є кривою поверхнею. Так, на рис. 6.15 наведено початкову умову задачі на побудову ліній перетину укосів, що примикають до горизонтального полотна дороги з числовою позначкою 20 м. Ухил укосів 1:1, ширина смуг під кювети, що мають поперечну прямокутну форму, дорівнює 0.5 м.

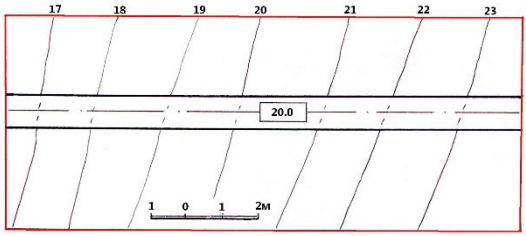


Рис. 6.15. Початкова умова задачі

Як і в попередній задачі, спочатку визначаємо тип та розміщення на плані укосів, що примикають до дороги. Для цього потрібно порівняти проєктні числові позначки бровок дороги, яка проєктується на даній місцевості (рис. 6.15), з числовими позначками існуючого рельєфу земної поверхні. Візьмемо крайню зліва точку на бровці дороги, в якій горизонталь 23 м земної поверхні перетинає бровку і порівняємо числові позначки в цій точці бровки та земної поверхні. Проєктна позначка бровки в цій точці 20 м, а числова позначка земної поверхні в цій точці 23 м. Звідси випливає, що для прокладання дороги в цьому місці ґрунт землі потрібно

забирати, а, отже, в цій точці до бровки повинен примикати укіс виїмки. В укосі виїмки числові позначки точок по мірі віддаленості від дороги зростають. Тепер порівняємо числові позначки бровки і земної поверхні в точці перетину крайньої зліва горизонталі 17 м земної поверхні з бровкою. Проєктна позначка бровки залишається в цій точці також 20 м, проте позначка земної поверхні 17 м, тобто менша за проєктну позначку. Щоб прокласти дорогу в цьому місці потрібно підсипати землю, а, отже, це означає, що до дороги в цій точці примикає укіс насипу. В укосі насипу числові позначки його точок у міру їх віддалення від дороги зменшуються. Маємо: до розміщеної справа ділянки дороги повинен примикати укіс виїмки, а до ділянки дороги, розміщеної зліва, – укіс насипу. Логічно припустити, що на бровці дороги існує точка, в якій укіс виїмки переходить в укіс насипу і навпаки. В цій точці не треба забирати або підсипати землю. А це можливо, якщо числові позначки в цій точці і бровки, і земній поверхні будуть однаковими. На рис. 6.16 цією точкою буде точка з позначкою 20 м на бровці, в якій і земна поверхня, і бровка мають однакові числові позначки 20 м. На рис. 6.16 ці точки позначено буквами А і Б на верхній та нижній бровках. Точки А і Б називають точками нульових робіт, в цих точках будівельні роботи не виконуються (не забирають і не підсипають землю), укіс виїмки переходить в укіс насипу і навпаки. З геометричного погляду точка нульових робіт є точкою перетину бровки дороги із земною поверхнею. Така точка є спільною як для бровки, так і для земної поверхні, а, отже, має однакову

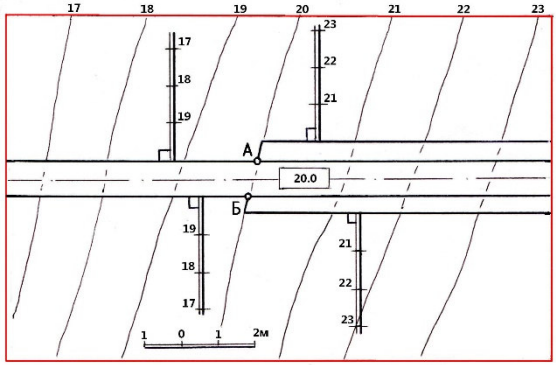


Рис. 6.16. Визначення точок нульових робіт та типів укосів (1-й етап)

числову позначку як для бровки, так і для земної поверхні. Узагальнюючи, можна дати таке означення: ***точки нульових робіт – це точки перетину ліній контуру споруди із земною поверхнею.***

Точки нульових робіт дозволяють визначити ділянки дороги, до яких примикають укоси виїмки та насипу. З боку ділянки дороги, до якої примикає укіс виїмки, проводимо смуги під кювети (рис. 6.16). Дощові потоки з укосів виїмки безпосередньо стікають у кювети, тому кювети обов'язково будують з метою запобігання потрапляння води на полотно дороги та його розмиву.

В межах плану (рис. 6.16) до полотна дороги з двох боків примикають по два укоси насипу та виїмки. Укоси виїмки примикають до кювет, лінії контуру яких паралельні і лежать в одній горизонтальній площині з бровками. В кожному з укосів (рис. 6.16) проводимо лінії найбільшого ухилу перпендикулярно до бровок, оскільки вони є горизонтальними прямими. Градуюємо лінії найбільшого ухилу укосів, враховуючи, що ухили укосів 1:1. Це означає, що точки з цілочисельними позначками на цих лініях віддалені одна від одної на відстані 1 м, тобто інтервали ліній найбільшого ухилу укосів дорівнюють 1 м. Через побудовані точки з цілочисельними позначками проводимо горизонталі 19 м, 18 м, 17 м в укосах насипу і горизонталі 21 м, 22 м, 23 м в укосах виїмки. Горизонталі в укосах проводимо перпендикулярно до масштабів ухилу укосів або паралельно до бровок дороги.

Лінія перетину укосу із земною поверхнею – це лінія, точки якої водночас належать і укосу, і земній поверхні. Для її побудови (рис. 6.17) потрібно знайти точки перетину горизонталей укосів з горизонталями земної поверхні, що мають однакові числові позначки. Через ці спільні для земної поверхні і укосів точки і буде проходити лінія перетину укосів із земною поверхнею. Її проводять як плавну криву лінію або вона може складатися з відрізків ламаної лінії, що з'єднують суміжні точки. Цю лінію в проєкціях з числовими позначками називають межею земляних робіт, тобто ***межа земляних робіт – це лінія перетину укосів споруди із земною поверхнею.***

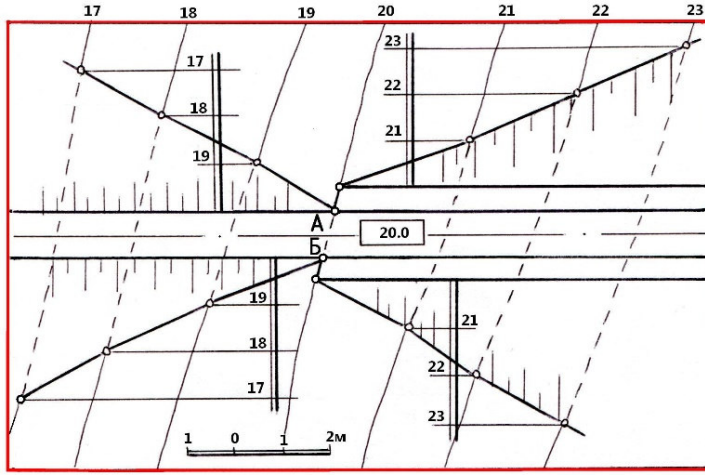


Рис. 6.17. Побудова меж земляних робіт укосів (заключний етап)

Після побудови меж земляних робіт укосів, виконують штриховку укосів бергштрихами (рис. 6.17), які проводять з верхньої кромки укосів перпендикулярно до горизонталей укосів або паралельно до масштабів ухилу укосів. Верхньою кромкою в укосах насипу є бровка дороги (лінія контуру споруди), а в укосах виїмки – межа земляних робіт. Така відмінність в проведенні бергштрихів в укосах насипу та виїмки дозволяє їх легко розрізняти на планах, що значно полегшує читання креслень в проєкціях з числовими позначками.

Слід зазначити, що в точках нульових робіт не тільки укіс насипу переходить в інший тип укосу – укіс виїмки, але і однотипні укоси можуть переходити один в одного. На рис. 6.18

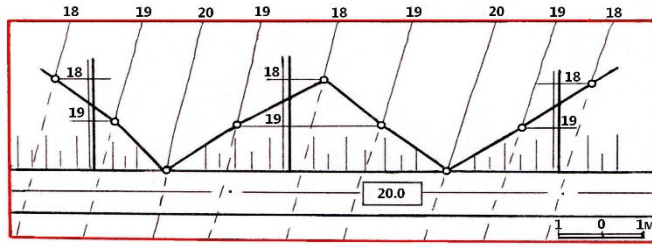


Рис. 6.18. Побудова меж земляних робіт трьох укосів насипу

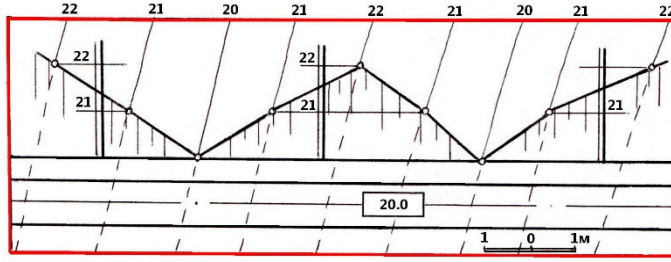


Рис. 6.19. Побудова меж земляних робіт трьох укосів виїмки

показано, що бровка горизонтального полотна дороги має дві точки нульових робіт з одного боку дороги, і в цих точках укоси насипу переходять один в одного, а на рис. 6.19 також бровка горизонтального полотна дороги має дві точки нульових робіт, в яких вже укоси виїмки переходять один в одного.

Якщо в межах плану на лінії контуру споруди немає точок нульових робіт, то це означає, що до споруди примикає лише

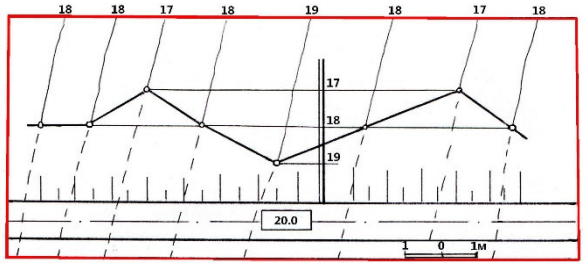


Рис. 6.20. Побудова межі земляних робіт укосу насипу, коли в межах плану немає точок нульових робіт

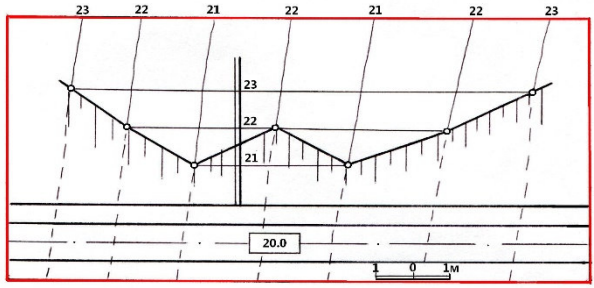


Рис. 6.21. Побудова межі земляних робіт укосу виїмки, коли в межах плану немає точок нульових робіт

один укіс або укіс насипу, або укіс виїмки. Так, на рис. 6.20 до полотна дороги примикає один укіс насипу, а на рис. 6.21 – один укіс виїмки. Характерною особливістю цих креслень є те, що лінія межі земляних робіт не торкається бровок дороги. Якщо б ця лінія торкалася б лінії контуру споруди, то це б означало, що в цій точці знаходиться точка нульових робіт.

Більш поширеною на практиці є побудова меж земляних робіт укосів, що примикають до нахиленої ділянки споруди, наприклад, полотна дороги. На рис. 6.22 наведено початкову умову задачі на побудову меж земляних робіт укосів, що примикають до нахиленого полотна дороги. Ухил дороги 1:3, ухил укосів 1:1, ширина смуг під кювети 0.5 м.

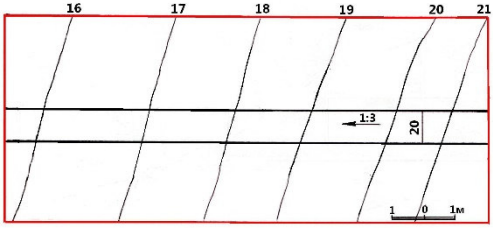


Рис. 6.22. Початкова умова задачі

Як і у попередніх задачах, спочатку визначаємо точки нульових робіт. Це точки, в яких земна поверхня перетинає лінію контуру споруди, тому її можна знайти способом профілю, провівши допоміжну вертикальну площину через бровку і побудувавши на ній профіль бровки і земної поверхні. За цим способом знаходять точки перетину прямої із земною поверхнею, про що детально буде сказано в наступному параграфі. В даній задачі точки нульових робіт знайдено способом горизонталей. Суть цього способу полягає в тому (рис. 6.23), що будують лінію перетину умовної площини, що проходить через полотно дороги, із земною поверхнею. Точки цієї лінії водночас належать і земній поверхні, і уявній площині. В точці, де лінія перетину уявної площини із земною поверхнею перетинає бровку, отримуємо точку, яка водночас належить і земній поверхні, і бровці, тобто в цій точці бровка дороги перетинає земну поверхню, а, отже, ця точка і буде точкою нульових робіт. На рис. 6.23 точки нульових робіт на обох бровках позначено буквами C і D.

Далі визначаємо тип укосів, які примикають до полотна дороги справа від точок нульових робіт C і D. Для цього візьмемо

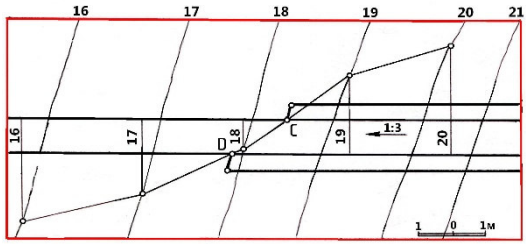


Рис. 6.23. Визначення точок нульових робіт та типів укосів (1-й етап)

точку з проєктною позначкою 20 м на бровці дороги і порівняємо її величину з числовою позначкою земної поверхні в цій самій точці, яка приблизно дорівнює 20.4 м, тобто більша за числову позначку точки бровки. Отже, справа від точок C і D до дороги примикає укіс виїмки. Тепер візьмемо точку на бровці з проєктною позначкою 17 м зліва від точок C і D. Числова позначка земної поверхні в цій точці приблизно дорівнює 16.8 м, тобто є меншою за числову позначку бровки в цьому місці. Отже, зліва від точок C і D до дороги примикає укіс насипу.

Далі градуємо укоси (рис. 6.24), тобто проводимо в них

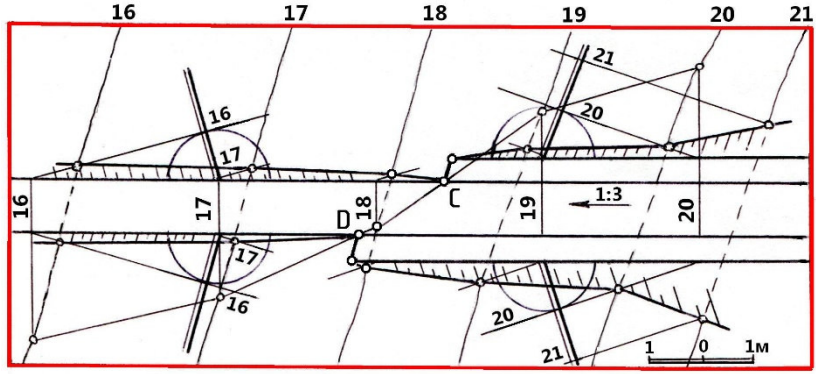


Рис. 6.24. Побудова меж земляних робіт укосів, що примикають до нахиленого полотна дороги (заключний етап)

горизонталі, враховуючи відповідно до 5.1.2.7 деякі відмінності в проведенні горизонталей в укосах насипу та виїмки. На рис. 6.25 показано проведення на наочному зображенні горизонталі 16 м в укосі насипу, яка є дотичною до горизонталі конуса 16 м, вершина якого встановлена в точку 17 м на бровці дороги. Радіус

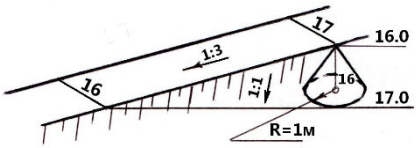


Рис. 6.25. Проведення на наочному зображенні горизонталі 16 м в укосі насипу

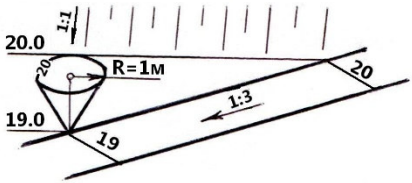


Рис. 6.26. Проведення на наочному зображенні горизонталі 20 м в укосі виїмки

горизонталі конуса 16 м визначаємо за формулою (3.1): R = (17-16)·1 = 1 м. На рис. 6.26 показано проведення на наочному зображенні горизонталі 20 м в укосі виїмки, яка є дотичною до горизонталі конуса 20 м, вершина якого встановлена в точці 19 м на бровці дороги, а сам конус при цьому є перевернутим. Радіус горизонталі конуса 20 м також визначаємо за формулою (3.1): $R = |19 - 20| \cdot 1 = 1$ м.

Провівши горизонталь 16 м в укосі насипу і горизонталь 20 м в укосі виїмки, можна перпендикулярно до них провести лінії найбільшого ухилу укосів (рис. 6.24). Зазначаємо на них точки з цілочисельними числовими позначками, які знаходяться одна від одної на відстані 1 м, оскільки ухил укосів 1:1.Через зазначені точки проводимо горизонталі укосів до їх перетину з однойменними горизонталями земної поверхні. Через точки перетину однойменних горизонталей укосів і земної поверхні проводимо лінії, які є межею земляних робіт укосів.

Насамкінець проводимо бергштрихи в укосах перпендикулярно до горизонталей укосів або паралельно до масштабів ухилу укосів (рис. 6.24). Слід зазначити, що у попередній задачі (рис. 6.17) бергштрихи в укосах перпендикулярні до бровок дороги, оскільки бровки є нижніми та верхніми горизонталями укосів. На рис. 6.24 бровки не є горизонтальними прямими, а є нахиленими прямими лініями, тому горизонталі укосів в них не перпендикулярні до бровок.

На рис. 6.27 побудовано межу земляних робіт укосу насипу, що примикає до нахиленого полотна дороги. Лінія

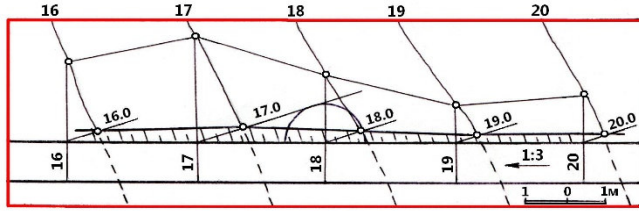


Рис. 6.27. Побудова межі земляних робіт укосу насипу

перетину уявної площини, що проходить через полотно дороги, із земною поверхнею не перетинає бровку дороги в межах плану. Це означає, що на даному плані відсутні точки нульових робіт і до бровки примикає один укіс. Для визначення типу укосу порівняємо проєктні числові позначки точки бровки дороги, наприклад 19 м з числовою позначкою земної поверхні в цій точці, яка приблизно дорівнює 18.8 м, тобто є меншою за проєктну. Таким чином, щоб прокласти на даній місцевості дорогу, потрібно землю підсипати, тобто до дороги буде примикати укіс виїмки. Межа земляних робіт даного укосу насипу будується аналогічно до побудови межі земляних робіт укосу насипу в попередній задачі.

На рис. 6.28 також побудовано межу земляних робіт укосу,

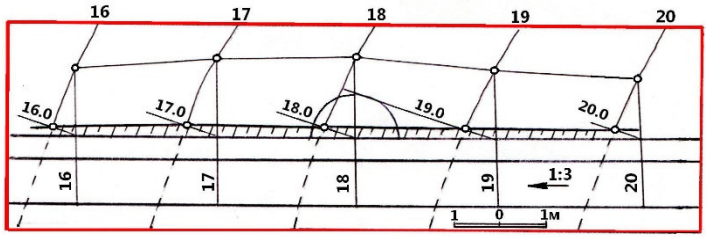


Рис. 6.28. Побудова межі земляних робіт укосу виїмки

що примикає до нахиленого полотна дороги, але це вже укіс виїмки, оскільки числові позначки земної поверхні в будь-якій точці бровки дороги більші за проєктні. Укіс виїмки, що примикає до дороги, також один в межах плану, оскільки лінія перетину уявної площини, що проходить через полотно дороги, із земною поверхнею, як і на рис. 6.27, не перетинає бровку дороги.

На рис. 6.29 побудовані межи земляних робіт трьох укосів,

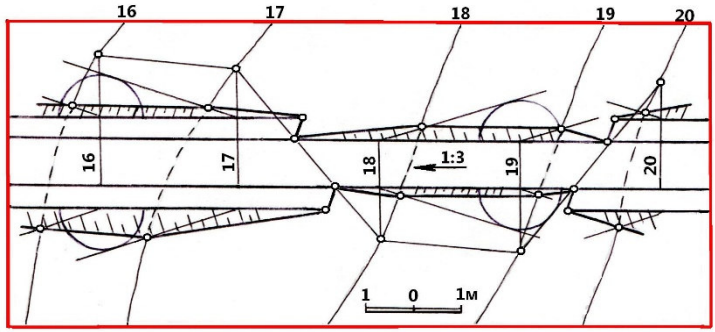


Рис. 6.29. Побудова меж земляних робіт трьох укосів

що примикають до нахиленого полотна дороги. Два крайніх укоси – укоси виїмки, центральний укіс – укіс насипу. Слід зазначити, що в укосах виїмки горизонталі паралельні між собою, тому в одному із укосів (укосі справа) не потрібно проводити горизонталі конусів, оскільки напрям горизонталей відомий, що значно полегшує градуювання подібних укосів. Зазначимо, горизонталі в укосах будуть паралельними, якщо укоси однотипні і мають однакові ухили.

Розглянемо задачу на побудову меж земляних робіт укосів, що примикають до горизонтального будівельного майданчика з числовою позначкою 40 м (рис. 6.30). Ухил укосів 1:1, ширина смуг під кювети 0.5 м.

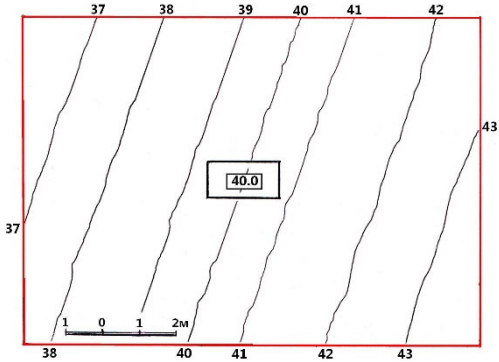


Рис. 6.30. Початкова умова задачі

Спочатку, як і в попередніх задачах, знаходимо точки нульових робіт. Це будуть точки на лінії контуру будівельного майданчика з числовою позначкою 40 м. На рис. 6.31 вони

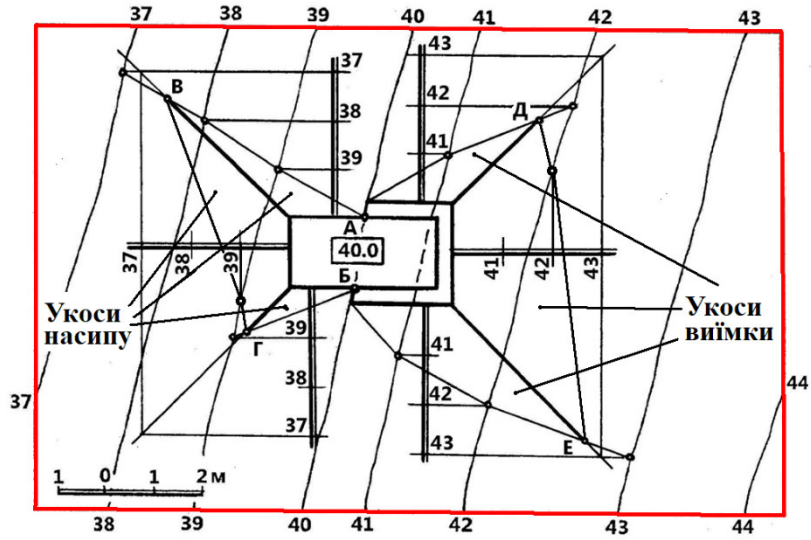


Рис. 6.31. Побудова точок нульових робіт, ліній перетину суміжних укосів та меж земляних робіт укосів (1-й етап)

позначені буквами А і Б, які з'єднані зліва і справа трьома відрізками ламаної. До кожного з цих відрізків примикає укіс. Визначимо типи укосів, які примикають до майданчика зліва та справа від точок А і Б. Візьмемо верхню зліва точку на контурі майданчика, вона повинна мати проєктну позначку 40 м. В цій точці позначка земної поверхні приблизно дорівнює 39.2 м, тобто менша за проєктну. Отже, щоб побудувати майданчик, зліва від точок А і Б потрібно землю підсипати аж до горизонталі земної поверхні 40 м, яка називається лінією нульових робіт майданчика. Таким чином, до майданчика зліва від точок А і Б будуть примикати три укоси насипу. Аналогічно можна визначити, що справа від точок А і Б до майданчика будуть примикати три укоси виїмки і, щоб побудувати майданчик на даній місцевості, потрібно справа від лінії нульових робіт майданчика (горизонталі земної поверхні 40 м) зрізати ґрунт землі.

З боку укосів виїмки проводимо смуги під кювети (рис. 6.31), які паралельні до відповідних ліній контуру

майданчика і мають числові позначки 40 м, укоси виїмки безпосередньо будуть примикати до кювет.

Виконуємо побудову ліній перетину суміжних укосів між собою (рис. 6.31). Почнемо з укосів насипу. «Теоретичні» лінії перетину цих укосів будуть проходити через точки перетину горизонталей 37 м і 40 м цих укосів. Горизонталь 40 м – це лінія контуру майданчика, яка водночас є бровкою (верхньою частиною) укосів насипу. Далі обмежуємо «теоретичну» лінію перетину верхнього укосу з укосом зліва. Для цього будуємо межу земляних робіт верхнього укосу. Знаходимо точки перетину горизонталей 39 м, 38 м укосу і земної поверхні, через які буде проходити межа земляних робіт верхнього укосу. Точки перетину з позначками 39 м, 38 м будуть знаходитися в межах верхнього укосу насипу, до «теоретичної» лінії перетину. Проте точка перетину горизонталей 37 м верхнього укосу і земної поверхні буде знаходитися за межами верхнього укосу, по інший бік від «теоретичної» лінії перетину суміжних укосів, тобто знаходити інші точки перетину однойменних горизонталей верхнього укосу і земної поверхні, наприклад з позначкою 36 м, не потрібно. З'єднуємо спільні точки укосу і земної поверхні з позначками 40 м, 39 м, 38 м і 37 м лінією, яка перетне «теоретичну» лінію перетину суміжних укосів в точці В, що дозволяє визначити дійсну довжину лінії перетину суміжних укосів та межу будівельних робіт верхнього укосу насипу, а, отже, в цілому його дійсні контури (розміри). Аналогічним чином знаходимо точку Г на «теоретичній» лінії перетину укосів насипу зліва та нижнього, що дозволяє визначити дійсні контури нижнього укосу насипу. Межа земляних робіт лівого укосу насипу буде проходити через точку Г, точку перетину горизонталей 39 м укосу зліва і земної поверхні та точку В.

«Теоретична» лінія перетину суміжних укосів виїмки буде проходити через точки перетину горизонталей 43 м і 40 м цих укосів. Будуємо межу земляних робіт верхнього укосу виїмки. Вона проходить через спільні точки 40 м, 41 м і 42 м горизонталей верхнього укосу і земної поверхні. Спільна точка 40 м при цьому переміститься від точки А по горизонталі земної поверхні 40 м до лінії контуру кювети. Ця лінія перетне «теоретичну» лінію

перетину суміжних укосів в точці Д, що дозволяє визначити дійсні контури (розміри) верхнього укосу виїмки. Аналогічним чином знаходимо точку Е, що дозволяє визначити дійсні контури нижнього укосу виїмки. Межа земляних робіт укосу виїмки

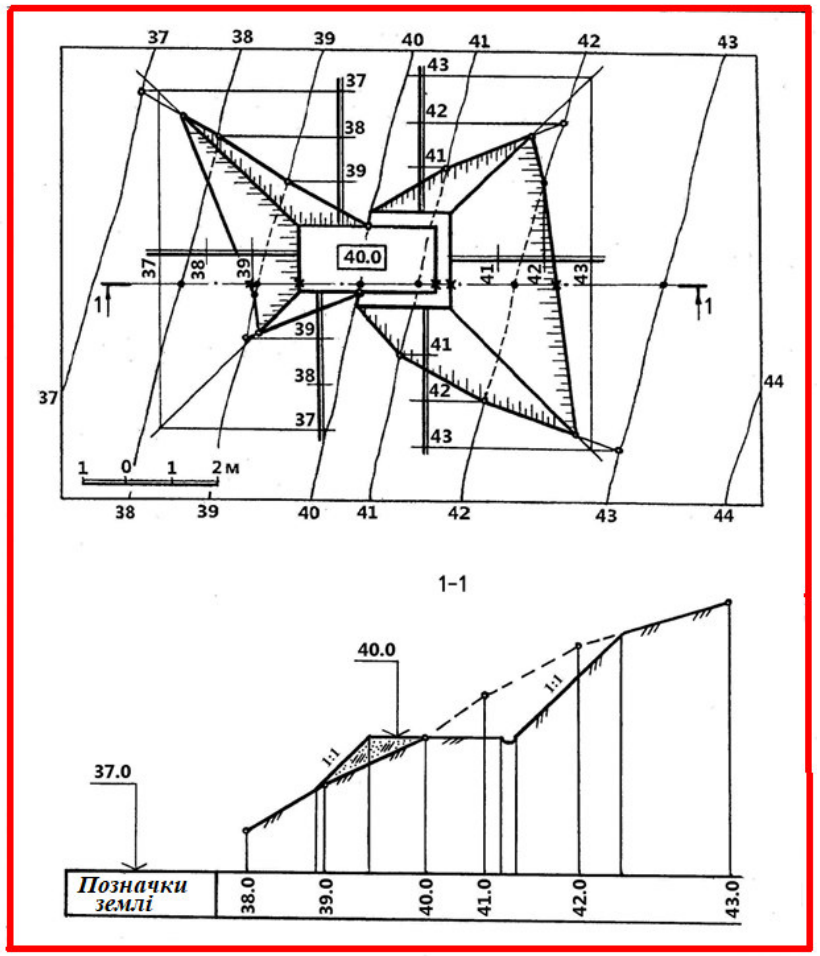


Рис. 6.32. Побудова меж земляних робіт укосів та профілю 1-1 земної поверхні і будівельного майданчика з укосами (заключний етап)

справа буде проходити через точку Е, точку перетину горизонталей 42 м укосу справа і земної поверхні та точку Д.

На рис. 6.32 показано кінцевий результат побудови меж

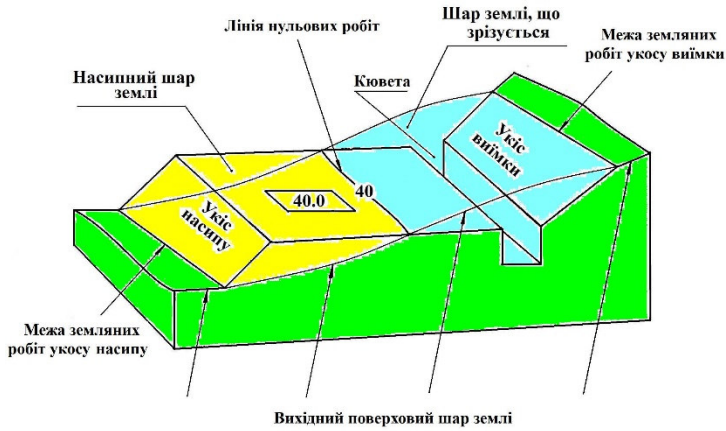


Рис. 6.33. Макет фрагменту ділянки будівельного майданчика

земляних робіт укосів, що примикають до будівельного майданчика. На рис. 6.33 для більшої наочності та розуміння виконаних на рис. 6.32 побудов, показана трьохмірна модель фрагменту ділянки будівельного майданчика у напрямку 1-1. На рис. 6.32 побудовано також профіль земної поверхні разом з профілем споруди на ній (будівельного майданчика з укосами) у напрямку 1.1. Профіль земної поверхні у напрямку 1-1 будуємо відповідно до 5.1.3.1 і заповнюємо графу «Позначки землі» (точки перетину земної поверхні з напрямком 1-1 позначено знаком «•»). Далі будуємо у напрямку 1-1 профіль майданчика з укосами на земній поверхні, з якою відбулися в межах споруди певні трансформації вихідної поверхні – зрізання та насипання землі. По напрямку 1-1 зліва направо фіксуємо знаком «х» п’ять характерних точок споруди. Першою є точка перетину 1-1 з підошвою лівого укосу насипу. Це точка початку лівого укосу насипу у напрямку 1-1. Далі фіксуємо другу точку знаком «х» - точку кінця цього укосу або точку початку майданчика у напрямку 1-1. Третя точка – це точка кінця майданчика або початку кювети. Наступна, четверта точка, – точка кінця кювети

або початку правого укосу виїмки. П'ята точка, яка фіксується знаком «х», – це точка кінця правого укосу виїмки у напрямку 1-1. Друга, третя та четверта точки мають числові позначки 40 м, тому їх профілі будуються так, як і профілі точок земної поверхні. Дві крайні точки, що позначені знаком «х», - це точки початку лівого укосу насипу та кінцева точка правого укосу виїмки. Ці точки знаходяться на межі будівельних робіт цих укосів, і числові позначки цих точок будуть мати ті ж самі числові позначки, що і земна поверхня в даних точках. Для побудови профілю ці точки з плану переносимо на базу профілю і проводимо від них вертикальні прямі до їх перетину із профілем земної поверхні у напрямку 1-1, тим самим побудувавши профілі точок на перерізі 1-1.

Проставляємо на перерізі 1-1 числову позначку 40 м горизонтального будівельного майданчика, виконуємо штриховку профілю земної поверхні та укосу насипу, як засипку.

6.1.2. Перетин поверхні з прямою лінією

6.1.2.1. Перетин багатогранної та кривої поверхні з прямою лінією

Для визначення точок перетину прямої з поверхнею потрібно:

1) через задану пряму провести допоміжну площину;

2) побудувати лінію перетину допоміжної площини з поверхнею;

3) знайти точки перетину прямої з лінією перетину допоміжної площини з поверхнею, які і будуть шуканими точками перетину прямої із заданою поверхнею.

На рис. 6.34 на наочному зображенні визначено точки K^1 і K^2 перетину прямої *l* з поверхнею піраміди ABCS. Для цього:

1) через пряму *l* проводимо допоміжну площину β (для зменшення графічних побудов, як правило, проводять проєкціюючі площини);

2) будуємо лінію перетину LMN площини β з поверхнею піраміди;

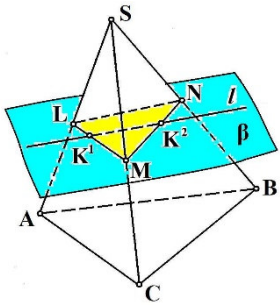


Рис. 6.34. Побудова на наочному зображенні точок перетину прямої з поверхнею піраміди (1-й спосіб)

3) знаходимо точки K^1, K^2 перетину прямої *l* з LMN, які і будуть шуканими точками перетину прямої *l* з поверхнею піраміди ABCS.

На рис. 6.35 показано побудову на плані точок K^1, K^2 перетин прямої *l* з поверхнею піраміди $A_9B_7C_{11}S_{16}$. Пряма *l* задана точкою D_{13} і величиною ухилу 1:6.

Послідовність графічних побудов така:

1) через пряму *l* проводимо вертикальну площину π^1;

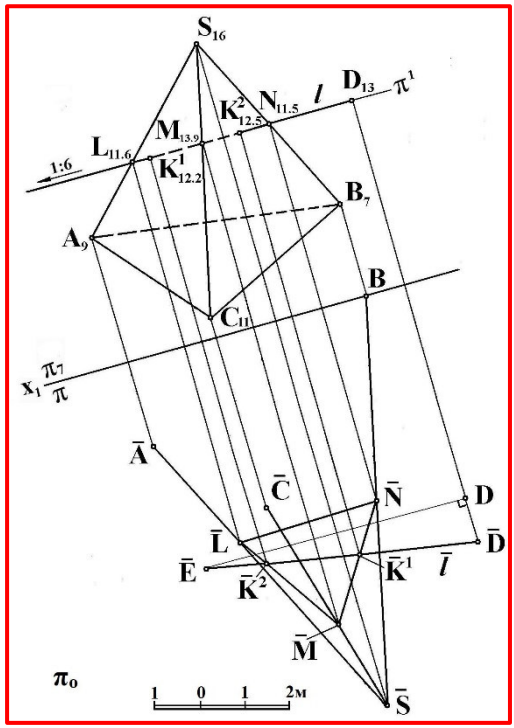


Рис. 6.35. Побудова на плані точок перетину прямої з поверхнею піраміди (1-й спосіб)

2) будуємо профілі ребр піраміди $\bar{A}\bar{S}$, $\bar{B}\bar{S}$, $\bar{C}\bar{S}$; профілі лінії перетину π^1 з поверхнею піраміди $\bar{L}\bar{M}\bar{N}$, а також профіль $\bar{l}$ прямої l. Для цього знаходимо профіль $\bar{D}$ точки D_{13} і, враховуючи, що ухил прямої l є 1:6, знаходимо профіль $\bar{E}$ точки E_{12}, яка належить прямій l ($\bar{D}D^* = 1$ м, $D^*\bar{E} = 6$ м, $\bar{E}\bar{D}$ - профіль прямої l);

3) знаходимо точки $\bar{K}^1$, $\bar{K}^2 = \bar{E}\bar{D} \cap \bar{L}\bar{M}\bar{N}$ і проєкціюємо їх на горизонтальну проєкцію прямої l на плані, отримуємо точки K^1, K^2. Визначаємо їх числові позначки $K^1_{12.2}$, $K^2_{12.5}$. Ці точки і будуть точками перетину прямої l з поверхнею піраміди : $K^1_{12.2}$, $K^2_{12.5} = l \cap A_9B_7C_{11}S_{16}$.

Інший спосіб проведення допоміжної площини β показано на наочному зображенні (рис. 6.36), де площина β проходить через вершину S піраміди і задану пряму l. Пряма l перетинає піраміду $A_5B_5C_5S$, у якої основа $A_5B_5C_5$ знаходиться в горизонтальній площині π_5.

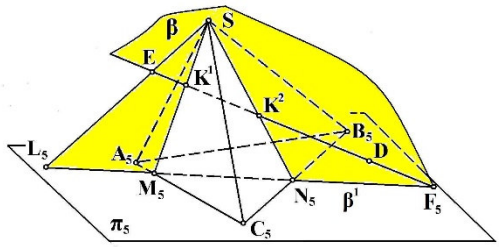


Рис. 6.36. Побудова на наочному зображенні точок перетину прямої з поверхнею піраміди (2-й спосіб)

Послідовність графічних побудов для визначення точок K^1, K^2 перетину прямої l з поверхнею піраміди така (рис. 6.36):

1) проводимо допоміжну площину β;

2) для побудови лінії перетину площини β з поверхнею піраміди знаходимо слід β^1 площини β на площині π_5. Для цього проводимо пряму $в$, яка проходить через вершину S і точку E прямої l. Слід β^1 перетинає основу піраміди $A_5B_5C_5$ в точках M_5 і N_5. Оскільки площина β проходить через вершину S, то вона перетинає поверхню піраміди по прямим M_5S і N_5S;

3) знаходимо точки K^1, K^2 перетину прямої l з M_5S і N_5S, які і будуть шуканими точками перетину прямої l з поверхнею піраміди: K^1, $K^2 = l \cap A_5B_5C_5S$.

На рис. 6.37 показано побудову на плані точок K^1, K^2 перетину прямої l з поверхнею піраміди $A_5B_5C_5S_{12}$. Пряма l задана точками D_6 і E_9.

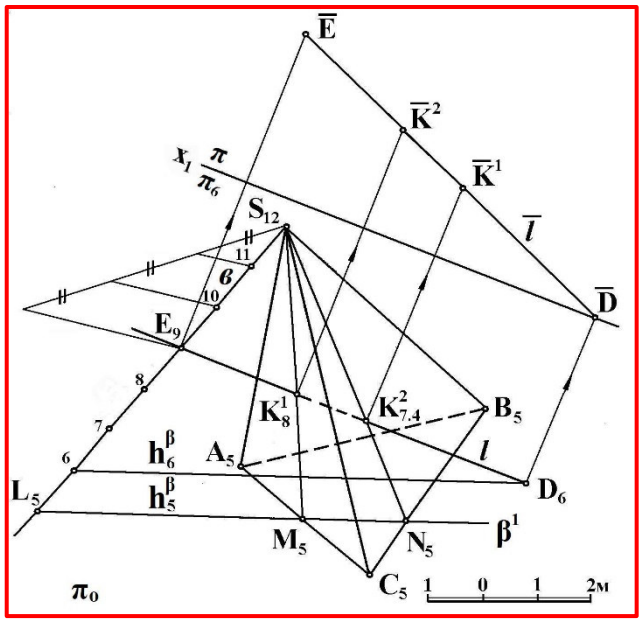


Рис. 6.37. Побудова на плані точок перетину прямої з поверхнею піраміди (2-й спосіб)

Послідовність графічних побудов така:

1) через пряму l проводимо допоміжну площину β, яка задана двома прямими, що перетинаються: прямою l та прямою $в$, яка проходить через вершину S_{12} і точку E_9 прямої l;

2) будуємо слід β^1 площини β на горизонтальній площині π_5. Цей слід повинен бути горизонтальною прямою з числовою позначкою 5 м площини β, оскільки основа піраміди $A_5B_5C_5$ лежить в площині π_5. Для її побудови градуюємо пряму $в$ способом прямопропорційного ділення, визначаємо інтервал прямої $в$ і фіксуємо на прямій $в$ точку з числовою позначкою 6 м. З'єднуємо цю точку з точкою D_6 прямої l, отримуємо горизонталь h_6^β площини β з числовою позначкою 6 м. Через точку з позначкою 5 м прямої $в$ проводимо пряму $h_5^\beta \,//\, h_6^\beta$, пряма h_5^β буде

слідом β^1 площини β на горизонтальній площині π_5. Слід β^1 перетинає основу піраміди $A_5B_5C_5$ в точках M_5 і N_5, і оскільки площина β проходить через вершину S піраміди, то площина β перетне поверхню піраміди по прямих M_5S_{12} і N_5S_{12};

3) знаходимо точки K^1, K^2 перетину прямої l з M_5S_{12} і N_5S_{12}, які і будуть шуканими точками перетину прямої l з поверхнею піраміди: K_8^1, $K_{7.4}^2 = l \cap A_5B_5C_5S_{12}$.

Аналогічним способом на рис. 6.38 побудовано точки $K_{11.9}^1$, $K_{9.4}^2$ перетину прямої l з поверхнею конуса, основа якого є коло з

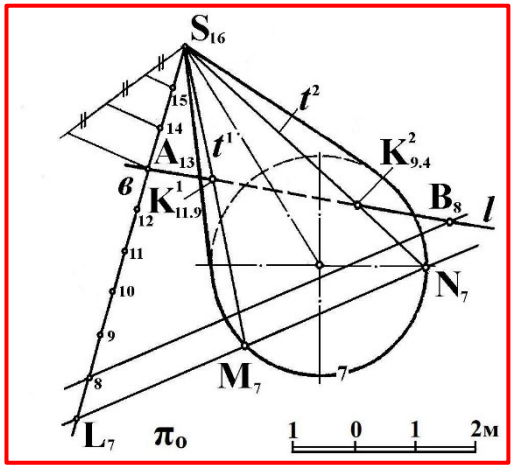


Рис. 6.38. Побудова на плані точок перетину прямої з поверхнею конуса

числовою позначкою 7 м. Допоміжну площину β задано прямими *в* і *l* (пряма *в* проходить через вершину S конуса і точку A_{13} прямої *l*). Площина β перетинає поверхню конуса по твірним t^1 і t^2. Точки перетину цих твірних з прямою *l* визначають шукані точки $K_{11.9}^1$ і $K_{9.4}^2$.

6.1.2.2. Перетин топографічної поверхні з прямою лінією

Точка або точки перетину топографічної поверхні з прямою лінією можна визначити (як і при перетині прямої з площиною) або способом профілю, провівши через задану пряму допоміжну горизонтально-проєкціюючу (вертикальну) площину, або способом горизонталей, провівши через задану пряму

допоміжну площину загального положення, яку задають горизонталями площини. Ця задача має практичне застосування при проєктуванні трубопроводів, тунелів та інших споруд і, як правило, розв'язується способом профілю.

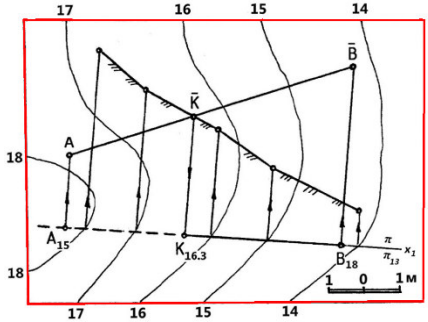


Рис. 6.39. Побудова способом профілю точки перетину прямої із земною поверхнею, коли вісь x_1 проведена через пряму

На рис. 6.39 показано побудову точки $K_{16.3}$ перетину прямої $A_{15}B_{18}$ із земною поверхнею способом профілю. Для цього:

1. Через пряму с проводимо вертикальну площину π.

2. Будуємо профілі $\bar{A}\bar{B}$ прямої $A_{15}B_{18}$ та земної поверхні (базовою для побудови профілів є площина π_{13}).

3. Визначаємо точку $\bar{K}$ перетину профілю $\bar{A}\bar{B}$ із профілем земної поверхні.

4. Проєкціюємо точку $\bar{K}$ на $A_{15}B_{18}$, отримуємо шукану точку $K_{16.3}$.

5. Визначаємо видимість на плані прямої $A_{15}B_{18}$ відносно земної поверхні (в точці $K_{16.3}$ змінюється видимість прямої $A_{15}B_{18}$).

Вісь x_1 не обов'язково проводити через

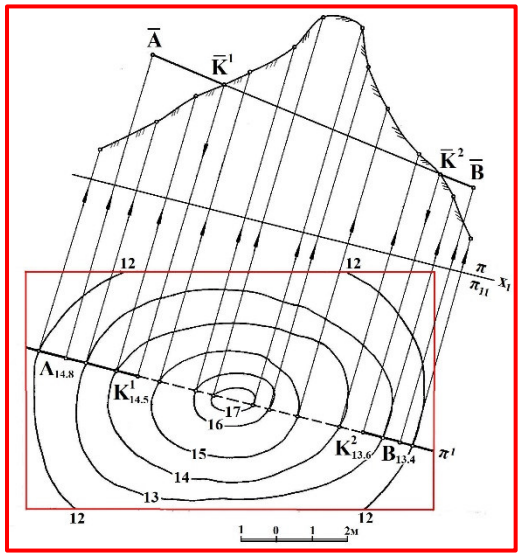


Рис. 6.40. Побудова способом профілю точок перетину прямої із земною поверхнею, коли вісь x_1 проведена поза прямою

пряму $A_{15}B_{18}$, її можна розмістити далі від осі x_1, причому по обидва боки від неї.

На рис. 6.40 вісь x_1 проведено в зручному місці креслення для побудови профілів прямої $A_{14.8}B_{13.4}$ та земної поверхні. В межах даного плану пряма $A_{14.8}B_{13.4}$ перетинає земну поверхню в двох точках $K^1_{14.5}$ і $K^2_{13.4}$.

На рис. 6.41 способом горизонталей визначено точку $K_{26.3}$ перетину прямої $A_{24}B_{29}$ із земною поверхнею. За цим способом через пряму $A_{24}B_{29}$ проведено допоміжну площину β загального положення, задану своїми горизонталями. Для цього спочатку градуюємо пряму $A_{24}B_{29}$, визначаючи положення на ній точок з позначками 25 м, 26 м, 27 м, 28 м. Через проградуйовані точки прямої $A_{24}B_{29}$ з цілочисельними позначками проводимо горизонталі 29 м … 24 м площини β таким чином, щоб вони перетинали однойменні горизонталі земної поверхні в межах плану. В перетині горизонталей з однойменними позначками площини β та земної поверхні отримуємо спільні точки площини β та земної поверхні, через які проходить лінія $D_{25}C_{29}$ перетину допоміжної площини β із земною поверхнею. Ця лінія належить площині β так само, як і задана пряма $A_{24}B_{29}$, тому в перетині $A_{24}B_{29}$ і $D_{25}C_{29}$ знаходиться точка $K_{26.3}$ перетину прямої $A_{24}B_{29}$ із земною поверхнею.

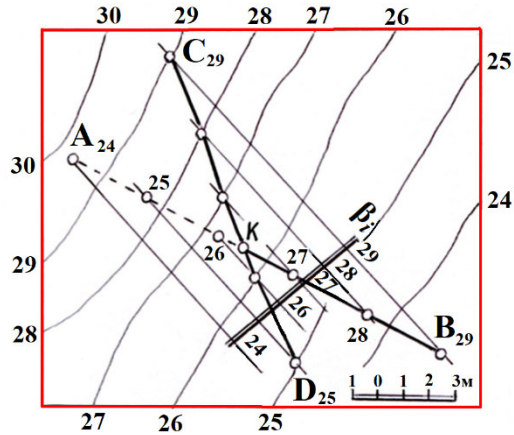


Рис. 6.41. Побудова способом горизонталей точки перетину прямої із земною поверхнею

На рис. 6.42 наведено побудову точок перетину $K^1_{28.3}$ і $K^2_{29.4}$ просторової лінії *в* (A_{26} … N_{28}) із земною поверхнею.

Для розв'язування задачі через точки A_{26}, B_{27}, …, M_{29},N_{28} лінії *в* проводимо паралельні між собою горизонтальні прямі, сукупність яких утворює циліндричну поверхню загального

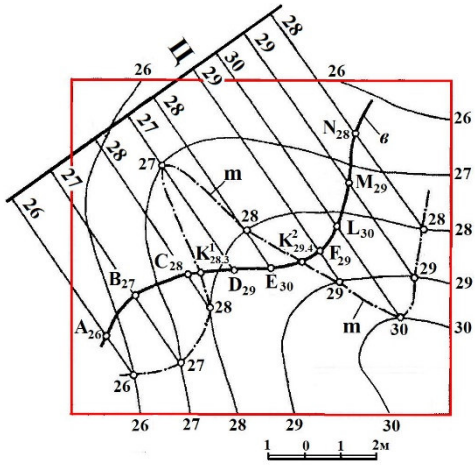


Рис. 6.42. Побудова точок перетину земної поверхні з просторовою кривою лінією

вигляду Ц і які є горизонтально розміщеними твірними цієї поверхні. Знаходимо точки перетину горизонталей циліндричної поверхні з однойменними горизонталями земної поверхні, через які проходить лінія перетину m циліндричної поверхні із земною (лінію m на рис. 6.42 позначено штрих-пунктирною лінією). Перетин просторових кривих ліній $в$ і m визначить шукані точки $K^1_{28.3}$ і $K^2_{29.4}$ перетину заданої лінії $в$ із земною поверхнею.

6.1.3. Взаємний перетин поверхонь

6.1.3.1. Перетин кривих поверхонь

Лінію перетину кривих поверхонь в загальному випадку визначають точками перетину їх однойменних горизонталей. Наведемо приклади побудови цих ліній, які можуть слугувати геометричною основою розв'язування практичних задач з проєктування інженерно-будівельних споруд на земній поверхні.

На рис. 6.43 побудована лінія перетину поверхонь кругового напівциліндра з конусом обертання. Циліндрична поверхня задана горизонтально розміщеними обрисовими твірними з числовою позначкою 1 м, а поверхня конуса – вершиною S8 та основою з числовою позначкою 1 м.

Точки, що належать лінії перетину заданих поверхонь, визначаємо в перетині горизонталей поверхонь, що мають однакові числові позначки. Для цього проводимо горизонталі з

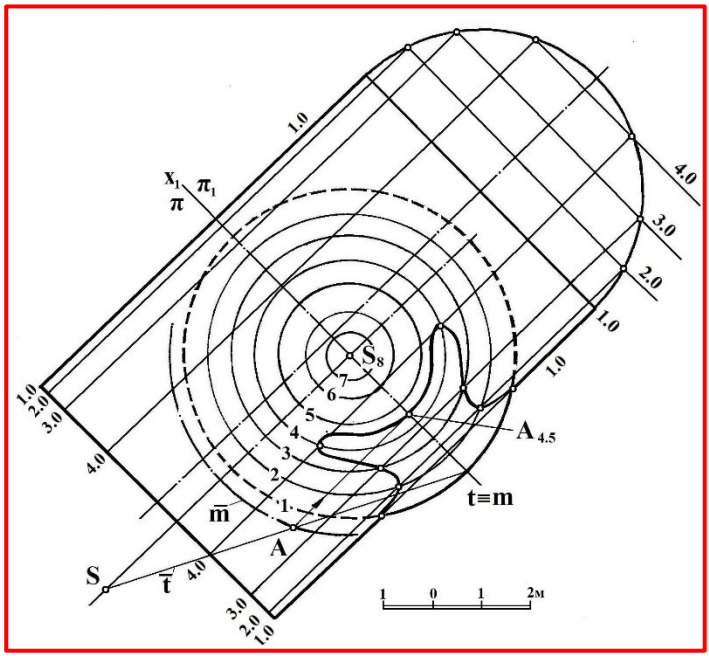


Рис. 6.43. Побудова лінії перетину поверхонь конуса та циліндра

позначками 2.0 м, 3.0 м, 4.0 м на горизонтальній проєкції поверхні циліндра і горизонталі конуса з позначками 2 м, …, 7 м.

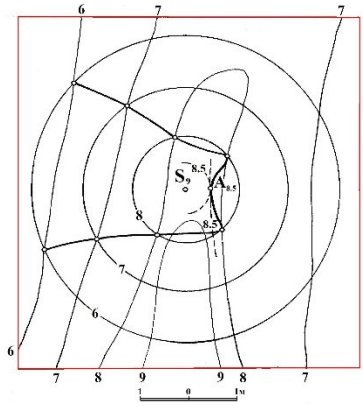


Рис. 6.44. Побудова лінії перетину поверхні конуса із земною поверхнею

Крайню точку $A_{4.5}$, що належить лінії перетину визначаємо за допомогою допоміжної вертикальної площини π, яку проводимо через вісь обертання конуса і перпендикулярно до твірних поверхні циліндра. Площина π перетинає поверхню конуса по двох твірних, одну з яких t зображено на плані з боку побудови лінії перетину. Поверхню циліндра площина π перетинає по колу m. Будуємо профілі $\bar{t}$ і $\bar{m}$ відповідно твірної t і m. В перетині $\bar{t}$ і $\bar{m}$ отримуємо

$\bar{A}$: $\bar{A} = \bar{t} \cap \bar{m}$. Проєкціюємо $\bar{A}$ на x_1, отримуємо $A_{4.5}$. Знайдені точки лінії перетину сполучаємо плавною кривою лінією, яка і буде шуканою лінією перетину поверхонь конуса і циліндра.

На рис. 6.44 наведено побудову лінії перетину поверхні конуса обертання, що заданий вершиною S_9 і ухилом твірних 1:1, із земною поверхнею. Крайню точку А8.5 лінії перетину знайдено як точку перетину додатково побудованих горизонталей 8.5 м поверхні конуса і земної поверхні.

6.1.3.2. Побудова меж земляних робіт інженерно-будівельних споруд

6.1.3.2.1. Визначення точок нульових робіт

Перш ніж будувати межі земляних робіт, потрібно визначити, в якій кількості і які типи укосів примикають до споруди, що проєктується на даній місцевості. Це стає можливим лише тоді, коли будуть визначені точки нульових робіт. В точках нульових робіт одні укоси переходять в інші, наявність точок нульових робіт на плані дозволяє визначити ділянки земної поверхні, на яких до споруди примикають однотипні укоси тощо. Відсутність на плані точок нульових робіт свідчить, що до споруди в межах плану примикає (або примикають) тільки однотипний (однотипні) укіс (укоси).

Оскільки точки нульових робіт – це точки перетину лінії контуру споруди із земною поверхнею, то їх визначення ґрунтується на способах, описаних в 6.1.2.2 (це способи горизонталей та профілю). Загальна суть цих способів полягає в тому, що через задану пряму (або криву) лінію проводять допоміжну площину загального положення (спосіб горизонталей) або вертикальну площину (спосіб профілю).

На рис. 6.41 наведено визначення способом горизонталей точки перетину прямої із земною поверхнею. Площину загального положення задають її горизонталями, які проходять через точки прямої, що мають однакові числові позначки із горизонталями площини. Горизонталі площини проводять так,

щоб вони перетинали однойменні горизонталі земної поверхні в межах плану.

На рис. 6.42 наведено визначення способом профілю точки перетину прямої із земною поверхнею. Застосовуючи цей спосіб, важливо правильно визначити числову позначку базової горизонтальної площини, щоб побудовані профілі прямої та земної поверхні не виходили за межі креслення і при цьому не накладалися на зображені на планах споруди.

Якщо лінія контуру споруди (бровка дороги) є прямою лінією, горизонтально розміщеною і має цілу числову позначку (рис. 6.16), то точку нульових робіт визначити легко, без додаткових графічних побудов: це точка перетину горизонталі земної поверхні з числовою позначкою 20 м із бровкою дороги, яка має ту ж саму числову позначку 20м.

При дробовій числовій позначці горизонтальної прямолінійної ділянки споруди для визначення точок нульових робіт доцільно застосовувати спосіб профілю або спосіб пропорційного ділення. Так, рис. 6.45 точку нульових робіт $К_{27.4}$ верхньої бровки дороги визначено способом профілю, а точку нульових робіт $Т_{27.4}$ нижньої бровки дороги – способом пропорційного ділення. Зазначимо, що графічні побудови виконані на рис. 6.45 і рис. 6.39 мають однакове призначення – визначити точку перетину прямої із земною поверхнею. Відмінність полягає в тому, що на рис. 6.39 пряма лінія є прямою загального положення, а на рис. 6.45 – це горизонтальна пряма, тому її профіль розміщено паралельно до осі x_1. Вісь x_1 – це умовна лінія перетину вертикальної площини π, яку проводять

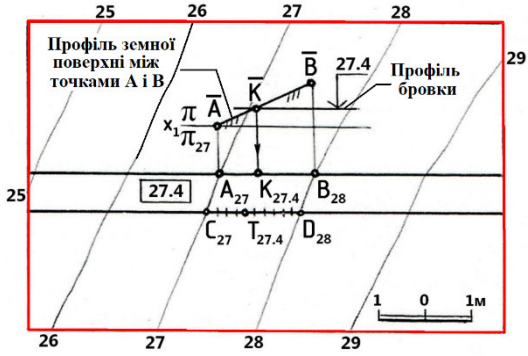


Рис. 6.45. Визначення точок нульових робіт горизонтальної бровки дороги способом профілю та пропорційного ділення

через лінію контуру споруди, із базовою горизонтальною площиною (на рис. 6.45 – це площина π_{27}). Її можна проводити безпосередньо через прямолінійну лінію контуру споруди, а можна, як це виконано на рис. 6.45, розміщувати поза лінією контуру споруди, щоб уникнути накладання побудованих профілів на зображені на плані споруди.

Розглянемо способи визначення точок нульових робіт, коли лінією контуру споруди є нахилена пряма (пряма загального положення).

На рис. 6.46 побудовано точки нульових робіт бровок нахиленого полотна дороги трьома різними способами. Незважаючи на те, що графічні дії за цими способами різні, вони приводять до однакового результату, оскільки визначення точок нульових робіт - це визначення точок перетину лінії контуру споруди із земною поверхнею, в яких числові позначки бровки та земної поверхні мають однакові значення.

Аналізуючи рельєф місцевості, зображений на рис. 6.46 і який задано горизонталями земної поверхні, та розміщення горизонталей полотна дороги, можна прийти до висновку, що бровка дороги перетне земну поверхню між горизонталями 21 м і 22 м, і на цьому відрізку бровки буде розміщена точка нульових робіт.

За першим способом аналогічно до побудов, виконаних на рис. 6.41, через бровку *a* дороги проводимо допоміжну площину загального положення, шо задана горизонталями 21 м та 22 м і які проходять через точки 21 і 22 бровки *a*. Горизонталі 21 і 22 допоміжної площини перетинають однойменні горизонталі земної поверхні в точках A_{21} і B_{22}. Лінія $A_{21}B_{22}$ є лінією перетину допоміжної площини із земною поверхнею. Вона перетинає бровку *a* в точці К21.3, яка і буде точкою перетину бровки *a* із земною поверхнею, а, отже, водночас буде точкою нульових робіт. В цій точці числові позначки бровки *a* та земної поверхні мають однакове значення 21.3 м. Даний спосіб називають способом горизонталей.

Другий спосіб ґрунтується на тому факті, що точки на межі земляних робіт укосів, що примикають до споруди, водночас належать і земній поверхні, і укосу, а, отже, в цих точках числові

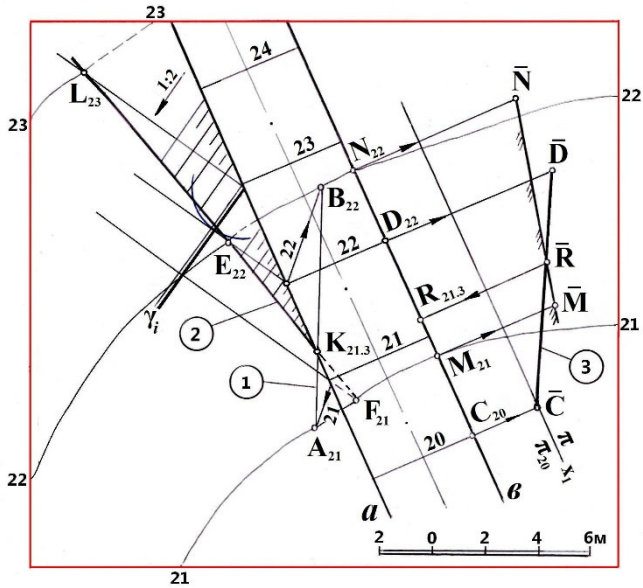


Рис. 6.46. Визначення точок нульових робіт способом горизонталей, побудовою меж земляних робіт та способом профілю

позначки мають однакові значення як для земної поверхні, так і для укосу. В точці, де лінія межі земляних робіт перетинає лінію контуру споруди, числові позначки земної поверхні і бровки мають однакове значення, а це означає, що знайдена точка є точкою нульових робіт. Таким чином, за другим способом знаходять точку, в якій лінія межі земляних робіт перетинає лінію контуру споруди. На рис. 6.46 побудовано лінію перетину $L_{23}E_{22}F_{21}$ укосу насипу γ, що примикає до полотна дороги. Ця лінія перетинає бровку *а* в точці $K_{21.3}$, яка і буде точкою нульових робіт. Якщо лінія межі земляних робіт не перетинає лінію контуру споруди, то це означає, що до споруди в межах плану примикає один або декілька, але однотипних укосів, залежно від конфігурації лінії контуру споруди.

За третім способом (способом профілю) через бровку *в* проводять допоміжну вертикальну площину π і будують профілі бровки *в* і земної поверхні. На рис. 6.46 $\bar{M}\bar{N}$ – профіль земної поверхні, де $\bar{M}$, $\bar{N}$ – профілі точок M_{21} і N_{22}, в яких горизонталі 20 і 22 земної поверхні перетинають бровку *в*; $\bar{C}\bar{D}$ – профіль бровки

в між точками C_{20} і D_{22}. Вертикальний масштаб при побудові профілів збільшено в 2 рази порівняно з масштабом плану. В перетині $\overline{M}\overline{N}$ і $\overline{C}\overline{D}$ визначаємо точку $\overline{R}$ - профіль точки $R_{21.3}$, яка і буде точкою нульових робіт бровки *в*, оскільки в цій точці бровка *в* перетинає земну поверхню. Також в цій точці числові позначки бровки *в* і земної поверхні мають однакові значення.

Існує ще один спосіб визначення точок нульових робіт, його також називають способом горизонталей і застосування якого показано на рис. 6.23. Точки С і D нульових робіт визначено як точки, в яких лінія перетину земної поверхні з умовною площиною, що проходить через полотно дороги, перетинає бровки. Зазначимо, що цей спосіб визначення точок нульових робіт не можна застосовувати на рис. 6.46, оскільки горизонталі 22 полотна дороги і земної поверхні не перетинаються в межах плану. Звідси можна зробити такий висновок: вибір найбільш оптимального способу визначення точок нульових робіт залежить від рельєфу місцевості і розміщення лінії контуру споруди.

На практиці поряд з прямолінійними контурами споруди доводиться зустрічатися із криволінійними. Тому розглянемо способи визначення точок перетину кривої лінії із земною поверхнею, оскільки їх можна використовувати для визначення точок нульових робіт на криволінійних контурах споруди.

На рис. 6.47 показано визначення способом профілю точки перетину $K_{10.6}$ проградуйованої кривої лінії $A_9 \ldots B_{12}$ із земною поверхнею. Для цього через криву лінію проводимо проєкціюючу циліндричну поверхню α (на рис. 6.47 на плані позначено слід α^1 цієї поверхні) і будуємо профілі ліній перетину кривої лінії та земної поверхні з циліндричною поверхнею α. Для цього циліндричну поверхню розгортаємо (випрямляємо) і на базі профілю з умовною позначкою 8 м відкладаємо довжину кривої $A_9 \ldots B_{12}$, яку визначаємо наближено шляхом заміни кривої лінії відрізками ламаної, що умовно вписуємо в дану криву (на практиці довжину кривої лінії вимірюють курвіметром). На рис. 6.47 побудовано розгорнутий профіль $\overline{A} \ldots \overline{B}$ кривої $A_9 \ldots B_{12}$ та профіль земної поверхні (виділений штриховкою). Знаходимо в перетині побудованих профілів точку $\overline{K}$, проєкціюємо її на базу

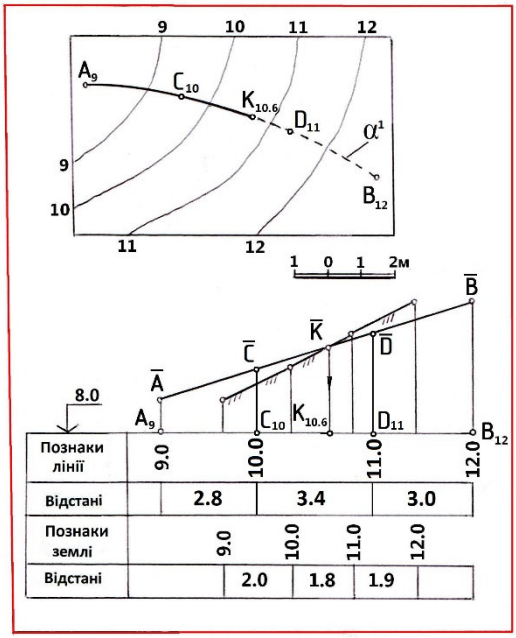


Рис. 6.47. Визначення способом профілю точки перетину кривої лінії із земною поверхнею

профілю, отримаємо точку $K_{10.6}$ перетину кривої $A_9…B_{12}$ із земною поверхнею. Вимірюємо на базі профілю відрізок $A_9K_{10.6}$ і, знаючи його довжину, знаходимо на плані положення точки $K_{10.6}$. Зазначимо, якщо крива лінія задана двома крайніми точками, то при побудові її профілю умовно вважають, що числові позначки точок кривої змінюються пропорційно до відстані між ними.

Звичайно графи сітки профілю будуються за потребою і для визначення точок перетину кривої лінії, як, до речі, і прямої, їх можна не виконувати, а будувати профілі так, як це показано на рис. 6.45.

Попередню задачу можна розв’язати і способом горизонталей (рис. 6.48). Для цього: 1) проводимо через точки A_9, C_{10}, D_{11}, B_{12} кривої $A_9…B_{12}$ взаємно паралельні горизонтальні прямі так, щоб вони перетинали однойменні горизонталі земної поверхні. Отримаємо циліндричну поверхню, для якої задана

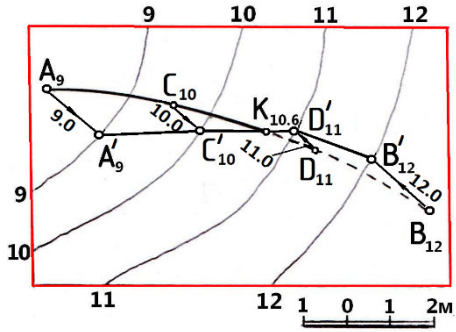


Рис. 6.48. Визначення точки перетину кривої лінії із земною поверхнею способом горизонталей

крива буде напрямною, а проведені горизонталі – твірними; 2) відмічаємо точки перетину $A_9^/$, $C_{10}^/$, $D_{11}^/$, $B_{12}^/$ однойменних горизонталей циліндричної та земної поверхонь. З'єднуємо ці точки плавною лінією, яка буде лінією перетину $A_9^/ \ldots B_{12}^/$ циліндричної поверхні із земною; 3) знаходимо точку $К_{10.6}$ перетину заданої кривої лінії $А_9 \ldots В_{12}$ із побудованою лінією $A_9^/ \ldots B_{12}^/$, яка і буде шуканою точкою перетину кривої лінії $А_9 \ldots В_{12}$ із земною поверхнею.

На рис. 6.49 способом горизонталей визначено точки нульових робіт $А_{17.2}$ і $Б_{18.4}$ криволінійних бровок нахиленого полотна дороги. Для цього: 1) через полотно дороги проведена допоміжна поверхня, яка задана горизонталями полотна дороги; 2) визначено точки перетину горизонталей цієї поверхні із однойменними горизонталями земної поверхні, через які проходить лінія перетину допоміжної поверхні із земною; 3) в перетині побудованої лінії з бровками дороги визначено точки $А_{17.2}$ і $Б_{18.4}$ нульових робіт бровок (в точках $А_{17.2}$ і $Б_{18.4}$ бровки перетинають земну поверхню).

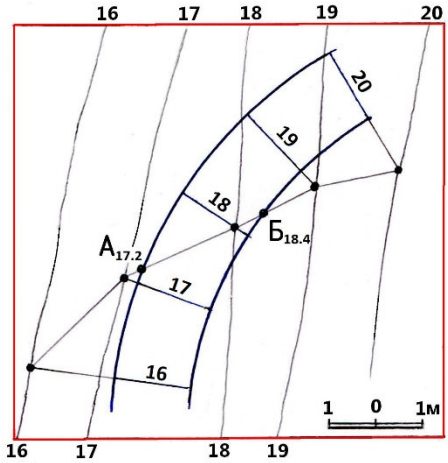


Рис. 6.49. Визначення точок нульових робіт криволінійних бровок нахиленого полотна дороги способом горизонталей

На рис. 6.50 показано визначення точок нульових робіт бровок криволінійного нахиленого полотна дороги та меж

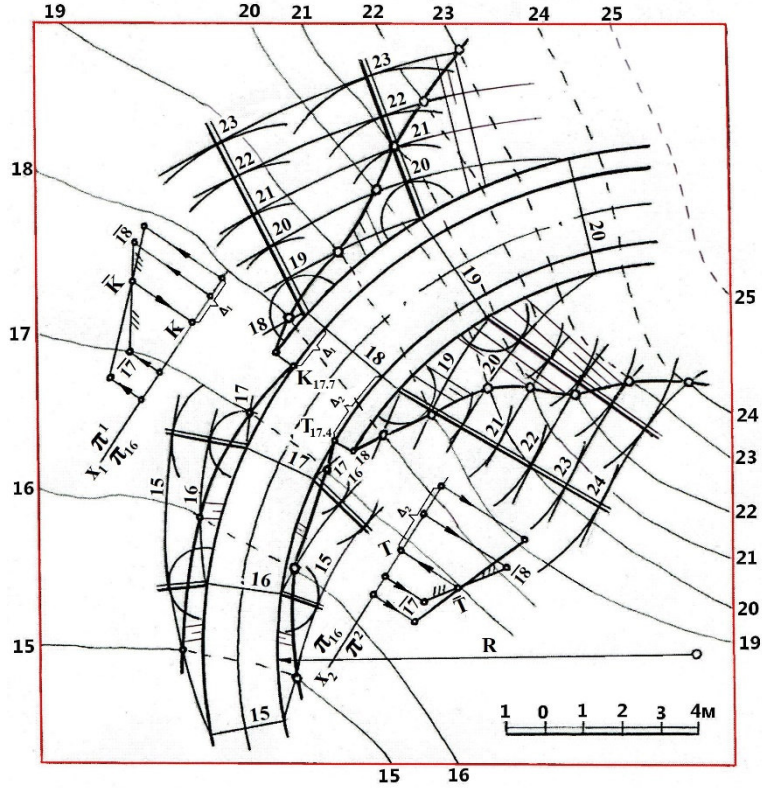


Рис. 6.50. Визначення точок нульових робіт та меж земляних робіт укосів, що примикають до криволінійного нахиленого полотна дороги

земляних робіт, що примикають до дороги. Ухили укосів 1:1.

Точки нульових робіт $K_{17.7}$ і $T_{17.4}$ визначено способом профілю. Побудови за цим способом в збільшеному масштабі показано на рис. 6.51, який є фрагментом рис. 6.50. Для побудови профілю $\overline{K}$ через зовнішню бровку проведено допоміжну проєкціюючу циліндричну поверхню π^1 і будуються розгорнуті профілі ліній перетину π^1 із земною поверхнею і бровкою: $\overline{K} = \overline{17}$

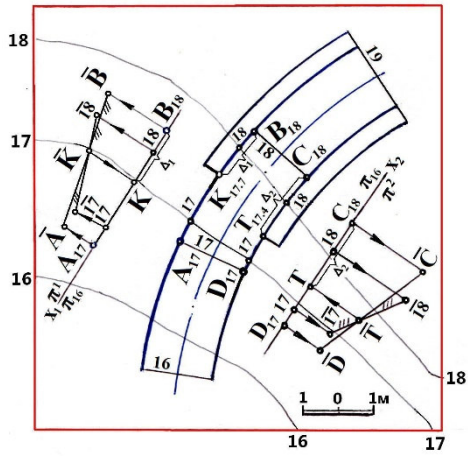


Рис. 6.51. Визначення точок нульових робіт способом профілю (доповнення до рис. 6.50)

$\overline{18} \cap \bar{A}\bar{B}$, де $\overline{17}\ \overline{18}$ – профіль земної поверхні, $\bar{A}\bar{B}$ – профіль бровки між точками A_{17} і B_{18}. Проєкціюємо $\bar{K}$ на x_1, отримуємо К (x_1 - розгорнута в пряму лінію криволінійна зовнішня бровка між точками A_{17} і B_{18}). Вимірявши відстань Δ_1 по осі x_1, відкладаємо її на бровці від точки B_{18}, отримуємо $K_{17.7}$. Для побудови профілю $\bar{T}$ через внутрішню бровку проведено допоміжну проєкціюючу циліндричну поверхню π^2 і будуються розгорнуті профілі ліній перетину π^2 із земною поверхнею і бровкою: $\bar{T} = \overline{17}\ \overline{18} \cap \bar{C}\bar{D}$, де $\overline{17}\ \overline{18}$ – профіль земної поверхні, $\bar{C}\bar{D}$ – профіль бровки між точками D_{17} і C_{18}. Проєкціюємо $\bar{T}$ на x_2, отримуємо Т (x_2 - розгорнута в пряму лінію криволінійна внутрішня бровка між точками D_{17} і C_{18}). Вимірявши відстань Δ_2 по осі x_2, відкладаємо її на бровці від точки C_{18}, отримуємо $T_{17.4}$.

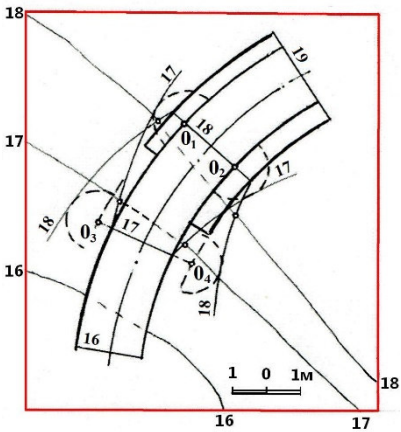


Рис. 6.52. Визначення точок перетину горизонталей укосів із горизонталями земної поверхні

Горизонталі укосів будуємо аналогічно до рис. 5.33, г і 5.34, *г* з урахуванням особливостей проведення горизонталей в укосах насипу та виїмки.

На рис. 6.52 наведено побудову точок перетину із земною поверхнею горизонталей 17 укосів насипу

та горизонталей 18. Кола конусів (горизонталі конусів), до яких ці горизонталі є дотичними, на рис. 6.50 не показано, а на рис. 6.52 вони зображені штриховою лінією.

6.1.3.2.2. Побудова меж земляних робіт греблі

Земляна гребля – це гідротехнічна споруда, яку утворено в результаті штучного насипання ґрунту на природну поверхню землі. Поперечний переріз греблі має, як правило, форму трапеції. Гребля перегороджує водний потік і таким чином піднімає (підпирає) рівень води перед собою.

На рис. 6.53 зображено фрагмент плану земляної греблі та її переріз у напрямку 1-1. Елементи греблі: 1 – тіло греблі; 2 – верховий (мокрий) укіс є бічною поверхнею греблі, повернутий до води; 3 – низовий (сухий) укіс; 4 – гребінь (верхній майданчик) греблі, може слугувати основою для полотна автомобільної дороги або залізничної колії; 5, 6 – підошва відповідно мокрого і сухого укосів; 7, 8 - бровка відповідно мокрого і сухого укосів.

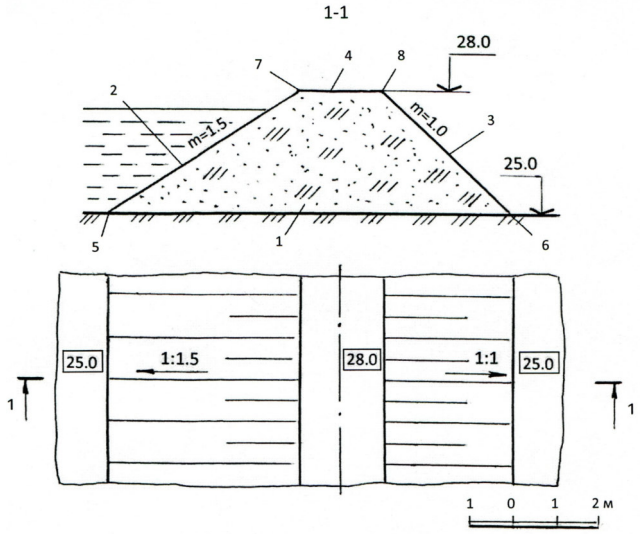


Рис. 6.53. Зображення земляної греблі: 1 – тіло греблі; 2 – верховий (мокрий) укіс; 3 – низовий (сухий) укіс; 4 – гребінь греблі; 5, 6 – підошви мокрого та сухого укосів; 7, 8 – бровки мокрого та сухого укосів

На перерізі 1-1 позначено ухили мокрого та сухого укосів відповідно як m = 1.5 і m = 1.0. Таким чином часто позначають ухили земляних укосів гідротехнічних та меліоративних споруд, де m – коефіцієнт укосу, який чисельно дорівнює відношенню закладання L відрізка лінії найбільшого ухилу укосу, що вимірюється між бровкою та підошвою укосу, до підйому h цього відрізка, який є висотою греблі: $m = L/h$. Коефіцієнт укосу m чисельно дорівнює інтервалу укосу.

На рис. 6.54 побудовано межі земляних робіт укосів греблі та в'їздів до неї. Гребінь греблі – горизонтальний майданчик шириною 3 м. В'їзди на гребінь греблі: зліва – прямолінійний нахилений, справа – криволінійний нахилений у вигляді дуги радіусом R = 25 м. Ухили в'їздів – 1:7. Земляні укоси греблі мають ухили: верховий (мокрий) – 1:3, низовий (сухий) – 1:1.5. Ухили укосів обох в'їздів – 1:1.5, ширина смуг під кювети 1.5 м.

Послідовність виконання побудов:

1. Визначаємо точки нульових робіт B і C верхньої бровки греблі способом профілю (профіль земної поверхні виділяємо штриховкою). З точок B і C проводимо прямі, перпендикулярні до верхньої бровки греблі, до перетину з нижньою бровкою в точках N і L. Лінії BN (зліва) і CL (справа) будуть межами гребня греблі. Зліва від лінії BN починається прямолінійний в'їзд на гребінь греблі (BN – лінія перетину полотна в'їзду зліва на гребінь греблі). Справа від лінії CL починається криволінійний в'їзд на гребінь греблі (CL – лінія перетину криволінійного полотна в'їзду справа з полотном гребня греблі). Визначаємо також способом профілю точки A і D нульових робіт на нижній бровці греблі. Ці точки будуть знаходитися відповідно на нижніх лініях контуру в'їздів зліва та справа.

2. Визначаємо, що зліва від точок B і A та справа від точок C і D, до в'їздів примикають укоси виїмки. З боку укосів виїмки проводимо паралельно і на відстані 1.5 м від бровок смуги під кювети. Зверху до гребня греблі між точками B і C примикає мокрий укіс насипу греблі, а знизу між точками A і D – сухий укіс насипу греблі.

3. Визначаємо межі земляних робіт мокрого та сухого укосів греблі, попередньо проградуювавши кожний з них. В

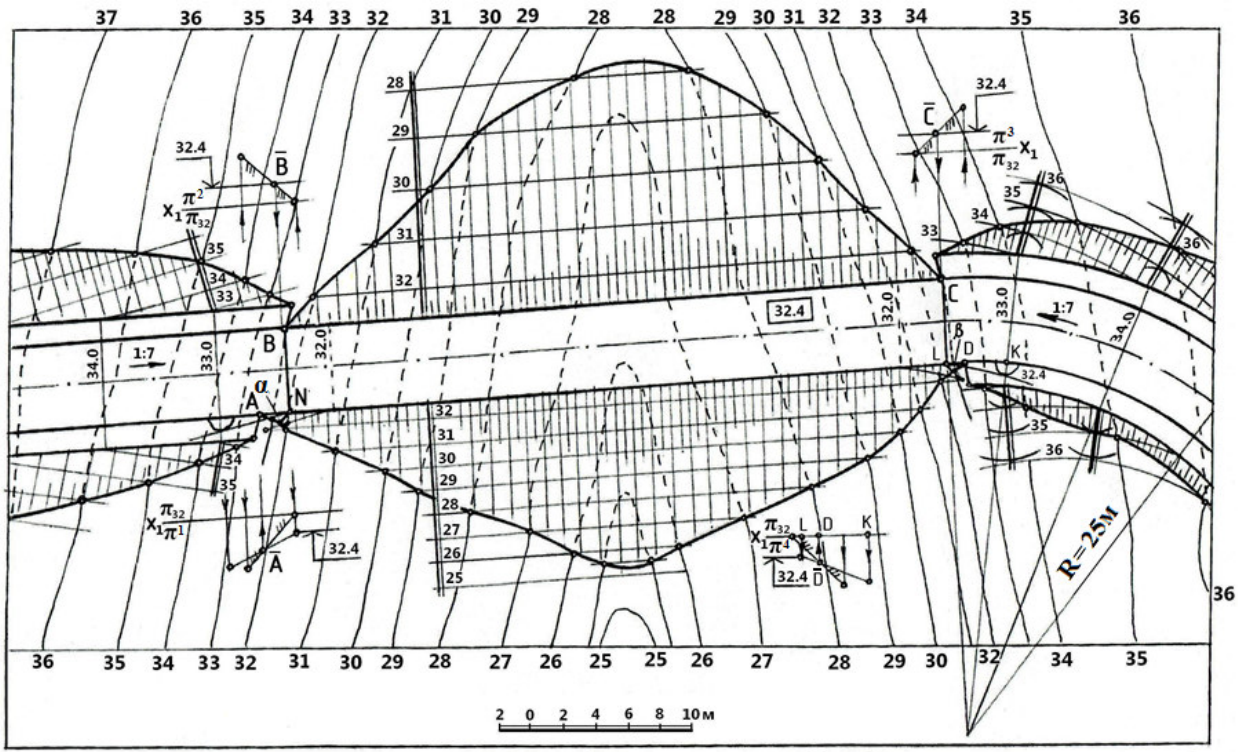


Рис. 6.54. Побудова меж земляних робіт греблі

мокрому укосі горизонталі, що мають цілі числові позначки, розміщені на відстані 3 м одна від одної, оскільки ухил цього укосу 1:3. Горизонталь 32 мокрого укосу знаходиться від бровки греблі з числовою позначкою 32.4 на відстані, що дорівнює відповідно до (1.4) $x = h \cdot l = (32.4 - 32.0) \cdot 3.0 = 1.2$ м. Мокрий укіс повністю примикає до гребня греблі між точками B і C.

В сухому укосі горизонталі з цілочисельними позначками розміщені на відстані 1.5 м одна від одної, оскільки ухил цього укосу 1:1.5. Горизонталь 32 сухого укосу віддалена від бровки греблі на відстань $x = h \cdot l = (32.4 - 32.0) \cdot 1.5 = 0.6$ м.

4. Сухий укіс примикає не тільки до гребня греблі, але й до нижніх бровок в'їздів, тобто розділяється на три укоси: основний і два невеликих за площею укосів α і β. Укіс α примикає по лінії AN до нижньої бровки прямолінійного в'їзду, а укіс β примикає по лінії LD до нижньої бровки криволінійного в'їзду.

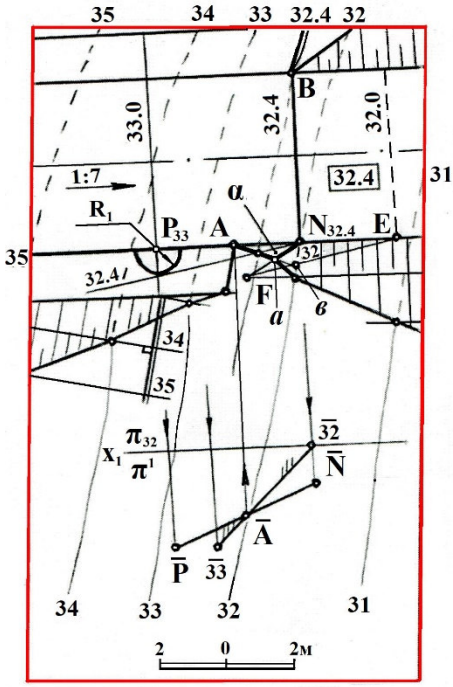


Рис. 6.55. Побудова меж земляних робіт укосу α (доповнення до рис. 6.54)

Побудуємо лінії перетину укосу насипу α з основним укосом і земною поверхнею, що детально показано на рис. 6.55. Спочатку будуємо «теоретичну» лінію перетину укосу α з основним укосом. Вона проходить через точку $N_{32.4}$, яка є спільною для двох укосів, і точку F перетину горизонталей 32 обох укосів. Для того, щоб провести горизонталь 32 укосу α, попередньо проводимо горизонталь 32.4. Горизонталь 32.4 буде дотичною горизонталі конуса з позначкою 32.4 і

вершиною конуса в точці P_{33}. Радіус R_1 горизонталі конуса визначаємо за формулою (3.1): $R_1 = h \cdot l = (33.0 – 32.4)1.5 = 0.9$ м. Далі проводимо горизонталь 32 укосу α. Для цього умовно продовжуємо вправо в'їзд і відмічаємо умовну горизонталь 32 цього продовженого в'їзду (горизонталь 32 відмічена штриховою лінією). Горизонталь 32 укосу α буде проходити через точку Е паралельно до горизонталі 32.4 і до перетину в точці F з горизонталями 32 основного укосу. NF – «теоретична» лінія перетину укосу α з основним укосом. Далі будуємо лінію перетину укосу α із земною поверхнею. Вона проходить через точку А, точку перетину горизонталей 32.4 укосу α та земної поверхні і точку *в* перетину горизонталей 32 укосу α та земної поверхні. Точка *в* не належить укосу α і знаходиться по інший бік від «теоретичної» лінії перетину, на відміну від двох перших точок. Лінія *Ав* (лінія перетину укосу α із земною поверхнею) перетинає «теоретичну» лінію перетину NF в точці *а*, що дозволить визначити дійсні розміри укосу α.

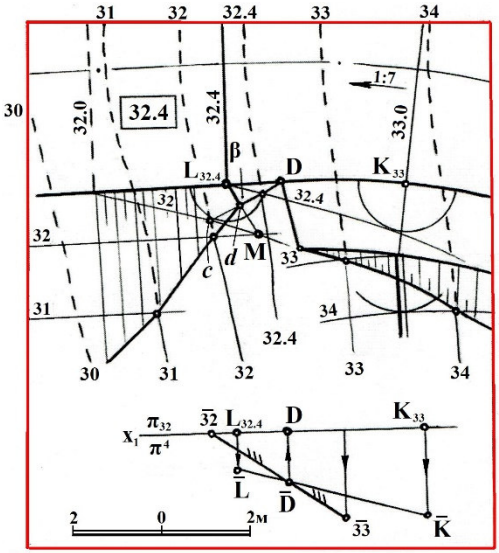


Рис. 6.56. Побудова меж земляних робіт укосу β (доповнення до рис. 6.54)

5. Аналогічно визначаємо лінії перетину укосу β з основним укосом та земною поверхнею (рис. 6.56). Укіс насипу β є криволінійною поверхнею однакового ухилу. Спочатку будуємо «теоретичну» лінію перетину укосу β з основним укосом. Це лінія $L_{32.4}M$, де М – точка перетину горизонталей 32 обох укосів. На відміну від укосу α горизонталі 32 укосу β є не прямими лініями, а кривими. Далі будуємо межу

земляних робіт укосу β. Вона проходить через точку D, точку перетину горизонталей 32.4 укосу β та земної поверхні, і точку *c* перетину горизонталей 32 укосу β та земної поверхні. Точка *c* не належить укосу β і знаходиться по інший бік від «теоретичної» лінії перетину, ніж дві перші точки. Лінія *Dc* (лінія перетину укосу β із земною поверхнею) перетинає «теоретичну» лінію $L_{32.4}M$ в точці *d*, яка дозволяє визначити контури укосу β.

6. Градуюємо полотна в'їздів. Горизонталі полотен в'їздів з числовою позначкою 33 знаходяться від ліній меж гребня греблі, що мають позначку 32.4, на відстані, виміряній по осі в'їздів відповідно до (1.4) $x = h \cdot l = (33.0 - 32.4) \cdot 7.0 = 4.2$ м, де $l =$ 7 м – інтервал полотен в'їздів, оскільки їх ухил 1:7.

Горизонталі полотен в'їздів (прямолінійного та криволінійного), що мають послідовні цілочисельні позначки, знаходяться одна від одної на відстані, виміряній по осі полотен в'їздів, що дорівнює 7 м.

7. Градуюємо бічні укоси виїмки в'їздів аналогічно прикладам, наведеним на рис. 5.32, 5.34, б, г, 6.24, 6.50, причому укоси виїмки прямолінійного в'їзду є площинами, а укоси виїмки криволінійного в'їзду – криволінійними поверхнями однакового ухилу.

6.1.3.2.3. Побудова меж земляних робіт будівельних майданчиків

На рис. 6.57 побудовано межі земляних робіт укосів, що примикають до горизонтального будівельного майданчика та прямолінійного нахиленого в'їзду до нього. Ухили укосів: насипу – 1:1.5, виїмки – 1:1. Ухил в'їзду – 1:6. Ширина смуг під кювети 1 м.

Порядок виконання побудов:

1. Спочатку визначаємо точки нульових робіт будівельного майданчика. Це точки А і Б, в яких горизонталь 31 земної поверхні перетинає контур будівельного майданчика. Далі визначаємо типи укосів, що примикають до будівельного

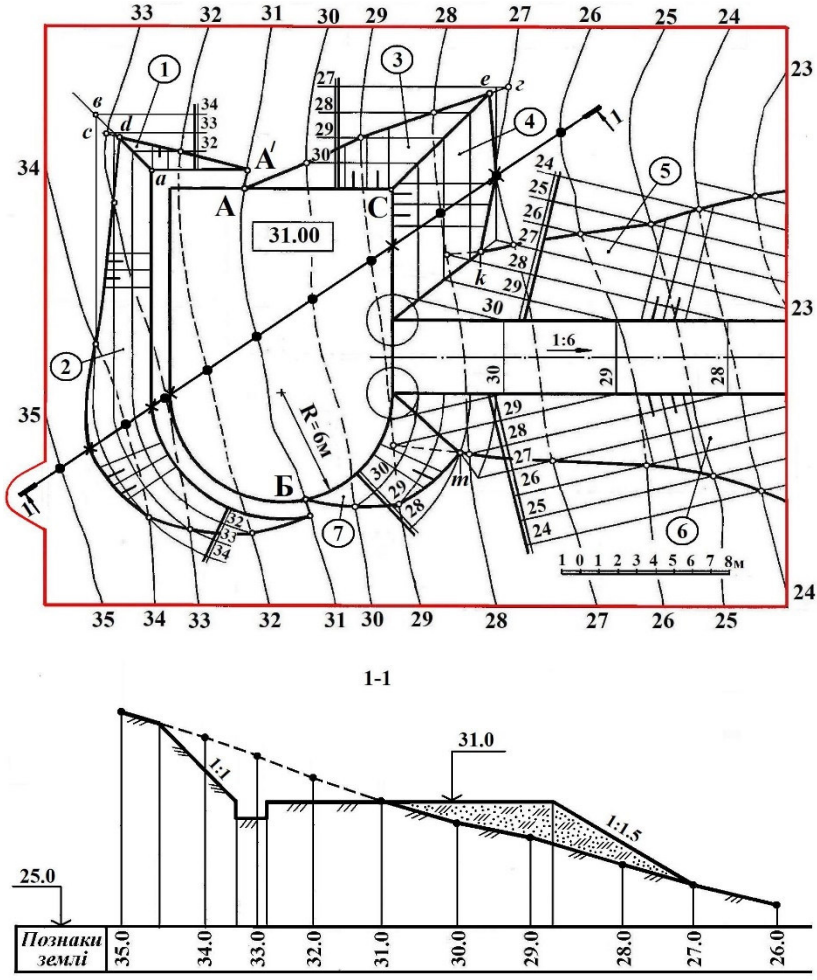


Рис. 6.57. Побудова меж земляних робіт та профілю 1-1 земної поверхні та будівельного майданчика з прямолінійним в'їздом

майданчика. Для цього порівняємо числові позначки точки крайньої зверху і зліва майданчика (31 м), яка є проєктною, з позначкою земної поверхні в цій точці контуру бровки (≈ 32.2 м). Висновок: щоб побудувати майданчик в цій точц,і землю потрібно забирати, отже, зліва від точок А і Б будуть прилягати

до майданчика укоси виїмки. З боку укосів виїмки на відстані 1 м від контуру майданчика між точками А і Б проводимо смуги під кювети паралельно до контуру майданчика. Укіс виїмки 1 примикає до прямолінійної ділянки смуги кювети, а укіс 2 – до ділянки смуги кювету, що складається з відрізка прямої, який плавно переходить в дугу кола радіусом 6 м.

Аналогічним чином визначаємо, що зліва від точок А і Б до будівельного майданчика та в'їзду прилягають п'ять укосів насипу. Укоси 3 і 4 примикають до прямолінійних ділянок контуру майданчика, а укіс 7 – до криволінійної ділянки контуру майданчика, що має вигляд дуги радіусом 6 м. Укоси 5 і 6 прилягають до прямолінійного нахиленого полотна в'їзду.

2. Градуюємо укоси. Укіс 1 градуюємо аналогічно до рис. 4.17, 6.32; укіс 2 – аналогічно до рис. 5.33, 5.35, г; Укоси 2, 4 – аналогічно до рис. 4.15, 6.32; укоси 5,6 – аналогічно до рис. 3.24, 5.31, 6.24; укіс 7 – аналогічно до рис. 5.28.

3. Будуємо лінію перетину укосу 1 з укосом 2 і земною поверхнею. Спочатку проводимо «теоретичну» лінію перетину *ав* укосів 1 і 2. Далі будуємо межу земляних робіт A/c укосу 1. Лінія A/c перетинає *ав* в точці *d*, що дозволяє визначити дійсні контури укос1. Будуємо межі земляних робіт укосу 2.

4. Будуємо лінію перетину укосу 3 з укосом 4 і земною поверхнею. Межа земляних робіт *Сг* укосу 3 перетинає «теоретичну» лінію перетину укосів 3 і 4 в точці е, що дозволяє визначити дійсні контури укосу 3. Далі будуємо лінію перетину укосу 4 з укосом 5 і земною поверхнею. Межа земляних робіт укосу 5 перетинає «теоретичну» лінію перетину укосів 4 і 5 в точці *k*, що дозволяє визначити дійсні контури укосів 4 і 5. Аналогічно межа земляних робіт укосу 6 перетинає «теоретичну» лінію перетину укосів 6 і 7 в точці *m*, шо дозволяє визначити дійсні контури укосів 6 і 7.

На рис. 6.57 також побудовано профіль земної поверхні та будівельного майданчика з укосами у напрямку 1-1. Профіль земної поверхні будуємо відповідно до 5.1.3.1 та рис. 6.32 (точки перетину земної поверхні з напрямком 1-1 позначено знаком «•»). Характерні точки укосів та контуру майданчика (їх п'ять) позначено знаком «х».

На рис. 6.58 побудовано межі земляних робіт будівельного майданчика та криволінійного нахиленого в'їзду до нього. Ухили укосів: насипу – 1:1.5, виїмки – 1:1. Ухил в'їзду – 1:10. Ширина смуг під кювети 1 м.

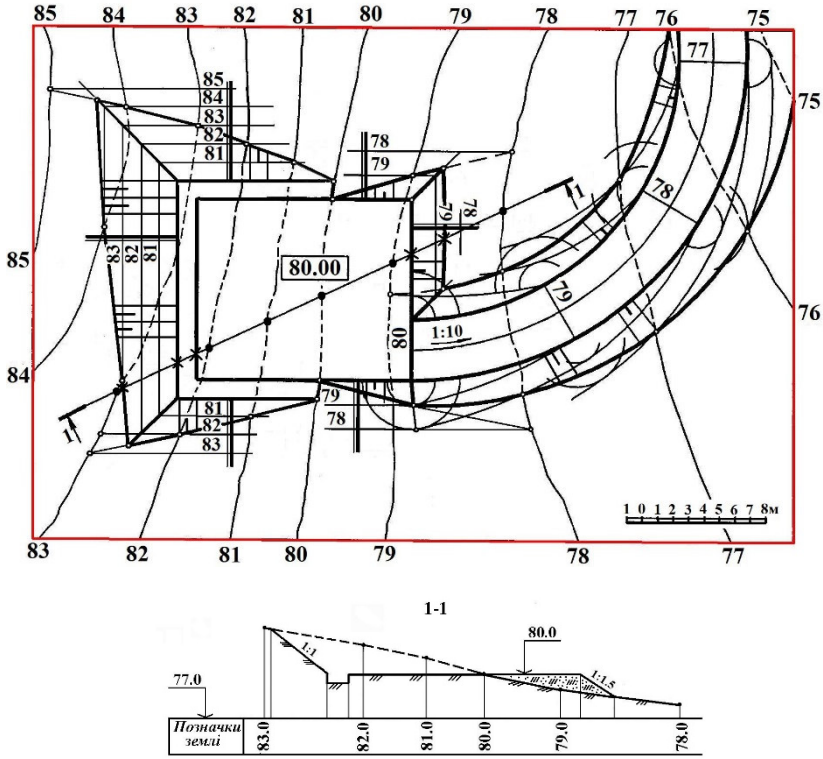


Рис. 6.58. Побудова меж земляних робіт та профілю 1-1 земної поверхні та будівельного майданчика з криволінійним в'їздом

Побудова здійснюється в послідовності, аналогічній до рис. 6.57. Спочатку визначаються точки нульових робіт та типи укосів, що прилягають до споруди. Потім будуються межі земляних робіт укосів, що прилягають до споруди. Градування укосів насипу, що прилягають до криволінійного в'їзду, відбувається аналогічно до рис. 5.27–5.29.

На рис. 6.58 побудовано також профіль земної поверхні будівельного майданчика з укосами у напрямку 1-1.

На рис. 6.59 побудовано межі земляних робіт горизонтального будівельного майданчика з числовою

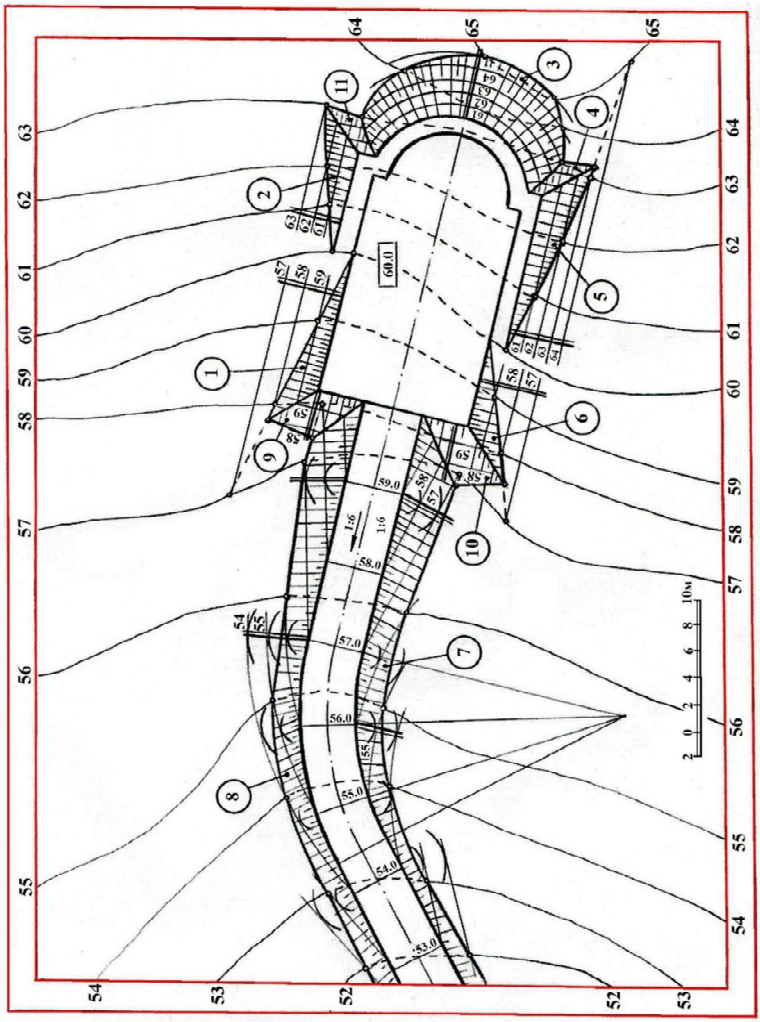


Рис. 6.59. Побудова меж земляних робіт будівельного майданчика з в'їздом, який має криволінійну та нахилену ділянки

позначкою *60 м* та нахиленим в'їздом, який складається з криволінійної та прямолінійної ділянок. Ухили укосів: насипу – *1:1.5,* виїмки – *1:1*, ухил в'їзду – *1:6,* ширина смуг під кювети становить *1.5 м.*

Пояснення до розв’язування даної задачі.

1. Градуювання укосів насипу *1, 9* та *6, 10*, градуювання укосів виїмки *2, 11* та *4, 5*, а також побудова меж земляних робіт цих укосів виконано аналогічно до рис. 6.32.

2. Градуювання укосу *3* та визначення ліній перетину його з укосами *4* та *11* виконано аналогічно до рис. 5.15, 5.16, але на зазначених рисунках перетинаються укоси насипу, а в даному прикладі – укоси виїмки, і укіс *3* є поверхнею прямого колового конуса, розміщеного вершиною донизу (верхня пола конуса).

Крайні точки, що обмежують «теоретичну» лінію перетину укосу 3 з укосами 4 і 11, визначено в перетині горизонталей 63 укосу 3 і земної поверхні.

3. Градуювання та визначення меж земляних робіт укосів 7 і 8, які є поверхнями однакового ухилу, виконано аналогічно до рис. 5.29, 5.31, 6.24, 6.50.

Побудова ліній перетину укосів *7* та *10*, а також укосів *8* та *9* виконано аналогічно до рис. 6.57.

6.2. Задачі до розділу 6

Задача 6.1. Побудувати лінію перетину піраміди $A_0B_0C_0S_5$ (рис. 6.60) та піраміди $A_0B_0C_0S_7$ (рис. 6.61) з площиною α.

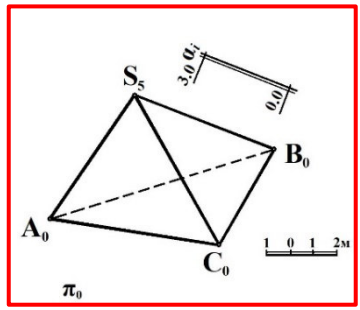


Рис. 6.60

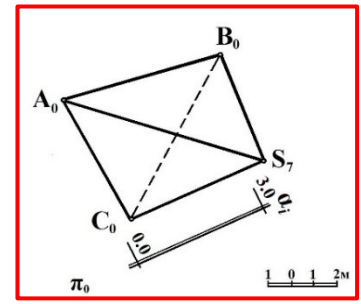


Рис. 6.61

Задача 6.2. Побудувати лінію перетину призми з площиною α (рис. 6.62).

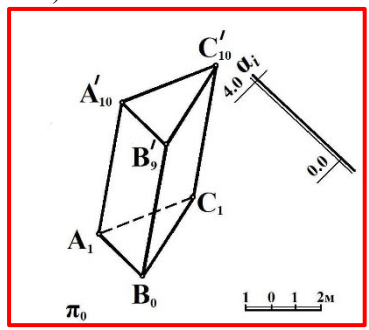


Рис. 6.62

Задача 6.3. Визначити натуральну величину лінії перетину призми з вертикальною площиною β, заданою слідом β_0^1 (рис.6.63).

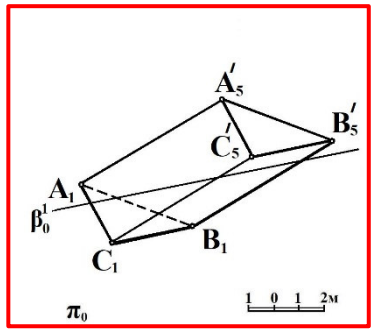


Рис. 6.63

Задача 6.4. Побудувати лінію перетину площини α з поверхнею циліндра (рис. 6.64, рис. 6.65).

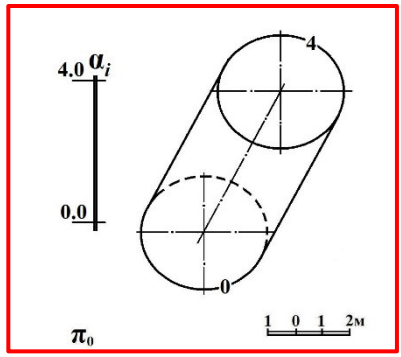


Рис. 6.64

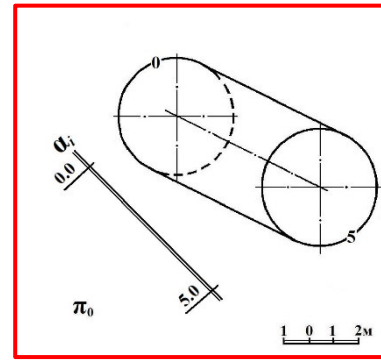


Рис. 6.65

Задача 6.5. Визначити натуральну величину лінії перетину поверхні конуса з вертикальною площиною β, заданою слідом β_0^1 (рис. 6.66).

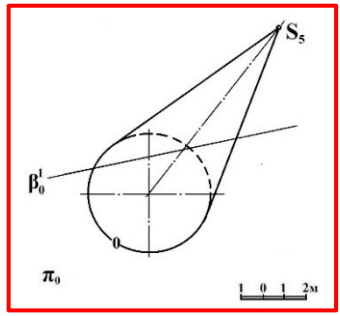


Рис. 6.66

Задача 6.6. Побудувати лінію перетину поверхні конуса з площиною α (рис. 6.67).

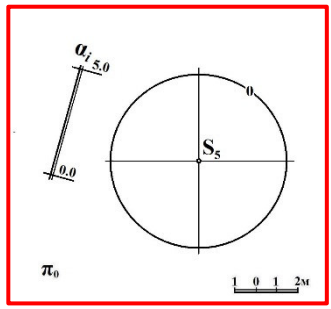


Рис. 6.67

Задача 6.7. Побудувати лінію перетину площини α з топографічною поверхнею (рис. 6.68).

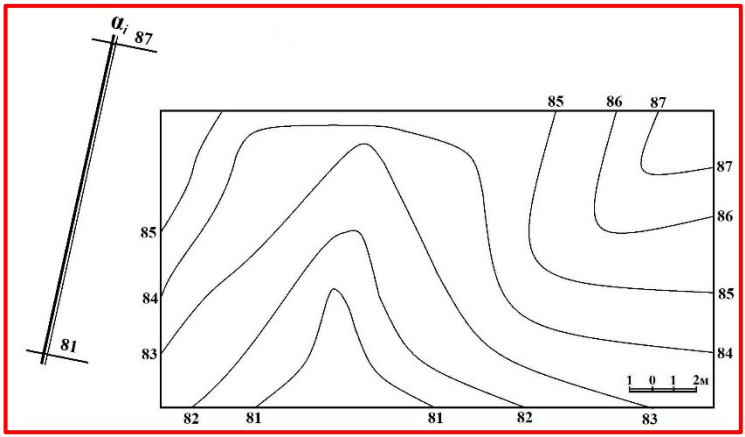


Рис. 6.68

Задача 6.8. Побудувати лінії перетину топографічної поверхні з горизонтальними площинами, числові позначки яких дорівнюють 73 м і 82 м (рис. 6.69).

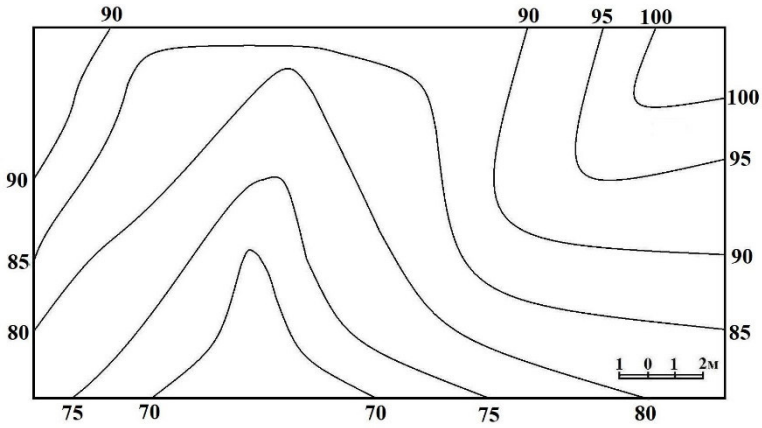


Рис. 6.69

Задача 6.9. Побудувати лінію перетину топографічної поверхні з площиною α, а також ліній, що належать площині α, з глибиною залягання 5 м і 10 м (рис. 6.70).

Примітка: під глибиною залягання розуміють відстань (у вертикальному напрямку) від поверхні землі до точки площини горної породи. Лінію перетину

топографічної поверхні з площиною α можна розглядати як побудову геометричного місця точок з глибиною залягання 0 м.

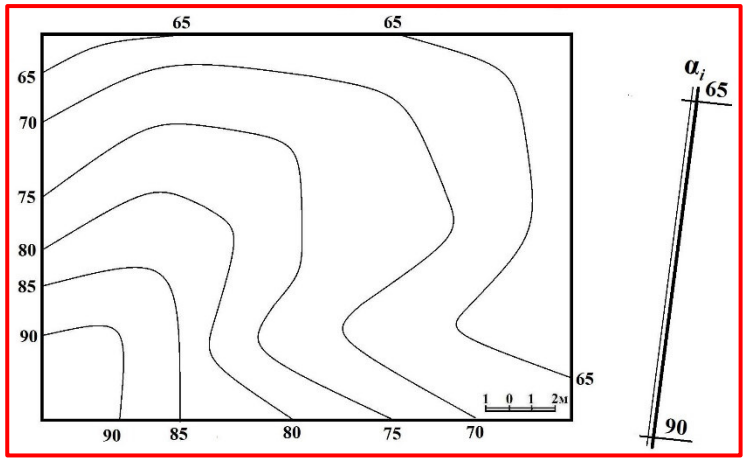


Рис. 6.70

Задача 6.10. Побудувати лінії перетину двох площин загального положення α (A_{75}, аз. пад 225^0, кут пад. 50^0) і β з топографічною поверхнею. Відстань між площинами 12 м, площина β розміщена над площиною α (рис. 6.71).

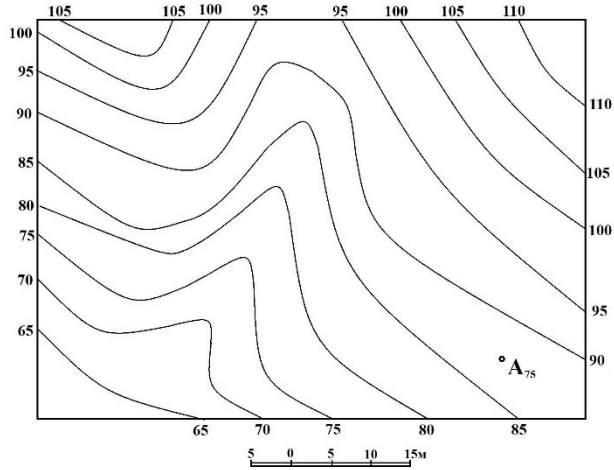


Рис. 6.71

Задача 6.11. Визначити глибину свердловини №6, яку пробурлено до площини вугільного пласту, вихід якого виявлено в точці A_{24} (рис. 6.72). Елементи залягання пласту – аз. пад. 225^0, кут пад. 45^0.

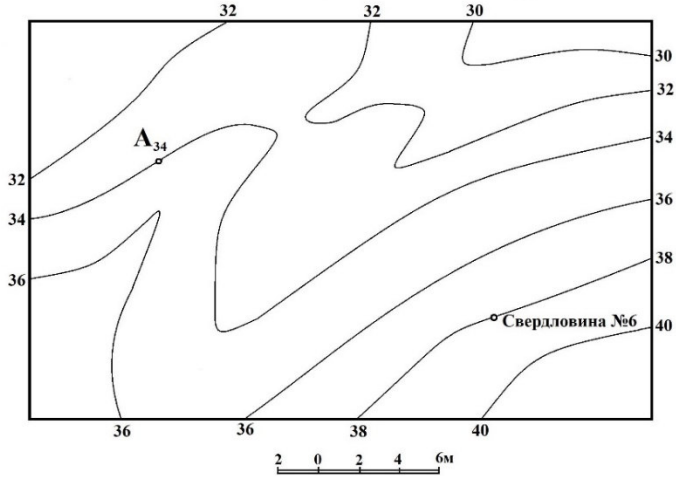


Рис. 6.72

Задача 6.12. В точці A_{550} (рис. 6.73) виявлено залягання пласту (A_{550}, аз. пад. 45^0, кут пад. 45^0). Визначити, на якій глибині буде викрито даний пласт свердловиною № 6. Провести пінію виходу пласту на поверхню землі.

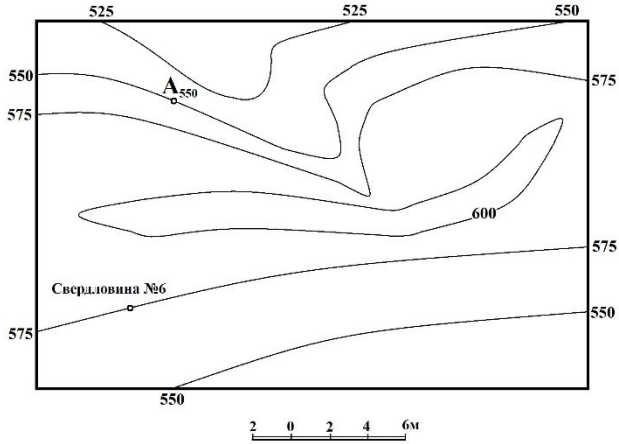


Рис. 6.73

Задача 6.13. Побудувати межи земляних робіт укосів, що примикають до споруди, горизонтальний майданчик якої має числову позначку 30 м (рис. 6.74). Ухил правого укосу 1:2, ухил решти укосів – 1:1. Земна поверхня навколо споруди – плоский косогір.

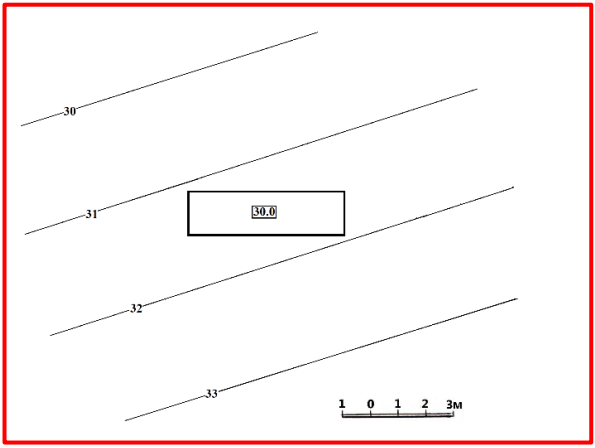


Рис. 6.74

Задача 6.14. Побудувати межи земляних робіт укосів, що примикають до споруди, горизонтальний майданчик якої має числову позначку 30 м (рис. 6.75). Ухил правого укосу 1:2, ухил решти укосів – 1:1. Земна поверхня навколо споруди – плоский косогір.

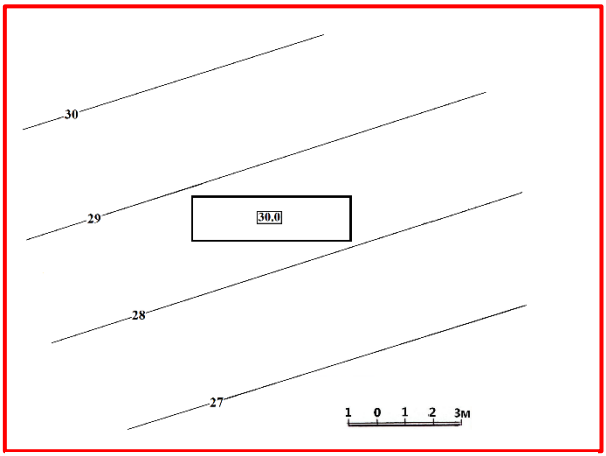


Рис. 6.75

Задача 6.15. Побудувати межи земляних робіт укосів, що примикають до споруди, горизонтальний майданчик якої має числову позначку 30 м (рис. 6.76). Ухил правого укосу 1:2, ухил решти укосів – 1:1. Земна поверхня навколо споруди – плоский косогір.

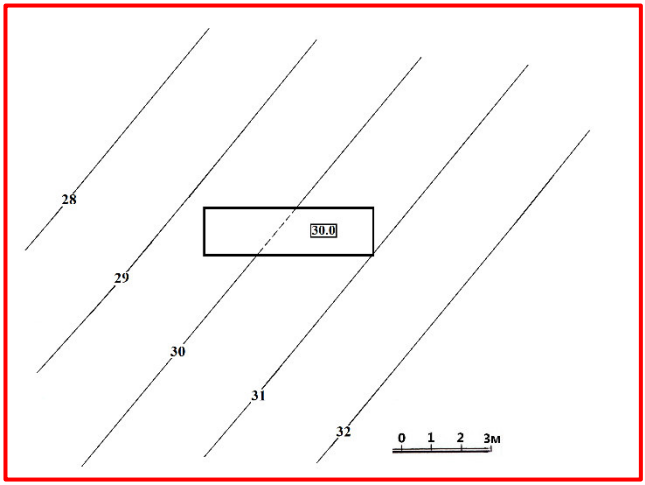


Рис. 6.76

Задача 6.16. Побудувати межи земляних робіт укосів, що примикають до горизонтальної ділянки споруди (рис. 6.77–6.82). Ухил укосів 1:1. Ширина смуг під кювети 0.5 м.

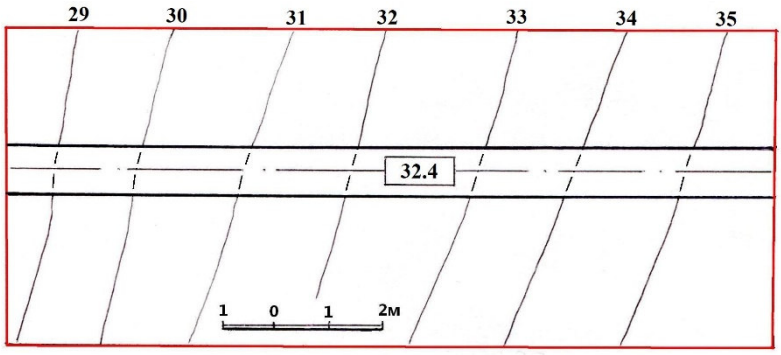


Рис. 6.77

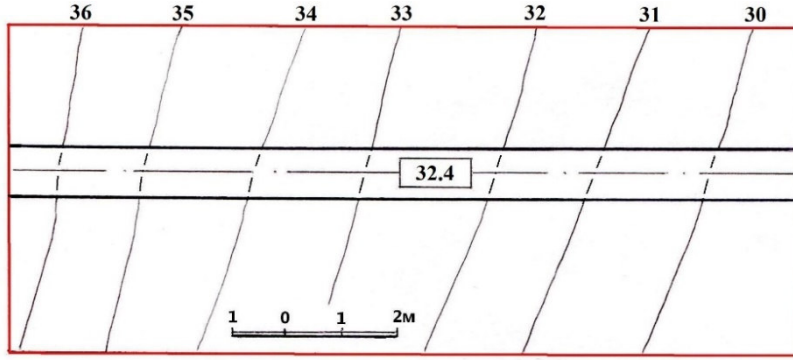


Рис. 6.78

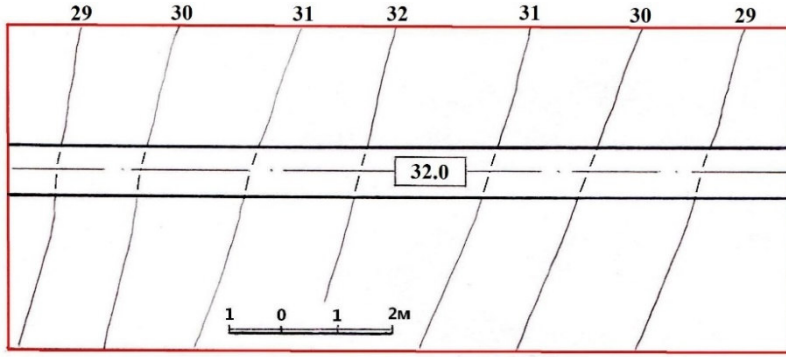


Рис. 6.79

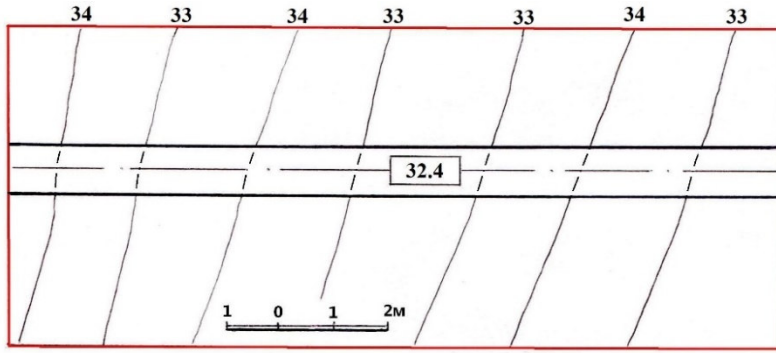


Рис. 6.80

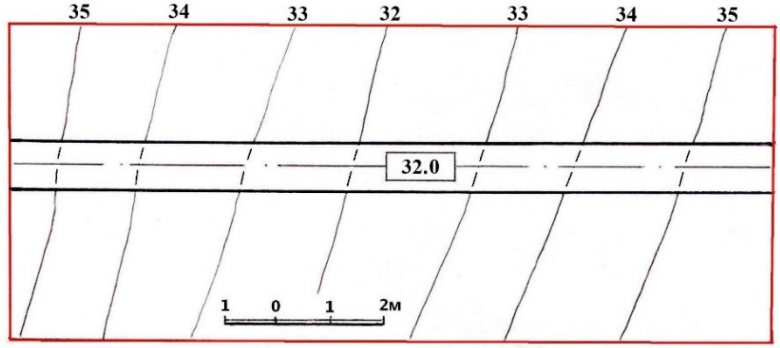


Рис. 6.81

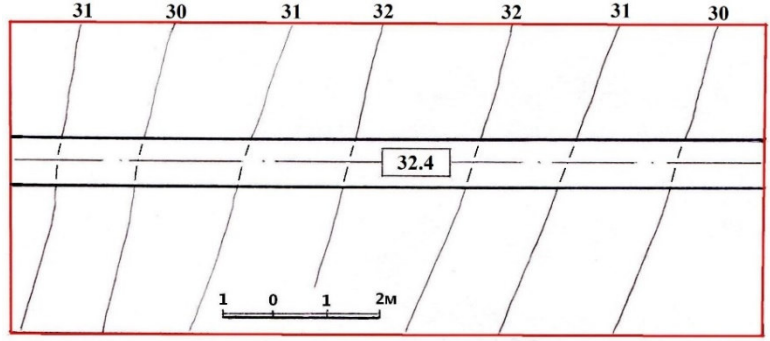


Рис. 6.82

Задача 6.17. Побудувати межи земляних робіт укосів, що примикають до нахиленої ділянки споруди (рис. 6.83 - 6.85). Ухил укосів 1:1. Ширина смуг під кювети 0.5 м.

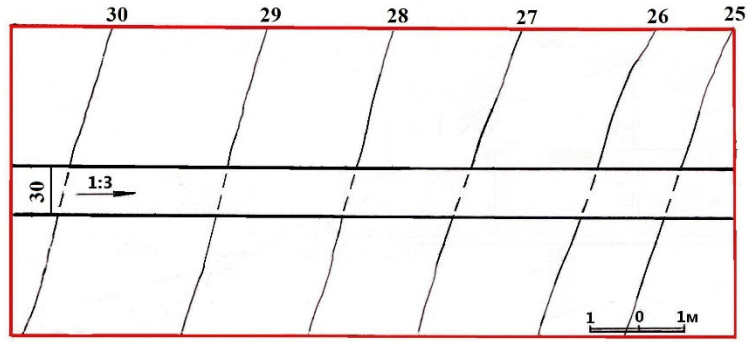


Рис. 6.83

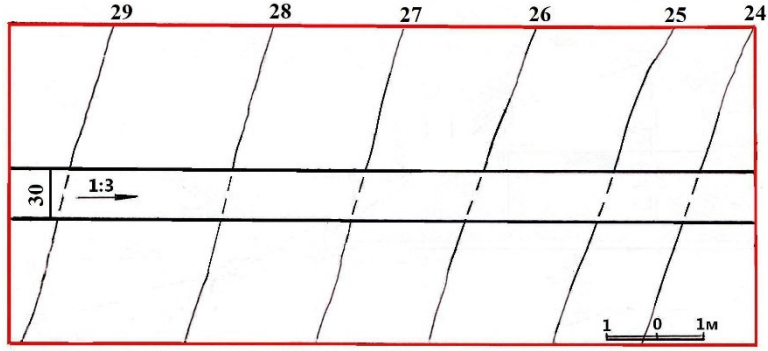


Рис. 6.84

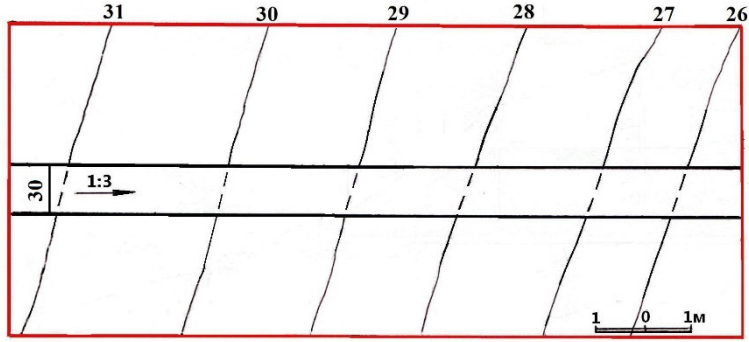


Рис. 6.85

Задача 6.18. Побудувати межі земляних робіт укосів, що примикають до горизонтального будівельного майданчика (рис. 6.86 – рис. 6.88). Ухили укосів 1:1. Ширина смуг під кювети 0.5 м.

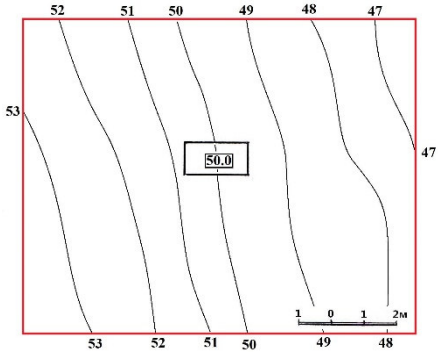


Рис. 6.86

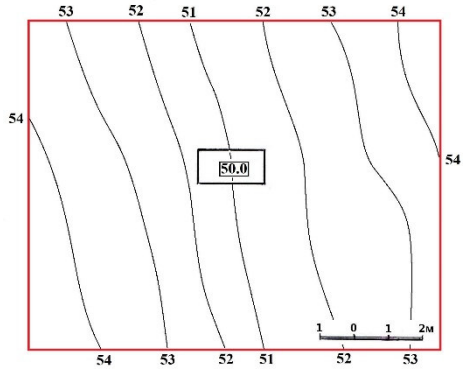


Рис. 6.87

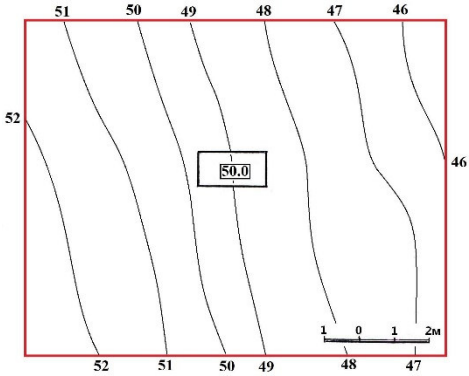


Рис. 6.88

Задача 6.19. Побудувати точки перетину прямої, заданою точкою D_{15} і величиною ухилу 1:1, з поверхнею піраміди (рис. 6.89).

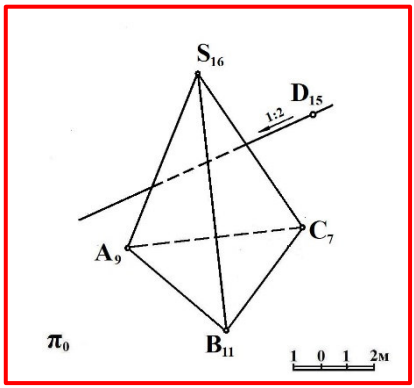


Рис. 6.89

Задача 6.20. Побудувати точки перетину прямої D_6E_9 з поверхнею призми (рис. 6.90).

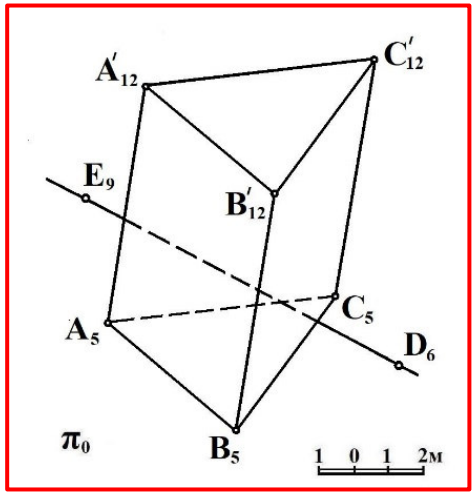


Рис. 6.90

Задача 6.21. Побудувати точки перетину прямої A_4B_1 з поверхнею циліндра (рис. 6.91).

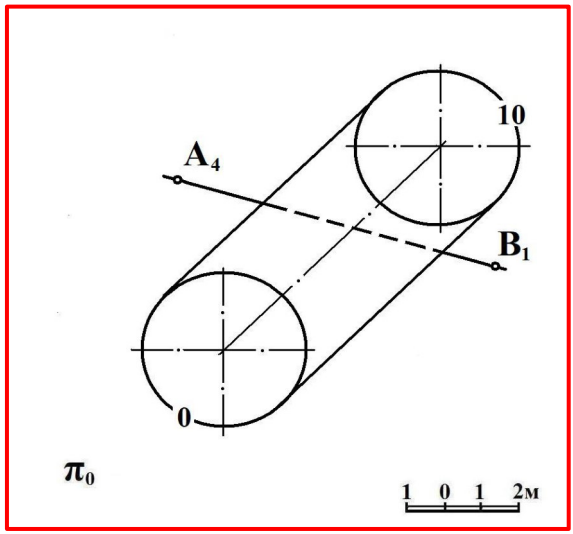


Рис. 6.91

Задача 6.22. Побудувати точки перетину прямої $A_{12}B_2$ з поверхнею конуса (рис. 6.92).

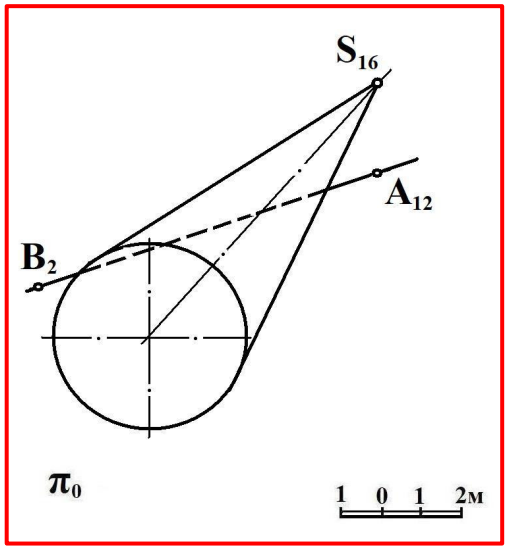


Рис. 6.92

Задача 6.23. Побудувати способом профілю точки перетину прямої $A_{18}B_{17}$ з топографічною поверхнею (рис. 6.93).

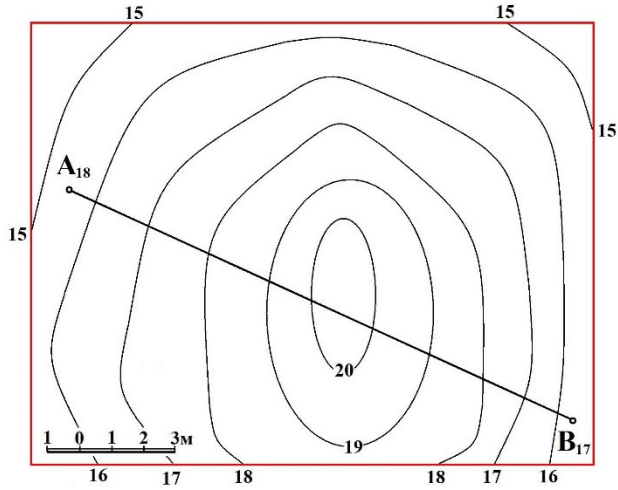


Рис. 6.93

Задача 6.24. Побудувати способом горизонталей точку перетину прямої, заданою точкою A_{55} та величиною ухилу 1:1, з топографічною поверхнею (рис. 6.94).

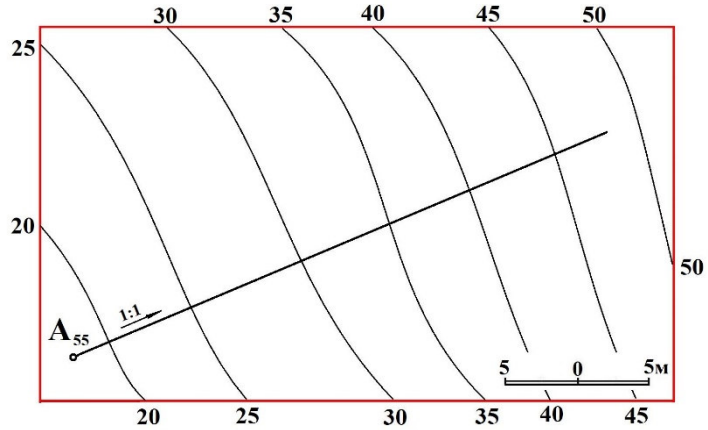


Рис. 6.94

Задача 6.25. Між пунктами А і В намічається укладка трубопроводів з постійним заглибленням 1 м. Визначити необхідну довжину труб (рис. 6.95)/

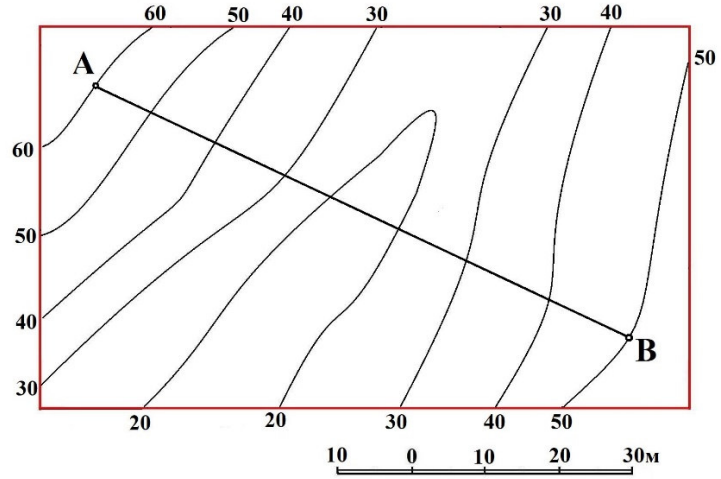


Рис. 6.95

Задача 6.26. В напрямку АВ потрібно прокласти каналізаційну лінію (рис. 6.96). Глибина промерзання ґрунту 1 м. В точках А, С, D, В планується встановити оглядові колодязі, між якими потрібно витримати прямолінійність труб. Визначити ухили ділянок каналізаційної траси.

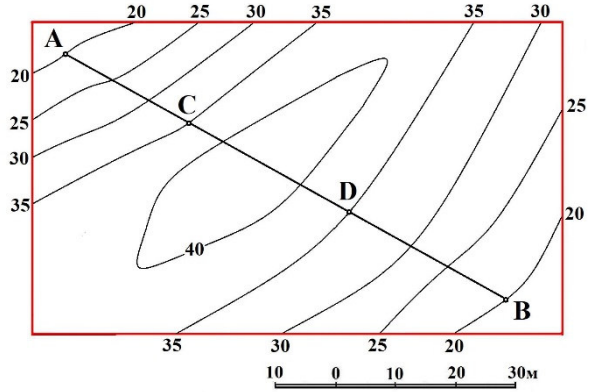


Рис. 6.96

Задача 6.27. В точці А у напрямку АВ починається тунель з ухилом 1:5 (рис. 6.97). Визначити місце виходу тунелю на земну поверхню.

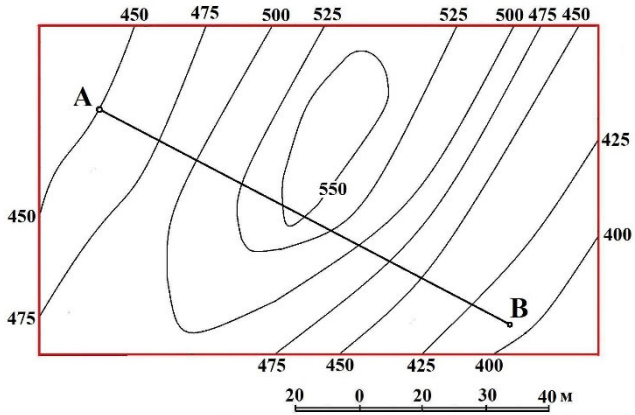


Рис. 6.97

Задача 6.28. Визначити точки, в яких газопровід виходить на поверхню землі (рис. 6.98). Задачу розв'язати способом горизонталей та способом профілю.

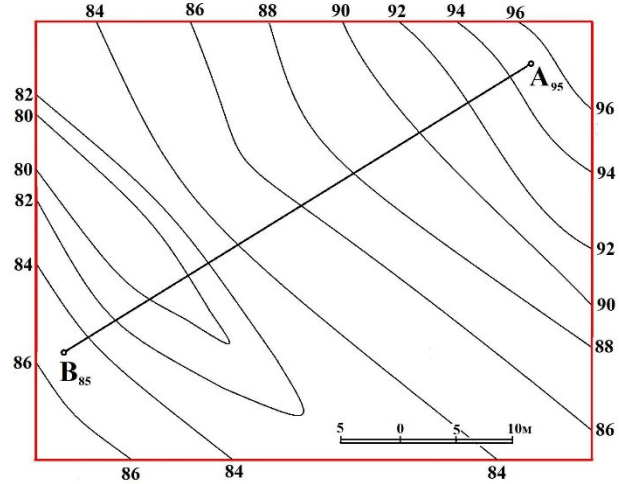


Рис. 6.98

Задача 6.29. Побудувати лінію перетину косої площини, що задана двома мимобіжними прямими m і n, з топографічною поверхнею (рис. 6.99).

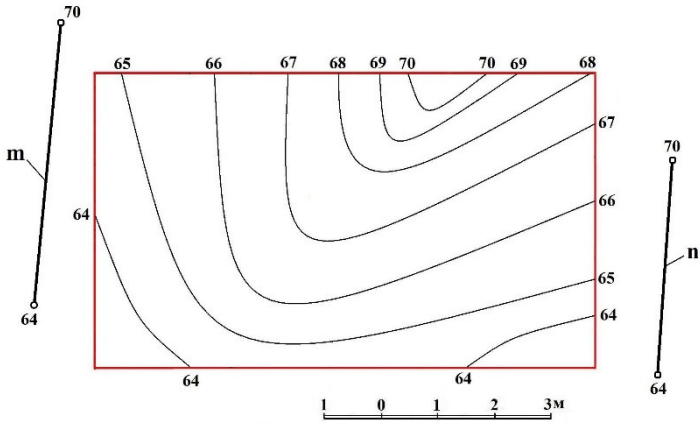


Рис. 6.99

Задача 6.30. Побудувати лінію перетину циліндричної поверхні з топографічною (рис. 6.100).

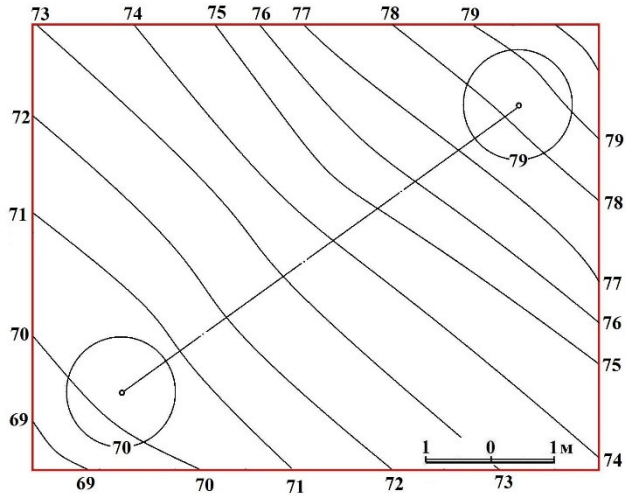


Рис. 6.100

Задача 6.31. Побудувати лінію перетину конічної поверхні з топографічною (рис. 6.101).

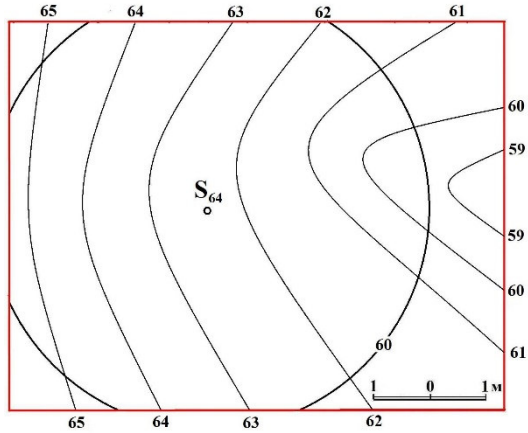


Рис. 6.101

Задача 6.32. Визначити точки нульових робіт криволінійної нахиленої ділянки споруди (рис. 6.102).

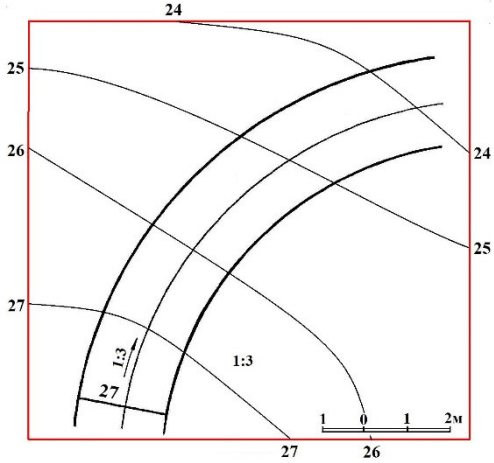


Рис. 6.102

Задача 6.33. Побудувати межі земляних робіт будівельного майданчика та прямолінійного нахиленого в'їзду до нього (рис. 6.103). Ухили: в'їзду 1:3, укосів насипу 1:1, укосу виїмки 1:1.5.

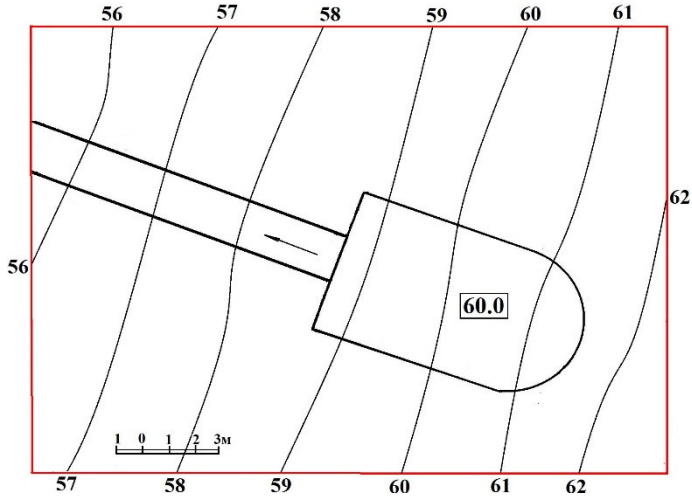


Рис. 6.103

Задача 6.34. Побудувати межі земляних робіт будівельного майданчика та криволінійного нахиленого в'їзду до нього (рис. 6.104). Ухили: в'їзду 1:10, укосів насипу 1:1, укосу виїмки 1:1.5.

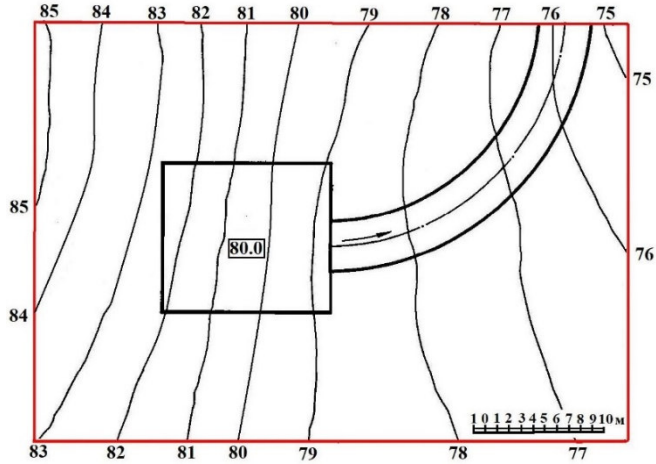


Рис. 6.104

Задача 6.35. Побудувати межі земляних робіт будівельного майданчика та криволінійного нахиленого в'їзду до нього (рис. 6.105). Ухили: в'їзду 1:10, укосів насипу 1:1, укосу виїмки 1:

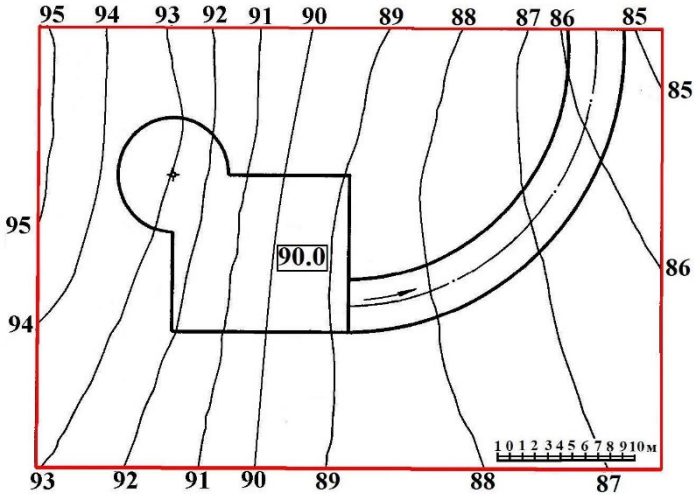


Рис. 6.105

6.3. Приклади тестових завдань до розділу 6

6.1. Скільки укосів насипу примикають до верхньої бровки горизонтальної ділянки дороги (рис. 6.106)?

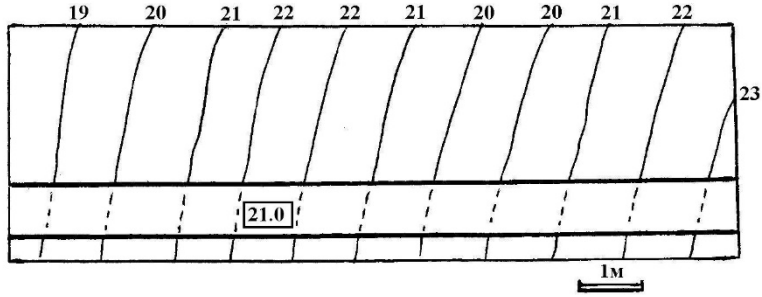


Рис. 6.106

• 1 • 2 • 3 • 4 • жодного

6.2. Скільки укосів виїмки примикають до верхньої бровки горизонтальної ділянки дороги (рис. 6.107)?

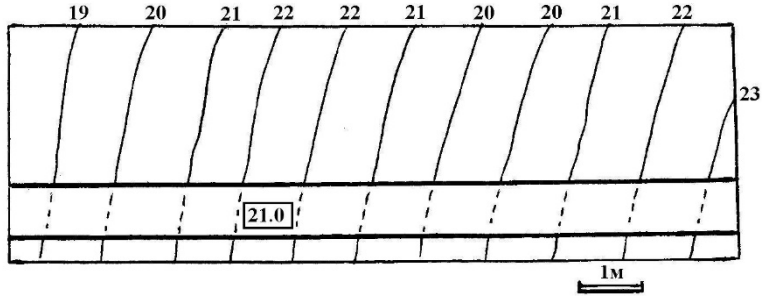


Рис. 6.107

• 1 • 2 • 3 • 4 • жодного

6.3. Скільки укосів і якого типу примикають до верхньої бровки горизонтальної ділянки дороги (рис. 6.108)?

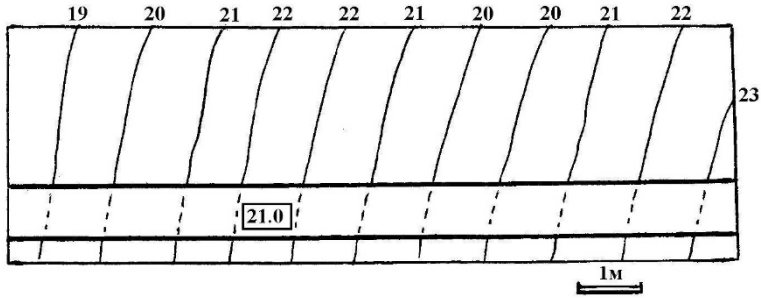


Рис. 6.108

• один укіс насипу і один укіс виїмки
• один укіс насипу і три укоси виїмки
• один укіс виїмки і три укоси насипу
• два укоси насипу і два укоси виїмки
• чотири укоси насипу
• чотири укоси виїмки

6.4. Скільки укосів і якого типу примикають до верхньої бровки горизонтальної ділянки дороги (рис. 6.109)?

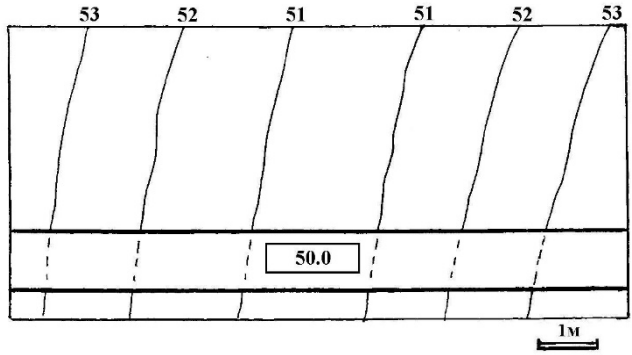


Рис. 6.109

• один укіс насипу
• один укіс виїмки
• один укіс виїмки і один укіс насипу
• • один укіс насипу і два укоси виїмки
один укіс виїмки і два укоси насипу

6.5. Скільки укосів і якого типу примикають до верхньої бровки горизонтальної ділянки дороги (рис. 6.110)?

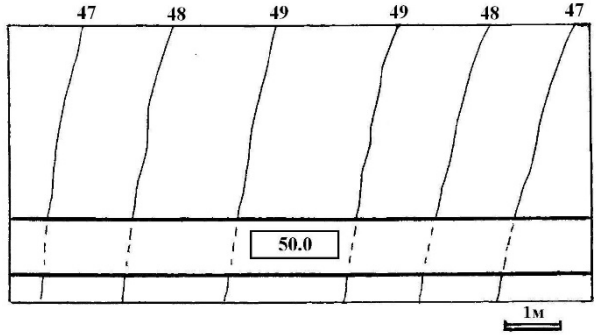


Рис. 6.110

- **один укіс насипу**
- **один укіс виїмки**
- **один укіс виїмки і один укіс насипу**
- **один укіс насипу і два укоси виїмки**
- **один укіс виїмки і два укоси насипу**

6.6. Скільки укосів і якого типу примикають до верхньої бровки нахиленої ділянки дороги (рис. 6.111)?

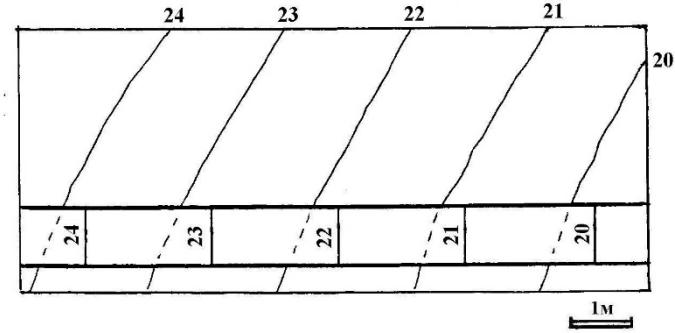


Рис. 6.111

- **один укіс насипу**
- **один укіс виїмки**
- **один укіс виїмки і один укіс насипу**
- **один укіс насипу і два укоси виїмки**
- **один укіс виїмки і два укоси насипу**

6.7. Скільки укосів і якого типу примикають до верхньої бровки нахиленої ділянки дороги (рис. 6.112)?

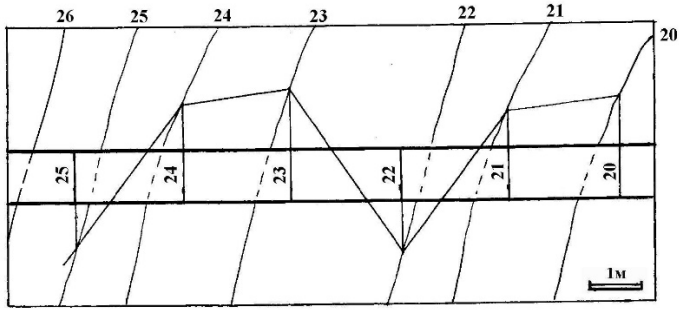


Рис. 6.112

• один укіс насипу і три укоси виїмки
• один укіс виїмки і три укоси насипу
• два укоси виїмки і два укоси насипу
• один укіс насипу і два укоси виїмки
• один укіс виїмки і два укоси насипу

6.8. Скільки точок нульових робіт знаходяться на верхній бровці нахиленої ділянки дороги (рис. 6.113)?

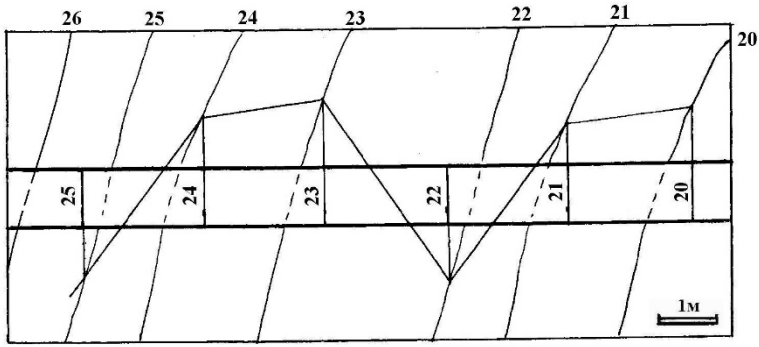


Рис. 6.113

• 1 • 2 • 3 • 4 • 5

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ТА РЕКОМЕНДОВАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Сільськогосподарські меліорації : підручник для студентів спец. «Гідромеліорація» / С. М. Гончаров, Г. С. Потоцький, С. В. Ковальов, М. Є. Козішкурт ; за ред. С. М. Гончарова, Г. С. Потоцького. К. : Вища шк., 1991. 382 с.

2. Организация строительства жилых и общественных зданий : справочник проектировщика / В. А. Гусев, П. И. Недавний, Е. П. Колесников, А. В. Борейко. Киев : Будівельник, 1976. 263 с.

3. Дворніков В. А., Кравець В. С., Буршенко О. П. Збірник задач з нарисної геометрії. Кривий Ріг : Видавничий центр КТУ, 2011. 49 с.

4. Крівцов В. В., Пугачов Є. В. Проекції з числовими позначками : навч. посіб. Рівне : НУВГП, 2014. 135 с.

5. Нарисна геометрія : підручник / В. Є. Михайленко, М. Ф. Євстіфєєв, С. М. Ковальов, О. В. Кащенко ; за ред. В. Є. Михайленка. К. : Вища шк., 2004. 303 с.

6. Пік А. І., Ковбашин В. І., Рассказов Ю. С. Проєкції з числовими позначками : навч. -метод. посібник. Тернопіль : Вид-во ТНТУ імені Івана Пулюя, 2010. 58 с.

7. Русскевич Н. Л. Начертательная геомертия : учеб. пособие для студентов вузов строит. специальностей. К. : Вища шк., 1978. 312 с.

8. Русскевич Н. Л., Ткач Д. И., Ткач М. Н. Справочник по инженерно-строительному черчению. К. : Будівельник, 1987. 164 с.

9. Організація будівництва : підручник / С. А. Ушацький, Ю. П. Шейко, Г. М. Тригер та ін. ; за ред. С. А. Ушацького. К. : Кондор, 2007. 521 с.

10. Крівцов В. В., Козяр М. М., Коптюк Р. М. Зображення земляних споруд за допомогою методу проекцій з числовими позначками : навч. посіб. Рівне : НУВГП, 2017. 176 с.

11. Крівцов В. В., Караван В. В. Інженерна графіка (спецкурс) : навч. посіб. Рівне : ТОВ *«Асоль»*, 2015. 190 с.

12. Інженерна графіка та основи будівельного креслення : навч. посіб. / В. В. Крівцов, Є. В. Пугачов, В. В. Караван, Р. М. Макаренко. Рівне : НУВГП, 2024. 691 с.

13. Лусь В. І. Нарисна геометрія, інженерна та машинна графіка : навч. посіб. Харків : ХНУНГ ім. О.М. Бекетова, 2019. 223 с.

14. Інженерна графіка : навч. посіб. з нарисної геометрії / А. О. Перпері, В. П. Бредньова, В. В. Думанська, В. С. Марченко. Одеса : ОДАБА, 2018. 220 с.

15. Петрова А. Т., Музика П. М. Проєкції з числовими позначками : навч. посіб. Херсон : ХДАУ, 2019. 49 с.

Навчальне видання

Крівцов Валерій Володимирович
Пугачов Євген Валентинович
Крівцов Валентин Валерійович

ПРОЄКЦІЇ З ЧИСЛОВИМИ ПОЗНАЧКАМИ

(теоретична частина, задачі, приклади тестових завдань)

НАВЧАЛЬНИЙ ПОСІБНИК

Видавець і виготовлювач
Національний університет
водного господарства та природокористування
вул. Соборна, 11, м. Рівне, 33028.

Свідоцтво про внесення суб'єкта видавничої справи до державного реєстру видавців, виготівників і розповсюджувачів видавничої продукції РВ № 31 від 26.04.2005 р.