

Сафоник А. П., д.т.н., професор (Національний університет водного господарства та природокористування, м. Рівне), **Полюхович С. О., аспірант** (Національний університет водного господарства та природокористування, м. Рівне)

РОЗРОБКА МОДЕЛІ, АЛГОРИТМУ ТА ПРОГРАМНОГО КОМПЛЕКСУ ДЛЯ АНАЛІЗУ ТА ОПТИМІЗАЦІЇ СИСТЕМИ АЕРОБНОГО ОЧИЩЕННЯ СТІЧНИХ ВОД

Розглядається розробка та впровадження модельно-алгоритмічного комплексу для системи аеробного очищення стічних вод. Досліджено ефективність системи, враховуючи аеробні процеси та динаміку очищення протягом часу. Результати включають розроблені моделі, алгоритми та висновки щодо оптимізації процесу очищення стічних вод.

Ключові слова: модель аеробної очистки; біомаса; біореактор; забруднення; біологічно неокислена речовина; алгоритм розв'язання задачі біологічної очистки, рдере.

Актуальність теми. Створення комплексу моделей та алгоритмів для оптимізації системи аеробного очищення стічних вод визначається серйозністю екологічних та технічних викликів у галузі обробки стоків. Зростаючий об'єм стічних вод, походження яких пов'язане з різноманітними джерелами, вимагає вдосконалення технологій очищення для відповіді на суворі стандарти якості води та виклики збереження навколишнього середовища.

Наявні екологічні проблеми, як-от забруднення водойм, викиди важких металів та хімічних сполук, а також зміни клімату, роблять актуальними дослідження, спрямовані на вдосконалення та оптимізацію систем очищення стічних вод. Це стає ключовим для забезпечення безпеки та сталості водних екосистем та здоров'я людей.

Протягом останніх років було проведено значну кількість наукових досліджень у сфері моделювання біохімічних очисних споруд для стічних вод. Ці дослідження відкрили нові горизонти щодо розуміння процесів очищення води, тепло-масопереносу та впливу змінних параметрів, необхідних для автоматизованого контролю виробничої продуктивності. Деякі моделі розглядають очищення стічних вод як технологічний процес, фокусуючись на



деталях механічних конструкцій та ігноруючи динаміку часу роботи фільтрів. У інших моделях розглядається взаємозв'язок між активним мулом і домішками, проте не враховується система взаємодіючих параметрів або складність динаміки процесу [3; 4; 6].

Створення модельно-алгоритмічного комплексу є кроком у напрямку ефективного управління процесами очищення, що може призвести до зменшення енерговитрат, оптимізації витрат сировини та вдосконалення загальної ефективності систем очищення стічних вод. Такі дослідження мають важливе значення для сталого розвитку та забезпечення екологічно чистого стану водних ресурсів у світі.

Метою статті є розробка та впровадження модельно-алгоритмічного комплексу для системи аеробного очищення стічних вод. Основні завдання включають створення математичних моделей для точного відображення процесів очищення, розробку оптимальних алгоритмів управління, оптимізацію технологічних процесів для зменшення витрат енергії та ресурсів, та реалізацію ефективної системи управління, яка забезпечить максимальний рівень очищення та відповідає сучасним екологічним стандартам.

Викладення основного матеріалу. Розглянемо процес очищення рідини від органічних забруднень, використовуючи біопрепарат. За даними літературних джерел, етапи цього процесу включають розкладання органічних забруднень бактеріями, зростання та відмирання бактерій, вироблення поверхнево-активних речовин бактеріями, трансформацію органічних забруднень у біологічно неокислені речовини, переміщення бактерій з урахуванням процесів сорбції та десорбції, а також переміщення біологічно неокисленої речовини з рідиною, враховуючи її сорбцію, десорбцію та дифузію (рис. 1). Для моделювання динаміки бактеріальної популяції з урахуванням відмирання клітин мікроорганізмів можна використовувати рівняння, аналогічні рівнянням Моно [2; 5].

$$\frac{\partial B}{\partial t} = \frac{\mu_{\max} U}{U + K_s} B - \lambda B, \quad (1)$$

де B – концентрація бактерій, μ_{\max} – максимальна швидкість росту бактерій, U – концентрація забруднення (субстрату) в рідині, K_s – константа спорідненості субстрату до мікроорганізму, λ – швидкість відмирання клітин.

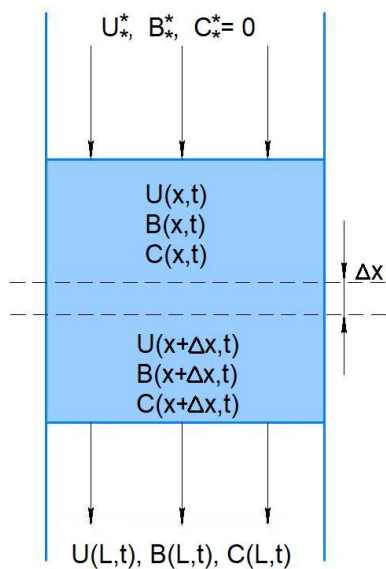


Рис. 1. Схематичне зображення процесу аеробного очищення

При урахуванні переміщення бактерій разом із забрудненням у пористому середовищі можна сформулювати відповідне рівняння для опису процесів росту, відмирання та перенесення бактерій, аналогічне рівнянню [3]:

$$\frac{\partial B}{\partial t} = \frac{\mu_{\max} U}{U + K_s} B - \lambda B - \frac{v}{\sigma_e} \frac{\partial B}{\partial x}, \quad (2)$$

де v – швидкість руху речовини, σ_e – ефективна пористість ($\sigma_e = k_a \rho + \sigma$, k_a – коефіцієнт адсорбції бактерій, ρ – густина середовища, σ – пористість).

Процес очищення рідини від забруднень включає їх розкладання бактеріями та фільтрування біологічно неокислювальних речовин, що призводить до зменшення їх кількості. Розкладання може бути описане за допомогою рівняння типу Моно, тоді як

вимивання може бути охарактеризоване рівнянням конвективного переносу [8]. Поєднання цих процесів дозволяє визначити динаміку зміни концентрації забруднення з плином часу:

$$\frac{\partial U}{\partial t} = -\frac{1}{q} \frac{\mu_m U}{U + K_s} B - \frac{v \sigma}{\rho} \frac{\partial C}{\partial x}. \quad (3)$$

У даному виразі q – це коефіцієнт, що визначає взаємозв'язок між кількістю утворених клітин при поглинанні субстрату, C – концентрація біологічно неокисненої речовини.

В більшості випадків можна припустити, що бактерії паралельно синтезують поверхнево-активні речовини під час розкладання вуглеводнів, тобто деяка частина вуглеводнів використовується для виробництва поверхнево-активних речовин. Аналогічно до попереднього рівняння, використовуючи рівняння типу Моно, можна сформулювати рівняння, яке описує зміну концентрації біологічно неокисненої речовини:

$$\sigma \frac{\partial C}{\partial t} = \frac{1}{\rho q_s} \frac{\mu_m U}{K_s + U} B - v \frac{\partial C}{\partial x} - \beta C + D_c \frac{\partial^2 C}{\partial x^2}. \quad (4)$$

У цьому рівнянні q_s – це коефіцієнт, що встановлює залежність між кількістю утвореної органічної неокисної речовини з поглинутого субстрату, β – коефіцієнт, який визначає кількість частинок

біологічної неокисної речовини, які затримуються фільтром [1; 7]. Також у рівнянні присутній коефіцієнт дифузії – D_c і $D_c = b_c \varepsilon$, $0 < b_c \leq 1$, ε – малий параметр.

Система диференціальних рівнянь (2), (3) та (4) описує комплексні зміни концентрацій бактерій, органічних та біологічно неокисних речовин у пористому середовищі. Для врахування взаємодії характеристик середовища та процесу використовується запізнення за часом у відповідних рівняннях. Це стратегічне використання запізнення дозволяє розщепити початкову «сильно нелінійну» задачу на більш прості, нелінійні завдання. Запізнення завжди є характерним елементом реальних систем, виникає через різноманітні причини, такі як час, необхідний для переміщення забруднених речовин. У цій модельній задачі, із врахуванням запізнення, будь-яка зміна зовнішніх факторів, таких як збільшення концентрації забруднення чи бактерій, відбувається лише після закінчення певного періоду часу (часу запізнення $\tau > 0$).

$$\begin{cases} \frac{\partial B}{\partial t} = \Phi(U(x, t - \tau))B - \lambda B - \frac{v}{\sigma_e} \frac{\partial B}{\partial x}, \\ \frac{\partial U}{\partial t} = -\frac{1}{q} \Phi(U(x, t - \tau))B - \frac{v\sigma}{\rho} \frac{\partial C}{\partial x}, \\ \sigma \frac{\partial C}{\partial t} = \frac{1}{\rho q_s} \Phi(U(x, t - \tau))B - v \frac{\partial C}{\partial x} - \beta C + D_c \frac{\partial^2 C}{\partial x^2}, \end{cases} \quad (5)$$

$$B|_{x=0} = B^*(t), \quad U|_{x=0} = U^*(t), \quad C|_{x=0} = 0,$$

$$\left. \frac{\partial B}{\partial x} \right|_{x=L} = 0, \quad \left. \frac{\partial U}{\partial x} \right|_{x=L} = 0, \quad \left. \frac{\partial C}{\partial x} \right|_{x=L} = 0, \quad (6)$$

$$B|_{t=0} = 0, \quad C|_{t=0} = 0, \quad U|_{t=\tilde{t}} = 0, \quad -\tau \leq \tilde{t} \leq 0,$$

де L – довжина фільтра, $\Phi(U) = \frac{\mu_{\max} U}{U + K_s}$.

Моделювання буде виконано в середовищі MATLAB з використанням М-функції `ode`, яка призначена для розв'язання систем часткових диференціальних рівнянь (ЧДР). Для розв'язання задачі (5) за умов (6) потрібно перетворити вихідні дані у відповідний код MATLAB, який визначатиме систему ЧДР, відповідні початкові та граничні умови, а також параметри розв'язку, такі як часовий інтервал та кроки по простору. Якщо при розв'язанні виникають помилки, може знадобитися скоротити часовий інтервал для отримання задовільного розв'язку.

Планується отримати значення шуканої функції на всіх часових шарах, визначити абсолютні та відносні похибки порівняно з точним розв'язком, побудувати графіки.

Команди в Matlab

```
V=5; c1=1;
b=1/(0.000278); c2=1;
l=1/1.44; c3=s;
se=5; f1=0;
s=0.37; f2=0;
mm=1/60; f3=D3*DuDx(3);
Ks=0.1; s1=F*u(1)-l*u(1)-V/se*DuDx(1);
bU=1.25*10^-4; s2=(-1/q)*F*u(1)-(V*s/ro)*DuDx(3);
bC=2*10^-4; s3=(1/(ro*qs))*F*u(1)-b*u(3)-
ro=1.5*10^6; V*DuDx(3);
q=2*10^-9; c = [c1; c2; c3];
qs=4*10^11; f = [f1; f2; f3];
D3=10^-6; s = [s1; s2; s3];
F=(mm*u(2))/((u(2) +Ks));
```

Щоб активувати функцію `pdepe`, виконаємо такий код, який запустить обчислення для одного кроку. Після завершення всіх кроків обчислень, ми можемо візуалізувати результати за допомогою стандартних засобів побудови графіків.

```
m = 0;
x = linspace(0,1,100);
t = linspace(0,10,100);
sol = pdepe(m,@pdex2pde,@pdex2ic,@pdex2bc,x,t);
u1 = sol(:,:,1);
u2 = sol(:,:,2);
u3 = sol(:,:,3);
```

Результати числових експериментів. Наведемо результати розрахунків при $B_*^*(t) = 10$ кл/мл, $U_*^*(t) = 0.005$ г/г, $L = 5$ м, $v = 5$ м/год, $\beta = 36^{-1}$ с $^{-1}$, $\lambda = 0.06$ доб $^{-1}$, $\sigma_e = 5$, $\sigma = 0.37$, $\mu_m = 2.5$ доб $^{-1}$, $K_s = 0.1$ г/г, $b_U = 1.25 \cdot 10^{-4}$ м 2 /год, $b_C = 2 \cdot 10^{-4}$ м 2 /год, $\rho = 1.5$ г/см 3 , $q = 2 \cdot 10^{-9}$ кл/г, $q_s = 4 \cdot 10^{11}$ кл/г.

На малюнках 2 та 3 представлені розподіли концентрації забруднення на виході з фільтру та вздовж нього відповідно. З аналізу цих графіків видно, що фільтр майже не виконує своєї функції протягом певного періоду часу, який називається «зарядкою» фільтру. Під час цього періоду утворюються біологічно активні елементи, які сприяють процесу очищення стічних вод. Це

підтверджується на рисунках 4 та 5, де показано формування бактерій під час «зарядки» фільтру.

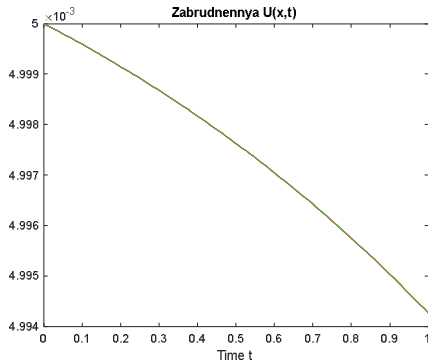


Рис. 2. Розподіл концентрації забруднення на виході фільтра

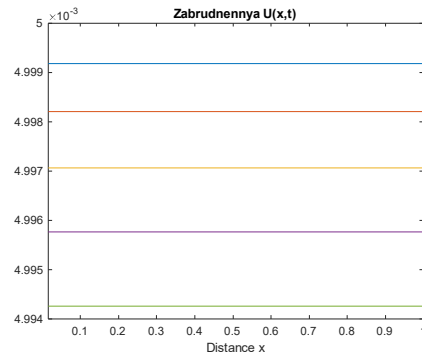


Рис. 3. Розподіл концентрації забруднення вздовж фільтра у різні моменти часу

З цього моменту починається інтенсивне розмноження бактерій, і можна припинити їх подачу, оскільки вже виявлено наявність достатньої кількості біологічно активних елементів для подальшого ефективного очищення стічних вод.

З аналізу рисунків 6 та 7 можна зробити висновок, що протягом тривалого періоду концентрація біологічно неокисної речовини на виході з фільтру майже не змінювалась. Водночас вздовж фільтра протягом того ж часу концентрація збільшувалась практично за лінійним законом. Це може пояснюватися зростанням кількості бактерій, що сформувалися протягом періоду «зарядки» фільтру (як показано на рисунках 4 та 5), що призвело до збільшення кількості біологічно неокисної речовини.

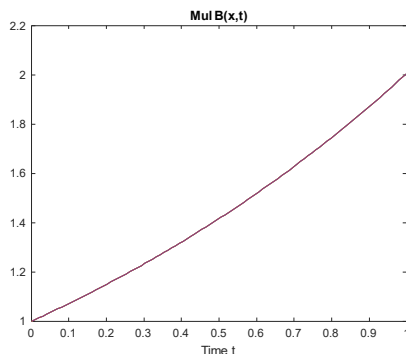


Рис. 4. Розподіл концентрації бактерій на виході фільтра

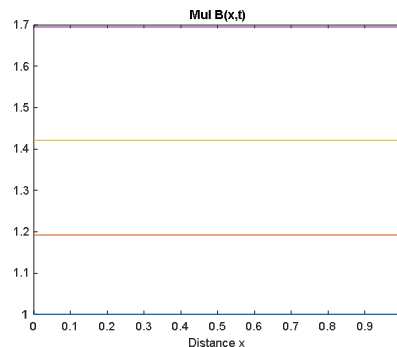


Рис. 5. Розподіл концентрації бактерій вздовж фільтра у різні моменти

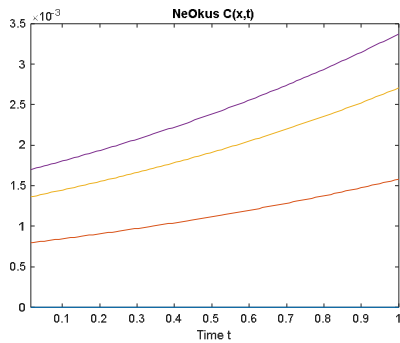


Рис. 6. Розподіл концентрації біологічно неокисної речовини на виході фільтра у різні моменти

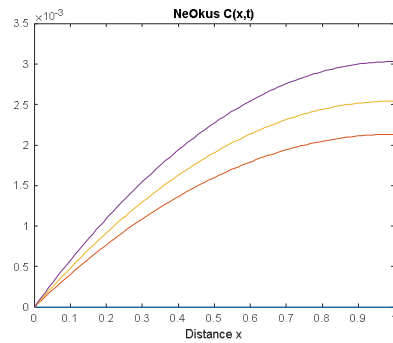


Рис. 7. Розподіл концентрації біологічно неокисної речовини вздовж фільтра у різні моменти часу

Висновок. У результаті проведеного дослідження був розроблений модельно-алгоритмічний комплекс для системи аеробного очищення стічних вод. Під час детального аналізу виявлено, що протягом певного періоду часу, який був відзначений як «зарядка» фільтра, фільтр майже не виконував своєї функції. Однак, протягом цього часу утворювалися біологічно активні елементи, які сприяли подальшому процесу очищення стічних вод.

Починаючи з моменту «зарядки» фільтра, відбувалось інтенсивне розмноження бактерій, що призводило до збільшення кількості біологічно неокисної речовини. Зміни концентрацій, виявлені в ході дослідження, свідчать про ефективність системи після початкового періоду.

Отримані результати можуть бути використані для подальшої оптимізації та вдосконалення систем аеробного очищення стічних вод з метою підвищення їхньої продуктивності та надійності. Це може включати в себе вдосконалення технологічних процесів, а також розробку нових методів контролю та регулювання параметрів системи з метою забезпечення більш ефективної роботи та зменшення впливу негативних факторів на довкілля.

1. Vlasyuk A. P., Ilkiv I. V. Numerical modeling of the interconnected processes moisture and heat and mass transfer in two-layer soil. *XXXV International conference problems of decision making under uncertainties*, Sheki, Republic of Azerbaijan., May 11–15, 2020. P. 104–105. 2. Safonyk A., Ilkiv I. Analysis of spatial nonlinear systems of diffusion type with delay. *International Journal of Applied Mathematics*. 2021. Vol. 34, No. 5. P. 1013–1029. doi: <http://dx.doi.org/10.12732/ijam.v34i5.9>. 3. Safonyk A. and Prysiazniuk O. Modeling and simulation in engineering modeling of the electrocoagulation processes in nonisothermal conditions. *Modelling and Simulation in Engineering*. 2019.



Vol. 2019. Article ID 9629643, 6 pages. **4.** Safonyk A. P., Hrytsyna O. O., Voloshchuk V. A., Sereda V. V. Mathematical modelling of heat and mass transfer processes in wastewater biological treatment systems. *Power and Chemical Engineering* : Proceedings of the International Symposium on, June 29–July 02, 2018. Sofia, Bulgaria, 2018. Pp. 106–112. **5.** Власюк А. П., Ільків І. В. Чисельне моделювання взаємозв'язаних процесів волого-тепло-масопереносу в ґрунті при наявності вертикального дренажу. *Сучасні проблеми математичного моделювання, прогнозування та оптимізації* : тези доповідей 9-ї Міжнародної наукової конференції. Кам'янець-Подільський : Кам'янець-Подільський національний університет імені Івана Огієнка, 2020. С. 33–35. **6.** Ластовецький Дмитро, Сафоник Андрій, Полухович Сергій. Інноваційні підходи до керування та моніторингу систем біологічного очищення стічних вод. *Modeling Control and Information Technologies*. 2023. № 6. Р. 218–220. 10.31713/MCIT.2023.067. **7.** Сафоник А. П., Грицюк І. М., Таргоній І. М., Ільків І. В. Динамічна оптимізація системи автоматичного керування технологічним процесом очищення води. *Біоніка інтелекту* : наук.-техн. журнал. 2021. № 2(97). С. 50–61. **8.** Сафоник А. П., Ільків І. В. Оптимізація системи автоматизованого керування процесом очищення води. *Інформаційні технології та комп'ютерне моделювання* : матеріали міжнародної науково-практичної конференції 5–10 липня 2021 року Івано-Франківськ. С. 164–165.

REFERENCES:

1. Vlasyuk A. P., Ilkiv I. V. Numerical modeling of the interconnected processes moisture and heat and mass transfer in two-layer soil. *XXXV International conference problems of decision making under uncertainties*, Sheki, Republic of Azerbaijan., May 11–15, 2020. P. 104–105. **2.** Safonyk A., Ilkiv I. Analysis of spatial nonlinear systems of diffusion type with delay. *International Journal of Applied Mathematics*. 2021. Vol. 34, No. 5. P. 1013–1029. doi: <http://dx.doi.org/10.12732/ijam.v34i5.9>. **3.** Safonyk A. and Prysiazhniuk O. Modeling and simulation in engineering modeling of the electrocoagulation processes in nonisothermal conditions. *Modelling and Simulation in Engineering*. 2019. Vol. 2019. Article ID 9629643, 6 pages. **4.** Safonyk A. P., Hrytsyna O. O., Voloshchuk V. A., Sereda V. V. Mathematical modelling of heat and mass transfer processes in wastewater biological treatment systems. *Power and Chemical Engineering* : Proceedings of the International Symposium on, June 29–July 02, 2018. Sofia, Bulgaria, 2018. Pp. 106–112. **5.** Vlasiuk A. P., Ilkiv I. V. Chyselne modeliuвання vzaiemozviazanykh protsesiv voloho-teplo-masoperenosu v hrunti pry naiavnosti vertykalnoho drenazhu. *Suchasni problemy matematychnoho modeliuвання, prohnozuvannya ta optymizatsii* : tezy dopovidei 9-yi Mizhnarodnoi naukovoї konferentsii. Kamianets-Podilskyi : Kamianets-Podilskyi natsionalnyi universytet imeni Ivana Ohienka, 2020. S. 33–35. **6.** Lastovetskyi Dmytro, Safonyk Andrii, Poliukhovych Serhii. Innovatsiini pidkhody do keruvannya ta monitorynhyu system biolohichnoho ochyshchennia

stichnykh vod. *Modeling Control and Information Technologies*. 2023. № 6. P. 218–220. 10.31713/MCIT.2023.067. **7.** Safonyk A. P., Hrytsiuk I. M., Tarhonii I. M., Ilkiv I. V. Dynamichna optymizatsiia systemy avtomatyzovanooho keruvannia tekhnolohichnym protsesom ochyshchennia vody. *Bionika intelektu : nauk.-tekhn. zhurnal*. 2021. № 2(97). S. 50–61. **8.** Safonyk A. P., Ilkiv I. V. Optymizatsiia systemy avtomatyzovanooho keruvannia protsesom ochyshchennia vody. *Informatsiini tekhnolohii ta kompiuterne modeliuvannia : materialy mizhnarodnoi naukovo-praktychnoi konferentsii 5–10 lypnia 2021 roku Ivano-Frankivsk*. С. 164–165.

Safonyk A. P., Doctor of Engineering, Professor (National University of Water and Environmental Engineering, Rivne) **Poliukhovych S. O., Post-graduate Student** (National University of Water and Environmental Engineering, Rivne)

DEVELOPMENT OF A MODEL, ALGORITHM AND SOFTWARE PACKAGE FOR ANALYZING AND OPTIMIZING THE AEROBIC WASTEWATER TREATMENT SYSTEM

The article deals with the development and implementation of a modeling and algorithmic complex for an aerobic wastewater treatment system. The efficiency of the system is investigated, taking into account aerobic processes and the dynamics of treatment over time. The results include the developed models, algorithms, and conclusions on optimizing the wastewater treatment process.

The creation of a set of models and algorithms for optimizing the aerobic wastewater treatment system is determined by the seriousness of environmental and technical challenges in the wastewater treatment industry. The growing volume of wastewater originating from a variety of sources requires improved treatment technologies to meet stringent water quality standards and environmental challenges.

Existing environmental problems such as water pollution, heavy metal and chemical emissions, and climate change make research aimed at improving and optimizing wastewater treatment systems urgent. This is becoming key to ensuring the safety and sustainability of aquatic ecosystems and human health.

In recent years, a significant amount of research has been conducted in the field of modeling biochemical wastewater treatment plants. These studies have opened up new horizons in understanding water treatment processes, heat and mass transfer, and the impact of



variable parameters necessary for automated control of production capacity. Some models treat wastewater treatment as a technological process, focusing on the details of mechanical structures and ignoring the dynamics of filter operating times. Other models consider the relationship between activated sludge and impurities, but do not take into account the system of interacting parameters or the complexity of the process dynamics.

The creation of a modeling and algorithmic complex is a step towards effective management of treatment processes, which can lead to a reduction in energy consumption, optimization of raw material consumption, and improvement of the overall efficiency of wastewater treatment systems. Such research is important for sustainable development and ensuring the environmentally friendly state of water resources in the world.

***Keywords:* model of aerobic treatment; biomass; bioreactor; pollution; biologically unoxidized substance; algorithm for solving the problem of biological treatment; pdepe.**