

МАШИНОЗНАВСТВО

УДК 539.4

<https://doi.org/10.31713/vt1202426>

Грабар І. Г., д.т.н., професор, завідувач кафедри агроінженерії та технічного сервісу (Поліський національний університет, м. Житомир), **професор кафедри автомобілів та автомобільного господарства** (Національний університет водного господарства та природокористування, м. Рівне, ivan-grabar@ukr.net), **Марчук М. М., професор, директор** (Національний університет водного господарства та природокористування, м. Рівне), **Ксюковський О. В., аспірант** (Поліський національний університет, м. Житомир)

МУЛЬТИФРАКТАЛЬНІ АНІЗОТРОПНІ КОСОСИМЕТРИЧНІ РЕШІТКИ: КОНСТРУЮВАННЯ ТА ТЕХНОЛОГІЇ ВИГОТОВЛЕННЯ

В роботі запропоновано алгоритм синтезу мультифрактальних анізотропних кососиметричних решіток з керованою густиною, пористістю та комплексом наперед заданих фізико-механічних і гідро-аеродинамічних властивостей. Алгоритм синтезу побудовано на броунівській динаміці точки в полі чотирьох сил, що розміщені в вершинах квадрату. В даній роботі вперше в світі вдалося звести параметри геометрії та комплексу фізико-механічних властивостей мультифрактальних решіток до однієї змінної – параметра анізотропії ε . Фактично це дозволяє звести багатомірну задачу конструювання фрактальних об'єктів до одномірного (скалярного) простору. Це відкриває можливості не лише отримувати прості однопараметричні моделі, а й легко ідентифікувати та ранжувати досліджувані решітки в одномірному просторі.

Запропоновано та досліджено шість конструкцій мультифрактальних анізотропних кососиметричних решіток (МАКС-4) з різними параметрами анізотропії. Досліджено вплив кількості ітерацій броунівської динаміки на точність формування вікон решіток та отримані кореляційні залежності. Шість типів мультифрактальних решіток виготовлено технологіями 3D-друку та проведено кількісне дослідження впливу фрактальної будови на масу, площу вікон та параметри моделі.

Наведено результати моделювання комплексу властивостей МАКС-4 від керуючого параметра – показника анізотропії.

Ключові слова: мультифрактальні решітки; анізотропне поле; кососиметричні фрактали; умови змикання.

Вступ. Як показано в [1–13], фрактальним структурам приділяється все більше уваги як в прикладних, так і фундаментальних дослідженнях. Б. Мандельброт [11] взагалі стверджує, що практично вся жива і нежива природа наповнена фрактальними структурами. Це демонструється на великій кількості прикладів природніх фракталів (скоріш за все – все-таки квазіфракталів – з кінцевим обмеженим числом поколінь) в найрізноманітніших сферах. Однак строгого доведення даного твердження не отримано до сьогодні. І головна книга Мандельбротта – «Фрактальна геометрія природи» [11] – самим автором визначена не як строго наукова монографія, а як наукове есе.

З іншої сторони, всі відомі на час виходу [11] фрактальні структури Кантора, Коха, Серпінського і т.п. будувались за деякими штучними правилами, коли із заданої початкової множини відкидати (чи добавляти) в кожному наступному поколінні фрактальних перетворень певні підмножини. Але хто (чи що) управляє процесом фрактальних розподілів в стохастичних природніх явищах та подіях? Квантова механіка знайшла відповідь на запитання Ейнштейна «Чи грає господь Бог в кості?», і відповідь ця ствердна. Так, дійсно, ймовірнісна природа мікросвіту вже не викликає сумніву. Однак щоб ці ймовірнісні явища і події утворювали супервпорядковані (самоорганізовані!) фрактальні структури – до недавнього часу сприймалось як мало достовірний факт. Нами [12–13] в загальному випадку встановлено, що випадкові броунівські процеси у полі двох і більше узагальнених сил притягання породжують лише фрактальні аттрактори.

Аналіз публікацій. Вивчення фрактальних структур та мереж, а також фрактальних решіток від абстрактних об'єктів з екзотичними властивостями все більше переходить в площину практичного застосування [1–13].

В [1] наведено дослідження перколяції на фрактальних мережах та запропоновано рекомендації для майбутніх досліджень. Зокрема, – про вплив фрактальних підходів на перколяцію в самоподібних мережах.

В [2] досліджено фізико-механічні властивості фрактальних решіток: питому жорсткість, в'язкість руйнування, здатність до

регулювання віброакустичних властивостей та поглинання енергії. Гратчасті метаматеріали із фрактальними розрізами, які характеризуються розсіюванням енергії через структурні механізми тертя ковзання та власне демпфування матеріалу. Експериментальні результати показують, що структурну податливість метаматеріалів при вигині можна різко підвищити шляхом збільшення фрактальних порядків, у той же час зберігаючи можливість відновлення форми під час циклічного навантаження. Показано, що в умовах циклічного вигину фрактальний порядок менш впливовий. Результати свідчать про те, що величина максимального зміщення при вигині має незначний вплив на коефіцієнти втрат, і існує закон масштабування потужності між жорсткістю при вигині та товщиною зразка. Це дослідження свідчить про те, що фрактальні решітки мають унікальні властивості розсіювання енергії з можливим застосуванням у багатьох промислових секторах, таких як оборона, енергетика, транспорт.

В [3] створено та досліджено метаматеріали, що складаються з квадратних елементарних комірок, побудованих на основі фрактальної геометрії та описуються параметричними рівняннями. Площа, об'єм (щільність) і маса цих метаматеріалів є постійними незалежно від кількості комірок. Вони були створені з двох типів: 1) виключно зі стиснутих стрижневих елементів (впорядкована компонування); 2) геометричним зміщення певних областей, що піддавались вигину (зміщене розташування). Автори вивчали вплив фрактальної будови на поглинання енергії при руйнуванні. На основі аналізу кінцевих елементів досліджено їх поведінку в процесі деформації стиснення. Зразки були надруковані з поліаміду за допомогою адитивної технології, щоб порівняти та перевірити результати моделювання з реальними випробуваннями на стиск. Виходячи з цих результатів, збільшення кількості клітин призводить до більш стабільної поведінки та збільшення несучої здатності.

В [4] наведено результати моделювання фрактальних мереж тріщин. Фрактальні особливості систем тріщинуватості в геологічних формаціях і колекторах описано двома новими типами моделей мережі тріщин. Перший заснований на перколяції Бернуллі прямих щілин у правильних ґратках. Другий досліджує просочування їх у безмасштабних дво- та тривимірних решітках. Наведено ключові атрибути мереж тріщинуватості моделі. Виявлено, що кількість ефективних просторових ступенів свободи безмасштабних моделей

мережі тріщин визначається розмірністю вбудовування мережі і не залежить від розподілу ступенів. Досліджено вплив розподілу ступенів на інші фрактальні характеристики мереж тріщин моделі.

В [5] наведено результати досліджень лабіринтових акустичних метаматеріалів, зокрема їх еластичність та здатність управляти поширенням звукової хвилі, блокування звуку, маскування, супертунелюванням тощо. Однак конструкція лабіринтового акустичного метаматеріалу залишається складною для традиційного зигзагоподібного каналу. Автори розробили клас фрактальних лабіринтових акустичних метаматеріалів з ієрархічними зигзагоподібними каналами та вивчили вплив самоподібних фрактальних ієрархій на їхні смугові структури. Ці результати показують, що самоподібний фрактал можна ефективно використовувати для розширення загальної забороненої зони та зниження частоти першої забороненої зони. Автори виявили критичну роль самоподібного фрактала на зонну структуру лабіринтового акустичного метаматеріалу при певному виборі решіток Браве з бажаною зонною структурою.

В [6] вивчався опір потоку в пористих середовищах та показано важливість і складність проблеми потоку рідини. На основі оригінальних вирівняних і шахових моделей пористого гирла створено нову тривимірну модель пористого тіла, а аналітичну кореляцію опору потоку виведено за допомогою теорії фракталів у випадкових пористих середовищах. Кореляція є функцією пористості, співвідношення діаметрів пор, коефіцієнта сферичності частинок і числа Рейнольдса. Проведено порівняння розрахунків між запропонованою моделлю, іншими відомими моделями та експериментальними даними, і отримано хорошу узгодженість між прогнозами запропонованої моделі та експериментальними даними. Показано, що запропонована модель дозволяє отримати кращу точність прогнозування, коли відношення мінімального діаметра капіляра λ_{\min} до максимального діаметра капіляра $\lambda_{\min} / \lambda_{\max} \sim 10^{-3}$.

В [7] наведено фрактальні підходи, застосовані для моделювання поведінки нової біонічної напівзануреної плавучої платформи на базі Victoria Amazonia (з випадковою фрактальною структурою) – для підвищення гідродинамічної стабільності платформи FOWT. Регулярна фрактальна структура з аналогічною кількістю перфорацій і перфорованою площею також реалізована для перевірки ефективності біонічного FOWT. У цьому дослідженні

для моделювання аеродинамічної та гідродинамічної реакції використовується підхід нестационарної обчислювальної рідинної динаміки. Крім того, модель об'єму рідини в поєднанні з розв'язувачем 6-DOF було використано для ефективного вирішення динамічного руху FOWT, викликаного рідиною у багатофазному потоці, що складається з повітря та води. Повний зв'язаний розрахунок фрактальної структури FOWT був виконаний з використанням встановленої надійної чисельної моделі. Максимальна середня тяга та потужність 736,43 кН та 5294,04 кВт отримані випадковою фрактальною FOWT в аеродинамічних відгуках, тоді як у гідродинамічних амплітудних відгуках максимальне зниження на 19,16% отримано як випадковими фрактальними, так і регулярними фрактальними структурами. Досліджено візуалізацію нестационарних полів течії та завихрень у фрактальних структурах. Порівняно зі звичайною фрактальною структурою, вихори у випадковій фрактальній структурі адекватно взаємодіють зі стінками понтона, що призводить до більш високого ефекту поглинання енергії та зростання стабільності.

Основною метою роботи [8] є розробка надійної основи для вичерпного опису основних властивостей фрактального об'єкта. Для цього детально досліджуються властиві фрактальним множинам властивості. Встановлено критерії фрактальної зв'язності та введено індекс фрактальної петелькості. Коротко окреслено кількісні характеристики фрактальної неоднорідності, лакуарності та анізотропії. Запропоновано набір ключових атрибутів, які дозволяють правильно охарактеризувати фрактальну систему.

В [9] виявлено вплив фрактальних особливостей на фактори формування, пов'язані з різними процесами транспортування в масштабно-інваріантних мережах пор-тріщин. Досліджено клас детермінованих нескінченно розгалужених мереж, пов'язаних із дофрактальними стандартними килимами Серпінського (включаючи куби Серпінського та зворотні губки Менгера). Основна увага приділяється впливу розгалуженості мережі, зв'язності та зацикленості на звуження транспортної лінії та звивистість шляхів передачі. З'ясовано відмінності між факторами утворення, пов'язаними з дифузійністю, електропровідністю та гідравлічною проникністю. Показано, що фактор електричного утворення підкоряється закону Арчі, лише якщо випадкове блукання в дофрактальній мережі пори-розриву є рекурентним.

У статті [10] досліджували перколяцію вибухових зв'язків (ПВЗ) з правилом добутку, офіційно відомим як процес Ахліоптаса, на безмасштабній мультифрактальній зваженій планарній стохастичній решітці. Однією з ключових особливостей переходу є затримка, порівняно з відповідною перколяцією випадкового зв'язку (RBP), у початку охоплюючого кластера. Однак коли це трапляється, то відбувається настільки драматично, що спочатку вважалося, хоча зрештою це виявилось помилковим, що вибухова перколяція (ВП) демонструє перехід першого порядку. Це різко контрастує з ситуацією для класичної випадкової перколяції.

Загальної рисою робіт [1–10] є відчутний дефіцит добротних модельних об'єктів фрактальних решіток, особливо – в мультифрактальній постановці, з невеликою кількістю керуючих параметрів при їх конструюванні та широким діапазоном зміни параметрів: площі вікон, їх анізотропії, пористості, аеродинамічних та пружних властивостей. Саме на вирішення даних задач направлена наша робота.

Постановка задачі. В даній роботі ставилась задача побудувати загальну методологію конструювання та інженерні формули для кількісного розрахунку фрактальних характеристик, площі вікон та пористості синтезованих фрактальних структур, як функції характеристик поля узагальнених сил притягіння, його однорідності, ізо- чи анізотропії, координат точок прикладення сил тощо [12–13]. Броунівська динаміка точки в полі двох і більше узагальнених сил притягіння дозволяє природнім шляхом (без штучного маніпулювання додаванням чи відніманням підмножин до початкової множини) синтезувати будь-який із відомих на даний час моно- чи мультифракталів – лінійних, плоских чи об'ємних, заданої фрактальної розмірності, пористості та інших службово-корисних властивостей [12–13]. Це додає нам впевненості в можливості реалізації в будь-якому природньому стохастичному процесі фрактальний розподіл, структуру чи сигнал на виході, якщо процес контролюється двома чи більше узагальненими силами притягіння.

У випадку, коли узагальнені сили притягіння мають однорідне ізотропне поле, синтезується монофрактальна структура (сигнал, розподіл) з фрактальною розмірністю D . Якщо поле ізотропне неоднорідне, синтезується ізотропна мультифрактальна структура (сигнал, розподіл) з набором фрактальних розмірностей $D_1 \dots D_N$.

Якщо поле узагальнених сил притягіння неоднорідне анізотропне, то синтезується анізотропна мультифрактальна структура (сигнал, розподіл) з набором фрактальних розмірностей $D_{1X}; D_{1Y}; D_{1Z}.....D_{NX}; D_{NY}; D_{NZ}$.

Побудовано тензорно-матричний формалізм синтезу мультифракталів дозволяє прогнозувати розміри підмножин будь-якого покоління мультифракталу [13].

Нами отримані також умови граничного переходу до континууму, який розглядається як частковий випадок фрактального розподілу, структури чи сигналу [12–13].

В даній роботі на основі розроблених та впроваджених нами алгоритмів синтезовано найпростіший клас мультифрактальних анізотропних структур – в полі чотирьох сил притягіння з анізотропним (ортотропним) полем. Точки прикладання сил розміщені в вершинах одиничного квадрата. Відношення параметрів поля кожної сили – коефіцієнт анізотропії $\epsilon=Y1/Y2$ – однаковий для всіх чотирьох сил. Для отримання цілісної мультифрактальної решітки виконувалась умова змикання сусідніх підмножин. В нашому випадку ця умова має вид:

$$Y1+Y2=1.$$

При цьому поле притягіння кожної сили має еліптичну конфігурацію. Великі осі еліпсів у кожній парі сусідніх сил повернуті на кут 90° .

Наші алгоритми дозволяють синтезувати задані анізотропні мультифрактальні решітки як у випадку однакових еліпсів поля кожної із сил 1–4, так і з різними. В першому випадку синтезуються мультифрактальні анізотропні кососиметричні решітки. Назвемо їх МАКС-4.

Методика експериментальних досліджень

Для виготовлення решіток МАКС-4 був використаний 3D принтер Anycubic Kobra 2, який забезпечує точний та надійний друк (рис. 1). Дана технологія дозволяє досягати гарних результатів у виготовленні деталей будь-якої складності. Завдяки компактному дизайну та інтуїтивному інтерфейсу, цей принтер легко налаштовується та керується для 3D друку деталей будь-якої складності.

Використаний матеріал PETG – це високоякісний полімерний матеріал, що широко використовується у сфері 3D-друку. Він відомий своєю стійкістю до високих температур, ударостійкістю та хімічною

стійкістю, що дуже важливо для створення деталей високої міцності та довговічності. PETG також має відмінну адгезію до підкладки принтера та добре піддається обробці після друку, що дозволяє створювати складні та функціональні об'єкти.

Принтер має різноманітні режими друку, що надають користувачеві гнучкість у виборі оптимальних параметрів для проектів. Є можливість регулювання швидкості друку, температури екструдера та інших параметрів для покращення якості друку. Ця можливість дозволяє оптимізувати процес друку з урахуванням вимог щодо якості, швидкості та ефективності.

Для друку решітки МАКС-4 типу А з використанням ширини шару 0,2 мм та середньої швидкості друку, час виготовлення однієї деталі складає приблизно 1 годину та 35 хвилин. Це значення може варіюватися в залежності від складності структури та інших параметрів налаштування принтера.

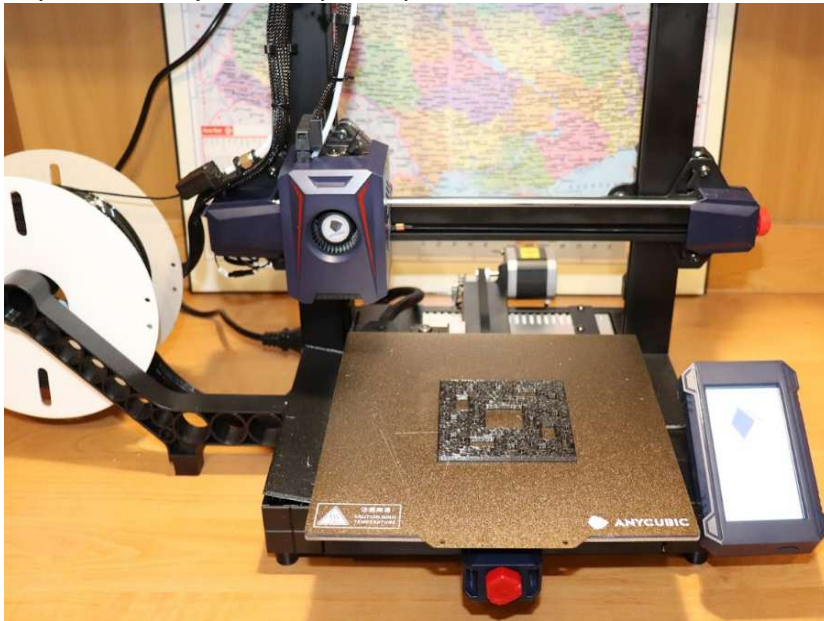


Рис. 1. Процес друку мультифрактальної анізотропної решітки на 3D принтері Anycubic Kobra 2

Результати досліджень

На рис. 2 наведені приклади синтезованих нами вперше в світі мультифрактальних решіток нового покоління МАКС-4. Варіація коефіцієнту анізотропії ϵ в широкому діапазоні значень дозволяє отримати зручний об'єкт дослідження, всі параметри якого

визначаються лише цим параметром ϵ . Таким чином, першою особливістю і перевагою мультифрактальних решіток МАКС-4 є їх однопараметричність, тобто можливість привести всі їх властивості до скалярної міри ϵ .

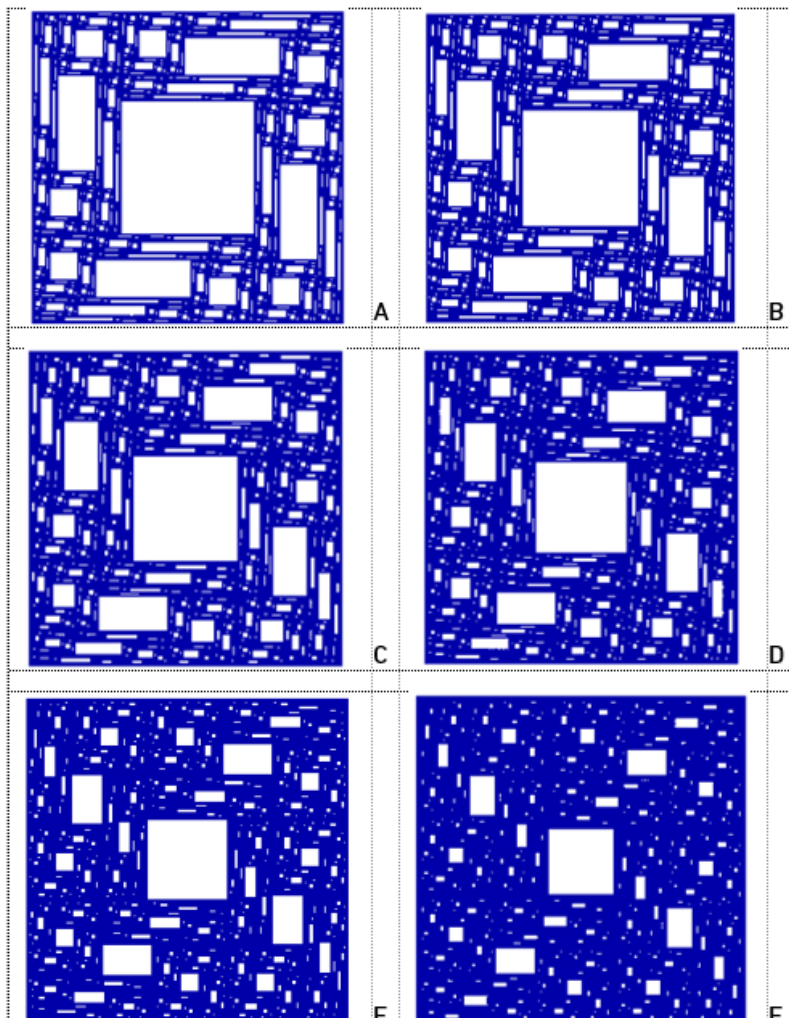


Рис. 2. Мультифрактальні анізотропні кососиметричні решітки типів А, В, С, D, E, F, синтезовані в полі чотирьох сил притяжіння з ортотропним полем.

Значення анізотропії ϵ наведені в табл. 1.

8 млн ітерацій, $\epsilon=(2,5; 2,225; 2; 1,817; 1,667; 1,5)$

Оскільки синтез МАКС-4, як і інших фрактальних структур, синтезованих за нашими алгоритмами [12–13], здійснювався броунівської стохастичною динамікою точки в полі N сил, ϵ

необхідність акцентувати увагу на особливості синтезу саме цих мультифрактальних об'єктів. В даній задачі $N=4$, і ці чотири сили притягіння з ортотропними, повернутими на 90° одне відносно одного полями, розміщені в вершинах квадрата axa . Нами показано [12–13], що під дією кількох сил притягіння розподіл вузлових точок траєкторії броунівської динаміки точки є завжди фрактальний, за виключенням дуже вузького діапазону керуючих параметрів, коли такий розподіл вдається наблизити до континуального. І навіть в цих випадок континуальний розподіл виступає, як частковий випадок фрактального розподілу. Коректна постановка задачі синтезу вимагає оцінки мінімальної кількості ітерацій для забезпечення суцільного покриття перемичок між вікнами решіток та мінімальної кількості зазубрин і похибок на границях вікон. Нами ставились спеціальні дослідження комп'ютерного синтезу з виявлення кількісного впливу числа ітерацій на сумарну точність синтезу решіток для різних значень ε . На рис. 3 наведено графік такої кореляції. Як слідує з рис. 3, кількість дефектів в виготовленні шаблонів мультифрактальних решіток експоненційно зменшується при збільшенні числа ітерацій.

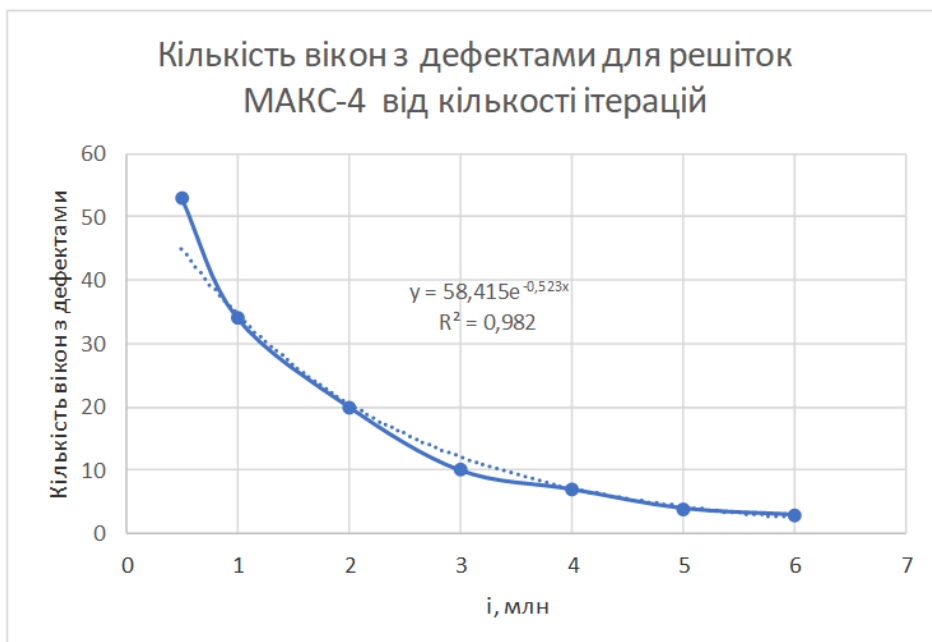


Рис. 3. Залежність дефектів в вікнах 1–4 покоління решіток МАКС-4 від кількості ітерацій броунівської динаміки

Таблиця 1

Параметри решіток МАКС-4, зображених на рис. 1

m	1,4	1,45	1,5	1,55	1,6	1,6667
Y1	0,286	0,310	0,333	0,355	0,375	0,4
Y2	0,714	0,690	0,667	0,645	0,625	0,6
$\epsilon=Y1/Y2$	2,5	2,225	2	1,817	1,667	1,5
Тип	A	B	C	D	E	F

Визначаємо площу мультифрактальних решіток рис. 2 для кожного покоління мультифракталів. В [13] показано, що для декартових мультифракталів площа всіх підмножин J-покоління мультифракталу визначається:

$$S_J = S_1^J.$$

Як видно з рис. 2, площа всіх підмножин мультифракталу першого покоління:

$$S_1 = 4Y_1 * Y_2 = 4Y_1^2 * \epsilon.$$

Тоді для другого та наступних поколінь:

$$S_2 = (4Y_1^2 * \epsilon)^2$$

$$S_3 = (4Y_1^2 * \epsilon)^3$$

$$S_4 = (4Y_1^2 * \epsilon)^4$$

.....

В таблиці 2 наведено значення геометричних та вагових параметрів решіток МАКС-4 (рис. 2).

Таблиця 2

Параметри решіток рис. 1–2

Тип	A	B	C	D	E	F
$\epsilon=Y1/Y2$	2,5	2,225	2	1,817	1,667	1,5
S_1	0,818	0,8553	0,887	0,9159	0,9377	0,96
S_2	0,669	0,7315	0,787	0,8390	0,8793	0,922
S_3	0,547	0,6257	0,698	0,7683	0,8244	0,885
S_4	0,448	0,5351	0,619	0,7037	0,7731	0,849
S_5	0,366	0,4577	0,549	0,6445	0,7250	0,815
S_6	0,299	0,3915	0,487	0,5903	0,6798	0,783
Вага, Г	11,44	13,71	15,66	17,56	19,33	20,89

Результати моделювання та друку дозволили отримати кореляційні залежності між ваговими та геометричними параметрами отриманих решіток МАКС-4 для різних поколінь решіток J=1...6. На рис. 4 показано можливість застосування лінійної

кореляції до залежностей $S_j(m)$. На рис. 5 для даних залежностей побудовано їх зображення та показано наявність тісного кореляційного зв'язку між параметрами a_j та b_j .

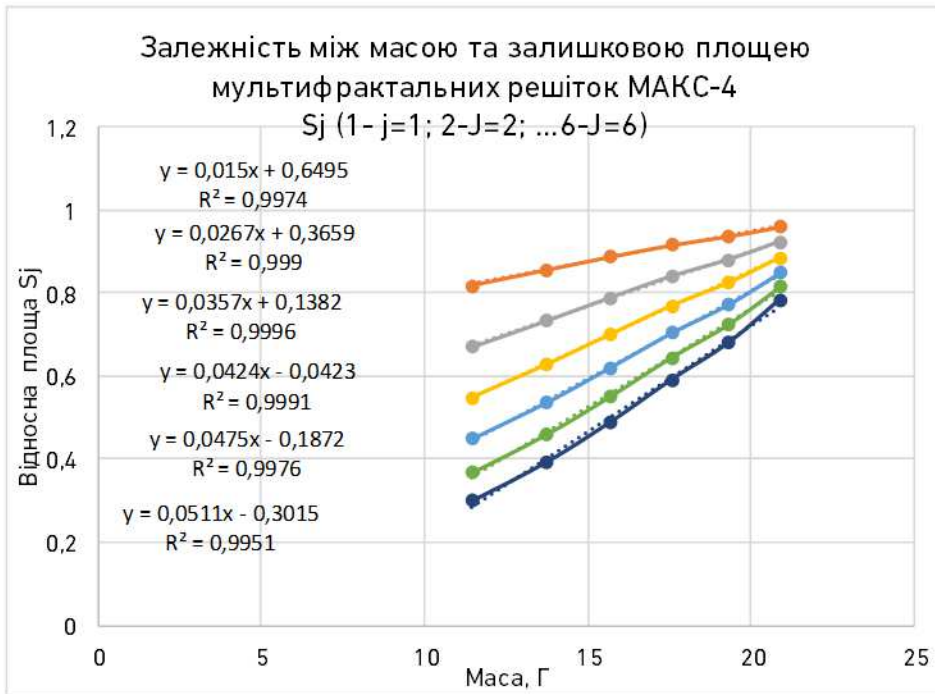


Рис. 4. Застосування лінійної наближення до залежностей $S_j(m)$ решіток МАКС-4

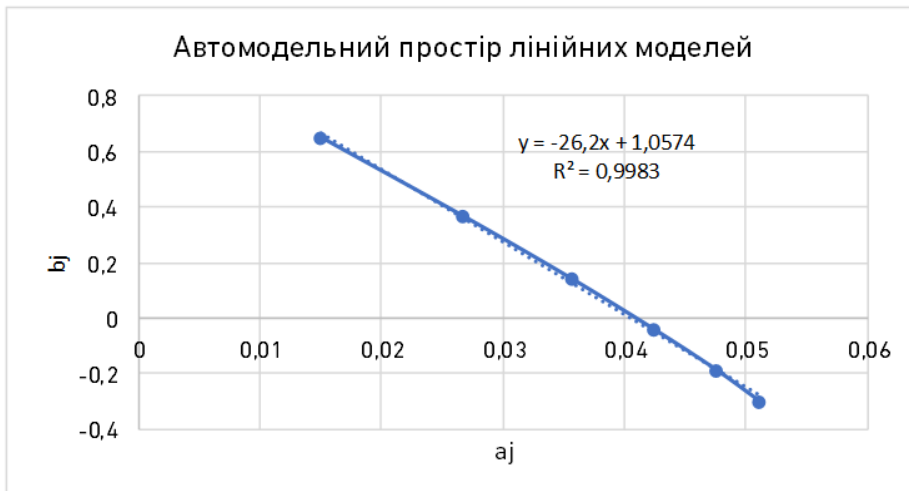


Рис. 5. Зображення лінійних залежностей рис. 4 та виявлення кореляційного зв'язку між параметрами a_j та b_j

На рис. 6 наведено залежність маси решіток МАКС-4 для всіх шести значень параметра анізотропії $\epsilon=Y1/Y2$. Високе значення коефіцієнта кореляції підтверджує наше допущення про можливість задання всіх параметрів решіток МАКС-4 єдиним параметром – параметром анізотропії ϵ .

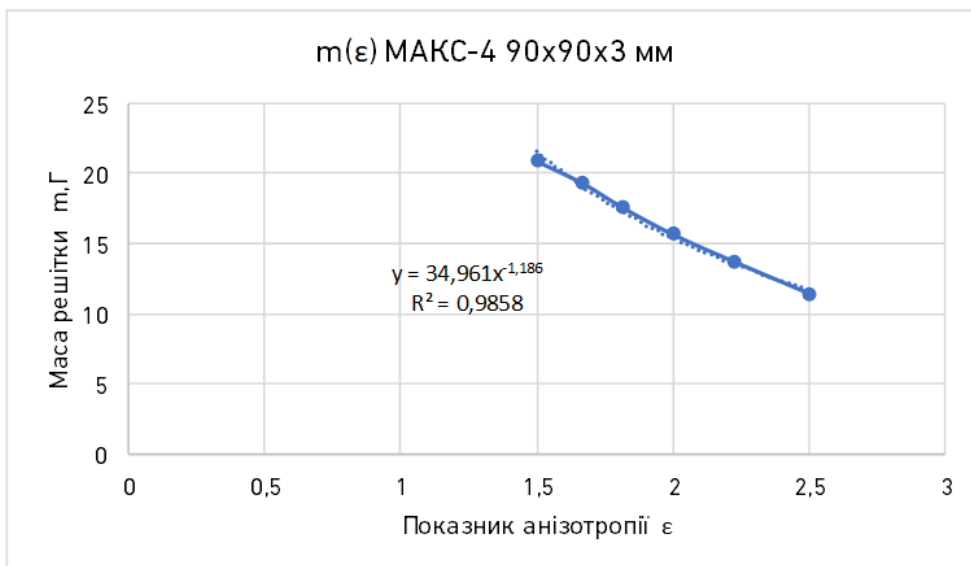


Рис. 6. Кореляційна залежність маси решіток МАКС-4 (рис. 2) від параметра анізотропії $\epsilon=Y1/Y2$

На рис. 7 показано можливість застосування до апроксимації залежностей $S_j(m)$ степеневих моделей. Як показують результати кореляційного аналізу, степеневі моделі дають ще кращі наближення до експериментальних даних, ніж наведені на рис. 4 лінійні моделі. На рис. 8 для побудовано дані залежності в просторі зображень та показано наявність практично функціонального зв'язку ($R^2=1$) між параметрами a_j та b_j .

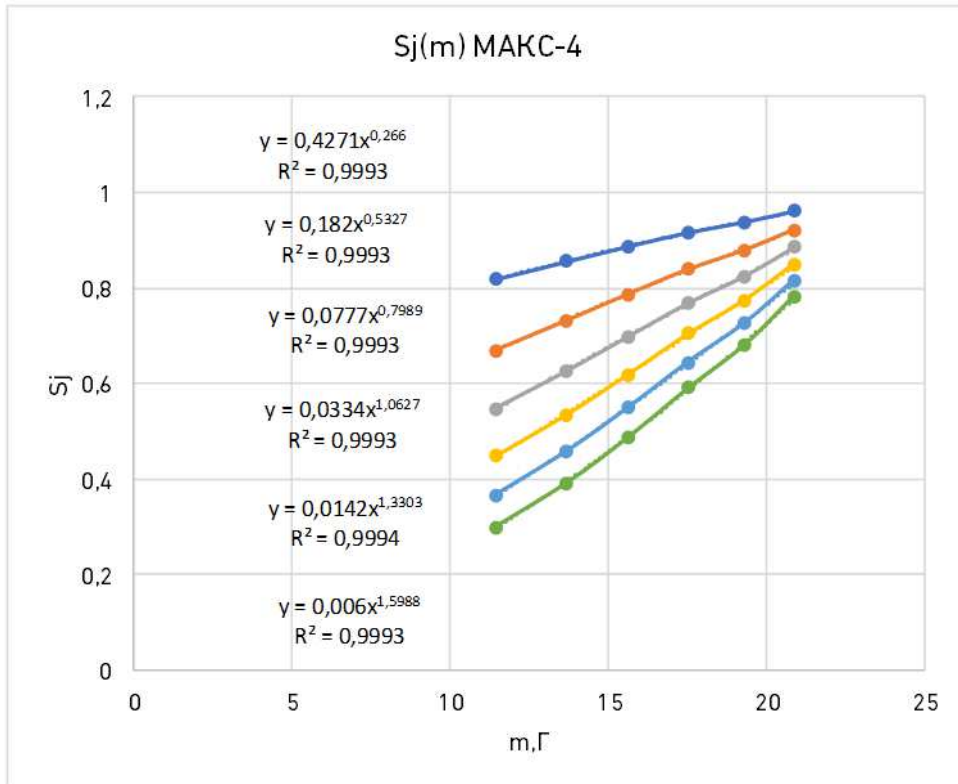


Рис. 7. Застосування степеневих наближення до залежностей S_j(m) решіток МАКС-4

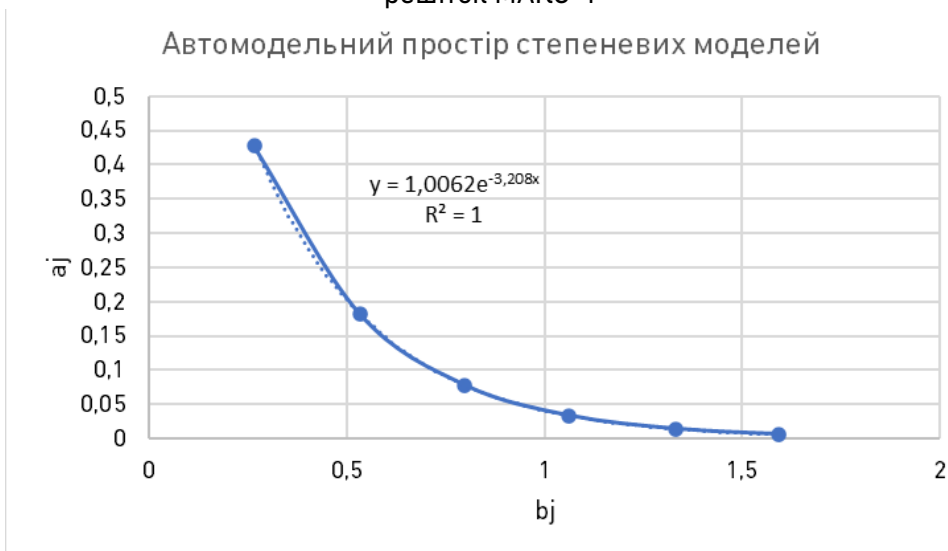


Рис. 8. Представлення степеневих залежностей S_j(m) рис. 7 в площині зображень

На рис. 9 продемонстровано можливість побудови залежності $m(S_J) = A * S^\Theta$. Для цього побудовано кореляційну залежність показника степеню Θ від номера покоління фрактальних решіток J .



Рис. 9. Залежність показника степеню Θ від номера покоління J фрактальних решіток МАКС-4

Результати рис.9 підтверджують фрактальну природу МАКС-4 з заданими значеннями анізотропії ϵ та дозволили побудувати узагальнену модель для $m(S;J)=C*S^\Theta$:

$$\Theta(J) = \frac{3,7579}{J}; R^2 = 1,$$
$$m(S_J) = 24,48 * S^{\frac{3,7579}{J}}; R^2 = 0,9993.$$

Висновки

1. На основі моделювання броунівської динаміки точки в полі чотирьох сил притягання, розміщених в вершинах одиничного квадрату, що мають повернуті на 90° анізотропні поля, розроблено технологію синтезу мультифрактальних решіток нового покоління – МАКС-4.

2. Запропоновано шість конструкцій мультифрактальних решіток в широкому діапазоні службово-корисних характеристик.

3. Показано, що всі характеристики даних мультифрактальних решіток є функціями лише одного параметра – коефіцієнта анізотропії ϵ . При цьому показано переваги степеневих моделей $S_j(m)$ перед лінійними.

4. Розроблено та реалізовано технологію 3D-друку даних решіток. Отримані твердотільні зразки показали тісну кореляцію з теоретичними моделями. Мультифрактальні решітки МАКС-4 суттєво розширюють можливості експериментального дослідження фрактальних об'єктів в широкому діапазоні значень пористості, прозорості та аеродинамічного опору.

1. Miguel-Ángel Martínez Cruz, Julián Patiño Ortiz, Miguel Patiño Ortiz, Alexander Balankin. *Percolation on Fractal Networks: A Survey. Fractal Fract.* 2023. Vol. 7(3). P. 231. URL: <https://doi.org/10.3390/fractalfract7030231> <https://www.mdpi.com/2504-3110/7/3/231> (дата звернення: 10.02.2024).
2. Zhennan Zhang, Fabrizio Scarpa, Brett A. Bednarczyk, Yanyu Chen. Harnessing fractal cuts to design robust lattice metamaterials for energy dissipation. *Additive Manufacturing.* June 2021. Vol. 46(14). <https://doi.org/10.1016/j.addma.2021.102126> <https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S2214860421002918> (дата звернення: 10.02.2024).
3. Levente Széles, Richárd Horváth, János Péter Rádics. Design and Study of Fractal-Inspired Metamaterials with Equal Density Made from a Strong and Tough Thermoplastic. *Polymers.* 2023. Vol. 15(12). P. 2650. URL: <https://doi.org/10.3390/polym15122650> <https://www.mdpi.com/2073-4360/15/12/2650> (дата звернення: 10.02.2024).
4. Didier Samayoa, Baltasar Mena, Alexander S. Balankin. Fractal Features of Fracture Networks and Key Attributes of Their Models *Fractal Fract.* 2023. Vol. 7(7). P. 509. URL: <https://doi.org/10.3390/fractalfract7070509> <https://www.mdpi.com/2504-3110/7/7/509> (дата звернення: 10.02.2024).
5. Liu Jian, Li Lipina, Xia Baizhan, Man Xianfena. Fractal labyrinthine acoustic metamaterial in planar lattices. *International Journal of Solids and Structures.* February 2018. Vol. 132–133. P. 20–30. URL: <https://doi.org/10.1016/j.ijsolstr.2017.06.019> <https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0020768317302871?via%3Dihub#keys0001> (дата звернення: 10.02.2024).
6. YinaLin Li, Menali Fena. Analysis of flow resistance in fractal porous media based on a three-dimensional pore-throat model. *Thermal Science and Engineering Progress.* May 2021. Vol. 22(3). P. 100833. URL: <https://doi.org/10.1016/j.tsep.2020.100833>

<https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S245190492030353X> (дата звернення: 10.02.2024). **7.** Haoda Huang, Qingsong Liu, Minnan Yue, Weipao Miao, Peilin Wang, Chun Li. Fully coupled aero-hydrodynamic analysis of a biomimetic fractal semi-submersible floating offshore wind turbine under wind-wave excitation conditions. *Renewable Energy*. February 2023. Vol. 203. Pp. 280–300. URL: <https://doi.org/10.1016/j.renene.2022.12.060>

<https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S0960148122018456> (дата звернення: 10.02.2024). **8.** Alexander S. Balankin, Julián Patiño Ortiz, Miguel Patiño Ortiz. Inherent Features of Fractal Sets and Key Attributes of Fractal Models. *Fractals*. 2022. Vol. 30, No. 04 P. 2250082. URL: <https://doi.org/10.1142/S0218348X22500827>

<https://www.worldscientific.com/doi/abs/10.1142/S0218348X22500827> (дата звернення: 10.02.2024). **9.** Balankin A. S., Ramírez-Joachin J., Gonzalez-Lopez G., Gutiérrez-Hernandez S. Formation factors for a class of deterministic models of pre-fractal pore-fracture networks. *Chaos Solitons Fractals*. September 2022. Vol. 162. P. 112452. URL: <https://doi.org/10.1016/j.chaos.2022.112452>

<https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S0960077922006622> (дата звернення: 10.02.2024). **10.** M. M. Rahman, M. K. Hassan. Explosive percolation on a scale-free multifractal weighted planar stochastic lattice. *Phys. Rev.* April 2017. E 95. P. 042133. URL: <https://doi.org/10.1103/PhysRevE.95.042133>

<https://journals.aps.org/pre/abstract/10.1103/PhysRevE.95.042133>. (дата звернення: 10.02.2024). **11.** Benoit B. Mandelbrot. THE FRACTAL GEOMETRY OF NATURE. New York NY and Oxford UK : W. H. Freeman & Co, 1982. **12.** Ivan G. Grabar, Yuri O. Kubrak. Synthesis of multifractals by Brownian dynamics of a point in a field of N central forces. *16th CHAOS Conference Proceedings*, 13 June–16 June 2023, Heraklion, Crete, Greece, 2023. ISAST. **13.** Іван Грабар. Синтез мультифракталів : наукова монографія. Житомир : Поліський національний університет, 2023. 200 с.

REFERENCES:

1. Miguel-Ángel Martínez Cruz, Julián Patiño Ortiz, Miguel Patiño Ortiz, Alexander Balankin. *Percolation on Fractal Networks: A Survey*. *Fractal Fract*. 2023. Vol. 7(3). P. 231. URL: <https://doi.org/10.3390/fractalfract7030231>

<https://www.mdpi.com/2504-3110/7/3/231> (data zvernennia: 10.02.2024).
2. Zhennan Zhang, Fabrizio Scarpa, Brett A. Bednarczyk, Yanyu Chen. Harnessing fractal cuts to design robust lattice metamaterials for energy dissipation. *Additive Manufacturing*. June 2021. Vol. 46(14). <https://doi.org/10.1016/j.addma.2021.102126>

<https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S2214860421002918> (data zvernennia: 10.02.2024).
3. Levente Széles, Richárd Horváth, János Péter

- Rádics. Design and Study of Fractal-Inspired Metamaterials with Equal Density Made from a Strong and Tough Thermoplastic. *Polymers*. 2023. Vol. 15(12). P. 2650. URL: <https://doi.org/10.3390/polym15122650>
<https://www.mdpi.com/2073-4360/15/12/2650> (data zvernennia: 10.02.2024).
- 4.** Didier Samayoa, Baltasar Mena, Alexander S. Balankin. Fractal Features of Fracture Networks and Key Attributes of Their Models Fractal. *Fract*. 2023. Vol. 7(7). P. 509. URL: <https://doi.org/10.3390/fractalfract7070509>
<https://www.mdpi.com/2504-3110/7/7/509> (data zvernennia: 10.02.2024).
- 5.** Liu Jian, Li Lipina, Xia Baizhan, Man Xianfena. Fractal labyrinthine acoustic metamaterial in planar lattices. *International Journal of Solids and Structures*. February 2018. Vol. 132–133. P. 20–30. URL: <https://doi.org/10.1016/j.ijsolstr.2017.06.019>
<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0020768317302871?via%3Dihub#keys0001> (data zvernennia: 10.02.2024).
- 6.** YinaLin Li, Menali Fena. Analysis of flow resistance in fractal porous media based on a three-dimensional pore-throat model. *Thermal Science and Engineering Progress*. May 2021. Vol. 22(3). P. 100833. URL: <https://doi.org/10.1016/j.tsep.2020.100833>
<https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S245190492030353X> (data zvernennia: 10.02.2024).
- 7.** Haoda Huang, Qinqsonq Liu, Minnan Yue, Weipao Miao, Peilin Wang, Chun Li. Fully coupled aero-hydrodynamic analysis of a biomimetic fractal semi-submersible floating offshore wind turbine under wind-wave excitation conditions. *Renewable Energy*. February 2023. Vol. 203. Pp. 280–300. URL: <https://doi.org/10.1016/j.renene.2022.12.060>
<https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S0960148122018456> (data zvernennia: 10.02.2024).
- 8.** Alexander S. Balankin, Julián Patiño Ortiz, Miguel Patiño Ortiz. Inherent Features of Fractal Sets and Key Attributes of Fractal Models. *Fractals*. 2022. Vol. 30, No. 04 P. 2250082. URL: <https://doi.org/10.1142/S0218348X22500827>
<https://www.worldscientific.com/doi/abs/10.1142/S0218348X22500827> (data zvernennia: 10.02.2024).
- 9.** Balankin A. S., Ramírez-Joachin J., Gonzalez-Lopez G., Gutiérrez-Hernandez S. Formation factors for a class of deterministic models of pre-fractal pore-fracture networks. *Chaos Solitons Fractals*. September 2022. Vol. 162. P. 112452. URL: <https://doi.org/10.1016/j.chaos.2022.112452>
<https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S0960077922006622> (data zvernennia: 10.02.2024).
- 10.** M. M. Rahman, M. K. Hassan. Explosive percolation on a scale-free multifractal weighted planar stochastic lattice. *Phys. Rev.* April 2017. E 95. P. 042133. URL: <https://doi.org/10.1103/PhysRevE.95.042133>
<https://journals.aps.org/pre/abstract/10.1103/PhysRevE.95.042133>. (data zvernennia: 10.02.2024).
- 11.** Benoit B. Mandelbrot. THE FRACTAL GEOMETRY OF NATURE. New York NY and Oxford UK : W. H. Freeman & Co, 1982.
- 12.** Ivan

G. Grabar, Yuri O. Kubrak. Synthesis of multifractals by Brownian dynamics of a point in a field of N central forces. *16th CHAOS Conference Proceedings*, 13 June–16 June 2023, Heraklion, Crete, Greece, 2023. ISAST. **13**. Ivan Hrabar. Syntez multyfraktaliv : naukova monohrafiia. Zhytomyr : Poliskyi natsionalnyi universytet, 2023. 200 s.

Hrabar I. H., Doctor of Engineering, Professor, Head of the Department of Agricultural Engineering and Technical Service (Polissia National University, Zhytomyr), **Professor at the Department of Automobiles and Automotive Industry** (National University of Water and Environmental Engineering, Rivne, ivan-grabar@ukr.net), **Marchuk M. M., Professor, Director** (National University of Water and Environmental Engineering, Rivne), **Ksiukovskyi O. V., Post-graduate Student** (Polissia National University, Zhytomyr)

MULTIFRACTAL ANISOTROPIC COSOSYMMETRIC GRATTES: DESIGN AND MANUFACTURING TECHNOLOGIES

The paper proposes an algorithm for the synthesis of multifractal anisotropic skew-symmetric lattices with controlled density, porosity and a set of predefined physical-mechanical and hydro-aerodynamic properties. The synthesis algorithm is based on the Brownian dynamics of a point in the field of four forces located at the vertices of the square. In this work, for the first time in the world, it was possible to reduce the parameters of the geometry and the complex of physical and mechanical properties of multifractal lattices to one variable - the anisotropy parameter ε . In fact, this allows us to reduce the multidimensional task of constructing fractal objects to a one-dimensional (scalar) space. This opens up opportunities not only to obtain simple one-parameter models, but also to easily identify and rank the investigated lattices in one-dimensional space.

Six designs of multifractal anisotropic skew-symmetric gratings (MAKS-4) with different anisotropy parameters are proposed and investigated. The influence of the number of iterations of Brownian dynamics on the accuracy of the formation of lattice windows and the obtained correlation dependences were studied. Six types of multifractal lattices were produced by 3D printing technologies, and a

quantitative study of the influence of the fractal structure on the mass, window area, and model parameters was conducted.

The results of modeling the MAKS-4 complex of properties from the control parameter – the anisotropy index are given.

***Keywords:* multifractal lattices; anisotropic field; skew-symmetric fractals; closing conditions.**