

Міністерство освіти та науки України  
Національний університет водного господарства та  
природокористування  
Кафедра автоматизації, електротехнічних та комп'ютерно-  
інтегрованих технологій

**04-03-406М**

### **МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ**

до виконання лабораторної роботи №8 з навчальної дисципліни  
**«Електротехніка»**  
для здобувачів вищої освіти першого (бакалаврського) рівня за  
освітньо-професійною програмою «Автоматизація,  
комп'ютерно-інтегровані технології та робототехніка»  
спеціальності 174 «Автоматизація, комп'ютерно-інтегровані  
технології та робототехніка» денної та заочної форм навчання

Рекомендовано науково –методичною  
радою з якості ННІ ЕАВГ  
Протокол № 3 від 26.11.2024 р.

Рівне – 2024

Методичні вказівки до виконання лабораторної роботи № 8 з навчальної дисципліни «Електротехніка» для здобувачів вищої освіти першого (бакалаврського) рівня за освітньо-професійною програмою «Автоматизація, комп'ютерно-інтегровані технології та робототехніка» спеціальності 174 «Автоматизація, комп'ютерно-інтегровані технології та робототехніка» денної та заочної форм навчання . [Електронне видання] / Маланчук Є. З., Христюк А. О. – Рівне : НУВГП, 2024. – 28 с.

Укладачі: Маланчук Є. З., д.т.н., професор кафедри АЕКІТ;  
Христюк А. О., к.т.н., доцент кафедри АЕКІТ.

Відповідальний за випуск: Древецький В. В., д.т.н., професор,  
завідувач кафедри АЕКІТ.

Керівник освітньої програми «Автоматизація, комп'ютерно-інтегровані технології та робототехніка»: Христюк А. О., к.т.н., доцент кафедри автоматизації, електротехнічних та комп'ютерно-інтегрованих технологій.

© Є. З. Маланчук,  
А. О. Христюк, 2024  
© НУВГП, 2024

## **Робота 8. Дослідження трифазної системи при з'єднанні споживачів зіркою**

### *Study of a three-phase system with star connection of consumers*

#### **8.1. Мета роботи**

Вивчити основні властивості і застосування трифазних кіл при з'єднанні джерела і споживачів зіркою. Дослідити роботу трифазної системи струмів при рівномірному і нерівномірному навантаженні фаз, а також роботу системи при обриві фазного і нульового проводів.

#### *The purpose of the work*

To study the main properties and application of three-phase circuits when connecting the source and consumers in a star. To study the operation of a three-phase system of currents with uniform and uneven loading of the phases, as well as the operation of the system when the phase and neutral wires are broken.

#### **8.2. Короткі теоретичні відомості**

Сукупність трьох електричних кіл, в яких діють синусоїдні е. р. с. однієї частоти, але зсунуті за фазою одна від одної на кут  $2\pi/3$ , і які створені загальним джерелом електричної енергії, називається трифазною електричною системою. Окремі електричні кола, які утворюють трифазну систему, називають фазами .

Сукупність е. р. с., які діють в трифазній системі електричних кіл, називають трифазною системою електрорушійних сил , а сукупність струмів, які протікають у цих колах, називають трифазною системою струмів.

Найбільше поширення в сучасній електроенергетиці отримали трифазні системи. Практично все виробництво, передача та споживання електричної енергії здійснюється в трифазних системах, що обумовлене такими перевагами трифазних систем у порівнянні з однофазними як менші витрати проводів для передачі заданої потужності, простота технічної реалізації обертового магнітного поля, на використанні якого побудовані асинхронні і синхронні двигуни –

основні споживачі електричної енергії.

Трифазне коло складається з трьох основних елементів: трифазного генератора, який індукуює трифазну систему е.р.с., трифазної лінії електропередачі і споживачів електричної енергії, які можуть бути як трифазними (електродвигуни і інші промислові установки), так і однофазними (однофазні двигуни, зварювальні трансформатори, лампочки розжарювання тощо).

Трифазні кола можуть бути з'єднані зіркою або трикутником, причому спосіб з'єднання обмоток генератора чи трансформатора не визначає способу з'єднання споживачів електричної енергії.

Найбільш поширеним є з'єднання обмоток генератора (трансформатора) зіркою, коли кінці обмоток з'єднують в одну точку, яку називають нейтральною точкою (рис.8.1).

Проводи, які йдуть від початків обмоток генератора (трансформатора), називають лінійними, а провід, який йде від нейтральної точки, називають нейтральним або нульовим, бо в симетричній системі струм в ньому дорівнює нулю.

Електрорушійні сили, які індукуються в обмотках генератора (трансформатора), напруги на затискачах цих обмоток і струми в них називають фазними е.р.с. ( $e_A, e_B, e_C$ ), напругами ( $u_A, u_B, u_C$ ) і струмами ( $i_A, i_B, i_C$ ), а напруги між сусідніми проводами – лінійними напругами ( $u_{AB}, u_{BC}, u_{CA}$ ).

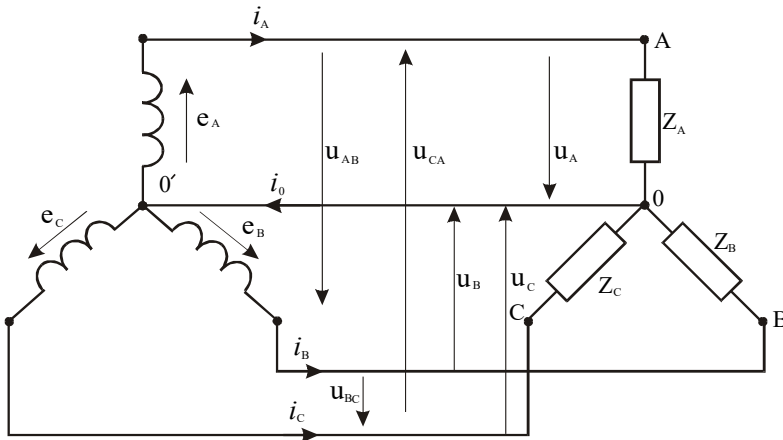


Рис.8.1

Сполучення трифазної системи зіркою можна здійснити двома способами: з нейтральним проводом (чотирипровідна система) і без нього (трипровідна система). Найбільш широко застосовується чотирипровідна система (рис.8.1), бо дозволяє під'єднувати трифазні, двофазні і однофазні споживачі, забезпечує незалежну роботу фаз і має дві напруги: фазну і лінійну.

Якщо в трифазній системі повні опори  $Z_A = Z_B = Z_C$ , то така система називається симетричною. В симетричній системі  $i_A = i_B = i_C$ , тобто фазні струми рівні за величиною, але зміщені за фазою один від одного на кут  $2\pi/3$ , і описуються такими рівняннями:

$$\begin{aligned} i_A &= I_{mA} \sin \omega t, \\ i_B &= I_{mB} \sin(\omega t - 2\pi/3), \\ i_C &= I_{mC} \sin(\omega t - 4\pi/3), \end{aligned} \quad /8.1/$$

де  $I_{mA}$ ,  $I_{mB}$  і  $I_{mC}$  - амплітудні значення відповідних фазних струмів.

Оскільки в симетричній трифазній системі повні опори фаз рівні, то рівними будуть і кути зсуву фаз:

$$\cos \varphi_A = \frac{r_A}{Z_A} = \cos \varphi_B = \frac{r_B}{Z_B} = \cos \varphi_C = \frac{r_C}{Z_C}.$$

За цих умов сума миттєвих значень фазних струмів  $i_A + i_B + i_C = 0$  і струм в нейтральному проводі  $i_0 = 0$ . Отже, трифазна симетрична система може бути трипровідною (без нейтрального проводу).

Застосовувавши для лінійних контурів другий закон Кіргофа, можна миттєві значення лінійних напруг визначити через фазні, а саме:

$$\begin{aligned} u_{AB} &= u_A - u_B, & \bar{U}_{AB} &= \bar{U}_A - \bar{U}_B, \\ u_{BC} &= u_B - u_C, & \bar{U}_{BC} &= \bar{U}_B - \bar{U}_C, \\ u_{CA} &= u_C - u_A, & \bar{U}_{CA} &= \bar{U}_C - \bar{U}_A. \end{aligned} \quad /8.2/$$

Склавши ці рівняння, знайдемо, що сума як миттєвих значень лінійних напруг, так і сума цих напруг у векторній формі дорівнює нулю.

На рис.8.2 наведені векторні діаграми напруг, побудовані на підставі рівнянь /8.2/. Вихідною є діаграма фазних напруг  $\bar{U}_A, \bar{U}_B$  і  $\bar{U}_C$ , зсунутих одна від одної на кут  $\frac{2\pi}{3}$  (рис.8.2,а).

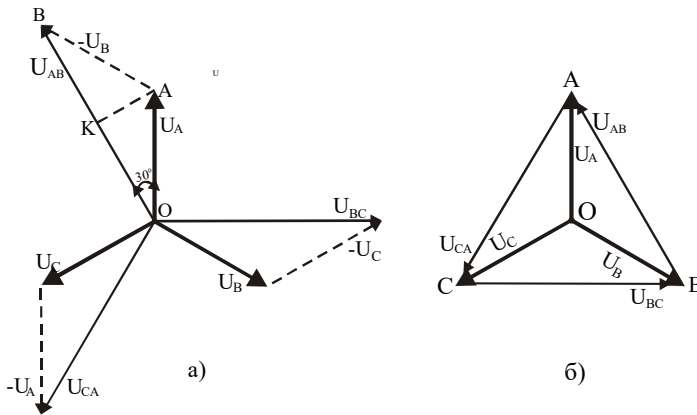


Рис.8.2.

Для визначення співвідношення між лінійними і фазними напругами опустимо перпендикуляр з кінця вектора  $\bar{U}_A$  на вектор  $\bar{U}_{AB}$ . Трикутник OAB рівнобедрений, тому точка К ділить сторону OB навпіл. Із прямокутного трикутника OAK маємо

$$OK = \frac{1}{2}U_{AB} = U_A \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}U_A \text{ або } U_{AB} = \sqrt{3}U_A. \quad /8.3/$$

Отже, в симетричній трифазній системі лінійні напруги більші фазових в  $\sqrt{3}$  разів і рівні за величиною (рис 8.2,б).

Якщо в трифазній чотирипровідній системі (рис.8.1) повні опори фаз нерівні ( $Z_A \neq Z_B \neq Z_C$ ), що має місце, коли до трифазного джерела живлення підключені одно-, дво-, і трифазні споживачі, наприклад, електросвітильники, зварювальні трансформатори і

асинхронні двигуни, або обірвався один із лінійних проводів, то фазні напруги у споживачів будуть пропорційні повним опорам фаз. Це призведе до виникнення струму у нейтральному проводі

$$i_0 = i_A + i_B + i_C \quad /8.4/$$

і різниці напруг  $U_0$  між точками  $O$   $O'$ .

Щоб краще це зрозуміти, розглянемо випадок, коли до трифазної чотирипровідної мережі (рис.8.3, а) під'єднані споживачі, повні провідності яких  $Y_A \neq Y_B \neq Y_C$ , а  $U_\phi = U_A = U_B = U_C$ . За цих умов фазні струми  $I_A = U'_A Y_A$ ,  $I_B = U'_B Y_B$  і  $I_C = U'_C Y_C$ . Застосувавши до точки  $O'$  перший закон Кіргофа в символічній формі, запишемо:

$$\dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C = \dot{I}_0. \quad /8.5/$$

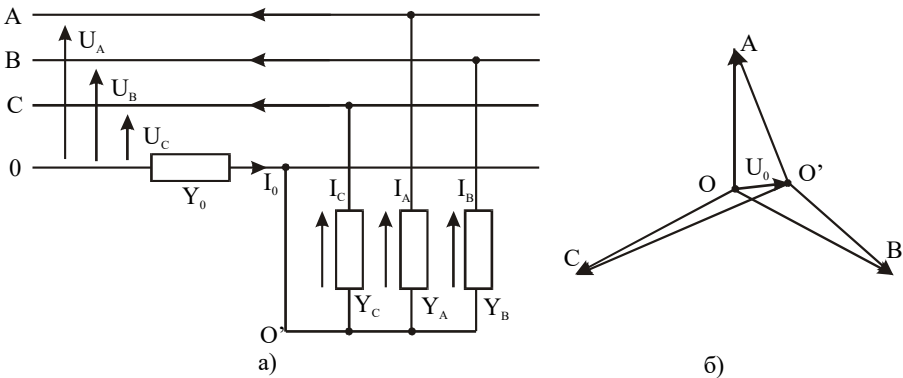


Рис.8.3

Символічний метод, побудований на представленні векторів комплексними числами, на відміну від векторних діаграм дозволяє одержати аналітичні залежності для розрахунку кіл змінного синусоїдного струму. За цим методом синусоїдні функції, наприклад, струм  $i_A$ , записують в такій формі :

$$i_A = I_{mA} \sin(\omega t + \psi_i) = I_{mA} e^{j(\omega t + \psi_i)} = I_{mA} e^{j\omega t} \cdot e^{j\psi_i} = \dot{I}_A e^{j\omega t},$$

де  $\dot{I}_A = I_{mA} e^{j\psi_i}$  – комплексна амплітуда струму,  $\psi_i$  – початкова фаза струму.

Використовуючи символічний метод, струми, які входять в рівняння /8.5/, можна виразити через відповідні провідності і напруги. Позначивши фазні напруги джерела живлення через  $\dot{U}_A, \dot{U}_B, \dot{U}_C$ , а напруги на споживачах через  $\dot{U}'_A, \dot{U}'_B, \dot{U}'_C$ , одержимо

$$\begin{aligned} \dot{I}_0 &= \dot{U}_0 Y_0; \\ \dot{I}_A &= \dot{U}'_A Y_A = (\dot{U}_A - \dot{U}_0) Y_A; \\ \dot{I}_B &= \dot{U}'_B Y_B = (\dot{U}_B - \dot{U}_0) Y_B; \\ \dot{I}_C &= \dot{U}'_C Y_C = (\dot{U}_C - \dot{U}_0) Y_C. \end{aligned} \quad /8.6/$$

Склавши ці рівняння, матимемо

$$\dot{U}_A Y_A + \dot{U}_B Y_B + \dot{U}_C Y_C = \dot{U}_0 (Y_A + Y_B + Y_C + Y_0),$$

звідки

$$\dot{U}_0 = \frac{\dot{U}_A Y_A + \dot{U}_B Y_B + \dot{U}_C Y_C}{Y_A + Y_B + Y_C + Y_0}. \quad /8.7/$$

Рівняння /8.7/ дозволяє за фазними напругами джерела живлення і провідностями  $Y_A, Y_B, Y_C, Y_0$  визначити напругу  $\dot{U}_0$  між нейтральними точками, знаючи яку, за формулами знаходять напруги на споживачах і струми в кожному з них.

На рис.8.3,б наведена векторна діаграма напруг, яка може бути побудована, якщо за формулою /8.7/ визначимо  $\dot{U}_0$ , і яка показує зміщення нейтральної точки у споживачів. Це призводить до перенапруги на фазі С і значного зменшення напруги фази А, що є небажано, а при значній зміні – недопустимо.

Якщо нейтрального проводу немає (обрив проводу), то в формулі /8.7/ потрібно вважати  $Y_0 = 0$ , що призведе до збільшення перекосу фазних напруг на споживачах електроенергії. Тому, проектуючи мережі електропостачання, намагаються забезпечити рівномірне завантаження фаз.

Якщо навантаження симетричне, що буває коли ним є асинхронні і синхронні двигуни та інші трифазні пристрої, то струм в нейтральному (нульовому) проводі  $I_0 = 0$ . Тому трифазні двигуни



змінного струму і інші трифазні пристрої під'єднують до мережі живлення трижильними кабелями (трьома проводами).

При симетричному навантаженні немає потреби розраховувати струми всіх фаз, а достатньо лише однієї. Розрахунки ведуть за законом Ома

$$I_A = I_B = I_C = I_\phi = \frac{U_\phi}{Z_\phi} \quad \text{і} \quad \cos \varphi_\phi = \frac{r_\phi}{Z_\phi}, \quad /8.8/$$

де  $r_\phi$  і  $Z_\phi$  – активний і повний опори фази.

При несиметричному навантаженні, що буває коли до однієї мережі під'єднують асинхронні двигуни, освітлення, зварювальні трансформатори тощо, визначають струми кожної фази, як було викладено вище.

Оскільки опір нейтрального проводу  $Z_0$  значно менший від опору фази, то їм при розрахунках інколи нехтують, тобто вважають  $Z_0 = 0$ . У цьому випадку напруги на споживачах рівні і зсунуті на кут  $\varphi = 2\pi/3$ . За цієї умови струми фаз

$$I_A = \frac{U_A}{Z_A}; \quad I_B = \frac{U_B}{Z_B} \quad \text{і} \quad I_C = \frac{U_C}{Z_C}, \quad /8.9/$$

де  $Z_A, Z_B$  і  $Z_C$  – повні опори відповідних фаз, а  $U_A = U_B = U_C = U_\phi$ .

Визначивши кути зсуву фаз струмів відповідно напруг за формулами

$$\cos \varphi_A = \frac{r_A}{Z_A}; \quad \cos \varphi_B = \frac{r_B}{Z_B} \quad \text{і} \quad \cos \varphi_C = \frac{r_C}{Z_C}, \quad /8.10/$$

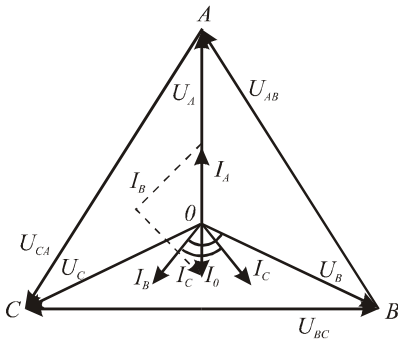


Рис.8.4.

будують векторну діаграму струмів (рис.8.4) і на її підставі визначають струм у нейтральному проводі

$$\bar{I}_0 = \bar{I}_A + \bar{I}_B + \bar{I}_C. \quad /8.11/$$

Таке спрощення розрахунків чотирипровідних кіл допускається тоді, коли несиметрія навантаження не перевищує необхідної точності розрахунків.

Граничним випадком нерівномірного навантаження фаз в чотирипровідній системі трифазного споживача, під'єданого за схемою зірка, є обрив однієї із фаз ( $Z_{\phi}=\infty$ ). Так, при обриві фази  $A$  і симетричному навантаженні не буде струму в споживачі, який живиться від фази  $A$ , а у двох інших фазах, які знаходяться під напругою, струми не зміняться.

Якщо навантаження фаз було нерівномірним, то при обриві фази  $A$  зміняться режими роботи в інших фазах. Дійсно, до обриву фази  $A$  струм в нульовому проводі визначався рівнянням /8.11/, а після обриву ( $I_A=0$ ) буде справедлива рівність

$$\bar{I}_0 + \bar{I}_B + \bar{I}_C = 0. \quad /8.12/$$

Векторна діаграма для цього випадку при навантаженні фаз активними опорами ( $R_B \neq R_C$ ) наведена на рис. 8.5, а. Із діаграми видно, що струм у нульовому проводі значно збільшився і знаходиться у протифазі з геометричною сумою струмів в фазах  $B$  і  $C$ , а фазні і лінійні напруги не змінилися.

На рис. 8.3, б показана векторна діаграма фазних напруг в чотирипровідній системі при нерівномірному навантаженні фаз.

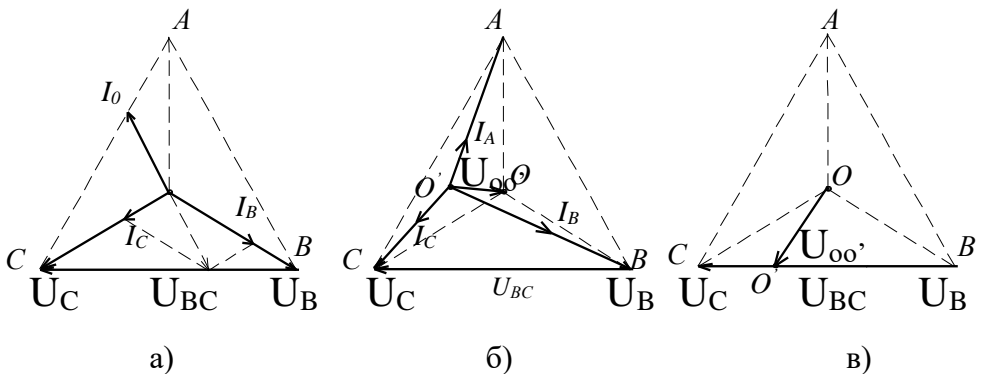


Рис. 8.5

Якщо у такій системі обірвати нульовий провід, то це призведе до ще більшого перерозподілу фазних напруг. Це зумовлене тим, що струм, який протікав по нульовому проводу, дещо вирівнював фазні напруги. При обриві нульового проводу падіння напруг в фазах будуть

прямопропорційними опорам фаз, тобто у фазі з більшим опором напруга буде більшою і навпаки. Між нульовою точкою генератора (трансформатора) і нульовою точкою споживача буде діяти напруга  $U_{00}$ , пропорційна величині струму, який протікав до обриву нульового провада.

На рис. 8.5, б зображена векторна діаграма напруг і струмів для випадку нерівномірного навантаження ( $R_C < R_A < R_B$ ) при обриві нульового провада. Із діаграми видно, що трикутник лінійних напруг залишився без зміни, а зірка фазних напруг змінилась із-за напруги  $U_{00}$ .

Якщо в розглянутій системі додатково виникає обрив, наприклад, фази  $A$ , то фази  $B$  і  $C$  будуть з'єднані послідовно. Фазні струми  $I_B$  і  $I_C$ , які протікатимуть через послідовно з'єднані фазні опори споживача, будуть однаковими, а фазні напруги – прямо пропорційними опорам фаз. Тому на векторній діаграмі (рис. 8.5, в) точка  $O'$  перемістилась на вектор лінійної напруги  $\bar{U}_{BC}$ . Якщо при цьому будемо зменшувати опір фази  $C$ , то точка  $O'$  буде зміщуватись вліво і напруга  $U_{00}$  буде наближатись до фазної напруги джерела живлення.

Отже, при нерівномірному навантаженні фаз і обриві нульового провада величина вузлової напруги  $U_{00}$  буде залежати від співвідношення опорів фаз і може наближатись до фазної напруги. Розподіл напруг між фазами буде також залежати від їх опорів, що погіршить живлення споживачів і порушить нормальний режим їх роботи. Тому в чотирипровідних колах трифазного струму не ставлять запобіжник на нульовому провіді, перегорання якого призведе до перерозподілу (перекосу) фазних напруг.

Чотирипровідні трифазні мережі являються основними в системах електропостачання низької напруги ( $U < 1000$  В). В таких мережах нейтральний провідник заземлюють на трансформаторній підстанції і /повторно/ на опорах ліній електропередач. При цьому побутові споживачі, наприклад, освітлення, побутова техніка, під'єднують до фазної напруги, яка дорівнює 220 В, а силове навантаження – до лінійної напруги 380 В.

В трифазній системі активна і реактивна потужності дорівнюють відповідно сумі активних і реактивних потужностей фаз:

$$P = U_A I_A \cos \varphi_A + U_B I_B \cos \varphi_B + U_C I_C \cos \varphi_C; \quad /8.13/$$

$$Q = U_A I_A \sin \varphi_A + U_B I_B \sin \varphi_B + U_C I_C \sin \varphi_C;$$

і тільки в симетричній системі

$$P = 3U_\phi I_\phi \cos \varphi, \quad Q = 3U_\phi I_\phi \sin \varphi, \quad /8.14/$$

Повна потужність

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2}. \quad /8.15/$$

### **Brief theoretical information**

A set of three electric circuits in which sinusoidal electric currents act. of the same frequency, but shifted in phase from each other by an angle  $2\pi/3$ , and which are created by a common source of electrical energy, is called a three-phase electrical system. Separate electrical circuits that form a three-phase system are called phases .

The set of electric currents acting in a three-phase system of electric circuits is called a three-phase system of electromotive forces, and the set of currents flowing in these circuits is called a three-phase system of currents.

Three-phase systems have become the most widespread in modern electric power. Practically all production, transmission and consumption of electrical energy is carried out in three-phase systems, which is due to such advantages of three-phase systems in comparison with single-phase systems as lower consumption of wires for the transmission of a given power, simplicity of technical implementation of the rotating magnetic field, on the use of which asynchronous and synchronous motors are built - the main consumers of electrical energy.

A three-phase circuit consists of three main elements: a three-phase generator that induces a three-phase E.S. system, a three-phase power transmission line and consumers of electrical energy, which can be both three-phase (electric motors and other industrial installations) and single-phase (single-phase motors, welding transformers, incandescent bulbs, etc.).

Three-phase circuits can be connected by a star or a triangle, and the method of connecting the windings of the generator or transformer does not determine the method of connecting consumers of electrical energy.

The most common is the connection of the windings of the generator (transformer) by a star, when the ends of the windings are connected to one point, which is called neutral point (Fig. 8.1) .

The wires that go from the beginnings of the windings of the generator (transformer) are called linear, and the wire that goes from the neutral point is called neutral or zero, because in a symmetrical system the current in it is zero.

The electromotive forces induced in the windings of the generator (transformer), the voltages on the terminals of these windings and the currents in them are called phase emf. ( $e_A, e_B, e_C$ ), voltages ( $u_A, u_B, u_C$ ) and currents ( $i_A, i_B, i_C$ ), and the voltages between adjacent wires are linear voltages ( $u_{AB}, u_{BC}, u_{CA}$ ) .

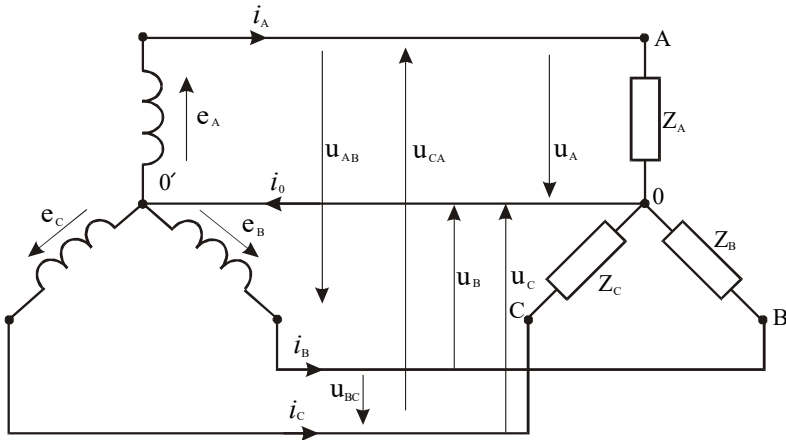


Fig. 8.1

Star connection of a three-phase system can be carried out in two ways: with a neutral wire (four-wire system) and without it (three-wire system). The four-wire system (Fig. 8.1) is most widely used, because it allows connecting three-phase, two-phase and single-phase consumers, ensures independent operation of the phases and has two voltages: phase and line.

If the three-phase system has full resistances  $Z_A = Z_B = Z_C$ , then such a system is called symmetrical. In a symmetrical system  $i_A = i_B = i_C$ , that is, the phase currents are equal in magnitude, but phase-shifted from each

other by an angle  $\frac{2\pi}{3}$ , and are described by the following equations:

$$\begin{aligned} i_A &= I_{mA} \sin \omega t, \\ i_B &= I_{mB} \sin(\omega t - 2\pi/3), \\ i_C &= I_{mC} \sin(\omega t - 4\pi/3), \end{aligned} \quad /8.1/$$

where  $I_{mA}$ ,  $I_{mB}$  and  $I_{mC}$  are the amplitude values of the corresponding phase currents.

Since in a symmetrical three-phase system the total phase resistances are equal, the phase shift angles will also be equal:

$$\cos \varphi_A = \frac{r_A}{Z_A} = \cos \varphi_B = \frac{r_B}{Z_B} = \cos \varphi_C = \frac{r_C}{Z_C}.$$

Under these conditions, the sum of the instantaneous values of the phase currents  $i_A + i_B + i_C = 0$  and the current in the neutral wire  $i_0 = 0$ . So, a three-phase symmetrical system can be three-wire (without a neutral wire).

Applying Kirchhoff's second law for linear circuits, it is possible to determine the instantaneous values of linear voltages through phase voltages, namely:

$$\begin{aligned} u_{AB} &= u_A - u_B, & \bar{U}_{AB} &= \bar{U}_A - \bar{U}_B, \\ u_{BC} &= u_B - u_C, \text{ or } & \bar{U}_{BC} &= \bar{U}_B - \bar{U}_C, \\ u_{CA} &= u_C - u_A, & \bar{U}_{CA} &= \bar{U}_C - \bar{U}_A. \end{aligned} \quad /8.2/$$

Putting these equations together, we find that the sum of both the instantaneous values of the line voltages and the sum of these voltages in vector form is zero.

In fig. 8.2 also shows the vector stress diagrams constructed on the basis of equations /8.2/. The output is a diagram of phase voltages  $\bar{U}_A$ ,

$\bar{U}_B$  and  $\bar{U}_C$ , shifted from each other by an angle  $\frac{2\pi}{3}$  (Fig. 8.2, a).

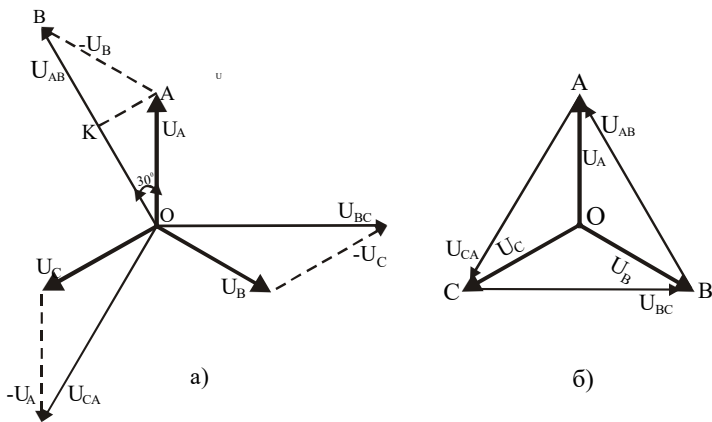


Fig. 8.2.

To determine the ratio between line and phase voltages, let's lower the perpendicular from the end of the vector  $\bar{U}_A$  to the vector  $\bar{U}_{AB}$ . The triangle OAB is isosceles, so the point K divides the side OB in half. From the right triangle OAK we have

$$OK = \frac{1}{2} U_{AB} = U_A \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} U_A \text{ or } U_{AB} = \sqrt{3} U_A / 8.3 /$$

Therefore, in symmetrical in a three-phase system, the line voltages are times greater than the phase voltages  $\sqrt{3}$  and are equal in magnitude (Fig. 8.2, b).

If in a three-phase four-wire system (Fig. 8.1 ) the total resistances of the phases are unequal ( $Z_A \neq Z_B \neq Z_C$ ), what is the case when single-, two-, and three-phase consumers are connected to a three-phase power source , for example, electric lamps and torches, welding machines and transformers and asynchronous motors , or if one of the line wires is broken , the phase voltages at the consumer will be proportional to the total resistances of the phases. This will lead to a current in the neutral wire

$$i_0 = i_A + i_B + i_C \quad / 8.4 /$$

and voltage differences  $U_0$  between points  $0 0'$ .

To better understand this, let's consider the case when consumers are connected to a three-phase four-wire network (Fig. 8.3, a), whose total conductivity is  $Y_A \neq Y_B \neq Y_C$ , and  $U_\phi = U_A = U_B = U_C$ . Under these conditions, the phase  $I_A = U'_A Y_A, I_B = U'_B Y_B$  currents and  $I_C = U'_C Y_C$ . Applying Kirchoff's first law to the point  $O'$  in symbolic form, we write:

$$\dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C = \dot{I}_0. \quad / 8.5 /$$

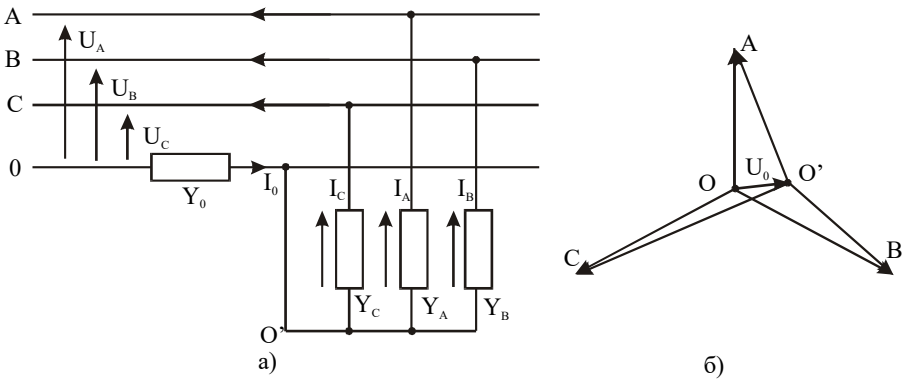


Fig. 8.3

The symbolic method, built on the representation of vectors by complex numbers, in contrast to vector diagrams, allows you to obtain analytical dependencies for calculating alternating sinusoidal current circuits. According to this method, sinusoidal functions, for example, current  $i_A$ , are written in the following form:

$$i_A = I_{mA} \sin(\omega t + \psi_i) = I_{mA} e^{j(\omega t + \psi_i)} = I_{mA} e^{j\omega t} \cdot e^{j\psi_i} = \dot{I}_A e^{j\omega t},$$

where is  $\dot{I}_A = I_{mA} e^{j\psi_i}$  – the complex amplitude of the current,  $\psi_i$  – the initial phase of the current.

Using the symbolic method, the currents included in the equation / 8.5/ can be expressed in terms of the corresponding conductivities and voltages. Denoting the phase voltages of the power source by  $\dot{U}_A, \dot{U}_B, \dot{U}_C$ , and the voltages on consumers by  $\dot{U}'_A, \dot{U}'_B, \dot{U}'_C$ , we obtain



$$\begin{aligned}
\dot{I}_0 &= \dot{U}_0 Y_0; \\
\dot{I}_A &= \dot{U}'_A Y_A = (\dot{U}_A - \dot{U}_0) Y_A; \\
\dot{I}_B &= \dot{U}'_B Y_B = (\dot{U}_B - \dot{U}_0) Y_B; \\
\dot{I}_C &= \dot{U}'_C Y_C = (\dot{U}_C - \dot{U}_0) Y_C.
\end{aligned}
\tag{8.6}$$

Putting these equations together, we will have

$$\dot{U}_A Y_A + \dot{U}_B Y_B + \dot{U}_C Y_C = \dot{U}_0 (Y_A + Y_B + Y_C + Y_0),$$

where

$$\dot{U}_0 = \frac{\dot{U}_A Y_A + \dot{U}_B Y_B + \dot{U}_C Y_C}{Y_A + Y_B + Y_C + Y_0}.$$

Equation / 8.7/ allows you to determine the voltage between the neutral points  $\dot{U}_0$  based on the phase voltages of the power source and the conductivities  $Y_A, Y_B, Y_C, Y_0$ , knowing which, the voltages on the consumers and the currents in each of them can be found using the formulas.

In fig. 8.3 b shows the voltage  $\dot{U}_0$  vector diagram, which can be constructed if we determine according to the formula / 8.7/, and which shows the displacement of the neutral point at consumers. This leads to an overvoltage on phase C and a significant decrease in the voltage of phase A, which is undesirable, and in case of a significant change, it is unacceptable.

If there is no neutral wire (broken wire), then formula /8.7/ should be taken into account  $Y_0 = 0$ , which will lead to an increase in the distortion of phase voltages on electricity consumers. Therefore, when designing power supply networks, they try to ensure uniform loading of phases.

If the load is symmetrical, which happens when it is asynchronous and synchronous motors and other three-phase devices, then the current in the neutral (zero) wire  $I_0 = 0$ . Therefore, three-phase AC motors and other three-phase devices are connected to the power supply network with three-core cables (three wires).

With a symmetrical load, there is no need to calculate the currents of all phases, but only one is enough. Calculations are based on Ohm's law

$$I_A = I_B = I_C = I_\phi = \frac{U_\phi}{Z_\phi} \text{ and } \cos \varphi_\phi = \frac{r_\phi}{Z_\phi}, / 8.8 /$$

where  $r_\phi$  both  $Z_\phi$  – active and full phase resistance.

In the case of an asymmetric load, which happens when asynchronous motors, lighting, welding transformers, etc. are connected to the same network, the currents of each phase are determined as described above.

Since the resistance of the neutral wire  $Z_0$  is much smaller than the resistance of the phases and, they are sometimes neglected in calculations, that is, they are considered  $Z_0 = 0$ . In this case, the voltages on consumers are equal and shifted by an angle  $\varphi = 2\pi/3$ . Under this condition, the phase currents

$$I_A = \frac{U_A}{Z_A}; I_B = \frac{U_B}{Z_B} \text{ and } I_C = \frac{U_C}{Z_C}, / 8.9 /$$

where  $Z_A, Z_B$  and  $Z_C$  – the total resistances of the corresponding phases, a  $U_A = U_B = U_C = U_\phi$ .

Having determined the phase shift angles of the currents, respectively, the voltages for formulas

$$\cos \varphi_A = \frac{r_A}{Z_A}; \cos \varphi_B = \frac{r_B}{Z_B} \text{ and } \cos \varphi_C = \frac{r_C}{Z_C}, / 8.10 /$$

construct a vector diagram of currents (Fig. 8.4) and on its basis determine the current in the neutral wire

$$\bar{I}_0 = \bar{I}_A + \bar{I}_B + \bar{I}_C. / 8.11 /$$

Such a simplification of the calculations of four-wire circuits is allowed when the asymmetry of the load does not exceed the required accuracy of the calculations.

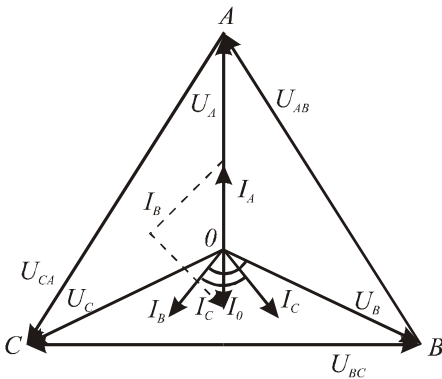


Fig. 8.4.

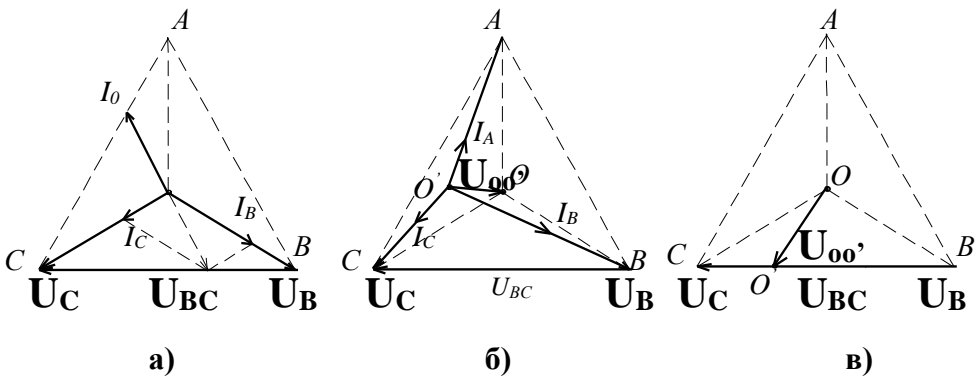
The extreme case of an uneven load of phases in a four-wire system of a three-phase consumer connected according to the star scheme is the interruption of one of the phases ( $Z_{\phi} = \infty$ ). So, if phase *A* breaks and there is a symmetrical load, there will be no current in the consumer, which is powered by phase *A*, and in the other two phases that are under voltage, the currents will not change.

If the load of the phases was uneven, then when phase *A* breaks, the modes of operation in the other phases will change. Indeed, before the interruption of phase *A*, the current in the neutral wire was determined by the equation /8.11/, and after the interruption ( $I_A = 0$ ) the equality will be valid

$$\bar{I}_0 + \bar{I}_B + \bar{I}_C = 0. \tag{8.12}$$

The vector diagram for this case when the phases are loaded with active resistances ( $R_B \neq R_C$ ) is shown in Fig. 8.5, a. The diagram shows that the current in the neutral wire has increased significantly and is in antiphase with the geometric sum of the currents in phases *B* and *C*, while the phase and line voltages have not changed.

In fig. 8.3, b shows the vector diagram of phase voltages in a four-wire system with uneven phase loading.



**Fig. 8.5**

If the neutral wire is broken in such a system, it will lead to an even greater redistribution of phase voltages. This is due to the fact that the current that flowed through the neutral wire somewhat equalized the phase

voltages. If the neutral wire breaks, the voltage drop in the phases will be directly proportional to the phase resistances, that is, the voltage will be higher in the phase with higher resistance and vice versa. Between the zero point of the generator (transformer) and the zero point of the consumer, there will be a voltage  $U_{00'}$  proportional to the amount of current that flowed before the break of the neutral wire.

In fig. 8.5, b shows the vector diagram of voltages and currents for the case of an uneven load ( $R_C < R_A < R_B$ ) when the neutral wire breaks. It can be seen from the diagram that the triangle of line voltages remained unchanged, and the star of phase voltages changed due to the voltage  $U_{00'}$ .

If there is an additional break in the considered system, for example, phase A, then phases B and C will be connected in series. The phase currents  $I_B$  and  $I_C$ , which will flow through the series-connected phase resistances of the consumer, will be the same, and the phase voltages will be directly proportional to the phase resistances. Therefore, on the vector diagram (Fig. 8.5, c), the point  $O'$  has moved to the linear voltage vector  $\overline{U}_{BC}$ . If at the same time we reduce the resistance of phase C, then the point  $O'$  will shift to the left and the voltage  $U_{00'}$  will approach the phase voltage of the power source.

Therefore, with an uneven load of the phases and a break in the neutral wire, the value of the nodal voltage  $U_{00'}$  will depend on the phase resistance ratio and may approach the phase voltage. The distribution of voltages between phases will also depend on their resistances, which will worsen the power supply of consumers and disrupt their normal operation. Therefore, in four-wire circuits with three-phase current, do not put a fuse on the zero wire, the blowing of which will lead to redistribution (distortion) of phase voltages.

Four-wire three-phase networks are the main ones in low-voltage power supply systems ( $U < 1000$  V). In such networks, the neutral conductor is grounded at the transformer substation and /again/ at the poles of the power lines. At the same time, household consumers, for example, lighting, household appliances, are connected to the phase voltage, which is equal to 220 V, and the power load - to the line voltage of 380 V.

In a three-phase system, the active and reactive powers are equal, respectively, to the sum of the active and reactive powers of the phases :

$$P = U_A I_A \cos \varphi_A + U_B I_B \cos \varphi_B + U_C I_C \cos \varphi_C; \quad /8.13/$$

$$Q = U_A I_A \sin \varphi_A + U_B I_B \sin \varphi_B + U_C I_C \sin \varphi_C;$$

and only in a symmetric system

$$P = 3U_\phi I_\phi \cos \varphi, \quad Q = 3U_\phi I_\phi \sin \varphi, \quad /8.14/$$

Full power

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2}. \quad /8.15/$$

### 8.3. Програма роботи

1. Дослідити роботу трифазної системи при рівномірному навантаженні фаз з нульовим проводом і без нього.
2. Дослідити роботу трифазної системи при нерівномірному навантаженні фаз з нульовим проводом і без нього.
3. Дослідити роботу трифазної системи при обриві одного лінійного проводу і нерівномірному навантаженні фаз з нульовим проводом та без нього.
4. Зробити висновки про роль нульового проводу у вказаних режимах роботи на підставі побудованих векторних діаграм.

#### *Work program*

1. Explore the operation of a three-phase system with a uniform load of phases with and without a neutral wire.
2. Explore the operation of a three-phase system with an uneven load of phases with and without a neutral wire.
3. Explore the operation of a three-phase system when one linear wire is broken and the phases are unevenly loaded with and without a neutral wire.
4. Draw conclusions about the role of the neutral wire in the specified operating modes based on the constructed vector diagrams.

## 8.4. Опис лабораторної установки

Дослідження проводяться на лабораторному стенді УИЛС, в якому передбачено:

- джерело трьох незв'язаних фазних напруг з можливістю їх регулювання;
- блок змінних і набір постійних опорів;
- цифрові вимірювальні прилади.

Схема електричного кола для дослідження трифазних систем наведена на рис.8.6.

Для з'єднання елементів кола використовують набір проводів, а також перемички лабораторного стенда. Схему складають на набірному полі. Вимірювання напруг і струмів здійснюють по чергово одним вольтметром і одним амперметром.

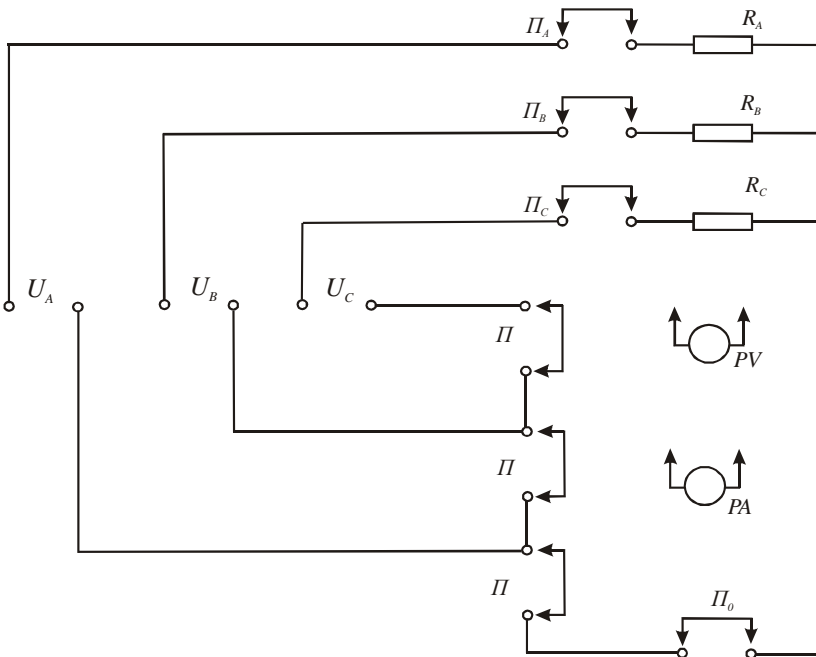


Рис.8.6

## Description of the laboratory installation

The research is conducted at the laboratory stand of UILS, which provides:

- a source of three unconnected phase voltages with the possibility of their adjustment;
- a block of variables and a set of constant resistances;
- digital measuring devices.

The circuit diagram for the study of three-phase systems is shown in Fig. 8.6.

of wires, as well as jumpers of the laboratory stand, are used to connect the elements of the circle. The scheme is drawn up on the typing field. Voltages and currents are measured alternately with one voltmeter and one ammeter.

### 8.5. Порядок виконання роботи

1. За вказівкою викладача вибрати опори  $R_A$ ,  $R_B$  і  $R_C$ . Електричним омметром виміряти їх опори і дані вимірювань занести до звіту.

2. Скласти на набірному полі електричну схему згідно рис. 7.6. За вказівкою викладача почергово встановити рівні величини фазних напруг, користуючись електронним вольтметром зі щупами.

3. Встановити режими рівномірного навантаження ( $R_A=R_B=R_C$ ) в чотирипровідній системі. Виміряти лінійні та фазні напруги. Після почергово знімаючи перемички  $П_A$ ,  $П_B$ ,  $П_C$  і  $П_0$  виміряти струми в фазах і нульовому проводі. Наявність струму в нульовому проводі буде свідчити про нерівномірне навантаження фаз. Тому його треба вимірювати з максимальною точністю. Результати вимірювань занести в табл.1.

4. Зняти перемичку  $П_0$  і провести вимірювання, вказані в п. 3. Дані вимірювань занести в табл.1.

Таблиця 1

Варіанти трифазного кола	Вимірювання											Обчислення						
	$I_A,$ мА	$I_B,$ мА	$I_C,$ мА	$I_0,$ мА	$U_A$ В	$U_B$ В	$U_C$ В	$U_{AB}$ В	$U_{BC}$ В	$U_{CA}$ В	$U_{00}$ В	$R_A$ Ом	$R_B$ Ом	$R_C$ Ом	$P_A$ Вт	$P_B$ Вт	$P_C$ Вт	$P$ Вт
Рівномірне навантаження з нульовим проводом																		
Рівномірне навантаження без нульового провoda																		
Нерівномірне навантаження з нульовим проводом																		
Нерівномірне навантаження без нульового провoda																		
Без одного лінійного провoda із нульовим проводом																		
Без одного лінійного провoda і без нульового провoda																		



5. Створити режим нерівномірного навантаження. Для чого збільшити опір в одній фазі, зменшити у другій і залишити незмінним у третій. Величини опорів занести до звіту. Поставити перемичку  $\Pi_0$  і провести вимірювання згідно п. 3. Дані вимірювань занести в табл.1.

6. Зняти перемичку  $\Pi_0$ , повторити вимірювання і їх результати занести в табл.1.

7. Для створення режиму обриву фази  $A$  необхідно поставити перемичку  $\Pi_0$  і зняти перемичку  $\Pi_A$ . Провести вимірювання напруг і струмів. Дані занести в табл.1.

8. Зняти перемичку  $\Pi_0$ , провести вимірювання напруг і струмів. Результати вимірювань занести в табл.1.

9. На підставі експериментальних даних обчислити опори фаз, порівняти їх з виміряними значеннями і зробити висновки щодо точності експериментів. Окрім того, за формулами /7.13/ обчислити потужності і оцінити вплив нульового провода на їх величину.

10. За експериментальними і розрахунковими даними побудувати векторні діаграми напруг і струмів для всіх режимів роботи трифазної системи.

11. Зробити висновки про вплив нульового провода на досліджені режими роботи.

### ***The order of work***

1. According to the instruction of the teacher, choose the resistance  $R_A$ ,  $R_B$  and  $R_C$ . Measure their resistances with an electric ohmmeter and record the measurement data in the report.

2. Draw an electrical diagram according to fig. 8.6. At the instruction of the teacher, alternately set equal values of the phase voltages, using an electronic voltmeter with probes.

3. Set the uniform load modes ( $R_A = R_B = R_C$ ) in the four-wire system. Measure line and phase voltages. After alternately removing the jumpers  $\Pi_A$ ,  $\Pi_B$ ,  $\Pi_C$  and  $\Pi_0$ , measure the currents in the phases and the neutral wire. The presence of current in the neutral wire will indicate an uneven load of the phases. Therefore, it should be measured with maximum accuracy. The results of the measurements are listed in Table 1.

4. Remove the jumper  $\Pi_0$  and carry out the measurements specified in point 3. Enter the measurement data in table 1.

Table 1

Variants of a three-phase circuit	Measurement											Calculation						
	$I_A$ mA	$I_B$ , mA	$I_C$ , mA	$I_0$ , mA	$U_A$ V	$U_B$ V	$U_C$ V	$U_{AB}$ V	$U_{BC}$ V	$U_{CA}$ V	$U_{00}$ V	$R_A$ Ohm	$R_B$ Ohm	$R_C$ Ohm	$P_A$ W	$P_B$ W	$P_C$ W	$P_W$
Uniform load with neutral wire																		
Uniform load without neutral wire																		
Uneven load with neutral wire																		
Uneven load without neutral wire																		
Without one linear wire with a neutral wire																		
Without one linear wire and without neutral send off																		

5. Create an uneven load mode. Why increase the resistance in one phase, reduce it in the second and leave it unchanged in the third. Enter the resistance values in the report. Put the jumper  $II_0$  and measure according to point 3. Enter the measurement data in table 1.

6. Remove jumper  $II_0$ , repeat measurements and enter their results in table 1.

7. To create a mode of interruption of phase A, it is necessary to put the jumper  $II_0$  and remove the jumper  $II_A$ . Measure voltages and currents. The data are entered in Table 1.

8. Remove jumper  $II_0$ , measure voltages and currents. The results of the measurements are listed in Table 1.

9. Based on the experimental data, calculate the phase resistances, compare them with the measured values and draw conclusions about the accuracy of the experiments. In addition, according to the formulas /8.13/, calculate the powers and evaluate the influence of the neutral wire on their value.

10. Based on experimental and calculated data, construct vector diagrams of voltages and currents for all operating modes of a three-phase system.

11. To draw conclusions about the influence of the neutral wire on the studied modes of operation.

## 8.6. Контрольні запитання

1. Яке з'єднання називають з'єднанням зіркою ?
2. Які напруги називають лінійними і які - фазними?
3. Яке існує співвідношення між лінійними і фазними напругами ?
4. В якому випадку не буде струму в нульовому проводі ?
5. Чому нульовий провід під'єднують до споживачів без запобіжника ?
6. Як зміниться режим роботи трифазної симетричної системи при обриві нульового провода ?
7. Як зміниться режим роботи трифазної несиметричної системи при обриві нульового провода ?
8. Що відбудеться в трифазній чотирипровідній симетричній системі при обриві фазного провода ?
9. Що відбудеться в трифазній чотирипровідній системі при обриві нульового і фазного проводів ?

10. Як вираховують активну потужність в трифазній системі при нерівномірному навантаженні ?

### ***Control questions***

1. What connection is called a star connection?
2. Which voltages are called linear and which - phase?
3. What is the relationship between line and phase voltages?
4. In which case will there be no current in the neutral wire?
5. Why is the neutral wire connected to consumers without a fuse?
6. How will the mode of operation of a three-phase symmetrical system change if the neutral wire breaks?
7. How will the mode of operation of a three-phase asymmetric system change when the neutral wire breaks?
8. What will happen in a three-phase four-wire symmetrical system when a phase wire breaks?
9. What will happen in a three-phase four-wire system if the neutral and phase wires are broken?
10. How do you calculate the active power in a three-phase system with an uneven load?