

Кір'янов В. М., д.т.н., професор

## ТЕОРІЯ КЕРОВАНОГО ХАОСУ. ТЕОРЕТИЧНІ, КОНЦЕПТУАЛЬНІ ТА МЕТОДОЛОГІЧНІ АСПЕКТИ ЗАСТОСУВАННЯ У ВОДНОМУ ГОСПОДАРСТВІ

Розглядаються питання обґрунтування, формування та використання теорії керованого хаосу у водному господарстві (ВГ). Наведено роль і задачі водного господарства, водогосподарських систем (ВГС), характер функціонування гідромеліоративної системи (ГМС) з оцінкою сучасного стану застосування математичного моделювання. Вказано роль класичної механіки та її обмеження для опису природних процесів. Описано основні положення теорії хаосу, теорії надійності, прикладної теорії надійності ВГС, кібернетичної теорії управління, теорії оптимального управління стосовно до ВГС. Наведені основні концептуальні, методологічні положення і принципи дослідження функціонування ВГС. За основу досліджень функціонування зрошувальної системи (ЗС) на мікрорівні покладено одновимірну модель вологопереносу в ґрунті, а на макрорівні – модель водного балансу в кореневмісному шарі ґрунту в ймовірнісному вигляді. Наведено результати аналізу надійності функціонування ЗС з пошуком «слабкої ланки», яка стримує підвищення її ефективності.

**Ключові слова:** водне господарство; водогосподарська система; зрошувальна система; математичне моделювання; динамічна система; детермінований хаос; керований хаос; ймовірність; надійність; кібернетика; вологоперенос; водний баланс.

Проста істина полягає в тому, що ні вимір, ні експеримент, ні спостереження неможливі без відповідної теоретичної схеми

Д. С. Котарі

Реалії сучасності свідчать про складність процесів, які протікають в природному середовищі, і як наслідок – виникає

необхідність у створенні адекватних моделей цих процесів, алгоритму ухвалення управлінських рішень в галузях, в яких передбачається врахування або регулювання цих біосферних процесів.

До таких галузей належить і **водне господарство (ВГ)** – галузь економіки, що розробляє і здійснює заходи щодо використання поверхневих і підземних вод для різних галузей економіки, а також здійснює охорону вод і боротьбу з їх шкідливою дією. Водне господарство забезпечує потреби населення і народне господарство у водних ресурсах, збереження, охорону та відтворення водного фонду, попередження шкідливої дії вод та ліквідація її наслідків і здійснює це через створювані водогосподарські системи.

**Водогосподарська система (ВГС)** – це сукупність гідравлічно пов'язаних водних об'єктів і водогосподарських споруд, сумісне функціонування яких спільно з підсистемою управління ними, спрямоване на оптимальне задоволення запитів водокористувачів. ВГС створюються і функціонують з урахуванням їх специфічного спрямування (зрошувальна система, система водопостачання, гідровузол, тощо). Особливістю ВГС, виходячи з вищевикладеного, є цілеспрямований вплив їх на природні (біосферні) процеси для вирішення завдань. Це свідомо або несвідомо може принести не лише позитивні результати, але і мати негативні наслідки.

Для ухвалення інженерних та управлінських рішень по досягненню поставлених цілей створюються і застосовуються певні *математичні моделі*. Ці моделі дозволяють розрахувати конструктивні та управлінські параметри об'єктів і систем, аналізувати функціонування систем в динаміці під впливом ухвалених рішень, шукати їх оптимальні варіанти, краще розуміти процеси, що відбуваються.

Глибокий аналіз функціонування складних систем, до яких належать і ВГС, вимагає насамперед обрання для цього **теоретичних засад, методологічних підходів**, в межах яких і слід будувати концептуальні положення дослідження і математичні моделі таких систем. В кожному випадку розробники моделі та їх користувачі спираються на певну **теоретичну парадигму**, яка пояснює той чи інший підхід, вибір тієї чи іншої моделі.

**Математична модель** – це система математичних співвідношень, які описують досліджуваний процес або явище. Математична модель, яка застосована на деякому спрощенні, ідеалізації, не тотожна

об'єкту, а є його наближеним відображенням. Однак завдяки заміні реального об'єкта відповідною моделлю з'являється можливість сформулювати задачу його вивчення як математичну і скористатись для аналізу універсальним математичним апаратом, який не залежить від конкретної природи об'єкта.

В основу математичного опису природних процесів покладені фундаментальні закони класичної механіки – закони Ньютона, які дозволяють пояснити багато фізичних явищ, пов'язаних з рухом фізичних тіл у просторі з плином часу. Базовим математичним апаратом класичної механіки є диференційне та інтегральне числення, розроблене спеціально для цього І. Ньютоном та Г.В. Лейбніцем. Закони Ньютона разом з апаратом математичного аналізу вперше в свій час надали загальне та кількісне пояснення широкому спектру фізичних явищ. Особливостями таких моделей є те, що класична механіка використовує поняття абсолютного простору, в якому розташовано всі фізичні тіла, й абсолютного часу, незалежного від спостерігача. Вона також спирається на принцип далекодії, за яким дія одного тіла на інше передається моментально і не вимагає посередника. Такі моделі є детермінованими, вони не залежать від напряму часу. Класична механіка використовує абстракцію матеріальної точки як тіла, розмірами якого можна знехтувати. Рух матеріальної точки визначається невеликою кількістю параметрів: положенням, масою та прикладеними до неї силами.

Сукупність ідей і поглядів, які склалися в XVII і XVIII ст. під впливом досягнень західної науки, отримала загальну назву «класичної науки» або «ньютоніанства». Основною ознакою класичної науки був той факт, що її прихильники малювали картину світу, в якій будь-яка подія однозначно визначається початковими умовами, що задаються абсолютно точно. Таким чином, зміна початкових умов викликає пропорційну зміну результату. Передбачалося, що чим точніше відомі початкові умови, тим точніше буде результат прогнозу. В такому світі не було місця випадковості, всі деталі його були ретельно підігнані. Такий динамічний підхід до опису систем різного походження з часів Ньютона є основою аналізу більшості класичних явищ у фізиці та інших природничих науках. Розвиток цих ідей, а також уявлення, що стан моделі в будь-який момент часу повинен однозначно визначатись початковими умовами, привів дослідників до поняття *динамічної системи*. Незважаючи на всі недоліки,

механістична парадигма й до цього часу залишається «точкою відліку», утворюючи центральне ядро науки в цілому.

З часом виявилось, що природа значно складніша, а механістична картина світу відображає лише жорсткі причинно-наслідкові зв'язки. В природі фактично панує детермінований, динамічний хаос з нелінійними законами. В таких умовах недостатньо вивчати вплив зовнішніх сил на складні системи, відпрацьовувати способи управління ними, але і слід сформулювати закони організації внутрішньої структури цих систем, закони їх самоорганізації, саморозвитку, самоуправління. Вимога часу примусила перейти від аналізу і редуکتивізму до *філософії цілісності, системного аналізу, випадковостей, детермінованого хаосу*.

Якщо взяти до уваги **математичні моделі, які застосовуються у водному господарстві**, то у переважно вони детерміновані, не враховують стохастичну складову, значною мірою – статичні, без врахування динаміки у часі та просторі. При цьому стохастичність, як правило, враховується при побудові регресійних рівнянь на базі отриманих експериментальних даних із застосуванням теорії ймовірностей та математичної статистики. Але такі моделі мають суттєві обмеження, оскільки розроблені для конкретних умов; структура таких моделей не дозволяє суттєво «зазирнути» в глибину процесів, що вивчаються, зрозуміти їх. Детерміновані моделі, як правило, представлені у вигляді алгебраїчних співвідношень між окремими параметрами системи. Вони відображають стан системи на елементарному інтервалі часу, не враховують динаміку можливого впливу на систему різних збурюючих факторів, які виводять її з передбаченого, запланованого режиму функціонування.

Недостатнє врахування існуючих складнощів, спрощений підхід до формування математичного опису природних процесів не дозволяє глибше зрозуміти ці процеси, механізми їх протікання, а відповідно і ухвалювати ефективні рішення. Як правило, такий підхід призводить до негативних наслідків – втрат врожаїв сільськогосподарських культур та вимиву гумусу ґрунту, підтоплення територій та ерозії ґрунту, руйнування гідротехнічних споруд тощо.

Спрощений підхід до створення математичних моделей у ВГ спочатку був викликаний, з одного боку, впевненістю, що такі спрощення несуттєві і не можуть призвести до серйозних помилок у розрахунках і негативних наслідків; або їх уникнути неможливо і вони постійно будуть нас супроводжувати і до цього слід звикати, не

особливо замислюючись над їх природою виникнення. З іншого боку – це є наслідком відсутності належних теоретичних, математичних, програмних та матеріальних засобів їх вирішення. Отримані негативні результати часто пояснювалися або грубими помилками або недбалістю виконавців в процесі ухвалення управлінських та інженерних рішень.

*Вищевикладене вимагає вдосконалення теоретичних засад щодо ВГС для їх створення та управління ними. Автором у цій публікації запропоновано теоретичний підхід до вирішення зазначених проблем у ВГ на прикладі гідромеліоративної системи (зрошувальної системи) з доведенням до практичної реалізації його.*

Результати наукових досліджень, зокрема і автора у 80-х та 90-х роках минулого століття [1; 2; 3; 4], засвідчили, що без застосування ймовірнісних підходів опису природних процесів та управлінських рішень не обійтись. Але цього замало, слід обрати за основу теоретичну базу, яка б дозволяла будувати моделі, що не суперечать основним законам природи, була б основою для подальшого теоретичного розвитку цього напрямку.

Враховуючи завдання, які слід вирішувати у ВГ, задачу спочатку слід розділити на дві частини: по-перше – питання дослідження біосферних процесів, на які прямо або опосередковано впливають ВГС; по-друге – питання дослідження ефективності управління, надійності функціонування ВГС для досягнення запланованого результату. У подальшому при об'єднанні цих частин в одну задачу на складність природних процесів, їх нестійкий характер накладається складність, рівень ефективності (надійності) системи управління та її технічних засобів. Це в сукупності ускладнює процес досягнення поставленої цілі.

Враховуючи особливості ВГС, аналіз існуючих теоретичних підходів і виходячи з власного досвіду і отриманих автором наукових результатів, за таку теоретичну базу слід взяти існуючі **теорію хаосу, кібернетичну теорію управління (кібернетику), теорію надійності, які в сукупності є складовими теорії керованого хаосу.**

Особливістю **теорії хаосу**, а відповідно і математичних моделей, є те, що з одного боку математичні системи з хаотичною поведінкою є детермінованими, тобто підкоряються деякому строгому закону і є упорядкованими; з іншого боку – вони надзвичайно залежні від початкових умов і невеликі зміни в оточуючому середовищі ведуть до непередбачуваних наслідків. Такі системи поєднують у собі класичні

детерміновані закони природи і стохастичну складову цих процесів, об'єднують такі протилежні поняття, як порядок (детермінованість, контрольованість) і непередбачуваність (випадковість, точніше – псевдовипадковість).

Вперше проблеми хаотичного руху почав досліджувати французький математик Анрі Пуанкаре. Займаючись описанням орбіт небесних тіл, він виявив, що в системах з 3-х і більше тіл при незначних змінах початкових умов (положення і швидкості) траєкторії тіл дуже швидко віддаляються одне від одного. Два близькі набори початкових умов давали результати, які суттєво відрізнялись.

Теорія хаосу почала формуватись лише з середини ХХ століття. Поняття хаосу не було чітко сформульоване до 60-х років. Одним з піонерів у теорії хаосу був метеоролог Едвард Лоренц, інтерес якого до хаосу з'явився випадково, коли він працював над прогнозом погоди в 1961 році. Він створив комп'ютерну модель земної атмосфери, яка показала, що невеликі зміни, що відбуваються в атмосфері, можуть призводити до неочікуваних наслідків [5]. Причинами такої непередбачуваності наслідків є насамперед нелінійний характер поведінки системи, тому теорію хаосу вважають наукою про *складні нелінійні динамічні системи*.

Один з головних висновків теорії хаосу полягає у наступному – майбутнє передбачити неможливо, оскільки завжди будуть помилки у вимірах, породжені в тому числі незнанням всіх факторів і умов. Тобто малі зміни та/або помилки можуть породжувати великі наслідки. Ще однією з основних властивостей хаосу є експоненціальні накопичення помилок. Згідно з квантовою механікою початкові умови завжди невизначені і ці невизначеності будуть швидко зростати і перевищать межі передбачуваності (достовірність прогнозів у часі швидко падає). Складається враження про низьку ефективність теорії хаосу у її практичному застосуванні, оскільки хаотичні системи непередбачувані. Однак лише деякі аспекти хаотичних систем непередбачувані, а корисність теорії не обмежується здатністю прямого прогнозування. *Теорія хаосу пропонує нові методи аналізу даних і виявлення прихованих закономірностей там, де раніше систему вважали випадковою і ніяких закономірностей в її поведінці не шукали, вважаючи, що їх просто не існує.*

Теорія хаосу спочатку не стільки дала відповідей, скільки

поставила питання щодо породження таких явищ, їх приборкання або використання на благо самої природи і людства. Почали формуватись наукові школи з теорії хаосу, хоча і під різними назвами, зокрема: теорія дисипативних систем, синергетика, теорія складності, теорія складних нелінійних динамічних систем тощо. По суті, це та ж теорія хаосу, а різні назви вживаються у різних регіонах, акцентуючи увагу на певні процеси та явища. Теорія хаосу – це нова наука і сама термінологія ще знаходиться в стадії формування. Крім згаданого вище математика Анрі Пуанкаре та метеоролога Едварда Лоренца, значний внесок у розвиток теорії хаосу внесли Ілля Пригожин (бельгійський та американський фізик і хімік, нобелівський лауреат з хімії за роботи по термодинаміці незворотних процесів), Герман Хакен (німецький фізик-теоретик, директор Інституту теоретичної фізики та синергетики Університету Штутгарта, засновник синергетики), Андрій Колмогоров (всесвітньовідомий радянський математик, один з засновників сучасної теорії ймовірностей, моделював динаміку перетворення ламінарного руху рідини в турбулентний), Бенуа Мандельброт (франко-американський математик, відкрив за допомогою комп'ютера фрактали, засновник фрактальної геометрії) та ін. [6; 7; 8; 9; 10].

Розвиток теорії хаосу як науки став поштовхом дослідження різних процесів, які його формують і є результатом хаотичної поведінки систем. Сформувались поняття: фрактали, точка біфуркації, атрактори, флуктуації, параметри порядку тощо. Для вивчення хаосу використовують загальні математичні принципи та комп'ютерне моделювання. *Саме комп'ютерне моделювання стало детонатором розвитку теорії хаосу.*

**Кібернетика**, за визначенням американського математика Норберта Вінера (1894–1964), якого вважають її засновником, – *наука про управління і зв'язок в тварині і машині*. Поняття управління тут застосовується в самому широкому розумінні, оскільки воно однаковою мірою стосується технічних, біологічних та соціальних систем [11].

Значний внесок у розвиток кібернетики вніс відомий радянський математик, кібернетик В.М. Глушков, який став засновником Інституту кібернетики НАН України в 1962 році в Києві і очолював його. Вихідними поняттями кібернетики є: *управління, інформація, зворотний зв'язок*. В.М. Глушков вважав, що кібернетика

виступає як наука про загальні закони перетворення інформації в системах управління.

Саме криза управління складними динамічними системами стимулювала в середині ХХ століття формування *кібернетичної теорії управління*, яка базується на моделях авторегулювання (саморегулювання) в живих організмах. Два ключових принципи кібернетики – гомеостатичності та ієрархічності склали фундаментальну основу нових поглядів на управління як діяльність, що направлена на забезпечення реалізації програм збереження цілісності та стабільного функціонування саморегулюючих систем.

Кібернетика усунула принципову неповноту наукової картини світу, яка була притаманна науці ХІХ – першої половини ХХ століття. Класична і неklasична наука будували уявлення про світ на двох фундаментальних категоріях – «матерія» і «енергія». В ній не вистачало місця «інформації», яка була дуже важливою ланкою в науковій картині світу. Кібернетика мала революціонізуючий вплив на теоретичний зміст та методологію всіх наук. Вона прибрала грані між природничими, суспільними і технічними науками. Сприяла синтезу наукових знань; створила з понять окремих наук структури нових понять, нову мову науки. Такі поняття, як інформація, управління, зворотний зв'язок, система, модель, алгоритм та ін., здобули загальнонауковий статус.

Подальші дослідження показали, що кібернетичний підхід до управління обмежений часовими межами фази знаходження систем в стані статичного порядку, стабільного їх функціонування. В життєвому циклі систем ця фаза є частковим випадком процесу неперервних внутрішніх і зовнішніх змін. Вона неминуче змінюється фазою трансформації, оновлення системи, породження нового порядку. Цим процесам властива нелінійність, нестійкість, відкритість і динамічна ієрархічність, що визнані основними принципами теорії хаосу (синергетики). Ці обставини вимагають перегляду, ускладнення кібернетичного представлення управління складними системами, зокрема: саме управління розглядається вже не просто як автоматична дія, а як управлінська діяльність, яка лише частково може бути автоматизована, а звідси – ускладнюється поняття зворотного зв'язку і таке інше.

Поняття хаосу спочатку зовсім не передбачало будь-якого управління, як соціального фактору, оскільки основні дослідження здійснювались в межах природознавства, де діють закони природи.



**Керований хаос** може переслідувати, з одного боку, як мету врахування стохастичності процесів в природі та в управлінні, впливу різних збурень на ці процеси; «приборкання» хаосу для досягнення позитивних результатів у виробництві, в суспільних процесах тощо. З іншого боку теорія керованого хаосу може застосовуватись не для «приборкання» хаосу в певних об'єктах, системах, процесах, а навпаки – для створення хаосу в них, для створення катастрофічного зсуву в системі. Засновником другого підходу щодо застосування теорії керованого хаосу є Стівен Манн (США), який в 1992 році опублікував статтю «Теорія хаосу і стратегічне мислення», де висвітлені основні концептуальні, методологічні підходи застосування цієї теорії [12].

Особливу увагу в питанні управління ВГС слід приділити питанню надійності її функціонування, теорії надійності, показники якої мають ймовірнісний та динамічний характер, що добре узгоджується з теоретичними засадами теорії хаосу.

**Теорія надійності** розробляє загальні методи кількісної оцінки якості функціонування системи, дозволяє перейти від суб'єктивного висновку до строгого математичного обґрунтування; розробляє методи та заходи аналізу «поведінки» системи у часі, стабільного забезпечення необхідного (оптимального) рівня ефективності системи в процесі експлуатації тощо [13].

*Надійність* – це властивість об'єкта виконувати функції, що задані, зберігаючи у часі значення встановлених експлуатаційних показників у зазначених межах протягом певного проміжку часу. Основним поняттям надійності є поняття відмови – відхилення стану системи за допустимі межі. Надійність полягає у відсутності таких непередбачуваних, недопустимих змін обраного режиму станів об'єкта. Поняття надійності прямо або побічно пов'язане з поняттям ефективності – властивістю об'єкта, яка визначає степінь його придатності до застосування за призначенням. Надійність системи за визначенням академіка Н.П. Бусленка – це властивість стійкості оптимальної ефективності системи [14], тобто надійність – це ефективність у часі.

Характерною особливістю показників надійності є їх *динамічний, стохастичний характер*. Вони оцінюють ефективність об'єкта (системи) в динаміці (у часі), враховуючи тим самим характер та міру впливу на ефективність функціонування системи множини різних зовнішніх збурюючих факторів, які виводять її зі стану

заданого режиму в процесі експлуатації. Поява таких збурень описується певним ймовірнісним законом, значеннями його параметрів або задається за певним алгоритмом та ін.

Велика кількість питань теорії надійності носить математичний характер і вимагає для свого розв'язку вже існуючих математичних засобів, а також розробки нових. З іншого боку, теорія надійності є інженерною дисципліною, яка вимагає врахування специфіки системи, що вивчається. Поняття надійності не є застиглим поняттям. Воно уточнюється в процесі залучення теорії надійності до вирішення завдань стосовно систем різної природи та складності.

Проблема надійності технічних систем (будівельних конструкцій) з'явилась ще до нашої ери. Однак, як наука, теорія надійності сформувалась лише в середині ХХ століття, коли сформувались поняття, визначення надійності об'єкта, критеріїв надійності, математичні методи їх розрахунку. Спочатку теорія надійності розвивалась в зв'язку з потребами технічних систем в радіоелектроніці, автоматичі тощо. Це і визначило основний напрям розвитку теорії надійності і дотепер. Основним критерієм надійності таких систем є ймовірність безвідмовної роботи, а характерною особливістю їх – наявність двох основних станів системи: працездатного і повної відмови. Математичний апарат розвивався за потребами насамперед оцінки ймовірності безвідмовної роботи таких технічних систем і підвищення значення цього критерію, в міру необхідності, за рахунок введення різних видів резервування. Ці методичні підходи, критерії і були покладені за основу при формуванні *загальної теорії надійності технічних систем*.

В зв'язку з потребами практики виникли потреби у забезпеченні надійності не тільки технічних, але й інших об'єктів та явищ. Термін «надійність» починають застосовувати до технологічних процесів, організаційно-технологічних систем в різних галузях народного господарства. В таких системах технічні об'єкти є лише їх елементарними компонентами, для безвідмовного функціонування яких важливі не лише стани технічних об'єктів, але і правильність виконання певних дій людьми. Ці обставини викликають потребу у розширенні апарату досліджень надійності об'єктів, термінології та її понять. Організаційно-технологічні системи вимагають більше ніж технічні враховувати специфіку системи, що вивчається. З вищезазначених причин почали формуватись прикладні теорії надійності систем у конкретній галузі (теорія

надійності енергетичних систем, теорія надійності автоматизованих систем управління, теорія надійності ВГС та ін.) [1]. Започаткував використання загальної теорії надійності технічних систем у ВГ академік Ц.Є. Мірцхулава у 70-х роках минулого століття [15].

Центральним місцем в теорії надійності є вибір математичних моделей та методів для розрахунку значень критеріїв надійності систем. Математичні моделі поділяються на два широких класи: аналітичні і статистичні. Окремо слід виділити імітаційне моделювання.

Аналіз досліджень надійності у ВГ показує, що в основному це стосується окремих гідротехнічних споруд (ГТС) на системі (надійність основи ГТС; надійність облицювання каналу, насосних станцій, лотків-каналів, трубопроводів, регуляторів, дощувальних машин). Для оцінки та аналізу надійності цих споруд використовувались і використовуються загальноприйняті методи надійності технічних систем. Застосування теорії надійності в цьому випадку полягало у встановленні ймовірності безвідмовної роботи об'єкта, часу поновлення його, витрат матеріальних ресурсів, встановлення причин появи відмов. При цьому ймовірність безвідмовної роботи встановлювалась або експериментальним шляхом в натурних умовах спостереженням за роботою об'єкта, або розрахунковим способом з використанням методів теорії надійності, як ймовірність перевищення значень параметрів динамічних навантажень значень параметрів опору об'єктів їм. Слід зазначити, що в цих роботах немає явного зв'язку надійності технічних об'єктів з кінцевою метою функціонування водогосподарської (гідромеліоративної) системи.

Виникла потреба у формуванні **прикладної теорії надійності водогосподарських систем (гідромеліоративної системи)**, основні засади якої викладені в публікаціях автора [1; 4 та ін.].

Будь-яка виробнича систем вимагає не просто управління нею для приведення і підтримання її функціонування до режиму, який відповідно до мети управління вважається нормальним, а вимагає **оптимального управління**.

Задача оптимального управління, коли значення аргументу змінюється у часі і розв'язок представляє собою не кінцевий вектор (точкове значення), а функцію (елемент нескінченного функціонального простору) і вимагає пошуку екстремуму функціонала, відноситься до найбільш складних в теорії оптимізації.

Задачі пошуку оптимальних управлінських рішень відносяться до класу варіаційних задач. Однак пошук оптимального управління варіаційними методами зіштовхується з рядом суттєвих труднощів.

З метою подолання цих труднощів була розроблена **теорія оптимального управління**, засновником якої є Л.С. Понтрягін [16].

Загальна постановка задачі оптимального управління полягає в наступному.

Є система диференційних рівнянь, якою описується рух керованого об'єкта (системи):

$$\dot{x} = f(x, u, t), \quad (1)$$

де  $x = (x_1, \dots, x_n)$  – вектори координат об'єкта або фазових координат;  $f = (f_1, \dots, f_n)$  – вектор-функція, що задана;  $u = (u_1, \dots, u_n)$  – вектор управлінь.

В рівнянні (1) вектори  $x, u$  є функціями змінної  $t$ , що означає час, причому  $t \in [t_0, T]$ .

де  $[t_0, T]$  – відрізок часу, на якому відбувається управління системою.

На управління, як правило, накладаються обмеження:

$$u(t) \in U(t), \quad t \in [t_0, T], \quad (2)$$

де  $U(t)$  – множина в  $R^r$ , що задана, при кожному  $t \in [t_0, T]$ ;  $R^r$  –  $r$ -вимірний простір.

Частіше за все управління  $u$  представлене кусково-неперервною функцією на відрізку  $[t_0, T]$  (має кінцеве число розривів першого роду).

Управління  $u$  називається допустимим, якщо воно задовольняє обмеженню (2).

Крім обмеження на управління, можуть існувати обмеження і на фазові координати:

$$x(t) \in X(t), \quad t \in [t_0, T]. \quad (3)$$

Якщо є обмеження на кінцях траєкторії:  $x(t_0) = X_0$ ,  $x(T) = X_T$ , то задача

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f(x, u, t) \\ x(t_0) &= X_0 \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned}x(T) &= X_T \\ u(t) &\in U(t)\end{aligned}$$

називається задачею із закріпленими кінцями траєкторії і з закріпленим часом.

Мета управління в задачі оптимального управління полягає у мінімізації функціоналу:

$$J(x, u) = \int_{t_0}^T f^0(t, x(t), u(t)) \cdot dt \rightarrow \min. \quad (5)$$

Набір управлінь  $u$  і траєкторій  $x$  називають розв'язком задачі оптимального управління;  $u$  – оптимальне управління,  $x$  – оптимальна траєкторія.

Конкретний спосіб розв'язку оптимізаційної задачі і, зокрема, оптимального управління залежить від виду задачі і системи, що розглядається.

Динамічний характер процесів, що відбуваються на ГМС (ЗС), який у підсумку зводиться до динаміки вологи у ґрунті; залежність цієї динаміки від управлінських рішень надає можливість використати математичні методи оптимального управління. Враховуючи характер функціонування ЗС, особливості протікання на ній технологічних процесів доцільно розв'язувати цю задачу як задачу управління запасами з урахуванням збитків через незадоволений попит із затримкою їх виконання і миттєвим часом поповнення; використовувати моделі і методи стохастичного оптимального управління і програмування. Постановку задачі оптимального управління ГМС викладено у публікації автора [17].

Найбільш важливою оптимізаційною задачею функціонування ЗС слід вважати задачу оптимізації функції «планування», як основної функції управління системою [18]. Без вирішення цієї задачі вирішення інших задач теорії надійності ЗС (оцінки, аналізу, оптимізації) практично неможливе. Враховуючи специфіку ЗС, процесів, що відбуваються на ній та в оточуючому середовищі, доцільно задачу функції «планування» розв'язувати як двоетапну: процес ухвалення рішень здійснюється в два етапи: етап перспективного планування і етап оперативного планування. До задачі перспективного планування, яка розв'язується на етапі проєктування ЗС, слід віднести пошук граничних меж зміни вологості ґрунту (рівнів регулювання) і вироблення стратегії призначення

строків поливу [1].

*Стохастичність керованих природних процесів та систем слід розглядати з погляду не лише стохастичності (псевдостохастичності) природних систем, але і стохастичності систем управління ними, їх одночасного врахування. Саме такий аспект суттєво розширює діапазон досліджень, який ще не знайшов достатньої уваги.*

Можливість одночасного використання теорії хаосу та теорії надійності пояснюється тим, що в обох випадках має місце випадковість і процеси розглядаються в динаміці. Наскільки і яким чином стійкість природних процесів, стійкість системи управління впливають на кінцевий результат функціонування виробничої системи визначається в процесі досліджень, що і є завданням наукової спільноти.

В межах цих теорій здійснюється опис статистичних тенденцій великої кількості взаємодіючих об'єктів і факторів. В такому випадку оцінка таких систем не є точковою, а описується областю станів, в яку попадає система в тих чи інших умовах, ймовірності появи їх. Методологічний підхід опису процесів як випадкових (псевдовипадкових) дозволяє дослідити стійкість різних процесів під дією зовнішніх і внутрішніх впливів, їх взаємовплив тощо.

Детерміновані ж системи не допускають жодних випадковостей. Детермінізм асоціюється з повною передбачуваністю і відтворюваністю: значення на виході повністю визначено значеннями на вході. Все однозначно визначено. В детерміністичному світі ризик ухвалення проєктних та управлінських рішень відсутній.

Основна цінність теорії керованого хаосу знаходиться у сфері світогляду і концептуально-стратегічного мислення, що змінює підходи та методи до вивчення природних явищ, дозволяє збільшити спектр розгляду взаємодії людини і природи, людських взаємодій.

Дослідження ВГС як стохастичних вимагає врахування специфіки системи, що вимагає вироблення **концептуальних, методологічних положень та принципів** дослідження їх функціонування.

Серед основних положень слід виділити: системний підхід; гідромеліоративна система як складний організаційно-технологічний комплекс; гідромеліоративна система як підприємство; функціонально-системний принцип; ймовірнісно-статистичний принцип; імітаційно-моделюючий принцип; біосферний підхід;

комп'ютеризація та візуалізація досліджень [1], зміст яких викладається нижче в скороченому вигляді:

**Системний підхід** до вивчення певних об'єктів заснований на поданні об'єктів у вигляді системи – цілісної множини функціонально взаємопов'язаних елементів довільної форми та змісту. Це дозволяє у повній мірі оцінити динамічні характеристики у взаємозв'язку з оточуючим середовищем та з урахуванням можливих зовнішніх та внутрішніх несприятливих збурень, що погрожують вивести об'єкт зі стану рівноваги.

Подання **гідромеліоративної системи як складного організаційно-технологічного комплексу (системи)** передбачає наявність в її складі не лише технічних елементів (матеріальних об'єктів), але і колективів людей, що виконують певні функції, приймають управлінські рішення; вони сумісно сприяють протіканню технологічних процесів у відповідності з метою функціонування системи. Надійність таких систем визначається надійністю технічних елементів і надійністю прийнятої системи управління.

**Гідромеліоративна система як підприємство.** Сучасне підприємство являє собою складну сукупність різних технічних, організаційних, економічних систем, які пов'язані з виконанням цілого комплексу завдань, що відповідає кожній системі, і спрямованих на досягнення певної кінцевої мети. Діяльність підприємства – це виконання ним певних функцій.

Основоположним вихідним положенням **функціонально-системного підходу** є те, що системоутворюючим вирішальним фактором є кінцевий результат (мета) функціонування системи. Декомпозиція системи на елементи, підсистеми і виділення зв'язків в термінах результату (цілі) може проводитися лише на такі елементи та підсистеми, які сприяють досягненню заданого кінцевого результату.

Характерною особливістю **ймовірнісно-статистичного принципу** є перехід від часткових до більш системних понять, яким є ймовірнісний стиль мислення. Він включає як частковий або граничний випадок схему жорсткого детермінізму.

**Імітаційно-моделюючий принцип.** Специфічною особливістю ГМС є велика кількість станів системи та її елементів; вплив некерованих та керованих, зовнішніх та внутрішніх, випадкових та невизначених факторів на систему; наявність в складі системи людей; складність прогнозу метеорологічних факторів; наявність

важкоформалізуємих та неформалізуємих задач; складність ухвалення оптимальних рішень тощо. І в цьому випадку імітаційне моделювання є незамінним. Імітаційно-ігровий підхід дозволяє уточнювати в процесі моделювання ціль та критерії задачі, що дуже важливо в процесі системного аналізу об'єктів з невизначеною ціллю і критеріями функціонування.

Основним положенням **біосферної концепції** є те, що об'єктом управління з боку ГМС (ЗС) є біосферні процеси з урахуванням їх взаємодії. Необхідність такого підходу викликана складністю процесів, що відбуваються в природному середовищі в процесі проведення гідромеліоративних робіт і, зокрема, зрошення. Враховуючи зазначене *метою функціонування ГМС* є вибір і підтримання такого водного режиму ґрунту, вибір такої стратегії управління, які б сприяли підвищенню і стабілізації родючості ґрунту, урожайності сільськогосподарських культур у багаторічному розрізі з урахуванням впливу різних збурюючих факторів як на екосистему, так і ГМС при умові раціонального використання водних ресурсів і охорони природи.

**Комп'ютеризація та візуалізація досліджень.** Для дослідників хаосу математика стала експериментальною наукою, комп'ютери замінили собою лабораторії. Графічні зображення набули особливої важливості, які дозволяли бачити зв'язок між різними видами руху. Велика продуктивність комп'ютерних обчислень та візуалізація результатів досліджень позбавляє вчених від «блукань в темряві». Скорочує шляхи пошуку і отримання бажаних результатів від інтуїції дослідника до строгих математичних висновків.

**Математичний опис функціонування гідромеліоративної (зрошувальної) системи** складається з математичного опису біосферних процесів, на які впливають гідромеліорації, так і математичного опису системи управління ГМС, яка здійснює вплив на біосферні процеси відповідно до встановленої мети.

Система управління ГМС (ЗС) представляє собою алгоритм дій для підтримання вологи ґрунту в допустимих межах з урахуванням всіх випадкових складових цього процесу (зовнішніх збурень, стохастичний та псевдостохастичний характер різних природних факторів).

Відповідно до мети функціонування ГМС - регулювання водного режиму ґрунту і пов'язаних з цим регулювання інших біосферних процесів (формування гумусу, водно-сольового балансу тощо),



базовою моделлю є опис руху рідини в шарі ґрунту під впливом природних та гідромеліоративних процесів. Такою динамічною математичною моделлю є **одновимірне диференціальне рівняння вологопереносу в ґрунті** [19], яка має вигляд:

$$\mu \frac{\partial H}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial z} \left[ k \frac{\partial H}{\partial z} \right] - w_g, \quad (6)$$

де  $H = \varphi - z$  – капілярний потенціал ґрунтової вологи, який залежить від вологості;  $z$  – вертикальна координата з додатнім напрямком вниз;  $\mu = \frac{\partial w}{\partial \phi}$  – диференціальна вологоємність;  $k$  –

коефіцієнт вологопровідності, який залежить від потенціалу або від вологості;  $w_g$  – інтенсивність поглинання вологи коріннями рослин.

Залежності  $\phi(W)$ ,  $k(W)$  або  $k(\phi)$  для різних шарів ґрунтового профілю приймаються у вигляді функцій:

$$\theta = \frac{W - W_0}{m - W_0} = e^{-\nu \cdot \bar{\phi} \cdot \alpha}, \quad (7)$$

де  $W_0$  – максимальна гігроскопічність;  $m$  – пористість;  $\bar{\phi} = \frac{\phi}{H_k}$ ;

– максимальна висота капілярного підняття;  $\nu, \alpha, n$  – сталі величини ( $\nu = 2,7$ ;  $\alpha = 1 \dots 3$ ;  $n = 5$ ).

$$k = k_0 \cdot \theta^n, \quad (8)$$

де  $k_0$  – коефіцієнт фільтрації.

За термінологією теорії хаосу (синергетики) на мікрорівні ця детермінована динамічна модель описує складний детермінований рух води у ґрунті і в зв'язку з її суттєвою нелінійністю може формувати псевдостохастичність процесів, які вона описує; описує процес самоорганізації (саморегулювання). На макрорівні математичною моделлю є детермінована лінійна модель водного балансу в кореневмісному шарі ґрунту, за якою здійснюється розрахунок динаміки вологи в ґрунті за певні проміжки часу і яка є основою в процесі управління зрошувальною системою у цей час. Має наступний вигляд:

$$W_\tau = W_{\tau-1} + O_\tau + P_\tau - E_\tau \pm G_\tau, \quad (9)$$

де  $W_\tau$  – запас вологи у ґрунті на кінець  $\tau$ -ої доби (розрахункового

періоду);  $W_{\tau-1}$  – запас вологи у ґрунті на початок розрахункового періоду (або кінець попереднього періоду);  $O_{\tau}$  – сума опадів за розрахунковий період;  $E_{\tau}$  – сумарне випаровування води з поля за той же період;  $G_{\tau}$  – приток (або відтік) вологи в кореневмісний шар ґрунту (з кореневмісного шару ґрунту) за рахунок вологообміну між шарами ґрунту;  $P_{\tau}$  – величина поливної норми.

Як правило, за цією формулою вологоперенос (скид води за межі кореневмісного шару ґрунту) приймається в межах 5–10% від величини поливної норми.

**Детермінована модель водного балансу** (9) є спрощеним варіантом розрахунку водного режиму ґрунту. Більш точний розрахунок – за допомогою одновимірного диференціального рівняння вологопереносу (6), що використано в імітаційній моделі автора.

Основним регулюючим параметром, що визначає стан функціонування зрошувальної системи, рівень її ефективності, надійності, є об'єм вологи у ґрунті. Регулювання вологи ґрунту здійснюється в заданих межах за рахунок проведення періодичних поливів [17].

Оскільки ГМС володіє певним рівнем надійності (рівнем спроможності виконувати свої функції), що на даний час практично не враховується в розрахунках водного балансу, то досягти точного регулювання вологи ґрунту в реальних умовах неможливо. Буде або «переполив», що перевищить вологість ґрунту в розрахунковому шарі, або «недополив», що навпаки – зменшить вологість ґрунту. Саме ці відхилення вологості ґрунту від допустимих меж, їх величина і кількість свідчать про певний рівень надійності функціонування системи і це пов'язано з точністю врахування обсягів складових водного балансу та можливостями їх регулювання. Для цього слід представити формулу водного балансу в ймовірнісній формі.

**Стохастичний варіант зазначеної моделі водного балансу** (9) передбачає встановлення випадкових відхилень кожної складової водного балансу від математичного сподівання і закон, за яким відбувається це відхилення.

Припустимо, що складові водного балансу є незалежними величинами і підпорядковуються нормальному закону розподілу випадкових величин. За законами теорії ймовірностей та

математичної статистики *математичне сподівання* суми незалежних випадкових величин, що розподілені за нормальним законом, дорівнює сумі математичних сподівань цих аргументів і чисельно не відрізняється від розрахунків за детермінованою формулою (9), що у теперішній час і здійснюється.

Для стохастичного варіанту в формулі (9) кожна детермінована складова водного балансу замінюється на математичне сподівання і формула приймає вигляд:

$$m_{W\tau} = m_{W\tau-1} + m_{O\tau} + m_{P\tau} - m_{E\tau} \pm m_{G\tau}. \quad (10)$$

Іншою характеристикою стохастичного варіанту водного балансу є середньоквадратичні відхилення випадкової величини від математичного сподівання або дисперсія. Формула розрахунку *середньоквадратичного відхилення* об'єму вологи у ґрунті в цьому випадку (при вищезазначених припущеннях) має наступний вигляд:

$$\sigma_{W_2} = \sqrt{\sigma_{W_1}^2 + \sigma_O^2 + \sigma_P^2 + \sigma_E^2 + \sigma_G^2}, \quad (11)$$

де  $\sigma_{W_2}, \sigma_{W_1}, \sigma_O, \sigma_P, \sigma_E, \sigma_G$  – середньоквадратичне відхилення відповідно об'єму вологи у ґрунті на кінець розрахункового періоду (шуканої функції), на початок розрахункового періоду; опадів, поливної води, сумарного випаровування, вологопереносу.

Особливістю моделі водного балансу є те, що шуканий об'єм вологи у ґрунті є неявною функцією, так як вологообмін, який входить до складу моделі, залежить від шуканої функції і це ускладнює розрахунок. В такому випадку вологообмін в формулі водного балансу виступає, як *регулююча функція* по відношенню до обсягу вологи в розрахунковому кореневмісному шарі ґрунту.

Вищезазначені припущення (про незалежність і нормальний закон розподілу випадкових величин) є суттєвими і тому для встановлення правомірності застосування формул математичного сподівання і середньоквадратичного відхилення за формулами (10), (11) або їх уточнення і був проведений імітаційний експеримент динаміки вологи в ґрунті та динаміки інших показників для існуючого алгоритму управління зрошувальної системи. Опис імітаційної моделі, створеної автором статті, наведений в публікаціях [3; 20]. В розрахунках використані ймовірнісні характеристики, отримані при проведенні польових досліджень в умовах півдня України.

Точність розрахунків за моделлю (9) в значній мірі визначається

точністю врахування **вологообміну**  $G$ . Для глибокого залягання ґрунтових вод модель вологообміну (вологопереносу) має наступний вигляд [2; 3]:

$$G = K_1 \cdot \left[ \frac{W - W_0}{ПВ - W_0} \right]^5, \quad (12)$$

де  $W$  – вологість ґрунту;  $W_0$  – максимальна гігроскопічність;  $ПВ$  – повна вологоємність;  $K_1$  – коефіцієнт вологопровідності ґрунту.

Модель вологопереносу в ґрунті, за якою встановлюється обсяг вологообміну, суттєво нелінійна функція і обсяг вологообміну залежить не лише від середньої вологості ґрунту в кореневмісному шарі ґрунту, але і від характеру розподілу вологи по глибині профілю ґрунту; пересування вологи в ґрунті залежить не лише від гравітаційних сил, але і від капілярних, тощо. Це ускладнює процес визначення об'єму волого-обміну з достатньою точністю.

Ці обставини не дозволяють у теперішній час провести процес рандомізації моделі (12) з високою точністю. Розглянемо це питання через призму вирішення основного завдання – рандомізації моделі водного балансу з урахуванням наступних обмежень: глибоке залягання ґрунтових вод, ґрунт по площині поля приймаємо однорідним. За таких умов випадковим аргументом у моделі (12) буде лише вологість ґрунту.

Для отримання аналітичних виразів визначення математичного сподівання і середньоквадратичного відхилення вологообміну приймаємо ті ж припущення, що і для стохастичного варіанту моделі водного балансу (стосовно незалежності і нормального закону розподілу випадкових величин).

Для визначення основних імовірнісних характеристик (математичного сподівання, середньоквадратичного відхилення) випадкової функції для вологопереносу використовуємо метод розкладу функції в ряд Тейлора навколо математичного сподівання аргументу. У кінцевому підсумку формули розрахунку математичного сподівання та середньоквадратичного відхилення моделі (12) після нескладних перетворень приймають наступний вигляд:

$$m_G = K \cdot \left[ \frac{m_W - W_0}{ПВ - W_0} \right]^5 + \frac{10K}{(ПВ - W_0)^2} \left[ \frac{m_W - W_0}{ПВ - W_0} \right]^3 \cdot \sigma_W^2; \quad (13)$$

$$\sigma_G = \frac{5K}{(ПВ - W_0)^2} \left[ \frac{m_W - W_0}{ПВ - W_0} \right]^3 \sqrt{(m_W - W_0)^2 \cdot \sigma_W^2 + 8\sigma_W^4}. \quad (14)$$

Результати розрахунків показали, що математичне сподівання вологопереносу значно більше його детермінованого значення на 27%, а коефіцієнт варіації досягає великого значення – 0,68. Отримані результати в першу чергу дозволяють зробити висновок про значне збільшення об'єму вологопереносу, якщо розрахунок вести не по детермінованій моделі (12), а по ймовірнісній (13). Однак цей висновок вимагає свого підтвердження в процесі імітаційного експерименту з двох основних причин: по-перше, було прийняте припущення про нормальний закон розподілу випадкових значень вологопереносу; по-друге, в процесі імітаційного експерименту об'єм вологопереносу визначається за елементарні проміжки часу в елементарному шарі ґрунту, а еюра вологості ґрунту по її профілю постійно змінюється під впливом різних факторів. Отримані результати за формулами (13), (14) швидше за все дозволяють побачити механізм впливу точності врахування вологості у ґрунті і його рівня за елементарний проміжок часу в однорідному елементарному шарі ґрунту.

Результати розрахунків точності за формулою (11) показали, що переважний вплив на точність розрахунків вологості ґрунту має точність врахування поливної води. «Вологоперенос» не вплинув на точність розрахунків. Однак такий висновок зроблений при припущенні про незалежність вологопереносу від передполивного значення вологи у ґрунті.

**Після проведення імітаційного експерименту** для детермінованого варіанту з застосуванням одновимірної моделі вологопереносу виявилось, що для сучасної практики поливу багаторічних трав на півдні України для року 75% забезпеченості за дефіцитом водного балансу скид води за межі кореневмісного шару складає 13% від поданої води. Тобто, лише за рахунок застосування моделі вологопереносу (6) замість детермінованої моделі водного балансу (9) скид води виявився більшим на 5–8% від загальноприйнятого (5–10%). Для *стохастичного варіанту* (додано врахування всіх ймовірнісних відхилень складових водного балансу, відмови техніки) при довірчій ймовірності  $\beta=0,80$  цей показник склав ще більшу величину – 20%. Розподіл випадкових величин вологопереносу має явно асиметричний характер.

За результатами імітаційного експерименту і порівнянні середньоквадратичного відхилення вологи в кореневмісному шарі ґрунту, отриманого на імітаційній моделі і розрахованого за формулою (14), фактичні значення коефіцієнта варіації (отримані на імітаційній моделі) виявилися значно меншими за розрахункових (отриманих на аналітичних моделях). Це викликано **регулюючою роллю вологопереносу**, врахувати яку аналітичним виразом дуже складно. Однак результати досліджень показали, що між розрахунковими значеннями вологості ґрунту і отриманими в процесі експерименту на імітаційній моделі існує достатньо щільний кореляційний зв'язок. Середнє значення коефіцієнту зменшення розрахункових значень вологості ґрунту за декаду при поливі багаторічних трав, який за його роллю можна назвати «**коефіцієнт згладжування**», в середньому склав 0,65.

Аналіз значень коефіцієнта згладжування показує, що найбільш стабільні значення цей коефіцієнт має при відсутності поливів (у доповивний період). Також спостерігається тенденція збільшення коефіцієнта згладжування при пониженні шуканого середньоквадратичного відхилення вологості ґрунту. Однак ці відхилення за міжполивний період в цілому незначні і знаходяться в межах точності розрахунків.

В результаті проведення експериментів на імітаційній математичній моделі з використанням ПЕОМ була отримана формула розрахунку середньоквадратичного відхилення об'єму вологи у кореневмісному (розрахунковому) шарі ґрунту на кінець розрахункового періоду – шуканої функції, тобто уточнена формула (11):

$$\sigma_{W_2} = K_c \sqrt{\sigma_{W_1}^2 + \sigma_O^2 + \sigma_E^2 + \sigma_P^2 + \sigma_{E^{np}}^2}. \quad (15)$$

У формулу (15) введено середньоквадратичне відхилення прогнозу сумарного випаровування (точність прогнозу сумарного випаровування)  $\sigma_{E^{np}}^2$  і коефіцієнт згладжування  $K_3$ , вилучено середньоквадратичне відхилення вологопереносу  $\sigma_G^2$ .

Результати експерименту показали, що вологоперенос (вологодобмін) за рахунок внутрішньої самоорганізації (саморегулювання) на макрорівні виконує роль «згладжування» випадкових відхилень вологості ґрунту в кореневмісному шарі,

одночасно збільшуючи чи зменшуючи скиди води за кореневмісний шар ґрунту при коливаннях вологи. Значення коефіцієнта згладжування є випадковою величиною, але ці випадкові значення коливаються в межах точності розрахунків і підпорядковуються нормальному закону. Цей коефіцієнт згладжування дозволив на макрорівні спростити формулу доволі складних взаємозалежностей між складовими водного балансу, які відбуваються на мікрорівні. Одночасно застосування запропонованої стохастичної моделі водного балансу переводить воднобалансові розрахунки на інший – більш високий рівень у порівнянні з детермінованим варіантом моделі і надає більше можливостей для аналізу режиму вологи в ґрунті в процесі функціонування ЗС.

Отримана аналітична залежність (15) без проведення імітаційного експерименту дозволяє провести аналіз і виявити найбільш «слабку ланку» в системі управління ЗС за вагою впливу того чи іншого з факторів (їх середньоквадратичних відхилень), що розглядаються, на кінцеве значення середньоквадратичного відхилення вологості ґрунту (оцінка на чутливість). Результати досліджень показують, що найбільшу вагу у значенні середньоквадратичного відхилення вологості ґрунту на цей час має значення середньоквадратичного відхилення значень поливної води. Це підтверджують й імітаційні експерименти. Тобто високий рівень варіації значень обсягу поливної води є лімітуючим фактором, який стримує пониження варіації вологи ґрунту (підвищення рівня надійності функціонування зрошувальної системи). При пониженні коефіцієнта варіації значень поливної води (зменшенні значень коливань поданої води на поле) його вага на точність врахування вологості ґрунту знижується і збільшується вага точності розрахунку сумарного випаровування вологи з сільськогосподарських полів, точності його прогнозу. Суттєвого зниження середньоквадратичного відхилення вологи у ґрунті можна досягти, вирівнюючи міру впливу кожного фактора на шукану функцію (рівноцінність їх).

Для подальшого уточнення лімітуючого фактору (високого рівня варіації поливної води) слід перейти на нижчий рівень системи – до аналізу результатів натурального експерименту по врахуванню впливу на точність врахування обсягу поливної води різних факторів, а саме: врахування впливу динаміки напору води у трубопровідній мережі, точність врахування величини випаровування води при поливі,

порушення технології поливу, рівномірності розподілу шару дощу при поливі, швидкості руху дощувальної машини (для ДМ «Фрегат») тощо. Кожний зазначений фактор є складним і залежить від інших елементарних факторів, які слід розглядати ще на більш низькому рівні системи, застосовуючи вищевикладений підхід і аналітичні залежності. І так, покроково можна встановити основний лімітуючий фактор (причину стримання підвищення надійності ЗС).

Термін «лімітуючий фактор» («лімітуюча ланка») в системі, який використовується в теорії надійності, близький (ідентичний) по своїй суті до терміну «управляючий параметр», який використовується в теорії хаосу (синергетиці). Це зайвий раз підтверджує сумісність цих теорій при дослідженні складних систем, якими є ВГС. Якщо лімітуючий фактор (управляючий параметр) не змінювати, то при зміні інших факторів, параметрів загальний рівень надійності, ефективності функціонування системи не буде змінюватись, або буде змінюватись в незначних межах. Дослідження показали, що при існуючій варіації значень поливної води ЗС *слабокерована* (слабо реагує на зміну значень інших факторів і параметрів при сталому значенні варіації поливної води) [1].

В цій публікації був розглянутий лише один, але важливий, аспект існуючих проблем у ВГ, як приклад щодо *застосування теорії керованого хаосу, яка базується на теорії хаосу, прикладної теорії надійності ВГС, кібернетики*. Ймовірнісний підхід із застосуванням теорії керованого хаосу дозволяє значно глибше розглянути існуючі проблеми у ВГ; «розкласти» систему на складові елементи (як технічні, так і управлінські) і встановити кількісний вплив кожного з них на кінцевий результат функціонування системи; виявити «слабку ланку» системи, яка стримує підвищення ефективності системи як цілісного комплексу; кількісно встановити ризик можливих наслідків від ухвалення тих чи інших рішень і тим самим виявити шляхи підвищення ефективності системи та розробити конкретні заходи і засоби вирішення проблем; дає повну картину станів системи та її основних складових елементів в кількісному вимірі з різною деталізацією; дозволяє оцінювати ефективність наукових та інженерних розробок, відштовхуючись від реального стану ВГС, а не ідеального, як це робиться нині у переважній більшості.

Для певних умов можливе спрощення математичного опису системи за рахунок звуження спектру базових методологічних основ, що викладені вище. В такому випадку *потрібне обґрунтування такої*



доцільності і можливості. Запропонований підхід є найбільш загальним і не є перешкодою до певних спрощень, але він надає більше можливостей для подальшого вдосконалення, розвитку методів і засобів дослідження ВГС.

Сам підхід, побудований на прикладі ВГС (ГМС), може бути використаним як для ВГС різного призначення, так і інших складних природно-виробничих систем; в сфері не лише технічних (інженерних) та природних систем, але і економічних систем, в менеджменті. Причому менеджмент розглядається не лише як складова частина інженерної системи, але і як самостійна система прийняття управлінських рішень з притаманними їй особливостями. Це пояснюється тим, що теорія керованого хаосу знаходяться у сфері світогляду, що змінює підходи та методи до вивчення природних явищ, взаємодії людини і природи.

1. Кір'янов В. М. Надійність гідромеліоративної системи. Теоретичні та практичні аспекти : монографія. Рівне : РДТУ, 2001. 239 с. 2. Кирьянов В. Н. Методы оптимизации принятия решений в процессе управления оросительной системой. *Мелиорация и водное хозяйство*. Киев : Урожай, 1992. Вып. 77. С. 27–29. 3. Kiryanov V. N. Simulation stochastic model of functioning of land reclamation systems. *International database of irrigation and drainage research*. Gemagref-France, 1996. С. 156. 4. Кирьянов В. Н. Теоретические основы оценки и оптимизации надежности функционирования гидромелиоративной системы (на примере водоподводящей части в условиях юга Украины) : автореф. дис. ... д-ра техн. наук. М. : МГМИ, 1993. 49 с. 5. Джеймс П. Кратчфилд, Дж. Дойн Фармер, Норман Х. Паккард, Роберт С. Шоу. Хаос. В мире науки. *Scientific American*. 1987. № 2. С. 16–28. 6. Пригожин И., Стенгерс И. Порядок из хаоса: Новый диалог человека с природой / пер. с англ. ; общ. ред. В. И. Аршинова, Ю. Л. Климонтовича и Ю. В. Сачкова. М. : Прогресс, 1986. 432 с. 7. Хакен Г. Тайны природы. Синергетика: учение о взаимодействии. Москва-Ижевск : Институт компьютерных исследований, 2003. 320 с. 8. Анищенко В. С. Детерминированный хаос. *Соровский образовательный журнал*. 1997. № 6. С. 70–76. 9. Буданов В. Методология и принципы синергетики. *Філософія освіти*. 2006. № 1(3). С. 143–172. 10. Джеймс Глейк. Хаос. Создание новой науки. СПб : Амфора, 2001. 398 с. 11. Винер Н. Кибернетика, или управление и связь в животном и машине / пер. с англ. 2-е изд. М. : Сов. радио, 1968. 326 с. 12. Манн Стивен. Теория хаоса и стратегическое мышление. *Parameters*. 1992. С. 54–68. 13. Справочник по надежности : в 3-х т. М. : Мир, 1970. 333 с., 304 с., 376 с. 14. Бусленко Н. П., Калашников В. В., Коваленко И. Н. Лекции по теории сложных систем. М. : Радио и связь,

1973. 400 с. **15.** Мирцхулава Ц. Е. Надежность гидромелиоративных сооружений. М. : Колос, 1974. 279 с. **16.** Васильев О. В., Срочко В. А., Терлецкий В. А. Методы оптимизации и их приложения. Часть 2. *Оптимальное управление*. Новосибирск : Наука, 1990. 152 с. **17.** Кір'янов В. М. Застосування математичних методів і моделей оптимального управління при регулюванні водного режиму в зрошувальних меліораціях на засадах гідроінформатики. *Вісник НУВГП. Сер. Технічні науки*. 2019. Вип. 1(85). С. 40–55. **18.** Кір'янов В. М., Керечан Д. М. Досвід, проблеми та перспективи використання акумулюючих басейнів невеликих ємкостей для здійснення поливів на території Закарпатської області. *Вісник НУВГП. Сер. Технічні науки*. 2015. Вип. 3 (71). С. 82–87. **19.** Голованов А. И., Новиков О. С. Математическая модель переноса влаги и растворов солей в почвогрунтах на орошаемых землях. *Тр. МГМИ*. М., 1974. Том 36. С. 87–95. **20.** Кір'янов В. М. Застосування імітаційного моделювання у водному господарстві для оцінки та оптимізації надійності водогосподарських систем. *Вісник НУВГП. Сер. Технічні науки*. 2021. Вип. 4 (96). С. 88–105.

## REFERENCES:

**1.** Kirianov V. M. Nadiinist hidromelioratyvnoi systemy. Teoretychni ta praktychni aspekty : monohrafiia. Rivne : RDTU, 2001. 239 s. **2.** Kyrianov V. N. Metody optymizatsyy pryniatya reshenyi v protsesse upravleniya orosytelnoi systemoi. *Melyoratsiya y vodnoe khoziaistvo*. Kyev : Urozhai, 1992. Vyp. 77. S. 27–29. **3.** Kiryanov V. N. Simulation stochastic model of functioning of land reclamation systems. *International database of irrigation and drainage research*. Gemagref-France, 1996. С. 156. **4.** Kyrianov V. N. Teoretycheskye osnovy otsenky y optymizatsyy nadezhnomy funktsyonyrovaniya hydromelioratyvnoi systemy (na prymere vodopodaiushchei chasty v usloviakh yuha Ukrainy) : avtoref. dys. ... d-ra tekhn. nauk. M. : MHMY, 1993. 49 s. **5.** Dzheims P. Kratchfyld, Dzh. Doin Farmer, Norman X. Pakkard, Robert S. Shou. Khaos. V myre nauky. *Scientific American*. 1987. № 2. S. 16–28. **6.** Pryhozhyn Y., Stenhers Y. Poriadok yz khaosa: Novyi dialoh cheloveka s pryrodoy / per. s anhl. ; obshch. red. V. Y. Arshynova, Yu. L. Klymontovycha y Yu. V. Sachkova. M. : Prohress, 1986. 432 s. **7.** Khaken H. Tainy pryrody. Synerhetyka: uchenye o vzaymodeistvyi. Moskva-Yzhevsk : Ynstytut kompiuternykh yssledovanyi, 2003. 320 s. **8.** Anyshchenko V. S. Determenyrovannii khaos. *Sorovskyi obrazovatelnyi zhurnal*. 1997. № 6. S. 70–76. **9.** Budanov V. Metodolohiya y pryntsy synerhetyky. *Filosofiia osvity*. 2006. № 1(3). S. 143–172. **10.** Dzheims Hleik. Khaos. Sozdanye novoi nauky. SPb : Amfora, 2001. 398 s. **11.** Vyner N. Kybernetyka, yly upravlenye y sviaz v zhyvotnom y mashyne / per. s anhl. 2-e yzd. M. : Sov. radyo, 1968. 326 s. **12.** Mann Styven. Teoryia khaosa y stratehycheskoe myshlenye. *Parameters*. 1992. S. 54–68. **13.** Spravochnyk po nadezhnomy : v 3-kh t. M. : Myr, 1970. 333 s., 304 s., 376 s. **14.** Buslenko N. P.,

Kalashnykov V. V., Kovalenko Y. N. *Lektsyy po teoryi slozhnykh system*. M. : Radyo y sviaz, 1973. 400 s. **15**. Myrskhulava Ts. E. *Nadezhnost hydromelioratyvnykh sooruzhenyi*. M. : Kolos, 1974. 279 s. **16**. Vasylev O. V., Srochko V. A., Terletskiy V. A. *Metody optymizatsyy y ykh prylozheniya*. Chast 2. *Optymalnoe upravlenye*. Novosybyrsk : Nauka, 1990. 152 s. **17**. Kirianov V. M. *Zastosuvannia matematychnykh metodiv i modelei optymального upravlinnia pry rehuliuванні vodnoho rezhymu v zroshuvalnykh melioratsiiax na zasadakh hidroinformatyky*. *Visnyk NUVHP. Ser. Tekhnichni nauky*. 2019. Vyp. 1(85). S. 40–55. **18**. Kirianov V. M., Kerechan D. M. *Dosvid, problemy ta perspektyvy vykorystannia akumuluiuchykh baseiniv nevelykykh yemkosti dlia zdiisnennia polyviv na terytorii Zakarpatskoi oblasti*. *Visnyk NUVHP. Ser. Tekhnichni nauky*. 2015. Vyp. 3 (71). S. 82–87. **19**. Holovanov A. Y., Novykov O. S. *Matematycheskaia model perenosa vlahy y rastvorov solei v pochvohruntakh na oroshaemykh zemliakh*. *Tr. MHMY*. M., 1974. Tom 36. S. 87–95. **20**. Kirianov V. M. *Zastosuvannia imitatsiinoho modeliuвання u vodnomu hospodarstvi dlia otsinky ta optymizatsii nadiinosti vodohospodarskykh system*. *Visnyk NUVHP. Ser. Tekhnichni nauky*. 2021. Vyp. 4(96). S. 88–105.

---

**Kirianov V. M., Doctor of Engineering, Professor**

### **THEORY OF CONTROLLED CHAOS. THEORETICAL, CONCEPTUAL AND METHODOLOGICAL ASPECTS OF APPLICATION IN WATER MANAGEMENT**

**Issues of substantiation, formation, and use of the theory of controlled chaos in water management (WM) are discussed, the role and tasks of water management and water management systems (WMS), the nature of the functioning of the hydromelioration system (HMS) with an assessment of the current state of the application of mathematical modeling. Features of the fundamental laws of classical mechanics – Newton's laws, their role, shortcomings, limitations in modeling natural processes are given. The specified circumstances force us to move from analysis and reductivism to the philosophy of integrity, system analysis, probabilities, and deterministic chaos. It is considered expedient to study the functioning of the WMS, the task will be divided into two parts: questions of modeling and research of biosphere processes that are affected by the WMS, and questions of modeling and research of the effectiveness of management, reliability of the functioning of the VHC to achieve the planned result. Considering the peculiarities of VHS, it is proposed to take chaos**

**theory, cybernetic control theory, and reliability theory (applied theory of WMS reliability) as the theoretical basis of their research, which together defines the theory of controlled chaos in WMS. The main propositions of the theory of chaos, the theory of reliability, their features and causes are given; the necessity of forming an applied theory of reliability of WMS, the foundations of which are presented in the author's publications, is substantiated. The history of the emergence and development of cybernetics, its value and shortcomings, ways of improving the cybernetic approach to managing complex systems are presented. Attention is drawn to the possibility and necessity of the joint use of the applied theory of reliability of WMS with the theory of chaos. The statement of the problem of optimal control of complex dynamic systems, the necessity of application in the HMS is presented. The main conceptual, methodological provisions and principles of research on the functioning of the WMS are given. A one-dimensional model of moisture transport in the soil is based on the study of the functioning of HMS at the micro level, and at the macro level - a model of the water balance in the root layer of the soil in a probabilistic form. The results of the analysis of the reliability of the functioning of the OS with the search for a "weak link" in it, which limits the reliability of the system and, accordingly, inhibits the increase in the effectiveness of the impact of VHS on biosphere processes, are presented. The proposed theoretical approach makes it possible to obtain a complete picture of the state of the VHS and its constituent elements in the process of functioning of the system, taking into account the decisions made.**

***Keywords:* water management; water management system; irrigation system; mathematical modeling; dynamic system; deterministic chaos; controlled chaos; probability; reliability; cybernetics; moisture transfer; water balance.**