

Міністерство освіти та науки України  
Національний університет водного господарства та  
природокористування  
Кафедра автоматизації, електротехнічних та комп'ютерно-  
інтегрованих технологій

**04-03-449М**

**МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ**

до виконання лабораторних робіт  
з навчальної дисципліни

**«Проектування інформаційних систем в робототехніці»**  
для здобувачів вищої освіти першого (бакалаврського) рівня за  
освітньо-професійною програмою «Автоматизація,  
комп'ютерно-інтегровані технології та робототехніка»  
спеціальності 174 «Автоматизація, комп'ютерно-інтегровані  
технології та робототехніка»  
денної та заочної форм навчання

Рекомендовано науково-методичною  
радою з якості ННІЕАВГ  
Протокол № 6 від 28.01.2025 р.

Рівне – 2025

Методичні вказівки до виконання лабораторних робіт з навчальної дисципліни «Проектування інформаційних систем в робототехніці» для здобувачів вищої освіти першого (бакалаврського) рівня за освітньо-професійною програмою «Автоматизація, комп'ютерно-інтегровані технології та робототехніка» спеціальності 174 «Автоматизація, комп'ютерно-інтегровані технології та робототехніка» денної та заочної форм навчання. [Електронне видання] / Таргоній І. М., Рудик А. В. – Рівне : НУВГП, 2025. – 214 с.

Укладачі: Таргоній І. М., к.т.н., старший викладач кафедри АЕКІТ; Рудик А. В., д.т.н., професор кафедри АЕКІТ.

Відповідальний за випуск: Древецький В. В., д.т.н., професор, завідувач кафедри АЕКІТ.

Керівник освітньої програми «Автоматизація, комп'ютерно-інтегровані технології та робототехніка»: Христюк А. О., к.т.н., доцент кафедри автоматизації, електротехнічних та комп'ютерно-інтегрованих технологій.

© І. М. Таргоній,  
А. В. Рудик, 2025  
© НУВГП, 2025

## Зміст

	стор.
Вступ .....	4
1. Дослідження лінійних дискретних систем.....	5
2. Проектування КІХ-фільтрів методом найкращої рівномірної (чебишевської) апроксимації та їх моделювання.....	42
3. Проектування БІХ-фільтрів методом білінійного Z-перетворення та моделювання їх характеристик.....	71
4. Проектування цифрових фільтрів засобами GUI FDATool та FilterBuilder.....	110
5. Спектральний аналіз засобами GUI SPTool.....	162

## Вступ

Програма дисципліни «Проектування інформаційних систем в робототехніці» відноситься до вибіркових дисциплін, складена відповідно до освітньої програми «Автоматизація, комп'ютерно-інтегровані технології та робототехніка».

Метою вивчення дисципліни «Проектування інформаційних систем в робототехніці» є формування у здобувачів вищої освіти сучасного рівня знань, умінь і навиків використання інформаційних технологій при аналізі, синтезі та проектуванні елементів робототехнічних комплексів. Під час вивчення даної дисципліни студенти навчаться основ проектування елементів та систем робототехніки..

Методичні вказівки містять плани лабораторних занять та завдання для самостійного опрацювання до кожного заняття. Виконання запропонованих завдань охоплює основні розділи курсу. Результатом виконання самостійних завдань є звіт з лабораторної роботи. Готовий звіт подається викладачу на папері або завантажується в електронний кабінет системи Moodle. Завантаження звіту з лабораторної роботи допускається лише з корпоративної пошти студента. При цьому звіт завантажується у відповідний розділ системи Moodle. У розділ відповідної практичної роботи завантажується файл зі звітом у форматі \*.doc, \*.docx або \*.pdf. Успішне виконання запропонованих лабораторних робіт сформує у студента світоглядні навички у подальшій професійній діяльності.

# Робота 1. Дослідження лінійних дискретних систем

**Мета роботи:** вивчити математичне описання дискретних сигналів та оволодіти програмними засобами їх моделювання в MATLAB.

## 1.1. Теоретичні відомості

В теорії цифрової обробки сигналів (ЦОС) прийнято розділяти операції дискретизації за часом та квантування за рівнем. Якщо покласти, що операція квантування відсутня, можна дослідити дискретні сигнали та лінійні дискретні системи (ЛДС), а далі окремо – ефекти нелінійної операції квантування.

*Дискретним* називають сигнал, дискретний за часом і неперервний за рівнем (станом), який описується послідовністю чисел безкінечної розрядності  $x(nT)$  або  $x(n)$ , які скорчено називають *послідовністю*. Значення  $nT$ ,  $n=0, 1, \dots$ , називають *дискретним часом*, де  $T$  – період дискретизації,  $n$  – *дискретний нормований час*.

В теорії ЦОС терміни “*дискретний сигнал*” та “*послідовність*” є тотожними.

*Цифровим* називають сигнал, дискретний за часом і квантований за рівнем, який описується послідовністю чисел кінцевої розрядності – квантованою послідовністю  $\tilde{x}(nT)$  або  $\tilde{x}(n)$ .

При комп’ютерному моделюванні як дискретний сигнал розуміють послідовність чисел максимально можливої розрядності, а як цифровий – послідовність чисел заданої розрядності.

В MATLAB числа з максимальною розрядністю відносяться до типу `double` (з пливною комою подвійної точності `double-precision floating point`), який вибирається за замовчуванням.

### 1.1.1. Детерміновані дискретні сигнали

Детермінованим дискретним сигналом є сигнал, значення якого в будь-який момент часу  $n$  (або  $nT$ ) заздалегідь відоме або може бути визначене точно за заданою математичною моделлю.

Детермінований дискретний сигнал описується послідовністю  $x(nT)$  або  $x(n)$ , при цьому термін “детермінований” зазвичай не вказується.

Для детермінованого дискретного сигналу (послідовності) цікавими є такі його характеристики: середнє значення, енергія, середня потужність, автокореляційна та автоковаріаційна функції.

Середнім значенням послідовності називають суму її значень, віднесену до довжини.

Енергією послідовності називають суму квадратів її значень, а середньою потужністю – енергію, віднесену до довжини послідовності.

В MATLAB середнє значення  $M$  обчислюється за допомогою такої функції:

$$M = \text{mean}(x)$$

де  $x$  – вектор відліків послідовності.

Енергія  $E$  та середня потужність  $P$  обчислюються за їх визначеннями:

$$E = \text{sum}(x.^2)$$

$$P = \text{sum}(x.^2) / \text{length}(x)$$

де  $\text{length}(x)$  – довжина послідовності.

Автокореляційна функція (АКФ)  $R_x(m)$  послідовності довжини  $N$  дозволяє оцінити залежність між її відліками при різних часових зсувах  $m$ :

$$R_x(m) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-|m|-1} x(n)x(n+m), \quad -(N-1) \leq m \leq (N-1). \quad (1.1)$$

Автоковаріаційна функція  $r_x(m)$  дозволяє оцінити залежність між відхиленнями відліків послідовності від середнього значення  $\mu_x$  при різних часових зсувах  $m$ :

$$R_x(m) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-|m|-1} [x(n) - \mu_x][x(n+m) - \mu_x], \quad -(N-1) \leq m \leq (N-1). \quad (1.2)$$

За визначенням  $R_x(m)$  з (1.1) та  $r_x(m)$  з (1.2) є парними функціями довжини  $L = 2N - 1$ , центрованими відносно  $m = 0$ :

$$R_x(m) = R_x(-m);$$

$$r_x(m) = r_x(-m).$$

Для точки  $m = 0$  маємо:

$$R_x(0) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x^2(n) = P_{\text{сеп.}x} = \sigma_x^2 + \mu_x^2; \quad (1.3)$$

$$r_x(0) = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} [x(n) - \mu_x]^2 = \sigma_x^2, \quad (1.4)$$

де  $P_{\text{сеп.}x}$  та  $\sigma_x^2$  – середня потужність та дисперсія послідовності  $x(n)$ .

Очевидно, що при  $\mu_x = 0$  отримаємо такі рівності:

$$R_x(m) = r_x(m);$$

$$R_x(0) = r_x(0) = \sigma_x^2.$$

В MATLAB АКФ та автоковаріаційна функція обчислюються за допомогою таких функцій (без врахування множника  $N^{-1}$ ):

`R = xcorr(x)`

`r = xcov(x)`

де  $x$  – вектор відліків вихідної послідовності довжини  $N$ ;  $R$  та  $r$  – вектори довжини  $L = 2N - 1$  значень АКФ  $R_x(m)$  та автоковаріаційної функції  $r_x(m)$ , центрованих відносно  $m = N$ :

$$R_x(N+m) = R_x(N-m), \quad m = 1, 2, \dots, N-1; \quad (1.5)$$

$$r_x(N+m) = r_x(N-m), \quad m = 1, 2, \dots, N-1. \quad (1.6)$$

Для точки  $m = N$  отримуємо:

$$R_x(N) = P_{\text{сеп.}x} = \sigma_x^2 + \mu_x^2; \quad (1.7)$$

$$r_x(N) = \sigma_x^2. \quad (1.8)$$

Для виводу графіка АКФ, центрованого відносно  $m = 0$ , потрібно вибирати інтервал  $m \in [-(N-1); (N-1)]$ .

### 1.1.2. Випадкові дискретні сигнали

Випадковим (стохастичним) дискретним сигналом називають сигнал, значення якого в дискретні моменти часу  $n$  (або  $nT$ ) заздалегідь невідомі та можуть бути визначені лише з деякою ймовірністю.

Випадковий дискретний сигнал описується сукупністю випадкових послідовностей  $x_k(n)$ ,  $k = 1, 2, \dots, K$ ,  $n = 0, 1, \dots, (N-1)$ , та

закономірностями, що характеризують властивості сукупності.

Описання випадкового дискретного сигналу зручно представляти в формі матриці  $X$ :

$$X = \begin{bmatrix} x_1(0) & x_1(1) & \dots & x_1(n) & \dots & x_1(N-1) \\ x_2(0) & x_2(1) & \dots & x_2(n) & \dots & x_2(N-1) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ x_K(0) & x_K(1) & \dots & x_K(n) & \dots & x_K(N-1) \end{bmatrix}.$$

*Ансамблем реалізацій* називають сукупність випадкових послідовностей  $x_k(n)$  (рядки матриці  $X$ ), а *реалізацією* – одну з послідовностей.

Будь-яка реалізація випадкового сигналу є детермінованим сигналом.

В більшості випадків як закономірності, що характеризують властивості дискретного випадкового сигналу  $X$ , використовуються одномірна та двомірна густини ймовірності.

Одномірна густина ймовірності випадкового дискретного сигналу  $p(x, n)$ , де  $x$  – значення випадкового сигналу  $X$  в моменти часу  $n$ , дозволяє за допомогою статистичного усереднення (усереднення за ансамблем реалізацій в фіксований момент часу  $n$ ) при порівняно великому  $K$  (теоретично  $K \rightarrow \infty$ ) визначити такі статистичні характеристики випадкового дискретного сигналу:

- математичне сподівання  $\mu_X(n)$  – середнє значення елементів стовпця в моменти часу  $n$ ,  $n = 0, 1, \dots, (N-1)$ ;

- дисперсію  $\sigma_X^2(n)$  – середнє значення квадратів різниць між елементами стовпця та його середнім значенням  $\mu_X(n)$  в моменти часу  $n$ ,  $n = 0, 1, \dots, (N-1)$ .

Двомірна густина ймовірності випадкового дискретного сигналу  $p(x_1, x_2, m, n)$ , де  $x_1$  та  $x_2$  – значення випадкового сигналу  $X$  в моменти часу  $m$  та  $n$ , за допомогою статистичного усереднення дозволяє визначити додаткові статистичні характеристики випадкового дискретного сигналу:

- АКФ  $R_X(m, n)$  (1.1), де послідовності  $x(n)$  відповідає усереднена за ансамблем послідовність  $\mu_X(n)$ ,  $n = 0, 1, \dots, (N-1)$ ;

- автоковаріаційну функцію  $r_x(m, n)$  (1.2), де значенню  $\mu_x$



відповідає середнє значення  $\mu_X(n)$ , яке є константою.

Випадковий дискретний сигнал  $X$  називають стаціонарним в широкому розумінні (стаціонарним за Хінчіним), якщо його одномірна густина ймовірності не залежить від часу  $n$ , а двомірна – залежить тільки від часового зсуву  $m$ .

Випадковий дискретний сигнал  $X$  називають стаціонарним у вузькому розумінні (повністю стаціонарним), якщо попереднє твердження справедливе для його будь-якої  $n$ -мірної густини ймовірності.

Тому стаціонарний у вузькому розумінні сигнал буде завжди стаціонарним і в широкому розумінні, але не навпаки.

За замовчуванням під стаціонарністю випадкового дискретного сигналу розуміють його стаціонарність в широкому розумінні.

Наслідком стаціонарності випадкового дискретного сигналу буде незалежність від часу  $n$  його статистичних характеристик: математичного сподівання  $\mu_X$  та дисперсії  $\sigma_X^2$ . При цьому АКФ  $R_X(m)$  та автоковаріаційна функція  $r_X(m)$  будуть залежати тільки від часового зсуву  $m$ .

Таким чином, статистичні характеристики стаціонарного випадкового дискретного сигналу мають властивість інваріантності (незмінності) за часом. Відповідно статистичні характеристики нестаціонарного випадкового дискретного сигналу будуть залежати від часу  $n$  (не мають властивості інваріантності за часом).

В теорії цифрової обробки сигналів (ЦОС) поняття ансамблю реалізацій застосовується як зручна математична концепція при отриманні багатьох співвідношень. Однак на практиці при обробленні сигналів доступною для спостереження зазвичай є лише одна реалізація випадкового дискретного сигналу.

Стаціонарний випадковий дискретний сигнал називається ергодичним, якщо при визначенні його статистичних характеристик усереднення за ансамблем реалізацій еквівалентно усередненню за часом одної реалізації теоретично безкінечної довжини  $N \rightarrow \infty$ ).

Ергодичний випадковий дискретний сигнал – випадкова послідовність  $x(n)$  – описується математичним сподіванням (середнім значенням)  $\mu_x$ , дисперсією  $\sigma_x^2$ , АКФ  $R_x(m)$  та автоковаріаційною функцією  $r_x(m)$ .

Якщо довжина послідовності  $N$  є кінцевою, то обчислюють оцінки статистичних характеристик:

$$\hat{\mu}_x = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x(n);$$
$$\hat{\sigma}_x^2 = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} [x(n) - \hat{\mu}_x]^2.$$

Оцінки АКФ  $\hat{R}_x(m)$  та автоковаріаційної функції  $\hat{r}_x(m)$  обчислюють за формулами (1.1) та (1.2). Статистичні характеристики ергодичного випадкового дискретного сигналу, за визначенням стаціонарного, мають властивості інваріантності за часом.

При обробленні випадкового сигналу в реальному часі його статистична модель може бути заздалегідь не визначена. В цьому випадку визначають поточні оцінки статистичних характеристик  $\mu_x(n)$ ,  $\sigma_x^2(n)$ ,  $R_x(m, n)$ ,  $r_x(m, n)$  на інтервалі  $[0; n]$ .

Далі при аналізі за замовчуванням будемо використовувати ергодичні випадкові дискретні сигнали.

В MATLAB для обчислення оцінок математичного сподівання  $M$  та дисперсії  $D$  використовують такі функції:

$M = \text{mean}(x)$   
 $D = \text{var}(x)$

де  $x$  – вектор відліків вихідної послідовності довжини  $N$ .

При моделюванні методів та алгоритмів ЦОС часто використовують випадкові послідовності у формі білого шуму. Два його поширені різновиди генеруються в MATLAB:

- рівномірний білий шум – послідовність випадкових чисел з діапазону  $[0; 1]$ , розподілених за рівномірним законом (математичне сподівання – 0.5, дисперсія – 1/12) за допомогою функції

$x = \text{rand}(1, N)$

де  $x$  – вектор-рядок відліків випадкової послідовності довжини  $N$ .

Автоковаріаційна функція такого рівномірного білого шуму при  $N \rightarrow \infty$  має форму цифрового одиничного імпульсу;

- нормальний білий шум – послідовність випадкових чисел, розподілених за нормальним законом (математичне сподівання – 0,

дисперсія – 1) за допомогою функції

$$x = \text{randn}(1, N)$$

АКФ такого нормального білого шуму при  $N \rightarrow \infty$  має форму цифрового одиничного імпульсу.

Для моделювання нормального білого шуму із заданим математичним сподіванням (середнім значенням) та дисперсією користуються властивостями дисперсії  $D\{X\}$  та математичного сподівання  $M\{X\}$  випадкової величини  $X$ :

$$\begin{aligned}M\{X + C\} &= M\{X\} + C; \\D\{X + C\} &= D\{X\} + D\{C\} = D\{X\}; \\M\{B \cdot X\} &= B \cdot M\{X\}; \\D\{B \cdot X\} &= B^2 D\{X\},\end{aligned}$$

де  $B$  та  $C$  – константи.

Таким чином, на основі випадкової величини  $X$  з нульовим математичним сподіванням  $M\{X\} = 0$  та одиничною дисперсією  $D\{X\} = 1$  можна отримати випадкову величину  $\tilde{X}$

$$\tilde{X} = BX + C \tag{1.9}$$

з математичним сподіванням  $M\{\tilde{X}\} = C$  та дисперсією  $D\{\tilde{X}\} = B^2$ .

## 1.2. Зміст практичної (лабораторної) роботи

Зміст роботи зв'язаний з моделюванням детермінованих та випадкових послідовностей, зокрема типових послідовностей, та розрахунком їх характеристик програмними засобами MATLAB.

## 1.3. Завдання на практичну (лабораторну) роботу

Практична (лабораторна) робота виконується на основі script-файлу lr\_01.

Вихідні дані для пунктів завдання наведені в таблиці 1.1 і визначаються самостійно для заданого номера варіанту  $N_B$ . Всі вихідні дані (див. табл. 1.1) та отримані результати розраховуються з точністю до чотирьох значущих цифр.

Таблиця 1.1. Вихідні дані до практичної (лабораторної) роботи

№1

Змінна	Призначення	Значення	Ідентифікатор
$N_B$	Номер варіанту	$N_B$	Nb =
$N$	Довжина послідовності	$N = N_B + 40$	N =
$T$	Період дискретизації	$T = 0.0005 \cdot (1 + N_B)$	T =
$a$	Основа експоненти	$a = (-1)^{N_B} (0.8 + 0.005 N_B)$	a =
$C$	Амплітуда гармонічного сигналу	$C = 1 + N_B$	c =
$\hat{\omega}_0$ (рад)	Частота гармонічного сигналу	$\hat{\omega}_0 = \frac{\pi}{6 + N_B}$	w0 =
$m$	Затримка	$m = 5 + N_B$	m =
$U$	Амплітуда імпульсу	$U = N_B$	U =
$n_0$	Початковий момент імпульсу	$n_0 = 3 + N_B$	n0 =
$n_{imp}$	Довжина імпульсу	$n_{imp} = 5 + N_B$	n_imp =
$B_1$ $B_2$ $B_3$	Амплітуди гармонічних сигналів	$B_1 = 1 + 0.5 \cdot N_B$ $B_2 = 2 + 0.4 \cdot N_B$ $B_3 = 4 + 0.2 N_B$	Вектор b = [. . .]
$\hat{\omega}_1$ $\hat{\omega}_2$ $\hat{\omega}_3$	Частоти гармонічних сигналів	$\hat{\omega}_1 = \frac{\pi}{4 + N_B}$ $\hat{\omega}_2 = \frac{\pi}{8 + N_B}$ $\hat{\omega}_3 = \frac{\pi}{16 + N_B}$	Вектор w = [. . .]

$a_1$	Коефіцієнти лінійної комбінації гармонічних сигналів	$a_1 = 1.5 + 0.05N_B$	Вектор $a = [. \ . \ .]$
$a_2$		$a_2 = 0.8 + 0.07N_B$	
$a_3$		$a_3 = 0.4 + 0.1N_B$	
$mean$	Математичне сподівання	$mean = 2 + 0.5N_B$	$mean =$
$var$	Дисперсія	$var = 1 + 0.75N_B$	$var =$

Завдання на практичну (лабораторну) роботу зв'язано з моделюванням та аналізом послідовностей і складається з таких пунктів (етапів).

1. Цифровий одиничний імпульс  $u_0(nT)$  (ідентифікатор  $u_0$ ):

$$u_0(nT) = \begin{cases} 1, & n = 0; \\ 0, & n \neq 0 \end{cases} \quad (1.10)$$

з виводом графіків на інтервалі дискретного часу  $nT$  (ідентифікатор  $nT$ ):

$$nT \in [0; (N-1)T] \quad (1.11)$$

та дискретного нормованого часу  $n$  (ідентифікатор  $n$ ):

$$n \in [0; (N-1)]. \quad (1.12)$$

Пояснити:

- взаємозв'язок між дискретним та дискретним нормованим часом;
- відмінність між цифровим одиничним імпульсом та  $\delta$ -функцією.

2. Цифровий одиничний стрибок  $u_1(nT)$  (ідентифікатор  $u_1$ ):

$$u_1(nT) = \begin{cases} 1, & n \geq 0; \\ 0, & n < 0 \end{cases} \quad (1.13)$$

з виводом графіків на інтервалах часу (1.11) та (1.12).

Пояснити:

- відповідність між цифровим та аналоговим одиничними стрибками;
- чому дорівнює частота дискретизації цифрового одиничного стрибка.

3. Дискретна експонента  $x_1(nT)$  (ідентифікатор  $\times 1$ ):

$$x_1(nT) = \begin{cases} a^n, & n \geq 0; \\ 0, & n < 0 \end{cases} \quad (1.14)$$

з виводом графіків на інтервалах часу (1.11) та (1.12).

Пояснити відповідність між дискретною та аналоговою експонентами.

4. Дискретний комплексний гармонічний сигнал  $x_2(n)$  (ідентифікатор  $\times 2$ ):

$$x_2(n) = C \cdot e^{i\omega_0 n} \quad (1.15)$$

з виводом графіків дійсної та уявної частин на інтервалі часу (1.12).

Записати сигнал (1.15) у формі комбінації двох дійсних послідовностей.

5. Затримані послідовності.

Вивести графіки послідовностей (1.10), (1.13) та (1.14), затриманих на  $m$  відліків (ідентифікатори  $u0\_m$ ,  $u1\_m$ ,  $\times 1\_m$ ) на інтервалі часу (1.12).

Записати формули затриманих послідовностей.

6. Дискретний прямокутний імпульс  $x_3(n)$ :

$$x_3(n) = \begin{cases} U, & n_0 \leq n \leq (n_0 + n_{imp} - 1); \\ 0, & n < n_0, n > (n_0 + n_{imp} - 1) \end{cases} \quad (1.16)$$

з виводом графіку на інтервалі часу (1.12).

Провести моделювання імпульсу двома способами:

- за допомогою функції `rectpuls` – ідентифікатор  $\times 3\_1$ ;
- за допомогою цифрового одиничного стрибка – ідентифікатор  $\times 3\_2$ .

Пояснити:

- формат функції `rectpuls` (ознайомитися самостійно);
- як виконується моделювання імпульсу в обох випадках.

7. Дискретний трикутний імпульс.

Вивести графік дискретного трикутного імпульсу  $x_4(n)$  (ідентифікатор  $\times 4$ ), сформованого за допомогою згортки дискретного прямокутного імпульсу  $x_3(n)$  (1.16) з самим собою, на інтервалі часу,

який дорівнює довжині згортки  $L$ :

$$n \in [0; (L-1)]. \quad (1.17)$$

Для обчислення згортки використовувати функцію

`conv(x, y)`

де  $x, y$  – послідовності, що згортаються.

Навести аналітичний запис згортки. Визначити теоретично та за графіком довжину згортки  $L$  та ширину (тривалість) трикутного імпульсу.

8. Лінійна комбінація дискретних гармонічних сигналів  $x_5(n)$  (ідентифікатор `x5`):

$$x_5(n) = a_1 x_1(n) + a_2 x_2(n) + a_3 x_3(n), \quad (1.18)$$

де

$$x_i(n) = B_i \sin(\hat{\omega}_i n), \quad i = 1, 2, 3, \quad (1.19)$$

з виводом графіків послідовностей  $x_i(n)$  та  $x_5(n)$  на інтервалі часу

$$n \in [0; (5N-1)]. \quad (1.20)$$

Обчислити середнє значення (ідентифікатор `mean_x5`), енергію (ідентифікатор `E`) та середню потужність (ідентифікатор `P`) послідовності (1.18).

Пояснити:

- операції при моделюванні лінійної комбінації сигналів (1.18);
- як визначаються характеристики лінійної комбінації сигналів.

9. Дискретний гармонічний сигнал з експоненційною огинальною.

Вивести графік дискретного сигналу  $x_6(n)$  (ідентифікатор `x6`), який є дискретним гармонічним сигналом  $x(n)$  (ідентифікатор `x`)

$$x(n) = C \sin(\hat{\omega}_0 n) \quad (1.21)$$

з експоненційною огинальною  $|a|^n$ , на інтервалі часу (1.12).

Навести аналітичну формулу дискретного сигналу  $x_6(n)$  та пояснити операції при його моделюванні.

10. Періодична послідовність дискретних прямокутних імпульсів.

Вивести графік п'яти періодів періодичної послідовності  $x_7(n)$  (ідентифікатор `x7`) дискретних прямокутних імпульсів амплітуди  $U$  та

тривалості  $n_{imp}$  з періодом, удвічі більшим тривалості імпульсу.

Для формування п'яти періодів послідовності потрібно виконати такі дії:

- на основі цифрового одиничного стрибка (1.13) сформувати один період послідовності (ідентифікатор `xr`);
- сформувати п'ять періодів послідовності за допомогою функції  `repmat`.

Пояснити операції при моделюванні періодичної послідовності.

### 11. Рівномірний білий шум.

Обчислити оцінки математичного сподівання (ідентифікатор `mean_uniform`) та дисперсії (ідентифікатор `var_uniform`) рівномірного білого шуму (ідентифікатор `r_uniform`) довжиною 10000 з математичним сподіванням та дисперсією, встановленими за замовчуванням.

Вивести графік оцінки автоковаріаційної функції  $\hat{r}_x(m)$  шуму (ідентифікатор `r_r_uniform`), центрованої відносно  $m = 0$ .

Пояснити:

- чому дорівнюють дійсні значення математичного сподівання та дисперсії;
- яку форму має дійсна автоковаріаційна функція;
- чому дорівнює довжина оцінки автоковаріаційної функції.

### 12. Нормальний білий шум.

Обчислити оцінки математичного сподівання (ідентифікатор `mean_norm`) та дисперсії (ідентифікатор `var_norm`) нормального білого шуму (ідентифікатор `r_norm`) довжиною 10000 з математичним сподіванням та дисперсією, встановленими за замовчуванням.

Вивести графік оцінки АКФ  $\hat{R}_x(m)$  шуму (ідентифікатор `R_r_norm`), центрованої відносно  $m = 0$ .

Пояснити:

- чому дорівнюють дійсні значення математичного сподівання та дисперсії;
- яку форму має дійсна АКФ;
- чому дорівнює довжина оцінки АКФ.

### 13. Адитивна суміш $x_8(n)$ (ідентифікатор `x8`) дискретного



гармонічного сигналу  $x(n)$  (1.21) з нормальним білим шумом з виводом графіку на інтервалі часу (1.12).

Пояснити, що розуміють як адитивну суміш сигналу з шумом.

14. Оцінка АКФ  $\hat{R}_x(m)$  (ідентифікатор `R`) послідовності  $x_g(n)$  (див. п. 13) з виводом графіка АКФ, центрованого відносно  $m = 0$ .

Вивести оцінку дисперсії послідовності  $x_g(n)$  та значення  $R_x(N)$ .

Пояснити:

- властивості АКФ;
- відповідність між виведеними значеннями.

15. Нормальний білий шум із заданими статистичними характеристиками.

За допомогою функції `plot` вивести графіки чотирьох різновидів нормального білого шуму довжини 10000:

- з математичним сподіванням та дисперсією, встановленими за замовчуванням, - ідентифікатор шуму `r_norm` (див. п. 12);
- з математичним сподіванням `mean` та дисперсією, встановленою за замовчуванням, - ідентифікатор шуму `r_normMean`;
- з математичним сподіванням, встановленим за замовчуванням, та дисперсією `var` - ідентифікатор шуму `r_normVar`;
- з математичним сподіванням `mean` та дисперсією `var` - ідентифікатор шуму `r_normMeanVar`.

Для наочності вивести графіки шумів в однаковому діапазоні за віссю ординат  $[-MAX; MAX]$  за допомогою функції `ylim`, де `MAX` дорівнює максимальному значенню шуму серед його чотирьох різновидів.

Побудувати гістограми чотирьох різновидів нормального білого шуму за допомогою функції `hist` (параметри задати за замовчуванням).

Для наочності вивести гістограми в однаковому діапазоні за віссю абсцис  $[-MAX; MAX]$  за допомогою функції `xlim`, де значення `MAX` визначено раніше.

В заголовку гістограм вивести значення оцінок математичного сподівання (Mean value) та дисперсії (Variance).

Пояснити:

- до яких змін шуму приводить зміна його математичного

сподівання та дисперсії;

- що відображає гістограма і як вона змінюється при зміні математичного сподівання та дисперсії шуму.

## 1.4. Типовий script-файл для виконання лабораторної роботи

Перед виконанням роботи відповідно до індивідуально варіанту та даних таблиці 1.1 мають бути визначені вихідні дані до лабораторної роботи.

Для запуску роботи необхідно звернутися до script-файлу lr\_01 за його ім'ям:

```
>> lr_01
```

Для примусового зняття script-файлу з виконання необхідно натиснути комбінацію клавіш <Ctrl>+<Break>.

При виконанні script-файлу поточні вікна з графіками *не закривати*.

Лістинг script-файлу lr\_01 має такий вигляд:

```
>> type lr_01
```

```
script
clc
clear
disp('% ЛР №1. ДИСКРЕТНІ СИГНАЛИ')
disp('%')
disp('%')
disp('% Введіть ВИХІДНІ ДАНІ');
DATA=0;
while DATA==0
Nb = input('Nb = ');           % НОМЕР ВАРІАНТУ
N = input('N = ');            % ДОВЖИНА ПОСЛІДОВНОСТІ
T = input('T = ');            % ПЕРІОД ДИСКРЕТИЗАЦІЇ
a = input('a = ');            % ОСНОВА ДИСКРЕТНОЇ ЕКСПОНЕНТИ
C = input('C = ');            % АМПЛІТУДА ДИСКРЕТНОГО ГАРМОНІЧНОГО
СИГНАЛУ
w0 = input('w0 = ');           % ЧАСТОТА ДИСКРЕТНОГО ГАРМОНІЧНОГО
СИГНАЛУ
m = input('m = ');            % ВЕЛИЧИНА ЗАТРИМКИ
U = input('U = ');            % АМПЛІТУДА ІМПУЛЬСУ
n0 = input('n0 = ');           % МОМЕНТ ПОЧАТКУ ІМПУЛЬСУ
n_imp = input('n_imp = ');     % ТРИВАЛІСТЬ ІМПУЛЬСУ
```

```

B = input('B = ');           % ВЕКТОР АМПЛІТУД
w = input('w = ');          % ВЕКТОР ЧАСТОТ
A = input('A = ');          % ВЕКТОР КОЕФІЦІЄНТІВ ЛІНІЙНОЇ
КОМБІНАЦІЇ
Mean = input('Mean = ');    % ЗАДАНЕ МАТЕМАТИЧНЕ СПОДІВАННЯ
ШУМУ
Var = input('Var = ');      % ЗАДАНА ДИСПЕРСІЯ ШУМУ
disp('% Перевірте ВІРНІСТЬ введення ВИХІДНИХ ДАНИХ')
disp('% При ВІРНИХ ВИХІДНИХ ДАНИХ введіть 1')
disp('% При НЕВІРНИХ ВИХІДНИХ ДАНИХ введіть 0 та ПОВТОРІТЬ
введення')
DATA = input('--> ');
end
disp('%')
disp('%')
disp('% Для продовження натисніть <ENTER> ')
pause
disp('%')
disp('%')
disp('% п.1. ЦИФРОВИЙ ОДИНИЧНИЙ ІМПУЛЬС')
disp('%')
disp('%')
disp('% Для виводу ГРАФІКІВ цифрового одиничного імпульсу натисніть
<ENTER>')
pause
n = 0:(N-1); nT = T.*n;     % ДИСКРЕТНИЙ НОРМОВАНИЙ ТА
НЕНОРМОВАНИЙ ЧАС
u0 = [1 zeros(1, (N-1))];  % ЦИФРОВИЙ ОДИНИЧНИЙ ІМПУЛЬС
figure('Name','Digital Unit Impulse, Unit Step, and Discrete
Exponent','NumberTitle','off')
subplot(3,2,1),stem(nT,u0,'Linewidth',2), grid
title('Digital Unit Impulse u0(nT)')
subplot(3,2,2),stem(n,u0,'Linewidth',2), grid
title('Digital Unit Impulse u0(n)')
disp('%')
disp('%')
disp('% Для продовження натисніть <ENTER>')
pause
disp('%')
disp('%')
disp('% п.2. ЦИФРОВИЙ ОДИНИЧНИЙ СТРИБОК');
disp('%')
disp('%')

```

```

disp('% Для виводу ГРАФІКІВ цифрового одиничного стрибка натисніть
<ENTER>')
pause
u1 = [1 ones(1, (N-1))];           % ЦИФРОВИЙ ОДИНИЧНИЙ СТРИБОК
subplot(3,2,3),stem(nT,u1,'Linewidth',2), grid
title('Digital Unit Step u1(nT)'),
subplot(3,2,4),stem(n,u1,'Linewidth',2), grid
title('Digital Unit Step u1(n)')
disp('%')
disp('%')
disp('% Для продовження натисніть <ENTER>')
pause
disp('%')
disp('%')
disp('% п.3. ДИСКРЕТНА ЕКСПОНЕНТА')
disp('%')
disp('%')
disp('% Для виводу ГРАФІКІВ дискретної експоненти натисніть <ENTER>')
pause
x1 = a.^n;           % ДИСКРЕТНА ЕКСПОНЕНТА
subplot(3,2,5),stem(nT,x1,'Linewidth',2), xlabel('nT'), grid
title('Discrete Exponent x1(nT)'),
subplot(3,2,6),stem(n,x1,'Linewidth',2), xlabel('n'), grid
title('Discrete Exponent x1(n)')
disp('%')
disp('%')
disp('% Для продовження натисніть <ENTER>')
pause
disp('%')
disp('%')
disp('% п.4. ДИСКРЕТНИЙ КОМПЛЕКСНИЙ ГАРМОНІЧНИЙ СИГНАЛ')
disp('%')
disp('%')
disp('% Для виводу ГРАФІКІВ дійсної та уявної частин')
disp('% гармонічного сигналу натисніть <ENTER>')
pause
x2 = C.*exp(j*w0.*n);           % ДИСКРЕТНИЙ КОМПЛЕКСНИЙ
ГАРМОНІЧНИЙ СИГНАЛ
figure('Name','Discrete Harmonic Signal','NumberTitle','off')
subplot(2,1,1),stem(n,real(x2),'Linewidth',2), grid
title('Discrete Harmonic Signal: REAL [x2(n)]')

```

```

subplot(2,1,2),stem(n,imag(x2),'Linewidth',2), xlabel('n'), grid
title(' Discrete Harmonic Signal: IMAG [x2(n)'])
disp('%')
disp('%')
disp('% Для продовження натисніть <ENTER>')
pause
disp('%')
disp('%')
disp('% п.5. ЗАТРИМАНІ ПОСЛІДОВНОСТІ')
disp('%')
disp('%')
disp('% Для виводу ГРАФІКІВ затриманих послідовностей натисніть
<ENTER>')
pause
u0_m = [zeros(1,m) u0(1:(N-m))];           % ЗАТРИМАНИЙ ЦИФРОВИЙ
ОДИНИЧНИЙ ІМПУЛЬС
u1_m = [zeros(1,m) u1(1:(N-m))];           % ЗАТРИМАНИЙ ЦИФРОВИЙ
ОДИНИЧНИЙ СТРИБОК
x1_m = [zeros(1,m) x1(1:(N-m))];           % ЗАТРИМАНА ДИСКРЕТНА
ЕКСПОНЕНТА
figure('Name','Delayed Discrete Signals','NumberTitle','off')
subplot(3,1,1),stem(n,u0_m,'Linewidth',2), grid
title('Delayed Digital Unit Impulse u0(n-m)')
subplot(3,1,2),stem(n,u1_m,'Linewidth',2), grid
title('Delayed Digital Unit Step u1(n-m)')
subplot(3,1,3),stem(n,x1_m,'Linewidth',2),xlabel('n'), grid
title('Delayed Discrete Exponent x1(n-m)')
disp('%')
disp('%')
disp('% Для продовження натисніть <ENTER>')
pause
disp('%')
disp('%')
disp('% п.6. ДИСКРЕТНИЙ ПРЯМОКУТНИЙ ІМПУЛЬС')
disp('%')
disp('%')
disp('% Для виводу ГРАФІКІВ дискретного прямокутного імпульсу натисніть
<ENTER>')
pause
x3_1 = U*rectpuls(n-n0,2*n_imp); x3_1(1:n0) = 0;           % ФОРМУВАННЯ
ІМПУЛЬСУ ЗА ДОПОМОГОЮ ФУНКЦІЇ rectpuls
x3_2 = [zeros(1,n0) U.*u1((n0+1):(n0+n_imp))...
zeros(1,N-(n0+n_imp))];           % ФОРМУВАННЯ ІМПУЛЬСУ ЗА

```

## ДОПОМОГОЮ ЦИФРОВОГО ОДИНИЧНОГО СТРИБКА

```
figure('Name','Discrete Rectangular and Triangular Impulses','NumberTitle','off')
```

```
subplot(3,1,1),stem(n,x3_1,'Linewidth',2), grid
```

```
title('Discrete Rectangular Impulse x3 1(n)')
```

```
subplot(3,1,2),stem(n,x3_2,'Linewidth',2), grid
```

```
title('Discrete Rectangular Impulse x3 2 (n)')
```

```
disp('%')
```

```
disp('%')
```

```
disp('% Для продовження натисніть <ENTER>')
```

```
pause
```

```
disp('%')
```

```
disp('%')
```

```
disp('% п.7. ДИСКРЕТНИЙ ТРИКУТНИЙ ІМПУЛЬС')
```

```
disp('%')
```

```
disp('%')
```

```
disp('% Для виводу ГРАФІКА дискретного трикутного імпульсу натисніть
```

```
<ENTER>')
```

```
pause
```

```
x4 = conv(x3_1,x3_1);
```

```
% ДИСКРЕТНИЙ ТРИКУТНИЙ ІМПУЛЬС
```

```
L = 2*N-1;
```

```
% ДОВЖИНА ЗГОРТКИ
```

```
n = 0:(L-1);
```

```
% ДИСКРЕТНИЙ НОРМОВАНИЙ ЧАС
```

```
subplot(3,1,3),stem(n,x4,'Linewidth',2), xlabel('n'), grid
```

```
title('Discrete Triangular Impulse x4(n)')
```

```
disp('%')
```

```
disp('%')
```

```
disp('% Для продовження натисніть <ENTER>')
```

```
pause
```

```
disp('%')
```

```
disp('%')
```

```
disp('% п.8. ЛІНІЙНА КОМБІНАЦІЯ ДИСКРЕТНИХ ГАРМОНІЧНИХ
```

```
СИГНАЛІВ')
```

```
disp('%')
```

```
disp('%')
```

```
disp('% Для виводу ГРАФІКІВ гармонічних сигналів та їх лінійної комбінації
```

```
натисніть <ENTER>')
```

```
pause
```

```
n = 0:(5*N-1);
```

```
% ДИСКРЕТНИЙ
```

```
НОРМОВАНИЙ ЧАС
```

```
xi = repmat(B,length(n),1).*sin(n*w);
```

```
% МАТРИЦЯ ДИСКРЕТНИХ
```

```
ГАРМОНІК
```

```
ai = repmat(A,length(n),1);
```

```
% МАТРИЦЯ КОЕФІЦІЄНТІВ
```

```
x5 = sum((ai.*xi));
```

```
% ЛІНІЙНА КОМБІНАЦІЯ
```

```
ДИСКРЕТНИХ ГАРМОНІК
```

```

figure('Name','Discrete Harmonic Signals and their Linear
Combination','NumberTitle','off')
subplot(4,1,1),stem(n, xi(:,1),'Linewidth',2), grid
title('First Discrete Harmonic Signal')
subplot(4,1,2),stem(n, xi(:,2),'Linewidth',2), grid
title('Second Discrete Harmonic Signal')
subplot(4,1,3),stem(n, xi(:,3),'Linewidth',2), grid
title('Third Discrete Harmonic Signal')
subplot(4,1,4),stem(n,x5,'Linewidth',2), xlabel('n'), grid
title('Linear Combination x5(n)')
disp('%')
disp('%')
disp('% Для виводу СЕРЕДНЬОГО ЗНАЧЕННЯ, ЕНЕРГІЇ та СЕРЕДНЬОЇ
ПОТУЖНОСТІ сигналу x5 натисніть <ENTER>')
pause
mean_x5 = mean(x5); % СЕРЕДНЄ ЗНАЧЕННЯ
СИГНАЛУ
E = sum(x5.^2); % ЕНЕРГІЯ СИГНАЛУ
P = sum(x5.^2)/length(x5); % СЕРЕДНЯ ПОТУЖНІСТЬ
СИГНАЛУ
disp('%')
disp('%')
disp([' mean_x5 = ' num2str(mean_x5) ' E = ' num2str(E) ' P = ' num2str(P)])
disp('%')
disp('%')
disp('% Для продовження натисніть <ENTER>')
pause
disp('%')
disp('%')
disp('% п.9. ДИСКРЕТНИЙ ГАРМОНІЧНИЙ СИГНАЛ З
ЕКСПОНЕНЦІЙНОЮ ОГІНАЛЬНОЮ')
disp('%')
disp('%')
disp('% Для виводу ГРАФІКА гармонічного сигналу з експоненційною
огінальною натисніть <ENTER>')
pause
n = 0:(N-1); % ДИСКРЕТНИЙ НОРМОВАНИЙ
ЧАС
x = C.*sin(w0.*n); % ДИСКРЕТНИЙ ГАРМОНІЧНИЙ
СИГНАЛ
x6 = x.*(abs(a).^n); % ДИСКРЕТНИЙ ГАРМОНІЧНИЙ
СИГНАЛ З ЕКСПОНЕНЦІЙНОЮ ОГІНАЛЬНОЮ

```

```

figure('Name','Harmonic Signal with Exponential Envelope. Periodic Sequence of
Rectangular Impulses','NumberTitle','off')
subplot(2,1,1),stem(n,x6,'Linewidth',2), grid
title('Harmonic Signal with Exponential Envelope x6(n)')
disp('%')
disp('%')
disp('% Для продовження натисніть <ENTER>')
pause
disp('%')
disp('%')
disp('% п.10. ПЕРІОДИЧНА ПОСЛІДОВНІСТЬ ДИСКРЕТНИХ
ПРЯМОКУТНИХ ІМПУЛЬСІВ')
disp('%')
disp('%')
disp('% Для виводу ГРАФІКА п'яти періодів послідовності натисніть
<ENTER>')
pause
xp = [U.*u1(1:n_imp) zeros(1,n_imp)];           % ПЕРІОД
ПОСЛІДОВНОСТІ
p = 5;                                           % КІЛЬКІСТЬ ПЕРІОДІВ
x7 = repmat(xp,1,p);                             % ПЕРІОДИЧНА
ПОСЛІДОВНІСТЬ
n = 0:(length(x7)-1);                           % ДИСКРЕТНИЙ
НОРМОВАНИЙ ЧАС
subplot(2,1,2), stem(n,x7,'Linewidth',2), xlabel('n'), grid
title('Periodic Sequence of Rectangular Impulses x7(n)')
disp('%')
disp('%')
disp('% Для продовження натисніть <ENTER>')
pause
disp('%')
disp('%')
disp('% п.11. РІВНОМІРНИЙ БІЛИЙ ШУМ')
disp('%')
disp('%')
disp('% Для виводу ОЦІНОК МАТЕМАТИЧНОГО СПОДІВАННЯ та
ДИСПЕРСІЇ ШУМУ натисніть <ENTER>')
pause
r_uniform = rand(1,10000);                       % РІВНОМІРНИЙ БІЛИЙ ШУМ
mean_uniform = mean(r_uniform);                   % ОЦІНКА МАТЕМАТИЧНОГО
СПОДІВАННЯ ШУМУ
var_uniform = var(r_uniform);                     % ОЦІНКА ДИСПЕРСІЇ ШУМУ
disp('%')

```



```

disp('%')
disp([' mean_uniform = ' num2str(mean_uniform) ' var_uniform = '
num2str(var_uniform)])
disp('%')
disp('%')
disp('% Для виводу графіка АВТОКОВАРІАЦІЙНОЇ ФУНКЦІЇ натисніть
<ENTER>')
pause
r_r_uniform = (1/length(r_uniform)).*xcov(r_uniform);           % ОЦІНКА
АВТОКОВАРІАЦІЙНОЇ ФУНКЦІЇ РІВНОМІРНОГО БІЛОГО ШУМУ
m = -(length(r_uniform)-1):(length(r_uniform)-1);           % ВЕКТОР
ДИСКРЕТНИХ ЗСУВІВ ДЛЯ АВТОКОВАРІАЦІЙНОЇ ФУНКЦІЇ
figure('Name','Autocovariance Function of Uniform White Noise','NumberTitle',
'off')
stem(m,r_r_uniform,'Linewidth',2), xlabel('m'), grid
title('Autocovariance Function of Uniform White Noise')
disp('%')
disp('%')
disp('% Для продовження натисніть <ENTER>')
pause
disp('%')
disp('%')
disp('% п.12. НОРМАЛЬНИЙ БІЛИЙ ШУМ')
disp('%')
disp('%')
disp('% Для виводу ОЦІНОК МАТЕМАТИЧНОГО СПОДІВАННЯ та
ДИСПЕРСІЇ ШУМУ натисніть <ENTER>')
pause
r_norm = randn(1,10000);           % НОРМАЛЬНИЙ БІЛИЙ ШУМ
mean_norm = mean(r_norm);           % ОЦІНКА МАТЕМАТИЧНОГО
СПОДІВАННЯ ШУМУ
var_norm = var(r_norm);           % ОЦІНКА ДИСПЕРСІЇ ШУМУ
disp('%')
disp('%')
disp([' mean_norm = ' num2str(mean_norm) ' var_norm = ' num2str(var_norm)])
disp('%')
disp('%')
disp('% Для виводу графіка АКФ натисніть <ENTER>')
pause
R_r_norm = (1/length(r_norm)).*xcorr(r_norm);           % ОЦІНКА АКФ
НОРМАЛЬНОГО БІЛОГО ШУМУ
m = -(length(r_norm)-1):(length(r_norm)-1);           % ВЕКТОР

```

### ДИСКРЕТНИХ ЗСУВІВ ДЛЯ АКФ

```
figure('Name','ACF of White Gaussian Noise','NumberTitle','off')
```

```
stem(m,R_r_norm,'Linewidth',2), xlabel('m'), grid
```

```
title('ACF of White Gaussian Noise')
```

```
disp('%')
```

```
disp('%')
```

```
disp('% Для продовження натисніть <ENTER>')
```

```
pause
```

```
disp('%')
```

```
disp('%')
```

### **п.13. АДИТИВНА СУМІШ ДИСКРЕТНОГО ГАРМОНІЧНОГО СИГНАЛУ З НОРМАЛЬНИМ БІЛИМ ШУМОМ)**

```
disp('%')
```

```
disp('%')
```

```
disp('% Для виводу ГРАФІКА адитивної суміші сигналу з шумом натисніть <ENTER>')
```

```
pause
```

```
n = 0:(N-1);
```

```
% ДИСКРЕТНИЙ НОРМОВАНИЙ ЧАС
```

```
x8 = x+randn(1,N);
```

```
% АДИТИВНА СУМІШ СИГНАЛУ З
```

```
ШУМОМ
```

```
figure('Name','Mixture of Harmonic Signal and White Gaussian Noise and ACF','NumberTitle','off')
```

```
subplot(2,1,1),stem(n,x8,'Linewidth',2),xlabel('n'), grid
```

```
title('Mixture of Harmonic Signal and White Gaussian Noise x8(n)')
```

```
disp('%')
```

```
disp('%')
```

```
disp('% Для продовження натисніть <ENTER>')
```

```
pause
```

```
disp('%')
```

```
disp('%')
```

### **п.14. АКФ АДИТИВНОЇ СУМІШІ ДИСКРЕТНОГО ГАРМОНІЧНОГО СИГНАЛУ З НОРМАЛЬНИМ БІЛИМ ШУМОМ)**

```
disp('%')
```

```
disp('%')
```

```
disp('% Для виводу ГРАФІКА АКФ натисніть <ENTER>')
```

```
pause
```

```
R = (1/N).*xcorr(x8);
```

```
% ОЦІНКА АКФ
```

```
m = -(N-1):(N-1);
```

```
% ВЕКТОР ДИСКРЕТНИХ ЗСУВІВ
```

```
ДЛЯ АКФ
```

```
subplot(2,1,2),stem((m),R,'Linewidth',2),xlabel('m'), grid
```

```
title('ACF R(m)')
```

```
disp('%')
```

```
disp('%')
```

```

disp('% Для виводу ДИСПЕРСІЇ адитивної суміші сигналу з шумом та АКФ
R(N) натисніть <ENTER>')
pause
disp('%')
disp('%')
disp([' var_x8 = ' num2str(var(x8))])
disp([' R(N) = ' num2str(R(N))])
disp('%')
disp('%')
disp('% Для продовження натисніть <ENTER>')
pause
disp('%')
disp('%')
disp('% п.15. НОРМАЛЬНИЙ БІЛИЙ ШУМ ІЗ ЗАДАНИМИ
СТАТИСТИЧНИМИ ХАРАКТЕРИСТИКАМИ')
r_normMean = randn(1,10000)+Mean;           % НОРМАЛЬНИЙ БІЛИЙ ШУМ
ІЗ ЗАДАНИМ МАТЕМАТИЧНИМ СПОДІВАННЯМ
r_normVar = sqrt(Var).*randn(1,10000);     % НОРМАЛЬНИЙ БІЛИЙ ШУМ
ІЗ ЗАДАНОЮ ДИСПЕРСІЄЮ
r_normMeanVar = sqrt(Var).*randn(1,10000)+ Mean;           %
НОРМАЛЬНИЙ БІЛИЙ ШУМ ІЗ ЗАДАНИМИ МАТЕМАТИЧНИМ
СПОДІВАННЯМ І ДИСПЕРСІЄЮ
MAX = max([r_norm r_normMean r_normVar r_normMeanVar]);    %
МАКСИМАЛЬНЕ ЗНАЧЕННЯ ШУМУ СЕРЕД ЧОТИРЬОХ ЙОГО
РІЗНОВИДІВ
disp('%')
disp('%')
disp('% Для виводу ГРАФІКІВ нормального білого шуму натисніть
<ENTER>')
pause
figure('Name','White Gaussian Noises with different statistics','NumberTitle','off')
subplot(4,1,1), plot(r_norm), grid, ylim([-MAX MAX])
title(strcat([' Mean value = ' num2str(mean(r_norm)), ' Variance = '
,num2str(var(r_norm))]))
subplot(4,1,2), plot(r_normMean), grid, ylim([-MAX MAX])
title(strcat([' Mean value = ' num2str(mean(r_normMean)), ' Variance = '
,num2str(var(r_normMean))]))
subplot(4,1,3), plot(r_normVar), grid, ylim([-MAX MAX])
title(strcat([' Mean value = ' num2str(mean(r_normVar)), ' Variance = '
,num2str(var(r_normVar))]))
subplot(4,1,4), plot(r_normMeanVar), xlabel('n'), grid, ylim([-MAX MAX])
title(strcat([' Mean value = ' num2str(mean(r_normMeanVar)), ' Variance = '
,num2str(var(r_normMeanVar))]))

```

```

disp('%')
disp('%')
disp('% Для виводу ГІСТОГРАМ нормального білого шуму натисніть
<ENTER>')
pause
figure('Name','Histograms with different statistics','NumberTitle','off')
subplot(4,1,1), hist(r_norm), grid, xlim([-MAX MAX])
title(strcat([' Mean value = ',num2str(mean(r_norm)),' Variance =
',num2str(var(r_norm))]))
subplot(4,1,2), hist(r_normMean), grid, xlim([-MAX MAX])
title(strcat([' Mean value = ',num2str(mean(r_normMean)),' Variance =
',num2str(var(r_normMean))]))
subplot(4,1,3), hist(r_normVar), grid, xlim([-MAX MAX])
title(strcat([' Mean value = ',num2str(mean(r_normVar)),' Variance =
',num2str(var(r_normVar))]))
subplot(4,1,4),hist(r_normMeanVar), grid, xlim([-MAX MAX])
title(strcat([' Mean value = ',num2str(mean(r_normMeanVar)),' Variance =
',num2str(var(r_normMeanVar))]))
disp('%')
disp('%')
disp('% РОБОТА ЗАКІНЧЕНА')

```

## 1.5. Звіт та контрольні питання

Звіт оформлюється в редакторі MS Word та містить вихідні дані й результати виконання кожного пункту завдання, включаючи результати обчислень, що копіюються з вікна **Command Window** (шрифт Courier New), створені графіки (копіюються за командою **Edit | Copy Figure** у вікні **Figure**) та відповіді на поставлені питання (шрифт Times New Roman).

Захист лабораторної роботи проводиться на основі представленого звіту та контрольних питань з даного списку:

1. Дайте визначення дискретного та цифрового сигналів.
2. Як математично описується дискретний сигнал?
3. Який тип даних використовується за замовчуванням при описанні послідовностей в MATLAB?
4. Що таке період та частота дискретизації і як вони зв'язані між собою?
5. Дайте визначення дискретного нормованого часу.
6. Дайте визначення нормованої частоти  $\hat{\omega}$ .
7. Які дискретні сигнали називають детермінованими?

8. Назвіть та охарактеризуйте основні характеристики детермінованих дискретних сигналів.

9. Поясніть, для чого і як обчислюються автокореляційна та автоковаріаційна функції.

10. Які властивості має АКФ?

11. Які дискретні сигнали називають випадковими?

12. Що таке ансамбль реалізацій випадкового дискретного сигналу?

13. Наведіть основні статистичні характеристики випадкових дискретних сигналів.

14. Як визначаються основні статистичні характеристики випадкових дискретних сигналів за ансамблем реалізацій?

15. Які випадкові дискретні сигнали називають стаціонарними в широкому розумінні?

16. Які випадкові дискретні сигнали називають ергодичними?

17. Дайте визначення рівномірного білого шуму та нормального білого шуму.

18. Яку форму мають АКФ нормального білого шуму та автоковаріаційна функція рівномірного білого шуму?

## 1.6. Приклад виконання роботи (варіант №25)

Визначення індивідуальних вихідних даних для виконання лабораторної роботи:

$$N_B = 25;$$

$$N = N_B + 40 = 25 + 40 = 65;$$

$$T = 0.0005 \cdot (1 + N_B) = 0.0005 \cdot 26 = 0.013 \text{ с};$$

$$a = (-1)^{N_B} (0.8 + 0.005N_B) = (-1)^{25} (0.8 + 0.005 \cdot 25) = -0.925;$$

$$C = 1 + N_B = 1 + 25 = 26;$$

$$\hat{\omega}_0 = \frac{\pi}{6 + N_B} = \frac{3.14}{6 + 25} = 0.1013 \text{ рад};$$

$$m = 5 + N_B = 5 + 25 = 30;$$

$$U = N_B = 25;$$

$$n_0 = 3 + N_B = 3 + 25 = 28;$$

$$n_{imp} = 5 + N_B = 5 + 25 = 30;$$

$$B_1 = 1 + 0.5 \cdot N_B = 1 + 0.5 \cdot 25 = 13.5;$$

$$B_2 = 2 + 0.4 \cdot N_B = 2 + 0.4 \cdot 25 = 12;$$

$$B_3 = 4 + 0.2N_B = 4 + 0.2 \cdot 25 = 9;$$

$$\hat{\omega}_1 = \frac{\pi}{4 + N_B} = \frac{3.14}{4 + 25} = 0.1083 \text{ рад};$$

$$\hat{\omega}_2 = \frac{\pi}{8 + N_B} = \frac{3.14}{8 + 25} = 0.0952 \text{ рад};$$

$$\hat{\omega}_3 = \frac{\pi}{16 + N_B} = \frac{3.14}{16 + 25} = 0.0766 \text{ рад};$$

$$a_1 = 1.5 + 0.05N_B = 1.5 + 0.05 \cdot 25 = 2.75;$$

$$a_2 = 0.8 + 0.07N_B = 0.8 + 0.07 \cdot 25 = 2.55;$$

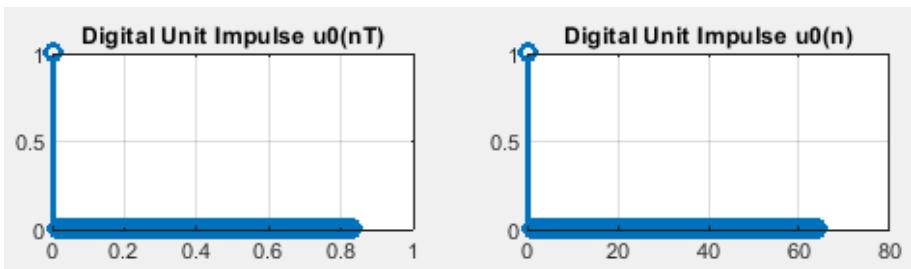
$$a_3 = 0.4 + 0.1N_B = 0.4 + 0.1 \cdot 25 = 2.9;$$

$$\text{mean} = 2 + 0.5N_B = 2 + 0.5 \cdot 25 = 14.5;$$

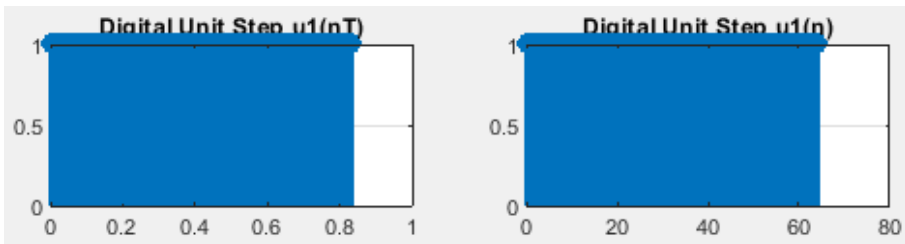
$$\text{var} = 1 + 0.75N_B = 1 + 0.75 \cdot 25 = 19.75.$$

Результати виконання практичної (лабораторної) роботи.

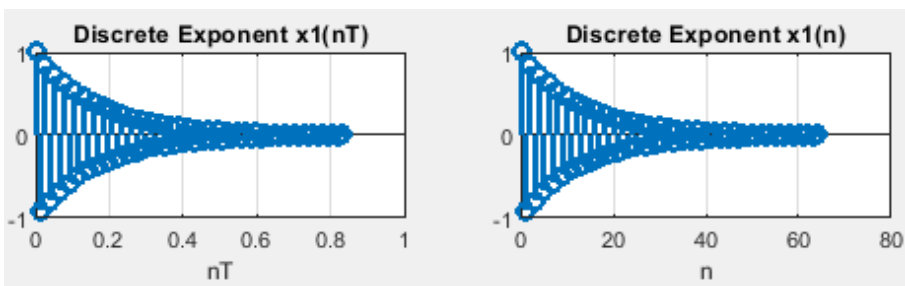
1. Цифровий одиничний імпульс  $u_0(nT)$  (ідентифікатор u0) з виводом графіків на інтервалі дискретного часу  $nT$  (ідентифікатор nT) та дискретного нормованого часу  $n$  (ідентифікатор n):



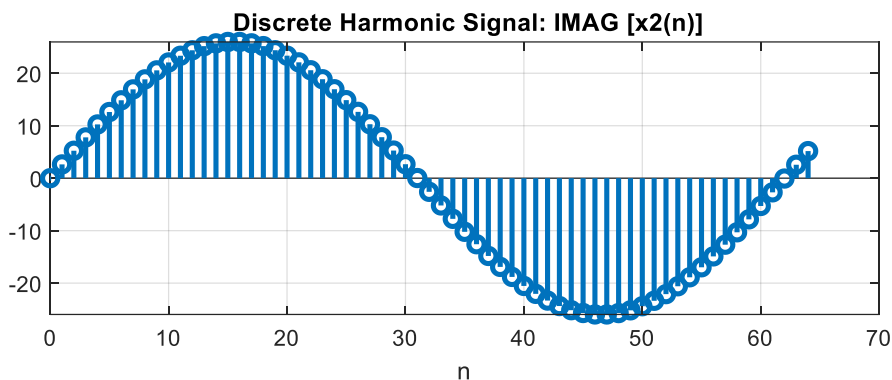
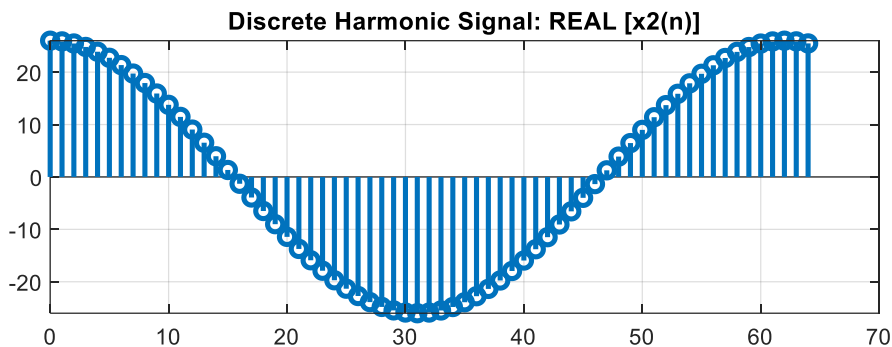
2. Цифровий одиничний стрибок  $u_1(nT)$  (ідентифікатор u1) з виводом графіків на інтервалі дискретного часу  $nT$  (ідентифікатор nT) та дискретного нормованого часу  $n$  (ідентифікатор n):



3. Дискретна експонента  $x_1(nT)$  (ідентифікатор x1) з виводом графіків на інтервалі дискретного часу  $nT$  (ідентифікатор nT) та дискретного нормованого часу  $n$  (ідентифікатор n):

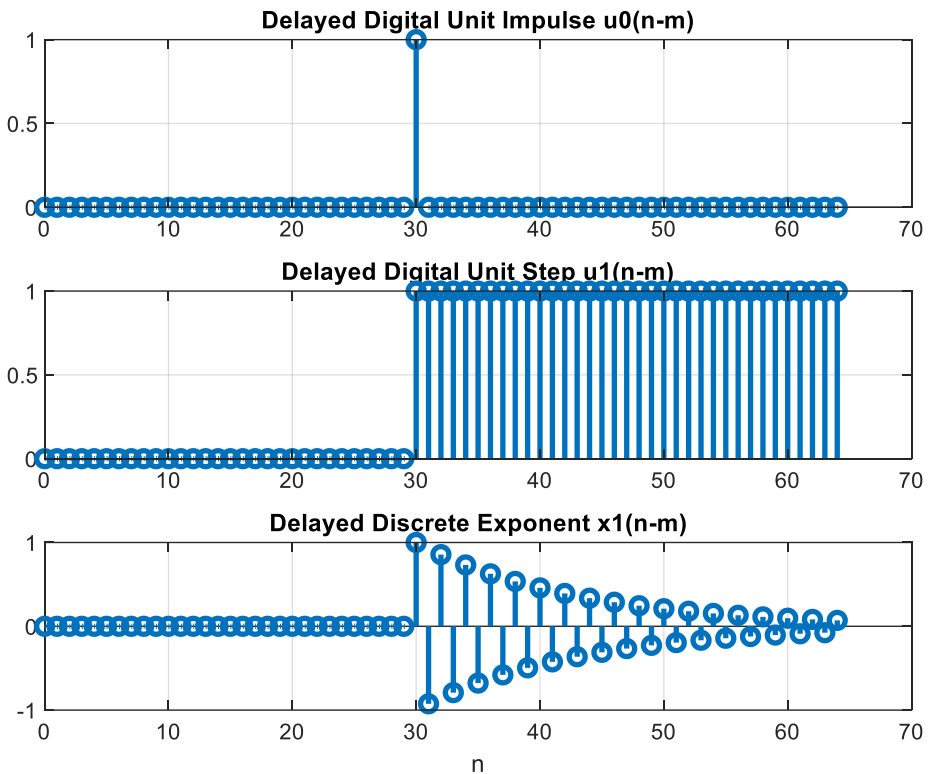


4. Дискретний комплексний гармонічний сигнал (дійсна та уявна частини)  $x_2(n)$  (ідентифікатор x2) з виводом графіків на інтервалі дискретного нормованого часу  $n$  (ідентифікатор n):



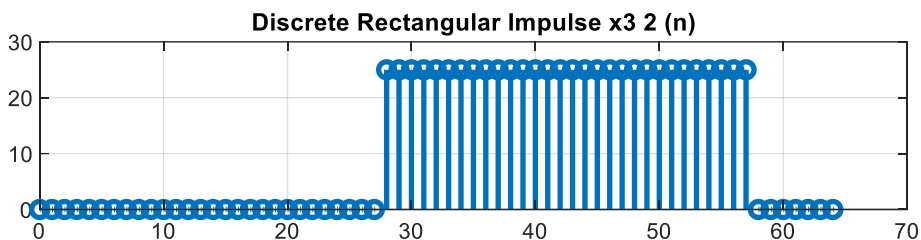
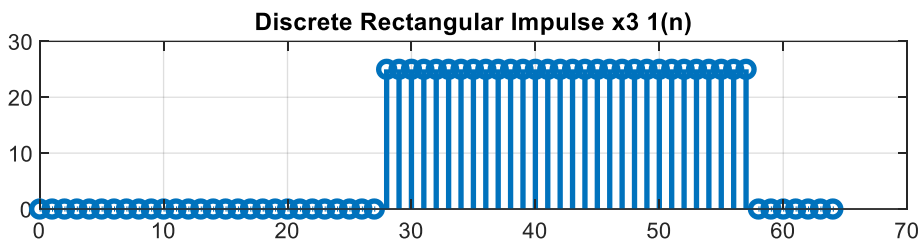
5. Графіки послідовностей (1.10), (1.13) та (1.14), затриманих на  $m$  відліків (ідентифікатори  $u0\_m$ ,  $u1\_m$ ,  $x1\_m$ ) на інтервалі часу (1.12):



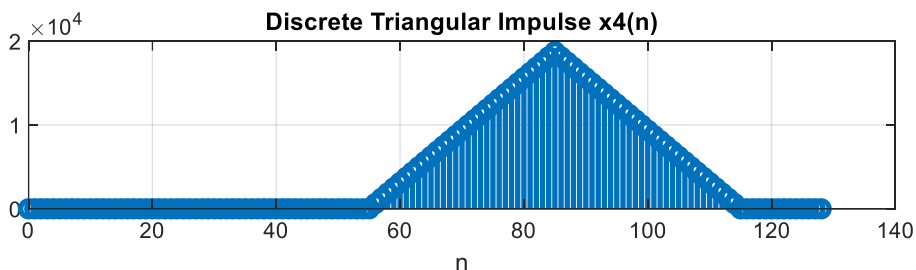


6. Дискретний прямокутний імпульс  $x_3(n)$  з виводом графіку на інтервалі часу (1.12):

- за допомогою функції `rectpuls` – ідентифікатор `x3_1`;
- за допомогою цифрового одиничного стрибка – ідентифікатор `x3_2`.



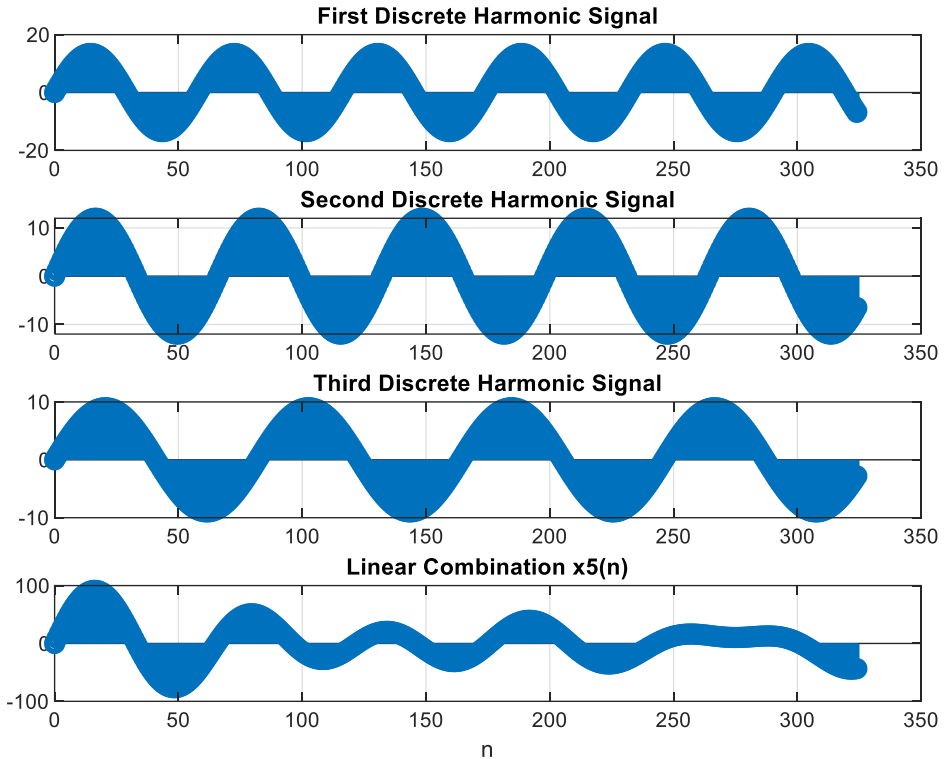
7. Графік дискретного трикутного імпульсу  $x_4(n)$  (ідентифікатор  $\times 4$ ), сформованого за допомогою згортки дискретного прямокутного імпульсу  $x_3(n)$  з самим собою, на інтервалі часу, який дорівнює довжині згортки  $L$ :



8. Лінійна комбінація дискретних гармонічних сигналів  $x_5(n)$  (ідентифікатор  $\times 5$ ):

$$x_5(n) = a_1 x_1(n) + a_2 x_2(n) + a_3 x_3(n),$$

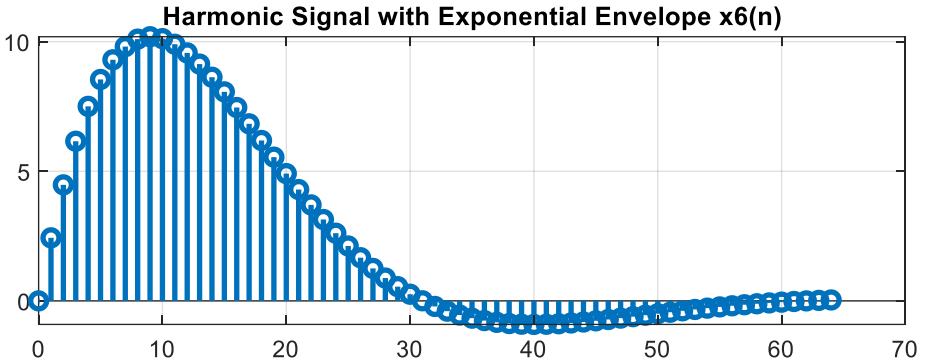
з виводом графіків послідовностей  $x_i(n)$  та  $x_5(n)$  на інтервалі часу  $n \in [0; (5N - 1)]$ .



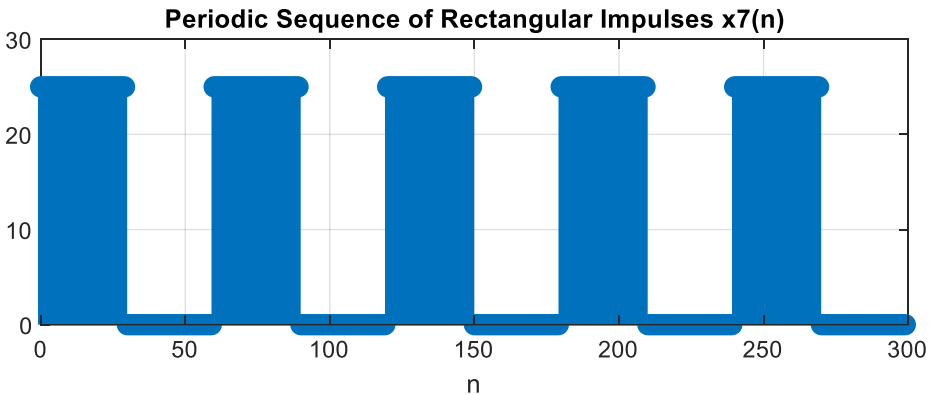
Середнє значення (ідентифікатор mean\_x5), енергія (ідентифікатор E) та середня потужність (ідентифікатор P) послідовності:

$$\text{mean\_x5} = 2.1034; \quad E = 380350.4332; \quad P = 1170.309$$

9. Графік дискретного сигналу  $x_6(n)$  (ідентифікатор x6), який є дискретним гармонічним сигналом  $x(n)$  (ідентифікатор x)  $x(n) = C \sin(\hat{\omega}_0 n)$  з експоненційною огинальною  $|a|^n$ , на інтервалі часу (1.12):



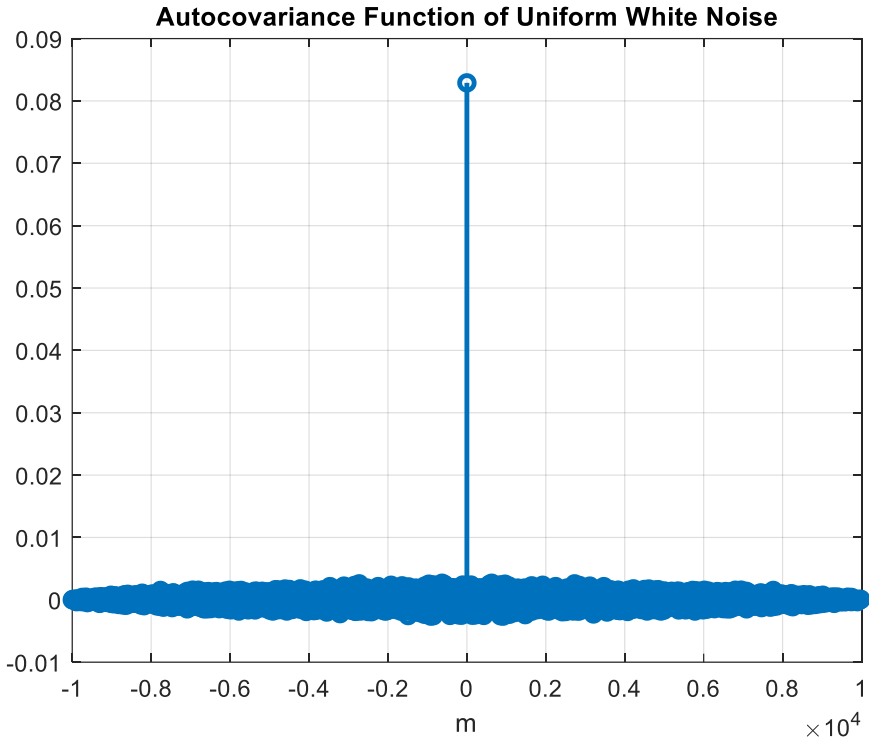
10. Графік п'яти періодів періодичної послідовності  $x_7(n)$  (ідентифікатор  $\times 7$ ) дискретних прямокутних імпульсів амплітуди  $U$  та тривалості  $n_{imp}$  з періодом, удвічі більшим тривалості імпульсу:



11. Оцінки математичного сподівання (ідентифікатор `mean_uniform`) та дисперсії (ідентифікатор `var_uniform`) рівномірного білого шуму (ідентифікатор `r_uniform`) довжиною 10000 з математичним сподіванням та дисперсією, встановленими за замовчуванням:

$$\text{mean\_uniform} = 0.49956; \quad \text{var\_uniform} = 0.08291.$$

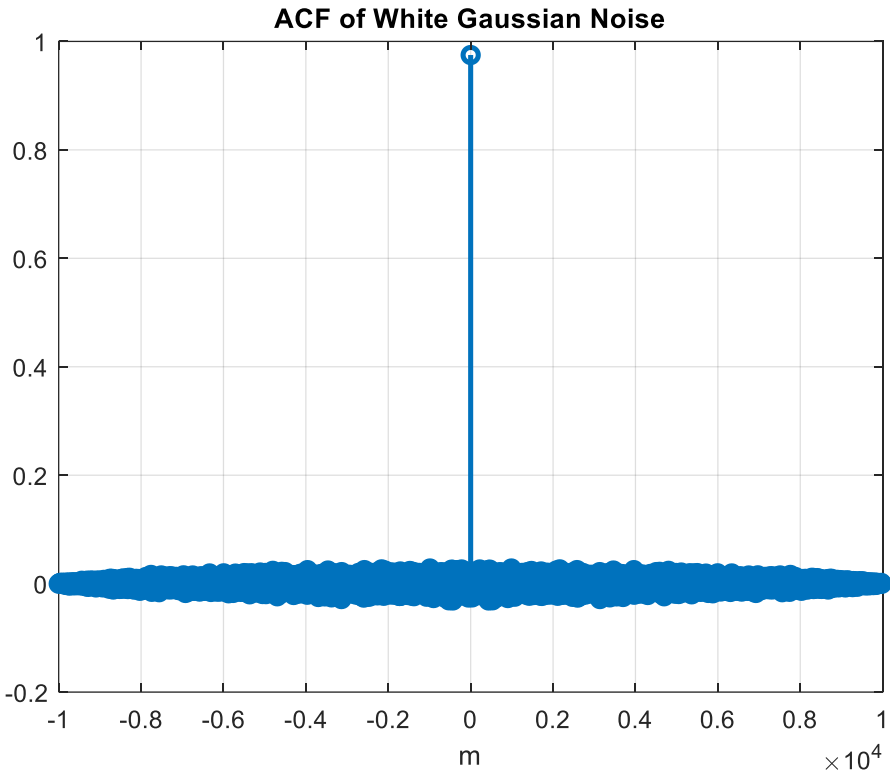
Графік оцінки автоковаріаційної функції  $\hat{r}_x(m)$  шуму (ідентифікатор `r_r_uniform`), центрованої відносно  $m = 0$ :



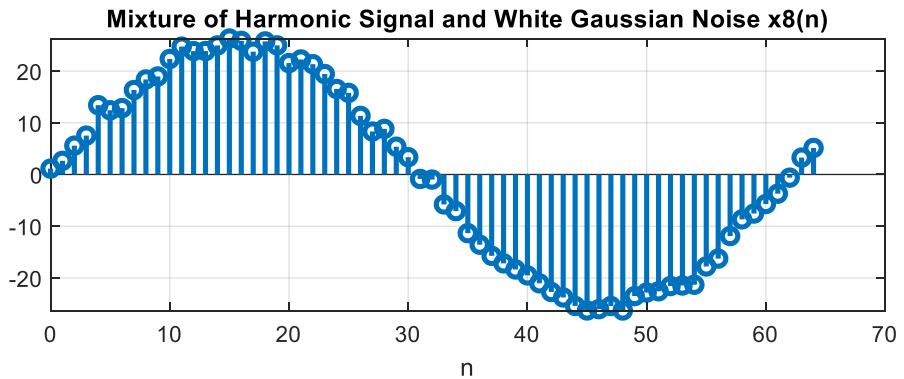
12. Оцінки математичного сподівання (ідентифікатор `mean_norm`) та дисперсії (ідентифікатор `var_norm`) нормального білого шуму (ідентифікатор `r_norm`) довжиною 10000 з математичним сподіванням та дисперсією, встановленими за замовчуванням:

$$\text{mean\_norm} = 0.0018848; \quad \text{var\_norm} = 0.97502.$$

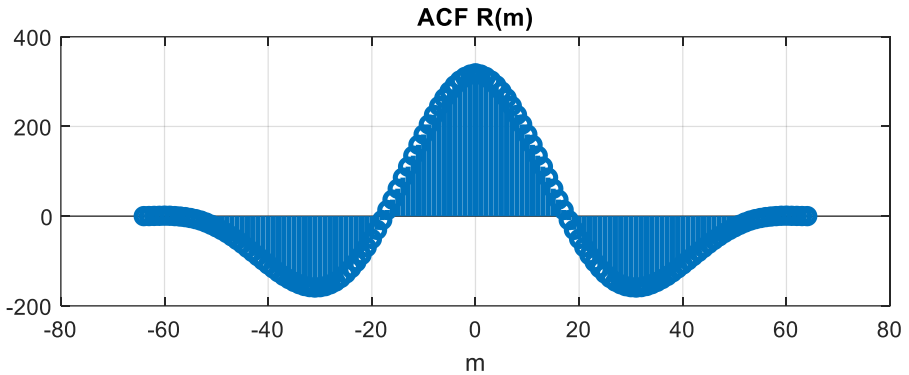
Графік оцінки АКФ  $\hat{R}_x(m)$  шуму (ідентифікатор `R_r_norm`), центрованої відносно  $m = 0$ :



13. Графік адитивної суміші  $x_8(n)$  (ідентифікатор  $\times 8$ ) дискретного гармонічного сигналу  $x(n)$  (1.21) з нормальним білим шумом на інтервалі часу (1.12):



14. Графік оцінки АКФ  $\hat{R}_x(m)$  (ідентифікатор R) послідовності  $x_8(n)$  (п. 13), центрований відносно  $m = 0$ .

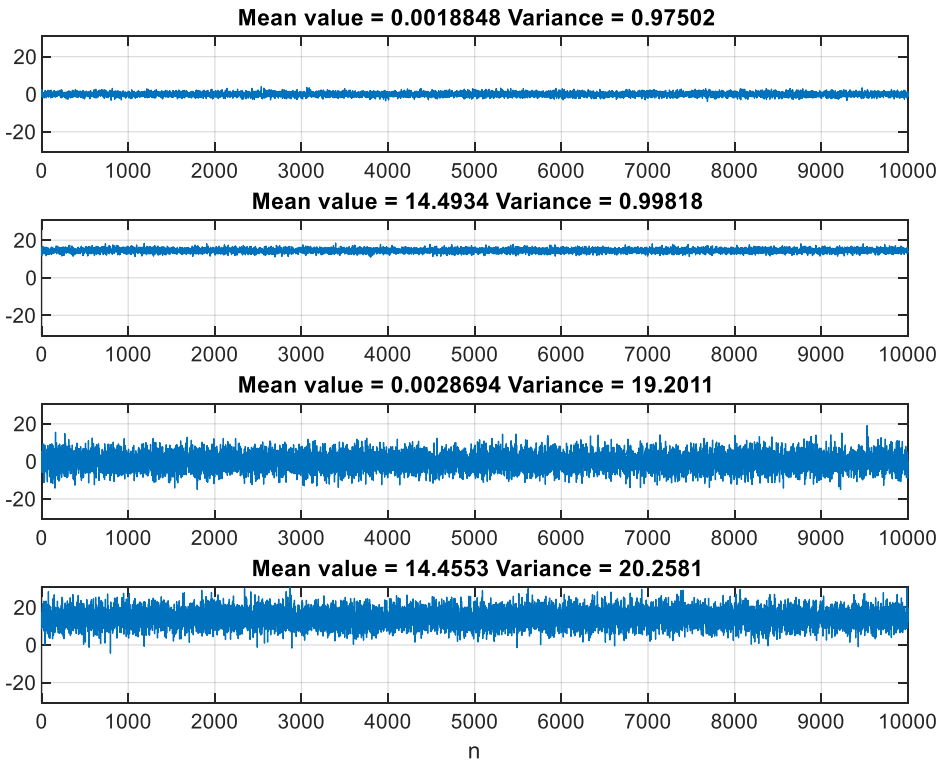


Оцінка дисперсії послідовності  $x_8(n)$  та значення  $R_x(N)$ :

$$\text{var}_{x8} = 323.6047; \quad R(N) = 318.6322.$$

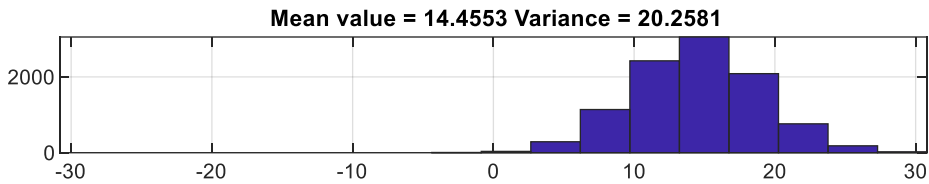
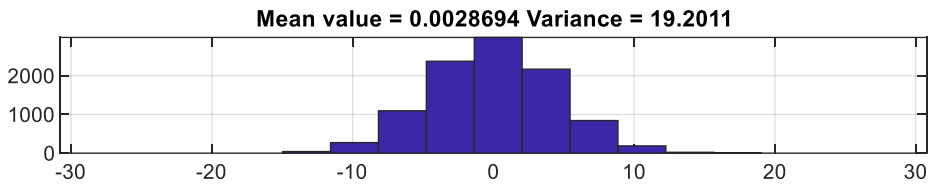
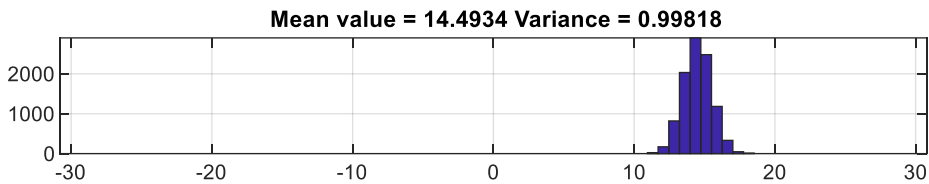
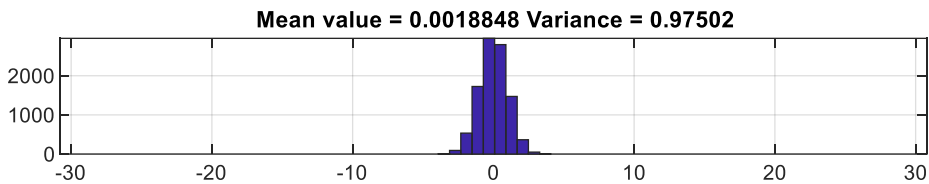
15. Графіки чотирьох різновидів нормального білого шуму довжини 10000:

- з математичним сподіванням та дисперсією, встановленими за замовчуванням, - ідентифікатор шуму `r_norm` (див. п. 12);
- з математичним сподіванням *mean* та дисперсією, встановленою за замовчуванням, - ідентифікатор шуму `r_normMean`;
- з математичним сподіванням, встановленим за замовчуванням, та дисперсією *var* – ідентифікатор шуму `r_normVar`;
- з математичним сподіванням *mean* та дисперсією *var* – ідентифікатор шуму `r_normMeanVar`.



Гістограми чотирьох різновидів нормального білого шуму:





До отриманих результатів потрібно навести пояснення, сформульовані в завданні на лабораторну (практичну) роботу (п. 1.3).

## Робота 2. Проектування КІХ-фільтрів методом найкращої рівномірної (чебишевської) апроксимації та їх моделювання

Мета роботи: вивчити математичне описання лінійних дискретних систем (ЛДС) та оволодіти програмними засобами їх моделювання та аналізу в MATLAB.

### 2.1. Теоретичні відомості

Системою обробки сигналів (системою) називають об'єкт, що виконує потрібне перетворення вхідного сигналу (впливу) у вихідний (реакцію).

Відповідно до визначення, системою можна називати як фізичний пристрій, так і математичне перетворення. За замовчуванням системою будемо вважати математичне перетворення.

Математичною моделлю системи називають її співвідношення вхід/вихід, яке встановлює зв'язок між вхідним та вихідним сигналами.

Систему називають лінійною, якщо вона відповідає умовам адитивності (реакція на суму впливів дорівнює сумі реакцій на дані впливи) та однорідності (впливу, помноженому на ваговий коефіцієнт, відповідає реакція, помножена на той самий коефіцієнт).

Систему називають дискретною, якщо вона перетворює дискретний вплив  $x(n)$  в дискретну реакцію  $y(n)$ .

Систему називають стаціонарною, якщо її реакція інваріантна по відношенню до початку відліку часу (властивість інваріантності за часом). Параметри стаціонарної системи незмінні з часом; затримці впливу відповідає аналогічна затримка реакції.

За замовчуванням будемо розглядати стаціонарні лінійні дискретні системи (ЛДС).

Нульові початкові умови (НПУ) означають, що всі значення впливу та реакції, які може пам'ятати ЛДС в моменти часу, попередні початку впливу  $n = 0$ , дорівнюють нулю:

$$\begin{cases} x(n-i)|_{(n-i)<0, i=1, 2, \dots} = 0; \\ y(n-k)|_{(n-k)<0, k=1, 2, \dots} = 0, \end{cases}$$

тобто вплив та реакція в області від'ємного часу  $n < 0$  дорівнюють нулю.

В ЛДС з одним входом та одним виходом співвідношення вхід/вихід є лінійним математичним перетворенням, вигляд якого однозначно зв'язаний з основною характеристикою ЛДС в часовій області або в  $z$ -області.

Моделюванням ЛДС є обчислення її реакції відповідно до співвідношення вхід/вихід, а аналізом ЛДС – аналіз її характеристик в часовій,  $z$ - та частотній областях.

### 2.1.1. Описання ЛДС в часовій області

Основною характеристикою ЛДС в часовій області є імпульсна характеристика (ІХ). Імпульсною характеристикою  $h(n)$  ЛДС називають її реакцію на цифровий одиничний імпульс

$$u_0(nT) = \begin{cases} 1, & n = 0; \\ 0, & n \neq 0 \end{cases} \text{ при НПУ.}$$

Співвідношення вхід/вихід ЛДС, однозначно зв'язане з його основною характеристикою в часовій області – ІХ, є лінійним математичним перетворенням у вигляді формули згортки:

$$y(n) = \sum_{m=0}^{\infty} h(n-m)x(m) = \sum_{m=0}^{\infty} h(m)x(n-m), \quad (2.1)$$

де  $m$  – затримка послідовності.

Співвідношення вхід/вихід ЛДС, однозначно зв'язане з його основною характеристикою в  $z$ -області – передавальною функцією, має вигляд лінійного математичного перетворення в формі різницевого рівняння (РР):

$$y(n) = \sum_{i=0}^{N-1} b_i x(n-i) - \sum_{k=1}^{M-1} a_k y(n-k), \quad (2.2)$$

де  $b_i$ ,  $a_k$  – дійсні коефіцієнти РР, які є параметрами ЛДС;  $i$ ,  $k$  – значення затримок впливу та реакції;  $(N-1)$ ,  $(M-1)$  – константи, що визначають максимальні затримки.

На відміну від лінійних аналогових систем, де відповідні співвідношення вхід/вихід визначаються інтегралом згортки або лінійним диференціальним рівнянням, обчислення реакції за формулою згортки (2.1) або РР (2.2) проводиться методом прямої підстановки при НПУ, тобто ці співвідношення безпосередньо описують алгоритми обчислення реакції.

За виглядом РР відрізняють два типи ЛДС:

- **рекурсивна** ЛДС, реакція якої залежить від поточного та попередніх відліків впливу та попередніх відліків реакції, тобто:

$$a_k \neq 0 \text{ хоча б для одного значення } k;$$

- **нерекурсивна** ЛДС, реакція якої залежить тільки від поточного та попередніх відліків впливу, тобто:

$$a_k = 0 \text{ для всіх } k.$$

Рекурсивні та нерекурсивні ЛДС мають відповідно безкінечну та кінцеву ІХ, звідки і визначаються їх назви:

- БІХ ЛДС (*IIR – Infinite Impulse Response*);

- КІХ ЛДС (*FIR – Finite Impulse Response*).

Імпульсна характеристика КІХ ЛДС визначається коефіцієнтами  $b_i$  РР (2.2):

$$h(n) = b_i, \quad n = i. \quad (2.3)$$

В MATLAB обчислення реакції за формулою згортки (2.1) виконується за допомогою функції

$$y = \text{conv}(h,x)$$

де  $h$  – вектор відліків ІХ довжини  $N_1$ ; безкінечна ІХ рекурсивної ЛДС обмежується до кінцевої довжини;  $x$  – вектор відліків впливу довжини  $N_2$ ;  $y$  – вектор відліків реакції довжини  $L = N_1 + N_2 - 1$  (довжина згортки).

Обчислення реакції за РР (2.2) проводиться за допомогою функції

$$y = \text{filter}(b,a,x)$$

де  $b, a$  – вектори коефіцієнтів  $[b_0, b_1, \dots, b_{N-1}]$  та  $[1, a_1, \dots, a_{M-1}]$ ;  $x$  – вектор відліків впливу;  $y$  – вектор відліків реакції з довжиною, рівною довжині впливу.

Необхідно звернути увагу на те, що коефіцієнти  $a_k$  записуються без врахування знаку "мінус", що стоїть перед сумою в РР (2.2).

Імпульсна характеристика обчислюється за допомогою функції:

$$h = \text{impz}(b,a,N)$$

де  $b, a$  – визначені раніше для функції `filter`;  $N$  – кількість відліків (довжина) ІХ;  $h$  – вектор відліків ІХ.

Імпульсна характеристика може також обчислюватися за допомогою функції `filter`, якщо вхідним впливом є цифровий одиничний імпульс  $u_0(nT)$ .

### 2.1.2. Описання ЛДС в $z$ -області

Основною характеристикою ЛДС в  $z$ -області є передавальна функція  $H(z)$  –  $z$ -зображення ІХ  $h(n)$ :

$$H(z) = \sum_{n=0}^{\infty} h(n)z^{-n}.$$

Передавальною функцією ЛДС є відношення  $z$ -зображення реакції до  $z$ -зображення впливу при НПУ:

$$H(z) = \frac{Y(z)}{X(z)}.$$

Зазначене співвідношення отримано після  $Z$ -перетворення РР (2.2). Передавальна функція рекурсивної ЛДС записується у вигляді дрібно-раціональної функції:

$$H(z) = \frac{\sum_{i=0}^{N-1} b_i z^{-i}}{1 + \sum_{k=1}^{M-1} a_k z^{-k}}. \quad (2.4)$$

Показник степеню  $z^{-i}$  відповідає затримкам впливу, а  $z^{-k}$  – затримкам реакції; коефіцієнти  $a_k$  передавальної функції та РР (1.2) мають протилежні знаки.

Для нерекурсивних ЛДС передавальна функція з врахуванням (2.3) набуде вигляду

$$H(z) = \sum_{i=0}^{N-1} b_i z^{-i} = \sum_{n=0}^{N-1} h(n)z^{-n}. \quad (2.5)$$

Порядок рекурсивної ЛДС дорівнює порядку знаменника передавальної функції (2.4)

$(M - 1)$  при забезпеченні умови  $(N - 1) \leq (M - 1)$  (за замовчуванням).

Порядок нерекурсивної ЛДС дорівнює  $(N - 1)$ .

Нулями передавальної функції називають значення  $z$ , при яких вона дорівнює нулю, а полюсами (особливими точками) – значення  $z$ , при яких її знаменник дорівнює нулю.

Картою нулів та полюсів називають  $z$ -площину з нанесеним одиничним колом та символічно зображеними нулями та полюсами.

За картою нулів та полюсів можна зробити висновок про стійкість ЛДС: полюси стійкої ЛДС розміщуються всередині одиничного кола [1].

Комплексно-спряжені нулі  $z_{0k1,2}$  та полюси  $z_{*k1,2}$  зручно представляти в показниковій формі, де аргументи – кути (в радіанах) на комплексній  $z$ -площині:

$$\begin{cases} z_{0k1,2} = r_{0k} e^{\pm j\varphi_{0k}}; \\ z_{*k1,2} = r_{*k} e^{\pm j\varphi_{*k}}. \end{cases} \quad (2.6)$$

Окрім загального вигляду (2.4), передавальна функція рекурсивних ЛДС може бути представлена такими своїми різновидами:

- добуток елементарних множників:

$$H(z) = b_0 \prod_{k=1}^{M-1} \frac{1 - z_{0k} z^{-1}}{1 - z_{*k} z^{-1}}, \quad (2.7)$$

де  $z_{0k}$  та  $z_{*k}$  – відповідно  $k$ -ті нуль та полюс передавальної функції (2.4).

В загальному випадку нулі та полюси – попарно комплексно-спряжені числа;

- добуток множників другого порядку:

$$H(z) = \prod_{k=1}^L \frac{b_{0k} + \tilde{b}_{1k} z^{-1} + \tilde{b}_{2k} z^{-2}}{1 + a_{1k} z^{-1} + a_{2k} z^{-2}}, \quad (2.8)$$

де  $b_{0k}$ ,  $\tilde{b}_{1k}$ ,  $\tilde{b}_{2k}$ ,  $a_{1k}$ ,  $a_{2k}$  – дійсні коефіцієнти рекурсивних ланок 2-го порядку, які також називають біквдратними;  $L$  – кількість ланок, що визначається співвідношенням

$$L = \text{int} \left( \frac{M-1}{2} \right),$$

де  $\text{int}$  – функція заокруглення до найближчого цілого у бік збільшення.

В MATLAB використовується представлення передавальної функції (2.8) у еквівалентній формі, отриманій при винесенні за дужки коефіцієнтів  $b_{0k}$ :

$$H(z) = G \prod_{k=1}^L \frac{1 + b_{1k} z^{-1} + b_{2k} z^{-2}}{1 + a_{1k} z^{-1} + a_{2k} z^{-2}}, \quad (2.9)$$

де  $G = b_{01} \cdot b_{02} \cdot \dots \cdot b_{0L}$  – коефіцієнт підсилення, а відповідні коефіцієнти зв'язані такими співвідношеннями:

$$b_{1k} = \frac{\tilde{b}_{1k}}{G}; \quad b_{2k} = \frac{\tilde{b}_{2k}}{G}; \dots$$

- сума простих дробів:

$$H(z) = \sum_{k=1}^{M-1} H_k(z) = \sum_{k=1}^{M-1} \frac{A_k}{1 - z_{*k} z^{-1}}, \quad (2.10)$$

де  $z_{*k}$  – простий (не кратний)  $k$ -ий полюс передавальної функції (2.4);

$A_k$  – коефіцієнт розкладу при  $k$ -му полюсі;  $A_k$  та  $z_{*k}$  – завжди числа однакового типу, дійсні або комплексні.

При однакових порядках чисельника та знаменника  $(M - 1) = (N - 1)$  в (2.4) будемо мати в (2.10) цілу частину – дійсну константу  $C$ :

$$H(z) = \sum_{k=1}^{M-1} \frac{A_k}{1 - z_{*k} z^{-1}} + C. \quad (2.11)$$

В MATLAB для представлення передавальної функції (2.4) у формі добутку елементарних множників (2.7) використовується функція

$$[q,p,K] = \text{tf2zpk}(b,a),$$

де  $b$ ,  $a$  – вектори коефіцієнтів чисельника  $[b_0, b_1, \dots, b_{N-1}]$  та знаменника  $[1, a_1, \dots, a_{M-1}]$  передавальної функції (2.4);  $q$ ,  $p$  – вектори-стовпці нулів  $z_{0k}$  та полюсів  $z_{*k}$  передавальної функції (2.7), представлені в алгебраїчній формі;  $K$  – коефіцієнт підсилення  $b_0$  в співвідношенні (2.7).

Представлення передавальної функції (2.4) у формі добутку множників другого порядку (2.9) виконується за допомогою функції

$$[s,G] = \text{tf2sos}(b,a),$$

де  $b$ ,  $a$  – визначені раніше для функції  $\text{tf2zpk}$ ;  $G$  – коефіцієнт підсилення  $G$  в (2.9);  $s$  – матриця коефіцієнтів чисельників та знаменників біквадратних ланок передавальної функції (2.9) у вигляді

$$\begin{bmatrix} 1 & b_{11} & b_{21} & 1 & a_{11} & a_{21} \\ 1 & b_{12} & b_{22} & 1 & a_{12} & a_{22} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 1 & b_{1L} & b_{2L} & 1 & a_{1L} & a_{2L} \end{bmatrix}. \quad (2.12)$$

Для представлення передавальної функції (2.4) як суми простих дробів (2.11) використовується така функція:

$$[r,p,c] = \text{residuez}(b,a),$$

де  $b$ ,  $a$  – визначені раніше для функції  $f(z)$ ;  $r$ ,  $p$  – вектори-стовпці коефіцієнтів розкладу  $A_k$  та полюсів  $z_k^*$  в (2.11), представлені в алгебраїчній формі;  $c$  – ціла частина  $C$  в формулі (2.11); при її відсутності виводиться пуста матриця  $c=[]$ .

*Карта нулів та полюсів* передавальної функції виводиться за допомогою функції

$$zplane(b,a).$$

### 2.1.3. Описання ЛДС в частотній області

Основною характеристикою ЛДС в частотній області є частотна характеристика (ЧХ)  $H(e^{j\hat{\omega}})$  – зображення за Фур'є IX  $h(n)$ :

$$H(e^{j\hat{\omega}}) = \sum_{n=0}^{\infty} h(n)e^{-j\hat{\omega}n},$$

де  $\hat{\omega}$  – нормована частота:

$$\hat{\omega} = \omega T \quad (rad). \quad (2.13)$$

Частотна характеристика  $H(e^{j\hat{\omega}})$  зв'язана з передавальною функцією  $H(z)$  співвідношенням

$$H(e^{j\hat{\omega}}) = H(z) \Big|_{z=e^{j\hat{\omega}}}, \quad (2.14)$$

що дозволяє за допомогою підстановки  $z = e^{j\hat{\omega}}$  в (2.4) отримати ЧХ у такому вигляді:

$$H(e^{j\hat{\omega}}) = \frac{\sum_{i=0}^{N-1} b_i e^{-j\hat{\omega}i}}{1 + \sum_{k=1}^{M-1} a_k e^{-j\hat{\omega}k}}. \quad (2.15)$$



Частотну характеристику  $H(e^{j\hat{\omega}})$  (2.15) можна представити в показниковій формі:

$$H(e^{j\hat{\omega}}) = |H(e^{j\hat{\omega}})| \cdot e^{j \arg\{H(e^{j\hat{\omega}})\}} = A(\hat{\omega}) \cdot e^{j\varphi(\hat{\omega})}. \quad (2.16)$$

Модуль  $A(\hat{\omega})$  та аргумент  $\varphi(\hat{\omega})$  частотної характеристики відповідають амплітудно-частотній (АЧХ) та фазочастотній (ФЧХ) характеристикам ЛДС.

*Амплітудно-частотна характеристика* (АЧХ) відображає частотну залежність відношення амплітуди реакції до амплітуди гармонічної дії (впливу) в усталеному режимі.

*Фазочастотна характеристика* (ФЧХ) відображає частотну залежність різниці початкових фаз реакції та гармонічної дії (впливу) в усталеному режимі.

АЧХ та ФЧХ – *періодичні* функції з періодом  $2\pi$  за шкалою частот  $\hat{\omega}$  або  $f_d$  за шкалою частот  $f$  (Гц).

АЧХ – *парна*, а ФЧХ – *непарна* функції частоти.

АЧХ та ФЧХ розраховуються в основній смузі частот  $[0; \pi]$  за шкалою частот  $\hat{\omega}$  або  $[0; f_d/2]$  за шкалою частот  $f$  (Гц).

За картою нулів та полюсів можна визначити розташування максимумів, мінімумів та нулів АЧХ в основній смузі частот  $[0; \pi]$ , а саме:

- частота комплексно-спряженого полюсу  $\hat{\omega}_{*k}$ , де  $\hat{\omega}_{*k} = \varphi_{*k}$  в (2.6), відповідає частоті *максимуму* АЧХ (приблизно);

- частота комплексно-спряженого нуля  $\hat{\omega}_{0k}$ , де  $\hat{\omega}_{0k} = \varphi_{0k}$  в (2.6), відповідає частоті *мінімуму* АЧХ (приблизно), якщо  $r_{0k} \neq 1$ , або *нуля* АЧХ, якщо  $r_{0k} = 1$  (комплексно-спряжені нулі на одиничному колі); в точці нуля АЧХ спостерігається стрибок ФЧХ на величину  $\pi$ ;

- дійсним нулям  $z_{0k} = 1$  та/або  $z_{0k} = -1$  (на одиничному колі) відповідає нуль АЧХ на границі основної смуги частот 0 та/або  $\pi$ .

В MATLAB частотна характеристика (2.15) обчислюється за допомогою функції `freqz` одного з таких форматів:

`H = freqz(b,a,f,Fs)`

`H = freqz(b,a,w)`

`H = freqz(b,a,N)`

де:  $b$ ,  $a$  – визначені раніше для функції `tf2zpk` (дивись розділ 1.2);  $f$  – вектор частот в герцах;  $F_s$  – частота дискретизації  $f_d$  (Гц);  $w$  – вектор нормованих частот  $\hat{\omega}$  (рад);  $N$  – кількість точок ЧХ; при відсутності параметра за замовчуванням  $N = 512$ ;  $H$  – вектор комплексних значень ЧХ.

Модуль частотної характеристики (АЧХ) визначається за допомогою функції `abs(H)`, а аргумент (ФЧХ) – за допомогою функції `angle(H)`.

#### 2.1.4. Структури ланок другого порядку

*Структура* (структурна схема) ЛДС відображає алгоритм обчислення реакції за РР та визначається виглядом передавальної функції.

Для рекурсивних ланок другого порядку з передавальною функцією типу

$$H(z) = \frac{b_0 + b_1 z^{-1} + b_2 z^{-2}}{1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2}} \quad (2.17)$$

та різницеvim рівнянням

$$y(n) = b_0 x(n) + b_1 x(n-1) + b_2 x(n-2) - a_1 y(n-1) - a_2 y(n-2)$$

підтримуються такі структури:

- пряма – Direct-Form I (рис. 2.1, а);
- пряма транспонована – Direct-Form I Transposed (рис. 2.1, б);
- пряма канонічна – Direct-Form II (рис. 2.1, в);
- пряма канонічна транспонована – Direct-Form II Transposed (рис. 2.1, г).

В MATLAB структури описуються об'єктом `dfilt` (від англ. *Discrete-time filter object*):

$$Hd = \text{dfilt.structure}(b,a)$$

де `Hd` – ім'я об'єкту; `dfilt` – тип об'єкту; `structure` – функція, що задає конкретну структуру об'єкту `Hd` (табл. 2.1);  $b$ ,  $a$  – параметри функції `structure` – вектори коефіцієнтів передавальної функції (2.4), визначені раніше для функції `tf2zpk` (див. розділ 2.1.2).

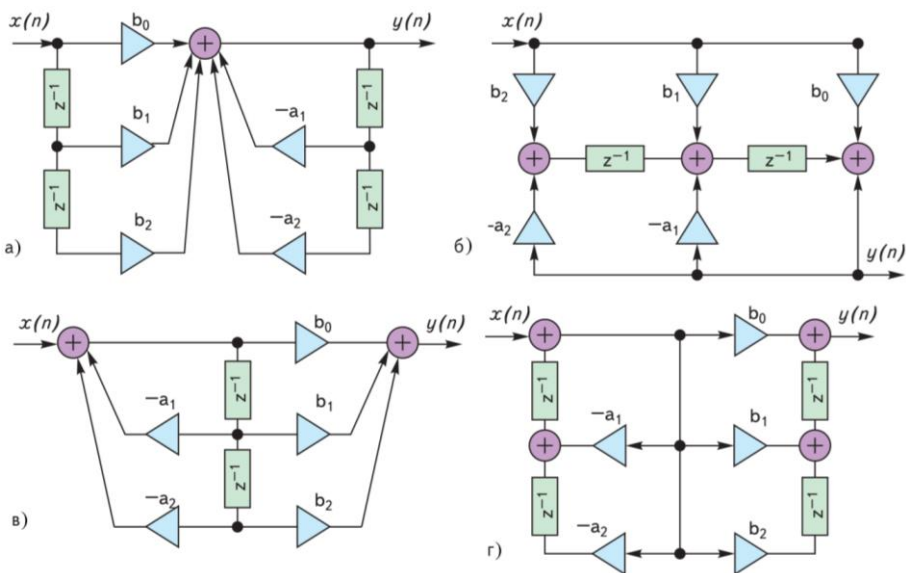


Рис. 2.1. Структура ланки 2-го порядку: Direct-Form I (а); Direct-Form I Transposed (б); Direct-Form II (в); Direct-Form II Transposed (г)

Властивостями об'єкту `dfilt` з ім'ям `Hd` для рекурсивних ланок 2-го порядку є:

- `FilterStructure` – структура ланки;
- `Arithmetic` - форма представлення даних;
- `Numerator` – коефіцієнти чисельника передавальної функції;
- `Denominator` – коефіцієнти знаменника передавальної функції;
- `PersistentMemory` – початкові умови при обчисленні реакції;

значення `false` відповідає НПУ (див. розділ 2.1).

Структури ланок 2-го порядку, що описуються як об'єкти `dfilt`, наведені в табл. 2.1.

Таблиця 2.1. Функції `structure` та структури рекурсивних ланок 2-го порядку

Функція <code>structure</code>	Структура рекурсивної ланки 2-го порядку
<code>df1</code>	Direct-Form I (пряма, див. рис. 2.1, а);
<code>df1t</code>	Direct-Form I Transposed (пряма транспонована, див. рис. 2.1, б)
<code>df2</code>	Direct-Form II (пряма канонічна, див. рис. 2.1, в);

df2t	Direct-Form II Transposed (пряма канонічна транспонована, див. рис. 2.1, г)
------	---

## 2.2. Зміст лабораторної роботи

Зміст роботи зв'язаний з моделюванням ЛДС, аналізом її характеристик та описанням структур програмними засобами MATLAB на прикладі рекурсивних ланок 2-го порядку.

## 2.3. Завдання на лабораторну роботу

Лабораторна робота виконується на основі script-файлу `lg_02` та function-файлу `input_2`, які є складовими частинами лабораторної роботи.

Вихідні дані для пунктів завдання наведені в таблиці 2.2 і визначаються самостійно для заданого номера варіанту  $N_B$ . Коефіцієнти передавальної функції (2.17)  $b_0, b_1, b_2, a_1, a_2$  (див. табл. 2.2) розраховуються з точністю до чотирьох значущих цифр.

Таблиця 2.2. Вихідні дані до лабораторної роботи №2

Змінна	Призначення	Значення	Ідентифікатор
$N_B$	Номер варіанту	$N_B$	$Nb =$
$b_0$ $b_1$ $b_2$	Коефіцієнти чисельника передавальної функції	$b_0 = 0.5 + 0.02 \cdot N_B$ $b_1 = b_0 (-1)^{N_B+1} (0.9822 + 0.0178 N_B)$ $b_2 = b_0 (0.8 + 0.02 N_B)$	Вектор $b = [ \dots ]$
$a_0$ $a_1$ $a_2$	Коефіцієнти знаменника передавальної функції	$a_0 = 1$ $a_1 = (-1)^{N_B} (0.7788 + 0.025 N_B)$ $a_2 = 0.64 + 0.006 N_B$	Вектор $a = [ \dots ]$
$N_1$	Довжина ІХ	$N_1 = N_B + 20$	$N1 =$
$N_2$	Довжина впливу	$N_2 = N_B + 30$	$N2 =$
$f_D$	Частота дискретизації	$f_D = 1000 N_B$	$Fs =$

Завдання на лабораторну роботу зв'язано з моделюванням рекурсивної ланки 2-го порядку та аналізом її характеристик і складається з таких пунктів (етапів).

1. Обчислення імпульсної характеристики (ідентифікатор h1) довжини  $N_1$  за допомогою функції `impz` з виводом графіка.

Необхідно записати аналітичну формулу IX рекурсивної ланки 2-го порядку з врахуванням НПУ. Пояснити, чому реально дорівнює довжина IX.

2. Обчислення імпульсної характеристики (ідентифікатор h2) за допомогою функції `filter` з виводом графіка.

Пояснити, що і чому вибрано в якості впливу (вхідної дії).

3. Обчислення реакції  $y_1(n)$  (ідентифікатор y1) за формулою згортки.

В якості впливу  $x(n)$  довжини  $N_2$  вибрати дискретний прямокутний імпульс (ідентифікатор x):

$$x(n) = \begin{cases} 1, & 0 \leq n < \text{int}(N_2/2); \\ 0, & \text{int}(N_2/2) \leq n \leq (N_2 - 1). \end{cases} \quad (2.18)$$

Функція `int` визначена в розділі 2.1.2.

Для моделювання впливу (2.18) використовується function-файл `input_2`.

Вивести графік впливу  $x(n)$  та два графіки реакції  $y_1(n)$  з довжиною, що дорівнює довжині згортки  $L$ , та довжиною, обмеженою довжиною впливу.

Записати формулу згортки.

Пояснити:

- чому дорівнює довжина імпульсу (2.18);
- чому дорівнює довжина згортки аналітично та за графіком;
- чому її обмежують до довжини впливу.

4. Обчислення реакції  $y_2(n)$  (ідентифікатор y2) за різницеvim рівнянням.

Задати вплив  $x(n)$  (2.18). Вивести графіки впливу та реакції.

Порівняти графіки реакцій  $y_1(n)$  (п. 3) та  $y_2(n)$ .

Записати РР рекурсивної ланки 2-го порядку із заданими коефіцієнтами.

Пояснити, чому дорівнюють довжини впливу та реакції.

5. Обчислення параметрів передавальної функції у вигляді добутку елементарних множників.

Обчислити нулі, полюси та коефіцієнт підсилення (ідентифікатори  $q$ ,  $p$  та  $K$ ) передавальної функції (2.17).

Записати нулі та полюси в алгебраїчній та показниковій формах і пояснити зв'язок між ними.

Виразити значення аргументу полюсу та нуля відносно  $\pi$ , наприклад, значенню  $\varphi = 1,7654$  буде відповідати:

$$\varphi = 1.7654 \cong 0.562\pi. \quad (2.19)$$

Представити передавальну функцію у вигляді добутку елементарних множників з нулями та полюсами в показниковій формі.

6. Обчислення параметрів передавальної функції у вигляді добутку множників 2-го порядку.

Обчислити коефіцієнт підсилення (ідентифікатор  $G$ ) та матрицю коефіцієнтів (ідентифікатор  $s$ ) передавальної функції.

Представити передавальну функцію у вигляді добутку множників другого порядку.

7. Обчислення параметрів передавальної функції у вигляді суми елементарних дробів.

Обчислити полюси, коефіцієнти розкладу та цілу частину (ідентифікатори  $p$ ,  $r$  та  $c$ ) передавальної функції.

Записати полюси та коефіцієнти розкладу в алгебраїчній та показниковій формах.

Виразити значення аргументу полюсу та коефіцієнта розкладання у вигляді (2.19).

Представити передавальну функцію у вигляді суми простих дробів з полюсами та коефіцієнтами розкладу в показниковій формі.

8. Виведення карти нулів та полюсів.

Зобразити карту нулів та полюсів.

Пояснити:

- чи є рекурсивна ланка стійкою;

- чи збігаються значення нулів та полюсів з результатами обчислень в п. 5.

9. Обчислення АЧХ та ФЧХ за шкалою нормованих частот.

Обчислити АЧХ та ФЧХ (ідентифікатори  $MAG\_w$  та  $PHASE\_w$ ) за шкалою нормованих частот  $\hat{\omega}$  (ідентифікатор  $w$ ) і вивести їх графіки.

Порівняти значення отриманої АЧХ на границях основної смуги зі значеннями, обчисленими аналітично за формулами:

$$A(0) = \left| H(z) \Big|_{z=e^{j0}=1} \right| = \left| \frac{b_0 + b_1 + b_2}{1 + a_1 + a_2} \right|; \quad (2.20)$$

$$A(\pi) = \left| H(z) \Big|_{z=e^{j\pi}=-1} \right| = \left| \frac{b_0 - b_1 + b_2}{1 - a_1 + a_2} \right|. \quad (2.21)$$

Пояснити:

- чому дорівнюють границі основної смуги частот;
- відповідність між картою нулів та полюсів і виглядом АЧХ;
- якому значенню АЧХ відповідає стрибок на  $\pi$ , якщо він має місце;
- які частотні складові впливу (низькі або високі) виявилися переважно придувленими в реакції.

10. Обчислення АЧХ та ФЧХ за шкалою абсолютних частот.

Обчислити АЧХ та ФЧХ (ідентифікатори MAG та PHASE) за шкалою частот  $f$  (Гц) (ідентифікатор  $f$ ) при заданій частоті дискретизації  $f_D$  та вивести їх графіки.

Пояснити:

- чому дорівнюють границі основної смуги частот;
- відповідність між частотами  $\hat{\omega}$  та  $f$ .

11. Описання структури рекурсивної ланки.

Описати чотири різновиди структур рекурсивного кола 2-го порядку (див. таблицю 2.1) об'єктами `dfilt` з іменами `hd1-hd4`.

Пояснити:

- що відображає структура та чим визначається її вигляд;
- властивості кожного з об'єктів `dfilt`.

12. Аналіз впливу нулів та полюсів на вигляд АЧХ.

В окремих полях одного графічного вікна вивести карти нулів та полюсів і відповідні нормовані АЧХ (ідентифікатор MAGN) за шкалою нормованих частот  $\hat{\omega}$  для різних варіантів коефіцієнтів передавальної функції, наведених в табл. 2.3, які обчислюються автоматично.

Для одночасного обчислення нормованих АЧХ для чотирьох варіантів коефіцієнтів, коефіцієнти чисельників та знаменників представлені у вигляді матриць розміром  $4 \times 3$ .

Пояснити відповідність між картою нулів та полюсів і формою АЧХ.

Таблиця 2.3. Варіанти коефіцієнтів

Варіант	Вектори коефіцієнтів передавальної функції	
	чисельника	знаменника
1	[1 0 0]	[1 a1 a2]
2	[1 0 0]	[1 -a1 a2]
3	[1 0 0]	[1 a1 1.2*a2]
4	[1 1 0]	[1 a1 a2]

## 2.4. Типовий script-файл для виконання лабораторної роботи

Перед виконанням роботи відповідно до індивідуально варіанту та даних таблиці 2.2 мають бути визначені вихідні дані до лабораторної роботи.

Для запуску лабораторної роботи необхідно звернутися до script-файлу `lr_02` за його ім'ям:

```
>> lr_02
```

Для примусового зняття script-файлу з виконання необхідно натиснути комбінацію клавіш `<Ctrl>+<Break>`.

При виконанні script-файлу поточні вікна з графіками *не закривати*.

Лістинг script-файлу `lr_02` має такий вигляд:

```
>> type lr_02
script
clc
clear
disp('% ЛР №2. ЛІНІЙНІ ДИСКРЕТНІ СИСТЕМИ (ЛДС)')
disp('%')
disp('%')
disp('% Введіть ВИХІДНІ ДАНІ!');
DATA=0;
while DATA==0
Nb = input('Nb = '); % НОМЕР ВАРІАНТУ
b = input('b = '); % ВЕКТОР КОЕФІЦІЄНТІВ ЧИСЕЛЬНИКА ПЕРЕДАВАЛЬНОЇ ФУНКЦІЇ
a = input('a = '); % ВЕКТОР КОЕФІЦІЄНТІВ ЗНАМЕННИКА ПЕРЕДАВАЛЬНОЇ ФУНКЦІЇ
```



```

N1 = input('N1 = '); % ДОВЖИНА ІМПУЛЬСНОЇ ХАРАКТЕРИСТИКИ
N2 = input('N2 = '); % ДОВЖИНА ВПЛИВУ
Fs = input('Fs = '); % ЧАСТОТА ДИСКРЕТИЗАЦІЇ
disp('% Перевірте ВІРНІСТЬ введення ВИХІДНИХ ДАНИХ')
disp('% При ВІРНИХ ВИХІДНИХ ДАНИХ введіть 1')
disp('% При НЕВІРНИХ ВИХІДНИХ ДАНИХ введіть 0 та ПОВТОРІТЬ введення')
DATA = input('--> ');
end
disp('%')
disp('%')
disp('% Для продовження натисніть <ENTER>')
pause
disp('%')
disp('%')
disp('% п.1. ОБЧИСЛЕННЯ ІМПУЛЬСНОЇ ХАРАКТЕРИСТИКИ — функція impz')
disp('%')
disp('%')
disp('% Для виводу ГРАФІКА ІМПУЛЬСНОЇ ХАРАКТЕРИСТИКИ натисніть <ENTER>')
pause
h1 = impz(b,a,N1); % ІМПУЛЬСНА ХАРАКТЕРИСТИКА
n = 0:(N1-1); % ДИСКРЕТНЕ НОРМУВАННЯ ЧАСУ ДЛЯ ІМПУЛЬСНОЇ ХАРАКТЕРИСТИКИ
figure('Name','Impulse Response','NumberTitle','off')
subplot(2,1,1), stem(n,h1,'fill','MarkerSize',3), grid
xlabel('n'), ylabel('h(n)')
title('Impulse Response h(n) — impz')
disp('%')
disp('%')
disp('% Для продовження натисніть <ENTER>')
pause
disp('%')
disp('%')
disp('% п.2. ОБЧИСЛЕННЯ ІМПУЛЬСНОЇ ХАРАКТЕРИСТИКИ — функція filter')
disp('%')
disp('%')
disp('% Для виводу ГРАФІКА ІМПУЛЬСНОЇ ХАРАКТЕРИСТИКИ натисніть <ENTER>')
pause
u0 = [1 zeros(1,(N1-1))]; % ЦИФРОВИЙ ОДИНИЧНИЙ ІМПУЛЬС
h2 = filter(b,a,u0); % ІМПУЛЬСНА ХАРАКТЕРИСТИКА
subplot(2,1,2), stem(n,h2,'fill','MarkerSize',3), grid
xlabel('n'), ylabel('h(n)'), title('Impulse Response h(n) — filter')
disp('%')
disp('%')
disp('% Для продовження натисніть <ENTER>')
pause
disp('%')

```

```

disp('%')
disp('% п.3. ОБЧИСЛЕННЯ РЕАКЦІЇ ЗА ФОРМУЛОЮ ЗГОРТКИ')
disp('%')
disp('%')
disp('% Для виводу ГРАФІКІВ ВПЛИВУ ТА РЕАКЦІЇ, обчисленої за ФОРМУЛОЮ ЗГОРТКИ,
натисніть <ENTER>')
pause
x = input_1(N2); % ВПЛИВ (ДИСКРЕТНИЙ ПРЯМОКУТНИЙ ІМПУЛЬС)
y1 = conv(x,h1); % РЕАКЦІЯ З ДОВЖИНОЮ, ЩО ДОРІВНЮЄ ДОВЖИНІ ЗГОРТКИ
L = N1+N2-1; % ДОВЖИНА ЗГОРТКИ
n = 0:(N2-1); % ДИСКРЕТНЕ НОРМУВАННЯ ЧАСУ ДЛЯ ВПЛИВУ
n1 = 0:(L-1); % ДИСКРЕТНЕ НОРМУВАННЯ ЧАСУ ДЛЯ ЗГОРТКИ
figure('Name','Input and Output Signals','NumberTitle','off')
subplot(4,1,1), stem(n,x,'fill','MarkerSize',3), grid, xlabel('n')
ylabel('x(n)'), title('Input Signal — Discrete Rectangular Impulse x(n)')
subplot(4,1,2), stem(n1,y1,'fill','MarkerSize',3), grid
ylabel('y(n)'), title('Output Signal y1(n) — conv (length = L)')
subplot(4,1,3), stem(n,y1(1:N2),'fill','MarkerSize',3), grid
xlabel('n'), ylabel('y1(n)')
title('Output Signal y1(n) — conv (length = N2)')
disp('%')
disp('%')
disp('% Для продовження натисніть <ENTER>')
pause
disp('%')
disp('%')
disp('% п.4. ОБЧИСЛЕННЯ РЕАКЦІЇ ЗА РІЗНИЦЕВИМ РІВНЯННЯМ')
disp('%')
disp('%')
disp('% Для виводу ГРАФІКА РЕАКЦІЇ, обчисленої за РІЗНИЦЕВИМ РІВНЯННЯМ,
натисніть <ENTER>')
pause
y2 = filter(b,a,x); % РЕАКЦІЯ ЛДС
subplot(4,1,4), stem(n,y2,'fill','MarkerSize',3), grid
xlabel('n'), ylabel('y(n)')
title('Output Signal y2(n) — filter (length = N2)')
disp('%')
disp('%')
disp('% Для продовження натисніть <ENTER>')
pause
disp('%')
disp('%')
disp('% п.5. ОБЧИСЛЕННЯ ПАРАМЕТРІВ ПЕРЕДАВАЛЬНОЇ ФУНКЦІЇ У ВИГЛЯДІ ДОБУТКУ
ЕЛЕМЕНТАРНИХ МНОЖНИКІВ')
disp('%')

```

```

disp('%')
disp('% Для ВИВОДУ нулів (q) та полюсів (p) В АЛГЕБРАЇЧНІЙ ФОРМІ та коефіцієнта
підсилення (K) натисніть <ENTER>')
pause
[q,p,K] = tf2zpk(b,a) % НУЛІ (q) ТА ПОЛЮСИ (p) В АЛГЕБРАЇЧНІЙ ФОРМІ ТА КОЕФІЦІЄНТ
ПІДСИЛЕННЯ (K)
disp('%')
disp('% Для ВИВОДУ нулів (q) в ПОКАЗНИКОВІЙ ФОРМІ натисніть <ENTER>')
pause
disp('% rq — РАДІУСИ, wq — АРГУМЕНТИ нулів')
rq = abs(q) % РАДІУСИ КОМПЛЕКСНО-СПРЯЖЕНИХ НУЛІВ
wq = angle(q) % АРГУМЕНТИ КОМПЛЕКСНО-СПРЯЖЕНИХ НУЛІВ
disp('% Для ВИВОДУ полюсів (p) в ПОКАЗНИКОВІЙ ФОРМІ натисніть <ENTER>')
pause
disp('% rp — РАДІУСИ, wp — АРГУМЕНТИ полюсів')
rp = abs(p) % РАДІУСИ КОМПЛЕКСНО-СПРЯЖЕНИХ ПОЛЮСІВ
wp = angle(p) % АРГУМЕНТИ КОМПЛЕКСНО-СПРЯЖЕНИХ ПОЛЮСІВ
disp('%')
disp('%')
disp('% Для продовження натисніть <ENTER>')
pause
disp('%')
disp('%')
disp('% п.6. ОБЧИСЛЕННЯ ПАРАМЕТРІВ ПЕРЕДАВАЛЬНОЇ ФУНКЦІЇ У ВИГЛЯДІ ДОБУТКУ
МНОЖНИКІВ ДРУГОГО ПОРЯДКУ')
disp('%')
disp('%')
disp('% Для ВИВОДУ матриці коефіцієнтів (s) та коефіцієнтів підсилення (G) натисніть
<ENTER>')
pause
[s,G] = tf2sos(b,a) % КОЕФІЦІЄНТИ (s) ТА КОЕФІЦІЄНТ ПІДСИЛЕННЯ (G)
disp('%')
disp('%')
disp('% Для продовження натисніть <ENTER>')
pause
disp('%')
disp('%')
disp('% п.7. ОБЧИСЛЕННЯ ПАРАМЕТРІВ ПЕРЕДАВАЛЬНОЇ ФУНКЦІЇ У ВИГЛЯДІ СУМИ
ПРОСТИХ ДРОБІВ')
disp('%')
disp('%')
disp('% Для ВИВОДУ коефіцієнтів розкладання (r), полюсів (p) та цілої частини (c)
натисніть <ENTER>')
pause

```

```

[r,p,c] = residuez(b,a) % КОЕФІЦІЄНТИ РОЗКЛАДАННЯ (r) ТА ПОЛЮСИ (p) В
АЛГЕБРАЇЧНІЙ ФОРМІ ТА ЦІЛА ЧАСТИНА (c)
disp('%')
disp('% Для ВИВОДУ КОЕФІЦІЄНТІВ РОЗКЛАДАННЯ (r) в ПОКАЗНИКОВІЙ ФОРМІ
натисніть <ENTER>')
pause
rr = abs(r) % РАДІУСИ КОМПЛЕКСНО-СПРЯЖЕНИХ КОЕФІЦІЄНТІВ РОЗКЛАДАННЯ (r)
wr = angle(r) % АРГУМЕНТИ КОМПЛЕКСНО-СПРЯЖЕНИХ КОЕФІЦІЄНТІВ РОЗКЛАДАННЯ
(r)
disp('%')
disp('%')
disp('% Для продовження натисніть <ENTER>')
pause
disp('%')
disp('%')
disp('% п.8. ВИВЕДЕННЯ КАРТИ НУЛІВ ТА ПОЛЮСІВ')
disp('%')
disp('%')
disp('% Для ВИВЕДЕННЯ КАРТИ НУЛІВ ТА ПОЛЮСІВ натисніть <ENTER>')
pause
figure('Name', 'Z-plane zero-pole plot', 'NumberTitle', 'off')
zplane(b,a), title('Z-plane zero-pole plot'), grid
xlabel('Re'), ylabel('jIm')
disp('%')
disp('%')
disp('% Для продовження натисніть <ENTER>')
pause
disp('%')
disp('%')
disp('% п.9. ОБЧИСЛЕННЯ АЧХ та ФЧХ ЗА ШКАЛОЮ НОРМОВАНИХ ЧАСТОТ')
disp('%')
disp('%')
disp('% Для виводу ГРАФІКІВ АЧХ та ФЧХ за шкалою НОРМОВАНИХ ЧАСТОТ натисніть
<ENTER>')
pause
w = 0:pi/100:pi; % ВЕКТОР НОРМОВАНИХ ЧАСТОТ (РАД)
H_w = freqz(b,a,w); % КОМПЛЕКСНА ЧАСТОТНА ХАРАКТЕРИСТИКА
MAG_w = abs(H_w); % АЧХ
PHASE_w = angle(H_w); % ФЧХ
figure('Name', 'Magnitude and Phase Responses', 'NumberTitle', 'off')
subplot(2,2,1), plot(w,MAG_w), grid, xlabel('w (rad)'), title('MAGNITUDE — |H(w)|')
subplot(2,2,3), plot(w,PHASE_w), grid, xlabel('w (rad)'), title('PHASE — arg [H(w)] (rad)')
disp('%')
disp('%')
disp('% Для продовження натисніть <ENTER>')

```

```

pause
disp('%')
disp('%')
disp('% п.10. ОБЧИСЛЕННЯ АЧХ та ФЧХ ЗА ШКАЛОЮ АБСОЛЮТНИХ ЧАСТОТ')
disp('%')
disp('%')
disp('% Для виводу ГРАФІКІВ АЧХ та ФЧХ за шкалою АБСОЛЮТНИХ частот натисніть
<ENTER>')
pause
f = 0:Fs/100:Fs/2; % ВЕКТОР АБСОЛЮТНИХ ЧАСТОТ (Гц)
H = freqz(b,a,f,Fs); % КОМПЛЕКСНА ЧАСТОТНА ХАРАКТЕРИСТИКА
MAG = abs(H); % АЧХ
PHASE = angle(H); % ФЧХ
subplot(2,2,2), plot(f,MAG), grid, xlabel('f (Hz)'), title('MAGNITUDE — |H(f)|')
subplot(2,2,4), plot(f,PHASE), grid, xlabel('f (Hz)'), title('PHASE — arg [H(f)] (rad)')
disp('%')
disp('%')
disp('% Для продовження натисніть <ENTER>')
pause
disp('%')
disp('%')
disp('% п.11. ОПИС СТРУКТУРИ РЕКУРСИВНОЇ ЛАНКИ')
disp('%')
disp('%')
disp('% Для виводу ВЛАСТИВОСТЕЙ ОБ'ЄКТІВ dfilt натисніть <ENTER>')
pause
Hd1 = dfilt.df1(b,a) % ПРЯМА СТРУКТУРА (Direct-Form I)
Hd2 = dfilt.df2(b,a) % ПРЯМА КАНОНІЧНА СТРУКТУРА (Direct-Form II)
Hd3 = dfilt.df1t(b,a) % ПРЯМА ТРАНСПОНОВАНА СТРУКТУРА (Direct-Form I Transposed)
Hd4 = dfilt.df2t(b,a) % ПРЯМА КАНОНІЧНА ТРАНСПОНОВАНА СТРУКТУРА (Direct-Form II
Transposed)
disp('% Для продовження натисніть <ENTER>')
pause
disp('%')
disp('%')
disp('% п.12. АНАЛІЗ ВПЛИВУ НУЛІВ ТА ПОЛЮСІВ НА ФОРМУ АЧХ')
disp('%')
disp('%')
b(1,:) = [1 0 0]; % КОЕФІЦІЄНТИ ЧИСЕЛЬНИКА — 1-ий РЯДОК МАТРИЦІ
b(2,:) = [1 0 0]; % КОЕФІЦІЄНТИ ЧИСЕЛЬНИКА — 2-ий РЯДОК МАТРИЦІ
b(3,:) = [1 0 0]; % КОЕФІЦІЄНТИ ЧИСЕЛЬНИКА — 3-ій РЯДОК МАТРИЦІ
b(4,:) = [1 1 0]; % КОЕФІЦІЄНТИ ЧИСЕЛЬНИКА — 4-ий РЯДОК МАТРИЦІ
a(1,:) = a; % КОЕФІЦІЄНТИ ЗНАМЕННИКА — 1-ий РЯДОК МАТРИЦІ
a(2,:) = [1 -a(1,2) a(1,3)]; % КОЕФІЦІЄНТИ ЗНАМЕННИКА — 2-ий РЯДОК МАТРИЦІ
a(3,:) = [1 a(1,2) 1.2*a(1,3)]; % КОЕФІЦІЄНТИ ЗНАМЕННИКА — 3-ій РЯДОК МАТРИЦІ

```

```

a(4,:)= [1 a(1,2) a(1,3)]; % КОЕФІЦІЄНТИ ЗНАМЕННИКА — 4-ий РЯДОК МАТРИЦІ
w = 0:pi/100:pi; % ВЕКТОР НОРМОВАНИХ ЧАСТОТ (РАД)
for i=1:4
H3(:,i) = freqz(b(i,:),a(i,:),w); % ЧАСТОТНА ХАРАКТЕРИСТИКА — і-й СТОВПЧИК МАТРИЦІ
MAG3(:,i) = abs(H3(:,i)); MAX(:,i) = max(MAG3(:,i)); % АЧХ — і-й СТОВПЧИК МАТРИЦІ —
ТА МАКСИМУМ АЧХ
MAGN(:,i) = MAG3(:,i)/MAX(:,i); % НОРМОВАНА АЧХ — і-й СТОВПЧИК МАТРИЦІ
end
disp('% Для виводу КАРТИ НУЛІВ ТА ПОЛЮСІВ і НОРМОВАНОЇ АЧХ натисніть <ENTER>')
pause
figure('Name','Z-plane zero-pole plots and Normalized
Magnitudes','NumberTitle','off')
for i = 1:4
subplot(4,2,2*i-1), zplane(b(i,:),a(i,:)), title('Z-plane zero-pole plot'),
grid
xlabel('Re'), ylabel('jIm')
subplot(4,2,2*i), plot(w,MAGN(:,i)), grid
xlabel('w (rad)'), title('Normalized Magnitude A(w)')
end
disp('%')
disp('%')
disp('% РОБОТА ЗАКІНЧЕНА')

```

В script-файлі `lr_02` використовується зовнішня функція `input_2`, призначена для моделювання впливу (2.18):

```

function x = input_1(N)
%Формування впливу x довжини N
for n = 0:(N-1)
if n<round(N/2)
x(n+1) = 1;
else
x(n+1) = 0;
end
end
end

```

## 2.5. Звіт та контрольні питання

Звіт оформлюється в редакторі MS Word та містить вихідні дані й результати виконання кожного пункту завдання, включаючи результати обчислень, що копіюються з вікна **Command Window** (шрифт Courier New), створені графіки (копіюються за командою **Edit | Copy Figure** у вікні **Figure**) та відповіді на поставлені питання (шрифт Times New Roman).

Захист лабораторної роботи проводиться на основі представленого звіту та контрольних питань з даного списку:

1. Дайте визначення ІХ.
2. Запишіть формулу згортки.
3. Поясніть, як в формулі згортки враховуються НПУ.
4. Запишіть РР в загальному вигляді.
5. Поясніть, як в РР враховуються НПУ.
6. Дайте визначення рекурсивних та нерекурсивних ЛДС.
7. Поясніть принципову відмінність ІХ рекурсивних та нерекурсивних ЛДС.
8. Наведіть тотожні назви рекурсивних та нерекурсивних ЛДС.
9. Дайте визначення передавальної функції.
10. Запишіть загальну форму передавальної функції рекурсивної ЛДС.
11. Наведіть основні різновиди передавальної функції рекурсивної ЛДС.
12. Запишіть передавальну функцію нерекурсивної ЛДС.
13. Що таке нулі та полюси ЛДС?
14. Що таке карта нулів та полюсів?
15. Дайте визначення стійкості ЛДС.
16. Як визначити, чи є ЛДС стійкою?
17. Дайте визначення АЧХ та ФЧХ.
18. Поясніть зв'язок частотної характеристики з передавальною функцією.
19. Поясніть основні властивості АЧХ та ФЧХ.
20. Наведіть визначення та поясніть зміст нормованої частоти  $\hat{\omega}$ .
21. В якій смузі частот і чому розраховують АЧХ та ФЧХ?
22. Чим визначається розташування максимумів АЧХ?
23. Чим визначається розташування мінімумів АЧХ?
24. Чим визначається розташування нулів АЧХ?
25. В яких точках ФЧХ має стрибок на  $\pi$ ?
26. Що відображає структура ЛДС та чим визначається її вигляд?
27. Назвіть та охарактеризуйте чотири різновиди структур рекурсивної ланки 2-го порядку.

## **2.6. Приклад виконання лабораторної роботи (варіант №30)**

Визначення індивідуальних вихідних даних для виконання лабораторної роботи:

$$N_B = 30;$$

$$b_0 = 0.5 + 0.02 \cdot N_B = 0.5 + 0.02 \cdot 30 = 1.1;$$

$$b_1 = b_0(-1)^{N_B+1}(0.9822 + 0.0178N_B) = 1.1 \cdot (-1)^{31} \cdot (0.9822 + 0.0178 \cdot 30) = -1.6678;$$

$$b_2 = b_0(0.8 + 0.02N_B) = 1.1 \cdot (0.8 + 0.02 \cdot 30) = 1.54;$$

$$a_0 = 1;$$

$$a_1 = (-1)^{N_B}(0.7788 + 0.025N_B) = (-1)^{30} \cdot (0.7788 + 0.025 \cdot 30) = 1.5288;$$

$$a_2 = 0.64 + 0.006N_B = 0.64 + 0.006 \cdot 30 = 0.82;$$

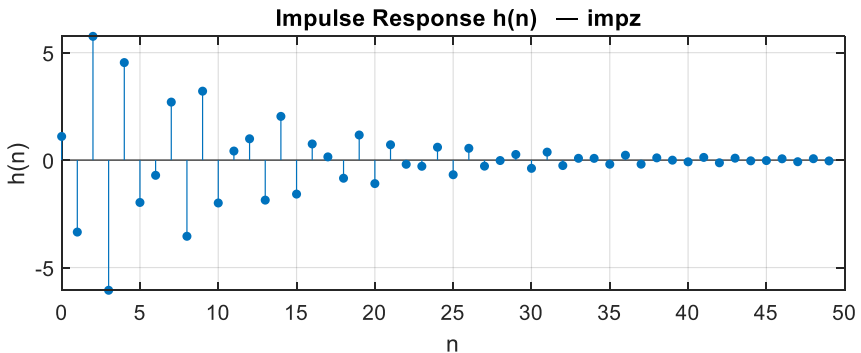
$$N_1 = N_B + 20 = 30 + 20 = 50;$$

$$N_2 = N_B + 30 = 30 + 30 = 60;$$

$$f_D = 1000N_B = 1000 \cdot 30 = 30000.$$

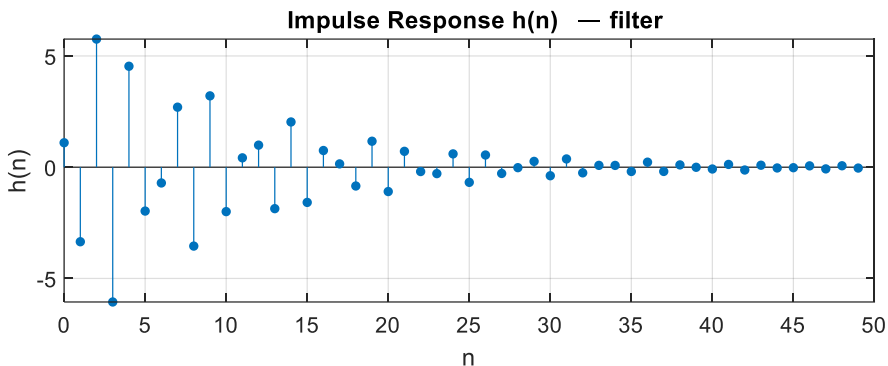
Результати виконання лабораторної роботи.

1. Графік імпульсної характеристики довжини  $N_I = 50$ , отриманий за допомогою функції `impz` :

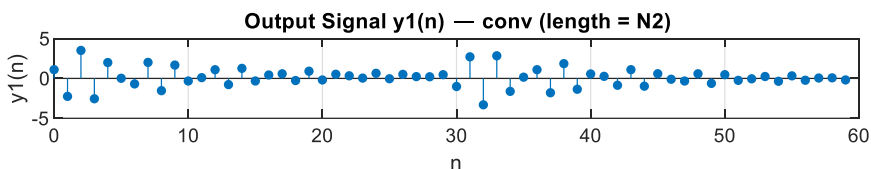
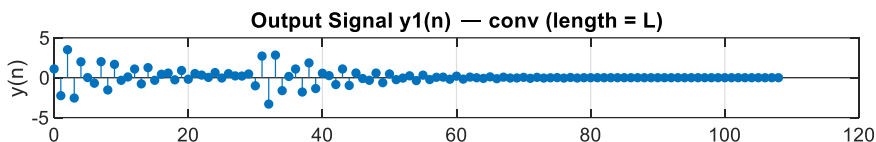
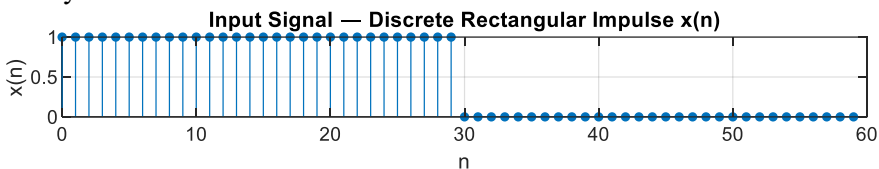


2. Графік ІХ довжини  $N_I = 50$ , отриманий за допомогою функції `filter` :

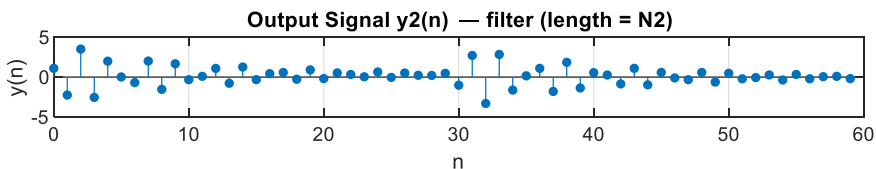




3. Графіки впливу  $x(n)$  та два графіки реакції  $y_1(n)$  з довжиною, що дорівнює довжині згортки  $L$ , та довжиною, обмеженою довжиною впливу.



4. Графік реакції  $y_2(n)$  за різницевим рівнянням.



Різницеве рівняння рекурсивної ланки 2-го порядку із заданими коефіцієнтами:

$$y(n) = 1.1x(n) - 1.6678x(n-1) + 1.54x(n-2) - 1.5288y(n-1) - 0.82y(n-2).$$

5. Параметри передавальної функції у вигляді добутку елементарних множників.

Нулі  $q$ , полюси  $p$  та коефіцієнт підсилення  $K$  передавальної функції  $H(z) = \frac{1.1 - 1.6678z^{-1} + 1.54z^{-2}}{1 + 1.5288z^{-1} + 0.82z^{-2}}$  (результати обчислень знаходяться у Workspace):

$$q = 0.7581 \pm i0.9085 = 1.1832 \cdot e^{\pm i50.2^\circ} = 1.1832 \cdot e^{\pm i0.875};$$

$$p = -0.7644 \pm i0.4855 = 0.9055 \cdot e^{\pm i147.6^\circ} = 0.9055 \cdot e^{\pm i2.575};$$

$$K = 1.1.$$

Значення аргументів полюсу та нуля відносно  $\pi$ :

$$\varphi_q = 0.875 \cong 0.2787\pi;$$

$$\varphi_p = 2.575 \cong 0.82\pi.$$

Передавальна функція у вигляді добутку елементарних множників з нулями та полюсами в показниковій формі:

$$H(z) = b_0 \prod_{k=1}^{M-1} \frac{1 - z_{0k} z^{-1}}{1 - z_{*k} z^{-1}} = 1.1 \cdot \frac{1 - 1.1832 \cdot e^{i0.2787\pi} z^{-1}}{1 - 0.9055 \cdot e^{i0.82\pi} z^{-1}} \cdot \frac{1 - 1.1832 \cdot e^{-i0.2787\pi} z^{-1}}{1 - 0.9055 \cdot e^{-i0.82\pi} z^{-1}}.$$

6. Коефіцієнт підсилення  $G$ , матриця коефіцієнтів  $[s]$  та передавальна функція у вигляді добутку множників другого порядку:

$$G = 1.1;$$

$$s = [1 \quad -1.5162 \quad 1.4 \quad 1 \quad 1.5288 \quad 0.82];$$

$$H(z) = G \prod_{k=1}^L \frac{1 + b_{1k} z^{-1} + b_{2k} z^{-2}}{1 + a_{1k} z^{-1} + a_{2k} z^{-2}} = 1.1 \cdot \frac{1 - 1.5162z^{-1} + 1.4z^{-2}}{1 + 1.5288z^{-1} + 0.82z^{-2}}.$$

7. Полюси  $p$ , коефіцієнти розкладу  $r$  та ціла частина  $c$  передавальної функції:

$$p = -0.7644 \pm i0.4855 = 0.9055 \cdot e^{\pm i147.6^\circ} = 0.9055 \cdot e^{\pm i2.575};$$

$$r = -0.3890 \pm i4.0622 = 4.0808 \cdot e^{\pm i95.5^\circ} = 4.0808 \cdot e^{\pm i1.666};$$

$$c = 1.878.$$

Значення аргументів полюсу та коефіцієнта розкладу відносно  $\pi$ :

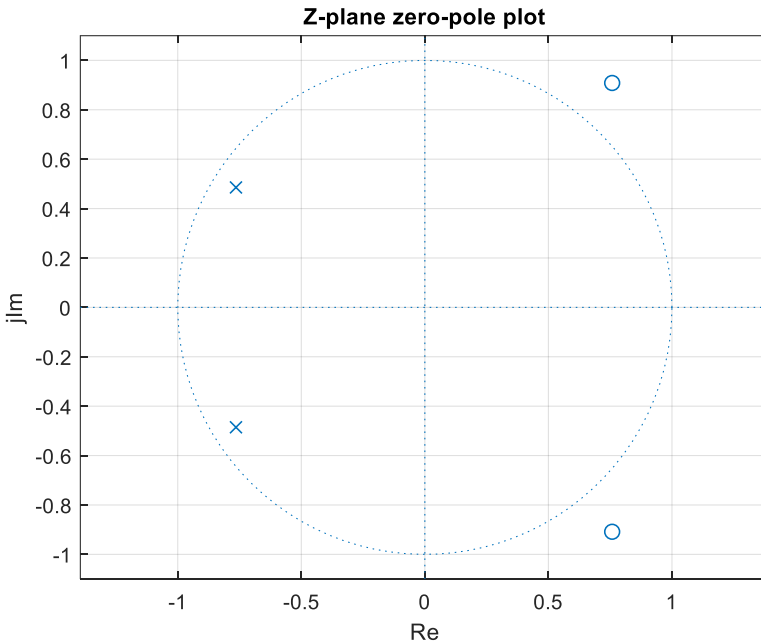
$$\varphi_p = 2.575 \cong 0.82\pi;$$

$$\varphi_r = 1.666 \cong 0.5306\pi.$$

Передавальна функція у вигляді суми простих дробів з полюсами та коефіцієнтами розкладу в показниковій формі:

$$H(z) = \sum_{k=1}^{M-1} \frac{A_k}{1 - z_{*k} z^{-1}} + C = \frac{4.0808 \cdot e^{i0.5306\pi}}{1 - 0.9055 \cdot e^{i0.82\pi} z^{-1}} + \frac{4.0808 \cdot e^{-i0.5306\pi}}{1 - 0.9055 \cdot e^{-i0.82\pi} z^{-1}} + 1.878.$$

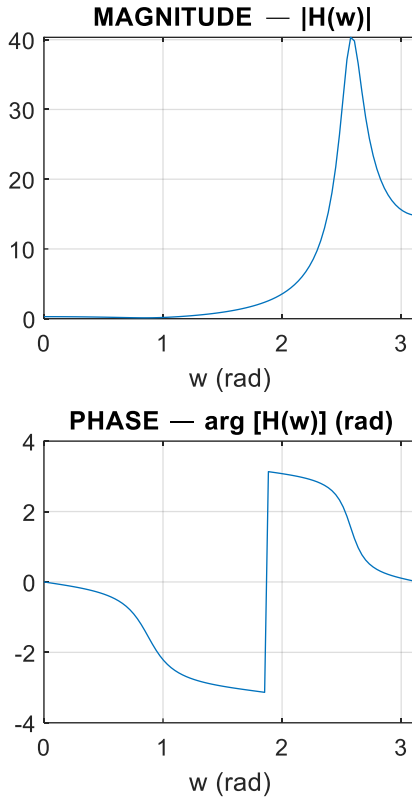
### 8. Карта нулів та полюсів.



Рекурсивна ланка є стійкою, тому що полюси знаходяться всередині одиничного кола.

Значення нулів та полюсів збігаються з результатами обчислень в п. 5.

### 9. Графіки АЧХ та ФЧХ за шкалою нормованих частот.



Аналітично обчислені значення отриманої АЧХ на границях основної смуги:

$$A(0) = |H(z)|_{z=e^{j0}=1} = \left| \frac{b_0 + b_1 + b_2}{1 + a_1 + a_2} \right| = \left| \frac{1.1 - 1.6678 + 1.54}{1 + 1.5288 + 0.82} \right| = 0.2903;$$

$$A(\pi) = |H(z)|_{z=e^{j\pi}=-1} = \left| \frac{b_0 - b_1 + b_2}{1 - a_1 + a_2} \right| = \left| \frac{1.1 + 1.6678 + 1.54}{1 - 1.5288 + 0.82} \right| = 14.7933.$$

Границі основної смуги частот становлять  $[0; \pi]$  в шкалі частот  $\hat{\omega}$ .

За картою нулів та полюсів можна визначити розташування максимумів, мінімумів та нулів АЧХ в основній смузі частот  $[0; \pi]$ :

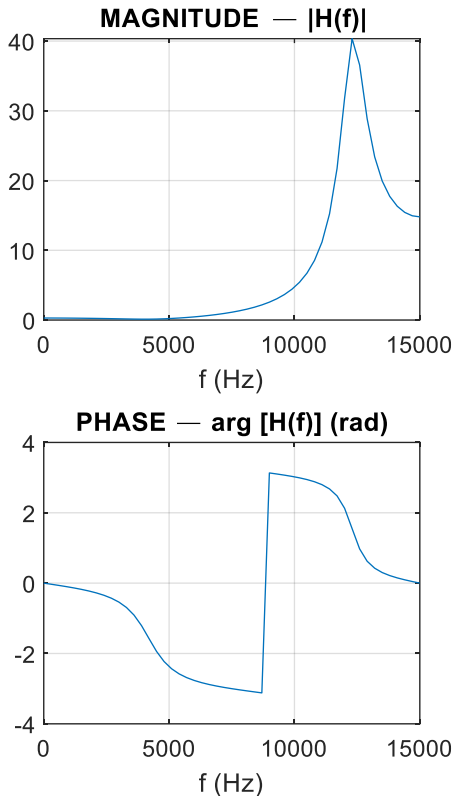
- частота комплексно-спряженого полюсу  $\hat{\omega}_{*k} = \varphi_{*k} = 2.575$  приблизно відповідає частоті максимуму АЧХ;

- частота комплексно-спряженого нуля  $\hat{\omega}_{0k} = \varphi_{0k} = 0.875$  приблизно відповідає частоті мінімуму АЧХ (якщо  $r_{0k} \neq 1$ , або нуля АЧХ, якщо  $r_{0k} = 1$ );

- стрибок ФЧХ на величину  $\pi$  відсутній, тому що відсутня точка нуля АЧХ;

- переважно придувленими в реакції виявилися низькочастотні складові впливу.

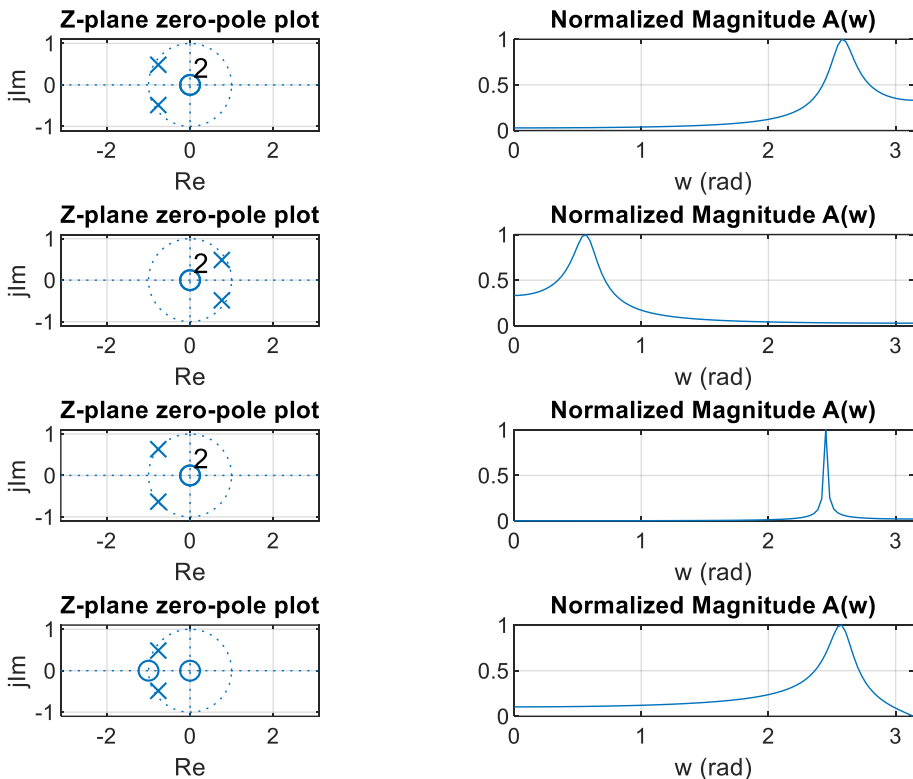
#### 10. Графіки АЧХ та ФЧХ за шкалою абсолютних частот.



Границі основної смуги частот становлять  $[0; f_d/2]$  або  $[0; 15000]$  в шкалі частот  $f$  (Гц).

11. Чотири різновиди структур рекурсивного кола 2-го порядку описані об'єктами `dfilt` з іменами `hd1`–`hd4`.

12. Карти нулів та полюсів і відповідні нормовані АЧХ за шкалою нормованих частот для різних варіантів коефіцієнтів передавальної функції (табл. 2.3).



## Робота 3. Проектування БХ-фільтрів методом білінійного Z-перетворення та моделювання їх характеристик

**Мета роботи:** вивчити дискретне перетворення Фур'є (ДПФ) періодичних послідовностей та послідовностей кінцевої довжини і оволодіти програмними засобами його обчислення в MATLAB з використанням алгоритмів швидкого перетворення Фур'є.

### 3.1. Теоретичні відомості

Для описання дискретних сигналів в частотній області використовується дискретне перетворення Фур'є.

#### 3.1.1. Дискретне перетворення Фур'є

Дискретним перетворенням Фур'є (ДПФ) називається пара взаємно однозначних перетворень:

- пряме ДПФ (Discrete Fourier Transform – DFT):

$$X(k) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n)W_N^{nk}, \quad k = 0, 1, \dots, N-1; \quad (3.1)$$

- зворотне ДПФ (ЗДПФ) (Inverse Discrete Fourier Transform – IDFT):

$$X(n) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} X(k)W_N^{-nk}, \quad n = 0, 1, \dots, N-1; \quad (3.2)$$

де  $n = nT/T$  – дискретний нормований час;  $k = k\Delta\omega/\Delta\omega$  – дискретна нормована частота;  $\Delta\omega = \omega_0/N = 2\pi/NT$  – період дискретизації за частотою (роздільна здатність за частотою);  $x(n)$  –  $N$ -точкова послідовність, тобто періодична послідовність в часовій області з періодом  $N$ ;  $X(k)$  –  $N$ -точкове ДПФ, тобто періодична послідовність в частотній області з періодом  $N$ ;  $N$  – період послідовності та ДПФ;

$W_N^{nk} = e^{-i\frac{2\pi}{N}nk}$  – множник повороту;  $X(k)W_N^{-nk} = X(k)e^{i\frac{2\pi}{N}nk}$  –  $k$ -а дискретна гармоніка.

Значення абсолютних частот дискретних гармонік зв'язані зі значеннями дискретних нормованих частот співвідношенням

$$f = \frac{k f_{\partial}}{N}. \quad (3.3)$$

Дискретне перетворення Фур'є (3.1) трактується по-різному залежно від типу послідовності  $x(n)$  – періодична з періодом  $N$  або кінцева довжини  $N$ .

Для періодичної послідовності  $x(n)$  з періодом  $N$  ДПФ  $X(k)$  (3.1) є спектром з точністю до множника  $1/N$ .

Модуль ДПФ  $|X(k)|$  (з точністю до множника  $1/N$ ) називають амплітудним спектром, а аргумент  $\arg\{X(k)\}$  – фазовим спектром періодичної послідовності.

Амплітудний спектр дійсної періодичної послідовності дорівнює модулю ДПФ  $|X(k)|$  з точністю до множника

$$\begin{cases} \frac{1}{N}, & k = 0; \\ \frac{2}{N}, & k \neq 0. \end{cases} \quad (3.4)$$

При обчисленні ДПФ (3.1) періодичної послідовності вона може задаватися на періоді  $N$  або на цілій кількості періодів  $N$ , що не змінює результату.

Для кінцевої послідовності  $x(n)$  довжини  $N$  ДПФ  $X(k)$  (3.1) складається з  $N$  дискретних рівновіддалених значень її спектральної густини  $X(e^{i\omega T})$  на періоді  $\omega_{\partial} = 2\pi/T$ .

Для дійсних послідовностей (періодичних та кінцевих) модуль ДПФ  $|X(k)|$  – парна, а аргумент  $\arg\{X(k)\}$  – непарна функція частоти  $k$ .

За визначенням при обчисленні ДПФ передбачається, що послідовність  $x(n)$  є періодичною, і кінцева послідовність є одним періодом періодичної послідовності.

При цьому точне виділення гармонік послідовності  $x(n)$  з частотами  $f_i$  гарантується тільки тоді, коли вони кратні періоду дискретизації  $\Delta f = f_{\partial}/N$ :

$$f_i = q\Delta f, \quad q = 0, 1, \dots, N-1, \quad (3.5)$$

що можливо тільки тоді, коли на інтервалі  $NT$  послідовності  $x(n)$



вкладається ціла кількість періодів  $T_i$ , тобто відношення

$$P_i = \frac{NT}{T_i} = \frac{Nf_i}{f_d} \quad (3.6)$$

є цілим числом.

Якщо умова (3.5) не виконується, спостерігається ефект розтікання спектру.

В MATLAB ДПФ (3.1) – (3.2) обчислюється з використанням алгоритмів швидкого перетворення Фур'є (ШПФ) та зворотного ШПФ (ЗШПФ) за допомогою функцій:

$$\begin{aligned} X &= \text{fft}(x) \\ x &= \text{ifft}(X) \end{aligned}$$

де  $x$  та  $X$  –  $N$ -точкова послідовність  $x(n)$  та її ДПФ  $X(k)$  – вектори, нижня границя індексів яких дорівнює одиниці, на відміну від ДПФ (3.1) та (3.2), де вона дорівнює нулю.

### 3.1.2. Виділення дискретних гармонік корисного сигналу

При обчисленні ДПФ часто ставиться задача автоматичного визначення значень модуля ДПФ  $|X(k)|$ , які перевищують деякий заданий поріг  $\varepsilon$ , і відповідних дискретних нормованих частот  $k$ . Фактично ця задача зводиться до виділення корисного сигналу з його адитивної суміші з шумом.

З навчальною метою обмежимося розглядом двох найбільш простих критеріїв, відповідно до яких значення модуля ДПФ  $|X(k)|$  адитивної суміші сигналу з шумом відносять до корисного сигналу:

- перший критерій – при заданому значенні порогу  $\varepsilon_1$  значення модуля ДПФ  $|X(k)|$  відносять до корисного сигналу при виконанні умови

$$\frac{|X(k)|}{\max |X(k)|} > \varepsilon_1; \quad (3.7)$$

- другий критерій – при заданому значенні порогу  $\varepsilon_2$  значення модуля ДПФ  $|X(k)|$  відносять до корисного сигналу при виконанні умови

$$\frac{|X(k)|^2}{P_{\text{сер}}} > \varepsilon_2, \quad (3.8)$$

де  $P_{\text{сер}}$  – середня потужність адитивної суміші сигналу з шумом:

$$P_{\text{сер}} = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} |X(k)|^2. \quad (3.9)$$

Значення порогу  $\varepsilon_1$  в першому критерії (3.7) задається в такому діапазоні:

$$\frac{\max |X(k)_{\text{шуму}}|}{\max |X(k)|} < \varepsilon_1 < 1, \quad (3.10)$$

а порогу  $\varepsilon_2$  в другому критерії (3.7) – в такому діапазоні:

$$\frac{\min |X(k)_{\text{сигналу}}|^2}{P_{\text{сер}}} < \varepsilon_2 < \frac{\max |X(k)|^2}{P_{\text{сер}}} \quad (3.11)$$

за умови, що

$$|X(k)_{\text{сигналу}}| > \max |X(k)_{\text{шуму}}|. \quad (3.12)$$

Граничні значення порогів в (3.10) та (3.11) можна визначити тільки при апріорно відомих сигналі та шумі або їх моделях.

При обробленні реальних сигналів значення порогу  $\varepsilon_1$  або  $\varepsilon_2$  задається виходячи з вимог конкретної задачі.

### 3.1.3. Відновлення спектральної густини

Спектральна густина кінцевої послідовності  $x(n)$  довжини  $N$  :

$$X(e^{i\omega T}) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n) e^{-i\omega n T} \quad (3.13)$$

на періоді  $\omega_D = 2\pi/T$  зв'язана з відліками ДПФ  $X(k)$  (3.1) співвідношенням

$$X(k) = X\left(e^{i\omega T}\right)_{\omega = \frac{2\pi k}{NT}}, \quad k = 0, 1, \dots, N-1. \quad (3.14)$$

Значення спектральної густини (3.13) в  $L$  рівновіддалених точках на періоді  $\omega_D$  при  $L > N$  визначаються за формулою

$$X \left( e^{i \frac{2\pi}{L}} \right) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n) e^{-i \frac{2\pi}{L} n}, \quad l=0, 1, \dots, L-1, \quad (3.15)$$

де  $l$  – дискретна нормована частота,  $\Delta\omega$  – період дискретизації по частоті:

$$\Delta\omega = \frac{\omega_{\partial}}{L} = \frac{2\pi}{LT}. \quad (3.16)$$

Той самий результат можна отримати, якщо кінцеву послідовність  $x(n)$  довжини  $N$  доповнити нулями до довжини  $L$ :

$$\tilde{x}(n) = \begin{cases} x(n), & 0 \leq n \leq (N-1); \\ 0, & N \leq n \leq (L-1), \end{cases} \quad (3.17)$$

та знайти її ДПФ (3.1), замінивши  $N$  на  $L$ :

$$\tilde{X}(k) = \sum_{n=0}^{L-1} \tilde{x}(n) W_L^{nk}, \quad k = 0, 1, \dots, L-1. \quad (3.18)$$

З врахуванням (3.17) формула (3.18) набуде вигляду (порівняйте з (3.15)):

$$\tilde{X}(k) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n) W_L^{nk} = \sum_{n=0}^{N-1} x(n) e^{-i \frac{2\pi kn}{L}}, \quad k = 0, 1, \dots, L-1.$$

Потрібно пам'ятати, що роздільна здатність по частоті, тобто мінімальна відстань між дискретними гармоніками в ДПФ, визначається тільки періодом дискретизації по частоті  $\Delta f = \frac{f_{\partial}}{N}$  і при фіксованій частоті  $f_{\partial}$  залежить тільки від довжини (періоду) послідовності, оскільки саме вона визначає спектральний склад (дискретні гармоніки) послідовності.

Тому збільшення довжини кінцевої послідовності при додаванні  $(L-N)$  нулів та, відповідно, зменшення періоду дискретизації за частотою до  $\Delta \tilde{f} = \frac{f_{\partial}}{L}$ , не змінює роздільну здатність за частотою, а лише покращує умови розрізнення розміщених близько частот дискретних гармонік.

### 3.1.4. Відновлення аналогового сигналу

Дискретне перетворення Фур'є  $X(k)$  (3.1) може

використовуватися для відновлення аналогового періодичного сигналу з фінітним (обмеженим) спектром, розташованим в області  $-\frac{N}{2} \leq k \leq \frac{N}{2} - 1$ , за формулою обмеженого ряду Фур'є:

$$x(t) = \frac{1}{N} \sum_{k=-\frac{N}{2}}^{\frac{N}{2}-1} X_a(k) e^{i \frac{2\pi k t}{NT}}, \quad (3.19)$$

де відліки  $X_a(k)$  зв'язані з відліками ДПФ  $X(k)$  співвідношенням:

$$X_a(k) = \begin{cases} X(N+k), & -N/2 \leq k \leq -1; \\ X(k), & 0 \leq k \leq N/2 - 1. \end{cases} \quad (3.20)$$

Той самий результат отримаємо при відновленні аналогового сигналу безпосередньо за допомогою обмеженого ряду Котельникова:

$$x(t) = \sum_{n=0}^{N-1} x(n) \frac{\sin \left[ \pi \left( \frac{t}{T} - n \right) \right]}{\pi \left( \frac{t}{T} - n \right)}. \quad (3.21)$$

В MATLAB для цього можна скористатися функцією `sinc(t/T-n)`

## 3.2. Зміст практичної (лабораторної) роботи

Зміст роботи зв'язаний з обчисленням ДПФ періодичних та кінцевих послідовностей з використанням ДПФ для виділення корисного сигналу в адитивній суміші з шумом, відновлення аналогового сигналу та спектральної густини кінцевої послідовності з використанням програмних засобів MATLAB.

## 3.3. Завдання на практичну (лабораторну) роботу

Практична (лабораторна) робота виконується на основі script-файлу `lr_03` та function-файлів `fft_e1` та `fft_e2`.

Вихідні дані для пунктів завдання наведені в таблиці 3.1 і визначаються самостійно для заданого номера варіанту  $N_B$ . Всі вихідні дані (див. табл. 3.1) та отримані результати розраховуються з точністю

до чотирьох значущих цифр.

Таблиця 3.1. Вихідні дані до практичної (лабораторної) роботи №3

Змінна	Призначення	Значення	Ідентифікатор
$N_B$	Номер варіанту	$N_B$	Nb =
$N$	Період (довжина) послідовності	$N = 64$	N = 64
$f_\delta$	Частота дискретизації	$f_\delta = 2000 \cdot (1 + N_B)$	Fs =
$A_1$	Амплітуди дискретних гармонік	$A_1 = 1 + 0.01N_B$	A1 =
$A_2$		$A_2 = 2A_1$	A2 =
$f_1$	Частоти дискретних гармонік	$f_1 = \frac{f_\delta}{8}$	f1 =
$f_2$		$f_2 = \frac{f_\delta}{10}$	f2 =

Завдання на практичну (лабораторну) роботу зв'язано з обчисленням ДПФ і складається з таких пунктів (етапів).

1. Обчислення амплітудного і фазового спектрів періодичної послідовності.

Обчислити амплітудний і фазовий спектри періодичної послідовності  $x(n)$  (ідентифікатор x) з періодом  $N$  :

$$x(nT) = A_1 \cos(2\pi f_1 nT + \pi/4) + A_2 \cos(2\pi f_2 nT + \pi/8), \quad (3.22)$$

використовуючи її тотожне представлення у формі

$$x(n) = A_1 \cos\left(\frac{2\pi f_1 n}{f_\delta} + \frac{\pi}{4}\right) + A_2 \cos\left(\frac{2\pi f_2 n}{f_\delta} + \frac{\pi}{8}\right) = A_1 \cos(\hat{\omega}_1 n + \pi/4) + A_2 \cos(\hat{\omega}_2 n + \pi/8). \quad (3.23)$$

Вивести графіки послідовності  $x(n)$  (3.23) на періоді  $N$  :

- за шкалою дискретного нормованого часу  $n$  (ідентифікатор n);

- за шкалою дискретного часу  $nT$  (ідентифікатор nT).

Обчислити ЗДПФ від ДПФ послідовності  $x(n)$  та вивести графік отриманої послідовності за шкалою дискретного нормованого часу.

Обчислити амплітудний (ідентифікатор MOD) та фазовий

(ідентифікатор PHASE) спектри послідовності  $x(n)$  (3.23) з врахуванням (3.24) та вивести їх графіки:

- за шкалою дискретних нормованих частот  $k$  (ідентифікатор  $k$ );

- за шкалою абсолютних частот  $f$  (Гц) (ідентифікатор  $f$ ).

Пояснити:

- зв'язок дискретного нормованого часу з дискретним часом;

- зв'язок частоти  $f$  (Гц) з дискретною нормованою частотою;

- вигляд амплітудного та фазового спектрів.

2. Обчислення ДПФ кінцевої послідовності.

Обчислити ДПФ кінцевої послідовності  $x(n)$  (3.23) довжини  $N$ .

Вивести графіки за шкалою дискретних нормованих частот:

- модуля ДПФ (ідентифікатор MOD\_K) кінцевої послідовності;

- амплітудного спектру періодичної послідовності (див. п. 1).

Пояснити зв'язок модуля ДПФ кінцевої послідовності з амплітудним спектром періодичної послідовності.

3. Визначення амплітуд і частот дискретних гармонік.

Для автоматичного визначення амплітуд і частот дискретних гармонік в амплітудному спектрі періодичної послідовності  $x(n)$  (3.23) потрібно використовувати function-файл `fft_e1`, задаючи мале, порівняне з нулем, значення порогу  $\varepsilon_1 = 10^{-7}$  (ідентифікатор `e1`).

Вивести:

- вихідні параметри function-файлу `fft_e1`;

- значення амплітуд, дискретних нормованих частот і абсолютних частот (Гц) гармонік.

Пояснити:

- зміст вихідних параметрів function-файлу `fft_e1`;

- відповідність між значеннями дискретних нормованих частот і абсолютних частот гармонік.

4. Граничні значення порогів для першого (3.7) та другого (3.8) критеріїв виділення корисного сигналу.

Сформувати адитивну суміш  $s(n)$  (ідентифікатор `s`) корисного періодичного сигналу  $x(n)$  (3.23) з нормальним білим шумом  $r(n)$  з

нульовим середнім значенням та одиничною дисперсією:

$$s(n) = x(n) + r(n). \quad (3.24)$$

Для адитивної суміші  $s(n)$  (3.24) визначити:

- граничні значення порогу  $\varepsilon_1$  для першого критерію (3.7) (ідентифікатори  $e1\_low$  та  $e1\_up$ );
- граничні значення порогу  $\varepsilon_2$  для другого критерію (3.8) (ідентифікатори  $e2\_low$  та  $e2\_up$ ).

Пояснити, як розраховуються граничні значення порогів  $\varepsilon_1$  та  $\varepsilon_2$ .

5. Виділення корисного сигналу за першим критерієм.

Вивести графіки:

- адитивної суміші  $s(n)$  (3.24) на періоді  $N$  ;
- амплітудного спектру адитивної суміші  $s(n)$ , нормованого до його максимального значення.

Цей графік дозволяє уточнити значення порогу  $\varepsilon_1$  в діапазоні його граничних значень, визначених в п. 4.

Вивести значення порогу  $\varepsilon_1$ .

Для виділення корисного сигналу за першим критерієм (3.7) використовувати function-файл `fft_e1`.

Пояснити:

- яке значення порогу  $\varepsilon_1$  було вибрано та чим зумовлений вибір;
- зміст вихідних параметрів function-файлу `fft_e1`;
- які амплітуди гармонік відповідають корисному сигналу за першим критерієм (3.7);
- в якому випадку використання першого критерію буде неефективним.

6. Виділення корисного сигналу за другим критерієм.

Вивести графіки:

- амплітудного спектру адитивної суміші  $s(n)$  (3.24) за шкалою дискретних нормованих частот;
- квадрату амплітудного спектру адитивної суміші  $s(n)$ , нормованої до її середньої потужності (3.8).

Цей графік дозволяє уточнити значення порогу  $\varepsilon_2$  в діапазоні його граничних значень, визначених в п. 4.

Вивести значення порогу  $\varepsilon_2$ .

Для виділення корисного сигналу за другим критерієм (3.8) використовувати function-файл `fft_e2`.

Вивести вихідні параметри function-файлу `fft_e2`.

Пояснити:

- яке значення порогу  $\varepsilon_2$  було вибрано та чим зумовлений вибір;

- зміст вихідних параметрів function-файлу `fft_e2`;

- які амплітуди гармонік відповідають корисному сигналу за другим критерієм (3.8);

- в якому випадку використання другого критерію буде неефективним.

7. Відновлення аналогового сигналу.

Відновити періодичний аналоговий сигнал  $x(t)$  (ідентифікатор `xa`) за відліками ДПФ  $X(k)$  періодичної послідовності  $x(n)$  (3.23). Для обчислення значень сигналу  $x(t)$  використовувати формулу (3.19), задаючи значення часу  $t$  (ідентифікатор `t`) на інтервалі  $t \in [0; (N-1)T]$  з кроком  $\Delta t = 0.25T$ .

В цих самих точках обчислити значення аналогового сигналу  $x_n(t)$  (ідентифікатор `xt`), за яким отримана послідовність  $x(nT)$  (3.22):

$$x_n(t) = A_1 \cos(2\pi f_1 t + \pi/4) + A_2 \cos(2\pi f_2 t + \pi/8). \quad (3.25)$$

Вивести графіки:

- періодичної послідовності  $x(n)$  (3.23) та модуля її ДПФ;

- відновленого аналогового сигналу  $x(t)$  та його амплітудного спектру (ідентифікатор `MODa`);

- попереднього аналогового сигналу  $x_n(t)$  (3.25).

Пояснити:

- зв'язок модуля ДПФ послідовності зі спектром аналогового сигналу;

- результат візуального порівняння відновленого та вихідного (попереднього) сигналів.

8. Відновлення спектральної густини кінцевої послідовності.

Обчислити значення спектральної густини кінцевої послідовності  $x(n)$  (3.23) довжини  $N$  в  $L = 2N$  точках на періоді



$\hat{\omega}_\delta = 2\pi$  двома способами:

- за формулою (3.15) – ідентифікатор  $xw$ ;
- за формулою (3.18) – ідентифікатор  $xz$ .

Вивести графіки:

- модуля ДПФ кінцевої послідовності  $x(n)$  за шкалою дискретних нормованих частот за допомогою функції `stem`;
- модулів спектральної густини, обчисленої першим та другим способами, за шкалою частот  $\hat{\omega}$  (ідентифікатор  $w$ ) за допомогою функції `plot`.

Пояснити:

- зв'язок між ДПФ та спектральною густиною;
- алгоритми обчислення значень спектральної густини за формулами (3.15) та (3.18);
- відповідність між частотами  $\hat{\omega}$  (рад) піків спектральної густини та їх дискретними нормованими частотами.

9. Зменшення періоду дискретизації за частотою при обчисленні ДПФ.

Сформувати три кінцеві послідовності  $x(n)$  (3.23) (вектор  $xz$ ) довжиною  $L = N, 2N, 4N$  (вектор  $L$ ), доповнюючи їх нулями до довжини  $L$  при  $L > N$ .

Обчислити ДПФ  $\tilde{X}(k)$  (3.18) таких послідовностей (вектор  $xz$ ).

Вивести графіки:

- початкової послідовності та послідовностей, доповнених нулями;
- їх модулів ДПФ за шкалою дискретних нормованих частот (пунктиром за допомогою функції `stem`) і одночасно – відновлених спектральних густин (за допомогою функції `plot` червоним кольором).

Для порівняння графіків зручно користуватися кнопкою **Zoom in** на панелі інструментів.

Вивести значення періодів ДПФ (вектор  $L$ ) та відповідних їм періодів дискретизації по частоті (вектор `Delta_f`).

Пояснити:

- причину зміни періоду дискретизації по частоті;
- чи змінюється в цьому випадку роздільна здатність по частоті;

- чим визначається роздільна здатність по частоті;
- для чого зменшують період дискретизації по частоті.

### 3.4. Типовий script-файл для виконання практичної (лабораторної) роботи

Перед виконанням роботи відповідно до індивідуально варіанту та даних таблиці 3.1 мають бути визначені вихідні дані до практичної (лабораторної) роботи.

Для запуску роботи необхідно звернутися до script-файлу lr\_03 за його ім'ям:

```
>> lr_03
```

Для примусового зняття script-файлу з виконання необхідно натиснути комбінацію клавіш <Ctrl>+<Break>.

При виконанні script-файлу поточні вікна з графіками *не закривати*.

Лістинг script-файлу lr\_03 має такий вигляд:

```
>> type lr_03
script
clc
clear
disp('% ЛР №3. ДИСКРЕТНЕ ПЕРЕТВОРЕННЯ ФУР'Е')
disp('%')
disp('%')
disp('% Введіть ВИХІДНІ ДАНІ');
DATA=0;
while DATA==0
Nb = input('Nb = ');           % НОМЕР ВАРІАНТУ
N = input('N = ');           % ДОВЖИНА (ПЕРІОД)
ПОСЛІДОВНОСТІ
Fs = input('Fs = ');         % ЧАСТОТА ДИСКРЕТИЗАЦІЇ
T = input('T = ');           % ПЕРІОД ДИСКРЕТИЗАЦІЇ 1/Fs
A1 = input('A1 = ');         % АМПЛІТУДИ ДИСКРЕТНИХ
ГАРМОНІК
A2 = input('A2 = ');
f1 = input('f1 = ');         % ЧАСТОТИ (Гц) ДИСКРЕТНИХ
ГАРМОНІК
f2 = input('f2 = ');
```

```

disp('% Перевірте ВІРНІСТЬ вводу ВИХІДНИХ ДАНИХ')
disp('% При ВІРНИХ ВИХІДНИХ ДАНИХ введіть 1')
disp('% При НЕВІРНИХ ВИХІДНИХ ДАНИХ введіть 0 і ПОВТОРІТЬ
ввод')
DATA = input('--> ');
end
disp('%')
disp('% Для виводу АМПЛІТУД та ЧАСТОТ ДИСКРЕТНИХ ГАРМОНІК
натисніть <ENTER>')
pause
disp('%')
disp([' A1 = ' num2str(A1) ' A2 = ' num2str(A2)])
disp([' f1 = ' num2str(f1) ' f2 = ' num2str(f2)])
disp('%')
disp('%')
disp('% Для продовження натисніть <ENTER>')
pause
disp('%')
disp('%')
disp('% п.1. ОБЧИСЛЕННЯ АМПЛІТУДНОГО ТА ФАЗОВОГО СПЕКТРІВ
ПЕРІОДИЧНОЇ ПОСЛІДОВНОСТІ')
disp('%')
disp('%')
disp('% Для виводу ГРАФІКІВ періодичної послідовності
натисніть <ENTER>')
pause
n = 0:(N-1); % ДИСКРЕТНИЙ НОРМОВАНИЙ
ЧАС
k = 0:(N-1); % ДИСКРЕТНА НОРМОВАНА
ЧАСТОТА
w1 = 2*pi*f1/Fs; w2 = 2*pi*f2/Fs; % НОРМОВАНИ ЧАСТОТИ
ДИСКРЕТНИХ ГАРМОНІК (РАД)
x = A1*cos(w1*n+pi/4)+A2*cos(w2*n+pi/8); % ПЕРІОДИЧНА
ПОСЛІДОВНІСТЬ
X = fft(x); % ДПФ ПЕРІОДИЧНОЇ
ПОСЛІДОВНОСТІ
MOD = (2/N)*abs(X); % АМПЛІТУДНИЙ СПЕКТР
ПЕРІОДИЧНОЇ ПОСЛІДОВНОСТІ

```

```

MOD(1) = (1/N)*abs(X(1));
PHASE = angle(X); % ФАЗОВИЙ СПЕКТР
ПЕРІОДИЧНОЇ ПОСЛІДОВНОСТІ
for i = 1:N
    if (abs(X(i)) < 1e-4)
        PHASE(i)=0;
    end
end
figure('Name','Periodic Sequence','NumberTitle','off')
subplot(3,1,1), stem(n,x, 'MarkerSize',3,'Linewidth',2)
grid, xlabel('n')
ylabel('x(n)'), title(strcat(['Periodic Sequence x(n) N = ',num2str(N)]))
subplot(3,1,2),
stem(n/Fs,x,'MarkerSize',3,'Linewidth',2)
grid, xlabel('nT')
ylabel('x(nT)'), title(strcat(['Periodic Sequence x(nT) N = ',num2str(N)]))
x = ifft(X); % ПЕРІОДИЧНА ПОСЛІДОВНІСТЬ,
ОБЧИСЛЕНА ЗА ДОПОМОГОЮ ЗДПФ
subplot(3,1,3), stem(n,x,'MarkerSize',3,'Linewidth',2)
grid, xlabel('n')
ylabel('x(n)'), title(strcat(['Periodic Sequence x = ifft(X) N = ',num2str(N)]))
disp('%')
disp('%')
disp('% Для виводу ГРАФІКІВ АМПЛІТУДНОГО СПЕКТРУ
періодичної послідовності натисніть <ENTER>')
pause
figure('Name','Amplitude Spectrum','NumberTitle','off')
subplot(2,1,1), stem(k,MOD,'MarkerSize',3,'Linewidth',2),
grid
xlabel('k'), ylabel('1/N|X(k)|')
title(strcat(['Amplitude Spectrum of the Periodic Sequence N = ',num2str(N)]))
subplot(2,1,2),
stem(k*(Fs/N),MOD,'MarkerSize',3,'Linewidth',2), grid
xlabel('f (Hz)'), ylabel('1/N|X(f)|')
title(strcat(['Amplitude Spectrum of the Periodic Sequence

```

```

N = ',num2str(N)]) disp('%')
disp('%')
disp('% Для виводу ГРАФІКІВ ФАЗОВОГО СПЕКТРУ періодичної
послідовності натисніть <ENTER>')
pause
figure('Name','Phase Spectrum','NumberTitle','off')
subplot(2,1,1), stem(k,
PHASE,'MarkerSize',3,'Linewidth',2), grid
xlabel('k'), ylabel('arg{X(k)} (rad)')
title(strcat(['Phase Spectrum of the Periodic Sequence N =
',num2str(N)]) subplot(2,1,2),
stem(k*(Fs/N),PHASE,'MarkerSize',3,'Linewidth',2)
grid, xlabel('f (Hz)'), ylabel('arg{X(f)} (rad)')
title(strcat(['Phase Spectrum of the Periodic Sequence N =
',num2str(N)]))

disp('%')
disp('%')
disp('% Для продовження натисніть <ENTER>')
pause
disp('%')
disp('%')
disp('% п.2. ОБЧИСЛЕННЯ ДПФ КІНЦЕВОЇ ПОСЛІДОВНОСТІ')
disp('%')
disp('%')
disp('% Для виводу ГРАФІКІВ МОДУЛЯ ДПФ кінцевої
послідовності та АМПЛІТУДНОГО СПЕКТРУ')
disp('% періодичної послідовності натисніть <ENTER>')
pause
MOD_K = abs(fft(x)); % МОДУЛЬ ДПФ КІНЦЕВОЇ
ПОСЛІДОВНОСТІ
figure('Name','DFT Modulus and Amplitude Spectrum',
'NumberTitle','off') subplot(2,1,1),
stem(k,MOD_K,'MarkerSize',3,'Linewidth',2), grid
xlabel('k'), ylabel('|X(k)|')
title('DFT Modulus of the Finite Sequence')
subplot(2,1,2), stem(k,MOD,'MarkerSize',3,'Linewidth',2),
grid

```

```

xlabel('k'), ylabel('1/N |X(k)|')
title('Amplitude Spectrum of the Periodic Sequence')
disp('%')
disp('%')
disp('% Для продовження натисніть <ENTER>')
pause
disp('%')
disp('%')
disp('% п.3. ВИЗНАЧЕННЯ АМПЛІТУД ТА ЧАСТОТ ДИСКРЕТНИХ  
ГАРМОНІК')
disp('%')
disp('%')
disp('% Для виводу ВИХІДНИХ ПАРАМЕТРІВ ФУНКЦІЇ fft_e1  
натисніть <ENTER>')
pause
e1 = 1e-7; % ЗНАЧЕННЯ ПОРОГУ ДЛЯ ПЕРШОГО  
КРИТЕРІЮ
[MODm,m] = fft_e1(MOD,e1) % ЗОВНІШНЯ ФУНКЦІЯ ДЛЯ  
ВИДІЛЕННЯ АМПЛІТУД І ЧАСТОТ ГАРМОНІК КОРИСНОГО СИГНАЛУ ЗА  
ПЕРШИМ КРИТЕРІЄМ
disp('%')
disp('%')
disp('% Для виводу АМПЛІТУД і ЧАСТОТ ДИСКРЕТНИХ ГАРМОНІК  
натисніть <ENTER>')
pause
A1 = MODm(1); A2 = MODm(2); % АМПЛІТУДИ ДИСКРЕТНИХ  
ГАРМОНІК
k1 = m(1); k2 = m(2); % ДИСКРЕТНІ НОРМОВАНІ  
ЧАСТОТИ
f1 = k1*Fs/N; f2 = k2*Fs/N; % ЧАСТОТИ (Гц) ДИСКРЕТНИХ  
ГАРМОНІК
disp('%')
disp('%')
disp([' A1 = ' num2str(A1) ' A2 = ' num2str(A2) ])
disp([' k1 = ' num2str(k1) ' k2 = ' num2str(k2) ])
disp([' f1 = ' num2str(f1) ' f2 = ' num2str(f2) ])

```

```

disp('%')
disp('%')
disp('% ПОРІВНЯЙТЕ з ВИХІДНИМИ ПАРАМЕТРАМИ функції fft_e1
та вихідними даними')
disp('%')
disp('%')
disp('% Для продовження натисніть <ENTER>')
pause
disp('%')
disp('%')
disp('% п.4. ГРАНИЧНІ ЗНАЧЕННЯ ПОРОГІВ ДЛЯ ПЕРШОГО ТА
ДРУГОГО КРИТЕРІЇВ ВИДІЛЕННЯ КОРИСНОГО СИГНАЛУ')
disp('%')
disp('%')
disp('% Для виводу граничних значень порогу для ПЕРШОГО
КРИТЕРІЮ натисніть <ENTER>')
pause
noise = randn(1,N);           % НОРМАЛЬНИЙ БІЛИЙ ШУМ
s = x+noise;                 % АДИТИВНА СУМІШ СИГНАЛУ З
ШУМОМ
S = fft(s);                  % ДПФ СУМІШІ СИГНАЛУ З ШУМОМ
MODS = (2/N)*abs(S);         % АМПЛІТУДНИЙ СПЕКТР СУМІШІ
СИГНАЛУ З ШУМОМ
MODS(1) = (1/N)*abs(S(1));
NOISE = fft(noise);          % ДПФ ШУМУ
MODNOISE = (2/N)*abs(NOISE); % АМПЛІТУДНИЙ СПЕКТР ШУМУ
MODNOISE(1) = (1/N)*abs(NOISE(1));
MAX_NOISE = max(MODNOISE);   % МАКСИМУМ АМПЛІТУДНОГО
СПЕКТРУ ШУМУ
MAXS = max(MODS);           % МАКСИМУМ АМПЛІТУДНОГО
СПЕКТРУ СУМІШІ СИГНАЛУ З ШУМОМ
e1_low = MAX_NOISE/MAXS;     % НИЖНЯ ГРАНИЦЯ ПОРОГУ ДЛЯ
ПЕРШОГО КРИТЕРІЮ
e1_up = 1;                  % ВЕРХНЯ ГРАНИЦЯ ПОРОГУ ДЛЯ
ПЕРШОГО КРИТЕРІЮ
P = (1/N)*sum(MODS.^2);     % СЕРЕДНЯ ПОТУЖНІСТЬ СУМІШІ
СИГНАЛУ З ШУМОМ
MAXS2 = MAXS.^2;           % КВАДРАТ МАКСИМУМУ АМПЛІТУДНОГО
СПЕКТРУ СУМІШІ СИГНАЛУ З ШУМОМ

```

```

MAX_NOISE2 = MAX_NOISE.^2; % КВАДРАТ МАКСИМУМУ
АМПЛІТУДНОГО СПЕКТРУ ШУМУ
disp('%')
disp('%')
disp([' e1_low = ' num2str(e1_low) ' e1_up = '
num2str(e1_up)])
disp('%')
disp('%')
disp('% Для виводу граничних значень порогу для ДРУГОГО
КРИТЕРІЮ натисніть <ENTER>')
pause
e2_low = MAX_NOISE2/P; % НИЖНЯ ГРАНИЦЯ ПОРОГУ ДЛЯ
ДРУГОГО КРИТЕРІЮ
e2_up = MAXS2/P; % ВЕРХНЯ ГРАНИЦЯ ПОРОГУ ДЛЯ
ДРУГОГО КРИТЕРІЮ
disp('%')
disp('%')
disp([' e2_low = ' num2str(e2_low) ' e2_up = '
num2str(e2_up)])
disp('%')
disp('%')
disp('% Для продовження натисніть <ENTER>')
pause
disp('%')
disp('%')
disp('% п.5. ВИДІЛЕННЯ КОРИСНОГО СИГНАЛУ ЗА ПЕРШИМ
КРИТЕРІЄМ')
disp('%')
disp('%')
disp('% Для виводу ГРАФІКА адитивної суміші сигналу з
шумом натисніть <ENTER>')
pause
figure('Name','Mixture of Signal and Noise','NumberTitle',
'off')
stem(n,s,'MarkerSize',3,'Linewidth',2), grid
xlabel('n'), ylabel('s(n)')
title(strcat(['Mixture of Signal and Noise N =
',num2str(N)]))

```



```

disp('%')
disp('%')
disp('% Для виводу ГРАФІКІВ амплітудного та НОРМОВАНОВОГО
амплітудного спектрів')
disp('% адитивної суміші сигналу з шумом натисніть
<ENTER>')
pause
figure('Name','Amplitude Spectrum and Normalized Amplitude
Spectrum','NumberTitle','off')
subplot(2,1,1), stem(k,MODS,'MarkerSize',3,'Linewidth',2),
grid
xlabel('k'), ylabel('|S(k)|')
title(strcat(['Amplitude Spectrum N = ',num2str(N)]))
subplot(2,1,2), stem(k,
MODS/MAXS,'MarkerSize',3,'Linewidth',2)
grid, xlabel('k'), ylabel('|S(k)|/max|S(k)|')
title(strcat(['Normalized Amplitude Spectrum N =
',num2str(N)]))
disp('%')
disp('%')
disp('% Введіть вибране значення порогу e1 для ПЕРШОГО
КРИТЕРІЮ')
disp('%')
e1 = input(' e1 = '); % ВИБРАНЕ ЗНАЧЕННЯ ПОРОГУ ДЛЯ
ПЕРШОГО КРИТЕРІЮ
disp('%')
disp('% Для виводу ВИХІДНИХ ПАРАМЕТРІВ ФУНКЦІЇ fft e1
натисніть <ENTER>')
pause
[MODm,m] = fft_e1(MODS,e1) % ЗОВНІШНЯ ФУНКЦІЯ ДЛЯ
ВИДІЛЕННЯ АМПЛІТУД І ЧАСТОТ ГАРМОНІК КОРИСНОГО СИГНАЛУ ЗА
ПЕРШИМ КРИТЕРІЄМ
disp('%')
disp('%')
disp('% ПОРІВНЯЙТЕ значення ВИДІЛЕНИХ ЗА ПЕРШИМ КРИТЕРІЄМ
АМПЛІТУД І ЧАСТОТ')
disp('% з вихідними даними')
disp('%')
disp('%')

```

```

disp('% Для продовження натисніть <ENTER>')
pause
disp('%')
disp('%')
disp('% п.6. ВИДІЛЕННЯ КОРИСНОГО СИГНАЛУ ЗА ДРУГИМ  
КРИТЕРІЄМ')
disp('%')
disp('%')
disp('% Для виводу ГРАФІКІВ амплітудного спектру та  
КВАДРАТУ амплітудного спектру, ')
disp('% НОРМОВАНОГО до величини середньої потужності  
адитивної суміші сигналу з ')
disp('% шумом, натисніть <ENTER>')
pause
figure('Name','Amplitude Spectrum and Normalized Amplitude  
Spectrum Squire','NumberTitle','off')
subplot(2,1,1), stem(k,MODS,'MarkerSize',3,'Linewidth',2),
grid
xlabel('k'), ylabel('|S(k)|')
title(strcat(['Amplitude Spectrum N = ',num2str(N)]))
subplot(2,1,2),
stem(k,(MODS.^2)/P,'MarkerSize',3,'Linewidth',2)
grid, xlabel('k'), ylabel('|S(k)|^2/P')
title(strcat(['Normalized Amplitude Spectrum Squire N =  
' ,num2str(N)]))
disp('%')
disp('%')
disp('% Введіть вибране значення порогу e2 для ДРУГОГО  
КРИТЕРІЮ')
disp('%')
e2 = input(' e2 = '); % ВИБРАНЕ ЗНАЧЕННЯ ПОРОГУ ДЛЯ  
ДРУГОГО КРИТЕРІЮ
disp('%')
disp('% Для виводу ВИХІДНИХ ПАРАМЕТРІВ ФУНКЦІЇ fft_e2  
натисніть <ENTER> ')
pause
[MODm,m] = fft_e2(MODS,e2) % ЗОВНІШНЯ ФУНКЦІЯ ДЛЯ

```

ВИДІЛЕННЯ АМПЛІТУД І ЧАСТОТ ГАРМОНІК КОРИСНОГО СИГНАЛУ ЗА ДРУГИМ КРИТЕРІЄМ

```
disp('%')
disp('%')
disp('% ПОРІВНЯЙТЕ значення ВИДІЛЕНИХ ЗА ДРУГИМ КРИТЕРІЄМ
АМПЛІТУД І ЧАСТОТ')
disp('% з вихідними даними')
disp('%')
disp('%')
disp('% Для продовження натисніть <ENTER>')

pause
disp('%')
disp('%')
disp('% п.7. ВІДНОВЛЕННЯ АНАЛОГОВОГО СИГНАЛУ')
disp('%')
disp('%')
disp('% Для виводу ГРАФІКІВ ПОСЛІДОВНОСТІ та МОДУЛЯ її
ДПФ, ВІДНОВЛЕНОГО')
disp('% АНАЛОГОВОГО СИГНАЛУ та його СПЕКТРУ і ВИХІДНОГО
АНАЛОГОВОГО СИГНАЛУ')
disp('% натисніть <ENTER>')

pause
Xa = [X(N/2+1:N),X(1:N/2)]; % СПЕКТР АНАЛОГОВОГО СИГНАЛУ
(З ТОЧНІСТЮ ДО ПОСТІЙНОГО МНОЖНИКА)
i = 1; % ЛІЧИЛЬНИК ЗНАЧЕНЬ АНАЛОГОВОГО
СИГНАЛУ
for t = 0:0.25*T:(N-1)*T % ЗНАЧЕННЯ НЕПЕРЕРВНОГО ЧАСУ
    s = 0;
    for k = -N/2:N/2-1 % ДИСКРЕТНА НОРМОВАНА ЧАСТОТА
        s = s + Xa(k+N/2+1)*exp(j*2*pi*k*t/(N*T)); %
        ВІДНОВЛЕННЯ АНАЛОГОВОГО СИГНАЛУ
    end
    xa(i) = (1/N).*s; % ЗНАЧЕННЯ ВІДНОВЛЕНОГО
    АНАЛОГОВОГО СИГНАЛУ
    i = i+1;
end
t = 0:0.25*T:(N-1)*T;
```

```

xt = A1*cos(2*pi*f1*t+pi/4)+A2*cos(2*pi*f2*t+pi/8); %
ЗНАЧЕННЯ ПОПЕРЕДНЬОГО АНАЛОГОВОГО СИГНАЛУ
k = 0:N-1; % ДИСКРЕТНА НОРМОВАНА ЧАСТОТА
MODa = (2/N)*abs(Xa); % АМПЛІТУДНИЙ СПЕКТР
ВІДНОВЛЕНОГО АНАЛОГОВОГО СИГНАЛУ
MODa(1) = (1/N)*abs(Xa(1));
figure('Name','Original Periodic Sequence & FFT,
Reconstructed Analog Signal & Spectrum, Original
Analog Signal','NumberTitle','off')
subplot(3,2,1), stem(n,x,'MarkerSize',3), grid
xlabel('n'), ylabel('x(n)')
title(strcat(['Original Periodic Sequence N =
',num2str(N)]))
subplot(3,2,2),
stem(k,abs(X),'MarkerSize',3,'Linewidth',2), grid
xlabel('k'), ylabel('|X(k)|')
title(strcat(['DFT of Original Periodic Sequence N =
',num2str(N)])) subplot(3,2,3), plot(t,real(xa)), grid
xlabel('t'), ylabel('x(t)')
title('Reconstructed Analog Signal')
k = -N/2:N/2-1;
subplot(3,2,4),
stem(k,MODa,'MarkerSize',3,'Linewidth',2), grid
xlabel('k'), ylabel('|Xa(k)|')
title('Amplitude Spectrum of Reconstructed Analog
Signal')
subplot(3,2,5), plot(t,xt), grid, xlabel('t'),
ylabel('x(t)'), title('Original Analog Signal')
disp('%')
disp('%')
disp('% Для продовження натисніть <ENTER>')
pause
disp('%')
disp('%')
disp('% п.8. ВІДНОВЛЕННЯ СПЕКТРАЛЬНОЇ ГУСТИНИ КІНЦЕВОЇ
ПОСЛІДОВНОСТІ')
disp('%')

```

```

disp('%')
disp('% Для виводу ГРАФІКІВ ДПФ та СПЕКТРАЛЬНОЇ
ГУСТИНИ кінцевої')
disp('% послідовності, обчисленої ДВОМА способами,
натисніть <ENTER>')
pause
L = 2*N; % КІЛЬКІСТЬ ВІДЛІКІВ СПЕКТРАЛЬНОЇ
ГУСТИНИ НА ПЕРІОДІ
l = 0;
for l = 0:(L-1) % ДИСКРЕТНА НОРМОВАНА ЧАСТОТА
    S = 0;
    for n = 0:(N-1) % ДИСКРЕТНИЙ НОРМОВАНИЙ ЧАС
        S = S + x(n+1)*exp(-j*2*pi*l*n/L); %
    ВІДНОВЛЕННЯ СПЕКТРАЛЬНОЇ ГУСТИНИ
    end
    XW(l+1) = S; % ЗНАЧЕННЯ ВІДНОВЛЕНОЇ
    СПЕКТРАЛЬНОЇ ГУСТИНИ
    l = l+1;
end
xz = [x zeros(1, (L-N))]; % ПОСЛІДОВНІСТЬ, ДОПОВНЕНА
НУЛЯМИ ДО ДОВЖИНИ L
XZ = fft(xz); % ДПФ ПОСЛІДОВНОСТІ,
ДОПОВНЕНОЇ НУЛЯМИ
k = 0:(N-1); % ДИСКРЕТНА НОРМОВАНА
ЧАСТОТА
w = 0:2*pi/L:2*pi-2*pi/L; % НОРМОВАНА ЧАСТОТА
l = 0:(L-1); % ДИСКРЕТНА НОРМОВАНА
ЧАСТОТА
figure('Name','DFT and Spectral
Density','NumberTitle','off')
subplot(3,1,1),
stem(k,abs(X),'MarkerSize',3,'Linewidth',2)
grid, xlabel('k'), ylabel('|X(k)|')
title(strcat(['DFT Modulus N = ',num2str(N)]))
subplot(3,1,2),
plot(w,abs(XW),'MarkerSize',3,'Linewidth',2)
grid, xlabel('w'), ylabel('|X(w)|')

```

```

title(strcat(['Spectral Density Modulus (option 1) L =
',num2str(L)])) subplot(3,1,3),
plot(w,abs(XZ),'MarkerSize',3,'Linewidth',2)
grid, xlabel('w'), ylabel('|X(w)|')
title(strcat(['Spectral Density Modulus (option 2) L =
',num2str(L)])) disp('%')
disp('%')
disp('% Для продовження натисніть <ENTER>')
pause
disp('%')
disp('%')
disp('% п.9. ЗМЕНШЕННЯ ПЕРІОДУ ДИСКРЕТИЗАЦІЇ ПО
ЧАСТОТІ ПРИ ОБЧИСЛЕННІ ДПФ')
disp('%')
disp('%')
disp('% Для виводу ГРАФІКІВ КІНЦЕВИХ ПОСЛІДОВНОСТЕЙ,
ДПФ та')
disp('% СПЕКТРАЛЬНИХ ГУСТИН натисніть <ENTER>')
pause
figure('Name','Finite Sequences, DFT and Spectral
Densities','NumberTitle','off')
L = [N 2*N 4*N];
for i = 1:length(L)
    xz = [x zeros(1,(L(i)-N))];    % ПОСЛІДОВНІСТЬ,
ДОПОВНЕНА НУЛЯМИ ДО ДОВЖИНИ L(i)
    XZ = fft(xz);
    Delta_f(i) = Fs/L(i);
    n = 0:length(xz)-1;           % ДИСКРЕТНИЙ НОРМОВАНИЙ
ЧАС
    k = 0:length(XZ)-1;          % ДИСКРЕТНА НОРМОВАНА
ЧАСТОТА
    subplot(3,2,2*i-1), stem(n,xz,'MarkerSize',3),
    xlabel('n'), grid title(strcat(['Finite Sequence x(n)
L = ',num2str(L(i))]))
    subplot(3,2,2*i), plot(k,abs(XZ), 'r','MarkerSize',3,
    'Linewidth',2), grid, hold on, stem(k,abs(XZ),':'),
    xlabel('k')
    title(strcat(['DFT and Spectral Density Modulus L =

```

```

',num2str(L(i))]))
end
disp('%')
disp('%')
disp('% Для виводу ПЕРІОДІВ ДПФ та ПЕРІОДІВ
ДИСКРЕТИЗАЦІЇ ПО ЧАСТОТІ натисніть <ENTER>')
pause
disp('%')
disp(['      L = ',num2str(L) ''])
disp('%')
disp(['      Delta_f = ',num2str(Delta_f) ''])
disp('%')
disp('%')
disp('% РОБОТА ЗАВЕРШЕНА')

```

### 3.4.1. Використовувані зовнішні функції

У script-файлі `lr_03` використовуються дві зовнішні функції.

1. Зовнішня функція `fft_e1`, призначена для визначення значень модуля ДПФ ( $\text{MODm}$ ) та дискретних нормованих частот ( $m$ ) гармонік, які відповідно до першого критерію (3.7) при заданому порозі  $\varepsilon_1$  (3.10) ( $e1$ ) відносять до корисного сигналу:

```

function [MODm,m] = fft_e1(MODX,e1)
% Визначення значень модуля ДПФ та частот корисного
% сигналу
%
% MODX — вектор значень модуля ДПФ суміші сигналу з
% шумом
% e1 — заданий поріг
%
% MODm — вектор значень модуля ДПФ корисного сигналу
% m — вектор значень частот корисного сигналу
%
i = 1;
MAX = max(MODX);
for k = 1:length(MODX)
    if (MODX(k)/MAX) > e1
        MODm(i) = MODX(k);
        m(i) = k-1;
    end
end

```

```

        i = i+1;
    end
end

```

2. Зовнішня функція `fft_e2`, призначена для визначення значень модуля ДПФ ( $\text{MODm}$ ) та дискретних нормованих частот ( $m$ ) гармонік, які відповідно до другого критерію (3.8) при заданому порозі  $\varepsilon_2$  (3.11) ( $e2$ ) відносять до корисного сигналу:

```

function [MODm,m] = fft_e2(MODX,e2)
% Визначення значень модуля ДПФ та частот корисного
% сигналу
%
% MODX – вектор значень модуля ДПФ суміші сигналу з
% шумом
% e2 – заданий поріг
%
% MODm – вектор значень модуля ДПФ корисного сигналу
% m – вектор значень частот корисного сигналу
%
i = 1;
P = sum(MODX.^2)/length(MODX); % P – середня
% потужність суміші сигналу з шумом
for k = 1:length(MODX)
    if ((MODX(k).^2)/P)>e2
        MODm(i) = MODX(k);
        m(i) = k-1;
        i = i+1;
    end
end
end

```

### 3.5. Звіт та контрольні питання

Звіт оформлюється в редакторі MS Word та містить вихідні дані й результати виконання кожного пункту завдання, включаючи результати обчислень, що копіюються з вікна **Command Window** (шрифт Courier New), створені графіки (копіюються за командою **Edit | Copy Figure** у вікні **Figure**) та відповіді на поставлені питання



(шрифт Times New Roman).

Захист лабораторної роботи проводиться на основі представленого звіту та контрольних питань з даного списку:

1. Запишіть формули ДПФ.
2. Що таке поворотний множник?
3. Чому дорівнює роздільна здатність по частоті при обчисленні ДПФ?
4. З чим пов'язані складності безпосереднього обчислення ДПФ за формулою (3.1)?
5. Що таке ШПФ?
6. Охарактеризуйте порядок складності алгоритмів ДПФ та ШПФ Кули – Т'юкі?
7. Назвіть основні властивості ДПФ.
8. Дайте визначення дискретної нормованої частоти.
9. Поясніть зміст ДПФ для періодичної послідовності.
10. Як за допомогою ДПФ розраховуються амплітудний та фазовий спектри періодичної послідовності?
11. Поясніть зміст ДПФ для кінцевої послідовності.
12. Як зв'язані значення абсолютних частот (в Гц та рад/с) і дискретних нормованих частот?
13. Поясніть зміст двох розглянутих критеріїв для виділення корисного сигналу з його адитивної суміші з шумом.
14. Як задаються порогові значення в першому та другому критеріях виділення корисного сигналу?
15. Як відновити аналоговий періодичний сигнал з фінітним спектром за відліками ДПФ та на основі ряду Котельникова?
16. Як визначити спектральну густину в  $L$  точках на основі ДПФ при  $L > N$ ?
17. Як визначити роздільну здатність по частоті в ДПФ при додаванні нулів до попередньої послідовності?

### **3.6. Приклад виконання роботи (варіант №30)**

Визначення індивідуальних вихідних даних для виконання лабораторної роботи:

$$N_B = 30;$$

$$N = 64;$$

$$f_{\partial} = 2000 \cdot (1 + N_B) = 2000 \cdot (1 + 30) = 62000 \text{ Гц};$$

$$T = \frac{1}{f_{\partial}} = \frac{1}{62000} = 0.00001613 \text{ c};$$

$$A_1 = 1 + 0.01 \cdot N_B = 1 + 0.01 \cdot 30 = 1.3;$$

$$A_2 = 2 \cdot A_1 = 2 \cdot 1.3 = 2.6;$$

$$f_1 = \frac{f_{\partial}}{8} = \frac{62000}{8} = 7750 \text{ Гц};$$

$$f_2 = \frac{f_{\partial}}{10} = \frac{62000}{10} = 6200 \text{ Гц}.$$

Результати виконання практичної (лабораторної) роботи.

1. Обчислення амплітудного і фазового спектрів періодичної послідовності  $x(n)$  (ідентифікатор  $x$ ) з періодом  $N$  :

$$x(nT) = A_1 \cos(2\pi f_1 nT + \pi/4) + A_2 \cos(2\pi f_2 nT + \pi/8),$$

використовуючи її тотожне представлення у формі

$$\begin{aligned} x(n) &= A_1 \cos\left(\frac{2\pi f_1 n}{f_{\partial}} + \frac{\pi}{4}\right) + A_2 \cos\left(\frac{2\pi f_2 n}{f_{\partial}} + \frac{\pi}{8}\right) = A_1 \cos(\hat{\omega}_1 n + \pi/4) + A_2 \cos(\hat{\omega}_2 n + \pi/8) = \\ &= 1.3 \cos(0.785n + \pi/4) + 2.6 \cos(0.628n + \pi/8). \end{aligned}$$

Амплітуди та частоти дискретних гармонік:

$$A_1 = 1.3 \quad A_2 = 2.6$$

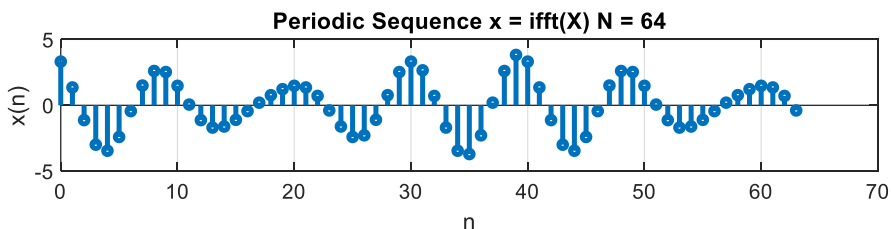
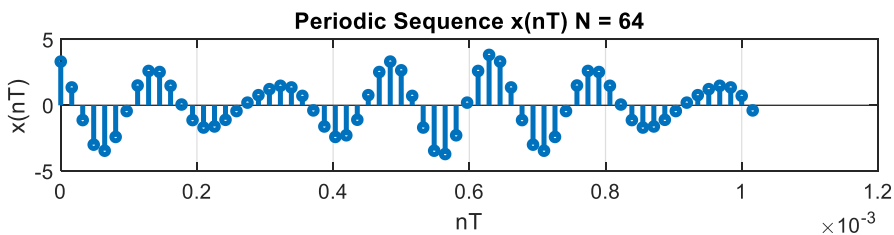
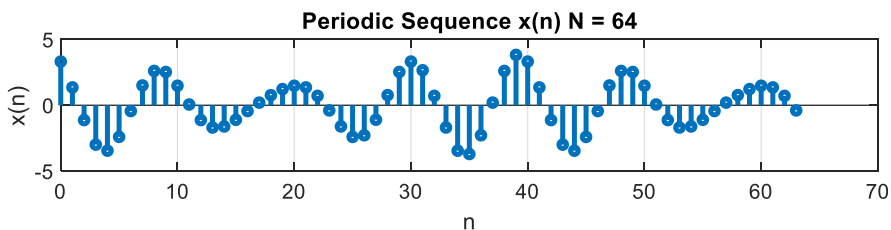
$$f_1 = 7750 \quad f_2 = 6200$$

Графіки:

- послідовності  $x(n)$  (3.23) на періоді  $N$  за шкалою дискретного нормованого часу  $n$  ;

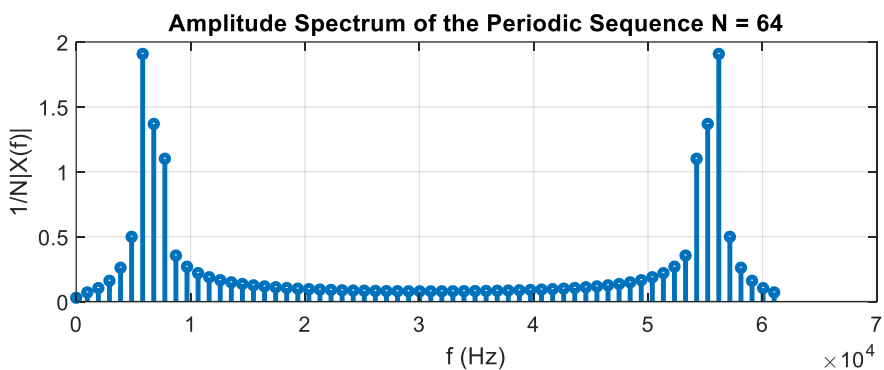
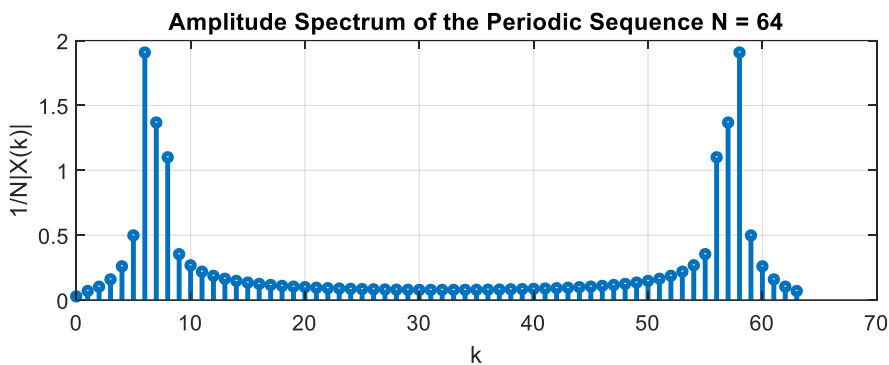
- послідовності  $x(n)$  (3.23) на періоді  $N$  за шкалою дискретного часу  $nT$  (ідентифікатор  $nT$ ).

- послідовності, отриманої за зворотним ДПФ, за шкалою дискретного нормованого часу.



Амплітудний (ідентифікатор MOD) спектр послідовності  $x(n)$  (3.23) з врахуванням (3.24):

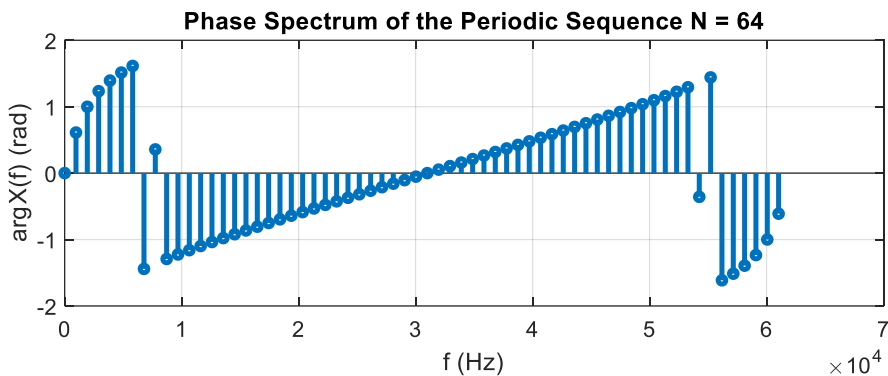
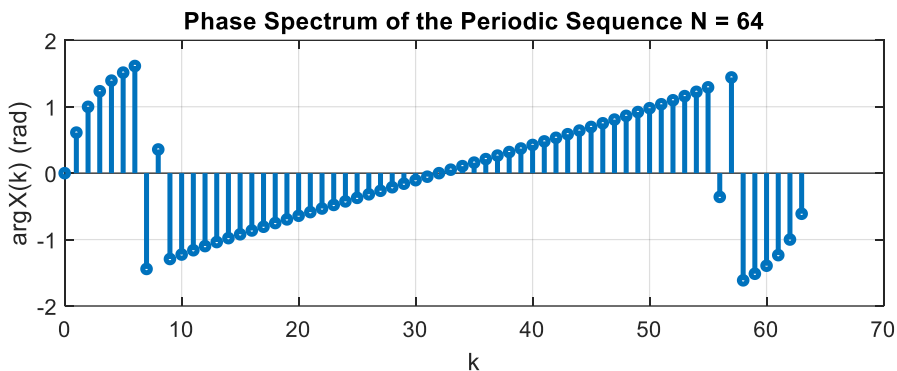
- за шкалою дискретних нормованих частот  $k$  (ідентифікатор  $k$ );
- за шкалою абсолютних частот  $f$  (Гц) (ідентифікатор  $f$ ).



Фазовий (ідентифікатор PHASE) спектр послідовності  $x(n)$  (3.23) з врахуванням (3.24):

- за шкалою дискретних нормованих частот  $k$  (ідентифікатор  $k$ );

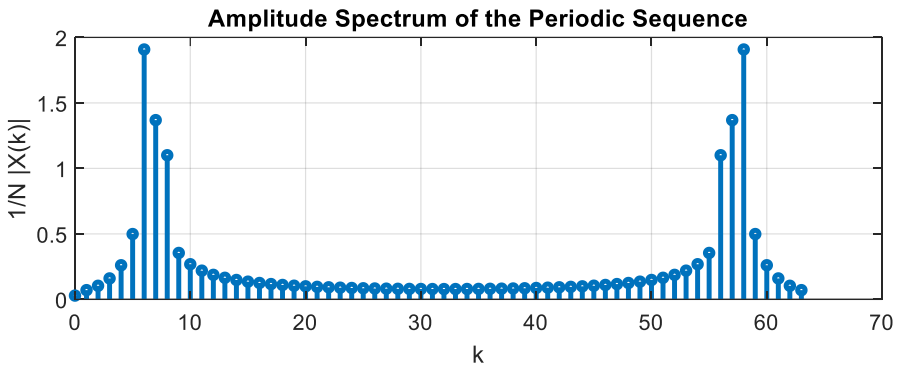
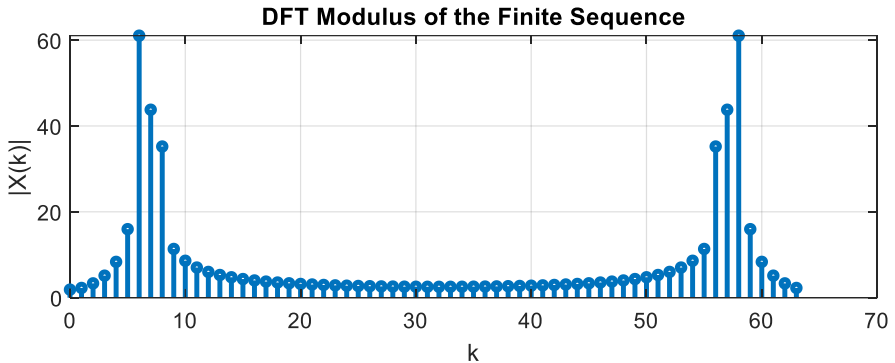
- за шкалою абсолютних частот  $f$  (Гц) (ідентифікатор  $f$ ).



## 2. Обчислення ДПФ кінцевої послідовності.

Графіки за шкалою дискретних нормованих частот:

- модуля ДПФ (ідентифікатор MOD\_K) кінцевої послідовності;
- амплітудного спектру періодичної послідовності (див. п. 1).



### 3. Визначення амплітуд і частот дискретних гармонік.

Вихідні параметри function-файлу `fft_e1`:

MODm =

Columns 1 through 12

0.0292	0.0707	0.1040	0.1602	0.2607	0.4989	1.9079	1.3686
1.1007	0.3547	0.2686	0.2195				

Columns 13 through 24

0.1875	0.1650	0.1484	0.1355	0.1253	0.1170	0.1103	0.1046
0.0999	0.0958	0.0924	0.0896				

Columns 25 through 36

0.0871	0.0851	0.0834	0.0820	0.0809	0.0801	0.0795	0.0791
0.0790	0.0791	0.0795	0.0801				

Columns 37 through 48

0.0809	0.0820	0.0834	0.0851	0.0871	0.0896	0.0924	0.0958
0.0999	0.1046	0.1103	0.1170				

Columns 49 through 60

0.1253	0.1355	0.1484	0.1650	0.1875	0.2195	0.2686	0.3547
--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------	--------

1.1007 1.3686 1.9079 0.4989  
 Columns 61 through 64  
 0.2607 0.1602 0.1040 0.0707

m =

Columns 1 through 20

0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16  
 17 18 19

Columns 21 through 40

20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31 32 33 34  
 35 36 37 38 39

Columns 41 through 60

40 41 42 43 44 45 46 47 48 49 50 51 52 53 54  
 55 56 57 58 59

Columns 61 through 64

60 61 62 63

Значення амплітуд, дискретних нормованих частот і абсолютних частот (Гц) гармонік:

$$A1 = 0.029188 \quad A2 = 0.070687$$

$$k1 = 0 \quad k2 = 1$$

$$f1 = 0 \quad f2 = 968.75$$

4. Граничні значення порогів для першого (3.7) та другого (3.8) критеріїв виділення корисного сигналу.

Для адитивної суміші  $s(n)$  (ідентифікатор  $s$ ) корисного періодичного сигналу  $x(n)$  (3.23) з нормальним білим шумом  $r(n)$  з нульовим середнім значенням та одиничною дисперсією:

$$s(n) = x(n) + r(n) \quad (3.24)$$

отримаємо такі результати:

- граничні значення порогу  $\varepsilon_1$  для першого критерію (3.7) (ідентифікатори  $e1\_low$  та  $e1\_up$ )

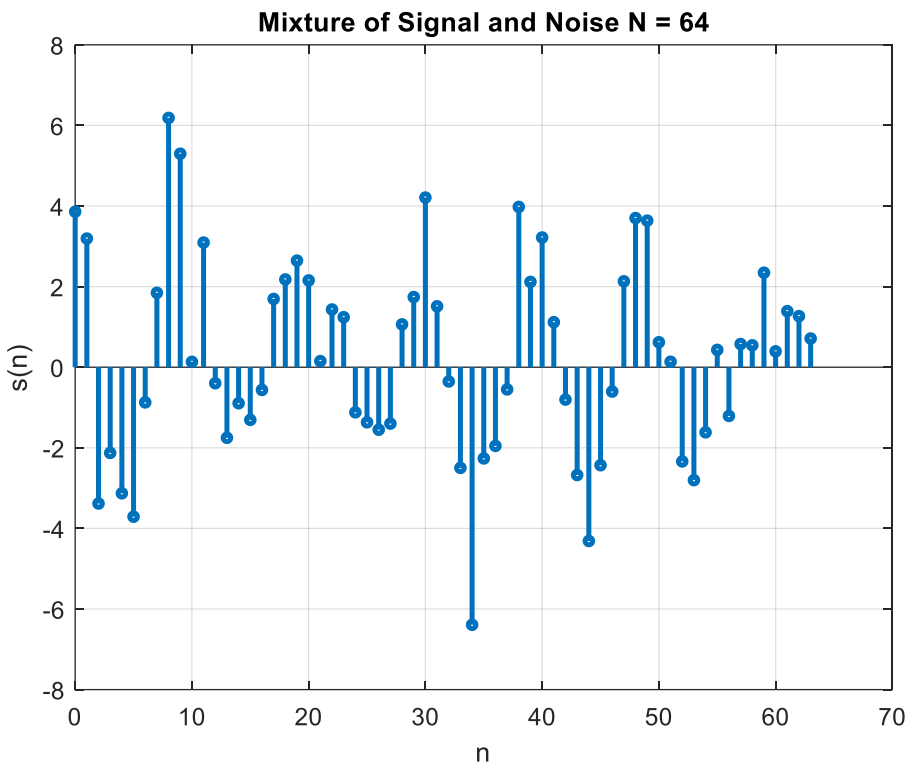
$$e1\_low = 0.3378 \quad e1\_up = 1$$

- граничні значення порогу  $\varepsilon_2$  для другого критерію (3.8) (ідентифікатори  $e2\_low$  та  $e2\_up$ ).

$$e2\_low = 1.2589 \quad e2\_up = 11.0324$$

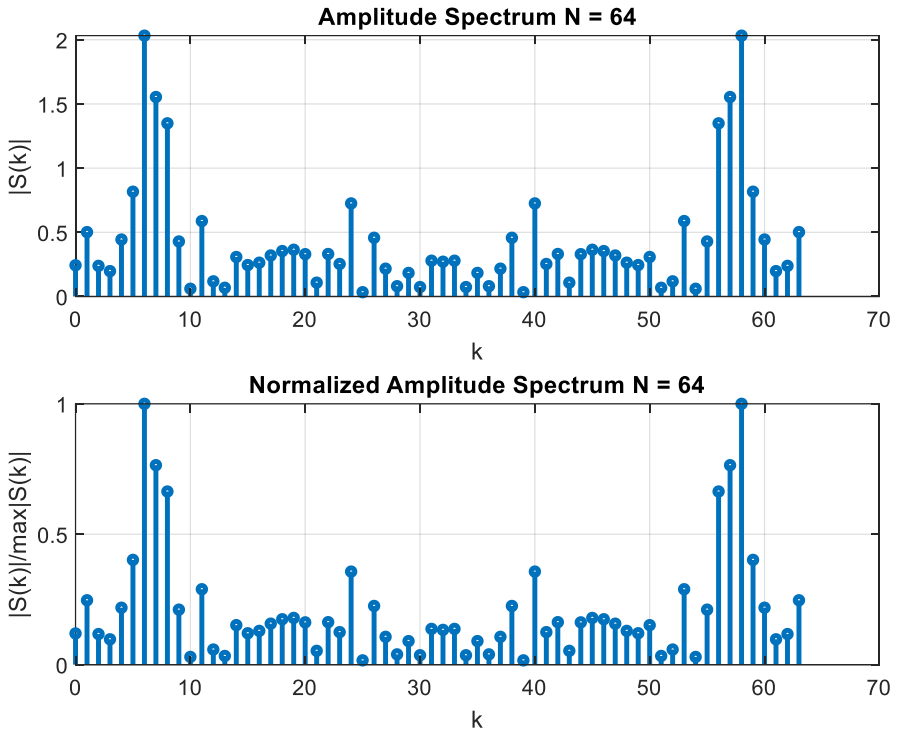
5. Виділення корисного сигналу за першим критерієм.

Графік адитивної суміші  $s(n)$  (3.24) на періоді  $N$  :



Графіки амплітудного спектру адитивної суміші  $s(n)$ , нормованого до його максимального значення:





Цей графік дозволяє уточнити значення порогу  $\varepsilon_1$  в діапазоні його граничних значень, визначених в п. 4.

Вибираємо значення порогу  $\varepsilon_1 = 0.5$ .

Для виділення корисного сигналу за першим критерієм (3.7) використовуємо function-файл `fft_e1`.

MODm =

2.0320 1.5539 1.3489 1.3489 1.5539 2.0320

m =

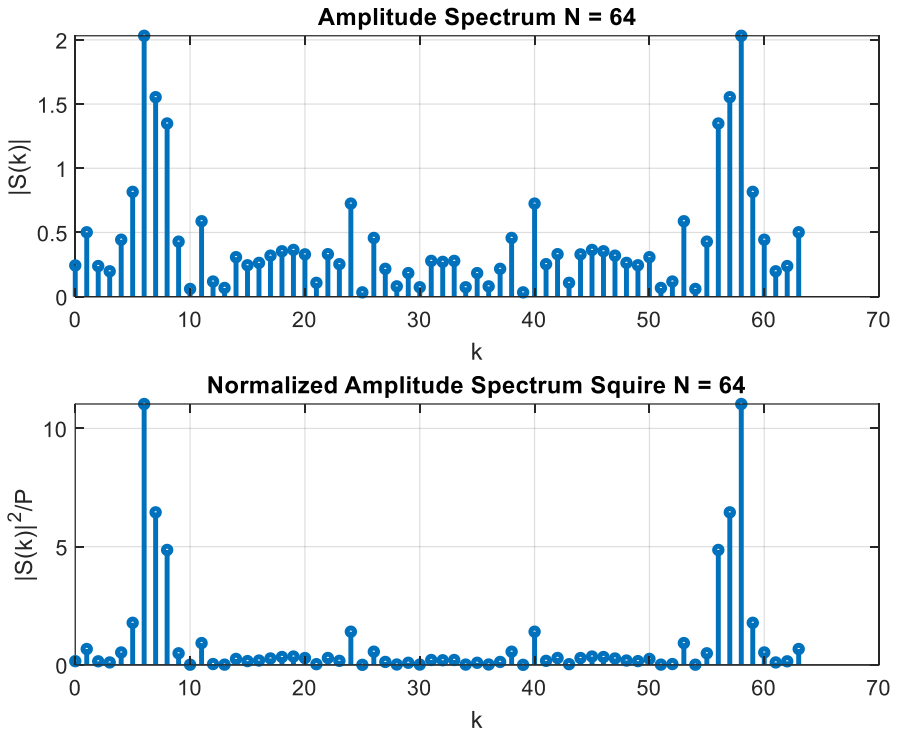
6 7 8 56 57 58

6. Виділення корисного сигналу за другим критерієм.

Графіки:

- амплітудного спектру адитивної суміші  $s(n)$  (3.24) за шкалою дискретних нормованих частот;

- квадрату амплітудного спектру адитивної суміші  $s(n)$ , нормованої до її середньої потужності (3.8).



Вибираємо значення порогу  $\varepsilon_2 = 3$ .

Для виділення корисного сигналу за другим критерієм (3.8) використовуємо function-файл `fft_e2`.

Вихідні параметри function-файлу `fft_e2`:

`MODm =`

2.0320 1.5539 1.3489 1.3489 1.5539 2.0320

`m =`

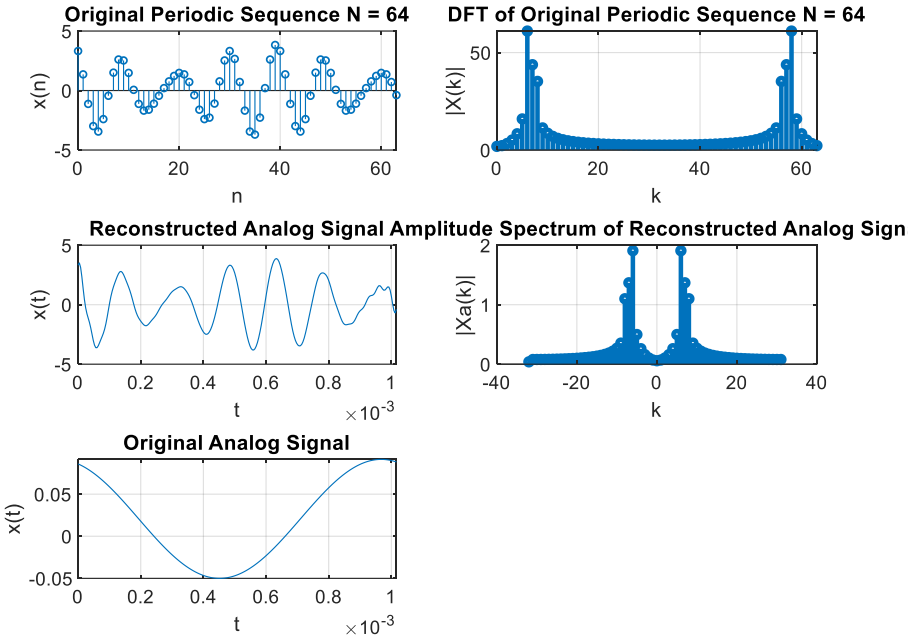
6 7 8 56 57 58

### 7. Відновлення аналогового сигналу.

Відновити періодичний аналоговий сигнал  $x(t)$  (ідентифікатор ха) за відліками ДПФ  $X(k)$  періодичної послідовності  $x(n)$  (3.23). Для обчислення значень сигналу  $x(t)$  використовувати формулу (3.19), задаючи значення часу  $t$  (ідентифікатор t) на інтервалі  $t \in [0; (N-1)T]$  з кроком  $\Delta t = 0.25T$ .

Графіки:

- періодичної послідовності  $x(n)$  (3.23) та модуля її ДПФ;
- відновленого аналогового сигналу  $x(t)$  та його амплітудного спектру (ідентифікатор MODa);
- попереднього аналогового сигналу  $x_n(t)$  (3.25).



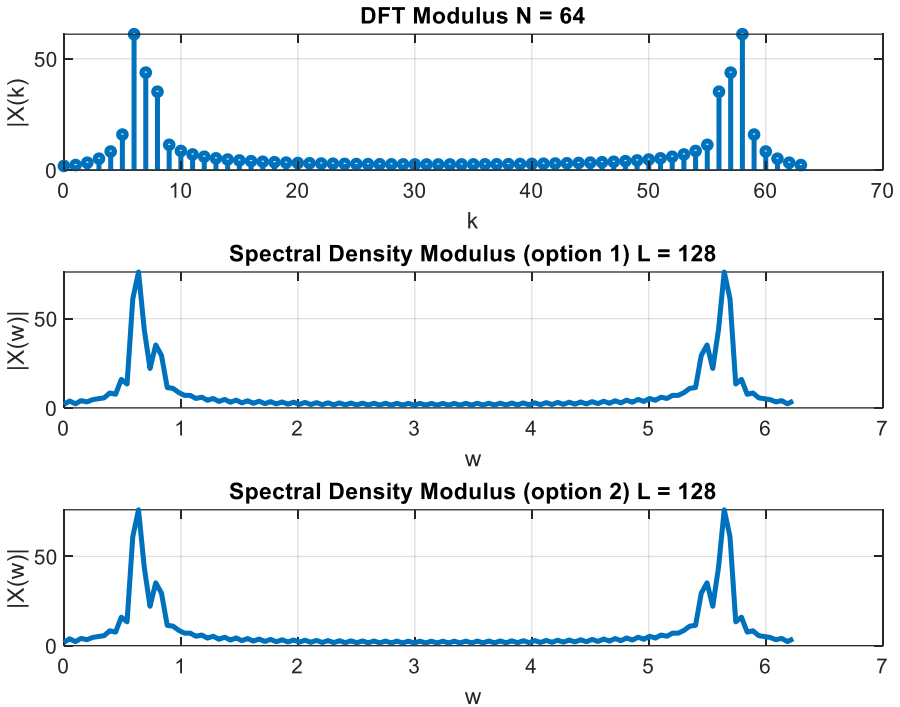
### 8. Відновлення спектральної густини кінцевої послідовності.

Обчислити значення спектральної густини кінцевої послідовності  $x(n)$  (3.23) довжини  $N$  в  $L = 2N$  точках на періоді  $\hat{\omega}_0 = 2\pi$  двома способами:

- за формулою (3.15) – ідентифікатор xw;
- за формулою (3.18) – ідентифікатор xz.

Графіки:

- модуля ДПФ кінцевої послідовності  $x(n)$  за шкалою дискретних нормованих частот за допомогою функції stem;
- модулів спектральної густини, обчисленої першим та другим способами, за шкалою частот  $\hat{\omega}$  (ідентифікатор w) за допомогою функції plot.



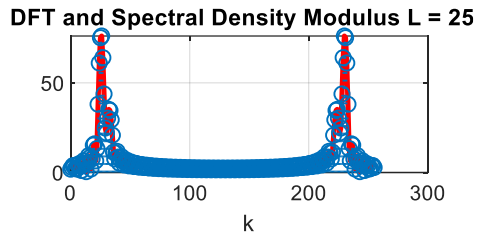
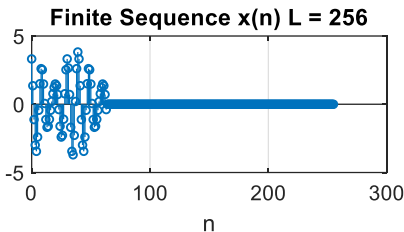
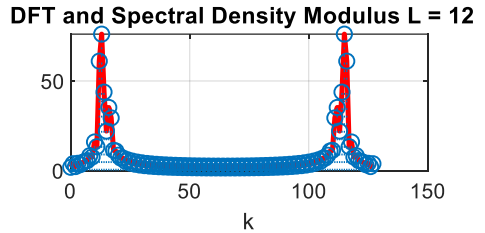
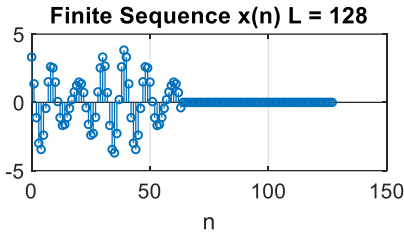
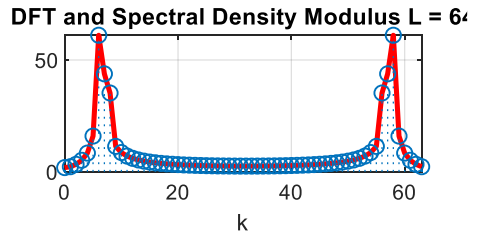
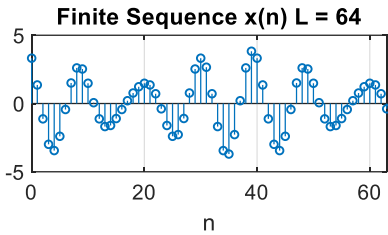
9. Зменшення періоду дискретизації за частотою при обчисленні ДПФ.

Сформуємо три кінцеві послідовності  $x(n)$  (3.23) (вектор  $xz$ ) довжиною  $L = N, 2N, 4N$  (вектор  $\underline{L}$ ), доповнюючи їх нулями до довжини  $L$  при  $L > N$ .

Обчислюємо ДПФ  $\tilde{X}(k)$  (3.18) таких послідовностей (вектор  $xz$ ).

Виводимо графіки:

- початкової послідовності та послідовностей, доповнених нулями;
- їх модулів ДПФ за шкалою дискретних нормованих частот (пунктиром за допомогою функції `stem`) і одночасно – відновлених спектральних густин (за допомогою функції `plot` червоним кольором).



Виводимо значення періодів ДПФ (вектор  $L$ ) та відповідних їм періодів дискретизації по частоті (вектор  $\Delta f$ ).

$$L = [64 \ 128 \ 256]$$

$$\Delta f = [968.75 \ 484.375 \ 242.1875]$$

Для порівняння графіків зручно користуватися кнопкою **Zoom in** на панелі інструментів.

## Робота 4. Проектування цифрових фільтрів засобами GUI FDATool та FilterBuilder

**Мета роботи:** вивчити процедуру проектування (синтезу) КІХ-фільтрів методом найкращої рівномірної (чебишевської) апроксимації та оволодіти програмними засобами MATLAB для їх синтезу та аналізу; ознайомитися з GUI FVTool (Filter Visualization Tool – засобом візуалізації фільтра).

### 4.1. Теоретичні відомості

#### 4.1.1. Властивості КІХ – фільтрів

КІХ-фільтр описується такою передавальною функцією [1]:

$$K_{KIX}(z) = \sum_{i=0}^{N-1} b_i z^{-i} = \sum_{n=0}^{N-1} h(n) z^{-n}, \quad (2.1)$$

де  $b_i$  – коефіцієнти різницевого рівняння ЦФ;  $z = e^{pT}$  – оператор білінійного  $z$  – перетворення;  $p$  – оператор перетворення Лапласа;  $T$  – період дискретизації;  $N$  – кількість коефіцієнтів різницевого рівняння;  $h(n)$  – імпульсна характеристика ЦФ.

Таким чином, з співвідношення (2.1) виходить, що для КІХ-фільтрів розрахунок коефіцієнтів передавальної функції зводиться до розрахунку імпульсної характеристики. При цьому довжиною та порядком КІХ-фільтра називають відповідно кількість коефіцієнтів  $N$  та порядок  $R = N - 1$  передавальної функції (2.1), що визначають його складність.

Передавальна функція (2.1) визначає пряму структуру КІХ-фільтра – *Direct-Form FIR* та її модифікації, серед яких практичний інтерес має пряма зведена структура, що реалізує алгоритм обчислення реакції КІХ-фільтрів з лінійною ФЧХ. Така структура має дві різні реалізації:

- з симетричною імпульсною характеристикою – *Direct-Form Symmetric FIR*;
- з антисиметричною імпульсною характеристикою – *Direct-Form Antisymmetric FIR*.

Основними особливостями КІХ-фільтрів є:

- можливість забезпечення лінійної ФЧХ (з точністю до стрибків на  $\pi$ );
- стійкість фільтра за визначенням.

Лінійна (з точністю до стрибків на  $\pi$ ) ФЧХ КІХ-фільтра забезпе-

чується, якщо для його імпульсної характеристики (ІХ) виконується одна з двох умов: симетрії, тобто  $h(n) = h(N-1-n)$ , або антисиметрії –  $h(n) = -h(N-1-n)$ . Зазначений стрибок ФЧХ може виникати в тих точках, де АЧХ дорівнює нулю.

За ознаками симетрії/антисиметрії ІХ  $h(n)$  та непарності/парності довжини  $N$  виділяють чотири типи КІХ-фільтрів з лінійною ФЧХ (ЛФЧХ), наведені в табл. 2.1. При синтезі КІХ-фільтрів потрібно враховувати можливість реалізації заданого функціонального призначення. В таблиці 2.1 введено такі позначення: ФНЧ – фільтр нижніх частот; ФВЧ – фільтр верхніх частот; СФ – смуговий фільтр; РФ – режекторний (загороджувальний) фільтр; ЦПГ – цифровий перетворювач Гільберта; ЦД – цифровий диференціатор [2].

Передавальній функції КІХ-фільтра (2.1) відповідає різницеве рівняння виду

$$y(n) = \sum_{i=0}^{N-1} b_i x(n-i), \quad (2.2)$$

що описує відповідний алгоритм обчислення реакції на вхідну дію.

#### 4.1.2. Визначення вимог до частотних характеристик КІХ – фільтрів

В методах синтезу частотно-вибіркових КІХ-фільтрів закладена лінійність ФЧХ (з точністю до стрибків на  $\pi$ ), тому вимоги ставляться тільки до АЧХ в основній смузі частот  $[0; f_D/2]$  і задаються такими параметрами [3]:

- частота дискретизації  $f_D$ ;
- граничні частоти смуг пропускання (СП) та затримування (СЗ), для яких введено такі умовні позначення:  $f_\chi$  – гранична частота смуги пропускання для ФНЧ та ФВЧ;  $f_k$  – гранична частота смуги затримування для ФНЧ та ФВЧ;  $f_{-\chi}$  та  $f_\chi$  – ліва та права граничні частоти смуги пропускання для СФ та РФ;  $f_{-k}$  та  $f_k$  – ліва та права граничні частоти смуги затримування для СФ та РФ.
- максимально допустимі відхилення АЧХ  $\hat{A}(f)$  від одиниці в смузі пропускання  $\delta_1$  та від нуля в смузі затримування  $\delta_2$ .

Таблиця 2.1. Типи КІХ-фільтрів з лінійною ФЧХ

Тип КІХ-фільтра	Співвідношення для	Тип
-----------------	--------------------	-----

	лінійної ФЧХ (з точністю до стрибків на $\pi$ )	цифрового фільтра
Тип 1 (Type-1): довжина $N$ – непарна; порядок $R$ – парний; імпульсна характеристика $h(n)$ – симетрична	$\varphi(\hat{\omega}) = -\frac{\hat{\omega}R}{2}$	ФНЧ, ФВЧ, СФ, РФ
Тип 2 (Type-2): довжина $N$ – парна; порядок $R$ – непарний; імпульсна характеристика $h(n)$ – симетрична	$\varphi(\hat{\omega}) = -\frac{\hat{\omega}R}{2}$	ФНЧ, СФ
Тип 3 (Type-3): довжина $N$ – непарна; порядок $R$ – парний; імпульсна характеристика $h(n)$ – антисиметрична, $h(R/2) = 0$	$\varphi(\hat{\omega}) = \frac{\pi}{2} - \frac{\hat{\omega}R}{2}$	СФ, ЦПГ, ЦД
Тип 4 (Type-4): довжина $N$ – парна; порядок $R$ – непарний; імпульсна характеристика $h(n)$ – антисиметрична	$\varphi(\hat{\omega}) = \frac{\pi}{2} - \frac{\hat{\omega}R}{2}$	ФВЧ, СФ, ЦПГ, ЦД

Однак якщо до ФЧХ не ставиться вимога лінійності, то при тих самих вимогах до АЧХ БІХ-фільтр може виявитися більш простим.

При синтезі КІХ-фільтрів в MATLAB додатково задається вектор значень ідеальної АЧХ: одиниця в смузі пропускання та нуль в смузі затримання. На рис. 2.1 наведений приклад ідеальної АЧХ та вимог до АЧХ для ФНЧ. Вимоги до АЧХ можуть задаватися в децибелах (дБ): до характеристик підсилення  $\hat{A}_i(f)[\text{дБ}] = 20 \lg[\hat{A}_i(f)]$  або згашання  $\hat{a}_i(f)[\text{дБ}] = -20 \lg[\hat{a}_i(f)]$ .

В MATLAB зазвичай задаються характеристики згашання, в яких замість  $\delta_1$  та  $\delta_2$  використовують такі параметри [4]:

- максимальне згашання в смузі пропускання  $a_{max}[\text{дБ}]$ ;



- мінімальне затухання в смузі затримування  $a_{min}$  [дБ].

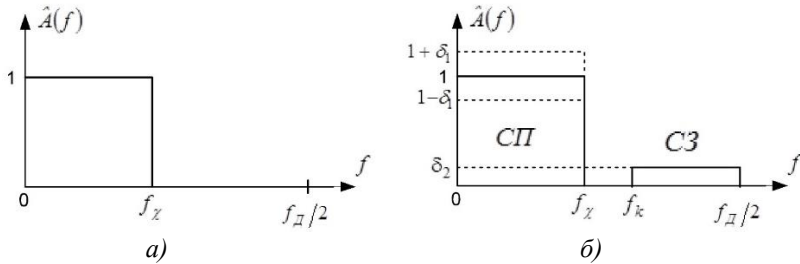


Рис. 2.1. Ідеальна АЧХ для ФНЧ (а) та вимоги до АЧХ ФНЧ (б)

Взаємозв'язок між значеннями  $\delta_1$ ,  $\delta_2$  та  $a_{max}$ ,  $a_{min}$  встановлюється виразами:

$$a_{max} = -20 \lg(1 - \delta_1); \quad a_{min} = -20 \lg(\delta_2). \quad (2.2)$$

Для значень  $\delta_1 = 0.05$  та  $\delta_2 = 0.01$ , які використовуються при синтезі ЦФ, отримаємо  $a_{max} = 0.4455$  (дБ) і  $a_{min} = 40$  (дБ).

#### 4.1.3. Синтез КІХ – фільтрів методом найкращої рівномірної (чебишевської) апроксимації

Розглянемо сутність методу чебишевської апроксимації на прикладі синтезу оптимальних (за Чебишевим) КІХ-фільтрів, використовуючи позначення, наведені в таблиці 2.2. Критерій Чебишева в літературі також називають найкращим рівномірним або мінімаксним критерієм [5].

Табл. 2.2 – Позначення та терміни чебишевської апроксимації

Позначення	Найменування	Зміст
$\Omega$	Інтервал апроксимації	Сукупність СП та СЗ в основній смузі частот
$\xi(\hat{\omega})$	Ідеальна АЧХ	Апроксимована функція – неперервна функція на інтервалі $\Omega$ , що приймає значення 1 у СП та 0 у СЗ з лінійною інтерполяцією в перехідних смугах
$B(\bar{a}, \hat{\omega})$	Тригонометричний поліном	Апроксимуюча функція – тригонометричний поліном порядку $M$ з вектором відомих

		коєфіцієнтів $\bar{a}$ – амплітудна функція КІХ-фільтра з лінійною ФЧХ
$\alpha$	Вага	Вага (вагові коєфіцієнти) у СП та СЗ на інтервалі $\Omega$ – вектор
$ \delta(\hat{\omega}) $	Модуль зваженої помилки апроксимації	Модуль зваженої помилки апроксимації на інтервалі $\Omega$ : $ \delta(\hat{\omega})  = \alpha \cdot  B(\bar{a}, \hat{\omega}) - \xi(\hat{\omega}) $
$\delta_{max}$	Максимум модуля зваженої помилки апроксимації	Максимальне значення $ \delta(\hat{\omega}) $ на інтервалі $\Omega$ : $\delta_{max} = \max  \delta(\hat{\omega})  = \alpha \cdot \max  B(\bar{a}, \hat{\omega}) - \xi(\hat{\omega}) $
$\delta_{min\ max}$	Мінімум максимуму модуля зваженої помилки апроксимації	Мінімальне значення $\delta_{max}$ на інтервалі $\Omega$ для тригонометричного полінома найкращого наближення $B(\bar{a}, \hat{\omega})$ за критерієм Чебишева: $\alpha \cdot \max  B(\bar{a}, \hat{\omega}) - \xi(\hat{\omega})  = \min \bar{a}$ , вектор коєфіцієнтів $\bar{a}$ якого знаходиться за результатами розв'язання оптимальної задачі

1. АЧХ КІХ-фільтра  $A(\hat{\omega})$  зв'язана з його амплітудною функцією (тригонометричним поліномом  $B(\bar{a}, \hat{\omega})$ ) співвідношенням  $A(\hat{\omega}) = |B(\bar{a}, \hat{\omega})|$ . При цьому вектор коєфіцієнтів  $\bar{a}$  лінійно зв'язаний з імпульсною характеристикою  $h(n)$ , а порядок поліному  $M$  – лінійно з порядком  $R$  передавальної функції. Таким чином, розрахунок ІХ  $h(n)$  КІХ-фільтрів методом чебишевської апроксимації зводиться до розрахунку вектора коєфіцієнтів  $\bar{a}$ .

2. За теоремою Чебишева існують єдині поліном  $B(\bar{a}, \hat{\omega})$  та вектор  $\bar{a}$  найкращого рівномірного наближення функції  $\xi(\hat{\omega})$  на інтервалі  $\Omega$  заданого порядку  $M$ , що забезпечує  $\delta_{min\ max}$ .

3. З іншого боку, існує єдиний поліном  $B(\bar{a}, \hat{\omega})$  найкращого рівномірного наближення (єдиний вектор  $\bar{a}$ ) функції  $\xi(\hat{\omega})$  на інтервалі  $\Omega$  при заданому значенні  $\delta_{min\ max}$ , що забезпечує мінімальний

порядок поліному  $M_{min}$ . При заданих вимогах до АЧХ, покладаючи  $\delta_{min\ max} = \max\{\delta_1, \delta_2\}$ , можна синтезувати КІХ-фільтр мінімального порядку, тобто оптимальний (за Чебишевим) КІХ-фільтр. Для запобігання плутанини з порядком поліному  $R_{min}$ , при якому вимоги до АЧХ також виконуються (однак з іншими векторами  $\bar{a}$ ), вводять позначення  $R_{opt}$ , де  $R_{opt} < R_{min}$ .

4. Згідно теореми Чебишева, поліном найкращого наближення  $B(\bar{a}, \hat{\omega})$  функції  $\xi(\hat{\omega})$  на інтервалі  $\Omega$  має рівнохвильовий характер. Частоти, на яких модуль  $|\delta(\hat{\omega})|$  має значення  $\delta_{min\ max}$ , називають частотами альтернансу (альтернанс – чергування протилежних), тому що значення  $\delta_{min\ max}$  на цих частотах чергуються за знаком.

5. Для того, щоб забезпечити однакове значення  $\delta_{min\ max}$  на інтервалі  $\Omega$  при різних заданих максимально допустимих відхиленнях АЧХ  $\delta_1$  та  $\delta_2$ , відповідно в смугах пропускання та затримувannya вводять ваги (вагові коефіцієнти), що розраховуються таким чином [6]:

- вага, що дорівнює одиниці, присвоюється смузі з найбільшим максимально допустимим відхиленням;
- ваги в інших смугах розраховуються як відношення найбільшого максимально допустимого відхилення до максимально допустимого відхилення в даній смузі (тому ваги є числами, що більші одиниці).

#### 2.1.4. Процедура синтезу КІХ – фільтра

Процедура синтезу КІХ-фільтрів методом чебишевської апроксимації складається з таких етапів [2].

1. Визначення вимог до АЧХ.
2. Оцінка порядку фільтра  $R$ , яку проводять за емпіричними формулами на підставі вимог до АЧХ.
3. Розрахунок імпульсної характеристики фільтра  $h(n)$  за алгоритмом Паркса – МакКлілена, розробленого на основі методу апроксимації Чебишева та обмінного алгоритму Ремеза. ІХ може бути як симетричною, так і антисиметричною, тому необхідно слідкувати за тим, на основі якого з чотирьох типів КІХ-фільтрів можна синтезувати фільтр потрібної вибіркості (потрібного типу, таблиця 2.1).
4. Перевірка виконання вимог до АЧХ, яка згідно методу чебишевської апроксимації полягає у порівнянні максимального за мо-

дулем відхилення АЧХ від ідеального з  $\delta_{\min \max}$ . Вимоги виконуються, якщо максимальне за модулем відхилення АЧХ не перевищує  $\delta_{\min \max}$ . Можливими є дві ситуації:

- вимоги не виконуються; потрібно збільшити порядок  $R$  та повернутися до пунктів 3-4; процедуру повторювати доти, поки не буде знайдено мінімальний порядок  $R_{opt} = R_{\min}$ , при якому виконуються вимоги до АЧХ;

- вимоги виконуються; потрібно зменшити порядок  $R$  та повернутися до пунктів 3-4; процедуру повторювати доти, доки не буде знайдено мінімальний порядок  $R_{opt} = R_{\min}$ , при якому виконуються вимоги до АЧХ.

В обох випадках порядок  $R_{opt}$  принципово може вибиратися серед усіх чотирьох типів КІХ-фільтрів, можливих для заданого типу вибіркості. Процедура синтезу КІХ-фільтра методом чебишевської апроксимації є ітераційною.

Синтез КІХ-фільтрів методом чебишевської апроксимації можна виконати за допомогою функції [4]

`[b,error,opt]=firpm(R,f0,m0,weight,ftype,{lgrid})`,

де  $R$  – порядок фільтра (мінімальне значення 2);

$f_0$  – вектор-стовпець нормованих частот  $\hat{f} = f / (f_D / 2)$ , в основній смузі частот лежить в межах від 0 до 1, до складу якого входять: ліва границя основної смуги частот  $f_0=0$ , граничні частоти СП та СЗ в порядку їх слідування зліва направо, права границя основної смуги  $f_0=1$ ;

$m_0$  – вектор-стовпець значень ідеальної АЧХ на частотах вектора  $f_0$ ; довжини векторів  $m_0$  та  $f_0$  однакові;

$weight$  – вектор-стовпець ваг у СП та СЗ в порядку слідування зліва направо;

$ftype$  – параметр, що вказує тип КІХ-фільтра та приймає значення згідно табл. 2.1: `hilbert` – для 3-го і 4-го типів та цифрових перетворювачів Гільберта; `differentiator` – для 3-го і 4-го типів та цифрових диференціаторів; за замовчуванням (якщо значення параметра не задано явно) – для 1-го та 2-го типів;

$lgrid$  – коефіцієнт густини сітки частот (Density Factor); вказується елементом масиву комірок у фігурних дужках і дорівнює цілому числу  $C \geq 16$  (16 – за замовчуванням); значення  $lgrid$  використовується

для автоматичного розрахунку кількості точок на сітці частот інтервалу  $\Omega$ ; при збільшенні  $l_{grid}$  збільшується точність обчислення коефіцієнтів  $b$ ;

$b$  – вектор коефіцієнтів передавальної функції (2.1) довжиною  $N = R + 1$ ;

$opt$  – масив записів з такими полями:  $opt.fgrid$  – сітка нормованих частот (вектор) на інтервалі апроксимації  $\Omega$  (сукупності СП та СЗ) в шкалі нормованих частот  $f$ ; права границя основної смуги частот, яка дорівнює одиниці, не виводиться;  $opt.H$  – вектор значень комплексної частотної характеристики на сітці частот  $opt.fgrid$ ;  $opt.error$  – вектор відхилення АЧХ від ідеальної на сітці частот  $opt.fgrid$ ;  $opt.des$  – вектор значень ідеальної АЧХ на сітці частот  $opt.fgrid$ ;  $opt.wt$  – вектор ваг на сітці частот  $opt.fgrid$ ;  $opt.iextr$  – вектор номерів елементів вектора  $opt.fgrid$ , що відповідають частотам альтернансу;  $opt.fextr$  – вектор нормованих частот альтернансу;  $error = \max(\text{abs}(opt.error))$  – максимальне відхилення АЧХ від ідеальної на інтервалі  $\Omega$ .

Оцінку порядку  $R$  КІХ-фільтра для функції  $f_{irm}$ , а також обчислення параметрів  $f_0$ ,  $m_0$ ,  $weight$  проводять за вимогами до АЧХ за допомогою такої функції:

$$[R, f_0, m_0, weight] = \text{firpmord}(f, m, ripple, F_s),$$

де  $f$  – вектор граничних абсолютних частот (Гц) у порядку їх слідування зліва на право;  $m$  – вектор значень ідеальної АЧХ у порядку їх слідування зліва на право, виконується умова  $\text{length}(f) = 2 * \text{length}(m) - 2$ ;  $ripple$  – вектор максимально допустимих відхилень АЧХ в порядку їх слідування зліва на право;  $F_s$  – частота дискретизації  $f_D$  (Гц).

Інші параметри були визначені раніше для функції  $f_{irm}$ . Розглянемо варіанти синтезу оптимальних КІХ-фільтрів типу ФНЧ та СФ за допомогою функції  $f_{irm}$ .

### 2.1.5. Описання вимог до характеристик затухання як об'єкту `fdesign`

В MATLAB є засоби синтезу КІХ- та БІХ-фільтрів безпосередньо як об'єкту `dflit`. В цьому випадку вимоги задаються до характеристики затухання АЧХ (дБ) та описуються як об'єкт `fdesign`:

$$H_s = \text{fdesign.type}(['sp1,sp2,...','sp1,sp2,...', F_s])$$

де  $H_s$  – ім'я об'єкту `fdesign`; `fdesign` – тип об'єкту; `type` – функція, що задає конкретний тип вибіркості ЦФ (табл. 2.3); `'sp1,sp2,...'` – список обов'язкових параметрів функції `type`.

Список обов'язкових параметрів регламентований та відповідає вимогам до АЧХ (дБ). В табл. 2.4-2.7 представлені списки обов'язкових параметрів для різних функцій `type`; в круглих дужках вказані ті самі параметри, що використовуються при виведенні властивостей об'єкту `fdesign`.

`sp1,sp2,...` – значення обов'язкових параметрів в списку `'sp1,sp2,...'`. Прийнятий за замовчуванням список параметрів `'sp1,sp2,...'` може бути відсутнім, однак його зручно використовувати для ідентифікації значень параметрів.

$f_s$  – частота дискретизації  $f_d$  (Гц).

Властивості об'єкту `fdesign` виводяться за його ім'ям  $H_s$  та складаються з списку обов'язкових параметрів функції `type` з їх значеннями.

Таблиця 2.3. Функції `type` для частотно-вибіркових ЦФ

Функція <code>type</code>	Тип вибіркості ЦФ
<code>lowpass</code>	Lowpass Filter – ФНЧ
<code>highpass</code>	Highpass Filter – ФВЧ
<code>bandpass</code>	Bandpass Filter – СФ
<code>bandstop</code>	Bandstop Filter – РФ

Таблиця 2.4. Список параметрів об'єкту `fdesign.lowpass`

Параметри функції <code>lowpass</code>	Вимоги до АЧХ (дБ) ФНЧ
$F_p$ ( <code>Fpass</code> )	$f_c$ – гранична частота СП
$F_{st}$ ( <code>Fstop</code> )	$f_k$ – гранична частота СЗ
$A_p$ ( <code>Apass</code> )	$a_{max}$ [дБ] – максимально допустиме затухання в СП
$A_{st}$ ( <code>Astop</code> )	$a_{min}$ [дБ] – мінімально допустиме затухання в СЗ

Таблиця 2.5. Список параметрів об'єкту `fdesign.highpass`

Параметри функції <code>highpass</code>	Вимоги до АЧХ (дБ) ФВЧ
$F_{st}$ ( <code>Fstop</code> )	$f_k$ – гранична частота СЗ

Fp (Fpass)	$f_{\chi}$ – гранична частота СП
Ast (Astop)	$a_{min}[\text{дБ}]$ – мінімально допустиме затухання в СЗ
Ap (Apass)	$a_{max}[\text{дБ}]$ – максимально допустиме затухання в СП

Таблиця 2.6. Список параметрів об'єкту fdesign.bandpass

Параметри функції bandpass	Вимоги до АЧХ (дБ) СФ
Fst1 (Fstop1)	$f_{-k}$ – гранична частота СЗ1
Fp1 (Fpass1)	$f_{-\chi}$ – ліва гранична частота СП
Fp2 (Fpass2)	$f_{\chi}$ – права гранична частота СП
Fst2 (Fstop2)	$f_k$ – гранична частота СЗ2
Ast1 (Astop1)	$a_{1min}[\text{дБ}]$ – мінімально допустиме затухання в СЗ1
Ap (Apass)	$a_{max}[\text{дБ}]$ – максимально допустиме затухання в СП
Ast2 (Astop2)	$a_{2min}[\text{дБ}]$ – мінімально допустиме затухання в СЗ2

Таблиця 2.7. Список параметрів об'єкту fdesign.bandstop

Параметри функції bandstop	Вимоги до АЧХ (дБ) РФ
Fp1 (Fpass1)	$f_{-\chi}$ – гранична частота СП1
Fst1 (Fstop1)	$f_{-k}$ – ліва гранична частота СЗ
Fst2 (Fstop2)	$f_k$ – права гранична частота СЗ
Fp2 (Fpass2)	$f_{\chi}$ – гранична частота СП2
Ap1 (Apass1)	$a_{1max}[\text{дБ}]$ – максимально допустиме затухання в СП1
Ast (Astop)	$a_{min}[\text{дБ}]$ – мінімально допустиме затухання в СЗ
Ap2 (Apass2)	$a_{2max}[\text{дБ}]$ – максимально допустиме затухання в СП2

#### 4.1.6. Синтез КІХ-фільтрів у вигляді об'єктів dfilt на основі об'єктів fdesign

При задаванні вимог до АЧХ (дБ) у вигляді об'єкту fdesign для синтезу КІХ-фільтрів як об'єктів dfilt використовуються функції,

представлені в табл. 2.8. Необхідно зазначити, що порядки КІХ-фільтрів, синтезованих за допомогою функцій `kaiserwin` та `equiripple`, можуть відрізнятися від відповідних порядків КІХ-фільтрів, синтезованих за допомогою функцій `fir1` та `firpm`, що пояснюється різними алгоритмами синтезу.

Таблиця 2.8. Функції синтезу КІХ-фільтра як об'єкту `dfilt`

Функція	Метод синтезу
<code>kaiserwin</code>	Метод вікон з використанням вікна Кайзера
<code>equiripple</code>	Метод найкращої рівномірної (чебишевської) апроксимації

Узагальнений формат функції синтезу КІХ-фільтра як об'єкту `dfilt` на основі об'єкту `fdesign` представлений двома формами:

```
Hf = function_fir(Hs)
Hf = design(Hs,'function_fir')
```

де `function_fir` – ім'я конкретної функції з табл. 2.6; `Hs` – ім'я об'єкту `fdesign`; `Hf` – ім'я об'єкту `dfilt`.

За замовчуванням вибирається пряма структура КІХ-фільтра (Direct-Form FIR). Для вибору прямої приведені структури можна скористатися розширеним форматом функції синтезу КІХ-фільтра:

```
Hf = design(Hs,'function_fir','FilterStructure','structure')
```

де `'structure'` – функція, що задає конкретну структуру об'єкту `Hf`.

Обчислення частотної ( $H$ ) та імпульсної ( $h$ ) характеристик КІХ-фільтра, синтезованого у вигляді об'єкту `dfilt`, виконується за допомогою таких функцій:

```
H = freqz(Hf,N)
h = impz(Hf)
```

де  $N$  – кількість точок (значень) частотної характеристики; за відсутності параметра за замовчуванням приймається  $N = 512$ .

При виведенні графіків АЧХ та ФЧХ в  $N$  точках в основній смузі значення частот в герцах задаються у вигляді вектора (де  $F_s$  – частота дискретизації):

```
f = 0:((Fs/2)/(N-1)):Fs/2;
```

#### 4.1.7. Варіанти синтезу оптимальних КІХ – фільтрів спеціальними функціями MATLAB

Синтезуємо КІХ-фільтр методом чебишевської апроксимації за



допомогою функції `firpm` за такими заданими вимогами до АЧХ ФНЧ (рис. 2.1):

- частота дискретизації  $f_D$  ( $F_s$ ) – 800 Гц;
- гранична частота смуги пропускання  $f_\chi$  ( $f_t$ ) – 100 Гц;
- гранична частота смуги затримування  $f_k$  ( $f_k$ ) – 150 Гц;
- максимально допустиме відхилення АЧХ у смузі пропускання  $\delta_1$  ( $d1$ ) – 0.05;
- максимально допустиме відхилення АЧХ у смузі затримування  $\delta_2$  ( $d2$ ) – 0.01.

Синтез КІХ-фільтра методом чебишевської апроксимації проводимо за допомогою функції `firpm`:

```
>>Fs=800;    ft=100;    fk=150;    f=[ft fk];
>>m=[1 0];
>>d1=0.05;    d2=0.01;    ripple=[d1 d2];
>>[R,f0,m0,weight]=firpmord(f,m,ripple,Fs);
>>[R weight]
ans=
    23.0000     1     5
>>[b,error,opt]=firpm(R,f0,m0,weight);
```

В MATLAB при синтезі КІХ-фільтрів за допомогою функції `firpm` порядок фільтра  $R$  визначається з точністю до  $\pm 2$ , а для його уточнення необхідна перевірка виконання вимог до АЧХ [4].

Перевіримо виконання вимог до АЧХ, вивівши для цього значення `error`:

```
>>error
error=
    0.0675
```

Порівнюючи `error` з  $\delta_{min\ max} = \max\{\delta_1, \delta_2\}$ , в даному випадку з  $\delta_1 = d1 = 0.05$ , робимо висновок, що вимоги не виконуються, тому слід збільшити порядок  $R$ . ФНЧ можна синтезувати на базі КІХ-фільтрів 1-го та 2-го типів (табл. 2.1), тому порядок  $R$  може бути як парним, так і непарним:

```
>>R=R+1;    [b,error,opt]=firpm(R,f0,m0,weight);
>>[R error]
ans=
    24.0000    0.0553
```

Вимоги до АЧХ не виконуються, тому потрібно провести ще одну ітерацію:

```
>>R=R+1;      [b,error,opt]=firpm(R,f0,m0,weight);  
>>[R error]  
ans=  
    25.0000    0.0435
```

Вимоги до АЧХ виконуються. Синтезовано оптимальний ФНЧ з лінійною ФЧХ порядку  $R_{opt} = 25$  на базі КІХ-фільтра 2-го типу. Для побудови графіків АЧХ, ФЧХ та ІХ КІХ-фільтра створюємо зовнішню функцію `plot_fir` (однак для повного аналізу характеристик синтезованого ЦФ необхідно звертатися до GUI FVTool):

```
function plot_fir(R,b,Fs)  
% Побудова графіків характеристик КІХ-фільтра  
% R – порядок КІХ-фільтра  
% b – вектор коефіцієнтів передавальної функції  
% a=[1] – коефіцієнт знаменника передавальної функції  
% Fs – частота дискретизації (Гц)  
a=[1]; n=0:R;  
subplot(3,1,1), stem(n,b,'fill','MarkerSize',3), xlabel('n'),...  
title('Impulse Response'), grid  
f=0:((Fs/2)/100):Fs/2;  
H=freqz(b,a,f,Fs); MAG=abs(H); PHASE=angle(H);  
subplot(3,1,2), plot(f,MAG), xlabel('f(Hz)'), title('MAGNITUDE'), grid  
subplot(3,1,3), plot(f,PHASE), xlabel('f(Hz)'), title('PHASE'), grid
```

Далі будуємо графіки ІХ, АЧХ та ФЧХ оптимального ФНЧ за допомогою зовнішньої функції `plot_fir` (рис. 2.2):

```
>>plot_fir(R,b,Fs)
```

Поля масиву записів `opt` виводяться за його іменем:

```
>>opt
```

Аналогічно синтезуємо за допомогою функції `firpm` оптимальний смуговий КІХ-фільтр з такими вимогами до його АЧХ:

- частота дискретизації  $f_{\Delta}$  ( $F_s$ ) – 800 Гц;
- гранична частота смуги затримування 1  $f_{-k}$  ( $fk1$ ) – 100 Гц;
- ліва гранична частота смуги пропускання  $f_{-\chi}$  ( $ft1$ ) – 140 Гц;
- права гранична частота смуги пропускання  $f_{\chi}$  ( $ft2$ ) – 200 Гц;

- гранична частота смуги затримування  $2 f_k$  ( $fk2$ ) – 240 Гц;
- максимально допустиме відхилення АЧХ у смузі пропускання  $\delta_1$  ( $d1$ ) – 0.05;
- максимально допустиме відхилення АЧХ у смузі затримування  $\delta_2$  ( $d2$ ) – 0.01.

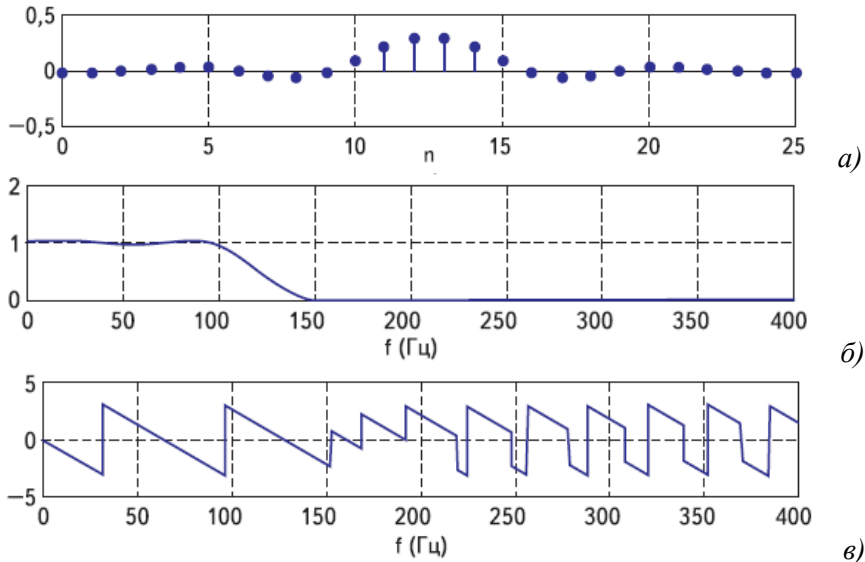


Рис. 2.2. Характеристики оптимального КІХ-фільтра ФНЧ: імпульсна характеристика (а); АЧХ (б); ФЧХ (в)

Синтез КІХ-фільтра проводимо методом чебишевської апроксимації за допомогою функції `firpm`:

```
>>Fs=800;
>>fk1=100;   ft1=140;   ft2=200;   fk2=240;   f=[fk1 ft1 ft2 fk2];
>>m=[0 1 0];
>>d1=0.05;   d2=0.01;   ripple=[d2 d1 d2];
>>[R,f0,m0,weight]=firpmord(f,m,ripple,Fs);
>>[R weight']
ans=
    29     5     1     5
>>[b,error,opt]=firpm(R,f0,m0,weight);
```

Перевіримо виконання вимог до АЧХ, вивівши значення `error`:

```
>>error
```

```
error=  
0.0663
```

Порівнюючи `error` з  $\delta_{min\ max} = \max\{\delta_1, \delta_2\}$ , в даному випадку з  $\delta_1 = d1 = 0.05$ , робимо висновок, що вимоги не виконуються, тому слід збільшити порядок фільтра  $R$ . СФ можна синтезувати на базі КІХ-фільтрів будь-якого з чотирьох типів (табл. 2.1), тому порядок  $R$  може бути як парним, так і непарним [7]:

```
>>R=R+1;      [b,error,opt]=firpm(R,f0,m0,weight);  
>>[R error]  
ans=  
30.0000      0.0666
```

Вимоги не виконуються, тому потрібно провести ще одну ітерацію, змінивши тип КІХ-фільтра на третій. Вибираючи КІХ-фільтр 3-го або 4-го типу, параметру `ftype` у функції `firpm` потрібно присвоїти значення `'hilbert'`:

```
>>R=R+1;      [b,error,opt]=firpm(R,f0,m0,weight,'hilbert');  
>>[R error]  
ans=  
30.0000      0.0582
```

Вимоги до АЧХ знову не виконуються, однак значення максимальної похибки зменшилося. Змінимо порядок  $R$  та синтезуємо СФ на базі КІХ-фільтрів 4-го типу:

```
>>R=R+1;      [b,error,opt]=firpm(R,f0,m0,weight,'hilbert');  
>>[R error]  
ans=  
31.0000      0.0412
```

Вимоги до АЧХ виконуються. Синтезовано оптимальний СФ з лінійною ФЧХ порядку  $R_{opt} = 31$  на базі КІХ-фільтра 4-го типу.

Побудуємо графіки АЧХ, ФЧХ та антисиметричної ІХ синтезованого СФ за допомогою функції `plot_fir`, створеної при попередньому синтезі ФНЧ (рис. 2.3):

```
>> plot_fir(R,b,Fs)
```

В пакеті `Filter Design Toolbox` є функція `firgr` з форматом [8]:

```
[b,error,opt]=firgr(R,f0,m0,weight,ftype,{lgrid},'check')
```

яка дублює функцію `firpm`, однак масив записів `opt` містить додаткові

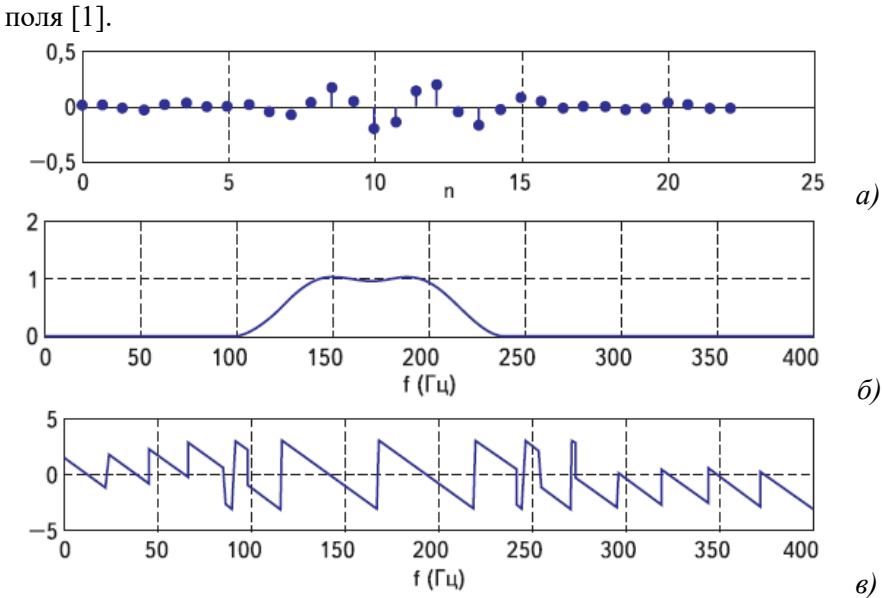


Рис. 2.3. Характеристики оптимального КІХ-фільтра типу СФ: імпульсна характеристика (а); АЧХ (б); ФЧХ (в)

Формат функції `firgr` дозволяє автоматично синтезувати оптимальний КІХ-фільтр [2]:

```
[b,err,opt]=firgr({m,R},f0,m0,ripple,ftype,{lgrid},'check')
```

де  $\{m,R\}$  – двоелементний масив комірок, в якому  $R$  – оцінка порядку (може бути відсутньою), а  $m$  – параметр, що контролює вибір мінімального порядку та приймає значення 'minorder' (вибирається мінімальний порядок серед парних та непарних значень), 'mineven' (вибирається мінімальний парний порядок) або 'minodd' (вибирається мінімальний непарний порядок);

`err` – параметр, який відрізняється від параметру `error` в функції `firpm`; при синтезі частотно-вибіркових КІХ-фільтрів він практичного інтересу не має; модуль максимального відхилення АЧХ визначається як `max(abs(opt.error))`.

Всі інші параметри було визначено раніше. Параметри `f0`, `m0`, `ripple`, `R`, як і раніше, обчислюються за допомогою функції `firpmord` згідно вимог до АЧХ.

Далі використаємо для синтезу оптимальних КІХ-фільтрів типу ФНЧ та СФ функцію `firgr`.

Згідно вимог до АЧХ ФНЧ (рис. 2.1) та вихідних даних для синтезу

за допомогою функції `firpm` синтезуємо оптимальний ФНЧ методом чебишевської апроксимації за допомогою функції `firgr` (також збережемо коефіцієнти `b` для подальшого використання):

```
>> [b,err,opt]=firgr('minorder',R),f0,m0,ripple);  
>> save b  
>> opt.order  
ans=  
    25.0000
```

Перевіримо виконання вимог до АЧХ:

```
>> error=max(abs(opt.error))  
error=  
    0.0436
```

Вимоги до АЧХ виконуються. Тому синтезовано оптимальний ФНЧ з лінійною ФЧХ порядку  $R_{opt} = 25$  на базі КІХ-фільтра 2-го типу, як і в попередньому варіанті синтезу.

Аналогічно синтезуємо оптимальний СФ за методом чебишевської апроксимації за допомогою функції `firgr` та вихідними даними (для функції `firpm`). Такий фільтр можна синтезувати на базі КІХ-фільтрів всіх 4 типів. В даному випадку вибір параметра `m`, що дорівнює 'minorder', також не дає потрібного результату, тому виконуємо таку послідовність дій [2].

1. Синтезуємо фільтр на базі КІХ-фільтра 1-го типу з параметром `m`, що дорівнює 'mineven'. Порядок КІХ-фільтра (параметр `opt.order`) позначаємо як  $R_1$ .

2. Синтезуємо фільтр на базі КІХ-фільтра 2-го типу з параметром `m`, що дорівнює 'minodd'. Порядок КІХ-фільтра (параметр `opt.order`) позначаємо як  $R_2$ .

3. Синтезуємо фільтр на базі КІХ-фільтра 3-го типу ('hilbert') з параметром `m`, що дорівнює 'mineven'. Порядок КІХ-фільтра позначимо як  $R_3$ .

4. Синтезуємо фільтр на базі КІХ-фільтра 4-го типу ('hilbert') з параметром `m`, що дорівнює 'minodd'. Порядок КІХ-фільтра позначаємо як  $R_4$ .

5. Вибираємо з них фільтр мінімального порядку –  $\min(R_1, R_2, R_3, R_4)$ .

```
>>Fs=800;  
>>fk1=100;    ft1=140;    ft2=200;    fk2=240;    f=[fk1 ft1 ft2 fk2];
```

```

>>m=[0 1 0];
>>d1=0.05;    d2=0.01;    ripple=[d2 d1 d2];
>>[R,f0,m0,weight]=firpmord(f,m,ripple,Fs);
>>[b,err,opt]=firgr({'mineven',R},f0,m0,ripple); R1=opt.order;
>>[b,err,opt]=firgr({'minodd',R},f0,m0,ripple); R2=opt.order;
>>[b,err,opt]=firgr({'mineven',R},f0,m0,ripple,'hilbert'); R3=opt.order;
>>[b,err,opt]=firgr({'minodd',R},f0,m0,ripple,'hilbert'); R4=opt.order;
>>[R1 R2 R3 R4]
ans=
    32    33    32    31

```

В результаті синтезовано оптимальний СФ з лінійною ФЧХ порядку  $R_{opt} = 31$  на базі КІХ-фільтра 4-го типу (аналогічно попередньому варіанту синтезу). Далі потрібно переконатися у виконанні вимог до АЧХ:

```

>>error=max(abs(opt.error))
error=
    0.0413

```

Вимоги до АЧХ виконуються, тобто фільтр синтезовано вірно.

До складу MATLAB входить програма GUI FVTool (Filter Visualization Tool – засоби візуалізації фільтра), призначена для аналізу характеристик синтезованих ЦФ у вікні Figure...: Filter Visualization Tool, звернення до якого відбувається за допомогою функції fvtool [6]:

```
fvtool(b,a)
```

де  $b$  та  $a$  – вектори коефіцієнтів передавальної функції КІХ-фільтра,  $a = [1]$ .

Таким чином, в даній лабораторній роботі в MATLAB розглянуто синтез оптимальних ФНЧ та СФ за методом чебишевської апроксимації за допомогою функцій `firpm` та `firgr` за заданими вихідними даними на базі одного з чотирьох типів КІХ-фільтра (таблиця 2.1).

## 4.2. Зміст лабораторної роботи

Зміст роботи зв'язаний з синтезом КІХ-фільтрів методом найкращої рівномірної (чебишевської) апроксимації, описанням їх структур та аналізом характеристик з використанням програмних засобів MATLAB.

### 4.3. Завдання на лабораторну роботу

Лабораторна робота виконується на основі script-файлів lr\_02\_low, lr\_02\_high, lr\_02\_pass та lr\_02\_stop і function-файлів plot\_fir та MAG\_fir, які є складовими частинами лабораторної роботи.

Вихідні дані для пунктів завдання наведені в табл. 2.9 – 2.12 для заданого номера варіанту  $N_B$  і для КІХ-фільтрів ФНЧ, ФВЧ, СФ та РФ містять вимоги до АЧХ та вимоги до характеристик затухання АЧХ (дБ) для її описання як об'єкту fdesign.

Таблиця 2.9. Вимоги до АЧХ та АЧХ (дБ) ФНЧ

Умовне позначення	Назва параметра	Задане значення	Ідентифікатор
$f_D$	Частота дискретизації	$f_D = 5000 + 100N_B$	Fs=
$f_\chi$	Гранична частота СП	$f_\chi = 0.1f_D + 20N_B$	ft=
$f_k$	Гранична частота СЗ	$f_k = 0.1f_D + 250 + 25N_B$	fk=
$\delta_1$	Максимальне відхилення АЧХ в СП	$\delta_1 = 0.05$	d1=0.05
$\delta_2$	Максимальне відхилення АЧХ в СЗ	$\delta_2 = 0.01$	d2=0.01
$a_{\max}$	Максимальне затухання в СП (дБ)	$a_{\max} = 0.4455$	Ap= =0.4455
$a_{\min}$	Мінімальне затухання в СЗ (дБ)	$a_{\min} = 40$	Ast=40

Таблиця 2.10. Вимоги до АЧХ та АЧХ (дБ) ФВЧ

Умовне позначення	Назва параметра	Задане значення	Ідентифікатор
$f_D$	Частота дискретизації	$f_D = 5000 + 100N_B$	Fs=
$f_k$	Гранична частота СЗ	$f_k = 0.1f_D + 20N_B$	fk=



$f_{\chi}$	Гранична частота СП	$f_{\chi} = 0.1f_{\mathcal{D}} + 250 + 25N_B$	ft=
$\delta_2$	Максимально допустиме відхилення АЧХ в СЗ	$\delta_2 = 0.01$	d2=0.01
$\delta_1$	Максимально допустиме відхилення АЧХ в СП	$\delta_1 = 0.05$	d1=0.05
$a_{\min}$	Мінімальне затухання в СЗ (дБ)	$a_{\min} = 40$	Ast=40
$a_{\max}$	Максимальне затухання в СП (дБ)	$a_{\max} = 0.4455$	Ap= =0.4455

Таблиця 2.11. Вимоги до АЧХ та АЧХ (дБ) СФ

Умовне позначення	Назва параметра	Задане значення	Ідентифікатор
$f_{\mathcal{D}}$	Частота дискретизації	$f_{\mathcal{D}} = 5000 + 100N_B$	Fs=
$f_{-k}$	Гранична частота СЗ1	$f_{-k} = 0.05f_{\mathcal{D}} + 20N_B$	fk1=
$f_{-\chi}$	Гранична частота СП1	$f_{-\chi} = 0.05f_{\mathcal{D}} + 250 + 25N_B$	ft1=
$f_{\chi}$	Гранична частота СП2	$f_{\chi} = 0.25f_{\mathcal{D}} + 25N_B$	ft2=
$f_k$	Гранична частота СЗ2	$f_k = 0.25f_{\mathcal{D}} + 250 + 30N_B$	fk2=
$\delta_{21}$	Максимально допустиме відхилення АЧХ в СЗ1	$\delta_{21} = 0.01$	d21=0.01
$\delta_1$	Максимально допустиме відхилення АЧХ в СП	$\delta_1 = 0.05$	d1=0.05

$\delta_{22}$	Максимально допустиме відхилення АЧХ в С32	$\delta_{22} = 0.01$	d22=0.01
$a_{1\min}$	Мінімально допустиме затухання в С31 (дБ)	$a_{1\min} = 40$	Ast1=40
$a_{\max}$	Максимально допустиме затухання в СП (дБ)	$a_{\max} = 0.4455$	Ap= =0.4455
$a_{2\min}$	Мінімально допустиме затухання в С32 (дБ)	$a_{2\min} = 40$	Ast2=40

Таблиця 2.12. Вимоги до АЧХ та АЧХ (дБ) РФ

Умовне позначення	Назва параметра	Задане значення	Ідентифікатор
$f_D$	Частота дискретизації	$f_D = 5000 + 100N_B$	Fs=
$f_{-\chi}$	Гранична частота СП1	$f_{-\chi} = 0.05f_D + 20N_B$	ft1=
$f_{-k}$	Гранична частота С31	$f_{-k} = 0.05f_D + 250 + 25N_B$	fk1=
$f_k$	Гранична частота С32	$f_k = 0.25f_D + 25N_B$	fk2=
$f_{\chi}$	Гранична частота СП2	$f_{\chi} = 0.25f_D + 250 + 30N_B$	ft2=
$\delta_{11}$	Максимально допустиме відхилення АЧХ в СП1	$\delta_{11} = 0.05$	d11=0.05
$\delta_2$	Максимально допустиме відхилення АЧХ в С3	$\delta_1 = 0.01$	d1=0.01

$\delta_{12}$	Максимально допустиме відхилення АЧХ в СП2	$\delta_{12} = 0.05$	d12=0.05
$a_{1\max}$	Максимально допустиме затухання в СП1 (дБ)	$a_{1\max} = 0.4455$	$A_{p1} = 0.4455$
$a_{\min}$	Мінімально допустиме затухання в СЗ (дБ)	$a_{\min} = 40$	$A_{st} = 40$
$a_{2\max}$	Максимально допустиме затухання в СП2 (дБ)	$a_{2\max} = 0.4455$	$A_{p2} = 0.4455$

Завдання на лабораторну роботу полягає у синтезі КІХ-фільтрів методом найкращої рівномірної (чебишевської) апроксимації та аналізі їх характеристик і для кожного типу вибірковості (ФНЧ, ФВЧ, СФ або РФ) складається з таких етапів (пунктів):

1. Введення вимог до АЧХ.
2. Обчислення оцінки порядку КІХ-фільтра та значень затухань і відхилень СП та СЗ.

Виведені значення ваги (weight) занести до таблиці 2.13.

Пояснити:

- яка функція використовується для обчислення оцінки порядку КІХ-фільтра та складових вектора ваги;
- з якою метою обчислюється оцінка порядку КІХ-фільтра;
- як обчислюються вагові коефіцієнти в СП та СЗ.

Таблиця 2.13. Результати синтезу оптимальних КІХ-фільтрів

Тип вибірковості фільтра	Метод чебишевської апроксимації		
	порядок фільтра R	тип КІХ-фільтра	вектор ваги weight
ФНЧ			
ФВЧ			
СФ			
РФ			

3. Синтез оптимального КІХ-фільтра методом чебишевської апроксимації.

Для синтезу КІХ-фільтра необхідно організувати цикл, в тілі якого виконуються такі дії:

- синтезувати КІХ-фільтр;

Тип КІХ-фільтра вказується за допомогою параметра `ftype` у функції синтезу.

Для ФНЧ та РФ параметр `ftype` вибирається за замовчуванням.

Для ФВЧ та СФ тип КІХ-фільтра вказується такими значеннями параметра `ftype`:

- ' ' (пробіл) – для 1-го або 2-го типу;
- 'hilbert' — для 3-го або 4-го типу;
- перевірити виконання вимог до АЧХ;

Для перевірки виконання вимог до АЧХ вивести та порівняти максимальну (за модулем) зважену помилку апроксимації  $\delta_{min\ max}$  (ідентифікатор `error`) з допустимим зваженим відхиленням  $\delta_{max}$  ;

- за результатами перевірки, збільшуючи або зменшуючи порядок КІХ-фільтра, визначити його оптимальний порядок, при якому виконуються вимоги до АЧХ.

При збільшенні/зменшенні порядку КІХ-фільтра необхідно враховувати відповідність між типом вибірковості ЦФ та типом КІХ-фільтра.

Отримане за результатами ітераційної процедури значення оптимального порядку `R` та тип КІХ-фільтра записати в табл. 2.13.

Пояснити:

- яка функція використовується для синтезу КІХ-фільтра;
- який з параметрів даної функції відповідає коефіцієнтам передавальної функції КІХ-фільтра;
- зміст ітераційної процедури синтезу;
- чому дорівнює задане відхилення  $\delta_{min\ max}$  .

4. Аналіз характеристик КІХ-фільтра.

Для виведення графіків використовувати `function`-файл `plot_fir` (розділ 2.4.5).

Пояснити:

- вигляд ІХ;
- вигляд АЧХ в СП та СЗ (можна скористатися кнопкою `Zoom in` на панелі інструментів);
- вигляд ФЧХ.

5. Виведення графіка АЧХ оптимального КІХ-фільтра з відміченими частотами альтернансу.

Для виведення графіка використовувати function-файл MAG\_fir (розділ 2.4.5).

Пояснити:

- які частоти називають частотами альтернансу;
- відповідність між кількістю частот альтернансу на графіку та порядком КІХ-фільтра.

6. Описання вимог до АЧХ КІХ-фільтра як об'єкту fdesign.

Описати вимоги до характеристики затухання АЧХ (дБ) як об'єктів fdesign з іменами:

- MAG\_lowpass – для ФНЧ;
- MAG\_highpass – для ФВЧ;
- MAG\_bandpass – для СФ;
- MAG\_bandstop – для РФ.

Пояснити, з якою метою створений об'єкт fdesign і що входить до списку його властивостей.

7. Синтез КІХ-фільтра як об'єкту dfilt на основі об'єкту fdesign.

Синтезувати КІХ-фільтр за допомогою функції equiripple з такими іменами об'єктів dfilt:

- F\_lowpass – для ФНЧ;
- F\_highpass – для ФВЧ;
- F\_bandpass – для СФ;
- F\_bandstop – для РФ.

Порівняти порядок синтезованого КІХ-фільтра з порядком в табл. 2.13.

Пояснити:

- що відображає структура та чим визначається її вигляд;
- властивості об'єкту dfilt.

8. Знайомство з GUI FVTool (факультативно).

Звернутися до GUI FVTool за командою:

```
fvtool(Hd)
```

де Hd – ім'я об'єкту dfilt, та проаналізувати характеристики синтезованих КІХ-фільтрів.

#### **4.4. Типовий script-файл для виконання лабораторної роботи**

Перед виконанням роботи відповідно до індивідуально варіанту та даних таблиць 2.9-2.12 мають бути визначені вихідні дані до лабораторної роботи.

Для чотирьох типів вибіркості КІХ-фільтра – ФНЧ, ФВЧ, СФ та РФ – створені чотири script-файли. Для запуску script-файла до нього потрібно звернутися за його ім'ям:

```
>> lr_02_low – ФНЧ
>> lr_02_high – ФВЧ
>> lr_02_pass – СФ
>> lr_02_stop – РФ
```

Лістинги цих script-файлів наведені в розділах 2.4.1 – 2.4.4.

Для примусового зняття script-файлу з виконання необхідно натиснути комбінацію клавіш <Ctrl>+<Break>.

При виконанні script-файлу поточні вікна з графіками *не закривати*.

#### 4.4.1. Синтез та аналіз КІХ-фільтра ФНЧ

Лістинг script-файлу lr\_02\_low має такий вигляд:

```
>> type lr_02_low
script
clc
clear
disp('% ЛР №2. СИНТЕЗ КІХ-ФІЛЬТРА ФНЧ МЕТОДОМ ЧЕБИШЕВСЬКОЇ
АПРОКСИМАЦІЇ')
disp('%')
disp('%')
disp('% п.1. ВВЕДЕННЯ ВИМОГ ДО АЧХ ФНЧ')
disp('%')
disp('%')
disp('% Введіть НОМЕР ВАРІАНТУ та ВИМОГИ до АЧХ')
DATA=0;
while DATA==0;
Nb = input('Nb = '); % НОМЕР ВАРІАНТУ
Fs = input('Fs = '); % ЧАСТОТА ДИСКРЕТИЗАЦІЇ (Гц)
ft = input('ft = '); % ГРАНИЧНА ЧАСТОТА СМУГИ ПРОПУСКАННЯ (СП) (Гц)
fk = input('fk = '); % ГРАНИЧНА ЧАСТОТА СМУГИ ЗАТРИМУВАННЯ (СЗ) (Гц)
d1 = input('d1 = '); % МАКСИМАЛЬНО ДОПУСТИМЕ ВІДХИЛЕННЯ В СП
d2 = input('d2 = '); % МАКСИМАЛЬНО ДОПУСТИМЕ ВІДХИЛЕННЯ В СЗ
Ap = input('Ap = '); % МАКСИМАЛЬНО ДОПУСТИМЕ ЗАТУХАННЯ В СП
Ast = input('Ast = '); % МІНІМАЛЬНО ДОПУСТИМЕ ЗАТУХАННЯ В СЗ
disp('% Перевірте ВІРНІСТЬ введення ВИХІДНИХ ДАНИХ')
disp('% При ВІРНИХ ВИХІДНИХ ДАНИХ введіть 1')
```

```

disp('% При НЕВІРНИХ ВИХІДНИХ ДАНИХ введіть 0 та ПОВТОРІТЬ введення')
DATA = input('--> ');
end
disp('%')
disp('%')
disp('% Для продовження натисніть <ENTER>')
pause
disp('%')
disp('%')
disp('% п.2. ОБЧИСЛЕННЯ ПАРАМЕТРІВ ФУНКЦІЇ firpmord')
disp('%')
disp('%')
disp('% Для виведення ПОРЯДКУ КІХ-фільтра (R) та ВАГИ в СП та СЗ (weight)
натисніть <ENTER>')
pause
m = [1 0]; % ВЕКТОР ЗНАЧЕНЬ ІДЕАЛЬНОЇ АЧХ
f = [ft fk]; % ВЕКТОР ГРАНИЧНИХ ЧАСТОТ
ripple = [d1 d2]; % ВЕКТОР МАКСИМАЛЬНО ДОПУСТИМИХ ВІДХИЛЕНЬ
[R,f0,m0,weight] = firpmord(f,m,ripple,Fs); % ОБЧИСЛЕННЯ ПАРАМЕТРІВ ФУНКЦІЇ
firpmord
disp('%')
disp(['R = ' num2str(R)]) % ОЦІНКА ПОРЯДКУ КІХ-ФІЛЬТРА
weight = [weight(1) weight(2)] % ВАГИ В СП та СЗ
disp('%')
disp('%')
disp('% Для продовження натисніть <ENTER>')
pause
disp('%')
disp('%')
disp('% п.3. СИНТЕЗ КІХ-ФІЛЬТРА ФНЧ')
ORDER = 0; % ОЗНАКА ОПТИМАЛЬНОСТІ ПОРЯДКУ КІХ-ФІЛЬТРА: 0 –
НЕОПТИМАЛЬНИЙ; 1 – ОПТИМАЛЬНИЙ
while ORDER==0;
disp('%')
disp('%')
disp('% Для синтезу КІХ-фільтра ФНЧ натисніть <ENTER>')
pause
[b1,error,opt] = firpm(R,f0,m0,weight); % КОЕФІЦІЄНТИ КІХ-ФІЛЬТРА ФНЧ b1
disp('%')
disp('%')
disp(['Синтезовано КІХ-фільтр ФНЧ порядку R = ' num2str(R)])
disp('%')
disp('%')
disp('% Для виведення МАКСИМАЛЬНОЇ ЗВАЖЕНОЇ ПОМИЛКИ АПРОКСИМАЦІЇ
error')

```

```

disp('% та ДОПУСТИМОГО ЗВАЖЕНОГО ВІДХИЛЕННЯ max{d1,d2} натисніть
<ENTER>')
pause
disp('%')
disp(['error = ' num2str(error)]) % ФАКТИЧНЕ МАКСИМАЛЬНЕ ВІДХИЛЕННЯ АЧХ ВІД
ІДЕАЛЬНОЇ
disp(['max{d1,d2} = ' num2str(max(d1,d2))]) % ЗАДАНЕ ВІДХИЛЕННЯ max{d1,d2}
disp('%')
disp('%')
disp('% Порівняйте ФАКТИЧНЕ відхилення АЧХ із ЗАДАНИМ')
disp('%')
disp('% Якщо ПОРЯДОК відповідає МІНІМАЛЬНОМУ, введіть 1')
disp('% Якщо НЕ відповідає, введіть 0 та потім ПОРЯДОК R')
ORDER = input('--> ');
if ORDER==0
R = input('R = '); % ПОРЯДОК КІХ-ФІЛЬТРА
end
end
disp('%')
disp(['Синтезовано оптимальний ФНЧ порядку R = ' num2str(R)])
disp('%')
disp('%')
disp('% Для продовження натисніть <ENTER>')
pause
disp('%')
disp('%')
disp('% п.4. АНАЛІЗ ХАРАКТЕРИСТИК КІХ-ФІЛЬТРА ФНЧ')
disp('%')
disp('%')
disp('% Для виведення ГРАФІКІВ ІХ, АЧХ та ФЧХ натисніть <ENTER>')
pause
figure('Name','Lowpass FIR Filter – Impulse Response, Magnitude,
Phase','NumberTitle','off')
plot_fir(R,b1,Fs) % ПОБУДОВА ГРАФІКІВ ІХ, АЧХ та ФЧХ
disp('%')
disp('%')
disp('% Для продовження натисніть <ENTER>')
pause
disp('%')
disp('%')
disp('%')
disp('% п.5 ВИВЕДЕННЯ ГРАФІКА АЧХ ОПТИМАЛЬНОГО КІХ-ФІЛЬТРА З
ВІДМІЧЕНИМИ ЧАСТОТАМИ АЛЬТЕРНАНСУ')
disp('%')
disp('%')

```



```

disp('% Для виведення ГРАФІКА АЧХ З ЧАСТОТАМИ АЛЬТЕРНАНСУ натисніть
<ENTER>')
pause
fextr = opt.fextr; % ВЕКТОР НОРМОВАНИХ ЧАСТОТ АЛЬТЕРНАНСУ
figure('Name','Lowpass Filter — Magnitude','NumberTitle', 'off')
MAG_fir(b1,opt.fextr,f0,m0,Fs) % ГРАФІК АЧХ З ЧАСТОТАМИ АЛЬТЕРНАНСУ
disp('%')
disp('%')
disp('% Для продовження натисніть <ENTER>')
pause
disp('%')
disp('%')
disp('% п.6. ОПИСАННЯ ВИМОГ ДО АЧХ КІХ-фільтра ФНЧ ЯК ОБ'ЄКТУ fdesign')
disp('%')
disp('%')
disp('% Для виведення ВЛАСТИВОСТЕЙ ОБ'ЄКТУ fdesign натисніть <ENTER>')
pause
MAG_lowpass = fdesign.lowpass('Fp,Fst,Ap,Ast',ft,fk,Ap,Ast,Fs) % ОБ'ЄКТ fdesign ДЛЯ
ФНЧ
disp('%')
disp('%')
disp('% Для продовження натисніть <ENTER>')
pause
disp('%')
disp('%')
disp('% п.7. СИНТЕЗ КІХ-ФІЛЬТРА ЯК ОБ'ЄКТУ dfilt НА ОСНОВІ ОБ'ЄКТУ fdesign')
disp('%')
disp('%')
disp('% Для виведення ВЛАСТИВОСТЕЙ ОБ'ЄКТУ dfilt натисніть <ENTER>')
pause
F_lowpass = equiripple(MAG_lowpass) % ФНЧ ЯК ОБ'ЄКТ dfilt
disp('%')
disp('%')

disp('% СИНТЕЗ КІХ-ФІЛЬТРА ФНЧ ЗАВЕРШЕНО')

```

#### 4.4.2. Синтез та аналіз КІХ-фільтра ФВЧ

Лістинг script-файлу lr\_02\_high має такий вигляд:

```

>> type lr_02_high
script
clc
clear
disp('% ЛР №2. СИНТЕЗ КІХ-ФІЛЬТРА ФВЧ МЕТОДОМ ЧЕБИШЕВСЬКОЇ
АПРОКСИМАЦІЇ')
disp('%')

```

```

disp('%')
disp('% п.1. ВВЕДЕННЯ ВИМОГ ДО АЧХ ФВЧ')
disp('%')
disp('%')
disp('% Введіть НОМЕР ВАРІАНТУ та ВИМОГИ до АЧХ')
DATA=0;
while DATA==0;
Nb = input('Nb = '); % НОМЕР ВАРІАНТУ
Fs = input('Fs = '); % ЧАСТОТА ДИСКРЕТИЗАЦІЇ (Гц)
fk = input ('fk = '); % ГРАНИЧНА ЧАСТОТА СМУГИ ЗАТРИМУВАННЯ (СЗ) (Гц)
ft = input ('ft = '); % ГРАНИЧНА ЧАСТОТА СМУГИ ПРОПУСКАННЯ (СП) (Гц)
d2 = input('d2 = '); % МАКСИМАЛЬНО ДОПУСТИМЕ ВІДХИЛЕННЯ В СЗ
d1 = input('d1 = '); % МАКСИМАЛЬНО ДОПУСТИМЕ ВІДХИЛЕННЯ В СП
Ast = input('Ast = '); % МІНІМАЛЬНО ДОПУСТИМЕ ЗАТУХАННЯ В СЗ
Ap = input('Ap = '); % МАКСИМАЛЬНО ДОПУСТИМЕ ЗАТУХАННЯ В СП
disp('% Перевірте ВІРНІСТЬ введення ВИХІДНИХ ДАНИХ')
disp('% При ВІРНИХ ВИХІДНИХ ДАНИХ введіть 1')
disp('% При НЕВІРНИХ ВИХІДНИХ ДАНИХ введіть 0 та ПОВТОРІТЬ введення')
DATA = input('--> ');
end
disp('%')
disp('%')
disp('% Для продовження натисніть <ENTER>')
pause
disp('%')
disp('%')
disp('% п.2. ОБЧИСЛЕННЯ ПАРАМЕТРІВ ФУНКЦІЇ firlmord')
disp('%')
disp('%')
disp('% Для виведення ПОРЯДКУ КІХ-фільтра (R) та ВАГИ в СЗ і СП (weight) натисніть
<ENTER>')
pause
m = [0 1]; % ВЕКТОР ЗНАЧЕНЬ ІДЕАЛЬНОЇ АЧХ
f = [fk ft]; % ВЕКТОР ГРАНИЧНИХ ЧАСТОТ
ripple = [d2 d1]; % ВЕКТОР МАКСИМАЛЬНО ДОПУСТИМИХ ВІДХИЛЕНЬ
[R,f0,m0,weight] = firlmord(f,m,ripple,Fs); % ОБЧИСЛЕННЯ ПАРАМЕТРІВ ФУНКЦІЇ
firlmord
disp('%')
disp(['R = ' num2str(R)]) % ОЦІНКА ПОРЯДКУ ФІЛЬТРА
weight = [weight(1) weight(2)] % ВАГИ В СЗ та СП
disp('%')
disp('%')
disp('% Для продовження натисніть <ENTER>')
pause
disp('%')

```

```

disp('%')
disp('% п.3. СИНТЕЗ КІХ-ФІЛЬТРА ФВЧ')
ORDER = 0; % ОЗНАКА ОПТИМАЛЬНОСТІ ПОРЯДКУ КІХ-ФІЛЬТРА: 0 –
НЕОПТИМАЛЬНИЙ; 1 – ОПТИМАЛЬНИЙ
ftype = ' '; % 1-Й ТИП КІХ-ФІЛЬТРА ФВЧ ЗА ЗАМОВЧУВАННЯМ
while ORDER==0;
disp('%')
disp('%')
disp('% Для синтезу КІХ-фільтра ФВЧ натисніть <ENTER>')
pause
[b2,error,opt] = firpm(R,f0,m0,weight,ftype); % КОЕФІЦІЄНТИ КІХ-ФІЛЬТРА ФВЧ b2
disp('%')
disp('%')
disp([' Синтезовано КІХ-фільтр ФВЧ порядку R = ' num2str(R)])
disp('%')
disp('%')
disp('% Для виведення МАКСИМАЛЬНОЇ ЗВАЖЕНОЇ ПОМИЛКИ АПРОКСИМАЦІЇ
error')
disp('% та ДОПУСТИМОГО ЗВАЖЕНОГО ВІДХИЛЕННЯ max{d1,d2} натисніть
<ENTER>')
pause
disp('%')
disp(['error = ' num2str(error)]) % ФАКТИЧНЕ МАКСИМАЛЬНЕ ВІДХИЛЕННЯ АЧХ ВІД
ІДЕАЛЬНОЇ
disp(['max{d1,d2} = ' num2str(max(d1,d2))]) % ЗАДАНЕ ВІДХИЛЕННЯ max{d1,d2}
disp('%')
disp('%')
disp('% Порівняйте ФАКТИЧНЕ відхилення АЧХ із ЗАДАНИМ')
disp('%')
disp('% Якщо ПОРЯДОК відповідає МІНІМАЛЬНОМУ, введіть 1')
disp('% Якщо НЕ відповідає, введіть 0 та далі ПОРЯДОК R')
disp('% і ТИП КІХ-фільтра ftype – пробіл або hilbert В АПОСТРОФАХ')
ORDER = input('!--> ');
if ORDER==0
R = input('R = '); % ПОРЯДОК КІХ-ФІЛЬТРА
ftype = input('ftype = ');
while (ftype==' ') & (rem(R,2)~=0) | (ftype=='hilbert') & (rem(R,2)~=1)
% ПЕРЕВІРКА ВІДПОВІДНОСТІ ПОРЯДКУ І ТИПУ КІХ-ФІЛЬТРА
disp('% ТИП КІХ-фільтра НЕ ВІДПОВІДАЄ ПОРЯДКУ')
ftype = input('ftype = ');
end
end
end
disp('%')
disp([' Синтезовано оптимальний ФВЧ порядку R = ' num2str(R)])

```

```

disp('%')
disp('%')
disp('% Для продовження натисніть <ENTER>')
pause
disp('%')
disp('%')
disp('% п.4. АНАЛІЗ ХАРАКТЕРИСТИК КІХ-ФІЛЬТРА ФВЧ')
disp('%')
disp('%')
disp('% Для виведення ГРАФІКІВ ІХ, АЧХ та ФЧХ натисніть <ENTER>')
pause
figure('Name','Highpass FIR Filter – Impulse Response, Magnitude,
Phase','NumberTitle','off')
plot_fir(R,b2,Fs) % ПОБУДОВА ГРАФІКІВ ІХ, АЧХ та ФЧХ
disp('%')
disp('%')
disp('% Для продовження натисніть <ENTER>')
pause
disp('%')
disp('%')
disp('% п.5. ВИВЕДЕННЯ ГРАФІКА АЧХ ОПТИМАЛЬНОГО КІХ-ФІЛЬТРА З
ВІДМІЧЕНИМИ ЧАСТОТАМИ АЛЬТЕРНАНСУ')
disp('%')
disp('%')
disp('% Для виведення ГРАФІКА АЧХ З ЧАСТОТАМИ АЛЬТЕРНАНСУ натисніть
<ENTER>')
pause
fextr = opt.fextr; % ВЕКТОР НОРМОВАНИХ ЧАСТОТ АЛЬТЕРНАНСУ
figure('Name','Highpass Filter — Magnitude','NumberTitle','off')
MAG_fir(b2,opt.fextr,f0,m0,Fs) % ГРАФІК АЧХ З ЧАСТОТАМИ АЛЬТЕРНАНСУ
disp('%')
disp('%')
disp('% Для продовження натисніть <ENTER>')
pause
disp('%')
disp('%')
disp('% п.6. ОПИСАННЯ ВИМОГ ДО АЧХ КІХ-фільтра ФВЧ ЯК ОБ'ЄКТУ fdesign')
disp('%')
disp('%')
disp('% Для виведення ВЛАСТИВОСТЕЙ ОБ'ЄКТУ fdesign натисніть <ENTER>')
pause
MAG_highpass = fdesign.highpass('Fst,Fp,Ast,Ap','fk,ft,Ast,Ap,Fs) % ОБ'ЄКТ fdesign ДЛЯ
ФВЧ
disp('%')
disp('%')

```

```

disp('% Для продовження натисніть <ENTER>')
pause
disp('%')
disp('%')
disp('% п.7. СИНТЕЗ КІХ-ФІЛЬТРА ЯК ОБ'ЄКТА dfilt НА ОСНОВІ ОБ'ЄКТА fdesign')
disp('%')
disp('%')
disp('% Для виведення ВЛАСТИВОСТЕЙ ОБ'ЄКТУ dfilt натисніть <ENTER>')
pause
F_highpass = equiripple(MAG_highpass) % ФВЧ ЯК ОБ'ЄКТ dfilt
disp('%')
disp('%')

disp('% СИНТЕЗ КІХ-ФІЛЬТРА ФВЧ ЗАВЕРШЕНО')

```

### 4.4.3. Синтез та аналіз КІХ-фільтра СФ

Лістинг script-файлу lr\_02\_pass має такий вигляд:

```

>> type lr_02_pass
script
clc
clear
disp('% ЛР №2. СИНТЕЗ КІХ-ФІЛЬТРА СФ МЕТОДОМ ЧЕБИШЕВСЬКОЇ
АПРОКСИМАЦІЇ')
disp('%')
disp('%')
disp('% п.1. ВВЕДЕННЯ ВИМОГ ДО АЧХ СФ')
disp('%')
disp('%')
disp('% Введіть НОМЕР ВАРІАНТУ та ВИМОГ до АЧХ')
DATA=0;
while DATA==0;
Nb = input('Nb = '); % НОМЕР ВАРІАНТУ
Fs = input('Fs = '); % ЧАСТОТА ДИСКРЕТИЗАЦІЇ (Гц)
fk1 = input('fk1 = '); % ГРАНИЧНА ЧАСТОТА СМУГИ ЗАТУХАННЯ 1 (СЗ1) (Гц)
ft1 = input('ft1 = '); % ГРАНИЧНА ЧАСТОТА СМУГИ ПРОПУСКАННЯ 1 (СП1) (Гц)
ft2 = input('ft2 = '); % ГРАНИЧНА ЧАСТОТА СП2 (Гц)
fk2 = input('fk2 = '); % ГРАНИЧНА ЧАСТОТА СЗ2 (Гц)
d21 = input('d21 = '); % МАКСИМАЛЬНО ДОПУСТИМЕ ВІДХИЛЕННЯ В СЗ1
d1 = input('d1 = '); % МАКСИМАЛЬНО ДОПУСТИМЕ ВІДХИЛЕННЯ В СП
d22 = input('d22 = '); % МАКСИМАЛЬНО ДОПУСТИМЕ ВІДХИЛЕННЯ В СЗ2
Ast1 = input('Ast1 = '); % МІНІМАЛЬНО ДОПУСТИМЕ ЗАТУХАННЯ В СЗ1
Ap = input('Ap = '); % МАКСИМАЛЬНО ДОПУСТИМЕ ЗАТУХАННЯ В СП
Ast2 = input('Ast2 = '); % МІНІМАЛЬНО ДОПУСТИМЕ ЗАТУХАННЯ В СЗ2
disp('% Перевірте ВІРНІСТЬ введення ВИХІДНИХ ДАНИХ')
disp('% При ВІРНИХ ВИХІДНИХ ДАНИХ введіть 1')

```

```

disp('% При НЕВІРНИХ ВИХІДНИХ ДАНИХ введіть 0 та ПОВТОРІТЬ введення')
DATA = input('--> ');
end
disp('%')
disp('%')
disp('% Для продовження натисніть <ENTER>')
pause
disp('%')
disp('%')
disp('% п.2. ОБЧИСЛЕННЯ ПАРАМЕТРІВ ФУНКЦІЇ firpmord')
disp('%')
disp('%')
disp('% Для виведення ПОРЯДКУ КІХ-фільтра (R) та ВАГИ в С31, СП та С32 (weight)
натисніть <ENTER>')
pause
m = [0 1 0]; % ВЕКТОР ЗНАЧЕНЬ ІДЕАЛЬНОЇ АЧХ
f = [fk1 ft1 ft2 fk2]; % ВЕКТОР ГРАНИЧНИХ ЧАСТОТ
ripple = [d21 d1 d22]; % ВЕКТОР МАКСИМАЛЬНО ДОПУСТИМИХ ВІДХИЛЕНЬ
[R,f0,m0,weight] = firpmord(f,m,ripple,Fs); % ОБЧИСЛЕННЯ ПАРАМЕТРІВ ФУНКЦІЇ
firpmord
disp('%')
disp(['R = ' num2str(R)]) % ОЦІНКА ПОРЯДКУ ФІЛЬТРА
weight = [weight(1) weight(2) weight(3)] % ВАГИ В С3 та СП
disp('%')
disp('%')
disp('% Для продовження натисніть <ENTER>')
pause
disp('%')
disp('%')
disp('% п.3. СИНТЕЗ КІХ-ФІЛЬТРА СФ')
ORDER = 0; % ОЗНАКА ОПТИМАЛЬНОСТІ ПОРЯДКУ КІХ-ФІЛЬТРА: 0 –
НЕОПТИМАЛЬНИЙ; 1 – ОПТИМАЛЬНИЙ
ftype = ' '; % 1-Й АБО 2-Й ТИП КІХ-ФІЛЬТРА ФВЧ ЗА ЗАМОВЧУВАННЯМ
while ORDER==0;
disp('%')
disp('%')
disp('% Для синтезу КІХ-фільтра СФ натисніть <ENTER>')
pause
[b3,error,opt] = firpm(R,f0,m0,weight,ftype); % КОЕФІЦІЄНТИ КІХ-ФІЛЬТРА СФ б3
disp('%')
disp('%')
disp(['Синтезовано КІХ-фільтр СФ порядку R = ' num2str(R)])
disp('%')
disp('%')

```

```

disp('% Для виведення МАКСИМАЛЬНОЇ ЗВАЖЕНОЇ ПОМИЛКИ АПРОКСИМАЦІЇ
error')
disp('% та ДОПУСТИМОГО ЗВАЖЕНОГО ВІДХИЛЕННЯ max{d21,d2,d22} натисніть
<ENTER>')
pause
disp('%')
disp(['error = ' num2str(error)]) % ФАКТИЧНЕ МАКСИМАЛЬНЕ ВІДХИЛЕННЯ АЧХ ВІД
ІДЕАЛЬНОЇ
disp(['max{d21,d1,d22} = ' num2str(max([d21,d1,d22]))]) % ЗАДАНЕ ВІДХИЛЕННЯ
max{d21,d1,d22}
disp('%')
disp('%')
disp('% Порівняйте ФАКТИЧНЕ відхилення АЧХ із ЗАДАНИМ')
disp('%')
disp('%')
disp('% Якщо ПОРЯДОК відповідає МІНІМАЛЬНОМУ, введіть 1')
disp('% Якщо НЕ відповідає, введіть 0 та потім ПОРЯДОК R')
disp('% та ТИП КІХ-фільтра ftype – пробіл або hilbert в АПОСТРОФАХ')
disp('% ОПТИМАЛЬНИЙ СФ вибирається серед УСІХ ЧОТИРЬОХ ТИПІВ КІХ-фільтрів!')
ORDER = input('--- ');
if ORDER==0
R = input('R = '); % ПОРЯДОК КІХ-ФІЛЬТРА
ftype = input('ftype = ');
end
end
disp('%')
disp(['Синтезовано оптимальний СФ порядку R = ' num2str(R)])
disp('%')
disp('%')
disp('% Для продовження натисніть <ENTER>')
pause
disp('%')
disp('%')
disp('% п.4. АНАЛІЗ ХАРАКТЕРИСТИК КІХ-ФІЛЬТРА СФ')
disp('%')
disp('%')
disp('% Для виведення ГРАФІКІВ ІХ, АЧХ та ФЧХ натисніть <ENTER>')
pause
figure('Name','Bandpass FIR Filter – Impulse Response, Magnitude,
Phase','NumberTitle','off')
plot_fir(R,b3,Fs) % ПОБУДОВА ГРАФІКІВ ІХ, АЧХ та ФЧХ
disp('%')
disp('%')
disp('% Для продовження натисніть <ENTER>')
pause

```

```

disp('%')
disp('%')
disp('% п.5. ВИВЕДЕННЯ ГРАФІКА АЧХ ОПТИМАЛЬНОГО КІХ-ФІЛЬТРА З
ВІДМІЧЕНИМИ ЧАСТОТАМИ АЛЬТЕРНАНСУ')
disp('%')
disp('%')
disp('% Для виведення ГРАФІКА АЧХ З ЧАСТОТАМИ АЛЬТЕРНАНСУ натисніть
<ENTER>')
pause
fextr = opt.fextr; % ВЕКТОР НОРМОВАНИХ ЧАСТОТ АЛЬТЕРНАНСУ
figure('Name','Bandpass Filter – Magnitude','NumberTitle', 'off')
MAG_fir(b3,opt.fextr,f0,m0,Fs) % ГРАФІК АЧХ З ЧАСТОТАМИ АЛЬТЕРНАНСУ
disp('%')
disp('%')
disp('% Для продовження натисніть <ENTER>')
pause
disp('%')
disp('%')
disp('% п.6. ОПИСАННЯ ВИМОГ ДО АЧХ КІХ-фільтра СФ ЯК ОБ'ЄКТУ fdesign')
disp('%')
disp('%')
disp('% Для виведення ВЛАСТИВОСТЕЙ ОБ'ЄКТУ fdesign натисніть <ENTER>')
pause
MAG_bandpass =
fdesign.bandpass('Fst1,Fp1,Fp2,Fst2,Ast1,Ap,Ast2',fk1,ft1,ft2,fk2,Ast1,Ap,Ast2,Fs) %
ОБ'ЄКТ fdesign ДЛЯ СФ
disp('%')
disp('%')
disp('% Для продовження натисніть <ENTER>')
pause
disp('%')
disp('%')
disp('%')
disp('% п.7. СИНТЕЗ КІХ-ФІЛЬТРА ЯК ОБ'ЄКТУ dfilt НА ОСНОВІ ОБ'ЄКТУ fdesign')
disp('%')
disp('%')
disp('% Для виведення ВЛАСТИВОСТЕЙ ОБ'ЄКТУ dfilt натисніть <ENTER>')
pause
F_bandpass = equiripple(MAG_bandpass) % СФ ЯК ОБ'ЄКТ dfilt
disp('%')
disp('%')
disp('% СИНТЕЗ КІХ-ФІЛЬТРА СФ ЗАВЕРШЕНО')

```

#### 2.4.4. Синтез та аналіз КІХ-фільтра РФ

Лістинг script-файлу lg\_02\_stop має такий вигляд:



```

>> type lr_02_stop
script
clc
clear
disp('% ЛР №2. СИНТЕЗ КІХ-ФІЛЬТРА РФ МЕТОДОМ ЧЕБИШЕВСЬКОЇ
АПРОКСИМАЦІЇ')
disp('%')
disp('%')
disp('% п.1. ВВЕДЕННЯ ВИМОГ ДО АЧХ РФ')
disp('%')
disp('%')
disp('% Введіть НОМЕР ВАРІАНТУ та ВИМОГИ до АЧХ')
DATA=0;
while DATA==0;
Nb = input('Nb = '); % НОМЕР ВАРІАНТУ
Fs = input('Fs = '); % ЧАСТОТА ДИСКРЕТИЗАЦІЇ (Гц)
ft1 = input('ft1 = '); % ГРАНИЧНА ЧАСТОТА СП1 (Гц)
fk1 = input('fk1 = '); % ГРАНИЧНА ЧАСТОТА СЗ1 (Гц)
fk2 = input('fk2 = '); % ГРАНИЧНА ЧАСТОТА СЗ2 (Гц)
ft2 = input('ft2 = '); % ГРАНИЧНА ЧАСТОТА ПП2 (Гц)
d11 = input('d11 = '); % МАКСИМАЛЬНО ДОПУСТИМЕ ВІДХИЛЕННЯ В СП1
d2 = input('d2 = '); % МАКСИМАЛЬНО ДОПУСТИМЕ ВІДХИЛЕННЯ В СЗ
d12 = input('d12 = '); % МАКСИМАЛЬНО ДОПУСТИМЕ ВІДХИЛЕННЯ В СП2
Ap1 = input('Ap1 = '); % МАКСИМАЛЬНО ДОПУСТИМЕ ЗАТУХАННЯ В СП1
Ast = input('Ast = '); % МІНІМАЛЬНО ДОПУСТИМЕ ЗАТУХАННЯ В СЗ
Ap2 = input('Ap2 = '); % МАКСИМАЛЬНО ДОПУСТИМЕ ЗАТУХАННЯ В СП2
disp('% Перевірте ВІРНІСТЬ введення ВИХІДНИХ ДАНИХ')
disp('% При ВІРНИХ ВИХІДНИХ ДАНИХ введіть 1')
disp('% При НЕВІРНИХ ВИХІДНИХ ДАНИХ введіть 0 та ПОВТОРІТЬ введення')
DATA = input('--> ');
end
disp('%')
disp('%')
disp('% Для продовження натисніть <ENTER>')
pause
disp('%')
disp('%')
disp('% п.2. ОБЧИСЛЕННЯ ПАРАМЕТРІВ ФУНКЦІЇ firpmord')
disp('%')
disp('%')
disp('% Для виведення ПОРЯДКУ КІХ-фільтра (R) та ВАГИ в СП1, СЗ та СП2 (weight)
натисніть <ENTER>')
pause
m = [1 0 1]; % ВЕКТОР ЗНАЧЕНЬ ІДЕАЛЬНОЇ АЧХ
f = [ft1 fk1 fk2 ft2]; % ВЕКТОР ГРАНИЧНИХ ЧАСТОТ

```

```

ripple = [d11 d2 d12]; % ВЕКТОР МАКСИМАЛЬНО ДОПУСТИМИХ ВІДХИЛЕНЬ
[R,f0,m0,weight] = firpmord(f,m,ripple,Fs); % ОБЧИСЛЕННЯ ПАРАМЕТРІВ ФУНКЦІЇ
firpmord
disp('%')
disp(['R = ' num2str(R)]) % ОЦІНКА ПОРЯДКУ ФІЛЬТРА
weight = [weight(1) weight(2) weight(3)] % ВАГИ В СП та СЗ
disp('%')
disp('%')
disp('% Для продовження натисніть <ENTER>')
pause
disp('%')
disp('%')
disp('% п.3. СИНТЕЗ КІХ-ФІЛЬТРА РФ')
ORDER = 0; % ОЗНАКА ОПТИМАЛЬНОСТІ ПОРЯДКУ КІХ-ФІЛЬТРА: 0 –
НЕОПТИМАЛЬНИЙ; 1 – ОПТИМАЛЬНИЙ
while ORDER==0;
disp('%')
disp('%')
disp('% Для синтезу КІХ-фільтра РФ натисніть <ENTER>')
pause
[b4,error,opt] = firpm(R,f0,m0,weight); % КОЕФІЦІЄНТИ КІХ-ФІЛЬТРА РФ b4
disp('%')
disp('%')
disp([' Синтезовано КІХ-фільтр РФ порядку R = ' num2str(R)])
disp('%')
disp('%')
disp('% Для виведення МАКСИМАЛЬНОЇ ЗВАЖЕНОЇ ПОМИЛКИ АПРОКСИМАЦІЇ
error')
disp('% та ДОПУСТИМОГО ЗВАЖЕНОГО ВІДХИЛЕННЯ max{d11,d2,d12} натисніть
<ENTER>')
pause
disp('%')
disp(['!error = ' num2str(error)]) % ФАКТИЧНЕ МАКСИМАЛЬНЕ ВІДХИЛЕННЯ АЧХ ВІД
ІДЕАЛЬНОЇ
disp(['!max{d11,d2,d12} = ' num2str(max([d11,d2,d12]))]) % ЗАДАНЕ ВІДХИЛЕННЯ
max{d11,d2,d12}
disp('%')
disp('%')
disp('% Порівняйте ФАКТИЧНЕ відхилення АЧХ із ЗАДАНИМ')
disp('%')
disp('% Якщо ПОРЯДОК відповідає МІНІМАЛЬНОМУ, введіть 1')
disp('% Якщо НЕ відповідає, введіть 0 та далі ПОРЯДОК R')
ORDER = input('--> ');
if ORDER==0
R = input('R = '); % ПОРЯДОК КІХ-ФІЛЬТРА

```

```

while rem(R,2)~=0
disp('% Порядок фільтра вибрано НЕВІРНО')
R = input('R = '); % ПОРЯДОК КІХ-ФІЛЬТРА
end
end
end
disp('%')
disp([' Синтезовано оптимальний РФ порядку R = ' num2str(R)])
disp('%')
disp('%')
disp('% Для продовження натисніть <ENTER>')
pause
disp('%')
disp('%')
disp('% п.4. АНАЛІЗ ХАРАКТЕРИСТИК КІХ-ФІЛЬТРА РФ')
disp('%')
disp('%')
disp('% Для виведення ГРАФІКІВ ІХ, АЧХ та ФЧХ натисніть <ENTER>')
pause
figure('Name','Bandstop FIR Filter – Impulse Response, Magnitude,
Phase','NumberTitle', 'off')
plot_fir(R,b4,Fs) % ПОБУДОВА ГРАФІКІВ ІХ, АЧХ та ФЧХ
disp('%')
disp('%')
disp('% Для продовження натисніть <ENTER>')
pause
disp('%')
disp('%')
disp('% п.5. ВИВЕДЕННЯ ГРАФІКА АЧХ ОПТИМАЛЬНОГО КІХ-ФІЛЬТРА З
ВІДМІЧЕНИМИ ЧАСТОТАМИ АЛЬТЕРНАНСУ')
disp('%')
disp('%')
disp('% Для виведення ГРАФІКА АЧХ з ЧАСТОТАМИ АЛЬТЕРНАНСУ натисніть
<ENTER>')
pause
fextr = opt.fextr; % ВЕКТОР НОРМОВАНИХ ЧАСТОТ АЛЬТЕРНАНСУ
figure('Name','Bandstop Filter – Magnitude','NumberTitle', 'off')
MAG_fir(b4,opt.fextr,f0,m0,Fs) % ГРАФІК АЧХ з ЧАСТОТАМИ АЛЬТЕРНАНСУ
disp('%')
disp('%')
disp('% Для продовження натисніть <ENTER>')
pause
disp('%')
disp('%')
disp('%')
disp('% п.6. ОПИСАННЯ ВИМОГ ДО АЧХ КІХ-фільтра РФ ЯК ОБ'ЄКТУ fdesign')

```

```

disp('%')
disp('%')
disp('% Для виведення ВЛАСТИВОСТЕЙ ОБ'ЄКТУ fdesign натисніть <ENTER>')
pause
MAG_bandstop =
fdesign.bandstop('Fp1,Fst1,Fst2,Fp2,Ap1,Ast,Ap2',ft1,fk1,fk2,ft2,Ap1,Ast,Ap2,Fs) %
ОБ'ЄКТ fdesign ДЛЯ РФ
disp('%')
disp('%')
disp('% Для продовження натисніть <ENTER>')
pause
disp('%')
disp('%')
disp('% п.7. СИНТЕЗ КІХ-ФІЛЬТРА ЯК ОБ'ЄКТА dfilt НА ОСНОВІ ОБ'ЄКТА fdesign')
disp('%')
disp('%')
disp('% Для виведення ВЛАСТИВОСТЕЙ ОБ'ЄКТУ dfilt натисніть <ENTER>')
pause
F_bandstop = equiripple(MAG_bandstop) % РФ ЯК ОБ'ЄКТ dfilt
disp('%')
disp('%')
disp('% СИНТЕЗ КІХ-ФІЛЬТРА РФ ЗАВЕРШЕНО')

```

#### 2.4.5. Використовувані зовнішні функції

В script-файлах lr\_02\_low, lr\_02\_high, lr\_02\_pass та lr\_02\_stop використовуються дві зовнішні функції:

- зовнішня функція plot\_fir, призначена для виведення графіків ІХ, АЧХ та ФЧХ КІХ-фільтра;
- зовнішня функція MAG\_fir, призначена для виведення графіка АЧХ оптимального КІХ-фільтра з відміченими частотами альтернансу та ідеальною АЧХ.

```

function plot_fir(R,b,Fs)
% Виведення графіків ІХ, АЧХ та ФЧХ КІХ-фільтра
%
% R – порядок КІХ-фільтра
% b – вектор коефіцієнтів КІХ-фільтра (ІХ КІХ-фільтра)
% Fs – частота дискретизації (Гц)
%
% a = [1] – коефіцієнт знаменника передавальної функції
% n – вектор дискретного нормованого часу
% f – сітка частот (Гц) для розрахунку АЧХ та ФЧХ
% H – частотна характеристика
% MAG та PHASE – АЧХ та ФЧХ

```

```

%
a = [1];
n = 0:R;
subplot(3,1,1), stem(n,b,'fill','MarkerSize',3)
xlabel('n'), title('Impulse Response'), grid
f = 0:((Fs/2)/1000):Fs/2;
H = freqz(b,a,f,Fs);
MAG = abs(H);
PHASE = angle(H);
subplot(3,1,2), plot(f,MAG)
xlabel('f (Hz)'), title('MAGNITUDE'), grid
subplot(3,1,3), plot(f,PHASE)
xlabel('f (Hz)'), title('PHASE'), grid

function MAG_fir(b,fextr,f0,m0,Fs)
% Виведення графіка АЧХ КІХ-фільтра з точками альтернансу та ідеальної АЧХ
%
% b – вектор коефіцієнтів КІХ-фільтра
% fextr – нормування частоти альтернансу: fextr=opt.fextr
% f0 – вектор значень нормованих граничних частот СП та СЗ
% m0 – вектор значень ідеальної АЧХ на частотах f0
% Fs – частота дискретизації (Гц)
%
% a=[1] – коефіцієнт знаменника передавальної функції
% f – сітка частот (Гц) для розрахунку АЧХ
% H – частотна характеристика КІХ-фільтра
% MAG – АЧХ
% ff – вектор значень граничних частот СП та СЗ (Гц)
% fa – вектор частот альтернансу (Гц)
% Ha – частотна характеристика на частотах альтернансу
% ALT – АЧХ на частотах альтернансу
%
a = [1];
f = 0:((Fs/2)/1000):Fs/2;
H = freqz(b,a,f,Fs);
MAG = abs(H);
plot(f,MAG), xlabel('f(Hz)'), title('MAGNITUDE'), grid
hold on
ff = f0.*(Fs/2);
plot(ff,m0,'-', 'LineWidth',2), legend('MAGNITUDE','IDEAL MAGNITUDE')
hold on
fa = (fextr).*(Fs/2);
Ha = freqz(b,a,fa,Fs);
ALT = abs(Ha);
stem(fa,ALT,':', 'fill','MarkerSize',5)

```

## 4.5. Звіт та контрольні питання

Звіт оформлюється в редакторі MS Word та містить вихідні дані й результати виконання кожного пункту завдання, включаючи заповнену таблицю 2.13, створені графіки (копіюються за командою **Edit | Copy Figure** у вікні **Figure**), описання структур КІХ-фільтрів як об'єктів `dfilt`, що копіюються з вікна **Command Window** (шрифт Courier New), а також відповіді на поставлені питання (шрифт Times New Roman).

Захист лабораторної роботи проводиться на основі представленого звіту та контрольних питань з даного списку:

1. Дайте визначення оптимального КІХ-фільтра.
2. Запишіть передавальну функцію КІХ-фільтра.
3. Дайте визначення довжини та порядку КІХ-фільтра.
4. За якої умови КІХ-фільтр буде мати строго лінійну ФЧХ?
5. В яких точках ФЧХ КІХ-фільтра має місце стрибок на  $\pi$ ?
6. Назвіть ознаки, за якими відрізняють чотири типи КІХ-фільтрів з лінійною ФЧХ.
7. Що відноситься до вимог до АЧХ КІХ-фільтра?
8. Дайте визначення характеристики затухання.
9. Що відноситься до вимог до характеристики затухання.
10. Назвіть основні властивості АЧХ та ФЧХ.
11. Що відображає структура ЦФ і чим визначається її вигляд?
12. Назвіть основні структури КІХ-фільтрів.
13. Назвіть основні етапи ітераційної процедури синтезу КІХ-фільтрів методом чебишевської апроксимації.
14. З якою метою вводяться ваги і як вони обчислюються?
15. Який вигляд має АЧХ при синтезі КІХ-фільтрів методом чебишевської апроксимації?
16. Дайте визначення точок альтернансу.
17. Назвіть та охарактеризуйте основну перевагу синтезу КІХ-фільтрів методом чебишевської апроксимації.

## 4.6. Результати виконання лабораторної роботи (варіант №30)

Завдання на лабораторну роботу полягає у синтезі КІХ-фільтрів методом найкращої рівномірної (чебишевської) апроксимації та аналізі їх характеристик і для кожного типу вибірковості (ФНЧ, ФВЧ, СФ або РФ) складається з таких етапів (пунктів).

**1. Синтез КІХ-фільтра типу ФНЧ методом найкращої рівномірної (чебишевської) апроксимації та аналіз його характеристик.**

1. Введення вимог до АЧХ.

$$N_B = 30;$$

$$f_D = 5000 + 100N_B = 5000 + 100 \cdot 30 = 8000 \text{ Гц};$$

$$f_x = 0.1f_D + 20N_B = 0.1 \cdot 8000 + 20 \cdot 30 = 1400 \text{ Гц};$$

$$f_k = 0.1f_D + 250 + 25N_B = 0.1 \cdot 8000 + 250 + 25 \cdot 30 = 1800 \text{ Гц};$$

$$\delta_1 = 0.05;$$

$$\delta_2 = 0.01;$$

$$a_{\max} = 0.4455 \text{ дБ};$$

$$a_{\min} = 40 \text{ дБ};$$

2. Обчислення оцінки порядку КІХ-фільтра ФНЧ та значень затухань і відхилень СП та СЗ.

Виведені значення ваги (weight) [1, 5] та порядку фільтра R=29 заносимо до таблиці 2.13.

Для обчислення оцінки порядку КІХ-фільтра та складових вектора ваги використовується функція firpmord.

Таблиця 2.13. Результати синтезу оптимальних КІХ-фільтрів

Тип вибіркової фільтра	Метод чебишевської апроксимації		
	порядок фільтра R	тип КІХ-фільтра	вектор ваги weight
ФНЧ	31	Type-2	[1, 5]
ФВЧ	32	Type-1	[5, 1]
СФ	35	Type-2	[5, 1, 5]
РФ	32	Type-1	[1, 5, 1]

3. Синтез оптимального КІХ-фільтра ФНЧ методом чебишевської апроксимації.

$$\text{error} = 0.056747$$

$$\max\{d1, d2\} = 0.05$$

За результатами синтезу отримано, що максимальна (за модулем) зважена помилка апроксимації  $\delta_{\min \max}$  (ідентифікатор error) більше допустимого зваженого відхилення  $\delta_{\max}$  (ідентифікатор  $\max\{d1, d2\}$ ).

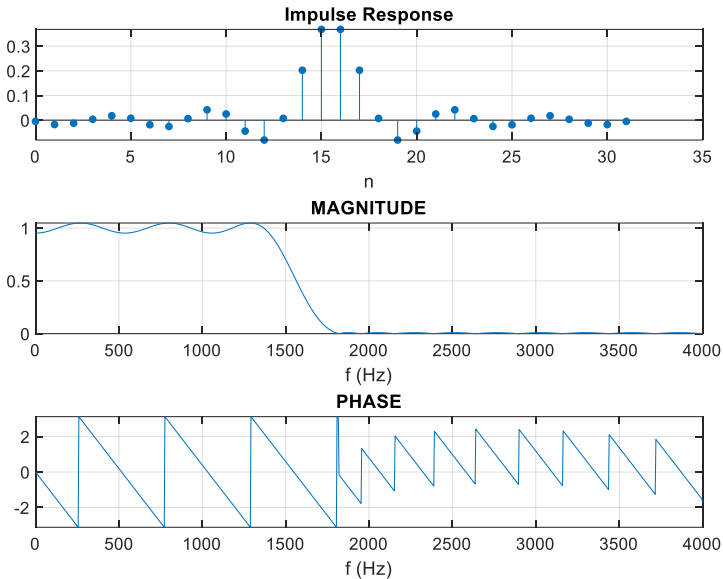
Тому збільшуємо порядок фільтра до  $R=31$  і перевіряємо фактичне відхилення АЧХ із заданим:

$$\text{error} = 0.047637$$

$$\max\{d1, d2\} = 0.05$$

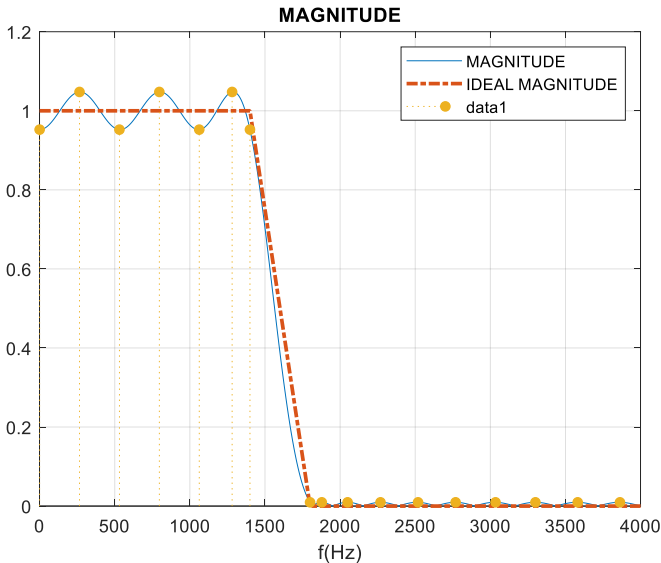
Результати перевірки виконуються, тому оптимальний порядок, при якому виконуються вимоги до АЧХ, є  $R=31$ .

#### 4. Імпульсна характеристика та АЧХ і ФЧХ КІХ-фільтра ФНЧ.



#### 5. Графік АЧХ оптимального КІХ-фільтра ФНЧ з відміченими частотами альтернансу.





6. Описання вимог до АЧХ КІХ-фільтра ФНЧ як об'єкту fdesign.

MAG\_lowpass =

lowpass with properties:

Response: 'Lowpass'

Specification: 'Fp,Fst,Ap,Ast'

Description: {4×1 cell}

NormalizedFrequency: 0

Fs: 8000

Fpass: 1400

Fstop: 1800

Apass: 0.4455

Astop: 40

7. Синтез КІХ-фільтра як об'єкту dfilt на основі об'єкту fdesign.

F\_lowpass =

FilterStructure: 'Direct-Form FIR'

Arithmetic: 'double'

Numerator: [1x35 double]

PersistentMemory: false

**2. Синтез КІХ-фільтра типу ФВЧ методом найкращої рівномірної (чебишевської) апроксимації та аналіз його характеристик.**

1. Введення вимог до АЧХ.

$$N_B = 30;$$

$$f_d = 5000 + 100N_B = 5000 + 100 \cdot 30 = 8000 \text{ Гц};$$

$$f_k = 0.1f_d + 20N_B = 0.1 \cdot 8000 + 20 \cdot 30 = 1400 \text{ Гц};$$

$$f_x = 0.1f_d + 250 + 25N_B = 0.1 \cdot 8000 + 250 + 25 \cdot 30 = 1800 \text{ Гц};$$

$$\delta_1 = 0.05;$$

$$\delta_2 = 0.01;$$

$$a_{\max} = 0.4455 \text{ дБ};$$

$$a_{\min} = 40 \text{ дБ};$$

2. Обчислення оцінки порядку КІХ-фільтра ФВЧ та значень затухань і відхилень СП та СЗ.

Виведені значення ваги (weight) [5, 1] та порядку фільтра  $R=32$  заносимо до таблиці 2.13.

Для обчислення оцінки порядку КІХ-фільтра та складових вектора ваги використовується функція `firpmord`.

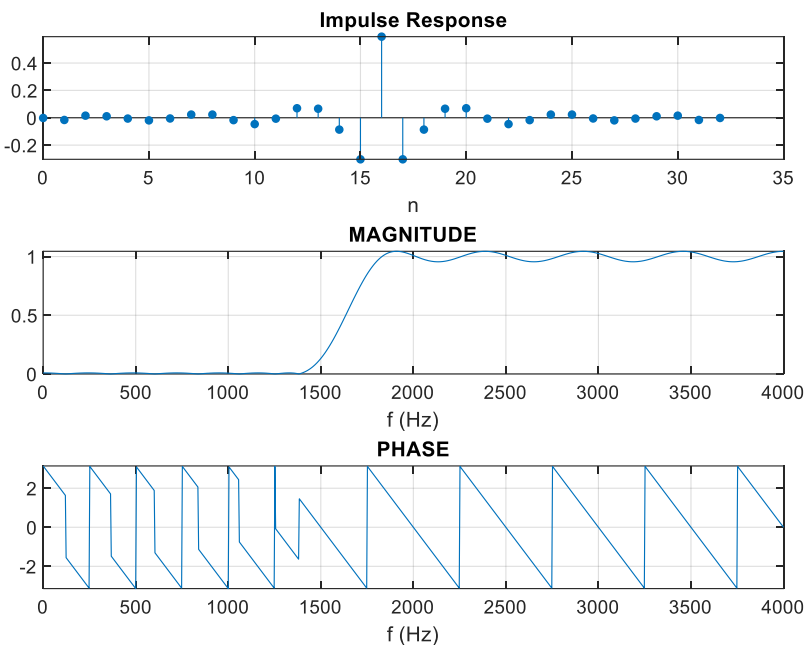
3. Синтез оптимального КІХ-фільтра ФВЧ методом чебишевської апроксимації.

$$\text{error} = 0.044487$$

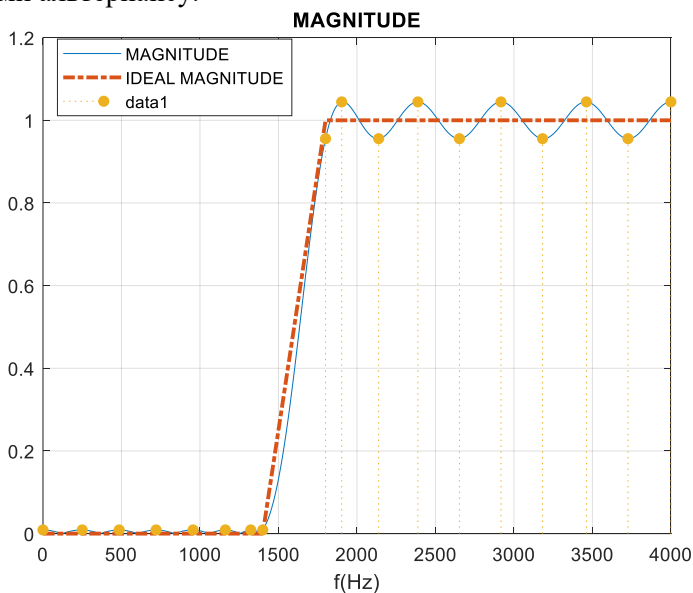
$$\max\{d1, d2\} = 0.05$$

Результати перевірки виконуються, тому оптимальний порядок, при якому виконуються вимоги до АЧХ, є  $R=32$ .

4. Імпульсна характеристика та АЧХ і ФЧХ КІХ-фільтра ФВЧ.



5. Графік АЧХ оптимального КІХ-фільтра ФВЧ з відміченими частотами альтернансу.



6. Описання вимог до АЧХ КІХ-фільтра ФВЧ як об'єкту fdesign.

MAG\_highpass =

highpass with properties:

Specification: 'Fst,Fp,Ast,Ap'

Response: 'Highpass'

Description: {4x1 cell}

NormalizedFrequency: 0

Fs: 8000

Fstop: 1400

Fpass: 1800

Astop: 40

Apass: 0.4455

7. Синтез КІХ-фільтра як об'єкту dfilt на основі об'єкту fdesign.

F\_highpass =

FilterStructure: 'Direct-Form FIR'

Arithmetic: 'double'

Numerator: [1x36 double]

PersistentMemory: false

### ***3. Синтез КІХ-фільтра типу СФ методом найкращої рівномірної (чебишевської) апроксимації та аналіз його характеристик.***

1. Введення вимог до АЧХ.

$N_B = 30$ ;

$f_D = 5000 + 100N_B = 5000 + 100 \cdot 30 = 8000$  Гц;

$f_{-k} = 0.05f_D + 20N_B = 0.05 \cdot 8000 + 20 \cdot 30 = 1000$  Гц;

$f_{-\chi} = 0.05f_D + 250 + 25N_B = 0.05 \cdot 8000 + 250 + 25 \cdot 30 = 1400$  Гц;

$f_{\chi} = 0.25f_D + 25N_B = 0.25 \cdot 8000 + 25 \cdot 30 = 2750$  Гц;

$f_k = 0.25f_D + 250 + 30N_B = 0.25 \cdot 8000 + 250 + 30 \cdot 30 = 3150$  Гц;

$\delta_1 = 0.05$ ;     $\delta_{21} = 0.01$ ;     $\delta_{22} = 0.01$ ;

$a_{\max} = 0.4455$  дБ;     $a_{1\min} = 40$  дБ;     $a_{2\min} = 40$  дБ;

2. Обчислення оцінки порядку КІХ-фільтра СФ та значень затухань і відхилень СП та СЗ.

Виведені значення ваги (weight) [5, 1, 5] та порядку фільтра R=29 заносимо до таблиці 2.13.

Для обчислення оцінки порядку КІХ-фільтра та складових вектора ваги використовується функція `firpmord`.

3. Синтез оптимального КІХ-фільтра СФ методом чебишевської апроксимації.

`error = 0.062057`

`max{d21,d1,d22} = 0.05`

За результатами синтезу отримано, що максимальна (за модулем) зважена помилка апроксимації  $\delta_{min\ max}$  (ідентифікатор `error`) більше

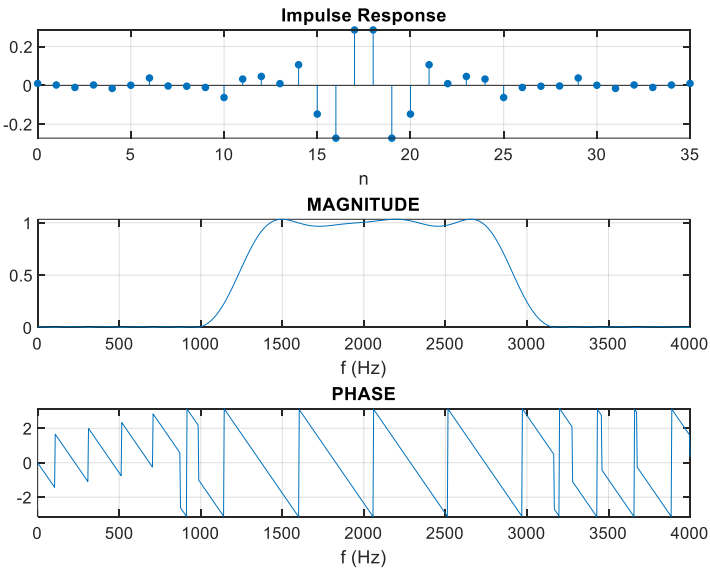
допустимого зваженого відхилення  $\delta_{max}$  (ідентифікатор `max{d21,d1,d22}`). Тому збільшуємо порядок фільтра до  $R=35$  і перевіряємо фактичне відхилення АЧХ із заданим:

`error = 0.033143`

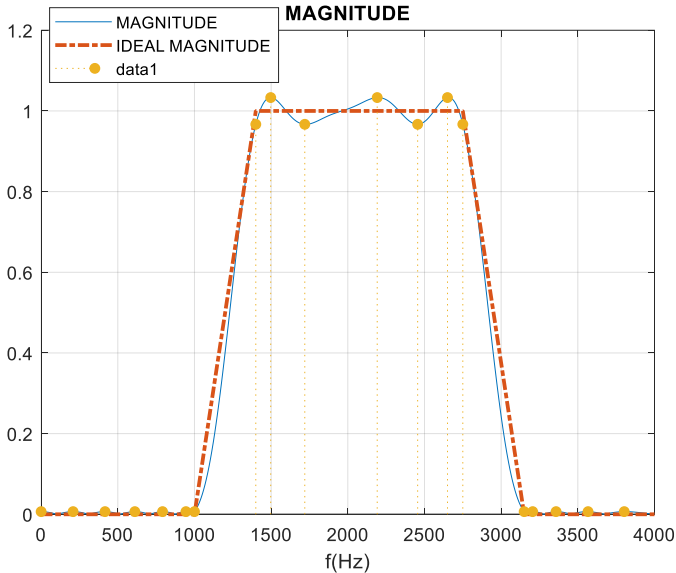
`max{d21,d1,d22} = 0.05`

Результати перевірки виконуються, тому оптимальний порядок, при якому виконуються вимоги до АЧХ, є  $R=35$ .

#### 4. Імпульсна характеристика та АЧХ і ФЧХ КІХ-фільтра СФ.



5. Графік АЧХ оптимального КІХ-фільтра СФ з відміченими частотами альтернансу.



6. Описання вимог до АЧХ КІХ-фільтра СФ як об'єкту fdesign.

MAG\_bandpass =

bandpass with properties:

Response: 'Bandpass'

Specification: 'Fst1,Fp1,Fp2,Fst2,Ast1,Ap,Ast2'

Description: {7×1 cell}

NormalizedFrequency: 0

Fs: 8000

Fstop1: 1000

Fpass1: 1400

Fpass2: 2750

Fstop2: 3150

Astop1: 40

Apass: 0.4455

Astop2: 40

7. Синтез КІХ-фільтра як об'єкту dfilt на основі об'єкту fdesign.

F\_bandpass =

FilterStructure: 'Direct-Form FIR'

Arithmetic: 'double'

Numerator: [1x36 double]

PersistentMemory: false

#### 4. Синтез КІХ-фільтра типу РФ методом найкращої рівномірної (чебишевської) апроксимації та аналіз його характеристик.

1. Введення вимог до АЧХ.

$$N_B = 30;$$

$$f_D = 5000 + 100N_B = 5000 + 100 \cdot 30 = 8000 \text{ Гц};$$

$$f_{-\chi} = 0.05f_D + 20N_B = 0.05 \cdot 8000 + 20 \cdot 30 = 1000 \text{ Гц};$$

$$f_{-k} = 0.05f_D + 250 + 25N_B = 0.05 \cdot 8000 + 250 + 25 \cdot 30 = 1400 \text{ Гц};$$

$$f_k = 0.25f_D + 25N_B = 0.25 \cdot 8000 + 25 \cdot 30 = 2750 \text{ Гц};$$

$$f_{\chi} = 0.25f_D + 250 + 30N_B = 0.25 \cdot 8000 + 250 + 30 \cdot 30 = 3150 \text{ Гц};$$

$$\delta_{11} = 0.05; \quad \delta_2 = 0.01; \quad \delta_{12} = 0.05;$$

$$a_{1\max} = 0.4455 \text{ дБ}; \quad a_{\min} = 40 \text{ дБ}; \quad a_{2\max} = 0.4455 \text{ дБ}.$$

2. Обчислення оцінки порядку КІХ-фільтра РФ та значень затухань і відхилень СП та СЗ.

Виведені значення ваги (weight) [1, 5, 1] та порядку фільтра  $R=32$  заносимо до таблиці 2.13.

Для обчислення оцінки порядку КІХ-фільтра та складових вектора ваги використовується функція `firmord`.

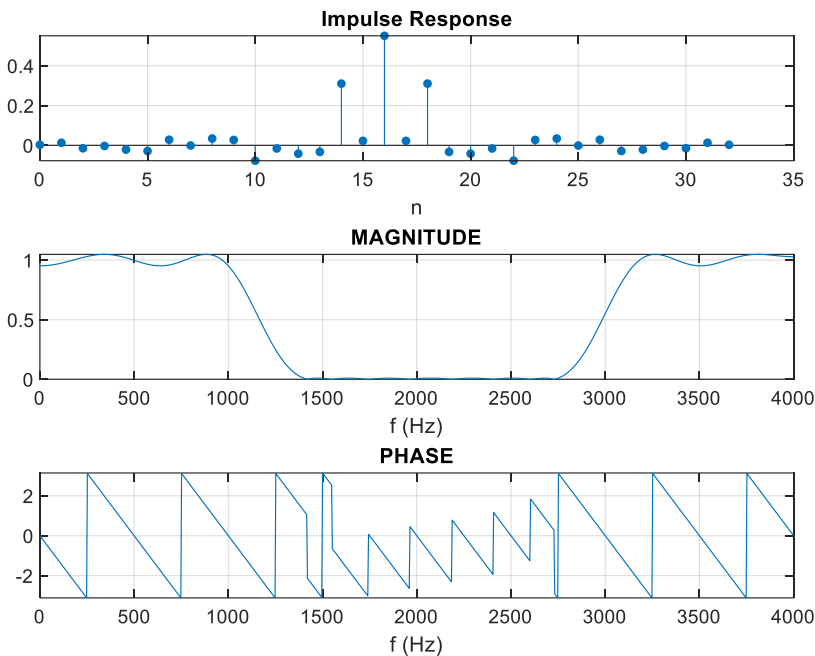
3. Синтез оптимального КІХ-фільтра РФ методом чебишевської апроксимації.

$$\text{error} = 0.047944$$

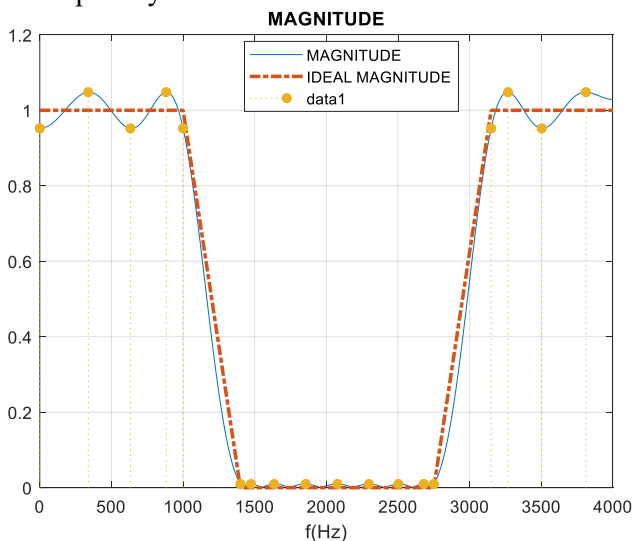
$$\max\{d_{11}, d_{12}, d_{12}\} = 0.05$$

Результати перевірки виконуються, тому оптимальний порядок, при якому виконуються вимоги до АЧХ, є  $R=32$ .

4. Імпульсна характеристика та АЧХ і ФЧХ КІХ-фільтра РФ.



5. Графік АЧХ оптимального КІХ-фільтра РФ з відміченими частотами альтернансу.



6. Описання вимог до АЧХ КІХ-фільтра РФ як об'єкту fdesign.



```
MAG_bandstop =  
bandstop with properties:  
    Response: 'Bandstop'  
    Specification: 'Fp1,Fst1,Fst2,Fp2,Ap1,Ast,Ap2'  
    Description: {7×1 cell}  
    NormalizedFrequency: 0  
        Fs: 8000  
        Fpass1: 1000  
        Fstop1: 1400  
        Fstop2: 2750  
        Fpass2: 3150  
        Apass1: 0.4455  
        Astop: 40  
        Apass2: 0.4455
```

7. Синтез КИХ-фільтра як об'єкту dfilt на основі об'єкту fdesign.

```
F_bandstop =  
    FilterStructure: 'Direct-Form FIR'  
    Arithmetic: 'double'  
    Numerator: [1x39 double]  
    PersistentMemory: false
```

## Робота 5. Спектральний аналіз засобами GUI SPTool

**Мета роботи:** вивчити процедуру проектування (синтезу) БІХ-фільтрів методом білінійного  $Z$ -перетворення та оволодіти програмними засобами MATLAB для їх синтезу та аналізу; ознайомитися з GUI FVTool (Filter Visualization Tool – засобом візуалізації фільтра).

### 3.1. Теоретичні відомості

#### 3.1.1. Властивості БІХ – фільтрів

БІХ-фільтр описується передавальною функцією загального вигляду [1]:

$$K_{БІХ}(z) = \frac{\sum_{i=0}^{N-1} b_i z^{-i}}{1 + \sum_{k=1}^{M-1} a_k z^{-k}} \quad (3.1)$$

та при  $N \leq M$  має порядок  $R = M - 1$ .

Складність БІХ-фільтра визначається порядком  $R$  передавальної функції (3.1). БІХ-фільтри мають такі особливості:

- нелінійна ФЧХ;
- необхідність перевірки на стійкість.

Передавальній функції (3.1) відповідає різницеве рівняння

$$y(n) = \sum_{i=0}^{N-1} b_i x(n-i) - \sum_{k=1}^{M-1} a_k y(n-k). \quad (3.2)$$

*Оптимальним* називають БІХ-фільтр мінімального порядку  $R$  при заданих вимогах до АЧХ.

#### 3.1.2. Визначення вимог до частотних характеристик БІХ – фільтрів

При синтезі частотно-вибіркових БІХ-фільтрів з нелінійною ФЧХ вона зазвичай не контролюється, а вимоги ставляться до АЧХ. Ці вимоги не відрізняються від вимог до АЧХ КІХ-фільтрів і задаються до характеристики затухання  $\hat{a}_i(f)$  [дБ] (значення АЧХ в смузі пропускання не перевищує одиниці). Таким чином, вимоги до синтезу ЦФ аналогічні розглянутим в лабораторній роботі №2.

Синтез оптимальних БІХ-фільтрів будемо проводити методом

білінійного Z-перетворення на основі аналогових фільтрів-прототипів (АФП). Ідея даного метода синтезу виникла через бажання скористатися відомими та розробленими раніше методами синтезу аналогових фільтрів. Обґрунтування цієї можливості визначається такими факторами:

- передавальні функції АФП та БІХ-фільтрів є дробово-раціональними;
- імпульсні характеристики АФП та БІХ-фільтрів – бескінечні.

### 3.1.3. Структури БІХ – фільтрів

*Структура* (структурна схема) ЦФ відображає алгоритм обчислення реакції за різницеvim рівнянням і визначається типом передавальної функції.

В MATLAB структура БІХ-фільтра описується об'єктом `dfilt`:

```
Hd = dfilt.structure(input1,input2)
```

де Hd – ім'я об'єкту `dfilt`; `dfilt` – тип об'єкту; `structure` – функція, що задає конкретну структуру об'єкту Hd (табл. 3.1); `input1`, `input2` – параметри функції `structure`.

Для БІХ-фільтрів властивості об'єкту `dfilt` з ім'ям Hd залежать від вибраної структури. Для прямої структури БІХ-фільтра вони складаються з:

- `FilterStructure` – структура КІХ-фільтра;
- `Arithmetic` – форма представлення даних;
- `Numerator` – коефіцієнти чисельника передавальної функції (2.1);
- `Denominator` – коефіцієнти знаменника передавальної функції (2.1);
- `PersistentMemory` – початкові умови при обчисленні реакції; значення `false` відповідає НПУ.

Каскадній структурі з біквдратних ланок відповідає представлення передавальної функції добутком (1.9), де ланки мають одну з прямих структур, представлених на рис. 1.1.

В каскадній структурі БІХ-фільтра властивості `Numerator` та `Denominator` замінюються такими властивостями:

- `sosMatrix` – матриця коефіцієнтів у формі (1.12);
- `ScaleValues` – вектор коефіцієнтів підсилення, елементи якого дорівнюють:
  - перший – коефіцієнту підсилення на вході першої ланки, тобто на вході структури;
  - другий – коефіцієнту підсилення на вході другої ланки;

• останній – коефіцієнту підсилення на виході останньої ланки, тобто на виході структури.

Таблиця 3.1. Функції structure та структури БІХ-фільтрів

Функція structure	Параметри функції structure	Структура БІХ-фільтра
df1	b, a – вектори коефіцієнтів передавальної функції (3.1)	Direct-Form I (пряма)
df1t		Direct-Form I Transposed (пряма транспонована)
df2		Direct-Form II (пряма канонічна)
df2t		Direct-Form II Transposed (пряма канонічна транспонована)
df1sos	s – матриця коефіцієнтів у формі (1.12); G – коефіцієнт підсилення передавальної функції (1.9)	Direct-Form I, Second-order sections (SOS) (каскадна з ланок 2-го порядку з прямою структурою)
df1tsos		Direct-Form I Transposed, Second-order sections (SOS) (каскадна з ланок 2-го порядку з прямою транспонованою структурою)
df2sos		Direct-Form II, Second-order sections (SOS) (каскадна з ланок 2-го порядку з прямою канонічною структурою)

### 3.1.4. Процедура синтезу БІХ – фільтра

Процедура синтезу ЦФ на основі АФП складається з таких етапів [4].

1. Визначення (задання) вимог до АЧХ ЦФ.
2. Вибір метода синтезу.
3. Формування вимог до АЧХ АФП.
4. Вибір типу апроксимуючої функції. Чотирьом типам апроксимуючих функцій відповідають чотири типи різних аналогових (та цифрових) фільтрів:
  - Батерворта (Butterworth) – з АЧХ, максимально плоскою у смузі пропускання та монотонною у смузі затримання;
  - Чебишева I роду (Chebyshev Type I) – з АЧХ, рівнохвильовою в смузі пропускання та монотонною в смузі затримання;
  - Чебишева II роду (Chebyshev Type II) – з АЧХ, максимально плоскою в смузі пропускання та рівнохвильовою в смузі затримання;

- Золотарьова – Кауера (еліптичні фільтри) (Elerptic) – з АЧХ, рівнохвильовою в смугах пропускання та затримування.

5. Розрахунок передавальної функції АФП.

6. Перетворення передавальної функції АФП в передавальну функцію ЦФ.

### 3.1.5. Процедура синтезу БІХ-фільтрів методом білінійного Z-перетворення

Синтез БІХ-фільтра полягає в розрахунку його передавальної функції. Метод білінійного Z-перетворення, який дозволяє синтезувати оптимальний БІХ-фільтр, оснований на використанні аналогового фільтра-прототипу (АФП).

Процедура синтезу БІХ-фільтра на основі АФП складається з таких етапів:

1. Задавання вимог до характеристики затухання АЧХ (дБ) БІХ-фільтра.

2. Формування вимог до АЧХ (дБ) АФП.

Граничні частоти АФП  $\Omega$  зв'язані з граничними частотами БІХ-фільтра  $\omega$  нелінійною залежністю:

$$\Omega = \frac{2}{T} \operatorname{tg} \frac{\omega T}{2},$$

яка за шкалою частот в Гц відповідає залежності між частотами АФП  $F$  та БІХ-фільтра  $f$ :

$$F = \frac{f_d}{\pi} \operatorname{tg} \frac{\pi \cdot f}{f_d}. \quad (3.3)$$

3. Вибір типу БІХ-фільтра.

За аналогією до АФП, чотирьом видам функцій апроксимації відповідають чотири типи БІХ-фільтрів.

4. Розрахунок передавальної функції АФП  $H_a(p)$ .

5. Перетворення передавальної функції АФП  $H_a(p)$  в передавальну функцію БІХ-фільтра  $H(z)$  на основі формули білінійного Z-перетворення:

$$p = \frac{2}{T} \cdot \frac{1 - z^{-1}}{1 + z^{-1}}.$$

6. Вибір структури БІХ-фільтра.

### 3.1.6. Синтез аналогових фільтрів в MATLAB

Синтез частотно-вибіркових аналогових фільтрів Баттерворта, Чебишева I та II роду і Золотарьова-Кауера реалізується за допомогою таких функцій:

```
[bs,as] = butter(Ra,Wn,ftype,'s')  
[bs,as] = cheby1(Ra,rp,Wn,ftype,'s')  
[bs,as] = cheby2(Ra,rs,Wn,ftype,'s')  
[bs,as] = ellip(Ra,rp,rs,Wn,ftype,'s')
```

де  $R_a$  – порядок аналогового фільтра;  $W_n$  – вектор частот зрізу за шкалою  $\omega = 2\pi f$  (рад/с), до складу якого входять один елемент для ФНЧ та ФВЧ і два елементи для СФ і РФ; частотами зрізу називають частоти, на яких нормована АЧХ приймає значення 0.707, а затухання – 3 дБ;  $r_p$ ,  $r_s$  – максимально та мінімально допустимі затухання в СП та СЗ для характеристики затухання АЧХ.

Для аналогового СФ, синтезованого за допомогою таких функцій, мінімально допустимі відхилення в СЗ1 та СЗ2 задаються однаковими. Аналогічно, для РФ максимально допустимі відхилення в СП1 та СП2 задаються однаковими.

`ftype` – параметр, що вказує тип вибірковості і приймає такі значення:

- 'high' – для ФВЧ;
- 'stop' – для РФ;
- за замовчуванням (якщо параметр відсутній) – для ФНЧ чи СФ.

's' – ознака аналогового фільтра; при її відсутності за замовчуванням розуміють ЦФ; `bs`, `as` – вектори коефіцієнтів чисельника та знаменника передавальної функції аналогового фільтра  $H_a(p)$  в порядку збільшення степенів  $p$ ; `as(1) = 1`.

Порядок аналогового фільтра ( $R_a$ ) та частоти зрізу ( $W_n$ ) визначаються за вимогами до АЧХ (дБ) за допомогою таких функцій, відповідно для АФП Баттерворта, Чебишева I та II роду і Золотарьова-Кауера:

```
[Ra,Wn] = buttord(Wp,Ws,rp,rs,'s')  
[Ra,Wn] = cheb1ord(Wp,Ws,rp,rs,'s')  
[Ra,Wn] = cheb2ord(Wp,Ws,rp,rs,'s')  
[Ra,Wn] = ellipord(Wp,Ws,rp,rs,'s')
```

де  $W_p$ ,  $W_s$  – вектори граничних частот СП та СЗ в порядку збільшення за шкалою частот  $\omega = 2\pi f$  (рад/с).

### 3.1.7. Синтез БІХ-фільтрів методом білінійного перетворення в MATLAB

Z-

Для синтезу БІХ-фільтра методом білінійного Z-перетворення використовуються ті самі функції, що і для синтезу аналогових фільтрів, однак без параметра 's':

```
[b,a] = butter(R,WDn,ftype)
[b,a] = cheby1(R,rp,WDn,ftype)
[b,a] = cheby2(R,rs,WDn,ftype)
[b,a] = ellip(R,rp,rs,WDn,ftype)
```

де  $R$  – порядок БІХ-фільтра;  $WDn$  – вектор нормованих частот зрізу (див. розд. 3.1.6) за шкалою нормованих частот  $\hat{f} = f/(f_D/2)$ :

- для ФНЧ та ФВЧ з одним елементом  $WDn(1)$  дорівнює

$$\hat{f}_0 = \frac{f_0}{0.5 f_D},$$

де  $f_0$  – абсолютна частота зрізу (Гц);

- для СФ та РФ з двома елементами  $WDn(1)$  та  $WDn(2)$ , відповідно рівними:

$$\hat{f}_{01} = \frac{f_{01}}{0.5 f_D}; \quad \hat{f}_{02} = \frac{f_{02}}{0.5 f_D},$$

де  $f_{01}, f_{02}$  – абсолютні частоти зрізу (Гц);

$rp, rs$  – максимально та мінімально допустимі затухання в СП та СЗ для характеристики затухання АЧХ (дБ).

Для СФ, синтезованого за допомогою таких функцій, мінімально допустимі відхилення в СЗ1 та СЗ2 задаються однаковими. Аналогічно, для РФ максимально допустимі відхилення в СП1 та СП2 задаються однаковими. Однак при синтезі БІХ-фільтра як об'єкта `dfilt` на основі об'єкта `fdesign` такі обмеження знімаються.

`ftype` – параметр, що вказує тип вибіркості та приймає такі значення:

- 'high' – для ФВЧ;
- 'stop' – для РФ;
- за замовчуванням (якщо параметр відсутній) – для ФНЧ і СФ.

$b, a$  – вектори коефіцієнтів чисельника та знаменника передавальної функції БІХ-фільтра  $H(z)$  (3.1) в порядку збільшення від'ємних степенів  $z$ ;  $a(1)=1$ .

Порядок ( $R$ ) та частоти зрізу ( $WDn$ ) БІХ-фільтрів Баттерворта, Чебишева I та II роду і Золотарьова-Кауера визначаються за вимогами до АЧХ (дБ) за допомогою тих самих функцій, що і для аналогового фільтра (див. розділ 3.1.6), але без параметра 's':

```
[R,WDn] = buttord(WDp,WDs,rp,rs)
[R,WDn] = cheb1ord(WDp,WDs,rp,rs)
[R,WDn] = cheb2ord(WDp,WDs,rp,rs)
[R,WDn] = ellipord(WDp,WDs,rp,rs)
```

де  $WDp$ ,  $WDs$  – відповідно вектори граничних нормованих частот СП та СЗ в порядку їх збільшення за шкалою нормованих частот  $\hat{f} = f/(f_d/2)$ .

При синтезі БІХ-фільтрів зберігається властивість оптимальності АФП – ЦФ буде також оптимальним.

### 3.1.8. Синтез БІХ-фільтрів як об'єктів `dfilt` на основі об'єктів `fdesign`

При задаванні вимог до характеристик затухання АЧХ (дБ) як об'єкту `fdesign` для синтезу БІХ-фільтра методом білінійного Z-перетворення використовуються функції, представлені в табл. 3.2. В даному випадку для СФ та РФ відповідно мінімально допустимі затухання в СЗ1 та СЗ2 та максимально допустимі затухання в СП1 та СП2 можуть задаватися неоднаковими.

Таблиця 3.2. Функції синтезу БІХ-фільтра як об'єкта `dfilt`

Функція	Тип БІХ-фільтра
<code>butter</code>	Фільтр Баттерворта (Butterworth filter)
<code>cheby1</code>	Фільтр Чебишева I роду (Chebyshev Type I filter)
<code>cheby2</code>	Фільтр Чебишева II роду (Chebyshev Type II filter)
<code>ellip</code>	Фільтр Золотарьова – Кауера (Elliptic filter – еліптичний фільтр)

Узагальнений формат функції синтезу БІХ-фільтра як об'єкту `dfilt` на основі об'єкту `fdesign` представлений двома різновидами:

```
Hf_ = function_iir(Hs,'MatchExactly',MATCH,'FilterStructure','structure')
Hf_ = _design(Hs,'function_iir','MatchExactly',MATCH,'FilterStructure',
'structure')
```

де `function_iir` – ім'я конкретної функції з табл. 3.2; `Hs` – ім'я об'єкта `fdesign`; `'MatchExactly'` – параметр (прапорець), установка якого (наявність у складі параметрів) означає, що вимоги до АЧХ (дБ) мають виконуватися точно; `MATCH` – параметр, що уточнює, в якій з смуг вимоги мають виконуватися точно, і приймає такі значення:

- `'stopband'` (за замовчуванням) – в смугах затримування;
- `'passband'` – в смугах пропускання;



- 'both' – в смугах затримування та пропускання (тільки для функції `ellip`).

'FilterStructure' – параметр (прапорець), встановлення якого (наявність у складі параметрів) означає, що для БХ-фільтра буде вказана структура;

'structure' – функція, що задає конкретну структуру об'єкту `Hf` (див. табл. 3.1); `Hf` – ім'я об'єкту `dfilt`.

Для розрахунку ЧХ та ІХ БХ-фільтра як об'єкту `dfilt` використовуються функції `freqz` та `impz` (див. ЛР №2).

### 3.1.9. Розміщення ланок та масштабування в каскадних структурах БХ-фільтрів

Перед моделюванням каскадної структури БХ-фільтра необхідно виконати дві операції.

1. Формування та розміщення ланок. Ланки в (1.9) формуються при об'єднанні полюсів з найближчими нулями, після чого вони розміщуються в порядку збільшення радіусів полюсів. Це дозволяє мінімізувати власні шуми, обумовлені помножувачами. При описанні каскадної структури БХ-фільтрів як об'єктів `dfilt` формування та розміщення ланок відбувається автоматично.

2. Масштабування. Для мінімізації переповнень на виходах суматорів на входах ланок додають масштабні помножувачі, які враховуються в чисельниках передавальних функцій ланок.

В MATLAB ця операція реалізується за допомогою функції

`scale(Hf,norm)`

де `Hf` – ім'я об'єкту `dfilt` з каскадною структурою з ланок 2-го порядку; `norm` – ім'я норми, що вводиться в апострофах, на основі якої розраховуються масштабні помножувачі: 'L1' – для норми  $\|x\|_1$  та 'Linfinity' – для норми  $\|x\|_\infty$ , яке вибирається за замовчуванням при відсутності параметра `norm`.

## 3.2. Зміст лабораторної роботи

Зміст роботи зв'язаний з синтезом БХ-фільтрів методом білінійного Z-перетворення, описанням їх структур та аналізом характеристик з використанням програмних засобів MATLAB.

## 3.3. Завдання на лабораторну роботу

Лабораторна робота виконується на основі script-файлів lr\_03\_low, lr\_03\_high, lr\_03\_pass та lr\_03\_stop і function-файлу plot\_iir, які є складовими частинами лабораторної роботи.

Вихідні дані для пунктів завдання наведені в табл. 3.3 – 3.6 для заданого номера варіанту  $N_B$  і для БХ-фільтрів ФНЧ, ФВЧ, СФ та РФ містять вимоги до АЧХ та вимоги до характеристик затухання АЧХ (дБ) для її описання як об'єкту fdesign.

Таблиця 3.3. Вимоги до АЧХ (дБ) ФНЧ

Умовне позначення	Назва параметра	Задане значення	Ідентифікатор
$f_D$	Частота дискретизації	$f_D = 5000 + 100N_B$	Fs=
$f_\chi$	Гранична частота СП	$f_\chi = 0.1f_D + 20N_B$	ft=
$f_k$	Гранична частота СЗ	$f_k = 0.1f_D + 250 + 25N_B$	fk=
$a_{\max}$	Максимальне затухання в СП (дБ)	$a_{\max} = 0.4455$	rp= =0.4455
$a_{\min}$	Мінімальне затухання в СЗ (дБ)	$a_{\min} = 40$	rs=40

Таблиця 3.4. Вимоги до АЧХ (дБ) ФВЧ

Умовне позначення	Назва параметра	Задане значення	Ідентифікатор
$f_D$	Частота дискретизації	$f_D = 5000 + 100N_B$	Fs=
$f_k$	Гранична частота СЗ	$f_k = 0.1f_D + 20N_B$	fk=
$f_\chi$	Гранична частота СП	$f_\chi = 0.1f_D + 250 + 25N_B$	ft=
$a_{\min}$	Мінімальне затухання в СЗ (дБ)	$a_{\min} = 40$	rs=40
$a_{\max}$	Максимальне затухання в СП (дБ)	$a_{\max} = 0.4455$	rp= =0.4455

Таблиця 3.5. Вимоги до АЧХ (дБ) СФ

Умовне позначення	Назва параметра	Задане значення	Ідентифікатор
$f_D$	Частота дискретизації	$f_D = 5000 + 100N_B$	Fs=
$f_{-k}$	Гранична частота СЗ1	$f_{-k} = 0.05f_D + 20N_B$	fk1=
$f_{-\chi}$	Гранична частота СП1	$f_{-\chi} = 0.05f_D + 250 + 25N_B$	ft1=
$f_{\chi}$	Гранична частота СП2	$f_{\chi} = 0.25f_D + 25N_B$	ft2=
$f_k$	Гранична частота СЗ2	$f_k = 0.25f_D + 250 + 30N_B$	fk2=
$a_{\max}$	Максимально допустиме затухання в СП (дБ)	$a_{\max} = 0.4455$	rp= =0.4455
$a_{\min}$	Мінімально допустиме затухання в СЗ1 і СЗ2 (дБ)	$a_{\min} = 40$	rs=40

Таблиця 3.6. Вимоги до АЧХ (дБ) РФ

Умовне позначення	Назва параметра	Задане значення	Ідентифікатор
$f_D$	Частота дискретизації	$f_D = 5000 + 100N_B$	Fs=
$f_{-\chi}$	Гранична частота СП1	$f_{-\chi} = 0.05f_D + 20N_B$	ft1=
$f_{-k}$	Гранична частота СЗ1	$f_{-k} = 0.05f_D + 250 + 25N_B$	fk1=
$f_k$	Гранична частота СЗ2	$f_k = 0.25f_D + 25N_B$	fk2=
$f_{\chi}$	Гранична частота СП2	$f_{\chi} = 0.25f_D + 250 + 30N_B$	ft2=
$a_{\max}$	Максимально допустиме затухання в	$a_{\max} = 0.4455$	rp= =0.4455

	СП1 та СП2 (дБ)		
$a_{\min}$	Мінімально допустиме затухання в СЗ (дБ)	$a_{\min} = 40$	$r_s=40$

Завдання на лабораторну роботу полягає у синтезі БІХ-фільтрів методом білінійного Z-перетворення та аналізі їх характеристик і для кожного типу вибірковості (ФНЧ, ФВЧ, СФ або РФ) складається з таких етапів (пунктів):

1. Введення вимог до характеристик затухання БІХ-фільтра.
2. Синтез БІХ-фільтрів Баттерворта, Чебишева I та II роду і Золотарьова-Кауера, який виконується за два етапи:
  - обчислення порядку та частот зрізу БІХ-фільтра;
  - синтез БІХ-фільтра.

Виведені значення порядків БІХ-фільтрів занести до табл. 3.7.

Пояснити:

- яка функція використовується для обчислення порядку та частот зрізу;
- які функції використовуються для синтезу БІХ-фільтрів Баттерворта, Чебишева I та II роду і Золотарьова-Кауера;
- які з параметрів даних функцій відповідають коефіцієнтам передавальної функції БІХ-фільтра;
- який з БІХ-фільтрів має мінімальний порядок.

Таблиця 3.7. Результати синтезу БІХ-фільтрів та АФП

Тип вибірковості фільтра	Тип і порядок БІХ-фільтра			
	Баттерворта	Чебишева I роду	Чебишева II роду	Золотарьова- Кауера
	R1	R2	R3	R4
ФНЧ				
ФВЧ				
СФ				
РФ				

3. Аналіз характеристик БІХ-фільтрів Баттерворта, Чебишева I та II роду і Золотарьова-Кауера.

Для виведення графіків АЧХ, ФЧХ, ІХ (50 відліків) та карти нулів і полюсів БІХ-фільтрів використовувати function-файл `plot_iir` (див. розділ 3.4.5).

Пояснити:

- вигляд ІХ;
- вигляд АЧХ в СП та СЗ (скористайтесь кнопкою `Zoom in` на панелі інструментів).

4. Синтез АФП Баттерворта, Чебишева I та II роду і Золотарьова-Кауера, який виконуємо за три етапи:

- формування вимог до характеристики затухання АФП з виведенням граничних частот СП та СЗ;
- обчислення порядку і частот зрізу АФП;
- синтез АФП.

Пояснити:

- відповідність між граничними частотами АФП і БІХ-фільтра;
- відповідність між порядками АФП та БІХ-фільтрів.

5. Виведення графіків АЧХ АФП Баттерворта, Чебишева I та II роду і Золотарьова-Кауера.

Вивести графіки АЧХ АФП в основній смузі частот  $[0; f_d/2]$ , обчислені за допомогою функції `freqs`.

Зробити висновок за результатами порівняння АЧХ АФП та БІХ-фільтрів.

6. Описання вимог до АЧХ БІХ-фільтра як об'єкта `fdesign`.

Описати вимоги до характеристики затухання як об'єктів `fdesign` з іменами:

- `MAG_lowpass` – ФНЧ;
- `MAG_highpass` – ФВЧ;
- `MAG_bandpass` – СФ;
- `MAG_bandstop` – РФ.

Пояснити, що входить до списку властивостей об'єкту `fdesign` і з якою метою він створюється.

7. Синтез БІХ-фільтра Золотарьова-Кауера як об'єкта `dfilt` на основі об'єкта `fdesign`.

Синтезувати БІХ-фільтри з прямою канонічною структурою ланок (див. табл. 3.1) як об'єкти `dfilt` з такими іменами:

- `F_lowpass` – ФНЧ;
- `F_highpass` – ФВЧ;
- `F_bandpass` – СФ;
- `F_bandstop` – РФ.

Пояснити:

- яка функція використовується для синтезу БІХ-фільтрів Золотарьова-Кауера;
- що входить до складу списку властивостей об'єкту `dfilt`;
- чи збігається порядок синтезованого БІХ-фільтра з порядком в табл. 3.7.

8. Масштабування в каскадній структурі БІХ-фільтра Золотарьова-Кауера.

Провести масштабування на основі норми 'Linf' (за замовчуванням) для об'єктів `F_lowpass` та `F_bandpass` і на основі норми 'L2' для об'єктів `F_highpass` та `F_bandstop`.

Зберегти нові об'єкти `dfilt` з іменами:

- `F_lowpass_scale` – ФНЧ;
- `F_highpass_scale` – ФВЧ;
- `F_bandpass_scale` – СФ;
- `F_bandstop_scale` – РФ.

Пояснити, які властивості об'єкту `dfilt` змінилися після масштабування.

9. Знайомство с GUI FVTool (факультативно).

Звернутися до GUI FVTool за командою:

```
fvtool(Hd)
```

де `Hd` – ім'я об'єкту `dfilt`, і проаналізувати характеристики синтезованих БІХ-фільтрів.

### **3.4. Типовий script-файл для виконання лабораторної роботи**

Перед виконанням роботи відповідно до індивідуально варіанту та даних таблиць 3.3-3.6 мають бути визначені вихідні дані до лабораторної роботи.

Для чотирьох типів вибіркості БІХ-фільтра – ФНЧ, ФВЧ, СФ та РФ – створені чотири script-файли. Для запуску script-файла до нього потрібно звернутися за його ім'ям:

```
>> lr_03_low – ФНЧ  
>> lr_03_high – ФВЧ  
>> lr_03_pass – СФ  
>> lr_03_stop – РФ
```

Лістинги цих script-файлів наведені в розділах 3.4.1 – 3.4.4.

Для примусового зняття script-файлу з виконання необхідно натиснути комбінацію клавіш `<Ctrl>+<Break>`.

При виконанні script-файлу поточні вікна з графіками *не закривати*.

### 3.4.1. Синтез та аналіз БІХ-фільтра ФНЧ

Лістинг script-файлу lr\_03\_low має такий вигляд:

```
>> type lr_03_low
script
clc
clear
disp('% ЛР №3. СИНТЕЗ БІХ-ФІЛЬТРА ФНЧ МЕТОДОМ БІЛІНІЙНОГО Z-ПЕРЕТВОРЕННЯ')
disp('%')
disp('%')
disp('% п.1. ВВЕДЕННЯ ВИМОГ ДО АЧХ (дБ) ФНЧ')
disp('%')
disp('%')
disp('% Введіть НОМЕР ВАРІАНТУ та ВИМОГИ до АЧХ (дБ)')
DATA=0;
while DATA==0;
Nb = input('Nb = '); % НОМЕР ВАРІАНТУ
Fs = input('Fs = '); % ЧАСТОТА ДИСКРЕТИЗАЦІЇ (Гц)
ft = input('ft = '); % ГРАНИЧНА ЧАСТОТА СП (Гц)
fk = input('fk = '); % ГРАНИЧНА ЧАСТОТА СЗ (Гц)
rp = input('rp = '); % МАКСИМАЛЬНО ДОПУСТИМЕ ЗАТУХАННЯ В СП
rs = input('rs = '); % МІНІМАЛЬНО ДОПУСТИМЕ ЗАТУХАННЯ В СЗ
disp('% Перевірте ВІРНІСТЬ введення ВИХІДНИХ ДАНИХ')
disp('% При ВІРНИХ ВИХІДНИХ ДАНИХ натисніть 1')
disp('% При НЕВІРНИХ ВИХІДНИХ ДАНИХ введіть 0 і ПОВТОРІТЬ введення')
DATA = input('!--> ');
end
disp('%')
disp('%')
disp('% Для продовження натисніть <ENTER>')
pause
disp('%')
disp('%')
disp('% п.2. СИНТЕЗ БІХ-ФІЛЬТРІВ БАТТЕРВОРТА, ЧЕБИШЕВА I та II РОДУ и
ЗОЛОТАРЬОВА-КАУЕРА')
disp('%')
disp('%')
disp('% Для синтезу БІХ-фільтрів ФНЧ натисніть <ENTER>')
pause
WDp = ft/(Fs/2); WDs = fk/(Fs/2); % ГРАНИЧНІ НОРМОВАНІ ЧАСТОТИ СП та СЗ
[R1,WDn1] = buttord(WDp,WDs,rp,rs); % ПОРЯДОК і ЧАСТОТА ЗРІЗУ БІХ-ФІЛЬТРА ФНЧ
БАТТЕРВОРТА
```

```

[R2,WDn2] = cheb1ord(WDp,WDs,rp,rs);% ПОРЯДОК і ЧАСТОТА ЗРІЗУ БІХ-ФІЛЬТРА ФНЧ
ЧЕБИШЕВА I РОДУ
[R3,WDn3] = cheb2ord(WDp,WDs,rp,rs);% ПОРЯДОК і ЧАСТОТА ЗРІЗУ БІХ-ФІЛЬТРА ФНЧ
ЧЕБИШЕВА II РОДУ
[R4,WDn4] = ellipord(WDp,WDs,rp,rs);% ПОРЯДОК і ЧАСТОТА ЗРІЗУ БІХ-ФІЛЬТРА ФНЧ
ЗОЛОТАРЬОВА-КАУЕРА
[b1,a1] = butter(R1,WDn1); % КОЕФІЦІЄНТИ БІХ-ФІЛЬТРА ФНЧ БАТТЕРВОРТА
[b2,a2] = cheby1(R2,rp,WDn2); % КОЕФІЦІЄНТИ БІХ-ФІЛЬТРА ФНЧ ЧЕБИШЕВА I РОДУ
[b3,a3] = cheby2(R3,rs,WDn3); % КОЕФІЦІЄНТИ БІХ-ФІЛЬТРА ФНЧ ЧЕБИШЕВА II РОДУ
[b4,a4] = ellip(R4,rp,rs,WDn4); % КОЕФІЦІЄНТИ БІХ-ФІЛЬТРА ФНЧ
ЗОЛОТАРЬОВА-КАУЕРА
disp('%')
disp('%')
disp('% Для виведення порядків БІХ-фільтрів ФНЧ натисніть <ENTER>')
pause
disp('%')
disp('%')
disp([' R1 = ' num2str(R1),' R2 = ' num2str(R2),' R3 = ' num2str(R3),' R4 = ' num2str(R4)])
disp('%')
disp('%')
disp('% Для продовження натисніть <ENTER>')
pause
disp('%')
disp('%')
disp('% п.3. АНАЛІЗ ХАРАКТЕРИСТИК БІХ-ФІЛЬТРІВ ФНЧ')
disp('%')
disp('%')
disp('% Для виведення ХАРАКТЕРИСТИК БІХ-ФІЛЬТРІВ ФНЧ (ЧОТИРИ ГРАФІЧНІ ВІКНА)
натисніть <ENTER>')
pause
figure('Name','Lowpass IIR Filter Butterworth','NumberTitle', 'off')
plot_iir(b1,a1,Fs) % ХАРАКТЕРИСТИКИ БІХ-ФІЛЬТРА ФНЧ БАТТЕРВОРТА
figure('Name','Lowpass IIR Filter Chebyshev I','NumberTitle', 'off')
plot_iir(b2,a2,Fs) % ХАРАКТЕРИСТИКИ БІХ-ФІЛЬТРА ФНЧ ЧЕБИШЕВА I РОДУ
figure('Name','Lowpass IIR Filter Chebyshev II','NumberTitle', 'off')
plot_iir(b3,a3,Fs) % ХАРАКТЕРИСТИКИ БІХ-ФІЛЬТРА ФНЧ ЧЕБИШЕВА II РОДУ
figure('Name','Lowpass IIR Filter Elliptic','NumberTitle', 'off')
plot_iir(b4,a4,Fs) % ХАРАКТЕРИСТИКИ БІХ-ФІЛЬТРА ФНЧ ЗОЛОТАРЬОВА-КАУЕРА
disp('%')
disp('%')
disp('% Для продовження натисніть <ENTER>')
pause
disp('%')
disp('%')

```



```

disp('% п.4. СИНТЕЗ АФП БАТТЕРВОРТА, ЧЕБИШЕВА I та II РОДУ і ЗОЛОТАРЬОВА-
КАУЕРА')
disp('%')
disp('%')
disp('% Для виведення граничних частот АФП ФНЧ СП (Ft) та СЗ (Fk) натисніть
<ENTER>')
pause
disp('%')
disp('%')
Ft = (Fs/pi)*tan(pi*ft/Fs); Fk = (Fs/pi)*tan(pi*fk/Fs); % ГРАНИЧНІ ЧАСТОТИ СП та СЗ АФП
disp([' Ft = ' num2str(Ft),' Fk = ' num2str(Fk)])
disp('%')
disp('%')
disp('% Для синтезу АФП ФНЧ натисніть <ENTER>')
pause
Wp = 2.*pi.*Ft; Ws = 2.*pi.*Fk; % ГРАНИЧНІ КРУГОВІ ЧАСТОТИ СП та СЗ АФП
[Ra1,Wn1] = buttord(Wp,Ws,rp,rs,'s'); % ПОРЯДОК і ЧАСТОТА ЗРІЗУ АФП ФНЧ
БАТТЕРВОРТА
[Ra2,Wn2] = cheb1ord(Wp,Ws,rp,rs,'s'); % ПОРЯДОК і ЧАСТОТА ЗРІЗУ АФП ФНЧ
ЧЕБИШЕВА I РОДУ
[Ra3,Wn3] = cheb2ord(Wp,Ws,rp,rs,'s'); % ПОРЯДОК і ЧАСТОТА ЗРІЗУ АФП ФНЧ
ЧЕБИШЕВА II РОДУ
[Ra4,Wn4] = ellipord(Wp,Ws,rp,rs,'s'); % ПОРЯДОК і ЧАСТОТА ЗРІЗУ АФП ФНЧ
ЗОЛОТАРЬОВА-КАУЕРА
[bs1,as1] = butter(Ra1,Wn1,'s'); % КОЕФІЦІЄНТИ АФП ФНЧ БАТТЕРВОРТА
[bs2,as2] = cheby1(Ra2,rp,Wn2,'s'); % КОЕФІЦІЄНТИ АФП ФНЧ ЧЕБИШЕВА I РОДУ
[bs3,as3] = cheby2(Ra3,rs,Wn3,'s'); % КОЕФІЦІЄНТИ АФП ФНЧ ЧЕБИШЕВА II РОДУ
[bs4,as4] = ellip(Ra4,rp,rs,Wn4,'s'); % КОЕФІЦІЄНТИ АФП ФНЧ ЗОЛОТАРЬОВА-КАУЕРА
disp('%')
disp('%')
disp('% Для виведення порядків АФП ФНЧ натисніть <ENTER>')
pause
disp('%')
disp('%')
disp([' Ra1 = ' num2str(Ra1),' Ra2 = ' num2str(Ra2),' Ra3 = 'num2str(Ra3),' Ra4 = '
num2str(Ra4)])
disp('%')
disp('%')
disp('% Для продовження натисніть <ENTER>')
pause
disp('%')
disp('%')
disp('% п.5. ВИВЕДЕННЯ ГРАФІКІВ АЧХ АФП БАТТЕРВОРТА, ЧЕБИШЕВА I та II РОДУ і
ЗОЛОТАРЬОВА-КАУЕРА')
disp('%')

```

```

disp('%')
disp('% Для виведення ГРАФІКІВ АЧХ АФП натисніть <ENTER>')
pause
f = 0:((Fs/2)/1000):Fs/2; % СІТКА ЧАСТОТ ДЛЯ ГРАФІКА АЧХ
W = 2.*pi.*f;
Ha1 = freqs(bs1,as1,W); MAG1 = abs(Ha1); % ЧХ та АЧХ АФП ФНЧ БАТТЕРВОРТА
Ha2 = freqs(bs2,as2,W); MAG2 = abs(Ha2); % ЧХ та АЧХ АФП ФНЧ ЧЕБИШЕВА I РОДУ
Ha3 = freqs(bs3,as3,W); MAG3 = abs(Ha3); % ЧХ та АЧХ АФП ФНЧ ЧЕБИШЕВА II РОДУ
Ha4 = freqs(bs4,as4,W); MAG4 = abs(Ha4); % ЧХ та АЧХ АФП ФНЧ ЗОЛОТАРЬОВА-
КАУЕРА
figure('Name','Lowpass Analog Filter — Magnitude','NumberTitle','off')
subplot(2,2,1),plot(f,abs(Ha1)),xlabel('f(Hz)'),grid,...
ylabel('MAGNITUDE'),title('Analog Filter Butterworth'),ylim([0 1.2])
subplot(2,2,2),plot(f,abs(Ha2)),xlabel('f(Hz)'),grid,...
ylabel('MAGNITUDE'),title('Analog Filter Chebyshev I'),ylim([0 1.2])
subplot(2,2,3),plot(f,abs(Ha3)),xlabel('f(Hz)'),grid,...
ylabel('MAGNITUDE'),title('Analog Filter Chebyshev II'),ylim([0 1.2])
subplot(2,2,4),plot(f,abs(Ha4)),xlabel('f(Hz)'),grid,...
ylabel('MAGNITUDE'),title('Analog Filter Elliptic'),ylim([0 1.2])
disp('%')
disp('%')
disp('% Для продовження натисніть <ENTER>')
pause
disp('%')
disp('%')
disp('% п.6. ОПИСАННЯ ВИМОГ ДО АЧХ БІХ-фільтра як ОБ'ЄКТА fdesign')
disp('%')
disp('%')
disp('% Для виведення ВЛАСТИВОСТЕЙ ОБ'ЄКТА fdesign натисніть <ENTER>')
pause
MAG_lowpass = fdesign.lowpass('Fp,Fst,Ap,Ast',ft,fk,rp,rs,[Fs]) % ОБ'ЄКТ fdesign ДЛЯ
ФНЧ
disp('%')
disp('%')
disp('% Для продовження натисніть <ENTER>')
pause
disp('%')
disp('%')
disp('% п.7. СИНТЕЗ БІХ-ФІЛЬТРА ФНЧ ЗОЛОТАРЬОВА-КАУЕРА ЯК ОБ'ЄКТА dfilt')
disp('%')
disp('%')
disp('% Для виведення ВЛАСТИВОСТЕЙ ОБ'ЄКТА dfilt натисніть <ENTER>')
pause
F_lowpass = design(MAG_lowpass,'ellip','MatchExactly','both','FilterStructure','df2sos') %
ФНЧ ЯК ОБ'ЄКТ dfilt

```

```

disp('%')
disp('%')
disp('% Для продовження натисніть <ENTER>')
pause
disp('%')
disp('%')
disp('% п.8. МАСШТАБУВАННЯ В КАСКАДНІЙ СТРУКТУРІ БІХ-ФІЛЬТРА ФНЧ
ЗОЛОТАРЬОВА-КАУЕРА')
disp('%')
disp('%')
disp('% Для виведення ВЛАСТИВОСТЕЙ ОБ'ЄКТА dfilter після масштабування натисніть
<ENTER>')
pause
F_lowpass_scale = scale(F_lowpass) % РЕЗУЛЬТАТ МАСШТАБУВАННЯ
disp('%')
disp('%')
disp('% СИНТЕЗ БІХ-ФІЛЬТРА ФНЧ ЗАВЕРШЕНО')

```

### 3.4.2. Синтез та аналіз БІХ-фільтра ФВЧ

Лістинг script-файлу lr\_03\_high має такий вигляд:

```

>> type lr_03_high
script
clc
clear
disp('% ЛР №3. СИНТЕЗ БІХ-ФІЛЬТРА ФВЧ МЕТОДОМ БІЛІНІЙНОГО Z-
ПЕРЕТВОРЕННЯ')
disp('%')
disp('%')
disp('% п.1. ВВЕДЕННЯ ВИМОГ ДО АЧХ (дБ) ФВЧ')
disp('%')
disp('%')
disp('% Введіть НОМЕР ВАРІАНТУ та ВИМОГИ до АЧХ (дБ)')
DATA=0;
while DATA==0;
Nb = input('Nb = '); % НОМЕР ВАРІАНТУ
Fs = input('Fs = '); % ЧАСТОТА ДИСКРЕТИЗАЦІЇ (Гц)
fk = input('fk = '); % ГРАНИЧНА ЧАСТОТА СЗ (Гц)
ft = input('ft = '); % ГРАНИЧНА ЧАСТОТА СП (Гц)
rs = input('rs = '); % МІНІМАЛЬНО ДОПУСТИМЕ ЗАТУХАННЯ В СЗ
rp = input('rp = '); % МАКСИМАЛЬНО ДОПУСТИМЕ ЗАТУХАННЯ В СП
disp('% Перевірте ВІРНІСТЬ введення ВИХІДНИХ ДАНИХ')
disp('% При ВІРНИХ ВИХІДНИХ ДАНИХ введіть 1')
disp('% При НЕВІРНИХ ВИХІДНИХ ДАНИХ введіть 0 та ПОВТОРІТЬ введення')
DATA = input('--> ');

```

```

end
disp('%')
disp('%')
disp('% Для продовження натисніть <ENTER>')
pause
disp('%')
disp('%')
disp('% п.2. СИНТЕЗ БІХ-ФІЛЬТРІВ БАТТЕРВОРТА, ЧЕБИШЕВА І та ІІ РОДУ І
ЗОЛОТАРЬОВА-КАУЕРА')
disp('%')
disp('%')
disp('% Для синтезу БІХ-фільтрів ФВЧ натисніть <ENTER>')
pause
WDp = ft/(Fs/2); WDs = fk/(Fs/2); % ГРАНИЧНІ НОРМОВАНІ ЧАСТОТИ СП та СЗ
[R1,WDn1] = buttord(WDp,WDs,rp,rs); % ПОРЯДОК і ЧАСТОТА ЗРІЗУ БІХ-ФІЛЬТРА
ФВЧ БАТТЕРВОРТА
[R2,WDn2] = cheb1ord(WDp,WDs,rp,rs); % ПОРЯДОК і ЧАСТОТА ЗРІЗУ БІХ-ФІЛЬТРА
ФВЧ ЧЕБИШЕВА І РОДУ
[R3,WDn3] = cheb2ord(WDp,WDs,rp,rs); % ПОРЯДОК і ЧАСТОТА ЗРІЗУ БІХ-ФІЛЬТРА
ФВЧ ЧЕБИШЕВА ІІ РОДУ
[R4,WDn4] = ellipord(WDp,WDs,rp,rs); % ПОРЯДОК і ЧАСТОТА ЗРІЗУ БІХ-ФІЛЬТРА
ФВЧ ЗОЛОТАРЬОВА-КАУЕРА
[b1,a1] = butter(R1,WDn1,'high'); % КОЕФІЦІЄНТИ БІХ-ФІЛЬТРА ФВЧ БАТТЕРВОРТА
[b2,a2] = cheby1(R2,rp,WDn2,'high'); % КОЕФІЦІЄНТИ БІХ-ФІЛЬТРА ФВЧ ЧЕБИШЕВА І
РОДУ
[b3,a3] = cheby2(R3,rs,WDn3,'high'); % КОЕФІЦІЄНТИ БІХ-ФІЛЬТРА ФВЧ ЧЕБИШЕВА ІІ
РОДУ
[b4,a4] = cheby2(R4,rs,WDn4,'high'); % КОЕФІЦІЄНТИ БІХ-ФІЛЬТРА ФВЧ ЧЕБИШЕВА та
ЗОЛОТАРЬОВА-КАУЕРА
disp('%')
disp('%')
disp('% Для виведення порядків БІХ-фільтрів ФВЧ натисніть <ENTER>')
pause
disp('%')
disp('%')
disp([' R1 = ' num2str(R1),' R2 = ' num2str(R2),' R3 = ' num2str(R3),' R4 = ' num2str(R4)'])
disp('%')
disp('%')
disp('% Для продовження натисніть <ENTER>')
pause
disp('%')
disp('%')
disp('% п.3. АНАЛІЗ ХАРАКТЕРИСТИК БІХ-ФІЛЬТРІВ ФВЧ')
disp('%')
disp('%')

```

```

disp('% Для виведення ХАРАКТЕРИСТИК БІХ-ФІЛЬТРІВ ФВЧ (ЧОТИРИ ГРАФІЧНІ
ВІКНА) натисніть <ENTER>')
pause
figure('Name','Highpass IIR Filter Butterworth','NumberTitle','off')
plot_iir(b1,a1,Fs) % ХАРАКТЕРИСТИКИ БІХ-ФІЛЬТРА ФВЧ БАТТЕРВОРТА
figure('Name','Highpass IIR Filter Chebyshev I','NumberTitle','off')
plot_iir(b2,a2,Fs) % ХАРАКТЕРИСТИКИ БІХ-ФІЛЬТРА ФВЧ ЧЕБИШЕВА I РОДУ
figure('Name','HighpassIIR Filter Chebyshev II','NumberTitle','off')
plot_iir(b3,a3,Fs) % ХАРАКТЕРИСТИКИ БІХ-ФІЛЬТРА ФВЧ ЧЕБИШЕВА II РОДУ
figure('Name','Highpass IIR Filter Elliptic','NumberTitle','off')
plot_iir(b4,a4,Fs) % ХАРАКТЕРИСТИКИ БІХ-ФІЛЬТРА ФВЧ ЗОЛОТАРЬОВА-КАУЕРА
disp('%')
disp('%')
disp('% Для продовження натисніть <ENTER>')
pause
disp('%')
disp('%')
disp('% п.4. СИНТЕЗ АФП БАТТЕРВОРТА, ЧЕБИШЕВА I та II РОДУ і ЗОЛОТАРЬОВА-
КАУЕРА')
disp('%')
disp('%')
disp('% Для виведення граничних частот АФП ФВЧ СЗ (Fk) та СП (Ft) натисніть
<ENTER>')
pause
disp('%')
disp('%')

$$F_t = (F_s/\pi) * \tan(\pi * f_t / F_s); F_k = (F_s/\pi) * \tan(\pi * f_k / F_s);$$
 % ГРАНИЧНІ ЧАСТОТИ СП та СЗ
АФП
disp([' Fk = ' num2str(Fk), ' Ft = ' num2str(Ft)])
disp('%')
disp('%')
disp('% Для синтезу АФП ФВЧ натисніть <ENTER>')
pause

$$W_p = 2 * \pi * F_t; W_s = 2 * \pi * F_k;$$
 % ГРАНИЧНІ КРУГОВІ ЧАСТОТИ СП та СЗ АФП
[Ra1,Wn1] = buttord(Wp,Ws,rp,rs,'s'); % ПОРЯДОК і ЧАСТОТА ЗРІЗУ АФП ФВЧ
БАТТЕРВОРТА
[Ra2,Wn2] = cheb1ord(Wp,Ws,rp,rs,'s'); % ПОРЯДОК і ЧАСТОТА ЗРІЗУ АФП ФВЧ
ЧЕБИШЕВА I РОДУ
[Ra3,Wn3] = cheb2ord(Wp,Ws,rp,rs,'s'); % ПОРЯДОК і ЧАСТОТА ЗРІЗУ АФП ФВЧ
ЧЕБИШЕВА II РОДУ
[Ra4,Wn4] = ellipord(Wp,Ws,rp,rs,'s'); % ПОРЯДОК і ЧАСТОТА ЗРІЗУ АФП ФВЧ
ЗОЛОТАРЬОВА-КАУЕРА
[bs1,as1] = butter(Ra1,Wn1,'high','s'); % КОЕФІЦІЄНТИ АФП ФВЧ БАТТЕРВОРТА
[bs2,as2] = cheby1(Ra2,rp,Wn2,'high','s'); % КОЕФІЦІЄНТИ АФП ФВЧ ЧЕБИШЕВА I
РОДУ

```

```

[bs3,as3] = cheby2(Ra3,rs,Wn3,'high','s'); % КОЕФІЦІЄНТИ АФП ФВЧ ЧЕБИШЕВА II
РОДУ
[bs4,as4] = ellip(Ra4,rp,rs,Wn4,'high','s'); % КОЕФІЦІЄНТИ АФП ФВЧ ЧЕБИШЕВА I
ЗОЛОТАРЬОВА-КАУЕРА
disp('%')
disp('%')
disp('% Для виведення порядків АФП ФВЧ натисніть <ENTER>')
pause
disp('%')
disp('%')
disp([' Ra1 = ' num2str(Ra1), ' Ra2 = ' num2str(Ra2), ' Ra3 = ' num2str(Ra3), ' Ra4 = '
num2str(Ra4)])
disp('%')
disp('%')
disp('% Для продовження натисніть <ENTER>')
pause
disp('%')
disp('%')
disp('% п.5. ВИВЕДЕННЯ ГРАФІКІВ АЧХ АФП БАТТЕРВОРТА, ЧЕБИШЕВА I та II РОДУ I
ЗОЛОТАРЬОВА-КАУЕРА')
disp('%')
disp('%')
disp('% Для виведення ГРАФІКІВ АЧХ АФП натисніть <ENTER>')
pause
f = 0:((Fs/2)/1000):Fs/2; % СІТКА ЧАСТОТ ДЛЯ ГРАФІКА АЧХ
W = 2.*pi.*f;
Ha1 = freqs(bs1,as1,W); % ЧХ АФП БАТТЕРВОРТА
Ha2 = freqs(bs2,as2,W); % ЧХ АФП ЧЕБИШЕВА I РОДУ
Ha3 = freqs(bs3,as3,W); % ЧХ АФП ЧЕБИШЕВА II РОДУ
Ha4 = freqs(bs4,as4,W); % ЧХ АФП ЗОЛОТАРЬОВА-КАУЕРА
figure('Name','Highpass Analog Filter — Magnitude','NumberTitle','off')
subplot(2,2,1),plot(f,abs(Ha1)),xlabel('f(Hz)'),grid,...
ylabel('MAGNITUDE'),title('Analog Filter Butterworth'),ylim([0 1.2])
subplot(2,2,2),plot(f,abs(Ha2)),xlabel('f(Hz)'),grid,...
ylabel('MAGNITUDE'),title('Analog Filter Chebyshev I'),ylim([0 1.2])
subplot(2,2,3),plot(f,abs(Ha3)),xlabel('f(Hz)'),grid,...
ylabel('MAGNITUDE'),title('Analog Filter Chebyshev II'),ylim([0 1.2])
subplot(2,2,4),plot(f,abs(Ha4)),xlabel('f(Hz)'),grid,...
ylabel('MAGNITUDE'),title('Analog Filter Elliptic'),ylim([0 1.2])
disp('%')
disp('%')
disp('% Для продовження натисніть <ENTER>')
pause
disp('%')
disp('%')

```

```

disp('% п.6. ОПИСАННЯ ВИМОГ ДО АЧХ БІХ-фільтра ЯК ОБ'ЄКТУ fdesign')
disp('%')
disp('%')
disp('% Для виведення ВЛАСТИВОСТЕЙ ОБ'ЄКТУ fdesign натисніть <ENTER>')
pause
MAG_highpass = fdesign.highpass('Fst,Fp,Ast,Ap',fk,ft,rs,rp,[Fs]) % ОБ'ЄКТ fdesign ДЛЯ
ФВЧ
disp('%')
disp('%')
disp('% Для продовження натисніть <ENTER>')
pause
disp('%')
disp('%')
disp('% п.7. СИНТЕЗ БІХ-ФІЛЬТРА ФВЧ ЗОЛОТАРЬОВА-КАУЕРА ЯК ОБ'ЄКТУ dfilt')
disp('%')
disp('%')
disp('% Для виведення ВЛАСТИВОСТЕЙ ОБ'ЄКТУ dfilt натисніть <ENTER>')
pause
F_highpass =
design(MAG_highpass,'ellip','MatchExactly','both','FilterStructure','df2sos') % ФВЧ ЯК
ОБ'ЄКТ dfilt
disp('%')
disp('%')
disp('% Для продовження натисніть <ENTER>')
pause
disp('%')
disp('%')
disp('% п.8. МАСШТАБУВАННЯ В КАСКАДНІЙ СТРУКТУРІ БІХ-ФІЛЬТРА ФВЧ
ЗОЛОТАРЬОВА-КАУЕРА')
disp('%')
disp('%')
disp('% Для виведення ВЛАСТИВОСТЕЙ ОБ'ЄКТУ dfilt після масштабування
натисніть <ENTER>')
pause
F_highpass_scale = scale(F_highpass,'L2') % РЕЗУЛЬТАТ МАСШТАБУВАННЯ
disp('%')
disp('%')
disp('% СИНТЕЗ БІХ-ФІЛЬТРА ФВЧ ЗАВЕРШЕНО')

```

### 3.4.3. Синтез та аналіз БІХ-фільтра СФ

Лістинг script-файлу lr\_03\_pass має такий вигляд:

```

>> type lr_03_pass
script
clc

```

```

clear
disp('% ЛР №3. СИНТЕЗ БІХ-ФИЛЬТРА СФ МЕТОДОМ БІЛІНІЙНОГО Z-
ПЕРЕТВОРЕННЯ')
disp('%')
disp('%')
disp('% п.1. ВВЕДЕННЯ ВИМОГ ДО АЧХ (дБ) СФ')
disp('%')
disp('%')
disp('% Введіть НОМЕР ВАРІАНТУ та ВИМОГИ до АЧХ (дБ)')
DATA=0;
while DATA==0;
Nb = input('Nb = '); % НОМЕР ВАРІАНТУ
Fs = input('Fs = '); % ЧАСТОТА ДИСКРЕТИЗАЦІЇ (Гц)
fk1 = input('fk1 = '); % ГРАНИЧНА ЧАСТОТА СЗ1 (Гц)
ft1 = input('ft1 = '); % ГРАНИЧНА ЧАСТОТА СП1 (Гц)
ft2 = input('ft2 = '); % ГРАНИЧНА ЧАСТОТА СЗ2 (Гц)
fk2 = input('fk2 = '); % ГРАНИЧНА ЧАСТОТА СЗ2 (Гц)
rp = input('rp = '); % МАКСИМАЛЬНО ДОПУСТИМЕ ЗАТУХАННЯ В СП
rs = input('rs = '); % МІНІМАЛЬНО ДОПУСТИМЕ ЗАТУХАННЯ В СЗ
disp('% Перевірте ВІРНІСТЬ введення ВИХІДНИХ ДАНИХ')
disp('% При ВІРНИХ ВИХІДНИХ ДАНИХ введіть 1')
disp('% При НЕВІРНИХ ВИХІДНИХ ДАНИХ введіть 0 та ПОВТОРІТЬ введення')
DATA = input('--> ');
end
disp('%')
disp('%')
disp('% Для продовження натисніть <ENTER>')
pause
disp('%')
disp('%')
disp('% п.2. СИНТЕЗ БІХ-ФІЛЬТРІВ БАТТЕРВОРТА, ЧЕБИШЕВА I та II РОДУ і
ЗОЛОТАРЬОВА-КАУЕРА')
disp('%')
disp('%')
disp('% Для синтезу БІХ-фільтрів СФ натисніть <ENTER>')
pause
ft = [ft1 ft2]; fk = [fk1 fk2]; % ВЕКТОРИ ГРАНИЧНИХ ЧАСТОТ СП та СЗ
WDp = ft/(Fs/2); WDs = fk/(Fs/2); % ВЕКТОРИ ГРАНИЧНИХ НОРМОВАНИХ ЧАСТОТ СП
та СЗ
[R1,WDn1] = buttord(WDp,WDs,rp,rs); % ПОРЯДОК і ЧАСТОТИ ЗРІЗУ БІХ-ФІЛЬТРА СФ
БАТТЕРВОРТА
[R2,WDn2] = cheb1ord(WDp,WDs,rp,rs); % ПОРЯДОК і ЧАСТОТИ ЗРІЗУ БІХ-ФІЛЬТРА
СФ ЧЕБИШЕВА I РОДУ
[R3,WDn3] = cheb2ord(WDp,WDs,rp,rs); % ПОРЯДОК і ЧАСТОТИ ЗРІЗУ БІХ-ФІЛЬТРА
СФ ЧЕБИШЕВА II РОДУ

```



```

[R4,WDn4] = ellipord(WDp,WDs,rp,rs); % ПОРЯДОК і ЧАСТОТИ ЗРІЗУ БІХ-ФІЛЬТРА СФ
ЗОЛОТАРЬОВА-КАУЕРА
[b1,a1] = butter(R1,WDn1); % КОЕФІЦІЄНТИ БІХ-ФІЛЬТРА СФ БАТТЕРВОРТА
[b2,a2] = cheby1(R2,rp,WDn2); % КОЕФІЦІЄНТИ БІХ-ФІЛЬТРА СФ ЧЕБИШЕВА I РОДУ
[b3,a3] = cheby2(R3,rs,WDn3); % КОЕФІЦІЄНТИ БІХ-ФІЛЬТРА СФ ЧЕБИШЕВА II РОДУ
[b4,a4] = ellip(R4,rp,rs,WDn4); % КОЕФІЦІЄНТИ БІХ-ФІЛЬТРА СФ ЗОЛОТАРЬОВА-
КАУЕРА
disp('%')
disp('%')
disp('% Для виведення порядків БІХ-фільтрів СФ натисніть <ENTER>')
pause
disp('%')
disp('%')
disp([' R1 = ' num2str(R1), ' R2 = ' num2str(R2), ' R3 = ' num2str(R3), ' R4 = ' num2str(R4)])
disp('%')
disp('%')
disp('% Для продовження натисніть <ENTER>')
pause
disp('%')
disp('%')
disp('% п.3. АНАЛІЗ ХАРАКТЕРИСТИК БІХ-ФІЛЬТРІВ СФ')
disp('%')
disp('%')
disp('% Для виведення ХАРАКТЕРИСТИК БІХ-ФІЛЬТРІВ СФ (ЧОТИРИ ГРАФІЧНИХ
ВІКНА) натисніть <ENTER>')
pause
figure('Name','Bandpass IIR Filter Butterworth','NumberTitle','off')
plot_iir(b1,a1,Fs) % ХАРАКТЕРИСТИКИ БІХ-ФІЛЬТРА СФ БАТТЕРВОРТА
figure('Name','Bandpass IIR Filter Chebyshov I','NumberTitle','off')
plot_iir(b2,a2,Fs) % ХАРАКТЕРИСТИКИ БІХ-ФІЛЬТРА СФ ЧЕБИШЕВА II РОДУ
figure('Name','Bandpass IIR Filter Chebyshov II','NumberTitle','off')
plot_iir(b3,a3,Fs) % ХАРАКТЕРИСТИКИ БІХ-ФІЛЬТРА СФ ЧЕБИШЕВА II РОДУ
figure('Name','Bandpass IIR Filter Elliptic','NumberTitle','off')
plot_iir(b4,a4,Fs) % ХАРАКТЕРИСТИКИ БІХ-ФІЛЬТРА СФ ЗОЛОТАРЬОВА-КАУЕРА
disp('%')
disp('%')
disp('% Для продовження натисніть <ENTER>')
pause
disp('%')
disp('%')
disp('% п.4. СИНТЕЗ АФП БАТТЕРВОРТА, ЧЕБИШЕВА I та II РОДУ і ЗОЛОТАРЬОВА-
КАУЕРА')
disp('%')
disp('%')

```

```

disp('% Для виведення граничних частот АФП СФ СЗ1 (Fk1), СП1 (Ft1), СП2 (Ft2) та
СЗ2 (Fk2) натисніть <ENTER>')
pause
disp('%')
disp('%')
ft = [ft1 ft2]; fk = [fk1 fk2]; % ВЕКТОРИ ГРАНИЧНИХ ЧАСТОТ СП та СЗ БІХ-ФІЛЬТРА
Ft = (Fs/pi)*tan(pi*ft/Fs); Fk = (Fs/pi)*tan(pi*fk/Fs); % ВЕКТОРИ ГРАНИЧНИХ ЧАСТОТ
СП та СЗ АФП
disp([' Fk1 = ' num2str(Fk(1)), ' Ft1 = ' num2str(Ft(1)), ' Ft2 = ' num2str(Ft(2)), ' Fk2 = '
num2str(Fk(2))])
disp('%')
disp('%')
disp('% Для синтезу АФП СФ натисніть <ENTER>')
pause
Wp = 2.*pi.*Ft; Ws = 2.*pi.*Fk; % ВЕКТОРИ ГРАНИЧНИХ КРУГОВИХ ЧАСТОТ СП та СЗ
АФП
[Ra1,Wn1] = buttord(Wp,Ws,rp,rs,'s'); % ПОРЯДОК і ЧАСТОТИ ЗРІЗУ АФП СФ
БАТТЕРВОРТА
[Ra2,Wn2] = cheb1ord(Wp,Ws,rp,rs,'s');% ПОРЯДОК і ЧАСТОТИ ЗРІЗУ АФП СФ
ЧЕБИШЕВА I РОДУ
[Ra3,Wn3] = cheb2ord(Wp,Ws,rp,rs,'s');% ПОРЯДОК і ЧАСТОТИ ЗРІЗУ АФП СФ
ЧЕБИШЕВА II РОДУ
[Ra4,Wn4] = ellipord(Wp,Ws,rp,rs,'s');% ПОРЯДОК і ЧАСТОТИ ЗРІЗУ АФП СФ
ЗОЛОТАРЬОВА-КАУЕРА
[bs1,as1] = butter(Ra1,Wn1,'s'); % КОЕФІЦІЄНТИ АФП СФ БАТТЕРВОРТА
[bs2,as2] = cheby1(Ra2,rp,Wn2,'s'); % КОЕФІЦІЄНТИ АФП СФ ЧЕБИШЕВА I РОДУ
[bs3,as3] = cheby2(Ra3,rs,Wn3,'s'); % КОЕФІЦІЄНТИ АФП СФ ЧЕБИШЕВА II РОДУ
[bs4,as4] = ellip(Ra4,rp,rs,Wn4,'s'); % КОЕФІЦІЄНТИ АФП СФ ЗОЛОТАРЬОВА-КАУЕРА
disp('%')
disp('%')
disp('% Для виведення порядків АФП СФ натисніть <ENTER>')
pause
disp('%')
disp('%')
disp([' Ra1 = ' num2str(Ra1), ' Ra2 = ' num2str(Ra2), ' Ra3 = ' num2str(Ra3), ' Ra4 = '
num2str(Ra4)])
disp('%')
disp('%')
disp('% Для продовження натисніть <ENTER>')
pause
disp('%')
disp('%')
disp('% п.5. ВИВЕДЕННЯ ГРАФІКІВ АЧХ АФП БАТТЕРВОРТА, ЧЕБИШЕВА I та II РОДУ і
ЗОЛОТАРЬОВА-КАУЕРА')
disp('%')

```

```

disp('%')
disp('% Для виведення ГРАФІКІВ АЧХ АФП натисніть <ENTER>')
pause
f = 0:((Fs/2)/1000):Fs/2; % СІТКА ЧАСТОТ ДЛЯ ГРАФІКА АЧХ
W = 2.*pi.*f;
Ha1 = freqs(bs1,as1,W); % ЧХ АФП БАТТЕРВОРТА
Ha2 = freqs(bs2,as2,W); % ЧХ АФП ЧЕБИШЕВА I РОДУ
Ha3 = freqs(bs3,as3,W); % ЧХ АФП ЧЕБИШЕВА II РОДУ
Ha4 = freqs(bs4,as4,W); % ЧХ АФП ЗОЛОТАРЬОВА-КАУЕРА
figure('Name','Bandpass Analog Filter – Magnitude','NumberTitle','off')
subplot(2,2,1),plot(f,abs(Ha1)),xlabel('f(Hz)'),grid,...
ylabel('MAGNITUDE'),title('Analog Filter Butterworth'),ylim([0 1.2])
subplot(2,2,2),plot(f,abs(Ha2)),xlabel('f(Hz)'),grid,...
ylabel('MAGNITUDE'),title('Analog Filter Chebyshev I'),ylim([0 1.2])
subplot(2,2,3),plot(f,abs(Ha3)),xlabel('f(Hz)'),grid,...
ylabel('MAGNITUDE'),title('Analog Filter Chebyshev II'),ylim([0 1.2])
subplot(2,2,4),plot(f,abs(Ha4)),xlabel('f(Hz)'),grid,...
ylabel('MAGNITUDE'),title('Analog Filter Elliptic'),ylim([0 1.2])
disp('%')
disp('%')
disp('% Для продовження натисніть <ENTER>')
pause
disp('%')
disp('%')
disp('% п.6. ОПИСАННЯ ВИМОГ ДО АЧХ БІХ-фільтра ЯК ОБ'ЄКТА fdesign')
disp('%')
disp('%')
disp('% Для виведення ВЛАСТИВОСТЕЙ ОБ'ЄКТУ fdesign натисніть <ENTER>')
pause
MAG_bandpass =
fdesign.bandpass('Fst1,Fp1,Fp2,Fst2,Ast1,Ap,Ast2',fk1,ft1,ft2,fk2,rs,rp,rs,[Fs]) % ОБ'ЄКТ
fdesign ДЛЯ СФ
disp('%')
disp('%')
disp('% Для продовження натисніть <ENTER>')
pause
disp('%')
disp('%')
disp('% п.7. СИНТЕЗ БІХ-ФІЛЬТРА СФ ЗОЛОТАРЬОВА-КАУЕРА ЯК ОБ'ЄКТА dfilt')
disp('%')
disp('%')
disp('% Для виведення ВЛАСТИВОСТЕЙ ОБ'ЄКТУ dfilt натисніть <ENTER>')
pause

```

```

F_bandpass
design(MAG_bandpass,'ellip','MatchExactly','both','FilterStructure','df2sos') % СФ ЯК
ОБ'ЄКТ dfilt
disp('%')
disp('%')
disp('% Для продовження натисніть <ENTER>')
pause
disp('%')
disp('%')
disp('% п.8. МАСШТАБУВАННЯ В КАСКАДНІЙ СТРУКТУРІ БІХ-ФІЛЬТРА СФ
ЗОЛОТАРЬОВА-КАУЕРА')
disp('%')
disp('%')
disp('% Для виведення ВЛАСТИВОСТЕЙ ОБ'ЄКТУ dfilt після масштабування
натисніть <ENTER>')
pause
F_bandpass_scale = scale(F_bandpass) % РЕЗУЛЬТАТ МАСШТАБУВАННЯ
disp('%')
disp('%')
disp('% СИНТЕЗ БІХ-ФІЛЬТРА СФ ЗАВЕРШЕНО')

```

### 3.4.4. Синтез та аналіз БІХ-фільтра РФ

Лістинг script-файлу lr\_03\_stop має такий вигляд:

```

>> type lr_03_stop
script
clc
clear
disp('% ЛР №3. СИНТЕЗ БІХ-ФІЛЬТРА РФ МЕТОДОМ БІЛІНІЙНОГО Z-
ПЕРЕТВОРЕННЯ')
disp('%')
disp('%')
disp('% п.1. ВВЕДЕННЯ ВИМОГ ДО АЧХ (дБ) РФ')
disp('%')
disp('%')
disp('% Введіть НОМЕР ВАРІАНТУ та ВИМОГИ до АЧХ (дБ)')
DATA=0;
while DATA==0;
Nb = input('Nb = '); % НОМЕР ВАРІАНТУ
Fs = input('Fs = '); % ЧАСТОТА ДИСКРЕТИЗАЦІЇ в Гц
ft1 = input('ft1 = '); % ГРАНИЧНА ЧАСТОТА СП1 в Гц
fk1 = input('fk1 = '); % ГРАНИЧНА ЧАСТОТА С31 в Гц
fk2 = input('fk2 = '); % ГРАНИЧНА ЧАСТОТА С32 в Гц
ft2 = input('ft2 = '); % ГРАНИЧНА ЧАСТОТА С32 в Гц
rp = input('rp = '); % МАКСИМАЛЬНО ДОПУСТИМЕ ЗАТУХАННЯ В СП

```

```

rs = input('rs = '); % МІНІМАЛЬНО ДОПУСТИМЕ ЗАТУХАННЯ В СЗ
disp('% Перевірте ВІРНІСТЬ введення ВИХІДНИХ ДАНИХ')
disp('% При ВІРНИХ ВИХІДНИХ ДАНИХ введіть 1')
disp('% При НЕВІРНИХ ВИХІДНИХ ДАНИХ введіть 0 і ПОВТОРІТЬ введення')
DATA = input('--> ');
end
disp('%')
disp('%')
disp('% Для продовження натисніть <ENTER>')
pause
disp('%')
disp('%')
disp('% п.2. СИНТЕЗ БІХ-ФІЛЬТРІВ БАТТЕРВОРТА, ЧЕБИШЕВА I та II РОДУ і
ЗОЛОТАРЬОВА-КАУЕРА')
disp('%')
disp('%')
disp('% Для синтезу БІХ-фільтрів РФ натисніть <ENTER>')
pause
ft = [ft1 ft2]; fk = [fk1 fk2]; % ВЕКТОРИ ГРАНИЧНИХ ЧАСТОТ СП та СЗ
WDp = ft/(Fs/2); WDs = fk/(Fs/2); % ВЕКТОРИ ГРАНИЧНИХ НОРМОВАНИХ ЧАСТОТ СП
та СЗ
[R1,WDn1] = buttord(WDp,WDs,rp,rs); % ПОРЯДОК і ЧАСТОТИ ЗРІЗУ БІХ-ФІЛЬТРА РФ
БАТТЕРВОРТА
[R2,WDn2] = cheb1ord(WDp,WDs,rp,rs); % ПОРЯДОК і ЧАСТОТИ ЗРІЗУ БІХ-ФІЛЬТРА
РФ ЧЕБИШЕВА I РОДУ
[R3,WDn3] = cheb2ord(WDp,WDs,rp,rs); % ПОРЯДОК і ЧАСТОТИ ЗРІЗУ БІХ-ФІЛЬТРА
РФ ЧЕБИШЕВА II РОДУ
[R4,WDn4] = ellipord(WDp,WDs,rp,rs); % ПОРЯДОК і ЧАСТОТИ ЗРІЗУ БІХ-ФІЛЬТРА РФ
ЗОЛОТАРЬОВА-КАУЕРА
[b1,a1] = butter(R1,WDn1,'stop'); % КОЕФІЦІЄНТИ БІХ-ФІЛЬТРА РФ БАТТЕРВОРТА
[b2,a2] = cheby1(R2,rp,WDn2,'stop'); % КОЕФІЦІЄНТИ БІХ-ФІЛЬТРА РФ ЧЕБИШЕВА I
РОДУ
[b3,a3] = cheby2(R3,rs,WDn3,'stop'); % КОЕФІЦІЄНТИ БІХ-ФІЛЬТРА РФ ЧЕБИШЕВА II
РОДУ
[b4,a4] = ellip(R4,rp,rs,WDn4,'stop'); % КОЕФІЦІЄНТИ БІХ-ФІЛЬТРА РФ
ЗОЛОТАРЬОВА-КАУЕРА
disp('%')
disp('%')
disp('% Для виведення порядків БІХ-фільтрів РФ натисніть <ENTER>')
pause
disp('%')
disp('%')
disp([' R1 = ' num2str(R1), ' R2 = ' num2str(R2), ' R3 = ' num2str(R3), ' R4 = ' num2str(R4)])
disp('%')
disp('%')

```

```

disp('% Для продовження натисніть <ENTER>')
pause
disp('%')
disp('%')
disp('% п.3. АНАЛІЗ ХАРАКТЕРИСТИК БІХ-ФІЛЬТРІВ РФ')
disp('%')
disp('%')
disp('% Для виведення ХАРАКТЕРИСТИК БІХ-ФІЛЬТРІВ РФ (ЧОТИРИ ГРАФІЧНІ ВІКНА)
натисніть <ENTER>')
pause
figure('Name','Bandstop IIR Filter Butterworth','NumberTitle','off')
plot_iir(b1,a1,Fs) % ХАРАКТЕРИСТИКИ БІХ-ФІЛЬТРА РФ БАТТЕРВОРТА
figure('Name','Bandstop IIR Filter Chebyshov I','NumberTitle','off')
plot_iir(b2,a2,Fs) % ХАРАКТЕРИСТИКИ БІХ-ФІЛЬТРА РФ ЧЕБИШЕВА I РОДУ
figure('Name','Bandstop IIR Filter Chebyshov II','NumberTitle','off')
plot_iir(b3,a3,Fs) % ХАРАКТЕРИСТИКИ БІХ-ФІЛЬТРА РФ ЧЕБИШЕВА II РОДУ
figure('Name','Bandstop IIR Filter Elliptic','NumberTitle','off')
plot_iir(b4,a4,Fs) % ХАРАКТЕРИСТИКИ БІХ-ФІЛЬТРА РФ ЗОЛОТАРЬОВА-КАУЕРА
disp('%')
disp('%')
disp('% Для продовження натисніть <ENTER>')
pause
disp('%')
disp('%')
disp('% п.4. СИНТЕЗ АФП БАТТЕРВОРТА, ЧЕБИШЕВА I та II РОДУ і ЗОЛОТАРЬОВА-
КАУЕРА')
disp('%')
disp('%')
disp('% Для виведення граничних частот АФП РФ СП1 (Ft1), СЗ1 (Fk1), СЗ2 (Fk2) та
СП2 (Ft2) натисніть <ENTER>')
pause
disp('%')
disp('%')
ft = [ft1 ft2]; fk = [fk1 fk2]; % ВЕКТОРИ ГРАНИЧНИХ ЧАСТОТ СП та СЗ БІХ-ФІЛЬТРА
Ft = (Fs/pi)*tan(pi*ft/Fs); Fk = (Fs/pi)*tan(pi*fk/Fs); % ВЕКТОРИ ГРАНИЧНИХ ЧАСТОТ
СП та СЗ АФП
disp([' Ft1 = ' num2str(Ft(1)),' Fk1 = ' num2str(Fk(1)),' Fk2 = ' num2str(Fk(2)),' Ft2 = '
num2str(Ft(2))])
disp('%')
disp('%')
disp('% Для синтезу АФП РФ натисніть <ENTER>')
pause
Wp = 2.*pi.*Ft; Ws = 2.*pi.*Fk; % ВЕКТОРИ ГРАНИЧНИХ КРУГОВИХ ЧАСТОТ СП та СЗ
АФП

```

```

[Ra1,Wn1] = buttord(Wp,Ws,rp,rs,'s'); % ПОРЯДОК і ЧАСТОТИ ЗРІЗУ АФП РФ
БАТТЕРВОРТА
[Ra2,Wn2] = cheb1ord(Wp,Ws,rp,rs,'s'); % ПОРЯДОК і ЧАСТОТИ ЗРІЗУ АФП РФ
ЧЕБИШЕВА I РОДУ
[Ra3,Wn3] = cheb2ord(Wp,Ws,rp,rs,'s'); % ПОРЯДОК і ЧАСТОТИ ЗРІЗУ АФП РФ
ЧЕБИШЕВА II РОДУ
[Ra4,Wn4] = ellipord(Wp,Ws,rp,rs,'s'); % ПОРЯДОК і ЧАСТОТИ ЗРІЗУ АФП РФ
ЗОЛОТАРЬОВА-КАУЕРА
[bs1,as1] = butter(Ra1,Wn1,'stop','s'); % КОЕФІЦІЄНТИ АФП РФ БАТТЕРВОРТА
[bs2,as2] = cheby1(Ra2,rp,Wn2,'stop','s'); % КОЕФІЦІЄНТИ АФП РФ ЧЕБИШЕВА I РОДУ
[bs3,as3] = cheby2(Ra3,rs,Wn3,'stop','s'); % КОЕФІЦІЄНТИ АФП РФ ЧЕБИШЕВА II РОДУ
[bs4,as4] = ellip(Ra4,rp,rs,Wn4,'stop','s'); % КОЕФІЦІЄНТИ АФП РФ
ЗОЛОТАРЬОВА-КАУЕРА
disp('%')
disp('%')
disp('% Для виведення порядків АФП РФ натисніть <ENTER>')
pause
disp('%')
disp('%')
disp('%')
disp([' Ra1 = ' num2str(Ra1),' Ra2 = ' num2str(Ra2),' Ra3 = ' num2str(Ra3),' Ra4 = '
num2str(Ra4)])
disp('%')
disp('%')
disp('% Для продовження натисніть <ENTER>')
pause
disp('%')
disp('%')
disp('% п.5. ВИВЕДЕННЯ ГРАФІКІВ АЧХ АФП БАТТЕРВОРТА, ЧЕБИШЕВА I та II РОДУ і
ЗОЛОТАРЬОВА-КАУЕРА')
disp('%')
disp('%')
disp('% Для виведення ГРАФІКІВ АЧХ АФП натисніть <ENTER>')
pause
f = 0 : ((Fs/2)/1000):Fs/2; % СІТКА ЧАСТОТ ДЛЯ ГРАФІКА АЧХ
W = 2.*pi.*f;
Ha1 = freqs(bs1,as1,W); % ЧХ АФП БАТТЕРВОРТА
Ha2 = freqs(bs2,as2,W); % ЧХ АФП ЧЕБИШЕВА I РОДУ
Ha3 = freqs(bs3,as3,W); % ЧХ АФП ЧЕБИШЕВА II РОДУ
Ha4 = freqs(bs4,as4,W); % ЧХ АФП ЗОЛОТАРЬОВА-КАУЕРА
figure('Name','Bandstop Analog Filter – Magnitude','NumberTitle','off')
subplot(2,2,1),plot(f,abs(Ha1)),xlabel('f(Hz)'),grid,...
ylabel('MAGNITUDE'),title('Analog Filter Butterworth'),ylim([0 1.2])
subplot(2,2,2),plot(f,abs(Ha2)),xlabel('f(Hz)'),grid,...
ylabel('MAGNITUDE'),title('Analog Filter Chebyshov I'),ylim([0 1.2])
subplot(2,2,3),plot(f,abs(Ha3)),xlabel('f(Hz)'),grid,...

```

```

ylabel('MAGNITUDE'),title('Analog Filter Chebyshev II'),ylim([0 1.2])
subplot(2,2,4),plot(f,abs(Ha4)),xlabel('f(Hz)'),grid,...
ylabel('MAGNITUDE'),title('Analog Filter Elliptic'),ylim([0 1.2])
disp('%')
disp('%')
disp('% Для продовження натисніть <ENTER>')
pause
disp('%')
disp('%')
disp('% п.6. ОПИСАННЯ ВИМОГ ДО АЧХ БІХ-фільтра ЯК ОБ'ЄКТА fdesign')
disp('%')
disp('%')
disp('% Для виведення ВЛАСТИВОСТЕЙ ОБ'ЄКТУ fdesign натисніть <ENTER>')
pause
MAG_bandstop =
fdesign.bandstop('Fp1,Fst1,Fst2,Fp2,Ap1,Ast,Ap2',ft1,fk1,fk2,ft2,rp,rs,rp,[Fs]) % ОБ'ЄКТ
fdesign ДЛЯ РФ
disp('%')
disp('%')
disp('% Для продовження натисніть <ENTER>')
pause
disp('%')
disp('%')
disp('% п.7. СИНТЕЗ БІХ-ФІЛЬТРА РФ ЗОЛОТАРЬОВА-КАУЕРА ЯК ОБ'ЄКТУ dfilt')
disp('%')
disp('%')
disp('% Для виведення ВЛАСТИВОСТЕЙ ОБ'ЄКТУ dfilt натисніть <ENTER>')
pause
F_bandstop =
design(MAG_bandstop,'ellip','MatchExactly','both','FilterStructure','df2sos') % РФ ЯК
ОБ'ЄКТ dfilt
disp('%')
disp('%')
disp('% Для продовження натисніть <ENTER>')
pause
disp('%')
disp('%')
disp('% п.8. МАСШТАБУВАННЯ В КАСКАДНІЙ СТРУКТУРІ БІХ-ФІЛЬТРА РФ
ЗОЛОТАРЬОВА-КАУЕРА')
disp('%')
disp('%')
disp('% Для виведення ВЛАСТИВОСТЕЙ ОБ'ЄКТУ dfilt після масштабування
натисніть <ENTER>')
pause
F_bandstop_scale = scale(F_bandstop,'L2') % РЕЗУЛЬТАТ МАСШТАБУВАННЯ

```



```

disp('%')
disp('%')
disp('% СИНТЕЗ БІХ-ФІЛЬТРА РФ ЗАВЕРШЕНО')

```

### 3.4.5. Використовувані зовнішні функції

В script-файлах lr\_03\_low, lr\_03\_high, lr\_03\_pass та lr\_03\_stop використовується зовнішня функція plot\_iir, призначена для виведення графіків ІХ, АЧХ, ФЧХ та карти нулів і полюсів БІХ-фільтра.

```

function plot_iir(b,a,Fs)
% Виведення графіків АЧХ, ФЧХ, ІХ та карти нулів і полюсів БІХ-фільтра
%
% b – вектор коефіцієнтів чисельника передавальної функції
% a – вектор коефіцієнтів знаменника передавальної функції
% Fs – частота дискретизації (Гц)
%
% M – довжина ІХ БІХ-фільтра, обмежена до 50-ти відліків
% n – вектор дискретного нормованого часу
% h – вектор відліків ІХ
% f – сітка частот (Гц) для розрахунку АЧХ та ФЧХ
% H – частотна характеристика
% MAG та PHASE – АЧХ та ФЧХ
%
M = 50;
n = 0:(M-1);
h = impz(b,a,M);
f = 0:((Fs/2)/1000):Fs/2;
H = freqz(b,a,f,Fs);
MAG = abs(H);
PHASE = phase(H);
subplot(2,2,1), plot(f,MAG), xlabel('f (Hz)')
title('MAGNITUDE'), grid, ylim([0 1.2])
subplot(2,2,2), zplane(b,a), title('Z-plane zero-pole plot'), grid
subplot(2,2,3), plot(f,PHASE), xlabel('f (Hz)')
title('PHASE'), grid
subplot(2,2,4), stem(n,h,'fill','MarkerSize',3)
xlabel('n'), title('Impulse Response'), grid

```

### 3.5. Звіт та контрольні питання

Звіт оформлюється в редакторі MS Word та містить вихідні дані й результати виконання кожного пункту завдання, включаючи заповнену таблицю 3.7, створені графіки (копіюються за командою **Edit | Copy Figure** у вікні **Figure**), описання структур БІХ-фільтрів як об'єктів dfilter, що копіюються з вікна **Command Window** (шрифт

Courier New), а також відповіді на поставлені питання (шрифт Times New Roman).

Захист лабораторної роботи проводиться на основі представленого звіту та контрольних питань з даного списку:

1. Дайте визначення порядку БХ-фільтра.
2. Як визначити стійкість БХ-фільтра?
3. Чи можна синтезувати БХ-фільтр з лінійною ФЧХ?
4. Запишіть передавальну функцію та різницеве рівняння БХ-фільтра.
5. Дайте визначення характеристики затухання АЧХ (дБ).
6. Що входить до вимог до характеристик затухання БХ-фільтра?
7. Перерахуйте основні етапи процедури синтезу БХ-фільтра методом білінійного Z-перетворення.
8. Дайте визначення частоти зрізу.
9. Як зв'язані граничні частоти АЧХ аналогового фільтра-прототипу (АФП) з граничними частотами АЧХ БХ-фільтра?
10. Назвіть чотири типи БХ-фільтрів та поясніть вигляд їх АЧХ.
11. Що відображає структура ЦФ і чим визначається її вигляд?
12. Якому типу передавальної функції відповідає каскадна структура БХ-фільтра?
13. Яку структуру можуть мати бікватратні ланки в каскадній структурі?
14. Для чого виконується розстановка і масштабування ланок?

### **3.6. Література**

1. Оппенгейм А., Шафер Р. Цифровая обработка сигналов. – М.: Техносфера, 2012. – 1046 с. – ISBN: 978-5-94836-329-5.
2. Сергиенко А.Б. Цифровая обработка сигналов. – СПб.: БХВ-Петербург, 2011. – 758 с. – ISBN: 978-5-9775-0606-9.
3. Солонина А.И., Улахович Д.А., Арбузов С.М., Соловьёва Е.Б. Основы цифровой обработки сигналов. 2-е изд. – СПб.: БХВ-Петербург, 2005. – 334 с.
4. Солонина А.И., Клионский Д.М., Меркучева Т.В., Перов С.Н. Цифровая обработка сигналов и MATLAB. – СПб.: БХВ-Петербург, 2013. – 512 с. – ISBN: 978-5-9775-0919-0.
5. Сигорский В. П., Петренко А. И. Основы теории электронных схем. – К.: Техника, 1987. – 609 с.
6. Солонина А.И., Арбузов С.М. Цифровая обработка сигналов.

Моделирование в MATLAB. – СПб.: БХВ-Петербург, 2008. - 816 с. – ISBN 978-5-9775-0259-7.

7. Рудик А.В. Вплив високочастотної фільтрації на фазові флуктуації. – Найновите постиження на європейската наука-2011. Матеріали 7-ої міжнародної НПК. – Софія, Бял ГРАД-БГ ООД, 2011. – Т.42. – С.39÷41.

8. Рудик А.В., Семенов А.О., Семенова О.О. Використання фільтрів Калмана для обробки шумових процесів. – Інтегровані інтелектуальні робототехнічні комплекси-2013. Матеріали 6-ої міжнародної НПК. – Київ, НАУ, 2013. – С. 202÷204.

### 3.7. Результати виконання лабораторної роботи (варіант №30)

#### 1. Проектування БІХ-фільтрів типу ФНЧ методом білінійного Z-перетворення та моделювання їх характеристик.

1. Введення вимог до АЧХ ФНЧ.

$$N_B = 30;$$

$$f_D = 5000 + 100N_B = 5000 + 100 \cdot 30 = 8000 \text{ Гц};$$

$$f_x = 0.1f_D + 20N_B = 0.1 \cdot 8000 + 20 \cdot 30 = 1400 \text{ Гц};$$

$$f_k = 0.1f_D + 250 + 25N_B = 0.1 \cdot 8000 + 250 + 25 \cdot 30 = 1800 \text{ Гц};$$

$$a_{\max} = 0.4455 \text{ дБ};$$

$$a_{\min} = 40 \text{ дБ};$$

2. Синтез БІХ-фільтрів Баттерворта, Чебишева I та II роду і Золотарьова-Кауера типу ФНЧ, який виконується за два етапи:

- обчислення порядку та частот зрізу БІХ-фільтра;
- синтез БІХ-фільтра.

Виведені значення порядків БІХ-фільтрів типу ФНЧ заносимо до табл. 3.7.1.

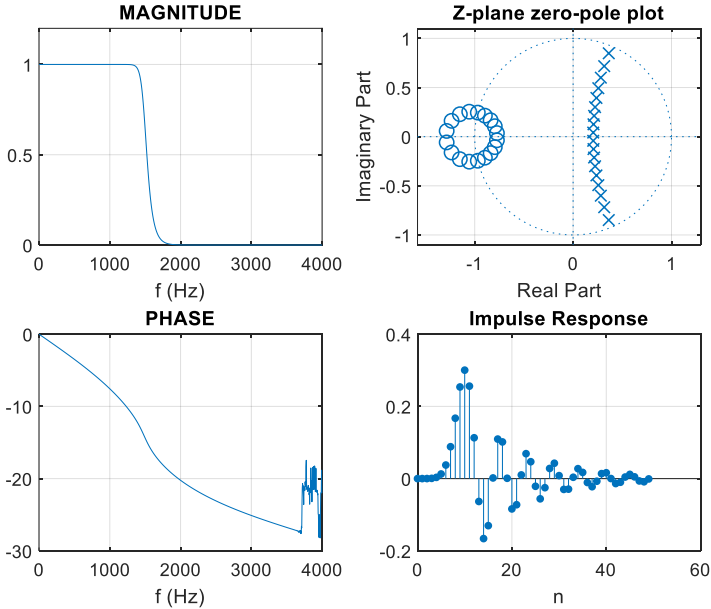
Таблиця 3.7.1. Результати синтезу БІХ-фільтрів та АФП

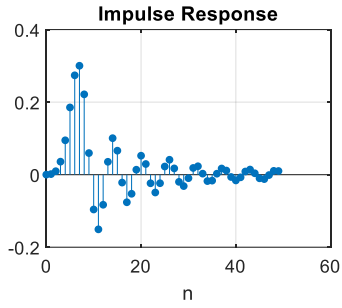
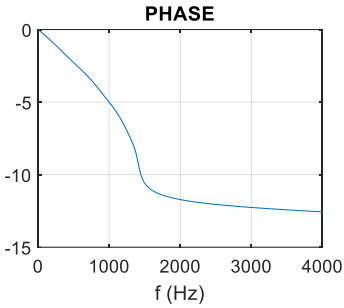
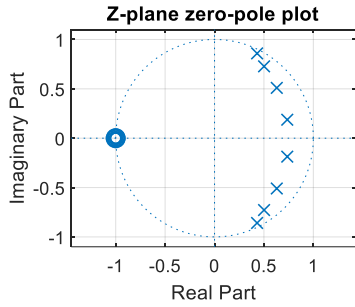
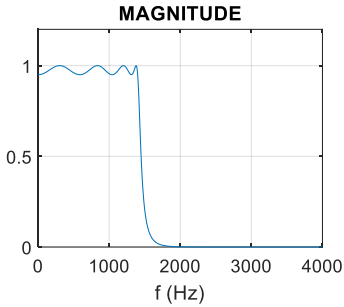
Тип вибіркової фільтра	Тип і порядок БІХ-фільтра			
	Баттерворта	Чебишева I роду	Чебишева II роду	Золотарьова-Кауера
	R1	R2	R3	R4
ФНЧ	18	8	8	5

ФВЧ	18	8	8	5
СФ	10	6	6	4
РФ	10	6	6	4

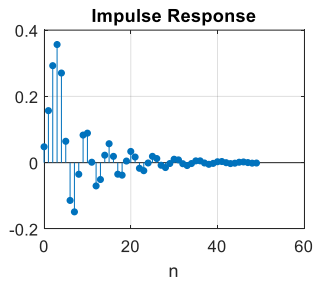
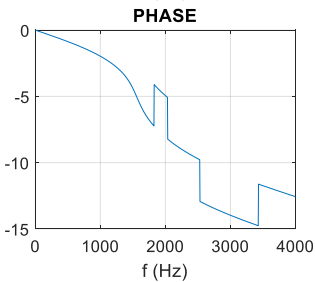
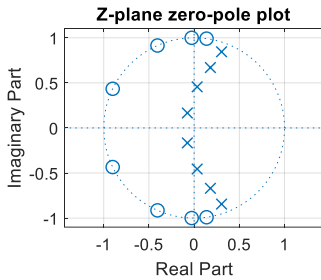
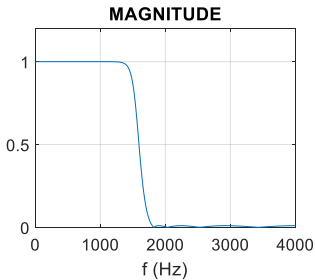
3. Аналіз характеристик БІХ-фільтрів Баттерворта, Чебишева I та II роду і Золотарьова-Кауера.

Для виведення графіків АЧХ, ФЧХ, ІХ (50 відліків) та карти нулів і полюсів БІХ-фільтрів ФНЧ використовується function-файл `plot_iir` (див. розділ 3.4.5).

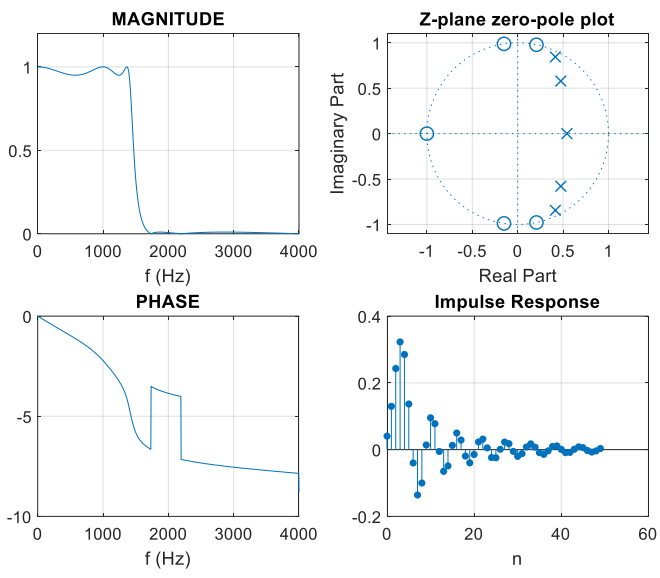




6)



B)



г)

Рис. 3.1. Графіки АЧХ, ФЧХ, ІХ (50 відліків) та карти нулів і полюсів БІХ-фільтрів ФНЧ типу Баттерворта (а), Чебишева I (б) та II (в) роду и Золотарьова-Кауера (г)

4. Синтез АФП Баттерворта, Чебишева I та II роду і Золотарьова-Кауера:

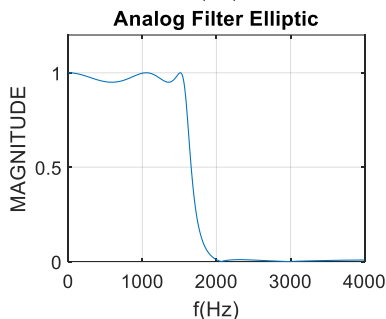
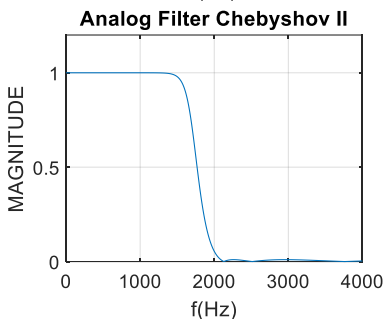
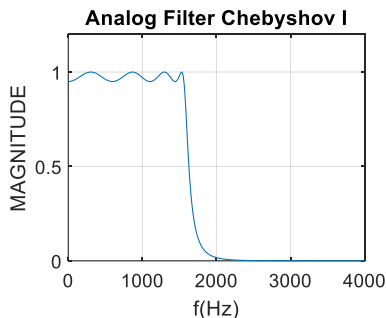
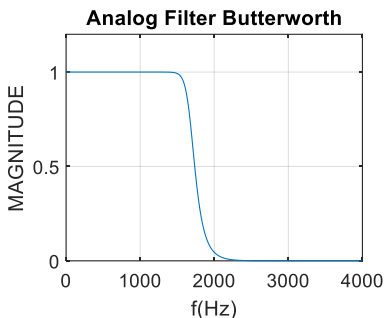
- частоти зрізу АФП:

$$F_t = 1560.4844 \text{ Гц}; \quad F_k = 2174.8986 \text{ Гц};$$

- порядок фільтрів різного типу:

$$Ra_1 = 18; \quad Ra_2 = 8; \quad Ra_3 = 8; \quad Ra_4 = 5.$$

5. Графіки АЧХ ФНЧ АФП Баттерворта, Чебишева I та II роду і Золотарьова-Кауера в основній смузі частот  $[0; f_d/2]$ , обчислені за допомогою функції `freqs`.



6. Вимоги до АЧХ БІХ-фільтра ФНЧ як об'єкта fdesign:

MAG\_lowpass =

lowpass with properties:

Response: 'Lowpass'

Specification: 'Fp,Fst,Ap,Ast'

Description: {4×1 cell}

NormalizedFrequency: 0

Fs: 8000

Fpass: 1400

Fstop: 1800

Apass: 0.4455

Astop: 40

7. Синтез БІХ-фільтра ФНЧ Золотарьова-Кауера як об'єкта dfilt на основі об'єкта fdesign:

F\_lowpass =

FilterStructure: 'Direct-Form II, Second-Order Sections'

Arithmetic: 'double'

sosMatrix: [3x6 double]

ScaleValues:  
[0.322159618305845;0.265421241236462;0.472588038457141;1]  
OptimizeScaleValues: true  
PersistentMemory: false

8. Масштабування в каскадній структурі БІХ-фільтра ФНЧ Золотарьова-Кауера:

F\_lowpass\_scale =  
FilterStructure: 'Direct-Form II, Second-Order Sections'  
Arithmetic: 'double'  
sosMatrix: [3x6 double]  
ScaleValues: [0.457612824253659;1;1;1]  
OptimizeScaleValues: true  
PersistentMemory: false

## ***2. Проектування БІХ-фільтрів типу ФВЧ методом білінійного Z-перетворення та моделювання їх характеристик.***

1. Введення вимог до АЧХ ФВЧ.

$$N_B = 30;$$

$$f_d = 5000 + 100N_B = 5000 + 100 \cdot 30 = 8000 \text{ Гц};$$

$$f_k = 0.1f_d + 20N_B = 0.1 \cdot 8000 + 20 \cdot 30 = 1400 \text{ Гц};$$

$$f_x = 0.1f_d + 250 + 25N_B = 0.1 \cdot 8000 + 250 + 25 \cdot 30 = 1800 \text{ Гц};$$

$$a_{\min} = 40 \text{ дБ};$$

$$a_{\max} = 0.4455 \text{ дБ};$$

2. Синтез БІХ-фільтрів Баттерворта, Чебишева I та II роду і Золотарьова-Кауера типу ФВЧ, який виконується за два етапи:

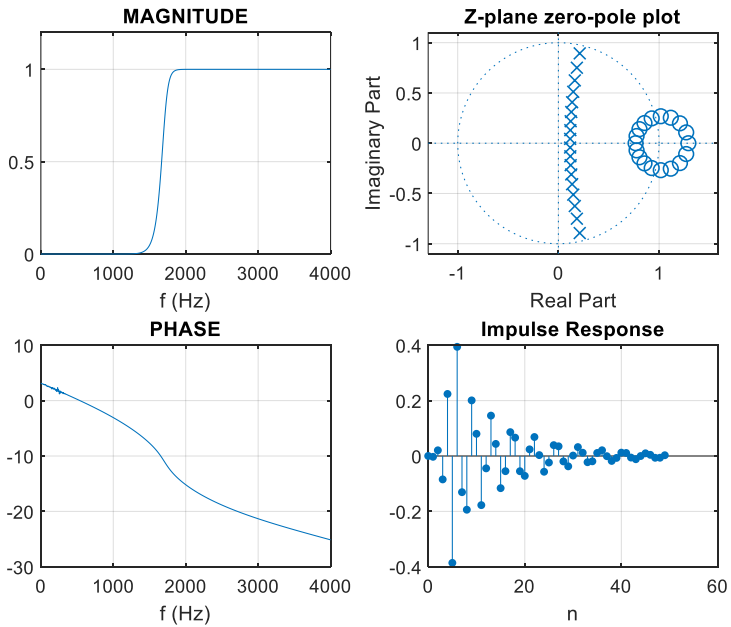
- обчислення порядку та частот зрізу БІХ-фільтра;
- синтез БІХ-фільтра.

Виведені значення порядків БІХ-фільтрів типу ФВЧ заносимо до табл. 3.7.1.

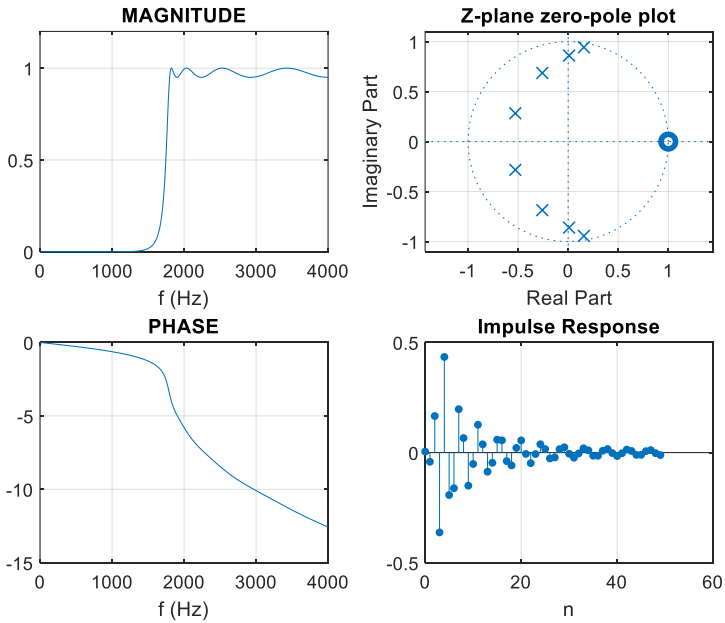
3. Аналіз характеристик БІХ-фільтрів Баттерворта, Чебишева I та II роду і Золотарьова-Кауера.

Для виведення графіків АЧХ, ФЧХ, ІХ (50 відліків) та карти нулів і полюсів БІХ-фільтрів ФВЧ використовується function-файл plot\_iir (див. розділ 3.4.5).





a)



b)

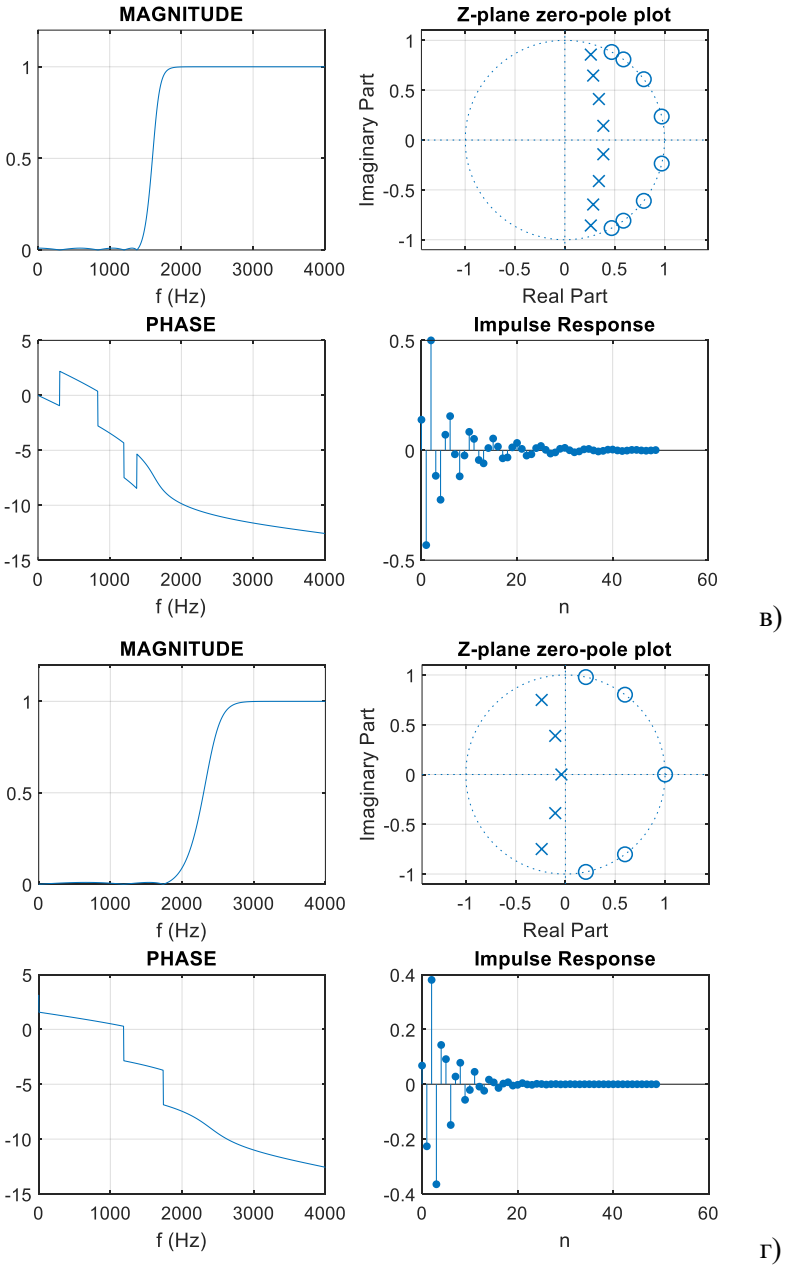


Рис. 3.2. Графіки АЧХ, ФЧХ, ІХ (50 відліків) та карти нулів і полюсів

БІХ-фільтрів ФВЧ типу Баттерворта (а), Чебишева I (б) та II (в) роду и Золотарьова-Кауера (г)

4. Синтез АФП Баттерворта, Чебишева I та II роду і Золотарьова-Кауера:

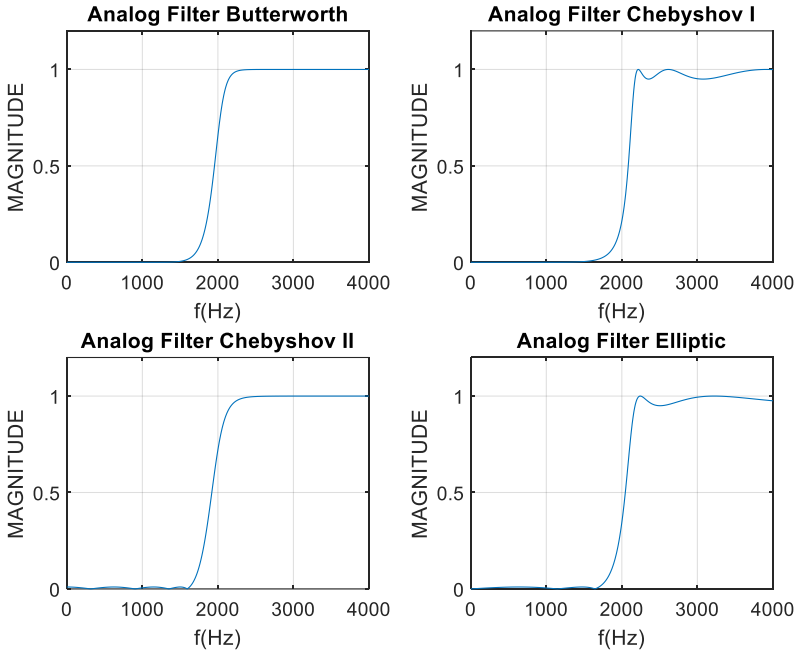
- частоти зрізу АФП:

$F_k = 1560.4844$  Гц;  $F_t = 2174.8986$  Гц;

- порядок фільтрів різного типу:

$R_{a1} = 18$ ;  $R_{a2} = 8$ ;  $R_{a3} = 8$ ;  $R_{a4} = 5$ .

5. Графіки АЧХ ФВЧ АФП Баттерворта, Чебишева I та II роду і Золотарьова-Кауера в основній смузі частот  $[0; f_d/2]$ , обчислені за допомогою функції freqs.



6. Вимоги до АЧХ БІХ-фільтра ФВЧ як об'єкта fdesign:

MAG\_highpass =

highpass with properties:

Specification: 'Fst,Fp,Ast,Ap'

Response: 'Highpass'

Description: {4×1 cell}

NormalizedFrequency: 0

Fs: 8000  
Fstop: 1400  
Fpass: 1800  
Astop: 40  
Apass: 0.4455

7. Синтез БІХ-фільтра ФВЧ Золотарьова-Кауера як об'єкта dfilt на основі об'єкта fdesign:

F\_highpass =  
FilterStructure: 'Direct-Form II, Second-Order Sections'  
Arithmetic: 'double'  
sosMatrix: [3x6 double]  
ScaleValues:  
[0.377247927409531;0.417673841193603;0.7472518784443;1]  
OptimizeScaleValues: true  
PersistentMemory: false

8. Масштабування в каскадній структурі БІХ-фільтра ФВЧ Золотарьова-Кауера:

F\_highpass\_scale =  
FilterStructure: 'Direct-Form II, Second-Order Sections'  
Arithmetic: 'double'  
sosMatrix: [3x6 double]  
ScaleValues: [0.961034977537389;1;1;1]  
OptimizeScaleValues: true  
PersistentMemory: false

### ***3. Проектування БІХ-фільтрів типу СФ методом білінійного Z-перетворення та моделювання їх характеристик.***

1. Введення вимог до АЧХ СФ.

$$N_B = 30;$$

$$f_D = 5000 + 100N_B = 5000 + 100 \cdot 30 = 8000 \text{ Гц};$$

$$f_{-k} = 0.05f_D + 20N_B = 0.05 \cdot 8000 + 20 \cdot 30 = 1000 \text{ Гц};$$

$$f_{-\chi} = 0.05f_D + 250 + 25N_B = 0.05 \cdot 8000 + 250 + 25 \cdot 30 = 1400 \text{ Гц};$$

$$f_{\chi} = 0.25f_D + 25N_B = 0.25 \cdot 8000 + 25 \cdot 30 = 2750 \text{ Гц};$$

$$f_k = 0.25f_D + 250 + 30N_B = 0.25 \cdot 8000 + 250 + 30 \cdot 30 = 3150 \text{ Гц};$$

$$a_{\max} = 0.4455 \text{ дБ}; \quad a_{\min} = 40 \text{ дБ};$$

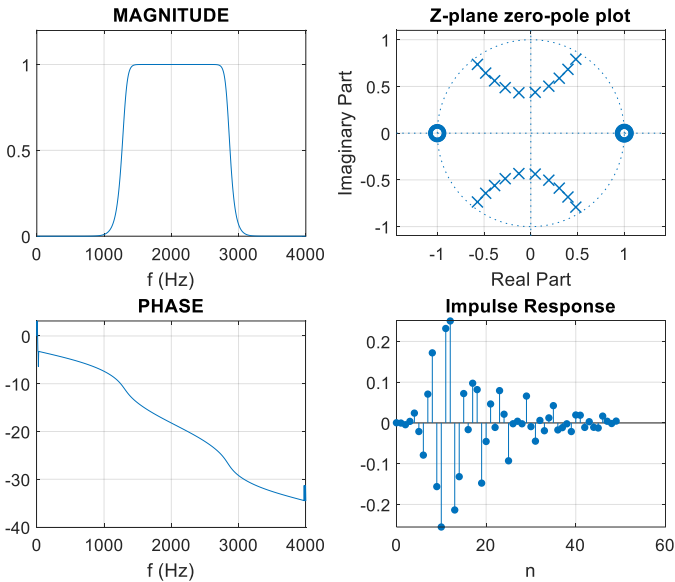
2. Синтез БІХ-фільтрів Баттерворта, Чебишева I та II роду і Золотарьова-Кауера типу СФ, який виконується за два етапи:

- обчислення порядку та частот зрізу БІХ-фільтра;
- синтез БІХ-фільтра.

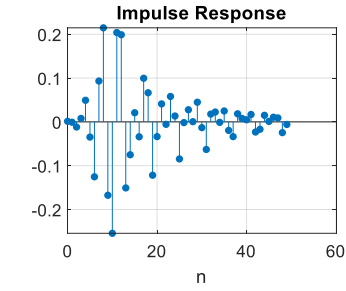
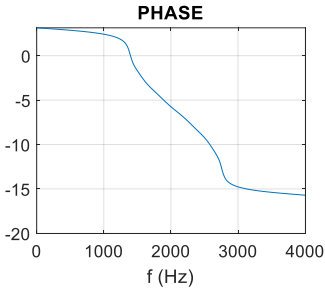
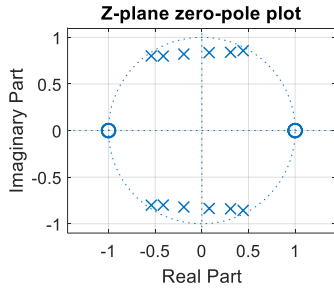
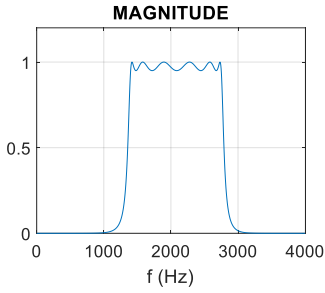
Виведені значення порядків БІХ-фільтрів типу СФ заносимо до табл. 3.7.1.

3. Аналіз характеристик БІХ-фільтрів Баттерворта, Чебишева I та II роду і Золотарьова-Кауера.

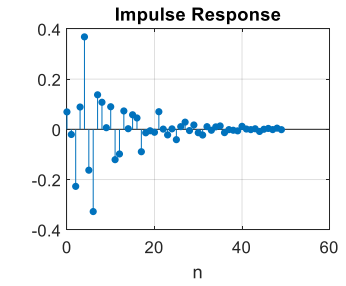
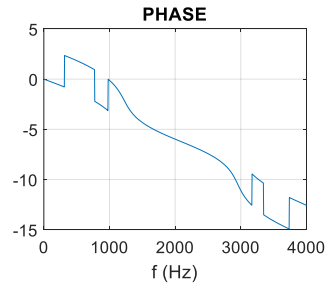
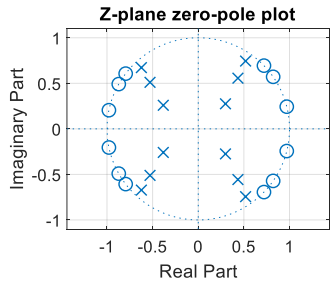
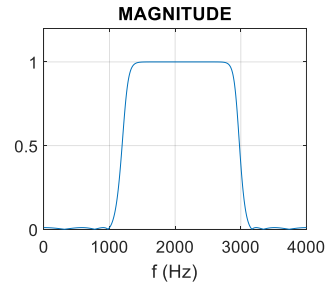
Для виведення графіків АЧХ, ФЧХ, ІХ та карти нулів і полюсів БІХ-фільтрів СФ використовуємо function-файл `plot_iiir`.



a)



b)



B)

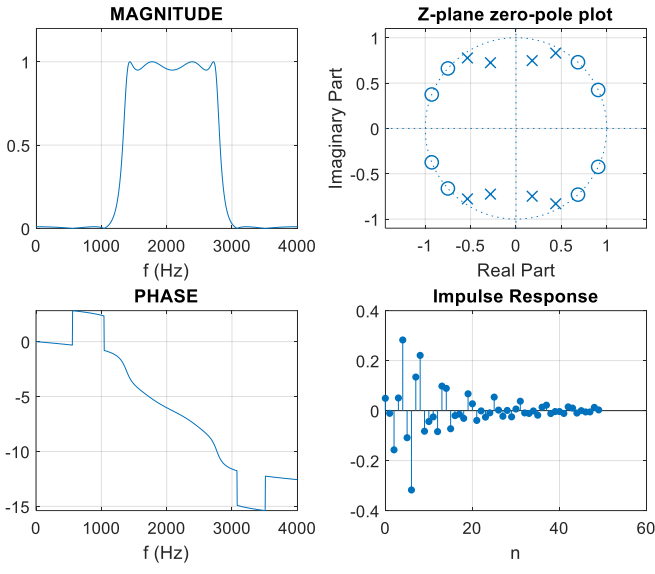


Рис. 3.3. Графіки АЧХ, ФЧХ, ІХ (50 відліків) та карти нулів і полюсів БІХ-фільтрів СФ типу Баттерворта (а), Чебишева І (б) та ІІ (в) роду и Золотарьова-Кауера (г)

4. Синтез АФП Баттерворта, Чебишева І та ІІ роду і Золотарьова-Кауера:

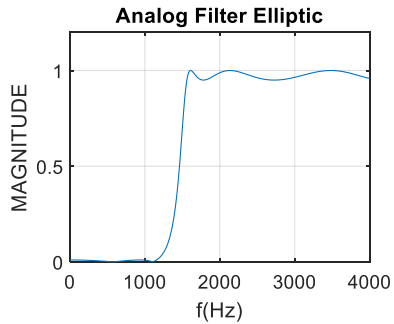
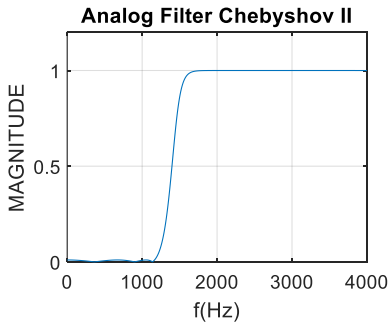
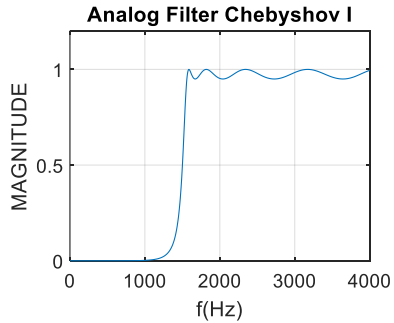
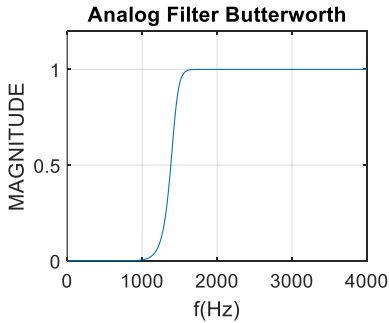
- частоти зрізу АФП:

$Fk1 = 1054.7862$  Гц;  $Ft1 = 1560.4844$  Гц;  $Ft2 = 4764.1273$  Гц;  $Fk2 = 7343.4286$  Гц;

- порядок фільтрів різного типу:

$Ra1 = 10$ ;  $Ra2 = 6$ ;  $Ra3 = 6$ ;  $Ra4 = 4$ .

5. Графіки АЧХ СФ АФП Баттерворта, Чебишева І та ІІ роду і Золотарьова-Кауера в основній смузі частот  $[0; f_d/2]$ , обчислені за допомогою функції `freqs`.



6. Вимоги до АЧХ БІХ-фільтра СФ як об'єкта fdesign:

MAG\_bandpass =

bandpass with properties:

Response: 'Bandpass'

Specification: 'Fst1,Fp1,Fp2,Fst2,Ast1,Ap,Ast2'

Description: {7×1 cell}

NormalizedFrequency: 0

Fs: 8000

Fstop1: 1000

Fpass1: 1400

Fpass2: 2750

Fstop2: 3150

Astop1: 40

Apass: 0.4455

Astop2: 40

7. Синтез БІХ-фільтра СФ Золотарьова-Кауера як об'єкта dfilt на основі об'єкта fdesign:

F\_bandpass =

FilterStructure: 'Direct-Form II, Second-Order Sections'



```

    Arithmetic: 'double'
    sosMatrix: [4x6 double]
    ScaleValues:
[1.10201700092832;1.10201700092832;0.201475106462478;0.201475106
462478;1]
    OptimizeScaleValues: true
    PersistentMemory: false

```

8. Масштабування в каскадній структурі БІХ-фільтра СФ Золотарьова-Кауера:

```

F_bandpass_scale =
    FilterStructure: 'Direct-Form II, Second-Order Sections'
    Arithmetic: 'double'
    sosMatrix: [4x6 double]
    ScaleValues: [0.0911262947783293;1;1;1;1]
    OptimizeScaleValues: true
    PersistentMemory: false

```

#### ***4. Проектування БІХ-фільтрів типу РФ методом білінійного Z-перетворення та моделювання їх характеристик.***

1. Введення вимог до АЧХ РФ.

$$N_B = 30;$$

$$f_{\Delta} = 5000 + 100N_B = 5000 + 100 \cdot 30 = 8000 \text{ Гц};$$

$$f_{-\chi} = 0.05f_{\Delta} + 20N_B = 0.05 \cdot 8000 + 20 \cdot 30 = 1000 \text{ Гц};$$

$$f_{-k} = 0.05f_{\Delta} + 250 + 25N_B = 0.05 \cdot 8000 + 250 + 25 \cdot 30 = 1400 \text{ Гц};$$

$$f_k = 0.25f_{\Delta} + 25N_B = 0.25 \cdot 8000 + 25 \cdot 30 = 2750 \text{ Гц};$$

$$f_{\chi} = 0.25f_{\Delta} + 250 + 30N_B = 0.25 \cdot 8000 + 250 + 30 \cdot 30 = 3150 \text{ Гц};$$

$$a_{\max} = 0.4455 \text{ дБ};$$

$$a_{\min} = 40 \text{ дБ}.$$

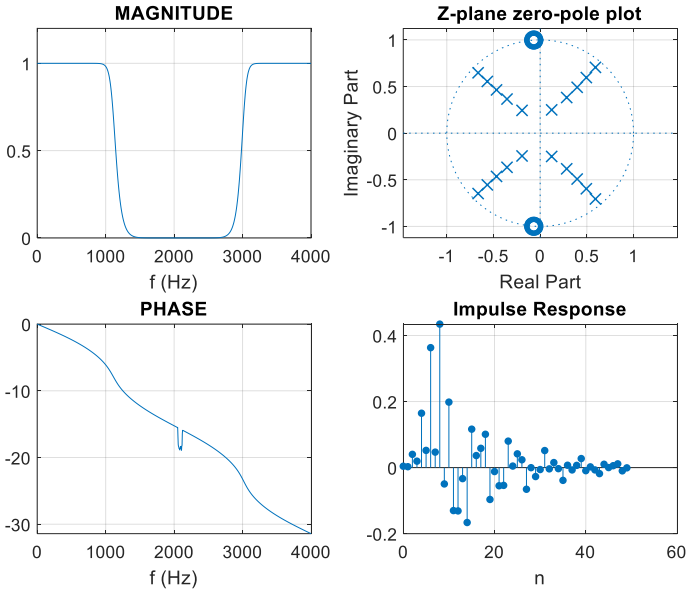
2. Синтез БІХ-фільтрів Баттерворта, Чебишева I та II роду і Золотарьова-Кауера типу РФ, який виконується за два етапи:

- обчислення порядку та частот зрізу БІХ-фільтра;
- синтез БІХ-фільтра.

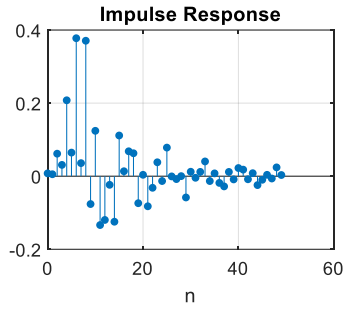
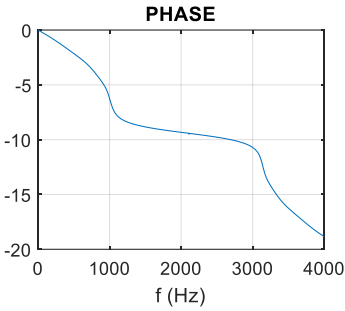
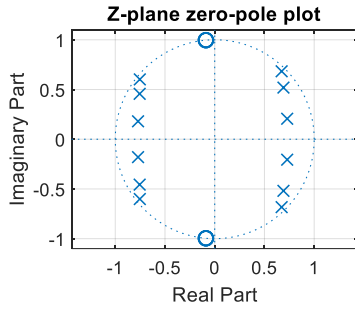
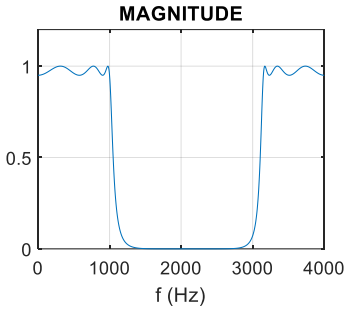
Виведені значення порядків БІХ-фільтрів типу РФ заносимо до табл. 3.7.1.

3. Аналіз характеристик БІХ-фільтрів Баттерворта, Чебишева I та II роду і Золотарьова-Кауера.

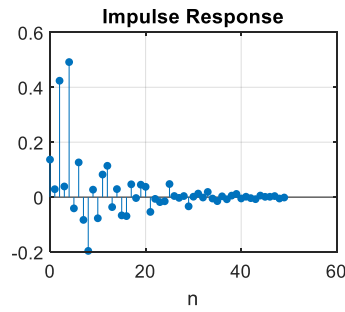
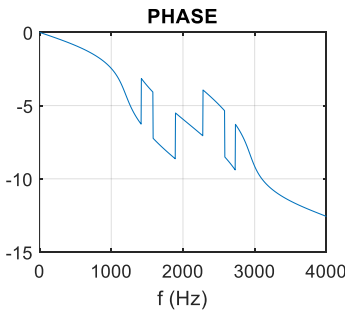
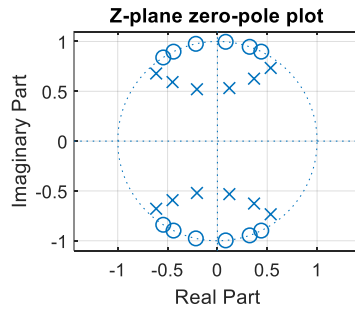
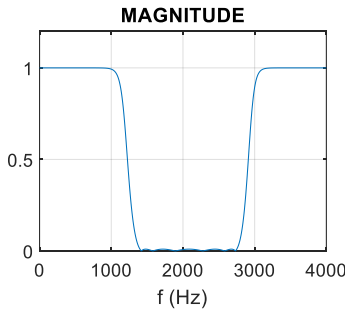
Для виведення графіків АЧХ, ФЧХ, ІХ та карти нулів і полюсів БІХ-фільтрів РФ використовуємо function-файл plot\_jir.



a)



б)



в)

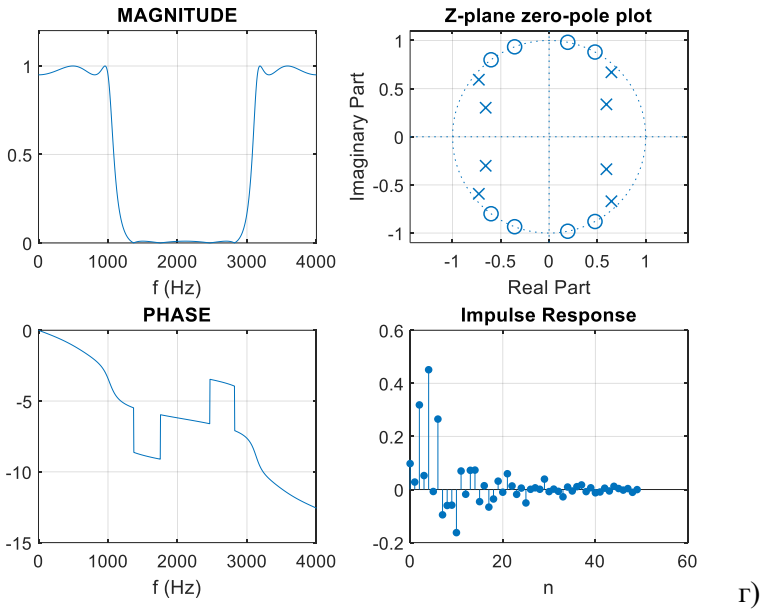


Рис. 3.4. Графіки АЧХ, ФЧХ, ІХ (50 відліків) та карти нулів і полюсів БІХ-фільтрів РФ типу Баттерворта (а), Чебишева І (б) та ІІ (в) роду и Золотарьова-Кауера (г)

4. Синтез АФП Баттерворта, Чебишева І та ІІ роду і Золотарьова-Кауера:

- частоти зрізу АФП:

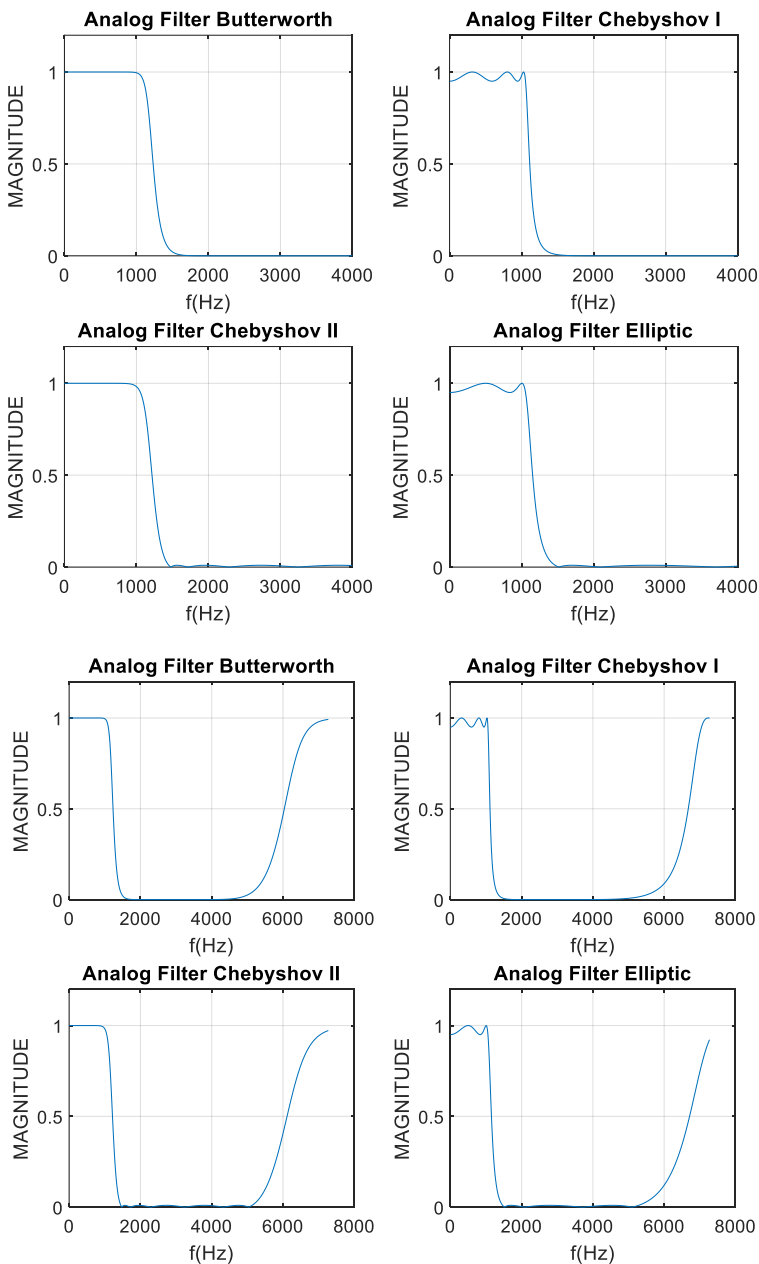
$F_{t1} = 1054.7862$  Гц;  $F_{k1} = 1560.4844$  Гц;  $F_{k2} = 4764.1273$  Гц;  $F_{t2} = 7343.4286$  Гц;

- порядок фільтрів різного типу:

$R_{a1} = 10$ ;  $R_{a2} = 6$ ;  $R_{a3} = 6$ ;  $R_{a4} = 4$ .

5. Графіки АЧХ СФ АФП Баттерворта, Чебишева І та ІІ роду і Золотарьова-Кауера в основній смузі частот  $[0; f_d/2]$ , обчислені за допомогою функції `freqz`.

Однак за отриманими АЧХ бачимо, що верхня частота смуги затримання не відображається на графіках (це саме стосується і фільтрів типу СФ). Для розширення діапазону відображуваних частот можна внести корекції до програми (рядок 120), де задається сітка частот для графіків АЧХ.



6. Вимоги до АЧХ БІХ-фільтра РФ як об'єкта fdesign:

```
MAG_bandstop =  
bandstop with properties:  
    Response: 'Bandstop'  
    Specification: 'Fp1,Fst1,Fst2,Fp2,Ap1,Ast,Ap2'  
    Description: {7×1 cell}  
    NormalizedFrequency: 0  
        Fs: 8000  
        Fpass1: 1000  
        Fstop1: 1400  
        Fstop2: 2750  
        Fpass2: 3150  
        Apass1: 0.4455  
        Astop: 40  
        Apass2: 0.4455
```

7. Синтез БІХ-фільтра РФ Золотарьова-Кауера як об'єкта `dfilt` на основі об'єкта `fdesign`:

```
F_bandstop =  
    FilterStructure: 'Direct-Form II, Second-Order Sections'  
    Arithmetic: 'double'  
    sosMatrix: [4x6 double]  
    ScaleValues:  
[1.40483393795584;1.40483393795584;0.222492267814239;0.222492267  
814239;1]  
    OptimizeScaleValues: true  
    PersistentMemory: false
```

8. Масштабування в каскадній структурі БІХ-фільтра РФ Золотарьова-Кауера:

```
F_bandstop_scale =  
    FilterStructure: 'Direct-Form II, Second-Order Sections'  
    Arithmetic: 'double'  
    sosMatrix: [4x6 double]  
    ScaleValues: [0.300779425378294;1;1;1;1]  
    OptimizeScaleValues: true  
    PersistentMemory: false
```