



Міністерство освіти і науки України

Національний університет водного
господарства та природокористування

Кафедра будівельних, дорожніх та меліоративних машин



02-01-586М

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

до виконання практичних робіт та самостійного вивчення
дисципліни «Якість машин» для здобувачів вищої освіти
першого (бакалаврського) рівня за освітньо-професійною
програмою «Створення та експлуатація машин і обладнання»
спеціальності 133 «Галузеве машинобудування»
денної та заочної форм навчання

Рекомендовано науково-
методичною радою з якості
ІННМІ
Протокол № від 02. 10. 2024 р.

Рівне – 2024

Методичні вказівки до виконання практичних робіт та самостійного вивчення дисципліни «Якість машин» для здобувачів вищої освіти першого (бакалаврського) рівня за освітньо-професійною програмою «Створення та експлуатація машин і обладнання» спеціальності 133 «Галузеве машинобудування» денної та заочної форм навчання [Електронне видання] / Тхорук Є. І., Голотюк М. В. – Рівне : НУВГП, 2024. – 108 с.

Укладачі:

Тхорук Є. І., професор кафедри будівельних, дорожніх та меліоративних машин, к.т.н., доцент;

Голотюк М. В., доцент кафедри агроінженерії, к.т.н., доцент.

Методичні вказівки схвалено на засіданні кафедри будівельних, дорожніх та меліоративних машин
Протокол № 2 від 17 вересня 2024 року

В.о. завідувача кафедри

Тхорук Є. І.

Керівник групи забезпечення,
гарант ОПП

Тхорук Є. І.

Попередня версія МВ 033-79; 033-80; 033-81.

© Є. І. Тхорук,
М. В. Голотюк, 2024
© НУВГП, 2024

ЗМІСТ

ЗАГАЛЬНІ ПОЛОЖЕННЯ	4
Практична робота № 1. Статистичні показники вимірювання ознак якості.....	5
Практична робота № 2. Вибіркове спостереження....	14
Практична робота № 3. Використання графічних методів при моніторингу якості продукції.....	20
Практична робота № 4. Методи визначення показників якості продукції. Експертний метод.....	27
Практична робота № 5. Статистичні методи регулювання технологічних процесів.....	33
Практична робота № 6. Моніторинг якості на основі контрольних карт для кількісних ознак.....	46
Практична робота № 7. Показники надійності продукції.....	66
Практична робота № 8. Моніторинг якості на основі контрольних карт для альтернативних ознак.....	68
Практична робота № 9. Статистичний приймальний контроль.....	84
Практична робота № 10. Диференційний метод оцінювання якості продукції, “метод шкал”.....	96
Рекомендації до самостійного вивчення дисципліни	101
СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ	102
Додатки	103

ЗАГАЛЬНІ ПОЛОЖЕННЯ

Традиційний підхід до виробництва незалежно від виду продукції – це її виготовлення і контроль якості для перевірки готової продукції і відбракування елементів, які не відповідають встановленим вимогам. Така стратегія часто призводить до втрат і не є економічною, оскільки побудована на перевірці пост-фактум, коли бракована продукція вже виготовлена. Натомість ефективнішим є введення стратегії попередження втрат, що дозволяє уникнути зайвих витрат при початковому виробництві непридатної продукції. Цього можна досягти, збираючи та аналізуючи інформацію про процес виробництва таким чином, щоб потім впливати на сам процес.

Задача систем управління якістю – забезпечення і підтримка процесів на прийнятному і стабільному рівні, що гарантує відповідність продукції і послуг встановленим вимогам. Системи управління якістю на виробництві покликані налагодити таку взаємодію між виробником і споживачем, яка забезпечувала б вихід продукції відповідної якості і одночасно враховувала б як інтереси споживача, так і інтереси постачальника.

Управління якістю продукції складається з двох етапів: отримання інформації про фактичний стан продукції (її кількісні і якісні ознаки); зіставлення отриманої інформації із заздалегідь встановленими технічними вимогами, тобто отримання вторинної інформації. При невідповідності фактичних даних технічним вимогам здійснюється керуюча дія на об'єкт контролю з метою усунення виявленого відхилення від технічних вимог.

Науковою основою сучасного технічного управління стали математико-статистичні методи. Застосування цих методів, не вимагає великих витрат, дозволяє із заданим ступенем точності і достовірності судити про сутність досліджуваних явищ (об'єктів, процесів) у системі менеджменту якості, прогнозувати і вирішувати проблеми на всіх етапах життєвого циклу продукції і на основі цього виробляти оптимальні управлінські рішення.

Практична робота №1

СТАТИСТИЧНІ ПОКАЗНИКИ ВИМІРЮВАННЯ ОЗНАК ЯКОСТІ

Мета - отримати теоретичні знання та практичні навички з обчислення статистичних показників вимірювання ознак якості.

Короткі теоретичні відомості.

1.1. Середні величини у статистиці якості.

Одним із найпростіших статистичних методів, який дає можливість кількісно охарактеризувати якість товарів або послуг, є метод середніх величин. Середня величина є значенням, яке дає узагальнюючу характеристику певному явищу, процесу. Середня величина дає можливість подати одним числом певну ознаку якості, відображаючи при цьому її основні властивості. Залежно від співвідношень між індивідуальними значеннями розрізняють різні види середніх величин. До найбільш застосовуваних належать такі:

- середнє арифметичне просте і зважене;
- середнє геометричне;
- середнє хронологічне.

Середнє арифметичне просте для певної сукупності визначається за формулою

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_n}{n} = \frac{\sum_{i=1}^n x}{n} \quad (1.1)$$

де x_1, x_2, \dots, x_n – значення ознаки, яка досліджується; n – кількість спостережень.

Якщо певні значення ознаки трапляються не один раз, то їх можна згрупувати і розраховувати середнє значення ознаки як середнє арифметичне зважене, надаючи кожному варіанту ознаки вагу відповідно до частоти її появи

$$\bar{x} = \frac{x_1 \cdot f_1 + x_2 \cdot f_2 + x_3 \cdot f_3 + \dots + x_n \cdot f_n}{f_1 + f_2 + f_3 + \dots + f_n} = \frac{\sum x \cdot f}{\sum f}, \quad (1.2)$$

де f_1, f_2, \dots, f_3 – кількість разів, з якою трапляється в сукупності відповідне значення ознаки (частота).

Якщо узагальнююча величина формується як добуток індивідуальних значень, то середнє значення ознаки визначається за формулою середнього геометричного

$$\bar{x} = \sqrt[n]{x_1 \cdot x_2 \cdot x_3 \cdot \dots \cdot x_n} . \quad (1.3)$$

У тому разі, коли значення ознаки наводяться через однакові проміжки часу, користуються середнім хронологічним

$$\bar{x} = \frac{\frac{1}{2} \cdot x_1 + x_2 + x_3 + \dots + \frac{1}{2} \cdot x_n}{n} , \quad (1.4)$$

де n – кількість моментів спостережень.

Крім власне середніх величин, охарактеризувати певну ознаку якості можна за допомогою ще двох величин – моди і медіани.

Мода (M_o) – це найпоширеніше значення ознаки, тобто варіанта, яка в ряду розподілу має найбільшу частоту.

В інтервальному ряду за найбільшою частотою визначається модальний інтервал. Значення моди обчислюється за формулою

$$M_o = x_0 + h \cdot \frac{f_{M_o} - f_{M_o-1}}{(f_{M_o} - f_{M_o-1}) + (f_{M_o} - f_{M_o+1})} , \quad (1.5)$$

де x_0 – нижня межа модального інтервалу; h – ширина модального інтервалу; f_{M_o} – частота модального інтервалу; f_{M_o-1} – частота попереднього інтервалу; f_{M_o+1} – частота інтервалу, наступного за модальним.

Медіана (Me) – це варіанта, яка припадає на середину впорядкованого ряду розподілу і ділить його на дві рівні за обсягом частини. В інтервальному ряду медіанний інтервал визначається з умови

$$S_j \geq \frac{1}{2} \cdot \sum_{j=1}^n f_j , \quad (1.6)$$

де S_j – кумулятивна частота.

Значення медіани визначається за формулою

$$Me = x_0 + h \cdot \frac{\frac{1}{2} \cdot \sum_{j=1}^n f_j - S_{f_{Me-1}}}{f_{Me}}, \quad (1.7)$$

де x_0 – нижня межа медіанного інтервалу; h – ширина медіанного інтервалу; f_{Me} – частота медіанного інтервалу; S_{Me-1} – кумулятивна частота попереднього до медіанного інтервалу.

1.2. Варіація ознак якості.

Крім середньої величини, іншою важливою характеристикою будь-якого явища або процесу є його варіація.

Варіація – це набуття ознакою різних значень внаслідок дії чисельних, часто випадкових факторів. Варіація існує в усіх явищах і процесах. Вона виникає з чисельних причин, які або підсилюють, або зменшують варіацію. Її неможливо позбутися, оскільки варіабельність є складовою всього існуючого, але її можна оцінювати і контролювати, здійснюючи певні дії. У статистиці існує ряд показників, за допомогою яких можна встановити кількісний вираз міри варіації певної ознаки. Ці показники узагальнюють відхилення індивідуальних значень від середнього значення досліджуваної ознаки, тобто є середніми з індивідуальних відхилень.

Найпростішим показником, що характеризує варіацію ознак, є розмах варіації R , який являє собою різницю між максимальним X_{max} і мінімальним X_{min} значенням ознаки

$$R = X_{max} - X_{min}. \quad (1.8)$$

Розмах варіації показує, в яких межах варіює ознака. Але як міра варіації цей показник не завжди надійний, оскільки залежить від випадкових коливань крайніх значень ознаки.

Точнішу характеристику міри варіації може давати показник, який враховує всі індивідуальні відхилення $(x - \bar{x})$.

Середнє з абсолютних відхилень називається середнім лінійним відхиленням d , яке аналогічно середнім величинам буває простим і зваженим. Просте середнє лінійне відхилення використовується в тому разі, коли розрахунок здійснюється за не згрупованими даними

$$d = \frac{\sum |x_i - \bar{x}|}{n}. \quad (1.9)$$

Середнє лінійне відхилення зважене використовується тоді, коли дані, за якими здійснюється розрахунок, згруповані

$$d = \frac{\sum |x_i - \bar{x}| \cdot f}{\sum f}, \quad (1.10)$$

де f – частота повторюваності ознаки.

Середнє з квадратів відхилень називається дисперсією σ^2 і розраховується за такою формулою:

просте:

$$\sigma^2 = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_i - \bar{x})^2}{n} = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n}; \quad (1.11)$$

зважене:

$$\sigma^2 = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 \cdot f_1 + (x_2 - \bar{x})^2 \cdot f_2 + \dots + (x_i - \bar{x})^2 \cdot f_i}{f_1 + f_2 + \dots + f_i} = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2 \cdot f_i}{\sum f} \quad (1.12)$$

Для того щоб охарактеризувати варіацію в тих самих одиницях виміру, що й досліджувана ознака, потрібно з дисперсії добути квадратний корінь. Отриманий показник називається середнім квадратичним відхиленням і розраховується так

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2}. \quad (1.13)$$

Середнє квадратичне відхилення (зважене)

$$\sigma^2 = \sqrt{\frac{(x_1 - \bar{x})^2 \cdot f_1 + (x_2 - \bar{x})^2 \cdot f_2 + \dots + (x_i - \bar{x})^2 \cdot f_i}{f_1 + f_2 + \dots + f_i}} = \sqrt{\frac{\sum (x_i - \bar{x})^2 \cdot f_i}{\sum f}} \quad (1.14)$$

Середнє квадратичне відхилення ще має назву стандартного відхилення і показує, на скільки одиниць у середньому ін-

дивідуальні значення ознаки відхиляються від середнього значення.

Якщо потрібно визначити міру варіації не в одиницях виміру ознаки якості, а у відсотках до середнього значення, то використовується показник, який має назву коефіцієнт варіації. Лінійний коефіцієнт варіації визначається за формулою

$$V = \frac{d}{x} \cdot 100, \quad (1.15)$$

квадратичний – за формулою

$$V = \frac{\sigma}{x} \cdot 100. \quad (1.16)$$

Коефіцієнт варіації показує, на скільки відсотків у середньому індивідуальні значення ознаки відрізняються від середнього значення ознаки.

Для альтернативної ознаки, коли p – частка елементів з певною ознакою у сукупності, дисперсія визначається за формулою

$$\sigma^2 = p \cdot (1 - p). \quad (1.17)$$

1.3. Приклад використання статистичних показників.

Приклад 1. На підприємстві збирають дані про кількість дефектів у партіях виготовленої продукції. За результатами попереднього місяця отримані дані, наведені у таблиці 1.1.

Керівництво підприємства хоче знати середню кількість дефектів в окремій партії продукції.

Таблиця 1.1.

Кількість дефектів у партіях виготовленої продукції

№	Кількість дефектів у партії	Кількість партій продукції
1	1	17
2	2	8
3	3	6
4	4	5
5	5	4
Σ	-	40

Розв'язання. Скористаємося формулою середнього арифметичного зваженого

$$\bar{x} = \frac{\sum x \cdot f}{\sum f} = \frac{1 \cdot 17 + 2 \cdot 8 + 3 \cdot 6 + 4 \cdot 5 + 5 \cdot 4}{17 + 8 + 6 + 5 + 3} = \frac{91}{40} = 2,275$$

Отже, середня кількість дефектів на партію продукції становить 2,275 одиниць.

Приклад 2. На підприємстві досліджувався вміст певної речовини в кінцевому продукті залежно від температурних режимів обробки. Потрібно визначити, при якому температурному режимі вміст речовини у продукті є найбільш стійким. Результати спостережень наведені в таблиці 1.2.

Таблиця 1.2.

Вміст речовини при різних температурних режимах, %

Температурний режим, град	Вміст речовини у різних пробах, %					
	1	2	3	4	5	6
125	2,7	2,6	4,6	3,2	3,0	3,8
160	4,6	4,9	5,0	4,2	3,6	4,2
200	4,6	2,9	3,4	3,5	4,1	5,1

Вміст речовини в продукті буде більш стійким для того температурного режиму, для якого середнє квадратичне відхилення або коефіцієнт варіації є найменшим, оскільки стабільність, тобто відсутність відхилень, - це поняття, протилежне варіабельності.

Отже, нам потрібно визначити коефіцієнти варіації для кожного температурного режиму обробки та порівняти їх.

Середні значення будуть такі

$$\bar{x}_{125} = \frac{\sum x}{n} = \frac{2,7 + 2,6 + 4,6 + 3,2 + 3,0 + 3,8}{6} = \frac{19,9}{6} = 3,32;$$

$$\bar{x}_{160} = \frac{\sum x}{n} = \frac{4,6 + 4,9 + 5,0 + 4,2 + 3,6 + 4,2}{6} = \frac{26,5}{6} = 4,42;$$

$$\bar{x}_{200} = \frac{\sum x}{n} = \frac{4,6 + 2,9 + 3,4 + 3,5 + 4,1 + 5,1}{6} = \frac{23,6}{6} = 3,93.$$

Потім для кожного температурного режиму знайдемо відповідне середньоквадратичне відхилення. Для більшої зручності

розрахунки краще виконувати в таблицях, а у формулу підставляти лише суми (табл. 1.3).

Таблиця 1.3.

Вихідні дані для розрахунку середньоквадратичного відхилення температурного режиму 125 град.

Вихідні дані		Розрахунковий показник	
Спостереження	Вміст речовини	$x - \bar{x}$	$(x - \bar{x})^2$
1	2,7	-0,62	0,3844
2	2,6	-0,72	0,5184
3	4,6	1,28	1,6384
4	3,2	-0,12	0,0144
5	3,0	-0,32	0,1024
6	3,8	0,48	0,2304
Разом	-	-	2,8884

Таким чином,

$$\sigma_{125} = \sqrt{\frac{\sum (x - \bar{x})^2}{n}} = \sqrt{\frac{2,8884}{6}} = \sqrt{0,4814} = 0,694.$$

$$\sigma_{160} = \sqrt{\frac{\sum (x - \bar{x})^2}{n}} = \sqrt{\frac{1,37}{6}} = \sqrt{0,2283} = 0,478.$$

$$\sigma_{200} = \sqrt{\frac{\sum (x - \bar{x})^2}{n}} = \sqrt{\frac{3,37}{6}} = \sqrt{0,5617} = 0,75.$$

Отже, найбільше середнє квадратичне відхилення при температурі режиму у 200 градусів, а найменше – при 160. Таким чином, саме при цьому режимі вміст речовини є найбільш стійким.

1.4. Завдання для самостійної роботи.

Завдання 1. За результатами спостереження на підприємстві за кількістю дефектів виробництва на 1000 виготовлених виробів отримано такі дані:

Таблиця 1.4.

Вихідні дані		
Номер спостереження	Кількість дефектів	Кількість партій
1	1-3	12
2	3-5	18
3	5-7	10
4	7-9	7
5	9 і більше	3

Виходячи з цих даних, потрібно визначити середню кількість дефектів на 1000 виробів.

Завдання 2. На підприємстві було здійснено дослідження з перевірки якості роботи наповнювального обладнання. Протягом 4 год. на 3 пристроях з наповнення ємкостей моторним маслом щогодини перевірявся вміст рідини у 3 ємкостях підряд. Результати спостережень наведені в таблиці.

Таблиця 1.5.

Вихідні дані				
Пристрій	Вміст ємкості, мл			
	1	501, 502, 500	500, 501, 501	502, 500, 501
2	499, 500, 500	498, 499, 500	501, 499, 499	500, 500, 499
3	500, 500, 501	499, 498, 500	499, 502, 500	501, 500, 498

На основі наведених даних визначити:

- середній вміст масла для кожного пристрою з наповненням;
- середній вміст масла за кожну годину для всіх пристроїв загалом;
- середній вміст масла загалом.

Завдання 3. На підприємстві виготовлено пробну партію деталей з 20 одиниць. Результати спостережень наведено в таблиці.

Таблиця 1.6.

Результати виміру розмірів деталей

Пор. ном.	Розмір деталі, мм	Кількість деталей, шт.
1	34,8	2
2	34,9	3
3	35,0	4
4	35,1	6
5	35,3	5
Разом	-	20

На основі цих даних визначте дисперсію і середнє квадратичне відхилення для виготовлених деталей.

Завдання 4. На хімічному виробництві використовуються два різні каталізатори реакцій. Результати виходу речовини при використанні кожного каталізатора наведені в таблиці.

Таблиця 1.7.

Результати виходу речовини (%)

Спостереження	Каталізатор 1	Каталізатор 2
1	91,50	89,19
2	94,18	90,95
3	92,18	90,46
4	95,39	93,21
5	91,79	97,19
6	89,07	97,04
7	94,72	91,07
8	89,21	92,75
Середнє	92,255	92,773

Використовуючи наведені дані, визначте середнє квадратичне відхилення і коефіцієнт варіації виходу речовини після реакції з кожним каталізатором.

Практична робота №2

ВИБІРКОВЕ СПОСТЕРЕЖЕННЯ

Мета - отримати теоретичні знання та практичні навички із здійснення вибіркового спостереження за якістю продукції.

Короткі теоретичні відомості.

2.1. Сутність вибіркового спостереження.

У практичній діяльності здійснення спостереження, яке б охоплювало всі елементи сукупності, часто є неможливим з різних причин. Зокрема, це труднощі з отримання потрібної інформації щодо всіх одиниць сукупності; властивості об'єкта дослідження; витрати, пов'язані із дослідженням кожної одиниці сукупності тощо. Тому для збирання необхідної інформації застосовують вибіркоче спостереження.

Вибірковим називається вид несучільного спостереження, за характеристиками відібраної частини одиниць якого судять про всю сукупність.

Сукупність, з якої відбираються елементи для обстеження, називають генеральною, а сукупність, яку безпосередньо обстежують, - вибірковою. Оскільки вибіркоче сукупність не точно відтворює структуру генеральної, то її характеристики не збігаються з характеристиками генеральної сукупності. Розбіжності між ними називають помилками репрезентативності. За причинами виникнення ці помилки поділяються на систематичні (тенденційні) та випадкові. Систематичні помилки виникають тоді, коли при формуванні вибіркової сукупності порушується принцип випадковості вибору (упереджений вибір елементів, недоконана основа вибірки тощо). Випадкові помилки неминуче виникають при дотриманні принципу випадковості вибору елементів для дослідження. Вони не мають тенденційного характеру і не приводять до зміщення узагальнюючих показників генеральної сукупності.

Основне завдання при організації вибіркового спостереження полягає в запобіганні виникненню систематичних помилок. Що стосується випадкових помилок, то їх уникнути немож-

ливо, проте на основі теорії вибіркового методу можна визначити їх розмір і по можливості регулювати.

У практиці вибірових спостережень використовують два типи вибірових оцінок – точкові та інтегральні. Точкова оцінка – це значення параметра за даними вибірки: вибірове середнє \bar{x} або вибірова частка p . Достовірнішим є інтегральні оцінки параметрів.

2.2. Інтегральна оцінка параметра досліджуваної ознаки.

Інтервальна оцінка – це інтервал значень параметра, розрахований за даними вибірки для певної ймовірності, тобто довірчий інтервал. На основі точкового параметра вибірової сукупності можна визначити інтервальний параметр генеральної сукупності.

Для генерального середнього довірчий інтервал для певного рівня ймовірності визначається за формулою

$$\bar{x} - t \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \bar{x} + t \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \quad (2.1)$$

для генеральної частки

$$p - t \cdot \sqrt{\frac{p \cdot (1 - p)}{n}} \leq W \leq p + t \cdot \sqrt{\frac{p \cdot (1 - p)}{n}}, \quad (2.2)$$

де \bar{x} - вибірове середнє певної ознаки; p - вибірова частка певної ознаки; μ - генеральне середнє (середнє генеральної сукупності); W - генеральна частка (частка генеральної сукупності); t - коефіцієнт кратності помилки або коефіцієнт довіри; $\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$

- середня помилка вибірки для середнього; $\sqrt{\frac{p \cdot (1 - p)}{n}}$ - середня

помилка вибірки для частки.

Дисперсія вибірових середніх у n разів менша від дисперсії ознаки у генеральній сукупності, тому між вибіровим і середньоквадратичним відхиленням генеральної сукупності існує співвідношення

$$\sigma_x = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \quad (2.3)$$

де σ_x - вибіркове середнє квадратичне відхилення; σ - середнє квадратичне відхилення для генеральної сукупності; n – обсяг вибірки.

Коефіцієнт кратності помилки залежить від імовірності того, з якою надійністю потрібно визначити межі генеральної сукупності. Він визначається на основі характеристик функції щільності нормального розподілу.

Добуток середньої помилки вибірки на коефіцієнт довіри має назву *граничної помилки вибірки* і позначається:

- для середньої $\Delta = t \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$,
- для частки $\Delta = t \cdot \sqrt{\frac{p \cdot (1-p)}{n}}$.

У практичній діяльності важливе значення має встановлення обсягу вибірки, достатнього для подання за допомогою вибіркових оцінок властивостей генеральної сукупності. Обсяг вибірки визначається за формулою

$$n = \frac{t^2 \cdot \sigma^2}{\Delta^2}. \quad (2.4)$$

Дисперсія визначається або за результатами попередніх досліджень, або коли відомі межі варіації ознаки, з урахуванням того, що приблизно 99,7% усієї сукупності потрапляють в інтервал $\bar{x} \pm 3 \cdot \sigma$. В останньому випадку користуються формулою

$$\sigma = \frac{1}{6} \cdot (X_{\max} - X_{\min}). \quad (2.5)$$

Для альтернативної ознаки, коли відсутня інформація про структуру сукупності, умовно вважають, що частка $p=0,5$ і дисперсія набуває максимально можливого значення $\sigma^2 = 0,5 \cdot (1-0,5) = 0,25$.

2.3. Приклад вибіркового спостереження.

Здійснено вибіркове дослідження 25 упаковок з пластинами. Визначено вагу пластини в кожній упаковці.

З імовірністю 0,997 потрібно визначити вагу пластини у продукції.

Визначити частку упаковок у всій продукції, вага пластин в яких перевищує 100,00 г. Результати спостережень наведені в таблиці 2.1.

Вибіркова середня вага пластин у упаковці становить:

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{n} = \frac{2501,4}{25} = 100,056.$$

На основі даних визначаємо вибірку дисперсію:

$$\sigma^2 = 0,340.$$

Для визначення меж ваги пластин у генеральній сукупності обчислюємо середню помилку вибірки

$$\sqrt{\frac{\sigma^2}{n}} = \sqrt{\frac{0,340}{25}} = 0,1166.$$

Таблиця 2.1.

Результати вибіркового спостереження ваги пластини у пакетах

Номер упаковки	Вага, г	Номер упаковки	Вага, г	Номер упаковки	Вага, г
1	100,6	10	100,3	19	100,5
2	101,3	11	100,1	20	99,5
3	99,6	12	99,6	21	100,1
4	100,5	13	99,2	22	100,4
5	99,9	14	99,4	23	101,1
6	99,5	15	99,4	24	99,9
7	100,4	16	99,6	25	99,7
8	100,5	17	99,3	Разом	2501,4
9	101,1	18	99,9		

Для ймовірності 0,997 визначаємо граничну помилку вибірки. Оскільки ймовірність дорівнює 0,997, то коефіцієнт кратності помилки дорівнює 3.

$$\Delta = t \cdot \sqrt{\frac{\sigma^2}{n}} = 3 \cdot 0,1166 = 0,350.$$

Таким чином, середня вага пластин у упаковці для всієї виготовленої за цих умов виробництва продукції перебуває у межах

$$\bar{x} - \Delta \leq \bar{X} \leq \bar{x} + \Delta ,$$
$$100,056 - 0,350 \leq \bar{X} \leq 100,056 + 0,350 ,$$

тобто від 99,706 до 100,406.

Визначимо вибірку частку упаковок, вага пластин в яких перевищує 100,00 г. У вибірці таких упаковок 12. Тому вибірка частка становить:

$$p = \frac{n_i}{n} = \frac{12}{25} = 0,480 .$$

Дисперсія частки дорівнює:

$$\sigma^2 = p \cdot (1 - p) = 0,48 \cdot (1 - 0,48) = 0,2496 .$$

Для ймовірності 0,954 коефіцієнт довіри дорівнює 2, тому гранична помилка вибірки становить

$$\Delta = \sqrt{\frac{p \cdot (1 - p)}{n}} = \sqrt{\frac{0,2496}{25}} = 0,0999 .$$

Частка генеральної сукупності для упаковок із вагою пластин понад 100,00 г перебуває в межах

$$p - \Delta \leq W \leq p + \Delta ,$$
$$0,48 - 0,0999 \leq W \leq 0,48 + 0,0999 ,$$

тобто становить від 0,380 до 0,580.

2.4. Завдання для самостійної роботи.

Завдання 1. Хімічний аналіз 10 партій мастила дав такі показники кислотності: 18; 21; 17; 19; 20; 23; 16; 22; 24; 21.

Визначте:

- середній рівень кислотності мастила та граничну помилку вибірки для середнього з імовірністю 0,954;
- частку мастила, що відповідає стандартам (не більше 21°), та помилку вибірки для частки з імовірністю 0,954;
- скільки партій мастила необхідно перевірити, щоб помилка вибірки для частки нестандартного мастила зменшилася у 2 рази?

Завдання 2. З метою перевірки якості мінеральних мастил (у пластиковій тарі) методом серійної вибірки з 200 ящиків по 20 банок у кожному відібрано 4. За даними перевірки встановлено, що герметизація банок неякісна.

Таблиця 2.2.

Дані перевірки

Номер ящика	1	2	3	4
Кількість банок з неякісною герметизацією, шт.	2	1	0	1

Визначте:

- частку банок з неякісною герметизацією та довірчий інтервал для неї з імовірністю 0,95;
- чи можна стверджувати, що частка банок з неякісною герметизацією не перевищує 15%?

Завдання 3. Вперше організовується одномоментне спостереження за ефективністю використання 50 одиниць виробничого устаткування. Скільки спостережень необхідно виконати, аби помилка вибірки для частки устаткування, що не працює, з імовірністю 0,954 не перевищувала 2%?

За умови, що спостереження триватиме 10 днів, скільки спостережень потрібно виконувати щодня за кожною одиницею устаткування?

Завдання 4. За даними 5% вибіркового обстеження верстати за терміном служби розподіляються так

Таблиця 2.4.

Дані обстеження

Термін служби, років	До 4	4-8	8-12	12 і більше
Кількість верстатів, шт.	25	40	20	15

Визначте:

- середній термін служби верстатів і довірчий інтервал для середнього з імовірністю 0,954;
- з такою самою імовірністю граничну помилку та довірчий інтервал частки верстатів, що мають термін служби понад 12 років.

Практична робота №3

ВИКОРИСТАННЯ ГРАФІЧНИХ МЕТОДІВ ПРИ МОНІТОРИНГУ ЯКОСТІ ПРОДУКЦІЇ

Мета - отримати теоретичні знання та практичні навички з використання графічних методів при моніторингу якості продукції.

Короткі теоретичні відомості.

3.1. Графічні методи в статистиці якості.

Графіки, створені на основі зібраних даних, є корисним засобом подання інформації. Її основна перевага – наочність і легкість сприйняття. Існує значна кількість видів і типів графіків, тому правильний вибір відповідного графіка для найкращого подання інформації є певною мірою мистецтвом. За допомогою графіків можна охарактеризувати структуру сукупності як співвідношення між її складовими, основні статистичні характеристик явища або процесу – центральну тенденцію та варіацію як у статистиці, так і в динаміці. Графік дає можливість виявити основні особливості об'єкта дослідження, а також індивідуальні особливості певних елементів, у такий спосіб діалектично поєднуючи в собі загальне та індивідуальне.

До найбільш використовуваних в моніторингу якості графіків належать такі:

- гістограма;
- діаграма Парето;
- графік часових рядів.

3.2. Гістограми, способи їх складання.

Гістограма є графіком, призначеним для узагальнюючої характеристики розподілу значень деякого явища або процесу на певний момент часу.

Гістограма являє собою стовпцевий графік, побудований за певний період за даними, які розподіляються на кілька інтервалів. Висота стовпця кожного інтервалу даних визначається кількістю спостережень (частотою), результати яких потрапляють у відповідний інтервал (рис. 3.1). Дані для побудови гістограми збирають протягом певного періоду часу.

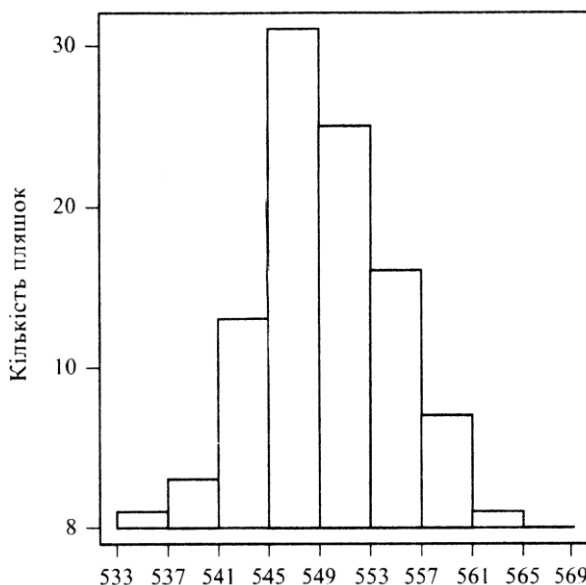


Рис. 3.1. Гістограма ваги солідолу в пляшках

Хоч би якими ідентичними були умови виробництва, показники якості завжди мають певне розсіювання. Автоматизація виробництва зменшує розсіювання, але не позбавляє від нього. При ретельному дослідженні можна побачити, що розсіювання відповідає певним залежностям. Звичайно частота розсіювання є максимальною в центрі зони розсіювання, а що далі від центра, то частота менша, тобто найчастіше розсіювання відповідає нормальному закону розподілу. Отже, систематизуючи показники якості й аналізуючи побудовану для них гістограму, можна з'ясувати вид розподілу, а визначивши середнє значення \bar{x} та стандартне відхилення σ , порівняти показники якості із контро-

льними нормативами і в такий спосіб отримати інформацію високої точності.

Гістограма будується здебільшого для аналізу значень вимірних параметрів, але може використовуватись і для одержання розрахункових значень. Завдяки простоті побудови і наочності гістограми застосовують в різних сферах для аналізу:

- значень показників якості, таких, як розміри, маса, хімічний склад, вихід продукції, при приймальному контролі, при контролі процесу в різних видах діяльності, при контролі готової продукції;

- часу операцій, часу використання тощо;

- кількості бракованих виробів, дефектів, поломок і т.ін.

3.3. Приклад складання гістограми.

При виробництві солідолу збирають дані про чисту вагу солідолу в окремії пляшці. Досліджено 100 пляшок, результати вимірів ваги солідолу в яких подано в таблиці 3.1. Отримані дані розподілено на 9 інтервалів і за ними побудовано гістограму.

Таблиця 3.1.

Результати 100 вимірів ваги солідолу у пляшках

551,68	554,37	553,25	546,79	547,10	547,05	546,83
548,15	550,03	551,04	545,03	554,46	552,11	552,97
550,85	548,14	560,21	551,23	547,55	551,77	552,23
552,23	544,24	539,71	549,09	552,74	545,39	557,44
552,81	544,97	552,10	547,24	548,04	546,50	550,82
551,42	546,43	558,36	544,06	551,80	545,32	548,38
545,38	551,54	546,90	552,69	540,21	554,85	553,70
541,96	546,73	546,62	546,89	549,42	549,03	550,54
551,87	545,12	547,33	550,96	558,98	553,52	545,31
555,31	550,52	548,46	548,13	545,07	550,69	552,62
551,07	543,98	547,71	554,68	546,81	538,33	
549,31	554,89	547,31	550,29	545,91	547,75	
556,99	544,56	547,30	552,18	550,25	551,26	
547,27	553,89	548,89	552,58	548,50	554,40	
548,26	549,70	547,22	552,24	554,81	549,62	

З графіка можемо бачити, що найбільша кількість спостережень перебуває в інтервалі від 545 до 549 грамів. Середнє значення, розраховане для цих даних, становить 550 грамів. Отже, можемо зробити висновок, що середнє і мода не збігаються.

3.4. Парето-діаграма.

Ця діаграма названа на честь відомого економіста В. Парето. Вона дає можливість визначити основні причини виникнення дефектів і зосередити на них увагу. Принцип побудови діаграми Парето ґрунтується на так званому правилі Парето, яке застосовується до якості продуктів і полягає у такому – більшість усіх дефектів викликана кількома причинами. Досвід показує, що найбільша абсолютна і відносна кількість дефектів викликана дією незначної причини відносно їх загальної кількості. Звичайно це 1-3 причини, через які виникає 60-80% усіх невідповідностей. Діаграма Парето дає можливість визначити ці причини. Вона може мати вигляд або стовпцевого графіка, або кругової структурної діаграми і створюється в результаті виконання таких дій: збираються дані про дефекти та їх кількість; визначається загальна кількість дефектів кожного виду, які виникли за певний період часу; будується, наприклад, стовпцевий графік, в якому висота кожного стовпця відповідає кількості дефектів цього виду.

При цьому стовпці розміщуються в порядку зменшення кількості дефектів зліва направо. Всі дефекти, кількість яких порівняно з іншими є незначною, об'єднуються в групу „Інші”, якій відповідає останній стовпець графіка. Він може бути більшим, ніж кілька попередніх, але має найменшу значущість з точки зору вдосконалення якості, оскільки усунення причин виникнення дефектів, які належать до цієї групи, дасть найменший ефект. Основним завданням створення графіка є визначення тих кількох видів дефектів, які мають абсолютну та відносну більшість. Це будуть ті дефекти, стовпці яких на графіку розміщені зліва. Саме усунення причин виникнення цих дефектів дасть у кінцевому розрахунку найістотніше зменшення загальної кількості дефектів та найкращий економічний ефект.

3.5. Приклад складання діаграми Парето.

За результатами роботи підприємства за рік отримано дані про види та кількість дефектів продукції (таблиця 3.2).

На основі цих даних побудуємо діаграму Парето. Спочатку через незначну кількість дефектів об'єднаємо в групу „Інші” дефекти з груп 8-14. Це зменшить загальну кількість досліджуваних груп.

Таблиця 3.2.

Дані про види і кількість дефектів продукції

№	Вид дефекту	Кількість випадків
1	Подряпини поверхні	144
2	Білі плями	78
3	Відсутність очищення	47
4	Відсутність потрібної товщини покриття поверхні	38
5	Нечітке маркування	33
6	Зайвий клей	28
7	Погане пакування	12
8	Відсутність ярликів	7
9	Порушення обмотки	5
10	Розірвана захисна плівка	4
11	Неоднаковий колір поверхні	3
12	Задирки на бічній поверхні деталі	3
13	Надмірне полірування	2
14	Неякісне фарбування	2

Таблиця 3.3.

Розрахунки для створення Парето-діаграми

№	Група дефектів	Кількість дефектів	Кумулятивна кількість	Частка дефектів	Кумулятивна частка
1	Подряпини поверхні	144	144	35,47	35,47
2	Білі плями	78	222	19,21	54,68
3	Відсутність очищення	47	269	11,58	66,26
4	Відсутність потрібної товщини покриття поверхні	38	307	9,36	75,62
5	Нечітке маркування	33	340	8,13	83,75
6	Зайвий клей	28	368	6,90	90,65
7	Погане пакування	12	380	2,95	93,60
8	Інші	26	406	6,40	100,00
	Разом	406	-	100,00	-

Потім визначимо кумулятивну кількість дефектів, частку кожного дефекту в загальній кількості дефектів і кумулятивну частку. Результати розрахунків наведено в таблиці 3.3.

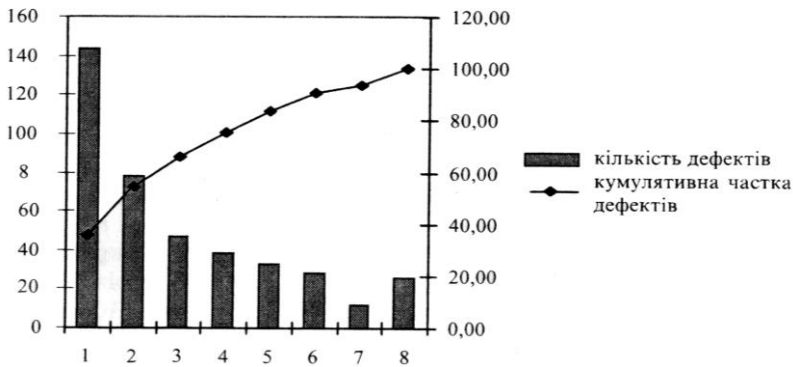


Рис. 3.2. Парето-діаграма про кількість дефектів продукції.

Наносимо на графік значення кількості дефектів кожної групи, кумулятивної частки дефектів (рисунком 3.2)

Можемо зробити висновок, що найбільшою є частка груп дефектів – „Подряпини поверхні”, „Білі плями” і „Відсутність очищення” (загалом 66,26% усіх дефектів), і саме на них потрібно зосередити основну увагу.

Зменшення кількості дефектів за цими групами приведе до значного зменшення загальної кількості дефектів по підприємству і суттєво підвищить якість продукції, яка виготовляється.

3.6. Графік часових рядів.

У практиці управління якістю використовують графіки, які дають можливість охарактеризувати розвиток певного процесу у часі. При створенні такого графіка на осі Ox відкладають періоди часу, в яких було отримано дані, а на осі Oy – значення показників, які відповідають цим періодам часу. Приклад такого графіка наведено на рисунку 3.3.

З певного виробничого процесу кожної години збирають результати виміру окремої частини деталей, мм, що виготовляються, і наносять їх на графік.

З графіка можна бачити, що більшу частину часу розмір деталі коливається в межах від 1,001 до 1,003 мм. Але під час останніх трьох спостережень зафіксовано зростання розмірів елемента виготовлених деталей. Це може свідчити про певні негативні явища в процесі виробництва.

3.7. Завдання для самостійної роботи.

Завдання 1. На підприємстві було визначено коефіцієнт деформації металевого матеріалу в процесі термообробки. Результати вимірювань наведені в таблиці 3.4. Для упорядкування цих даних потрібно скласти гістограму.

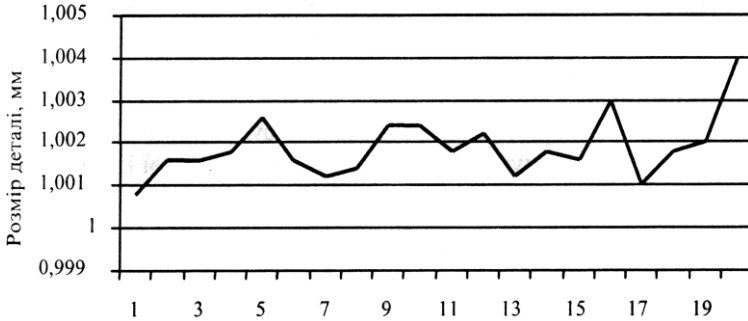


Рис.3.3. Результати вимірів розміру елемента деталі за 20 год

Таблиця 3.4.

Дані розрахунку коефіцієнта деформації

0,9	1,5	0,9	1,1	1,0	0,9	1,1	1,1	1,2	1,0
0,6	0,1	0,7	0,8	0,7	0,8	0,5	0,8	1,2	0,6
0,5	0,8	0,3	0,4	0,5	1,0	1,1	0,6	1,2	0,4
0,6	0,7	0,5	0,2	0,3	0,5	0,4	1,0	0,5	0,8
0,7	0,8	0,3	0,4	0,6	0,7	1,1	0,7	1,2	0,8
0,8	1,0	0,6	1,0	0,7	0,6	0,3	1,2	1,4	1,0
1,0	0,9	1,0	1,2	1,3	0,9	1,3	1,2	1,4	1,0
1,4	1,4	0,9	1,1	0,9	1,4	0,9	1,8	0,9	1,4
1,1	1,4	1,4	1,4	0,9	1,1	1,4	1,1	1,3	1,1
1,5	1,6	1,6	1,5	1,6	1,5	1,6	1,7	1,8	1,5

Завдання 2. При очищенні доріг були виявлені основні причини відмови автогрейдерів (табл. 3.5).

Таблиця 3.5.

Дані про види і кількість дефектів продукції

№	Види відмов	Кількість випадків
1	Відвальна частина	18
2	Гідрообладнання	13
3	Моторна установка	12
4	Ремені	11
5	Електроустаткування	9
6	Гідротрансмісія	5
7	Міст ведучих коліс	8
8	Інші	12

На основі цих даних побудувати діаграму Парето.

Практична робота № 4

МЕТОДИ ВИЗНАЧЕННЯ ПОКАЗНИКІВ ЯКОСТІ ПРОДУКЦІЇ. ЕКСПЕРТНИЙ МЕТОД

Мета - ознайомлення студентів з визначенням показників якості продукції.

Короткі теоретичні відомості.

1. Експертний метод визначення показників якості продукції

Згідно ГОСТ 15467 – 79 визначення показників якості продукції проводиться наступними методами: вимірювальним; реєстраційним; розрахунковим; органолептичним; експертним; соціологічним.

У кваліметрії експертний метод застосовується:

- 1) для вимірювання показників якості;
- 2) для визначення значень вагових коефіцієнтів.

Застосування експертного методу передбачає дотримання наступних умов: експертна оцінка проводиться лише у разі, коли не можна використовувати для вирішення питання об'єктивніші методи; у роботі експертної комісії не повинно бути чинників, що впливають на щирість думок експертів, думки експертів мають бути незалежними, питання, поставлені перед експертами, не по-

винні допускати різного тлумачення; експерти мають бути компетентними у вирішуваних питаннях; кількість експертів має бути оптимальною; відповіді експертів мають бути однозначними і забезпечувати можливість їх математичної обробки.

2. Якісний склад експертної групи

Будь-яка експертиза проводиться грамотними, компетентними висококваліфікованими і досвідченими фахівцями. На завершальному етапі формування експертної групи проводяться: тестування, самооцінка, взаємооцінка експертів, аналіз їх надійності і перевірка узгодженості думок.

Тестування – це вирішення експертами завдань, подібних реальним з відомими (але не експертам) відповідями.

Самооцінка – полягає у відповідях кожним з них в строго обмежений час на питання спеціально складеної анкети.

Якщо експерти мають спільний досвід роботи, вони можуть провести взаємну оцінку один одного (по бальній системі).

Показник або міра надійності – відношення числа випадків, коли думка експерта збіглася з результатами експертизи до спільного числа експертиз, в яких він брав участь.

Кожен експерт дає одне із значень звіту, що є випадковим числом. Одноразовий вимір експертним методом вимагає великого об'єму інформації. Багаторазове вимірювання однієї і тієї ж величини в подальшому усереднюється за часом (якщо вимірювання виконується одним експертом) або по множині (якщо вимірювання проводяться декількома експертами). При підборі експертів велике значення має узгодженість їх думок. З цією метою на етапі формування експертної групи проводяться контрольні виміри з математичною обробкою їх результатів. При цьому часто використовується не один, а декілька об'єктів вимірювання, які залежно від їх цінності або якості розставляють за шкалою порядку, ранжирують (визначають ранг).

За міру узгодженості експертів береться коефіцієнт конкордації:

$$W = \frac{12S}{n^2(m^3 - m)}, \quad (4.1)$$

де S – сума квадратів відхилення суми рангів кожного об'єкту експертизи від середнього арифметичного рангів; n – число експертів; m – число об'єктів експертизи.

Коефіцієнт конкордації може набувати значень від 0 (за відсутності узгодженості) до 1 (за наявності однаковості).

3. Кількісний склад експертів

Із зростанням числа експертів в групі точність виміру підвищується. Вихідна чисельність експертної групи складає не менше 7 чоловік. Інколи вона досягає 15 - 20 експертів (масове опитування проводиться лише при соціологічних дослідженнях).

4. Способи проведення експертизи

До способів проведення експертизи відносяться: безпосереднє вимірювання, ранжирування, зіставлення.

При безпосередньому вимірюванні експертним методом значення фізичних величин або показників якості визначаються відразу у встановлених одиницях (одиницях СІ, балах, норма годинах, і т. д.)

Такі вимірювання проводяться за шкалою стосунків, шкалою інтервалів або шкалою порядку.

Безпосередньо можна виміряти вагові коефіцієнти, вимірювання проводиться за шкалою інтервалів.

Значення цих коефіцієнтів розраховується по формулі:

$$g_j = \frac{\sum_{i=1}^n G_{i,j}}{\sum_{i=1, j=1}^{n,m} G_{i,j}}; \quad \sum_{i=1}^m g_j = 1; \quad (4.2)$$

де n – кількість експертів; m – число показників, що вимірюються; $G_{i,j}$ – коефіцієнт вагомості, ранг j – го показника в балах, даний i – м експертом.

Безпосереднє вимірювання експертним методом є складним і пред'являє до експертів високі вимоги. Ранжирування полягає в розставляння об'єктів виміру або показників в порядку їх переваги по важливості або вагомості. Місце, зайняте при такому розставлянні, називається рангом. Чим вище ранг, тим об'єкту надається більша перевага.

Попарне зіставлення – спосіб проведення експертизи, коли вимірювані величини порівнюються між собою попарно і для кожної пари результати порівняння виражаються у формі «більше - менше» або «краще - гірше». Потім вимірювані величини ранжируються (розміщуються по рангах).

Приклад 1. Визначити ступінь узгодженості думок п'яти експертів, результати ранжирування семи об'єктів експертизи приведені в таблиці 4.1.

Таблиця 4.1.

Результати експертизи для визначення міри узгодженості думок експертів

Номер об'єкту експертизи, j	Оцінка експерта, i					Сума рангів	Відхилення від середнього арифметичного	Квадрат відхилення від середнього арифметичного
	1-го	2-го	3-го	4-го	5-го			
1	4	6	4	4	3	21	1	1
2	3	3	2	3	4	15	-5	25
3	2	2	1	2	2	9	11	121
4	6	5	6	5	6	28	8	64
5	1	1	3	1	1	7	-13	169
6	5	4	5	6	5	25	5	25
7	7	7	7	7	7	35	15	222
						$\sum = 140$		$\sum S = 630$

Рішення: 1) обчислюємо середнє арифметичне рангів:

$$\frac{21+15+9+28+7+25+35}{7} = \frac{140}{7} = 20,$$

2) обчислюємо суму квадратів відхилень від середнього арифметичного (S):

$$S = 630$$

3) розрахуємо коефіцієнт конкордації (W):

$$W = \frac{12S}{n^2(m^3 - m)} = \frac{12 \cdot 630}{25(343 - 7)} = 0,9,$$

Відповідь: Міра узгодженості експертів задовільна.

Якщо ступінь узгодженості думок експертів виявляється незадовільною, приймають заходи для її підвищення (тренування, обговорення результатів, розбір помилок).

Приклад 2. «Ранжирування». Результати оцінки 5 – ма експертами 7 – ох об'єктів (по рангах) приведені в таблиці 4.1.

По сумі рангів кращим є сьомий об'єкт, другим за якістю – четвертий, потім – шостий, перший, другий, третій і п'ятий. Якщо ж ранжирування проводиться з метою визначення вагових коефіцієнтів g для семи об'єктів, то вони розраховуються з використанням вище приведеної формули:

$$g_j = \frac{\sum_{i=1}^n G_{i,j}}{\sum_{i=1; j=1}^{n,m} G_{i,j}};$$

Тоді вагові коефіцієнти об'єктів мають наступні значення:

$$g_1 = \frac{4+6+4+4+3}{140} = \frac{21}{140} = 0,15,$$

аналогічно:

$$g_2 = \frac{15}{140} = 0,11; \quad g_3 = \frac{9}{140} = 0,06; \quad g_4 = \frac{28}{140} = 0,2;$$

$$g_5 = \frac{7}{140} = 0,05; \quad g_6 = \frac{25}{140} = 0,18; \quad g_7 = \frac{35}{140} = 0,25;$$

де:

$$g_1 + g_2 + g_3 + g_4 + g_5 + g_6 + g_7 = \sum_{j=1}^7 g_j = 1.$$

Приклад 3. «Попарне зіставлення».

В таблиці 4.2 представлені результати дегустації харчових продуктів, позначених номерами від 1 до 6. Перевага i -го продукту над j -м відповідає 1, протилежному відношенню - 0 Рівноцінності продуктів відповідає знак X. Розмістіть продукти за якістю за шкалою порядку.

Таблиця 4.2.

Результати експертизи якості продуктів методом по парного зіставлення.

<i>i</i> - номер	<i>j</i> - номер						
	1	2	3	4	5	6	Разом
1	X	1	0	1	1	1	4
2	0	X	0	1	1	1	3
3	1	1	X	1	1	1	5
4	0	0	0	X	0	0	0
5	0	0	0	1	X	0	1
6	0	0	0	1	1	X	2

Рішення: Ранжируваний ряд має наступний вигляд: №4; №5; №6; №2; №1; №3.

Завдання: Визначити ступінь узгодженості думок п'яти експертів, провести ранжування, визначити вагові коефіцієнти табл. 4.3. (к, r – відповідно передостання і остання цифри залікової книжки).

Таблиця 4.3.

Вихідні дані

Номер об'єкту експертизи	Оцінка експертів, бал					Сума рангів	Відхилення від середньо арифметичного	Квадрат відхилення від середньо арифметичного
	1	2	3	4	5			
1	4	6	k	r	5			
2	3	k	5	4	k			
3	r	4	r	2	7			
4	1	5	k	5	4			
5	k	2	3	5	r			
6	2	3	3	k	5			
7	5	r	2	6	k			

Практична робота №5.

СТАТИСТИЧНІ МЕТОДИ РЕГУЛЮВАННЯ ТЕХНОЛОГІЧНИХ ПРОЦЕСІВ

Мета – отримати теоретичні знання та практичні навички щодо виявлення розладки технологічного процесу на основі результатів періодичного контролю вибірок малого об'єму, який здійснюється за кількісною ознакою.

Короткі теоретичні відомості.

1.1. Перевірка гіпотез про рівність дисперсій.

Порівняння дисперсії з ідеальною дисперсією генеральної сукупності.

На практиці часто виникають ситуації, коли потрібно перевірити точність устаткування, пристроїв перевірки, стабільність технологічних процесів. З цією метою на основі вибіркової дисперсії потрібно перевірити гіпотезу про рівність генеральної дисперсії досліджуваної сукупності певному очікуваному значенню.

Припустимо, що з певної генеральної сукупності взята вибірка, де n – обсяг вибірки і s^2 – незміщена вибіркова дисперсія для цього обсягу. Якщо потрібно перевірити гіпотезу про рівність генеральної дисперсії гіпотетичній генеральній дисперсії, тобто

$$\begin{aligned} H_0 : \sigma^2 &= \sigma_0^2, \\ H_1 : \sigma^2 &\neq \sigma_0^2, \end{aligned} \quad (5.1)$$

де σ^2 – невідома генеральна дисперсія; σ_0^2 – гіпотетичне значення генеральної дисперсії, то необхідно обчислити спостережуване значення критерію χ^2 – квадрат (χ^2) Пірсона

$$\chi_{\text{спост}}^2 = \frac{(n-1) \cdot s^2}{\sigma_0^2}, \quad (5.2)$$

і з таблиці критичних точок χ^2 - розподілу для рівня суттєвості α і числа ступенів вільності $k = n - 1$ знайти критичну точку $\chi_{кр}^2(\alpha, k)$.

Дисперсія генеральної сукупності σ^2 оцінюється на основі вибіркової дисперсії s^2 .

У тому разі, якщо $\chi_{спост}^2 > \chi_{кр}^2$, нульова гіпотеза H_0 відкидається на користь альтернативної. Якщо $\chi_{спост}^2 < \chi_{кр}^2$ - беруть нульову гіпотезу.

Приклад 1. На основі хронометражу часу, потрібного на встановлення певного елемента у виріб різними працівниками, визначено, що дисперсія дорівнює $\sigma_0^2 = 2$ (хв.). Результати хронометражу часу роботи нового робітника за 20 спостереженнями наведені у таблиці 5.1.

Таблиця 5.1.

Дані хронометражу часу роботи нового працівника

Час, x	56	58	60	62	64
Кількість f	1	4	10	3	2

Чи можемо ми вважати, що при рівні суттєвості $\alpha=0,05$ новий робітник працює ритмічно?

Розв'язання. Потрібно перевірити гіпотезу, що дисперсія часу, який витрачає на встановлення елемента новий робітник, істотно не відрізняється від дисперсії часу інших робітників (гіпотетичної дисперсії).

Таблиця 5.2.

Дані розрахунку вибіркової дисперсії s^2

№	x	f	$(x - \bar{x})^2$	$(x - \bar{x})^2 \cdot f$
1	56	1	16,81	16,81
2	58	4	4,41	17,64
3	60	10	0,01	0,1
4	62	3	3,61	10,83
5	64	2	15,21	30,42
Середнє	60,1	-	-	3,98

Визначаємо дисперсію витрат часу нового робітника.

Середній час за формулою середнього арифметичного зваженого дорівнює

$$\bar{x} = \frac{56 \cdot 1 + 58 \cdot 4 + 60 \cdot 10 + 62 \cdot 3 + 64 \cdot 2}{1 + 4 + 10 + 3 + 2} = \frac{1202}{20} = 60,1.$$

Дисперсія становить $S^2 = 3,98$.

Знаходимо розрахункове значення критерію χ^2 :

$$\chi_{\text{спост}}^2 = \frac{(n-1) \cdot S^2}{\sigma_0^2} = \frac{(20-1) \cdot 3,98}{2} = 37,81.$$

Оскільки альтернативна гіпотеза має вигляд рівності, то потрібно встановити ліву і праву критичні точки. В нашому випадку для 19 ступенів вільності ліва критична точка $\chi_{\text{лів-сп}}^2 = 8,91$ і права критична точка $\chi_{\text{прав-сп}}^2 = 32,9$. Спостережуване значення перевищує праву критичну точку, тому є підстава відкинути гіпотезу про рівність вибіркової дисперсії гіпотетичній і зробити висновок, що новий робітник працює ритмічно.

Порівняння дисперсій двох генеральних сукупностей, розподілених за нормальним законом. Коли виникає потреба порівняти два методи вимірювання, точність роботи двох видів обладнання, однорідність двох сукупностей тощо, доцільно скористатися перевіркою гіпотези про рівність двох дисперсій генеральних сукупностей.

Нехай з двох генеральних сукупностей отримано вибірки обсягом n_1 і n_2 , для кожної з яких визначено скориговану (незміщену) вибірку дисперсію S_x^2 та S_y^2 відповідно. Потрібно порівняти дисперсії цих сукупностей, тобто перевірити гіпотезу

$$H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2, \quad (5.3)$$

$$H_1: \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2.$$

При рівні суттєвості α .

Для цього потрібно знайти спостережуване значення критерію як відношення більшої дисперсії до меншої:

$$F_{\text{сп}} = \frac{S_{\sigma}^2}{S_M^2}. \quad (5.4)$$

Потім за таблицею критичних точок розподілу Фішера-Снедекора для рівня суттєвості α і числа ступенів вільності $k_1 = n - 1$, $k_2 = n - 1$ (де значення k_1 беремо для більшої дисперсії) потрібно знайти критичну точку $F_{kp}(\alpha, k_1, k_2)$ і порівняти спостережуване і критичне значення критерію:

- якщо $F_{cp} > F_{kp}$ - відкидаємо гіпотезу H_0 ;
- якщо $F_{cp} < F_{kp}$ - застосовуємо гіпотезу H_0 .

Приклад 2. За допомогою двох методів виміряно певну величину. За першим методом отримано такі результати – 9,6; 10,0; 9,8; 10,2; 10,6, за другим – 10,4; 9,7; 10,0; 10,3.

Чи можемо ми вважати, що обидва методи забезпечують однакову точність вимірів, якщо візьмемо рівень суттєвості $\alpha=0,1$?

Розв'язання. Для перевірки точності методів перевіряємо їхні дисперсії. Якщо дисперсії однакові, то можемо вважати, що методи забезпечують однакову точність вимірювання. Перевіримо нульову гіпотезу про рівність дисперсій:

$$H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2,$$

при альтернативній гіпотезі:

$$H_1: \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$$

при рівні суттєвості $\alpha=0,1$.

Спочатку знайдемо вибірккові дисперсії.

Знаходимо спостережуване значення критерію як відношення більшої дисперсії до меншої:

$$F_{cp} = \frac{S_{\delta}^2}{S_M^2} = \frac{0,1184}{0,075} = 1,58.$$

За умовою конкуруюча гіпотеза має вигляд нерівності, тому критична область є двосторонньою, і для визначення критичного значення критерію потрібно брати рівень суттєвості, вдвічі менший, ніж заданий.

З таблиці критичних точок розподілу Фішера-Снедекора для рівня суттєвості $\alpha/2=0,1/2=0,05$ і числа ступенів вільності $k_1 = 5 - 1 = 4$ і $k_2 = 4 - 1 = 3$ знаходимо критичну точку

$F_{kp}(0,05,4,3) = 9,12$. Оскільки $F_{сп} < F_{kp}$, то можемо вважати, що обидва методи забезпечують однакову точність вимірювання.

Таблиця 5.3.

Дисперсія для першого методу

№	Спостереження	$(x - \bar{x})^2$
1	9,6	0,1936
2	10,0	0,0016
3	9,8	0,0576
4	10,2	0,0256
5	10,6	0,3136
Середнє	10,04	0,1184

Таблиця 5.4.

Дисперсія для другого методу

№	Спостереження	$(x - \bar{x})^2$
1	10,4	0,09
2	9,7	0,16
3	10,0	0,01
4	10,3	0,04
Середнє	10,1	0,075

5.2. Перевірка гіпотез про рівність середніх.

Порівняння середнього генеральної сукупності з його очікуваним значенням. Виготовлена продукція повинна відповідати вимогам стандартів, виробничим специфікаціям. Кількісною характеристикою міри такої відповідності є результати перевірки гіпотези про рівність середнього значення досліджуваної сукупності певному очікуваному або стандартно встановленому значенню.

У тому разі, якщо дисперсія генеральної сукупності відома, для перевірки гіпотези про рівність середньої величини гіпотетичному генеральному середньому:

$$H_0: \mu_1 = \mu_0, \quad (5.5)$$

$$H_1: \mu_1 \neq \mu_0,$$

де μ_1 – невідоме середнє із сукупності з відомою дисперсією; μ_0 – гіпотетичне значення середнього цієї сукупності.

Потрібно обчислити спостережуване значення критерію

$$t_0 = \frac{(\bar{X} - \mu_0) \cdot \sqrt{n}}{\sigma}. \quad (5.6)$$

і з таблиці функції Лапласа знайти критичну точку u_{kp} з рівняння

$$\Phi(u_{kp}) = \frac{1 - \alpha}{2}. \quad (5.7)$$

Якщо $|t_0| > u_{kp}$ - відкидаємо гіпотезу H_0 , і навпаки, коли $|t_0| < u_{kp}$ - застосовуємо H_0 при визначеному рівні суттєвості α .

Приклад 3. Проектований розмір певної деталі виробу має дорівнювати $a_0=35$ мм. За результатами виробництва пробної партії деталей визначено такі розміри:

Таблиця 5.5.

Розміри деталей пробної партії

Розмір X , мм	34,8	34,9	35,0	35,1	35,3
Кількість f , шт.	2	3	4	6	5

При рівні суттєвості 0,05 потрібно перевірити гіпотезу

$$H_0: a = a_0 = 35$$

при альтернативній гіпотезі $H_1: a \neq 35$.

Розв'язання. Визначимо середній розмір деталі за формулою середнього арифметичного зваженого

$$\bar{X} = \frac{34,8 \cdot 2 + 34,9 \cdot 3 + 35,0 \cdot 4 + 35,1 \cdot 6 + 35,3 \cdot 5}{20} = 35,07.$$

Визначимо незміщену дисперсію

$$S^2 = 0,022$$

Отже, середнє квадратичне відхилення дорівнює

$$\sigma = \sqrt{0,022} = 0,15.$$

Спостережуване значення критерію таке:

$$t = \frac{(\bar{X} - \mu_0) \cdot \sqrt{n}}{\sigma} = \frac{(35,07 - 35,0) \cdot \sqrt{20}}{0,15} = 2,087 .$$

З таблиці критичних точок розподілу Стьюдента при рівні суттєвості 0,05 і з $k = 20 - 1 = 19$ ступенями вільності знаходимо критичне значення критерію 2,09. Оскільки спостережуване значення критерію дещо менше, ніж критичне значення, то немає підстав відкинути нульову гіпотезу на користь альтернативної.

Таким чином, виробництво деталей на поточний момент відповідає встановленим вимогам і не потребує подальшого вдосконалення.

Порівняння середніх двох сукупностей. На виробництві часто виникають ситуації, коли потрібно порівняти між собою роботу обладнання, якість отриманої від різних постачальників сировини, якість виготовленої за різних умов продукції тощо. Для здійснення такого порівняння доцільно перевірити гіпотезу про рівність середніх двох сукупностей. Порівняння здійснюється на основі визначених з вибірки значень середніх. При цьому вибіркові середні порівнюються не з певним стандартно вибраним значенням, якого часто не існує, а одне з одним.

Порівняння вибірових середніх дещо відрізняються залежно від того, однакові вибіркові дисперсії досліджуваних явищ чи ні. Тому перед тим, як порівняти дві середні величини, доцільно перевірити гіпотезу про рівність дисперсій. Коли гіпотеза про рівність дисперсій вибірових сукупностей підтверджується, використовують один критерій перевірки, якщо ні – інший.

Коли ми вважаємо, що дисперсії є рівними, для перевірки гіпотези про рівність середніх двох сукупностей

$$H_0: \mu_1 = \mu_2 , \quad (5.8)$$

$$H_1: \mu_1 \neq \mu_2 .$$

Використовується критерій

$$t = \frac{\overline{X}_1 - \overline{X}_2}{S_Y \cdot \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}}, \quad (5.9)$$

який має розподіл Стьюдента з двома ступенями вільності $\nu = n_1 + n_2 - 2$ при рівні суттєвості α , де n_1, n_2 – обсяг першої та другої вибіркової сукупності відповідно; S_Y – узагальнена дисперсія.

Використовувану у критерії узагальнену дисперсію визначають на основі вибірових дисперсій S_1^2 та S_2^2 першої і другої сукупностей відповідно:

$$S_Y = \frac{(n-1) \cdot s_1^2 + (n-1) \cdot s_2^2}{n_1 + n_2 - 2}. \quad (5.10)$$

Нульову гіпотезу про рівність вибірових середніх H_0 відкидаємо, якщо абсолютне спостережуване значення критерію $|t|$ перевищує критичне значення $t_{\alpha/2, \nu}$:

$$|t| > t_{\alpha/2, \nu}. \quad (5.11)$$

Приклад 4. На підприємстві встановили нову очисну систему. Перед встановленням за допомогою випадкової вибірки обсягом 10 спостережень одержали таку інформацію про відсоток забруднення $\overline{X}_1 = 9,85$, $S_1 = 1,73$. Після встановлення системи випадкова вибірка обсягом 8 спостережень дала такі результати: $\overline{X}_2 = 8,08$, $S_2 = 1,71$. Постає запитання стосовно того, чи справді використання нової очисної системи зменшує відсоток забруднення хімічними речовинами.

Розв'язання. Спочатку візьмемо рівень помилки першого виду, який нас влаштовує. Нехай $\alpha = 0,05$.

Тепер потрібно перевірити гіпотезу про рівність вибірових дисперсій

$$H_0: \sigma_1^2 = \sigma_2^2, \quad (5.12)$$

$$H_1: \sigma_1^2 \neq \sigma_2^2.$$

Скориставшись відповідним критерієм, визначимо його розрахункове значення

$$F = \frac{S_1^2}{S_2^2} = \frac{1,73}{1,71} = 1,012 .$$

Знаходимо з таблиць розподілу Фішера критичне значення критерію для числа ступенів вільності $k_1 = 10 - 1 = 9$ у чисельнику та $k_2 = 8 - 1 = 7$ у знаменнику і рівня суттєвості $\alpha = 0,05$. Воно становить $F_{0,05;9;7} = 3,68$.

Оскільки розрахункове значення критерію 1,012 менше, ніж критичне, немає підстав відкидати гіпотезу про рівність дисперсій. Отже, вважаємо, що вони рівні.

Тепер маємо можливість скористатися критерієм для перевірки гіпотези

$$H_0: \mu_1 = \mu_2 , \quad (5.13)$$

$$H_1: \mu_1 \neq \mu_2 .$$

Якщо в нас не буде підстав прийняти нульову гіпотезу, тобто середні будуть значуще відмінними, буде підтверджено ефективність використання нового обладнання.

Узагальнена дисперсія дорівнює:

$$S_Y = \frac{(n-1) \cdot s_1^2 + (n-1) \cdot s_2^2}{n_1 + n_2 - 2} = \frac{(10-1) \cdot 1,73 + (8-1) \cdot 1,71}{10 + 8 - 2} = \frac{27,54}{16} = 1,721$$

Розрахункове значення критерію становить

$$t = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{S_Y \cdot \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}} = \frac{9,85 - 8,08}{1,72 \cdot \sqrt{\frac{1}{10} + \frac{1}{8}}} = \frac{1,77}{0,815} = 2,179 .$$

Критичне значення t – критерію становить $t_{0,025;6} = 2,120$. Оскільки розрахункове значення критерію 2,18 не перевищує критичне значення 2,12, то при прийнятому рівні суттєвості відкидаємо нульову гіпотезу на користь альтернативної. Робимо висновок, що середні є суттєво відмінними, і використання нового обладнання справді зменшує відсоток забруднення.

Порівняння середніх двох сукупностей, дисперсії яких є суттєво відмінними. Припустимо, що за результатами попередньої перевірки гіпотези про рівність дисперсій двох сукупностей

визначено, що вони є суттєво відмінними. Для того, аби у цьому разі перевірити гіпотезу про рівність двох середніх

$$H_0: \mu_1^2 = \mu_2^2, \quad (5.14)$$

$$H_1: \mu_1^2 \neq \mu_2^2,$$

потрібно використати критерій

$$t = \frac{\overline{X}_1 - \overline{X}_2}{\sqrt{\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2}}}, \quad (5.15)$$

який має t – розподіл Стьюдента із ν ступенями вільності

$$\nu = \frac{(S_1^2/n_1 + S_2^2/n_2)^2}{(S_1^2/n_1)^2/(n_1+1) + (S_2^2/n_2)^2/(n_2+1)} - 2 \quad (5.16)$$

5.3. Перевірка гіпотез про частку сукупності.

Для кількісної характеристики відповідності частоти появи певної події визначеному значенню доцільно скористатися гіпотезою про порівняння спостережуваної та стандартної частоти появи події. Припустимо, є n незалежних дослідів, ймовірність появи події p в яких є постійною, але невідомою. З цієї сукупності знайдена відносна частота кількості певних подій m у загальній кількості n одиниць. Потрібно перевірити гіпотезу, що вибіркочна частота $p=m/n$ дорівнює гіпотетичній частоті p_0 , тобто

$$H_0: p = p_0, \quad (5.17)$$

$$H_1: p \neq p_0,$$

де p_0 – гіпотетична частота.

Для перевірки цієї гіпотези при визначеному рівні суттєвості α потрібно визначити значення критерію

$$V_{\text{еннос}} = \frac{\left(\frac{m}{n} - p_0\right) \cdot \sqrt{n}}{\sqrt{p_0 \cdot q_0}} \quad (5.18)$$

і з таблиці функції Лапласа знайти критичну точку $u_{\text{кр}}$ з рівняння

$$\Phi(u_{KP}) = \frac{1-\alpha}{2}. \quad (5.19)$$

Якщо $|V_{\text{сност}}| > u_{KP}$, відкидаємо нульову гіпотезу H_0 , коли $|V_{\text{сност}}| < u_{KP}$ - беремо гіпотезу H_0 .

Приклад 5. Партія виробів приймається в тому разі, якщо частка бракованих серед них не перевищує 0,02. Чи має сенс приймати партію виробів, якщо серед 480 відібраних випадковим чином виробів виявилось 12 виробів, що не відповідають вимогам?

Розв'язання. Потрібно перевірити гіпотезу про рівність вибіркової частки гіпотетичній, тобто $H_0: p=p_0=0,02$ при альтернативній гіпотезі $H_1: p > p_0 > 0,02$. Візьмемо рівень суттєвості $\alpha=0,01$.

Спочатку знаходимо вибірку частку бракованих виробів у партії:

$$\frac{m}{n} = \frac{12}{480} = 0,025.$$

Визначаємо спостережуване значення критерію

$$V_{\text{сност}} = \frac{\left(\frac{m}{n} - p_0\right) \cdot \sqrt{n}}{\sqrt{p_0 \cdot q_0}} = \frac{(0,025 - 0,02) \cdot \sqrt{480}}{\sqrt{0,02 \cdot (1 - 0,02)}} = 0,71.$$

Знаходимо точку правосторонньої критичної області

$$\Phi(u_{KP}) = \frac{1 - 2 \cdot 0,01}{2} = 0,490.$$

З таблиці функції Лапласа знаходимо критичну точку $u_{KP} = 2,99$. Оскільки розрахункове значення критерію не перевищує критичного, то немає підстав відкидати нульову гіпотезу. Тому можна зробити висновок, що частка браку не перевищує встановлений рівень. Отже, можна прийняти партію виробів. З метою порівняння у двох партіях часток продукції, що не відповідає вимогам, доцільно скористатися гіпотезою про рівність часток двох сукупностей

$$H_0: P_1 = P_2, \quad (4.20)$$

$$H_1: p_1 \neq p_2.$$

критерієм перевірки якої є величина

$$t_0 = \frac{p_1 + p_2}{\sqrt{p \cdot (1-p) \cdot \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}}, \quad (5.21)$$

де

$$p = \frac{n_1 \cdot p_1 + n_2 \cdot p_2}{n_1 + n_2}. \quad (5.22)$$

Ця величина має нормований нормальний розподіл, тому нульова гіпотеза відкидається на користь альтернативної, якщо абсолютне значення критерію не перевищує критичну точку, знайдену з таблиці функції Лапласа для прийнятого рівня суттєвості.

Приклад 6. На підприємстві протягом місяця в середньому створювалося 38 невідповідностей на 1000 виробів. Після вжиття заходів із вдосконалення виробництва на 500 виробів було визначено 12 невідповідностей. Постає запитання, чи можна з рівнем суттєвості 0,01 стверджувати, що заходи були ефективними?

Розв'язання. Для встановлення ефективності виконаних дій перевіримо гіпотезу про рівність двох часток.

Частка виробів, що не відповідають вимогам, до дій із вдосконалення виробництва становить $p_1=38/1000=0,038$. Частка невідповідностей після вдосконалення дорівнює $p_2=12/500=0,024$.

Таким чином, розрахункове значення критерію становить

$$p = \frac{n_1 \cdot p_1 + n_2 \cdot p_2}{n_1 + n_2} = \frac{1000 \cdot 0,038 + 500 \cdot 0,024}{1000 + 500} = 0,033,$$

$$t_0 = \frac{p_1 + p_2}{\sqrt{p \cdot (1-p) \cdot \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}} = \frac{0,038 - 0,024}{\sqrt{0,033 \cdot (1-0,033) \cdot \left(\frac{1}{1000} + \frac{1}{500}\right)}}.$$

$$= 1,431$$

Двостороння критична точка дорівнює

$$\Phi(u_{кр}) = \frac{1 - 2 \cdot 0,01}{2} = 0,490 .$$

З таблиці функції Лапласа знаходимо критичне значення цього критерію, яке дорівнює 2,34. Оскільки розрахункове значення критерію менше за критичне, то з рівнем суттєвості 0,01 можна стверджувати, що немає підстав відкинути нульову гіпотезу, тобто вжиті заходи не підвищили ефективності виробництва.

5.4. Завдання для самостійної роботи.

Завдання 1. Для двох коліс з різним тиском здійснили вибіркове дослідження з 8 незалежних вимірів ознак якості для кожного колеса, результати яких наведено в таблиці 5.6.

Таблиця 5.6.

Результати вимірів для тиску двох видів коліс

Тиск А	37	31	34	26	29	28	30	32
Тиск Б	32	30	33	31	29	32	30	30

На основі цих даних потрібно встановити, чи впливає тиск у колесі на якість експлуатації.

Завдання 2. Виробник стверджує, що термін використання акумулятора дорівнює 1200 дням при середньому квадратичному відхиленні 100 днів. Було перевірено 16 одиниць продукту і встановлено, що середній термін використання 1050 днів при середньому квадратичному відхиленні 180 діб.

Перевірити при рівні суттєвості 0,05, чи існують підстави сумніватися у даних, заявлених виробником.

Завдання 3. Якісний показник виробничого процесу вимірюється рентгенівським і хімічним методом. Стосовно 10 послідовно виготовлених партій було виконано виміри.

Таблиця 5.7.

Результати виміру ознаки двома методами

Рентгенівський метод	81	78	91	82	73	68	82	88	96	81
Хімічний метод	82	70	80	75	75	69	80	85	80	80

На основі цих даних при рівні суттєвості 0,05 перевірити, чи відрізняються методи при застосуванні гіпотези про рівність середніх.

Завдання 4. Було визначено середнє квадратичне відхилення певного процесу на рівні 2,55 грама. Після певних коригуючих дій було зроблено вибірку у 10 одиниць продукту і встановлено, що середнє квадратичне відхилення дорівнює 3,3 грама.

При рівні суттєвості $\alpha=0,05$ перевірити гіпотезу про те, що рівень варіабельності процесу не змінився.

Завдання 5. Зразки двох різних видів пластика було перевірено на силу розриву. Результати наведено в таблиці.

Таблиця 5.8.

Тип А	60	53	45	47	-	-	-
Тип Б	47	72	64	67	69	71	63

Перевірити, чи мають два види пластика однакову варіацію сили розриву.

Завдання 6. Для перевірки певної партії продукту було отримано 20 вибірок. 10 з них аналізувалися в лабораторії А, інші 10 – в лабораторії Б. За результатами аналізу в лабораторії А дисперсія становить 18,5, в лабораторії Б – 7,8.

Перевірити гіпотезу про узгодженість результатів аналізу (рівність дисперсій).

Практична робота №6

МОНІТОРИНГ ЯКОСТІ НА ОСНОВІ КОНТРОЛЬНИХ КАРТ ДЛЯ КІЛЬКІСНИХ ОЗНАК

Мета - отримати теоретичні знання та практичні навички з використання та побудови контрольних карт для кількісних даних та прийняття рішень про хід технологічного процесу.

Короткі теоретичні відомості

Кількісні ознаки є такими показниками, як вага, розмір, температура, час та ін. Вони містять більше інформації, ніж альтернативні дані, тому карти, які використовують кількісні ознаки, є інформативнішими, ніж контрольні карти для альтернативних ознак.

Контрольні карти для кількісних ознак дають можливість досягти двох цілей: досліджувати стабільність процесу відносно встановлених значень (центрованість процесу) і його варіації (розсіювання індивідуальних значень відносно середнього процесу).

Для реалізації першої мети використовують такі контрольні карти:

- середніх значень \bar{X} ;
- медіан Me .

Для реалізації другої мети застосовують такі контрольні карти:

- розмахів варіації R ;
- середньоквадратичних відхилень S .

Звичайно використовують не одну карту, а пару карт, сконструйованих на основі одного масиву даних, що дає можливість одночасно оцінити розміщення та варіацію процесу.

6.1. Контрольні карти середніх значень і розмахів: $(\bar{X} - R)$ -карти.

Контрольна карта середніх значень і розмахів є найбільш використовуваним типом карт. Це зумовлене відносною простотою визначення середньоквадратичного відхилення процесу, яке оцінюється на основі вибіркового розмаху варіації. Контрольна карта середніх значень і розмахів створюється в такій послідовності. Спочатку конструюють R -частину, а потім, оскільки контрольні межі для карти середніх значень визначаються на основі розмаху варіації, вже карту середніх

Спочатку для кожної підгрупи оцінюють розмах її варіації R_i . Потім знаходять середній розмах варіації для всіх підгруп

$$\bar{R} = \frac{\sum R}{k}, \quad (6.1)$$

де k — кількість груп (звичайно 20-25).

Середня лінія визначається як загальне середнє всіх розмахів

$$\bar{L} = \bar{R}. \quad (6.2)$$

Верхня та нижня контрольні межі для контрольної карти розмахів такі:

$$\begin{aligned} BKM(\bar{R}) &= \bar{R} + 3 \cdot \sigma_R \\ HKM(\bar{R}) &= \bar{R} - 3 \cdot \sigma_R \end{aligned} \quad (6.3)$$

Між вибірковими розмахами і стандартним відхиленням нормального розподілу існує залежність, яка має назву відносного розмаху. Параметри розподілу цієї випадкової змінної $W = R/\sigma$ визначаються обсягом вибірки n . Середнім значенням цієї змінної є величина d_2 , а середньоквадратичним відхиленням — величина d_3 .

Між середнім розмахом варіації, його середньоквадратичним відхиленням і середньоквадратичним відхиленням процесу, з якого взято вибіркові дані, існує така залежність

$$\bar{R} = d_2 \cdot \sigma, \quad \sigma_R = d_3 \cdot \sigma, \quad (6.4)$$

де d_2 і d_3 – константи, що залежать лише від обсягу вибірки.

Тоді

$$BKM(\bar{R}) = d_2 \cdot \sigma + 3 \cdot d_3 \cdot \sigma = d_2 \cdot \sigma \cdot \left(1 + 3 \cdot \frac{d_3}{d_2}\right) = \bar{R} \cdot \left(1 + 3 \cdot \frac{d_3}{d_2}\right) \quad (6.5)$$

Аналогічно

$$HKM(\bar{R}) = \bar{R} \cdot \left(1 - 3 \cdot \frac{d_3}{d_2}\right) \quad (6.6)$$

Нехай $D_3 = 1 - 3 \cdot \frac{d_3}{d_2}$ і $D_4 = 1 + 3 \cdot \frac{d_3}{d_2}$, тоді

$$\begin{aligned} BKM(\bar{R}) &= D_4 \cdot \bar{R}; \\ HKM(\bar{R}) &= D_3 \cdot \bar{R}, \end{aligned} \quad (6.7)$$

де D_3, D_4 – константи, що залежать лише від обсягу вибірки n .

Якщо варіація процесу є стабільною, її оцінку можна використати для створення карти середніх значень.

Далі конструюють \bar{X} -частину контрольної карти. Для кожної вибіркової підгрупи знаходять середні значення \bar{X} , на основі яких визначають загальне середнє $\bar{\bar{X}}$ як середнє з вибірко-вих середніх

$$\bar{\bar{X}} = \frac{\sum \bar{X}}{k}, \quad (6.8)$$

де k – кількість вибірових підгруп.

Контрольні межі та центральна лінія визначаються так

$$\begin{aligned} BKM(\bar{X}) &= \bar{\bar{X}} + 3 \cdot \sigma_{\bar{X}}, \\ НКМ(\bar{X}) &= \bar{\bar{X}} - 3 \cdot \sigma_{\bar{X}}, \\ ЦЛ(\bar{X}) &= \bar{\bar{X}}. \end{aligned} \quad (6.9)$$

Середньоквадратичне значення вибірових спостережень можна виразити через вибірові розмахи варіації

$$\sigma_{\bar{X}} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} = \frac{R}{d_2 \cdot \sqrt{n}}, \quad (6.10)$$

оскільки $\sigma = R/d_2$.

Нехай $A_2 = \frac{3}{d_2 \cdot \sqrt{n}}$, тоді контрольні "межі можна виразити

через константи A_2 і середні вибірові розмахи варіації:

$$\begin{aligned} BKM(\bar{X}) &= \bar{\bar{X}} + A_2 \cdot \bar{R}, \\ НКМ(\bar{X}) &= \bar{\bar{X}} - A_2 \cdot \bar{R}. \end{aligned} \quad (6.11)$$

Значення констант A_2 протабульовані і залежать лише від обсягу вибірки n .

У деяких випадках легше визначити варіацію процесу на основі медіан розмахів варіації. У цьому разі використовують такі формули для характеристик контрольної карти середніх значень і медіан розмахів:

$$\begin{aligned}
 ВКМ &= D_6 \cdot R_{Me}, \\
 ЦЛ &= R_{Me}, \\
 НКМ &= D_5 \cdot R_{Me}.
 \end{aligned}
 \tag{6.12}$$

Для карти медіан розмахів і для карти середніх значень:

$$\begin{aligned}
 ВКМ &= \bar{X} + A_4 \cdot R_{Me}, \\
 ЦЛ &= \bar{X}, \\
 НКМ &= \bar{X} - A_4 \cdot R_{Me}.
 \end{aligned}
 \tag{6.13}$$

де R_{Me} – медіана розмахів варіації; A_4 – константа, яка залежить від обсягу вибірки n .

Іноді існує можливість визначити стандартні значення для середньої величини ознаки процесу та її стандартного відхилення. Ці значення використовують для створення контрольних карт без отримання попередніх даних. Припустимо, що існують стандартно встановлені величини для генерального середнього μ і генерального стандартного відхилення σ . Тоді параметри карти середніх значень будуть такими:

$$\begin{aligned}
 ВКМ &= \mu + 3 \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \\
 ЦЛ &= \mu, \\
 НКМ &= \mu - 3 \cdot \frac{\sigma}{\sqrt{n}}.
 \end{aligned}
 \tag{6.14}$$

Нехай $\frac{3}{\sqrt{n}} = A$, де A — множник, який визначається лише обсягом вибірки n .

Тепер перепишемо параметри карти середніх значень із такими заданими значеннями:

$$\begin{aligned}
 ВКМ &= \mu + A \cdot \sigma, \\
 ЦЛ &= \mu, \\
 НКМ &= \mu - A \cdot \sigma.
 \end{aligned}
 \tag{6.15}$$

Для створення карти розмахів R із стандартними значеннями пригадаємо, що $\sigma = R/d_2$, де d_2 – це середнє значення розподілу відносних розмахів. Оскільки середньоквадратичне відхилення цього розподілу $\sigma_R = d_3 \cdot \sigma$, де d_3 – середньоквадратичне відхилення розподілу відносних розмахів, то формули карти розмахів із стандартними значеннями будуть такі:

$$\begin{aligned} BKM &= d_2 + 3 \cdot d_3 \cdot \sigma, \\ ЦЛ &= d_2, \\ НКМ &= d_2 - 3 \cdot d_3 \cdot \sigma. \end{aligned} \quad (6.16)$$

нехай

$$\begin{aligned} D_1 &= d_2 - 3 \cdot d_3, \\ D_2 &= d_2 + 3 \cdot d_3, \end{aligned} \quad (6.17)$$

тоді

$$\begin{aligned} BKM &= D_2 \cdot \sigma, \\ НКМ &= D_1 \cdot \sigma. \end{aligned} \quad (6.18)$$

До використання стандартних значень параметрів процесу потрібно підходити дуже уважно. Може статися, що стандартні значення не відповідають характеристиці ознаки процесу на момент її оцінки.

6.2. Приклади створення та використання контрольних карт середніх значень і розмахів варіації

Моніторинг відповідності процесу стандартним значенням на основі \bar{X} - карти і R - карти, коли стандартні значення задано.

Менеджер з виробництва організації-імпортера присадок ХАДО хоче проконтролювати процес пакування так, щоб середня вага пакетика становила 100,6 г. Очікуване стандартне відхилення процесу дорівнює 1,4 г, що ґрунтується на подібному процесі пакування.

Оскільки стандартні значення задано ($X_0=100,6$; $\sigma_0=1,4$), можна побудувати контрольні карти для середніх значень і розмаху варіації, використовуючи формули для контрольних меж

контрольних карт та коефіцієнти A , d_2 , D_2 і D_1) для обсягу вибірок $n = 5$.

\bar{X} -карта:

$$ЦЛ = X_0 = 100,6,$$

$$ВКМ = X_0 + A\sigma_0 = 100,6 + (1,342 - 1,4) = 102,5,$$

$$НКМ = X_0 - A\sigma_0 = 100,6 - (1,342 - 1,4) = 98,7.$$

R -карта:

$$ЦЛ = d_2 \cdot \sigma_0 = 2,326 \cdot 1,4 = 3,3,$$

$$ВКМ = D_2 \cdot \sigma_0 = 4,918 \cdot 1,4 = 6,9,$$

$$НКМ = D_1 \cdot \sigma_0 = 0 \cdot 1,4 = 0.$$

Оскільки обсяг вибірок n менше ніж 7 одиниць, то $D_1 = 0$, і $НКМ$ не буде зображена.

Двадцять п'ять вибірок обсягом 5 пакетиків взято з процесу пакування. Для кожної з них обчислюються середні і значення розмаху варіації (таблиця 6.1) і наносяться на контрольну карту з обчисленими вище контрольними межами (рис. 6.1а, рис. 6.1б).

Висновок. Карти, зображені на рис. 6.1, свідчать про те, що процес не перебуває у стані статистичного контролю на бажаному рівні. Це пов'язане з тим, що існує послідовність з 13 точок нижче центральної лінії на \bar{X} -карті та 16 точок вище центральної лінії на R -карті. Причину такої довгої серії низьких значень середнього слід дослідити та усунути.

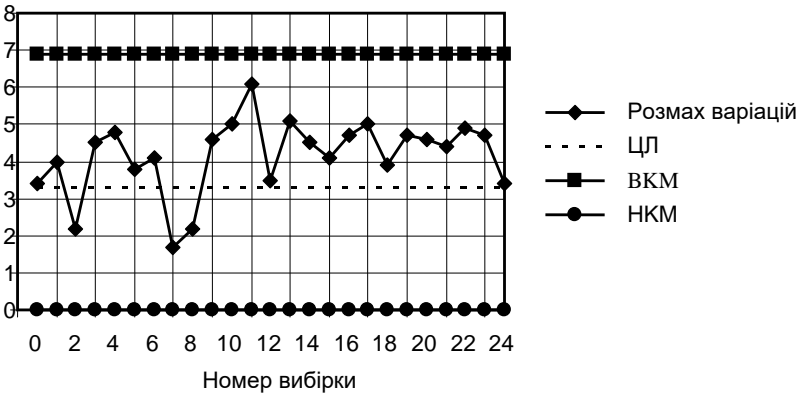
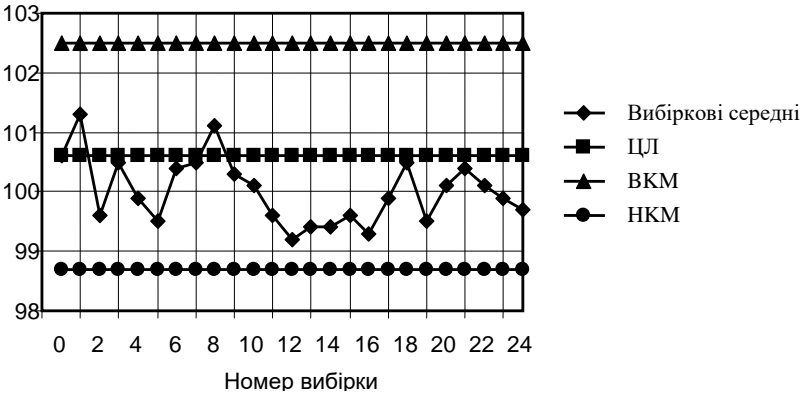
Таблиця 6.1.

Вибіркові дані з процесу пакування присадок ХАДО

Номер вибірки	Середнє значення вибірки	Розмах варіації	Номер вибірки	Середнє значення	Розмах варіації
1	100,6	3,4	14	99,4	5,1
2	101,3	4,0	15	99,4	4,5
3	99,6	2,2	16	99,6	4,1
4	100,5	4,5	17	99,3	4,7
5	99,9	4,8	18	99,9	5,0
6	99,5	3,8	19	100,5	3,9
7	100,4	4,1	20	99,5	4,7

Продовження табл. 6.1

8	100,5	1,7	21	100,1	4,6
9	101,1	2,2	22	100,4	4,4
10	100,3	4,6	23	100,1	4,9
11	100,1	5,0	24	99,9	4,7
12	99,6	6,1	25	99,7	3,4
13	99,2	3,5			



6.3. Контрольні карти середніх значень і середньоквадратичних відхилень: $(\bar{X} - S)$ -карти.

Контрольна карта середніх значень і середньоквадратичних відхилень є другим типом карти, який застосовується для оцінки стабільності процесів та моніторингу за стабільністю середнього значення і варіації процесу.

Цей тип контрольних карт ґрунтується на визначенні середньоквадратичного відхилення процесу на основі вибірових середніх квадратичних відхилень замість вибірових розмахів варіації, як для $(\bar{X} - R)$ -карти. Незважаючи на більшу складність розрахунків, цей тип контрольних карт є особливо ефективним, якщо обсяг окремих вибірок становить 10-12 і більше виробів або якщо обсяг змінюється від вибірки до вибірки.

Контрольна карта середніх значень і середньоквадратичних відхилень створюється в тій самій послідовності, що й $(\bar{X} - R)$ -карта.

Спочатку для кожної підгрупи i знаходимо вибірове середньоквадратичне відхилення S_i , яке визначається за формулою

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n-1}}. \quad (6.19)$$

На його основі визначаємо загальне середньоквадратичне відхилення

$$\bar{S} = \frac{\sum S_i}{k}, \quad (6.20)$$

де k – кількість вибірок, отриманих з процесу.

Середньоквадратичне відхилення процесу можна виразити так

$$\sigma = \frac{\bar{S}}{c_4}, \quad (6.21)$$

де c_4 – константа, що залежить від обсягу вибірки.

Контрольні межі карти середньоквадратичних відхилень встановлюються за допомогою виразу:

$$\bar{S} \pm 3 \cdot \sigma_s. \quad (6.22)$$

Середньоквадратичне відхилення процесу, оцінене через середньоквадратичні відхилення вибірок, буде таким:

$$\sigma_S = \sigma \cdot \sqrt{1-c_4}. \quad (6.23)$$

Тоді

$$\begin{aligned} BKM(S) &= \bar{S} + 3 \cdot \sigma \cdot \sqrt{1-c_4} = \bar{S} + \frac{3 \cdot \bar{S} \cdot \sqrt{1-c_4}}{c_4} = \\ &= \bar{S} \cdot \left(1 + \frac{3 \cdot \sqrt{1-c_4}}{c_4} \right), \end{aligned} \quad (6.24)$$

$$HKM(S) = \bar{S} \cdot \left(1 - \frac{3 \cdot \sqrt{1-c_4}}{c_4} \right).$$

Визначимо, що

$$\frac{1 - 3 \cdot \sqrt{1-c_4}}{c_4} = B_3, \quad \frac{1 + 3 \cdot \sqrt{1-c_4}}{c_4} = B_4. \quad (6.25)$$

Тоді контрольні межі для карт середньоквадратичних відхилень дорівнюватимуть:

$$BKM(S) = B_4 \cdot \bar{S}, \quad (6.26)$$

$$HKM(S) = B_3 \cdot \bar{S}.$$

У свою чергу, для \bar{X} - частини контрольної карти маємо розміщення контрольних меж на відстані

$$\bar{\bar{X}} \pm \frac{3 \cdot \sigma}{\sqrt{n}}. \quad (6.27)$$

Оскільки $\sigma = \frac{\bar{S}}{c_4}$, то контрольні межі визначаються так

$$\bar{\bar{X}} \pm 3 \cdot \frac{\bar{S}}{c_4 \cdot \sqrt{n}}. \quad (6.28)$$

Нехай $A_3 = \frac{3}{c_4 \cdot \sqrt{n}}$, тоді формули для контрольних меж будуть такими

$$BKM(\bar{\bar{X}}S) = \bar{\bar{X}} + A_3 \cdot \bar{S}, \quad (6.29)$$

$$HKM(\bar{\bar{X}}S) = \bar{\bar{X}} - A_3 \cdot \bar{S}.$$

Значення A_3 залежить лише від обсягу вибірки n і можуть бути взяті із дод. У тому разі, якщо обсяг вибірок відрізняється, то контрольні межі визначаються на основі відповідних значень і будуть індивідуальні для кожної вибірки.

Крім середнього стандартного відхилення, варіація процесу може визначатися на основі медіани стандартних відхилень \bar{S} . У цьому разі контрольні межі для карти середньоквадратичних відхилень будуть такі

$$\begin{aligned} ВКМ &= B_{10} \cdot \bar{S}, \\ ЦЛ &= \bar{S}, \\ НКМ &= B_9 \cdot \bar{S}. \end{aligned} \quad (6.30)$$

а карти середніх

$$\begin{aligned} ВКМ &= \bar{\bar{X}} + A_{10} \cdot \bar{S}, \\ ЦЛ &= \bar{\bar{X}}, \\ НКМ &= \bar{\bar{X}} - A_{10} \cdot \bar{S}. \end{aligned} \quad (6.31)$$

Значення B_9, B_{10}, A_{10} наведено у дод. В.

Оскільки для отримання незміщеного стандартного відхилення його потрібно скоригувати на величину c_4 , то центральна лінія карти середньоквадратичних відхилень із стандартними значеннями дорівнює

$$ЦЛ = \tilde{n}_4 \cdot \sigma \quad (6.32)$$

Враховуючи, що значення σ відоме, з формул

$$\begin{aligned} ВКМ &= \tilde{n}_4 \cdot \sigma + 3 \cdot \sigma \cdot \sqrt{1 - \tilde{n}_4}, \\ НКМ &= \tilde{n}_4 \cdot \sigma - 3 \cdot \sigma \cdot \sqrt{1 - \tilde{n}_4}. \end{aligned} \quad (6.33)$$

припустивши, що

$$\begin{aligned} B_5 &= \tilde{n}_4 - 3 \cdot \sqrt{1 - \tilde{n}_4}, \\ B_6 &= \tilde{n}_4 + 3 \cdot \sqrt{1 - \tilde{n}_4}. \end{aligned} \quad (6.34)$$

Отримаємо параметри для карти середньоквадратичних відхилень із стандартними значенням:

$$\begin{aligned} BKM &= B_6 \cdot \sigma, \\ HKM &= B_5 \cdot \sigma. \end{aligned} \quad (6.35)$$

Значення B_5 B_6 визначаються обсягом вибірок n .

6.4. Приклади застосування карт середніх значень і середньоквадратичних відхилень

Статистична оцінка стабільності процесу за допомогою створення $(\bar{X} - S)$ -карти для малих вибірок неоднакового обсягу, коли стандартні значення задано.

Припустимо, що виробник хотів проконтролювати електричний опір деякого виробу після того, як той пропрацював 100 год; при цьому $\mu=150$ Ом, а $\sigma=7,5$ Ом. З кожних 15 послідовних партій випадковим чином брали по 5 виробів і протягом 100 год. випробували їх. Внаслідок механічних пошкоджень деякі вироби з вибірки виходили з ладу до закінчення терміну випробувань. У табл. 6.3 наведені середні значення \bar{X} і середні квадратичні відхилення 15 вибірок із їх зазначеним обсягом.

Оскільки стандартні значення параметрів процесу задано, центральні лінії контрольних карт визначаються так:

- для карти середніх \bar{X} : ЦЛ= $\mu=150$;

- для карти середньоквадратичних відхилень S – з урахуванням обсягів кожної окремої вибірки:

при $n=3$:

$$\bar{S} = c_4 \cdot \sigma = 0,7236 \cdot 7,5 = 5,43 ;$$

при $n=4$:

$$\bar{S} = c_4 \cdot \sigma = 0,7979 \cdot 7,5 = 5,98 ;$$

при $n=5$:

$$\bar{S} = c_4 \cdot \sigma = 0,8407 \cdot 7,5 = 6,31 .$$

Таблиця 6.3.

Дані контролю опору послідовних партій виробів після 100 год роботи

Номер вибірки	Обсяг вибірки n	Середнє ариф- метичне \bar{X}	Середньоквадратичне відхилення S
1	5	154,6	12,20
2	5	143,4	9,75
3	4	160,8	11,20
4	3	152,7	7,43
5	5	136,0	4,32
6	3	147,3	8,65
7	3	161,7	9,23
8	5	151,0	7,24
9	5	156,2	8,92
10	4	137,5	3,24
11	5	153,8	6,85
12	5	143,4	7,64
13	4	156,0	10,18
14	5	149,8	8,86
15	5	138,2	7,38

Контрольні межі контрольних карт визначаються для різних обсягів вибірки окремо.

Для карти середніх \bar{X} :

при $n=3$:

$$\mu \pm A \cdot \sigma = 150 \pm 1,32 \cdot 7,5 = \left\langle \frac{159,9}{140,1} \right\rangle ;$$

при $n=4$:

$$\mu \pm A \cdot \sigma = 150 \pm 1,500 \cdot 7,5 = \left\langle \frac{161,3}{138,8} \right\rangle ;$$

при $n=5$:

$$\mu \pm A \cdot \sigma = 150 \pm 1,342 \cdot 7,5 = \left\langle \frac{160,1}{139,9} \right\rangle .$$

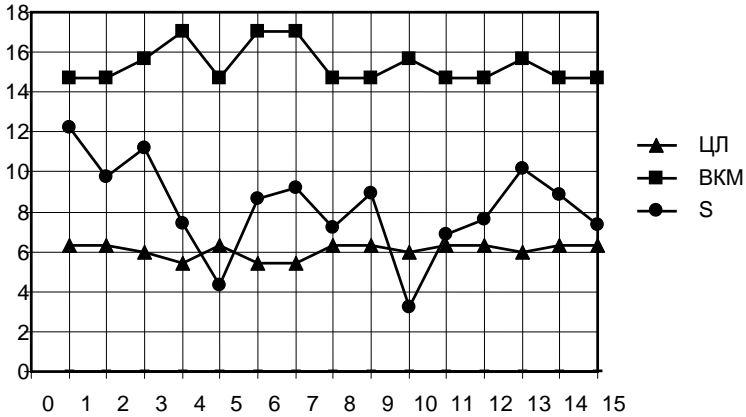


Рис. 6.2а. Карта середніх значень

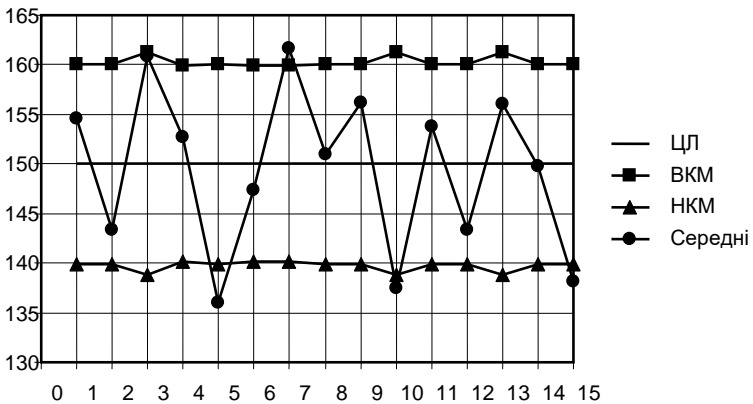


Рис. 6.2б. Карта стандартних відхилень

Для карти середньоквадратичних відхилень S :
при $n=3$:

$$B_6 \cdot \sigma = 2,276 \cdot 7,5 = 17,07;$$

$$B_5 \cdot \sigma = 0 \cdot 7,5 = 0;$$

при $n=4$:

$$B_6 \cdot \sigma = 2,088 \cdot 7,5 = 15,66;$$

$$B_5 \cdot \sigma = 0 \cdot 7,5 = 0;$$

при $n=5$:

$$B_6 \cdot \sigma = 1,964 \cdot 7,5 = 14,73;$$

$$B_5 \cdot \sigma = 0 \cdot 7,5 = 0;$$

Висновок. Процес статистично некерований, оскільки вибіркові середні партій 5 і 10 виходять за нижню контрольну межу. Середньоквадратичне відхилення для цих партій не виходить за контрольну межу, отже варіація є статистично стабільною. Тому необхідно вжити заходів для зменшення розсіювання середніх значень між партіями.

6.5. Контрольні карти медіан і розмахів варіацій: (*me-r*)-карти

Карта медіан і розмахів варіації була впроваджена з метою спрощення розрахунків при визначенні стабільності розташування процесу. Замість розрахунку середнього значення для кожної вибірки визначається її медіана. Цей вид контрольної карти був особливо популярним при веденні контрольних карт без застосування обчислювальної техніки.

R-частина контрольної карти обчислюється аналогічно до частини розмахів ($\bar{X} - R$)-карт. Якщо варіація процесу є стабільною, її оцінку можна використати для створення карти медіан.

Спочатку для кожної вибірки визначаємо медіану. Потім знаходимо медіану для всіх підгруп як середнє з вибірових медіан

$$\bar{Me} = \frac{\sum Me}{k}, \quad (6.36)$$

де k – кількість вибірових підгруп.

Вона і буде використана як центральна лінія контрольної карти

$$ЦЛ = \bar{Me} = \frac{\sum Me}{k}. \quad (6.37)$$

Середньоквадратичне відхилення для вибірових медіан становить:

$$\sigma_{Me} = \frac{A_6}{3} \cdot \bar{R}. \quad (6.38)$$

Тоді контрольні межі для карти медіан будуть такі:

$$\begin{aligned} BKM(Me) &= \overline{Me} + A_6 \cdot \overline{R}, \\ НКМ(Me) &= \overline{Me} - A_6 \cdot \overline{R}. \end{aligned} \quad (6.39)$$

Значення константи A_6 отримують з таблиць констант для контрольних карт.

У тому разі, коли варіація процесу визначається на основі медіани розмахів, як і для карти середніх і медіан розмахів варіації, то для визначення контрольних меж використовуємо формули

$$\begin{aligned} BKM &= \overline{X} + A_5 \cdot \overline{R}, \\ НКМ &= \overline{X} - A_5 \cdot \overline{R}, \\ ЦЛ &= \overline{Me} = \overline{X} \end{aligned} \quad (6.40)$$

6.6. Приклад використання контрольних карт медіан і розмахів варіацій: (*me-r*)-карти.

Оцінка статистичної стабільності процесу на основі створення карти медіан та розмахів, коли стандартні значення не задано.

Виготовляють лазерні диски з технічними специфікаціями, товщина яких перебуває в інтервалі від 0,07 до 0,16 см. Кожні півгодини збирають вибірки обсягом 5 одиниць, і товщина дисків у міліметрах заноситься у протокол (таблиця 6.4). Було вирішено розробити карту медіан з метою контролю якості.

Таблиця 6.4.

Значення вибірових спостережень з процесу виготовлення лазерних дисків

Номер вибірки	Товщина диска, мм					Медіана	Розмах
	1	2	3	4	5		
1	14	8	12	12	8	12	6
2	11	10	13	8	10	10	5
3	11	12	16	14	9	12	7
4	16	12	17	15	13	15	5
5	15	12	14	10	7	12	8
6	13	8	15	15	8	13	7
7	14	12	13	10	16	13	6

Продовження табл. 6.4.

8	11	10	8	16	10	10	8
9	14	10	12	9	7	10	7
10	12	10	12	14	10	12	4
11	10	12	8	10	12	10	4
12	10	10	8	8	10	10	2
13	8	12	10	8	10	10	4
14	13	8	11	14	12	12	6
15	7	8	14	13	11	11	7

Для створення карти медіан і розмахів виконують такі дії. Обчислюють середнє з вибірових медіан і розмахів:

$$\bar{Me} = \frac{\sum Me}{k} = \frac{12+10+12+\dots+11}{15} = \frac{172}{15} = 11,47.$$

$$\bar{R} = \frac{\sum R}{k} = \frac{6+5+7+\dots+7}{15} = \frac{86}{15} = 5,73.$$

Параметри карти розмахів обчислюються так:

$$\text{ЦЛ} = \bar{R} = 5,73,$$

$$\text{ВКМ} = D_4 \cdot \bar{R} = 2,114 \cdot 5,73 = 12,11,$$

$$\text{НКМ} = D_3 \cdot \bar{R} = 0 \cdot 5,73 = 0.$$

Оскільки n менше ніж 7, НКМ не буде зображено. Значення констант D_3 і D_4 беруть для $n=5$. Оскільки карта розмахів відповідає стану контрольованості, можна обчислити параметри карти медіан.

Параметри контрольної карти медіан:

$$\text{ЦЛ} = \bar{Me} = 11,47,$$

$$\text{ВКМ}_{Me} = \bar{Me} + A_4 \cdot \bar{R} = 11,47 + (0,69 \cdot 5,73) = 15,42,$$

$$\text{НКМ}_{Me} = \bar{Me} - A_4 \cdot \bar{R} = 11,47 - (0,69 \cdot 5,73) = 7,52.$$

Контрольні карти зображені на рисунку 6.3а, 6.3б. З візуального аналізу карт можна дійти висновку, що процес виявляє стан статистичної керованості.

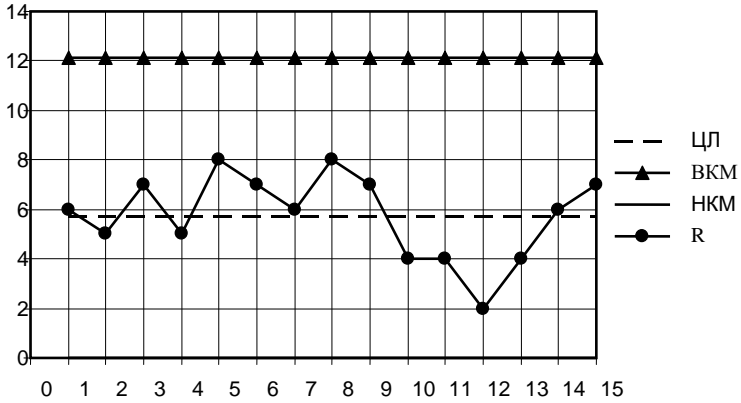


Рис.6.3а. Контрольна карта медіан

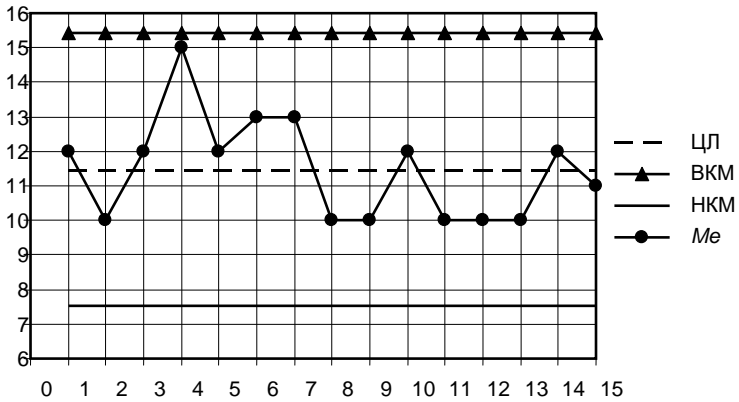


Рис.6.3б. Контрольна карта розмахів варіацій

6.7. Завдання для самостійної роботи.

Завдання 1. Виробник електроліту досліджує її чистоту. Чистота електроліту вимірюється в кожній партії.

Таблиця 6.5.

Дані про вимірювання чистоти електроліту в 20 послідовних партіях

Номер партії	Чистота,	Номер партії	Чистота, %
1	0.81	11	0.81
2	0.82	12	0.83
3	0.81	13	0.81
4	0.82	14	0.82

Продовження табл. 6.5.

5	0,82	15	0,81
6	0,83	16	0,85
7	0,81	17	0,83
8	0,80	18	0,87
9	0,81	19	0,86
10	0,82	20	0,84

Використовуючи наведені дані, визначити, чи перебуває процес у стані статистичного контролю.

Завдання 2. Досліджується концентрація активної добавки у рідині для чищення. У таблиці наведено результати 30 послідовних замірів концентрації.

На основі наведених даних створити контрольну карту окремих спостережень. Оцінити стабільність процесу.

Таблиця 6.6.

Результати виміру концентрації активної добавки

Спостереження	Концентрація, г/л	Спостереження	Концентрація, г/л
1	60,4	16	99,9
2	69,5	17	59,3
3	78,4	18	60,0
4	72,8	19	74,7
5	78,2	20	75,8
6	78,7	21	76,6
7	56,9	22	68,4
8	78,4	23	83,1
9	79,6	24	61,1
10	100,8	25	54,9
11	99,6	26	69,1
12	64,9	27	67,5
13	75,5	28	69,2
14	70,4	29	87,2
15	68,1	30	73,0

Завдання 3. З певного виробничого процесу взято 20 вибірок обсягом 4 вироби кожна. Результати вимірів певної ознаки якості X для кожного виробу наведено в таблиці 6.7.

На основі наведених даних визначити тип контрольної карти, яку доцільно застосувати для оцінки стабільності процесу. Обґрунтувати вибір.

Розрахувати характеристику контрольної карти. Навести формули для центральної лінії, контрольних меж і техніку розрахунку. Нанести вибіркові значення ознаки на контрольну карту. Оцінити стабільність процесу. Обґрунтувати наявність особливих причин (якщо вони є).

Таблиця 6.7.

Результати вибірових спостережень з виробничого процесу

№ вибірки	X_1	X_2	X_3	X_4
1	70,291	72,224	70,566	73,090
2	71,401	71,930	70,311	74,323
3	70,048	70,534	69,762	74,539
4	69,028	69,836	69,552	74,444
5	69,892	68,808	70,884	74,247
6	70,152	70,559	71,593	72,979
7	71,006	69,288	70,242	71,824
8	70,196	68,740	70,863	74,612
9	70,477	68,322	69,895	74,368
10	69,510	68,713	70,244	75,109
11	67,744	68,973	69,716	76,569
12	67,607	69,508	70,244	75,959
13	68,168	68,808	69,716	76,005
14	69,979	69,931	68,914	73,206
15	68,227	69,763	69,216	72,251
16	68,497	69,541	68,431	70,386
17	67,113	69,889	67,616	70,519
18	67,993	71,243	67,542	71,005
19	68,113	69,701	69,136	71,542
20	69,149	71,135	69,905	72,692

Практична робота № 7

ПОКАЗНИКИ НАДІЙНОСТІ ПРОДУКЦІЇ

Мета - розрахунок показників надійності продукції.

Короткі теоретичні відомості

Надійністю виробу називається його властивість виконувати задані функції, зберігаючи свої експлуатаційні показники (продуктивність, економічність, рентабельність та ін.) в заданих межах протягом необхідного проміжку часу або необхідного напрацювання в певних режимах в умовах експлуатації.

Надійність виробу обумовлюється його безвідмовністю, ремонтпридатністю, збережуваністю, а також довговічністю його частин.

Безвідмовністю називається властивість виробу зберігати працездатність протягом деякого напрацювання без вимушених перерв. У цьому визначенні під напрацюванням розуміється тривалість або об'єм роботи виробу, вимірюваний в годинах, кілометрах, гектарах, кубометрах і тому подібне.

Довговічністю це властивість виробу зберігати працездатність до певного стану з необхідними перервами для технічних обслуговування і ремонтів. Граничний стан визначається неможливістю подальшої експлуатації виробу, обумовленої або зниженням ефективності, або вимогами безпеки, і обмовляється в технічній документації. Напрацювання виробу до граничного стану називається ресурсом.

Ремонтпридатність - властивість виробу, що полягає в його пристосованості до запобігання, виявлення і усунення відмов і несправностей шляхом проведення технічного обслуговування і ремонту. Мається на увазі, що при усуненні відмови або несправності відновлюється працездатність виробу.

Збережуваність - властивість виробу зберігати обумовлені експлуатаційні показники під час і після терміну зберігання і транспортування, встановленого в технічній документації.

Всі можливі види виробів розділяють на не відновлювані (що не ремонтуються) і відновлювані (ремонтпридатні).

До перших відносяться широка номенклатура радіоелементів (напівпровідникові і електровакуумні прилади, конденсатори, резистори і т. д.), електротехнічні вироби (освітлювальні прилади, реле, вимикачі), деталі машин і тому подібне. До невідновних виробів відносяться також складні вироби: апаратура супутників і космічних кораблів, бортова апаратура літаків під час польотів і деяких типів кораблів під час плавання.

До ремонтваних виробів відносяться складні вироби: автотомашини, комбайни, стаціонарна електронна апаратура.

Приклад 1.

В результаті випробувань з 500 електронних ламп протягом 1000 годин відмовлено 10 ламп.

Визначити: а) ймовірність безвідмовної роботи;

б) інтенсивність відмов.

Рішення:

1. Вірогідність безвідмовної роботи за час $t = 1000$ ч. оцінюється по наступній формулі:

$$\tilde{P}(t) = \frac{N - m}{N}, \quad (7.1)$$

де $N = 500$ – кількість виробів для випробувань; $m = 10$ – число виробів, що відмовили, за час t .

$$\tilde{P}(1000) = \frac{500 - 10}{500} = 0,98;$$

Інтенсивність відмов невідновного виробу $\tilde{\lambda}(t)$ оцінюється за допомогою співвідношення:

$$\tilde{\lambda}(t) = \frac{m}{(N - m)t}, \quad (7.2)$$

Завдання:

1. Визначити:

а) вірогідність безвідмовної роботи;

б) інтенсивність відмов, якщо при дослідній експлуатації

N виробів число відмов за декілька діб рівне m .

Результати занести в таблицю.

Зробити висновки.

Таблиця 7.1

Кількість виробів, N	Число відмов, m	Час роботи, діб.	Вірогідність безвідмовної роботи	Інтенсивність відмов, 1/год
100+50n	5+r	60+5r		
200+60r	12+2n	55+4n		

2. Визначити число відмов (m) при експлуатації N виробів за t годин, якщо інтенсивність відмов рівна таблиця 7.2.

Результати занести в таблицю

Таблиця 7.2.

Кількість виробів, N	Інтенсивність відмов, 1/год.	Час роботи, год.	Число відмов, m
100+5n	0,00005	15+n	
200+10r	0,0001	10+r	

Практична робота №8

МОНІТОРИНГ ЯКОСТІ НА ОСНОВІ КОНТРОЛЬНИХ КАРТ ДЛЯ АЛЬТЕРНАТИВНИХ ОЗНАК

Мета отримати теоретичні знання та практичні навички з використання та побудови контрольних карт для альтернативних даних та прийняття рішень про хід технологічного процесу.

Короткі теоретичні відомості.

8.1. Контрольні карти часток невідповідностей: р-карти

Контрольні карти для альтернативних ознак створюються для процесів, кількісну характеристику яких можна одержати за допомогою підрахунку у загальній сукупності кількості об'єктів, що відповідають певним умовам. Найпоширенішою характеристикою є кількість дефектних виробів у партії виготовленої продукції. Можливі значення такої кількості виробів, що не відповідають ви-

могам, визначають за біноміальним законом розподілу. Якщо мірою якості є кількість невідповідностей на одиницю продукції, то вона підлягає закону розподілу Пуассона.

Розробка контрольної карти для часток невідповідностей починається з визначення частки виробів, що не відповідають встановленим вимогам, у кожній вибірковій партії. Частка невідповідностей визначається як відношення кількості у сукупності елементів або виробів, що не відповідають вимогам, до загальної кількості елементів (виробів) сукупності. Вироби можуть мати кілька ознак якості, за якими вони оцінюються одночасно. Виріб може не відповідати вимогам за однією або кількома ознаками. Звичайно частка невідповідностей визначається у сотих від цілого, але іноді можна подавати її у відсотках. Таким чином, для кожної дослідженої вибірки продукції обсягом n одиниць можна визначити вибіркову частку p кількості невідповідних виробів d за формулою

$$p = \frac{d}{n}. \quad (8.1)$$

Контрольна карта часток невідповідностей за відсутності стандартного значення для певного процесу створюється на основі загальної середньої частки невідповідних виробів, що береться як центральна лінія контрольної карти

$$ЦЛ = \frac{\sum_{i=1}^k d_i}{\sum_{i=1}^k n_i} \bar{p} \quad (8.2)$$

де d – кількість невідповідних виробів у партії i ; n – обсяг партії i ; k – кількість досліджених партій виробів.

Отже, середня частка невідповідних виробів визначається як відношення загальної кількості виробів, що не відповідають вимогам, до загальної кількості перевірених виробів.

Оскільки дисперсія якісної ознаки визначається як $\sigma^2 = p \cdot (1 - p)$, то вибіркове стандартне відхилення дорівнює $\sigma = \sqrt{p \cdot (1 - p)}$. Для вибірки обсягом n одиниць середньоквадратичне відхилення процесу обчислюється так:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\bar{p} \cdot (1 - \bar{p})}{n}}. \quad (8.3)$$

Контрольні межі для контрольної карти часток невідповідностей встановлюються на відстані 3 середніх квадратичних відхилень процесу від центральної лінії і визначаються за формулами:

$$\begin{aligned} ВКМ(p) &= \bar{p} + 3 \cdot \sqrt{\frac{\bar{p} \cdot (1 - \bar{p})}{n}}, \\ НКМ(p) &= \bar{p} - 3 \cdot \sqrt{\frac{\bar{p} \cdot (1 - \bar{p})}{n}}. \end{aligned} \quad (8.4)$$

Цей підхід застосовується у тому разі, коли всі вибірки мають однакову кількість одиниць, тобто для постійного обсягу. Слід зазначити, що обсяг вибірки повинен бути досить великим, оскільки лише тоді можна встановити наявність дефектів, які трапляються дуже рідко.

Слід пам'ятати: чим більший обсяг вибірки, то вужчими будуть контрольні межі, оскільки середня помилка вибірки обернено залежить від її обсягу. Дуже часто НКМ має від'ємне значення або наближається до 0, і тому її застосування не має сенсу.

Якщо обсяг вибірок, які досліджуються, є різним, то змінюватимуться і контрольні межі. Тому при конструюванні контрольної карти в такій ситуації найточнішим буде обчислення контрольних меж окремо для кожної підгрупи, хоча це й ускладнює візуальний аналіз процесу. При цьому межі встановлюються за формулами

$$\begin{aligned} ВКМ(p) &= \bar{p} + 3 \cdot \sqrt{\frac{\bar{p} \cdot (1 - \bar{p})}{n_i}}, \\ НКМ(p) &= \bar{p} - 3 \cdot \sqrt{\frac{\bar{p} \cdot (1 - \bar{p})}{n_i}}, \end{aligned} \quad (8.5)$$

де n_i – обсяг вибірки i .

У цьому випадку також можна використати середній обсяг вибірки, якщо він незначно відрізняється від вибірки до вибірки. Використання такого підходу можливе, якщо різниця між найбільшою і найменшою вибіркою не перевищує 25 %. Середній обсяг вибірок визначається за формулою

$$\bar{n} = \frac{\sum n_i}{k}, \quad (8.6)$$

де k – кількість вибірок.

Контрольні межі в цьому разі визначаються так:

$$\begin{aligned} BKM &= \bar{p} + 3 \cdot \sqrt{\frac{\bar{p} \cdot (1 - \bar{p})}{\bar{n}}}, \\ HKM &= \bar{p} - 3 \cdot \sqrt{\frac{\bar{p} \cdot (1 - \bar{p})}{\bar{n}}}. \end{aligned} \quad (8.7)$$

Третій шлях – це обчислення двох пар контрольних меж для найбільшого і найменшого обсягу вибірки. Так можна отримати зовнішню та внутрішню верхню і нижню контрольні межі.

Зовнішні:

$$\begin{aligned} BKM &= \bar{p} + \sqrt{\frac{\bar{p} \cdot (1 - \bar{p})}{n_{min}}}, \\ HKM &= \bar{p} - \sqrt{\frac{\bar{p} \cdot (1 - \bar{p})}{n_{min}}}. \end{aligned} \quad (8.8)$$

Внутрішні:

$$\begin{aligned} BKM &= \bar{p} + \sqrt{\frac{\bar{p} \cdot (1 - \bar{p})}{n_{max}}}, \\ HKM &= \bar{p} - \sqrt{\frac{\bar{p} \cdot (1 - \bar{p})}{n_{max}}}. \end{aligned} \quad (8.9)$$

8.2. Контрольні карти кількості дефектів: *np*-карти

Дуже часто кількість дефектів легше оцінити, якщо вони подані як цілі числа, а не як частини від загального. Число *np*

являє собою кількість одиниць з певною характеристикою у підгрупі, наприклад, кількість невідповідних виробів. Традиційно np -карти використовують, якщо обсяг вибірки є постійним. Оскільки застосовують ті самі дані, що і для p -карт, вони є взаємозамінними і дають однакові висновки.

Середньоквадратичне відхилення процесу оцінюється за формулою

$$\sigma = \sqrt{n\bar{p} \cdot (1 - \bar{p})}, \quad (8.10)$$

тому контрольна карта кількості дефектів створюється за такими характеристиками:

$$\begin{aligned} ЦЛ &= n \cdot \bar{p}, \\ ВКМ &= n \cdot \bar{p} + 3\sqrt{n \cdot \bar{p} \cdot (1 - \bar{p})}, \\ НКМ &= n \cdot \bar{p} - 3\sqrt{n \cdot \bar{p} \cdot (1 - \bar{p})}. \end{aligned} \quad (8.11)$$

Якщо потрібно дослідити не кількість дефектних виробів у партії продукції, а кількість дефектів на певну кількість одиниць, то використовують карти, які створюють на основі розподілу Пуассона, на відміну від p - і np -карт, які базуються на біноміальному розподілі. В цьому разі застосовують c -карту та u -карту.

Під час розроблення контрольної карти часток невідповідностей потрібно визначити три параметри: частоту отримання вибірок, обсяг вибірки та відстань між контрольними межами і центральною лінією.

Найчастіше контрольна карта часток невідповідностей створюється за результатами 100-відсоткової перевірки виробів, виготовлених протягом певного періоду часу. Наприклад, за годину, зміну або весь день. Періодичність отримання вибірок та їх обсяг є взаємозалежними. Якщо потрібно дослідити певну частину виробів від обсягу виробництва, тоді, виходячи з частоти отримання вибірок, визначається і їх обсяг.

Для встановлення наявності принаймні одного невідповідного виробу, якщо частка таких виробів є малою, обсяг вибірки повинен бути досить великим. Тобто потрібно вибирати обсяг

вибірки, мінімально достатній для визначення принаймні одного невідповідного виробу з імовірністю a .

Обсяг вибірки має бути достатньо великим, щоб встановити зміну частки невідповідностей на певну величину, принаймні з імовірністю 0,5. Припустимо, що поточне значення частки невідповідних виробів $p=0,02$, і необхідно з імовірністю 0,5 визначити зміну до $p=0,05$. Якщо δ являє собою розмір зміни частки невідповідностей, який потрібно визначити, тоді із співвідношення

$$\delta = L \cdot \sqrt{\frac{p \cdot (1-p)}{n}} \quad (8.12)$$

визначаємо n :

$$n = \left(\frac{L}{\delta}\right)^2 \cdot p \cdot (1-p), \quad (8.13)$$

яке в цьому випадку при $p=0,02$ і $\delta=0,05-0,02=0,03$ становить

$$n = \left(\frac{3}{0,03}\right)^2 \cdot 0,02 \cdot 0,98 = 196.$$

Таким чином, для швидкого визначення можливих змін розміру частки виробів, що не відповідають вимогам, потрібно досліджувати вибірки обсягом щонайменше 196 одиниць кожна.

8.3. Приклади використання контрольних карт для альтернативних даних

Приклад 1. Оцінка статистичної стабільності процесу виготовлення продукції за допомогою створення p -карти і np -карти, коли стандартні значення не задано.

У табл. 8.1 наведено дані про кількість невідповідних одиниць, що виявляють на годину у результаті 100-відсоткового контролю маленьких перемикачів за допомогою автоматичних пристроїв контролю. Перемикачі виготовляються на автоматичній лінії складання. Оскільки такі невідповідності є серйозними для розпізнавання того, чи є процес виробництва на лінії складання статистично керованим, використовується частка невідповідностей, p -карта створюється за допомогою збирання даних з 25 вибірових груп як попередніх даних.

Тепер обчислимо центральну лінію і контрольні межі.

Параметри p -карти:

Центральна лінія визначається як загальна середня частка дефектів з усіх вибірок:

$$ЦЛ = \bar{p} = \frac{8+14+\dots+14}{4000 \cdot 25} = \frac{269}{100000} = 0,0027 = 0,27\%$$

Обчислюємо контрольні межі:

$$ВКМ = \bar{p} + 3 \cdot \sqrt{\bar{p} \cdot (1 - \bar{p}) / n} = 0,0027 + 3 \cdot \sqrt{0,0027 \cdot (1 - 0,0027) / 4000} \\ = 0,0052 = 0,52\%$$

$$НКМ = \bar{p} - 3 \cdot \sqrt{\bar{p} \cdot (1 - \bar{p}) / n} = 0,0027 - 3 \cdot \sqrt{0,0027 \cdot (1 - 0,0027) / 4000} \\ = 0,0002 = 0,02\%$$

Таблиця 8.1

Попередні дані з процесу виробництва перемикачів

Номер підгрупи	Кількість перевірених перемикачів n	Кількість невідповідних перемикачів np	Процент невідповідностей P
1	4000	8	0,200
2	4000	14	0,350
3	4000	10	0,250
4	4000	4	0,100
5	4000	13	0,325
6	4000	9	0,225
7	4000	7	0,175
8	4000	11	0,275
9	4000	15	0,375
10	4000	3	0,325
11	4000	5	0,125
12	4000	14	0,350
13	4000	12	0,300
14	4000	8	0,200
15	4000	15	0,375
16	4000	11	0,275

Продовження табл. 8.1

17	4000	9	0,225
18	4000	18	0,450
19	4000	6	0,150
20	4000	12	0,300
21	4000	6	0,150
22	4000	12	0,300
23	4000	8	0,200
24	4000	15	0,375
25	4000	14	0,350

Контрольна карта зображена на рисунку 8.1.

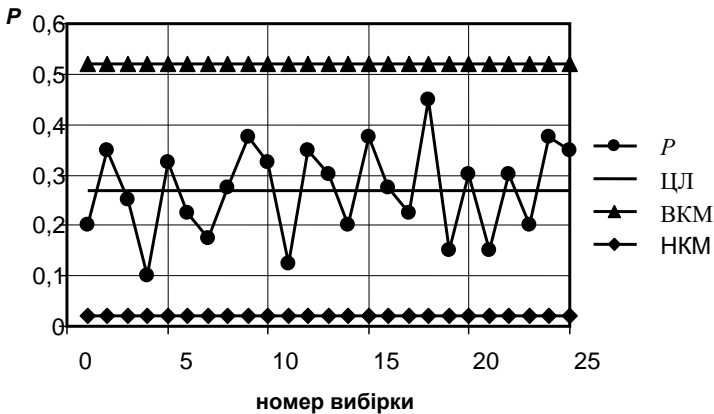


Рис. 8.1. Контрольна p -карта часток невідповідностей

Карта показує, що процес виготовлення перемикачів перебуває у стані статистичної керованості, хоча процент невідповідностей, можливо, занадто великий. Тепер ці контрольні межі можна використовувати для наступних підгруп до того часу, доки процес не зміниться або ж не вийде із стану статистичної керованості. Необхідно звернути увагу на таке: оскільки процес статистично керований, то будь-яке поліпшення може змінити процес.

Якщо процес поліпшили, треба обчислити різні контрольні межі для наступних підгруп, які б відображали зміну у процесі. Якщо процес було поліпшено (зменшене значення p), вико-

ристовуються нові межі, але якщо процес погіршився (підвищене значення p), необхідно шукати додаткові встановлювані причини.

Слід зазначити, що np -карта також була б доцільною для цих даних, оскільки обсяги всіх вибірок однакові. Обчислення для np -карти наведено далі, а карта зображена на рисунку 8.2.

Параметри np -карти такі:

$$ЦДІ = n\bar{p} = \frac{8+14+\dots+14}{25} = 10,76,$$

$$ВКМ = n\bar{p} + 3 \cdot \sqrt{n \cdot \bar{p} \cdot (1 - \bar{p})} = 10,76 + 3 \cdot \sqrt{10,76 \cdot (1 - 0,0027)} = 20,59,$$

$$НКМ = n\bar{p} - 3 \cdot \sqrt{n \cdot \bar{p} \cdot (1 - \bar{p})} = 10,76 - 3 \cdot \sqrt{10,76 \cdot (1 - 0,0027)} = 0,933.$$

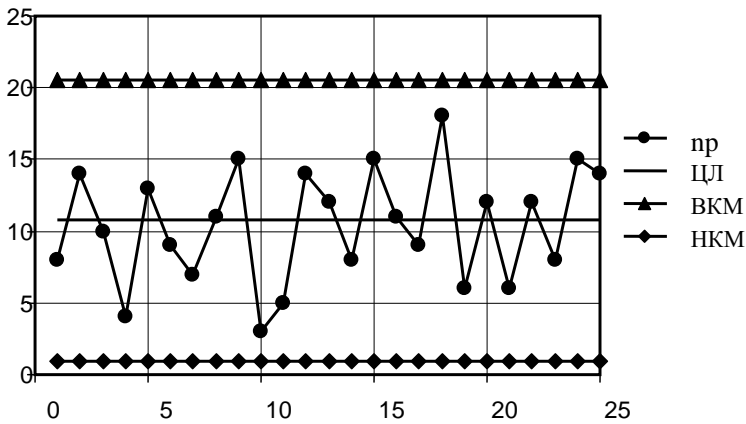


Рис. 8.2. Контрольна карта кількості дефектів

8.4. Контрольні карти кількості невідповідностей на виріб: с-карти та u-карти

Якщо можлива область появи дефектів має постійний обсяг (розмір), то для контролю процесу використовується с-карта. Можлива область може вимірюватися такою кількістю продукту, яку зручно досліджувати і реєструвати дані. Наприклад, це може бути 1 пристрій, 1 замовлення чи контракт, 5 метрів тканини.

Якщо стандартні значення не задано, то характеристики контрольної карти встановлюються на основі визначеної середньої кількості невідповідностей для всіх виробів. Вона використовується як центральна лінія контрольної карти числа невідповідностей на виріб:

$$ЦЛ(c) = \bar{c} = \frac{\text{загальна кількість встановлених дефектів}}{\text{кількість областей виникнення дефектів}}$$

Середня помилка вибірки дорівнює $\sqrt{\bar{c}}$, і контрольні межі для c -карти визначаються так:

$$\begin{aligned} ВКМ &= \bar{c} + 3 \cdot \sqrt{\bar{c}}; \\ НКМ &= \bar{c} - 3 \cdot \sqrt{\bar{c}}. \end{aligned} \quad (8.14)$$

Слід зазначити, що дані підрахунку дефектів на кожний виріб – завжди цілі числа на відміну від елементів контрольної карти.

Оскільки розподіл Пуассона не є симетричним, то для нього частка, яка перебуває за межами у 3σ , не збігається з частками, що розміщуються за контрольними межами. Тому іноді доцільно використовувати спеціальні ймовірнісні контрольні межі, стандартно встановлені для відповідної середньої кількості дефектів на основі розподілу Пуассона. Найчастіше їх використовують, коли число невідповідностей $\bar{c} < 20$.

Коли область можливих випадків не є постійною, використовують контрольну карту середньої кількості невідповідностей на виріб (u -карту). Якщо визначити c_i як загальну кількість невідповідностей у вибірці з a_i досліджених виробів, тоді середня кількість невідповідностей на досліджуваний виріб становитиме

$$u_i = \frac{c_i}{a_i}, \quad (8.15)$$

де c_i – кількість дефектів на вибірку i ; a_i – кількість одиниць у вибірці i .

Центральна лінія карти встановлюється на рівні загального середнього

$$\text{ЦП} = \bar{u} = \frac{\sum c_i}{\sum a_i}. \quad (8.16)$$

Оскільки величина c_i має розподіл за законом Пуассона, то середньоквадратичне відхилення процесу дорівнює $\sqrt{\bar{u}_i/a_i}$. Тоді параметри контрольної карти середньої кількості невідповідностей на виріб визначаються за формулами:

$$\begin{aligned} \text{ВКМ} &= \bar{u} + 3 \cdot \sqrt{\frac{\bar{u}}{a_i}}, \\ \text{НКМ} &= \bar{u} - 3 \cdot \sqrt{\frac{\bar{u}}{a_i}}. \end{aligned} \quad (8.17)$$

Якщо $\text{НКМ} < 0$, то використовують значення, яке дорівнює 0.

Оскільки контрольні межі визначаються на основі області можливих випадків, а вона змінюється, то неможливо прогнозувати майбутні значення меж, а отже, використовувати їх при поточній оцінці процесу. Це призводить до втрат і затримок при оцінці наявності стану статистичного контролю.

Тому слід використовувати середню область можливостей.

$$\bar{a} = \frac{\sum a_i}{k}, \quad (8.18)$$

де k – кількість вибірових груп.

Тоді контрольні межі для u -карти визначатимуться за такими залежностями:

$$\begin{aligned} \text{ВКМ} &= \bar{u} + 3 \cdot \sqrt{\frac{\bar{u}}{a}}, \\ \text{НКМ} &= \bar{u} - 3 \cdot \sqrt{\frac{\bar{u}}{a}}. \end{aligned} \quad (8.19)$$

8.5. Приклад використання контрольних карт кількості невідповідностей на виріб: c -карти та u -карти/

Створення контрольної карти середньої кількості дефектів на одиницю продукції (*u*-карта).

На заводі з виготовлення шин кожні півзміни перевіряють 150 шин і протоколюють загальну кількість дефектів на один виріб *u*. Щоб вивчити стан наявності статистичного контролю процесу, було вирішено створити *u*-карту для кількості дефектів на один виріб. Дані спостережень наведено у таблиці 8.2.

Таблиця 8.2

Результати спостережень кількості дефектів при виготовленні шин (перевірені вироби на підгрупу, $n=150$)

№ підгрупи	Кількість дефектів <i>c</i>	Кількість дефектів на одиницю продук-
1	4	0,027
2	5	0,033
3	3	0,020
4	6	0,040
5	2	0,013
6	1	0,007
7	5	0,033
8	6	0,040
9	2	0,013
10	4	0,027
11	7	0,047
12	5	0,033
13	2	0,013
14	3	0,020
Разом	55	0,026

Середнє значення *u* обчислюється з таблиці 8.2 у такий спосіб. Загальна кількість дефектів ділиться на загальну кількість перевірених виробів (тобто $14 \cdot 150$):

$$\bar{u} = \frac{\sum c}{\sum n} = \frac{55}{14 \cdot 150} = 0,026.$$

Характеристики *u*-карти такі:

$$ЦЛ = \bar{u} = 0,026 ;$$

$$ВКМ = \bar{u} + 3 \cdot \sqrt{\frac{\bar{u}}{n}} = 0,026 + 3 \cdot \sqrt{0,026 / 150} = 0,065;$$

$$НКМ = \bar{u} - 3 \cdot \sqrt{\frac{\bar{u}}{n}} = 0,026 - 3 \cdot \sqrt{0,026 / 150} = 0,026 - 0,039 < 0.$$

Оскільки від'ємні значення *НКМ* неможливі, нижня межа не зображена.

Контрольна карта зображена на рисунку 8.3.

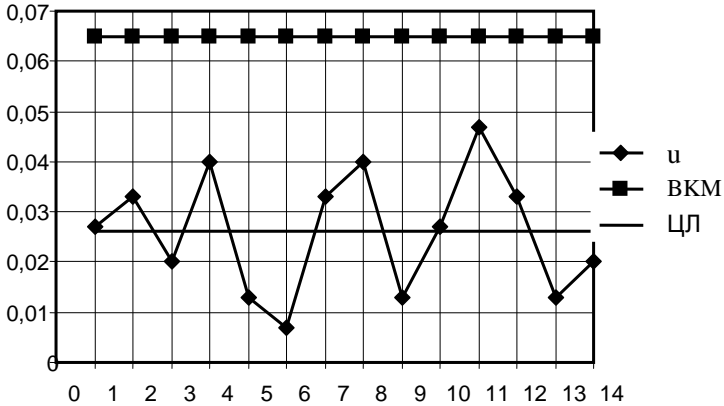


Рис. 8.3 – Контрольна *u*-карта для процесу виробництва шин

Карта вказує, що процес перебуває у стані статистичного контролю. Оскільки обсяги підгруп однакові, можна було б використати *s*-карту.

8.6. Завдання для самостійної роботи/

Завдання 1. Група підтримки споживачів хоче вдосконалити свою роботу. Для цього вона збирає інформацію про повторну потребу у налагоджені обладнання. Дослідження здійснювалось протягом останніх 20 тижнів. Отримані дані наведено в таблиці.

Таблиця 8.3

Інформація про потребу у налагодженні обладнання

Тиждень	Усього звернень	Потреба у повторному налагодженні	Тиждень	Усього звернень	Потреба у повторному налагодженні
1	2	3	4	5	6
1	200	6	11	100	1
2	250	8	12	100	0
3	250	9	13	100	1
4	250	7	14	200	4
5	200	3	15	200	5
6	200	4	16	200	3
7	150	2	17	200	10
8	150	1	18	200	4
9	150	0	19	250	7
10	150	2	20	250	6

На основі наведених даних потрібно визначити пробні контрольні межі для цього процесу.

Завдання 2. За результатами виробництва продукції перевірялась кількість дефектів. Результати перевірок наведено в таблиці 8.4.

На основі наведених даних потрібно визначити тип контрольної карти, яку доцільно застосовувати для оцінки стабільності процесу. Обґрунтувати її вибір.

Розрахувати характеристики контрольної карти. Навести формули для центральної лінії, контрольних меж, техніку розрахунку. Нанести вибіркові значення ознаки на контрольну карту. Оцінити стабільність процесу. Обґрунтувати наявність особливих причин (якщо вони є).

Таблиця 8.4

Результати перевірок виготовленої продукції

Дата	Кількість досліджених виробів	Кількість невідповідних виробів	Частка невідповідних виробів
01.11	250	4	0,016
02.11	220	4	0,018
03.11	240	5	0,021
04.11	200	3	0,015

Продовження табл. 8.4

05.11	250	3	0,012
08.11	225	4	0,018
09.11	240	3	0,013
10.11	200	2	0,010
11.11	200	3	0,015
12.11	220	3	0,014
15.11	200	3	0,015
16.11	200	1	0,005
17.11	250	3	0,012
18.11	240	4	0,017
19.11	240	3	0,013
22.11	220	2	0,009
23.11	250	1	0,004
24.11	250	3	0,012
25.11	230	3	0,013
26.11	200	2	0,010
27.11	220	2	0,009

Завдання 3. Вибірки обсягом 90 підшипників перевіряються для визначення часток невідповідних виробів. Результати спостережень протягом 30 днів наведено в таблиці 8.5.

Таблиця 8.5

Результати спостережень частки невідповідних підшипників

День	Частка невідповідних виробів	День	Частка невідповідних виробів	День	Частка невідповідних виробів
1	0,12	11	0,15	21	0,12
2	0,09	12	0,14	22	0,12
3	0,03	13	0,13	23	0,09
4	0,08	14	0,02	24	0,08
5	0,14	15	0,09	25	0,02
6	0,06	16	0,15	26	0,03
7	0,17	17	0,17	27	0,15
8	0,14	18	0,07	28	0,13
9	0,15	19	0,03	29	0,16
10	0,17	20	0,12	30	0,13

Використовуючи наведені дані, визначити, чи перебуває процес у стані статистичного контролю?

Завдання 4. Генератор забезпечує електроживлення двигуна, має можливі несподівані збої. Результати 25 спостережень наведено в таблиці 8.6. Використовуючи наведені дані, визначити центральну лінію та контрольні межі для *c*-карти. Оцінити статистичну стабільність процесу.

Таблиця 8.6

Результати спостережень кількості відмов

Номер спостереження	Кількість відмов	Номер спостереження	Кількість відмов
1	25	14	75
2	60	15	24
3	28	16	50
4	65	17	70
5	91	18	56
6	56	19	21
7	40	20	88
8	54	21	34
9	90	22	82
10	44	23	53
11	62	24	102
12	81	25	64
13	70		

Завдання 5. Виробник котушок для трансформаторів випробовує їх на наявність тріщин. Підрахунки кількості тріщин наведено в таблиці 8.7.

Таблиця 8.7

Наявність тріщин у котушках для трансформаторів

Котушка	Кількість тріщин	Котушка	Кількість тріщин	Котушка	Кількість тріщин
1	7	11	5	21	13
2	2	12	1	22	8
3	6	13	7	23	0
4	4	14	3	24	11
5	5	15	0	25	19
6	15	16	18	26	0

7	4	17	11	27	0
8	0	18	5	28	1
9	0	19	7	29	6
10	2	20	0	30	0

Використовуючи наведені дані, визначити центральну лінію, контрольні межі, межі зон для *c*-карти. Чи є будь-які індикатори відсутності контролю? Якщо є, то що це за індикатори та чому вони вказують на відсутність стану статистичного контролю.

Практична робота №9

СТАТИСТИЧНИЙ ПРИЙМАЛЬНИЙ КОНТРОЛЬ

Мета отримати теоретичні знання та практичні навички із статистичного приймального контролю та прийняття рішень за альтернативними даними про якість продукції, сировини або інших ресурсів.

Короткі теоретичні відомості.

9.1 Статистичний приймальний контроль. сутність і основні поняття

Для забезпечення виготовлення якісної продукції підприємство повинно використовувати якісну сировину або інші ресурси. У свою чергу, для реалізації споживачам повинна передаватися тільки якісна продукція, що відповідає вимогам. На практиці забезпечити 100-відсоткову перевірку всього обсягу ресурсів або готової продукції нераціонально або неможливо. Тому доцільно виконувати контроль продукції, який би ґрунтувався на принципах вибіркової перевірки та статистичного аналізу результатів, - статистичний приймальний контроль. Об'єктом дослідження у статистичному приймальному контролі є не перебіг створення певного продукту – процес, а його результат – готова продукція.

Термін „статистичний приймальний контроль” (СПК) не слід сприймати виключно як створену, готову продукцію. Під останньою можна розуміти сировину, матеріали, напівфабрикати, тобто будь-які результати діяльності на попередніх ланках створення продукції, все те, що являє собою певну сукупність і відносно чого потрібно прийняти рішення про відповідність визначеним вимогам.

Особливість статистичного приймального контролю полягає в тому, що відповідність усієї досліджуваної сукупності певним вимогам визначається за результатами вибіркової перевірки певної сукупності одиниць з усієї партії.

Партія продукту, що підлягає контролю, - це сукупність одиниць продукції одного найменування, яка виготовлена протягом певного періоду часу в однорідних умовах. Однорідність умов виготовлення є основною ознакою формування партії продукту, що не виключає відмінності між собою окремих одиниць. Під одиницею продукції розуміють окремих екземпляр штучної продукції або визначену в установленому порядку кількість нештучної або штучної продукції.

Окрему одиницю продукції можна охарактеризувати за кількісними або якісними ознаками. Залежно від типу ознак, за якими здійснюється характеристика одиниць продукції, розрізняють статистичний приймальний контроль за кількісними або якісними ознаками.

Контроль за кількісними ознаками – це вид контролю, в ході якого визначають значення параметра, що вимірюється за інтервальною шкалою ознак, і рішення стосовно контрольованої сукупності приймають залежно від результатів порівняння отриманих значень параметра з контрольними нормативами.

Контроль за якісними ознаками – це вид контролю, при якому кожному перевірену одиницю продукції відносять або до категорії тих, що відповідають певним вимогам, або до бракованих, і рішення стосовно контрольованої партії приймається залежно від результатів порівняння кількості визначених у вибірці дефектних одиниць або числа дефектів, що припадає на певну кількість одиниць продукції, із контрольними нормативними

величинами. Статистичний приймальний контроль здійснюється за визначеними планами контролю.

План контролю – це сукупність вимог і правил, за якими приймається рішення про прийом чи бракування партії продукції.

Залежно від кількості етапів, згідно з якими приймаються рішення про прийом чи бракування партії продукції, розрізняють одноступеневі, двоступеневі і багатоступеневі плани контролю.

Одноступеневий план контролю – це план вибіркового контролю, коли рішення щодо відповідності партії продукції певним вимогам приймається за результатами перевірки тільки однієї вибірки. Цей план контролю має найбільший порівняно з іншими обсяг вибірки. Його використання доцільне у таких випадках: коли вартість контролю окремого виробу (одиниці партії) є незначною, час контролю дуже великий і немає можливості затримати партію на тривалий період часу.

Двоступеневий план контролю – це план вибіркового контролю, коли рішення щодо приймання партії продукції приймається за результатами перевірки щонайбільше двох послідовних вибірок, при цьому необхідність у отриманні другої вибірки залежить від результатів першої. Ці плани контролю потребують більшого обсягу вибірок, ніж у багатоступеневих планів, і меншого ніж у одноступеневих.

Їх доцільно застосовувати, коли одноступеневі плани неможливо використати через значний обсяг вибірки, а багатоступеневі – через велику тривалість процедури.

Багатоступеневий план контролю – це план вибіркового контролю, який характеризується тим, що рішення відносно партії продукції приймається за результатами перевірки наперед встановленої кількості вибірок, при цьому необхідність отримання кожної наступної вибірки залежить від результатів усіх попередніх. Вони мають найменшу очікувану кількість виробів, які підлягають контролю. Використання цього плану можливе у тому разі, якщо час на відбір і аналіз окремої одиниці продукції є незначним або вартість її дослідження є високою.

Якщо рішення відносно партії продукції приймається за результатами перевірки наперед невизначеної кількості вибірок, а необхідність отримання кожної наступної вибірки залежить від результатів усіх попередніх, то такий план контролю має назву послідовного.

Окремо слід зазначити існування статистичного неперервного контролю, який являє собою контроль в умовах неперервного виробництва і складається з чергування суцільного і вибіркового контролю за певними правилами залежно від визначеного рівня дефектності.

Під контрольним нормативом розуміють мінімальне або максимальне значення, яке встановлене у відповідній нормативній документації і є критерієм для прийняття рішення щодо відповідності продукції встановленим вимогам за результатами вибіркового контролю.

До основних контрольних нормативів належать такі: рівень дефектності, приймальне число, бракувальне число, ризик постачальника, ризик споживача.

Рівень дефектності – це частка дефектних (таких, що не відповідають вимогам) одиниць у партії продукції або кількість дефектів на сто одиниць. Рівень дефектності може бути охарактеризований залежно від місця аналізу або часу. Так, залежно від місця контролю розрізняють вхідний та вихідний рівень дефектності.

Вхідний рівень дефектності – це кількість дефектів у партії, яка надійшла на контроль, або в потоці продукції за певний період часу.

Вихідний рівень дефектності – це кількість дефектів у партії або потоці продукції за певний період часу після здійснення контролю (відбору певної кількості одиниць на контроль).

Значення середньої величини з часток дефектних одиниць у кількох партіях продукції має назву середнього рівня дефектності.

Залежно від впливу на результати прийняття рішення про відповідність всієї партії продукції встановленим вимогам розрізняють приймальний і бракувальний рівні дефектності.

Приймальний рівень дефектності (AQL) – найбільший рівень дефектності для окремих партій або середній рівень для послідовності партій, який є задовільним для визначення продукції такою, що відповідає встановленим вимогам. Він визначається як відсоток дефектних одиниць у загальній сукупності (окремій партії):

$$AQL = \frac{d}{n} \cdot 100, \quad (9.1)$$

де d – кількість дефектних одиниць; n – кількість перевірених одиниць.

При відомому значенні AQL більша кількість партій буде прийнятою, якщо середній рівень дефектності за цими партіями перевищуватиме AQL . Звичайно, використання AQL не гарантує виконання вимог у кожній окремій партії, але забезпечує їх виконання в середньому за сукупністю партій.

Бракувальний рівень дефектності – це мінімальний рівень дефектності для окремої партії, який є допустимим для визначення продукції такою, що не відповідає певним вимогам. Для послідовності партій він не встановлюється.

Контрольний норматив „приймальне число” – це максимальна кількість дефектних одиниць у виборці, яка є критерієм для прийняття партії продукції.

Протилежним до нього є норматив „бракувальне число” – мінімальна кількість дефектних одиниць у виборці, яка є критерієм для відхилення приймання партії продукції.

Застосування статистичного приймального контролю подібне до перевірки статистичних гіпотез щодо відповідності параметрів генеральної сукупності визначеним значенням. Таким чином, при застосуванні процедур статистичного приймального контролю виникають певні ризики. Основними з них є ризик постачальника і ризик споживача.

Ризик постачальника – це ймовірність бракування партії продукції, яка має приймальний рівень дефектності, тобто переважно складається з виробів, що відповідають встановленим вимогам.

Ризик споживача – це ймовірність прийняття партії продукції з бракувальним рівнем дефектності, тобто такої, яка скла-

дається з одиниць продукції, що не відповідають певним вимогам.

Статистичний приймальний контроль здійснюється за певною схемою. Схема СПК – це комплект планів вибіркового контролю, який охоплює переважну частину можливих випадків, і сукупність правил використання цих планів на практиці.

Залежно від рівня вимог, які висуваються до надійності отриманих результатів контролю, розрізняють різні види контролю: нормальний, послаблений та посилений. Основним видом контролю є нормальний, він використовується в усіх випадках до того часу, поки не виникне потреба перейти на інші види контролю. Перехід від одного виду контролю до іншого здійснюється за такими правилами: від нормального до посиленого, якщо дві з п'яти послідовних партій буде визнано такими, що не відповідають встановленим вимогам; від нормального до послабленого, коли за умови стабільності процесу виробництва було прийнято не менше 10 послідовних партій, при цьому загальна кількість одиниць продукції, що не відповідають вимогам, не перевищує граничну кількість, встановлену для прийнятого рівня дефектності; від послабленого до нормального, якщо процеси не є статистично стабільними або відбулися зміни в технології, або наступна партія визнана такою, що не відповідає вимогам при першій перевірці; від посиленого до нормального, коли під час посиленого контролю приймається п'ять послідовних партій.

Залежно від обсягів партій продукції та можливо допустимих вибірок розрізняють рівні контролю. Найпоширенішими є 7 рівнів контролю – 3 загальні (I – III) і 4 спеціальні (S-1 – S-4).

Основним є II рівень контролю. Рівень III використовується тоді, коли застосування рівнів I і II є недоцільним з точки зору вартості контролю. Спеціальні рівні застосовуються, якщо необхідно використати вибірки малого обсягу (наприклад, у разі руйнівних випробувань).

Імовірнісною характеристикою ефективності застосування плану контролю є операційна характеристика. Це виражена у певний спосіб залежність ймовірності прийняття партії продукції від рівня якості цієї партії. Операційна характеристика може бути подана у табличній, аналітичній або графічній формі.

Закон розподілу Пуассона використовується для одержання операційних характеристик планів контролю, в яких AQL перевищує 10 і визначає кількість дефектів на 100 одиниць продукції.

Біноміальний закон розподілу використовується для визначення операційних характеристик планів контролю, в яких AQL менше 10 і обсяг вибірок не перевищує 80 одиниць. За їх допомогою контролюється частка дефектних одиниць продукції.

Кожний план контролю за альтернативною ознакою визначається рядом величин. До них належать такі: приймальний рівень дефектності (AQL); бракувальний рівень дефектності (LQ); середній вихідний рівень дефектності (AOQ); граничне значення середнього вихідного рівня дефектності ($AOQL$); приймальне число A_c ; бракувальне число Re .

9.2. Порядок застосування планів контролю.

Прийняття рішення про відповідність досліджуваної партії продукції встановленим вимогам з використанням одноступеневого плану контролю здійснюється у такий спосіб:

1 З партії продукції випадковим чином отримують вибірку обсягом, вказаним у використаному плані контролю.

2 Кожний виріб (одиниця вибірки) перевіряється на відповідність існуючим вимогам і встановлюється наявність дефектних виробів.

3 Визначена у вибірці кількість дефектних одиниць порівнюється з приймальним числом.

4 Партія продукції вважається такою, що відповідає вимогам, якщо визначена у вибірці кількість дефектних одиниць менша або дорівнює приймальному числу A_c для цього плану контролю.

5 Партія продукції вважається такою, що не відповідає вимогам, якщо визначена у вибірці кількість дефектних одиниць дорівнює бракувальному числу Re або перевищує його для цього плану контролю.

Застосування двоступеневих планів контролю здійснюється у послідовності зображеній на рисунку 9.1.

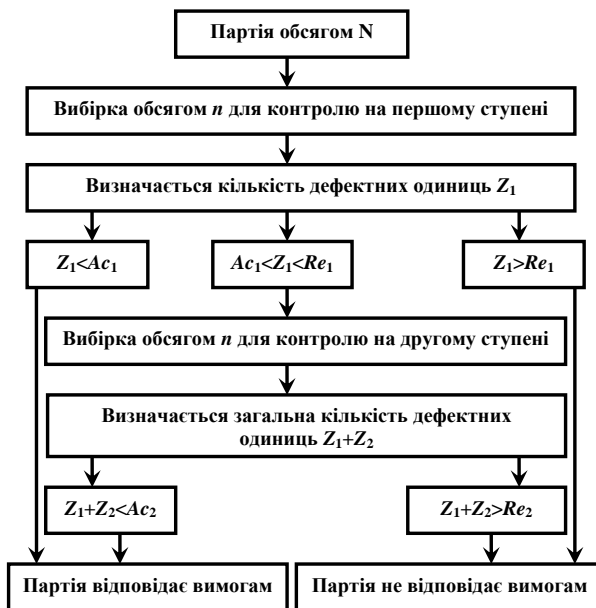


Рис. 9.1 – Схема двоступеневого приймального контролю

Застосування багаступневих планів контролю дуже подібне до використання двоступневих планів. Так само, на першому ступені може бути $Ac_1 < Z_1 < Re_1$, і на другому ступені можлива ситуація $Ac_2 < Z_1 + Z_2 < Re_2$.

Якщо вона виникла, переходять на третій ступінь, де так само визначають загальну кількість дефектних одиниць $Z_1 + Z_2 + Z_3$, яку, в свою чергу, порівнюють із Ac_3 і Re_3 для третього ступеня. Коли й визначена для трьох ступенів загальна кількість дефектів перебуватиме в інтервалі від Ac_3 до Re_3 , то переходять до четвертого ступеня. І так до того часу, поки не буде прийнято рішення про відповідність партії встановленим вимогам або пройдено всю наперед визначену планом кількість ступенів контролю.

На практиці основним засобом статистичного приймального контролю є спеціальні стандарти [5]. Вони містять у табличному вигляді всі параметри, необхідні для зручного застосування процедур статистичного приймального контролю.

9.3. Приклади використання процедур статистичного приймального контролю.

Приклад 1. Тип контролю - одноступінчастий.

Код обсягу вибірки - G.

Приймальний рівень дефектності $AQL = 1,5 \%$.

Знайти обсяг вибірок, приймальні і бракувальні числа.

З находимо обсяг вибірок A, приймальні і бракувальні числа для посиленого, нормального й ослабленого контролю (табл. 9.1).

Таблиця 9.1

Значення знайдених величин

Посилений контроль		Нормальний контроль		Ослаблений контроль	
Обсяг вибірки	Приймальне і бракувальне числа c_1/c_2	Обсяг вибірки	Приймальне і бракувальне числа c_1/c_2	Обсяг вибірки	Приймальне і бракувальне числа c_1/c_2
50	1/2	32	1/2	13	0/2

Приклад 2. Виготовлювачеві необхідно для контролю готової продукції визначити плани контролю одиниць продукції з двома видами дефектів: значними і малозначними.

Установлено наступні значення приймального рівня дефектності: для значних дефектів - 0,4 %; для малозначних дефектів - 6,5 %.

Враховуючи, що контроль по обох видах дефектів здійснюється одночасно і зміна обсягу вибірки при переході від посиленого виду контролю до нормального пов'язана з організаційними труднощами, виготовлювач приймає рішення змінити плани контролю в такий спосіб (табл. 9.2):

- при посиленому контролі - перейти до наступного коду обсягу вибірки для малозначних дефектів;

- при нормальному контролі - перейти до наступного коду обсягу вибірки як для значних, так і для малозначних дефектів.

Таблиця 9.2

Значення обраних обсягів вибірок, приймальних і бракувальних чисел

Види дефектів	Посилений контроль		Нормальний контроль		Ослаблений контроль	
	Обсяг вибірки	Приймальне і бракувальне числа c_1/c_2	Обсяг вибірки	Приймальне і бракувальне числа c_1/c_2	Обсяг вибірки	Приймальне і бракувальне числа c_1/c_2
Значні	200	1/2	200	2/3	50	0/2
Малозначні	200	18/19	200	21/22	50	7/10

Одиниці продукції надходять на контроль партіями 1400-1600 шт.

Прийнято загальний рівень контролю II.

Код обсягу вибірки для загального рівня контролю II. Одержимо - К.

З організаційних міркувань постачальник за узгодженням зі споживачем приймає плани одноступінчастого контролю.

Таблиця 9.3

Значення знайдених величин

Види дефектів	Посилений контроль		Нормальний контроль		Ослаблений контроль	
	Обсяг вибірки	Приймальне і бракувальне числа c_1/c_2	Обсяг вибірки	Приймальне і бракувальне числа c_1/c_2	Обсяг вибірки	Приймальне і бракувальне числа c_1/c_2
Значні	200	1/2	125	1/2	50	0/2
Малозначні	125	12/13	125	14/15	50	7/10

Приклад 3. Перехід від посиленого контролю до нормального.

Результати посиленого контролю послідовності партій подані в табл. 9.4.

Таблиця 9.4

Результати посиленого контролю послідовності партій

Номер партії	Рішення про партії	Номер партії	Рішення про партії
1	П	8	Б
2	П	9	Б
3	Б	10	П
4	П	11	П
5	П	12	П
6	П	13	П
7	П	14	П
		15	-

- П - партія прийнята за результатами контролю;
- Б - партія забракована за результатами контролю.

Перехід до нормального контролю здійснюється у разі прийняття п'яти послідовних партій.

У даному разі це будуть партії 10; 11; 12; 13; 14. Тому, починаючи з 15-ї партії, потрібно застосовувати нормальний контроль.

Приклад 4. Перехід від нормального контролю до посиленого. Результати нормального контролю послідовності партій наведені в табл. 9.5.

Таблиця 9.5

Результати нормального контролю послідовності партій

Номер партії	Рішення про партії	Номер партії	Рішення про партії
1	П	8	П
2	П	9	П
3	П	10	П
4	Б	11	Б
5	П	12	П
6	П	13	Б
7	П	14	-
		15	-

- П - партія прийнята за результатами контролю;
- Б - партія забракована за результатами контролю.

Перехід до посиленого контролю відповідно здійснюється у разі, якщо забраковані дві партії з п'яти послідовних партій. У даному разі забраковані дві партії 11 і 13 у п'ятьох партіях 9; 10; 11; 12; 13. Отже, починаючи з 14-ї партії варто застосовувати посилений контроль.

Практично зручно стежити за партіями в такій спосіб. Контролюється партія нормальним контролем до першої забракованої партії (у прикладі 4). Після забракування партії уважно стежать за результатами контролю наступних чотирьох партій (у прикладі 5, 6, 7, 8). Якщо при контролі цих чотирьох партій, не буде забраковано більше ні однієї партії, то про забраковану партію забувають і роблять нормальний контроль до наступної забракованої партії (11). Після забракування уважно стежать за результатами контролю наступні чотири партії (12; 13; 14; 15). Якщо при контролі цих партій буде забракована ще хоча б одна партія (13), переходять з наступної партії (14) до посиленого контролю. Якщо при контролі цих чотирьох партій ні однієї партії забраковано не буде, то продовжують нормальний контроль до наступної забракованої партії, і т.д.

9.4. Завдання для самостійної роботи

Завдання 1. Побудувати оперативні характеристики для планів контролю прикладу 9.2. Визначити тип плану контролю, код обсягу вибірки і приймальний рівень дефектності і занести в таблицю.

Таблиця 9.6

Значення знайдених величин

Види дефектів	Тип плану контролю, код обсягу вибірки, <i>AQL</i>	
	посиленого	нормального
Значні	Одноступінчастий	Одноступінчастий
Малозначні	Одноступінчастий	Одноступінчастий

Знайти квантілі оперативних характеристик для планів контролю значних дефектів, скориставшись табл. Б.2 додатка. Отримані значення занести до таблиці.

Таблиця 9.7

Значення знайдених величин			
Номер точки	Значення ординати P	Значення абсциси q у % для контролю	
		посиленого	нормального
1			
2			

Квантили оперативних характеристик для планів контролю малозначних дефектів занести в таблицю. Побудувати графіки оперативних характеристик.

Завдання 2. Визначити межу середнього вихідного рівня дефектності для планів контролю, знайдених у прикладі 9.2.

За табл. В.1 і В.2 додатка відповідно до планів контролю визначити коефіцієнти для обчислення межі середнього вихідного рівня дефектності. Значення знайдених величин звести в таблицю.

Таблиця 9.8

Значення знайдених величин		
Види дефектів	Посилений контроль	Нормальний контроль
Значні		
Малозначні		

Обчислити відношення обсягу вибірки $n = 200$ до обсягу партії N . Обсяг партії N прийняти рівним 1500.

Обчислити значення межі середнього вихідного рівня дефектності. Результати розрахунку звести в таблицю.

Практична робота № 10

ДИФЕРЕНЦІЙНИЙ МЕТОД ОЦІНЮВАННЯ ЯКОСТІ ПРОДУКЦІЇ, “МЕТОД ШКАЛ”

Мета - ознайомлення студентів метод оцінювання якості продукції, “метод шкал”.

Короткі теоретичні відомості.

Розділ метрології, що вивчає питання виміру якості, називається кваліметрією. Показники якості в кваліметрії грають ту ж роль, що і фізичні величини в технічних вимірах.

Оцінка якості продукції проводиться декількома методами: диференціальним, комплексним, змішаним, статистичним.

Диференціальний метод оцінки якості продукції заснований на використанні одиничних показників її якості.

Перший етап оцінки рівня якості продукції – вибір номенклатури показників якості. Другий етап оцінки рівня якості продукції – визначення показників якості. Наступний етап рівня якості продукції це зіставлення значень показників якості продукції з базовими показниками.

Базовим значенням показника якості продукції називається значення, прийняте за основу при порівняльній оцінці її якості. Як базові значення приймаються значення показників якості кращих вітчизняних і зарубіжних зразків, по яких є достовірні дані про їх якість; значення показників якості, досягнуті в деякому попередньому періоді часу або плановані значення показників перспективних зразків, знайдені експериментальними або теоретичними методами; значення показників якості, які задані у вимогах на продукцію.

Зразки продукції, що володіють базовими показниками якості, – називаються базовими зразками або еталонами. Як еталон повинен затверджуватися реальний зразок. Порівнювати при вимірі якості потрібно зразок із зразком (по всій номенклатурі показників), а не значення окремих показників якості із значеннями, що відносяться до різних еталонів. Вибір еталону і базових показників якості для забезпечення єдності вимірювань мають бути закріплені нормативними документами: вітчизняним або міжнародним стандартом, технічними умовам. Термін дії еталону, як правило, не повинен перевищувати 1...3 років. Для порівняння значень показників якості з базовими показниками використовується «метод шкал».

«Метод шкал» включає порівняння показників якості по шкалах порядку, інтервалів, відношень. Шкала порядку показує вище або нижче базового показника знаходиться показник, що визначається. Шкала інтервалів показує, на скільки показник,

що визначається вище або нижче базового. Шкала відношень дає можливість порівняти в скільки разів показник, що визначається вище або нижче базового.

При порівнянні показників якості враховується характер їх динаміки. Якщо зміна значення показника така, що спричиняє за собою підвищення якості, то при порівнянні за шкалою інтервалів різниця між вихідним і порівнюваним з ним значенням показника якості береться із знаком плюс; інакше із знаком мінус. За такої умови позитивним результатом порівняння відповідає підвищення якості продукції або виробу в порівнянні з вихідним зразком, негативним – зниження якості.

Найбільш складним є випадок, коли одні результати порівняння виявляються позитивними, а інші негативними. В цьому випадку для винесення однозначної оцінки потрібно переходити до моделі якості, складеної з комплексних показників.

При порівнянні показників якості за шкалою відношень характер їх динаміки враховується таким чином: відношення числових значень показників якості складається так, щоб при підвищенні якості в порівнянні з початковим воно було більше одиниці, при зниженні якості – менше одиниці. Тоді при результатах порівняння великих одиниць можна сказати, що якість продукції або зразка підвищувалася в порівнянні з початковою; при результатах порівняння, менших одиниці, – знизилася. Якщо одні результати порівняння більше одиниці, а інші менше, то для прийняття рішення про характер зміни якості потрібно переходити до порівняння комплексних показників.

Необхідною умовою вимірювання якості за шкалою відношень є затвердження єдиного еталону якості і повної номенклатури його показників. Затвердження еталону якості встановлює масштаб за шкалою відношень і робить можливим вимірювання якості в абсолютній величині.

Проте тут є особливість, характерна для кваліметрії. Полягає вона в тому, що абсолютні значення показників якості не підходять для виміру якості в абсолютній величині. З одними з них якість зв'язана прямою пропорційною залежністю, з іншими – обернено пропорційною. Тому для абсолютного виміру якості використовуються не абсолютні, а відносні показники, правило

утворення яких забезпечує пряму пропорційну залежність якості від їх значень.

Оскільки відносних показників багато, то ламана лінія, що сполучає їх значення, утворює деякий рівень, який може бути вище або нижче еталонного, або перетинатися з ним. Еталонний рівень, відповідний значенням базових показників, є прямою лінією, паралельній осі абсцис і що пересікає вісь ординат в точці (0;1). Якщо всі значення її відносних показників більше одиниці, то якість продукції вище еталонного; якщо менше – то нижче.

Якщо частина значень відносних показників більша, а частина менше одиниці, а також у разі, коли якість продукції потрібно виразити в абсолютній величині одним числом (яке означатиме, в скільки разів це якість вище або нижче еталонного), об'єднують відносні показники в узагальнений комплексний показник якості.

Приклад. Порівняти за якістю вітчизняний метал, що має наступні показники (вміст сірки $S_v=0,7\%$; зольність $A_v=78\%$; міцність $P_v(1)=8\%$; міцність $P_v(2)=78\%$), з англійським, що має наступні значення тих же показників: ($S_a=1,2\%$; $A_a=9,8\%$; $P_a(1)=9,8\%$; $P_a(2)=70\%$).

Рішення: Порівняємо значення показників якості за шкалою відношень:

$$\frac{S_a}{S_0} = \frac{1.2}{0.7} = 1.7; \quad \frac{A_a}{A_0} = \frac{9.8}{11} = 0.9; \quad \frac{P_a(1)}{P_0(1)} = \frac{9.8}{8} = 1.2;$$
$$\frac{P_a(1)}{P_0(2)} = \frac{70}{78} = 0.9;$$

Відповідь: На основі отриманих даних важко передбачити якість якого з металів вище.

Завдання. Вихідні дані згідно варіантам приведені в таблиці 10.1.

1. Визначити якість валу за шкалою відношень, порівнявши його з якістю базового зразка (еталону), 2. Побудувати шкалу відношень P_i/P_{i0} , 3. Зробити висновок про характер зміни якості продукції, 4. Результати занести в таблицю, 5. Зробити висновки.

Таблиця 10.1

Варіанти	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Твердість валу, НВ	Нового зразка, Рі	48	52	50	51	48	49	18	51	52	51	48	50	51	52
	Базового зразка, Рів	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50	50
Відхилення циліндричності посадної поверхні, мм	Нового зразка, Рі	0,009	0,011	0,011	0,009	0,01	0,009	0,011	0,011	0,01	0,011	0,011	0,011	0,009	0,009
	Базового зразка, Рів	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01
Відхилення співвідношення посадочної поверхні, мм	Нового зразка, Рі	0,011	0,011	0,009	0,011	0,009	0,01	0,009	0,01	0,011	0,011	0,009	0,011	0,01	0,01
	Базового зразка, Рів	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01
Шорсткість поверхні, R _a	Нового зразка, Рі	3,2	2,0	2,0	2,0	3,2	2,0	3,2	2,0	3,2	3,2	3,2	2,0	3,2	2,0
	Базового зразка, Рів	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5	2,5

Рекомендації до виконання самостійної роботи

Розподіл годин самостійної роботи для здобувачів освіти денної форми навчання:

- підготовка до аудиторних занять – 0,5 год./1 год. занять = $0,5 \cdot (40) = 20$ год.

- підготовка до контрольних заходів – 6 год. на 1 кредит ЄКТС = $6 \cdot 4 = 24$ год.

- опрацювання окремих тем програми або її частин, які не розглядаються на лекціях – 36 год.

Всього: 80 годин.

Теми для самостійної роботи	
Назва теми	Кількість годин
Тема 1. Формування якості на етапах життєвого циклу машин	3
Тема 2. Процедура формалізації або нормалізації	3
Тема 3. Оцінка якості продукції по її найважливішому показнику	3
Тема 4. Метод інтегральної оцінки рівня якості. Оцінка якості продукції по її економічній ефективності.	4
Тема 5. Визначення показників надійності машин за наслідками повних випробувань.	4
Тема 6. Визначення показників надійності машин за наслідками скорочених випробувань	4
Тема 7. Індивідуальне прогнозування довговічності по результатах вимірювання зносу.	4
Тема 8. Прогнозування втомної довговічності при проектуванні машин.	4
Тема 9. Організаційні та технічні засоби по підтриманню якості машин.	3
Тема 10. Забезпечення якості експлуатації системою ремонту і технічної діагностики	4
Всього годин	36

Оцінка рівня освоєння здобувачами освіти питань, які виносяться на самостійне опрацювання проводиться на модульних контролях.

СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Аврунін Г. А. Пімонов І. Г. Якість машин.: навчальний посібник. Харків: ХНАДУ, 2020. 220 с.
2. Краснокутський В. М., Нічке В. В., Пімонов Г. Г. Якість машин : навчально - методичний посібник. Харків : ХНАДУ, 2009. 224 с.
3. Канарчук В.С ., Полянський С.К ., Дмитрієв М. М. Надійність машин : підручник. К. : Либідь, 2013. 424 с.
4. Захожай В. Б., Чорний А. Ю. Статистика якості : підручник. К. : МАУП, 2005. 576 с.
5. Новіков В. М. Никитюк О. А. Розробка систем якості та аналіз вимог ISO/IEC 17025. К. : «Нора-прінт», 2002. 226 с.

Додатки

Таблиця А1

Коефіцієнти для обчислення ліній контрольних карт

Кількість спостережень у підгрупі, n	Коефіцієнти для обчислення контрольних меж											Коефіцієнти для обчислення центральної лінії			
	A	A_2	A_3	B_3	B_4	B_5	B_6	D_{11}	D_2	D_3	D_4	C_4	$1/C_4$	d_2	$1/d_2$
2	2,121	1,880	2,659	0,000	3,267	0,000	2,606	0,000	3,686	0,000	3,267	0,7979	1,2533	1,128	0,8865
3	1,732	1,023	1,954	0,000	2,568	0,000	2,276	0,000	4,358	0,000	2,574	0,8862	1,1284	1,693	0,5907
4	1,500	0,729	1,628	0,000	2,266	0,000	2,088	0,000	4,698	0,000	2,282	0,9213	1,0854	2,059	0,4857
5	1,342	0,577	1,427	0,000	2,089	0,000	1,964	0,000	4,978	0,000	2,114	0,9400	1,0638	2,326	0,4299
6	1,225	0,483	1,287	0,030	1,970	0,029	1,874	0,000	5,078	0,000	2,004	0,9515	1,0510	2,534	0,3946
7	1,134	0,419	1,182	0,118	1,882	0,113	1,806	0,204	5,204	0,076	1,924	0,9594	1,0423	2,704	0,3698
8	1,061	0,373	1,099	0,185	1,815	0,179	1,751	0,388	5,306	0,136	1,864	0,9650	1,0363	2,847	0,3512
9	1,000	0,337	1,032	0,239	1,761	0,232	1,707	0,547	5,393	0,184	1,816	0,9693	1,0317	2,970	0,3367
10	0,949	0,308	0,975	0,284	1,716	0,276	1,669	0,687	5,469	0,223	1,777	0,9727	1,0281	3,078	0,3249
11	0,905	0,285	0,927	0,321	1,679	0,313	1,637	0,811	5,535	0,256	1,744	0,9754	1,0252	3,173	0,3152
12	0,866	0,266	0,886	0,354	1,646	0,346	1,610	0,922	5,594	0,283	1,717	0,9776	1,0229	3,258	0,3069
13	0,832	0,249	0,850	0,382	1,618	0,374	1,585	1,025	5,647	0,307	1,693	0,9794	1,0210	3,336	0,2998
14	0,802	0,235	0,817	0,406	1,594	0,399	1,563	1,118	5,696	0,328	1,672	0,9810	1,0194	3,407	0,2935
15	0,775	0,223	0,789	0,428	1,572	0,421	1,544	1,203	5,741	0,347	1,653	0,9823	1,0180	3,472	0,2880
16	0,750	0,212	0,763	0,448	1,552	0,440	1,526	1,282	5,782	0,363	1,637	0,9835	1,0168	3,532	0,2831
17	0,728	0,203	0,739	0,466	1,534	0,458	1,511	1,356	5,820	0,378	1,622	0,9845	1,0157	3,588	0,2787
18	0,707	0,194	0,718	0,482	1,518	0,475	1,496	1,424	5,856	0,391	1,608	0,9854	1,0148	3,640	0,2747
19	0,688	0,187	0,698	0,497	1,503	0,490	1,483	1,487	5,891	0,403	1,597	0,9862	1,0140	3,689	0,2711
20	0,671	0,180	0,680	0,510	1,490	0,504	1,470	1,549	5,921	0,415	1,585	0,9869	1,0133	3,735	0,2677
21	0,655	0,173	0,663	0,523	1,477	0,516	1,459	1,605	5,951	0,425	1,575	0,9876	1,0126	3,778	0,2647
22	0,640	0,167	0,647	0,534	1,466	0,528	1,448	1,659	5,979	0,434	1,566	0,9882	1,0119	3,819	0,2618
23	0,626	0,162	0,633	0,545	1,455	0,539	1,438	1,710	6,006	0,443	1,557	0,9887	1,0114	3,858	0,2592
24	0,612	0,157	0,619	0,555	1,445	0,549	1,429	1,759	6,031	0,451	1,548	0,9892	1,0109	3,895	0,2567
25	0,600	0,153	0,606	0,565	1,434	0,559	1,420	1,806	6,056	0,459	1,541	0,9896	1,0105	3,931	0,2544

Таблиця А.2

Одноступінчасті плани

Код обсягу вибірки	Обсяг вибірки	Приймальний рівень дефектності <i>AQL</i>																									
		0,010	0,015	0,025	0,040	0,065	0,10	0,15	0,25	0,40	0,65	1,0	1,5	2,5													
		<i>Ac Re</i>	<i>Ac Re</i>	<i>Ac Re</i>	<i>Ac Re</i>	<i>Ac Re</i>	<i>Ac Re</i>	<i>Ac Re</i>	<i>Ac Re</i>	<i>Ac Re</i>	<i>Ac Re</i>	<i>Ac Re</i>	<i>Ac Re</i>	<i>Ac Re</i>													
A	2																										
B	3																										
C	5																										
D	8																										
E	13																										
F	20																										
G	32																										
H	50																										
J	80																										
K	125																										
L	200																										
M	315																										
N	500																										
P	800																										
Q	1250																										
R	2000																										

Продовження табл. А.2

Код обсягу вибірки	Обсяг вибірки	Приймальний рівень дефектності <i>AQL</i>																									
		4,0		6,5		10		15		25		40		65		100		150		250		400		650		1000	
		<i>Ac</i>	<i>Re</i>	<i>Ac</i>	<i>Re</i>	<i>Ac</i>	<i>Re</i>	<i>Ac</i>	<i>Re</i>	<i>Ac</i>	<i>Re</i>	<i>Ac</i>	<i>Re</i>	<i>Ac</i>	<i>Re</i>	<i>Ac</i>	<i>Re</i>	<i>Ac</i>	<i>Re</i>	<i>Ac</i>	<i>Re</i>	<i>Ac</i>	<i>Re</i>	<i>Ac</i>	<i>Re</i>	<i>Ac</i>	<i>Re</i>
A	2			0	1					1	2	2	3	3	4	5	6	7	8	10	11	14	15	21	22	30	31
B	3	0	1					1	2	2	3	3	4	5	6	7	8	10	11	14	15	21	22	30	31	44	45
C	5					1	2	2	3	3	4	5	6	7	8	10	11	14	15	21	22	30	31	44	45		
D	8			1	2	2	3	3	4	5	6	7	8	10	11	14	15	21	22	30	31	44	45				
E	13	1	2	2	3	3	4	5	6	7	8	10	11	14	15	21	22	30	31	44	45						
F	20	2	3	3	4	5	6	7	8	10	11	14	15	21	22												
G	32	3	4	5	6	7	8	10	11	14	15	21	22														
H	50	5	6	7	8	10	11	14	15	21	22																
J	80	7	8	10	11	14	15	21	22																		
K	125	10	11	14	15	21	22																				
L	200	14	15	21	22																						
M	315	21	22																								
N	500																										
P	800																										
Q	1250																										
R	2000																										

Примітка до табл. А.1 – А.3 Умовні позначення: - застосовують перший план під стрілкою; якщо обсяг вибірки дорівнює або більший обсягу партії, застосовують 100 % контроль; - застосовують перший план над стрілкою; † - якщо число дефектних одиниць у вибірці більше *Ac*, але менше *Re*, партію приймають, але повертаються до нормального контролю

Прийнято сім рівнів контролю (табл. Б.1): I, II, III-загальні; S-1; S-2; S-3; S-4-спеціальні.

Таблиця Б.1

Рівні контролю

Код обсягу вибірки при рівні контролю							
Обсяг партії	спеціальному				загальному		
	S-1	S-2	S-3	S-4	I	II	III
2-8	A	A	A	A	A	A	B
9-15	A	A	A	A	A	B	C
16-25	A	A	B	B	B	C	D
26-50	A	B	B	C	C	D	E
51-90	B	B	C	C	C	E	F
91-150	B	B	C	D	D	F	G
151-280	B	C	D	E	E	G	H
281-500	B	C	D	E	F	H	J
501-1200	C	C	E	F	G	J	K
1201-3200	C	D	E	G	H	K	L
3201-10000	C	D	F	G	J	L	M
10001-35000	C	D	F	H	K	M	N
35001-150000	D	E	G	J	L	N	P
150001-500000	D	E	G	J	M	P	Q
500001 і вище	D	E	H	K	N	Q	R

Основним для застосування є рівень контролю II.

Рівень III застосовують, якщо застосування рівня I або II є необґрунтованим через вартість контролю або прийняття партії продукції з часток дефектних одиниць більше AQL не викликає істотних втрат.

Спеціальні рівні S-1, S-2, S-3, S-4 застосовують, якщо необхідні малі вибірки (наприклад, у випадку проведення випробувань, що руйнують), а прийняття значного ризику є обґрунтованим.

Рівень контролю повинен бути визначений для окремих груп виробів зацікавленими сторонами (постачальник-споживач) або встановлений у відповідній нормативно-технічній документації.

Таблиця Б.2

Оперативні характеристики одноступінчатих планів контролю (код обсягу вибірки L)

P_α	Квантиль оперативної характеристики (нормальний контроль) при AQL											
	0,065	0,25	0,40	0,65	1,0	1,5	-	2,5	-	4,0	-	6,5
	p (частка дефектних одиниць або число дефектів на 100 одиниць продукції)											
99,0	0,0051	0,075	0,218	0,412	0,893	1,45	1,75	2,39	3,05	3,74	5,17	6,29
95,0	0,0256	0,178	0,409	0,683	1,31	1,99	2,35	3,09	3,85	4,62	6,22	7,45
90,0	0,0525	0,266	0,551	0,873	1,58	2,33	2,72	3,61	4,32	5,15	6,84	8,12
75,0	0,144	0,481	0,864	1,27	2,11	2,98	3,42	4,31	5,21	6,12	7,95	9,34
50,0	0,347	0,839	1,34	1,84	2,84	3,84	4,33	5,33	6,33	7,33	9,33	10,8
25,0	0,693	1,35	1,96	2,56	3,71	4,84	5,40	6,51	7,61	8,70	10,9	12,5
10,0	1,15	1,95	2,66	3,34	4,64	5,8,9	6,50	7,70	8,89	10,1	12,4	14,1
5,0	1,50	2,37	3,15	3,88	5,26	6,57	7,22	8,48	9,72	10,9	13,3	15,1
1,0	2,30	3,32	4,20	5,02	6,66	8,00	8,70	10,1	11,4	12,7	15,3	17,2
0,5	0,10	0,40	0,65	1,0	1,5	-	2,5	-	4,0	-	6,5	-

Таблиця В.1

Одноступінчасті плани

Код обсягу вибірки	Обсяг вибірки	Коефіцієнт <i>AOQL</i> при прийнятному рівні дефектності <i>AQL</i>													
		0,010	0,025	0,065	0,15	0,40	1,0	2,5	6,5	15	40	100	250	1000	
A	2	-	-	-	-	-	-	-	1	-	69	160	330	1100	
B	3	-	-	-	-	-	-	-	-	28	65	150	310	1100	
C	5	-	-	-	-	-	-	7,4	-	27	63	130	290	-	
D	8	-	-	-	-	-	-	-	11	24	56	120	270	-	
E	13	-	-	-	-	-	2,8	-	11	24	50	110	250	-	
F	20	-	-	-	-	-	-	4,2	9,7	22	47	-	-	-	
G	32	-	-	-	-	1,2	-	4,3	9,9	21	46	-	-	-	
H	50	-	-	-	-	-	1,7	3,9	9,0	19	-	-	-	-	
J	80	-	-	-	0,46	-	1,7	4,0	8,2	18	-	-	-	-	
K	125	-	-	-	-	0,67	1,6	3,6	7,5	-	-	-	-	-	
L	200	-	-	0,18	-	0,69	1,6	3,3	7,3	-	-	-	-	-	
M	315	-	-	-	0,27	0,62	1,4	3,0	-	-	-	-	-	-	
N	500	-	0,074	-	0,27	0,63	1,3	2,9	-	-	-	-	-	-	
P	800	-	-	0,11	0,24	0,56	1,2	-	-	-	-	-	-	-	
Q	1250	0,029	-	0,11	0,25	0,52	1,2	-	-	-	-	-	-	-	
R	2000	-	0,042	0,097	0,22	0,47	-	-	-	-	-	-	-	-	