Міністерство освіти і науки України
Національний університет водного
господарства та природокористування

Кафедра транспортних технологій і технічного сервісу

02-02-256М

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

до виконання практичних робіт з навчальної дисципліни
«Дослідження операцій в транспортних системах»
для здобувачів вищої освіти першого (бакалаврського)
рівня за освітньо-професійною програмою 275
«Транспортні технології (на автомобільному транспорті)»
спеціальності 275 «Транспортні технології (за видами)»
галузі знань 27 «Транспорт»
денної та заочної форми навчання
(Частина ІІ)

Рекомендовано науково-
методичною радою з якості ННМІ
Протокол № 3 від 19.11.2024 р.

Рівне – 2024

Методичні вказівки до виконання практичних робіт з навчальної дисципліни «Дослідження операцій в транспортних системах» для здобувачів вищої освіти першого (бакалаврського) рівня за освітньо-професійною програмою 275 «Транспортні технології (на автомобільному транспорті)» спеціальності 275 «Транспортні технології (за видами)» галузі знань 27 «Транспорт» денної та заочної форми навчання. [Електронне видання] / Пашкевич С. М., Козак С. В. – Рівне : НУВГП, 2024. – 32 с.

Укладач: Пашкевич С. М., к.т.н., доц.. кафедри транспортних технологій і технічного сервісу; Козак С. В. к.е.н., доц.. кафедри транспортних технологій і технічного сервісу.

Відповідальний за випуск: Никончук В. М., д.е.н., професор, в.о. завідувача кафедри технологій і технічного сервісу.

Керівник групи забезпечення спеціальності 275 «Транспортні технології (на автомобільному транспорті)» Хітров І. О.

Попередня версія МВ: 02-02-121.

ЗМІСТ

1. ЗАГАЛЬНІ ПОЛОЖЕННЯ

Складність процесів управління сучасними підприємствами та необхідність швидкого реагування на зміни зовнішніх факторів, що впливають на господарську діяльність, зумовлюють необхідність використання математичних методів, зокрема дослідження операцій, динамічного програмування та методів управління сітковим плануванням, для демонстрації економічної ефективності управлінських рішень. Для демонстрації економічної ефективності управлінських рішень необхідно використовувати математичні методи, зокрема дослідження операцій, динамічного програмування та методи сіткового планування. Використання комп'ютерних технологій для реалізації математичних методів підтримки процесів прийняття рішень може надати допомогу в режимі реального часу. Підготовка фахівців з транспортних технологій вимагає оволодіння різноманітними методами та прийомами як безпосереднього застосування математичних методів для прийняття рішень, так і реалізації цих методів засобами комп'ютерних технологій.

Курс "Дослідження операцій в транспортних системах" призначений для студентів спеціальності 275 «Транспортні технології (за видами)»

Студенти повинні уміти: самостійно складати математичні моделі складних транспортних систем, застосовувати методи оптимізації для вирішення виробничих задач, застосовувати ПЕОМ і сучасні програмні продукти при вирішенні оптимізаційних задач.

Мета методичних вказівок – допомогти студентам закріпити теоретичний матеріал з дисципліни "Дослідження операцій в транспортних системах" на основі самостійного вирішення практичних завдань.

У процесі виконання завдань студенти глибше опановують питання побудови і аналізу моделей функціонування транспортних систем, показників для оцінки ефективності транспортних операцій і застосуванням математичного інструментарію дослідження операцій, а також розвитку творчих здібностей та ініціативи при вирішенні поставлених завдань на практиці.

У методичних вказівках викладено послідовність виконання завдань. Роботу студенти виконують відповідно до варіантів, індивідуально з допоміжними розрахунками. Студенти передають викладачеві виконані завдання для перевірки з подальшим їх захистом.

2. ОПИС НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

<table>
<tr><td rowspan="2">Найменування показників</td><td rowspan="2">Галузь знань,
спеціальність,
спеціалізація,
рівень вищої освіти</td><td colspan="2">Характеристика навчальної дисципліни</td></tr>
<tr><td>денна форма навчання</td><td>заочна форма навчання</td></tr>
<tr><td>Кількість кредитів – 6</td><td>Галузь знань
27 “Транспорт”</td><td colspan="2">Нормативна</td></tr>
<tr><td>Модулів – 2</td><td rowspan="5">Спеціальність 275
“Транспортні технології
(на автомобільному
транспорті)”</td><td colspan="2">Рік підготовки</td></tr>
<tr><td>Змістових модулів – 2</td><td>2-й</td><td>3-й</td></tr>
<tr><td>Індивідуальне науково-дослідне завдання:
не перелдбачене</td><td colspan="2">Семестр</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Загальна кількість годин – 180</td><td>4-й</td><td>5-й</td></tr>
<tr><td colspan="2">Лекції</td></tr>
<tr><td rowspan="10">Тижневих годин для денної форми навчання:
аудиторних – 4
самостійної роботи студента – 8</td><td rowspan="10">Рівень вищої освіти:
перший</td><td>30 год.</td><td>2 год.</td></tr>
<tr><td colspan="2">Практичні, семінарські</td></tr>
<tr><td>30 год.</td><td>14 год.</td></tr>
<tr><td colspan="2">Лабораторні</td></tr>
<tr><td>-</td><td>-</td></tr>
<tr><td colspan="2">Самостійна робота</td></tr>
<tr><td>120 год.</td><td>164год.</td></tr>
<tr><td colspan="2">Індивідуальні завдання:
-</td></tr>
<tr><td colspan="2">Форма контролю:</td></tr>
<tr><td>екзамен</td><td>екзамен</td></tr>
</table>

Примітка.

Співвідношення кількості годин аудиторних занять до самостійної і індивідуальної роботи становить(%):

для денної форми навчання – 66,7.

для заочної форми навчання – 8,7

3. МЕТОДИЧНІ РЕКОМЕНДАЦІЇ Д ВИКОНАННЯ ПРАКТИЧНИХ ЗАВДАНЬ

ПРАКТИЧНА РОБОТА № 5

РОЗВ’ЯЗУВАННЯ ЗАДАЧ ДИНАМІЧНОГО ПРОГРАМУВАННЯ В СЕРЕДОВИЩІ ЕЛЕКТРОННИХ ТАБЛИЦЬ EXCEL

Мета: побудова математичних моделей задач динамічного програмування. Отримання навичок розв’язування задач динамічного програмування в середовищі електронних таблиць Excel. Вміння аналізувати розв’язок задачі.

План

1. Поняття динамічного програмування
2. Загальна постановка задачі динамічного програмування
3. Задачі, які можуть бути розв’язані методом динамічного програмування
4. Припущення підходу до розв’язування задач динамічного програмування
5. Механізм розв’язування задач динамічного програмування в середовищі електронних таблиць Excel

Теоретичні відомості

У задачах лінійного і нелінійного програмування етап планування не розбивається на окремі етапи (кроки) і оптимальний план визначається для всього періоду планування (доба, тиждень, рік і т. д.). Ці методи одержали назву одноетапних або однокрокових. Математичні моделі в цьому випадку статичні й не враховують зміну параметрів у часі. У реальних системах потрібно знаходити і приймати оптимальні рішення на кожному етапі й одночасно на всьому розглянутому процесі в цілому з урахуванням можливих змін параметрів. Такі задачі називають багатоетапними (багатокроковими), а математичний апарат, за допомогою якого знаходять відповідний розв’язок, називають *динамічним програмуванням* (динамічним плануванням). Сукупність рішень, прийнятих на кожному етапі з урахуванням стану системи і цільової функції, називають *керуванням.*

Таким чином, ***динамічне програмування*** – це оптимальне керування на кожному кроці з урахуванням одночасного забезпечення оптимального керування об'єктом (процесом) протягом усього багатокрокового періоду, тобто на кожному кроці треба вибирати керування з урахуванням його майбутніх наслідків на ще майбутніх кроках. Але є виняток з цього правила. Останній крок треба планувати так, щоб він приносив найбільшу вигоду.

Розподіл на кроки (етапи) вводиться штучно. Наприклад, процес виведення космічного корабля на орбіту або рух потяга можна умовно розбити на етапи за часом, для визначення оптимальної конструкції балки її довжину поділяють на відрізки певної довжини і т. д.

Оскільки весь період планування поділяється на етапи, то й функція мети визначається в результаті підсумовування її складових, одержуваних на окремих етапах, тобто виграш за весь період планування дорівнює сумі виграшів на всіх етапах.

Таким чином, динамічна модель у прискореному режимі дозволяє досліджувати розвиток складної економічної системи, скажімо, підприємства, протягом певного періоду планування в умовах зміни ресурсного забезпечення (сировини, кадрів, фінансів, техніки), і дозволяє одержані результати представити у відповідному плані розвитку підприємства на заданий плановий період.

Принцип оптимальності динамічного програмування сформулював Р. Беллман: "Оптимальна поведінка має таку властивість: які б не були первісний стан і рішення в початковий момент, наступні рішення повинні бути оптимальними щодо стану, отриманого в результаті первісного рішення".

Метод динамічного програмування можна використовувати для дискретних і безперервних систем. Для керованих параметрів безперервних динамічних систем методом динамічного програмування можна одержати аналітичні залежності, що легко програмуються. Математичні моделі задач динамічного програмування для дискретних систем удається реалізувати в середовищі Microsoft Excel за допомогою функцій МАКС, МИН і ЕСЛИ.

Загальна постановка задачі динамічного програмування

У загальному випадку задача динамічного програмування може бути сформульована в такий спосіб: деяка фізична або економічна система в початковий момент часу T_0 знаходиться в стані S_0. Цей стан визначається n-вимірним вектором параметрів системи. За період часу $T_k - T_k$ система має бути переведена в деякий кінцевий стан S_k, обумовлений відповідними значеннями вектора станів. Перехід здійснюється за скінченну кількість кроків, на кожному з яких система переводиться в деякий проміжний стан S_i. При цьому необхідно забезпечити оптимальне значення критерію, що оцінює якість керування, або процес переходу від S_0 до S_k. Перехід системи зі стану в стан характеризується набором послідовних станів S_0, S_1, … S_i, ….., S_k, що називається траєкторією руху системи. Перехід системи забезпечується за допомогою ряду послідовних керуючих впливів, або керувань u_i. Сукупність керувань u_i позначимо через U. Тоді задача динамічного програмування полягає у виборі оптимального керування U, що послідовно переводить систему зі стану в стан від S_0 до S_k за умови, що критерій $F(U)$ набуває екстремального значення $F = \underset{U}{opt}[F(U)]$.

Реалізація моделей динамічного програмування відрізняється однією особливістю: з усіх можливих станів системи фактично точно відомі тільки два S_0 і S_k, а приймати рішення необхідно для кожного кроку. При цьому потрібно враховувати розвиток процесу до цього кроку і після нього, що породжує основні труднощі при виборі оптимального керування; невідомо, як реально буде розвиватися процес, відома тільки передбачувана скінченна множина (j = 1, 2, …, l) можливих сполучень характеристик системи, що відповідає кожному зі станів. Для останнього k-го кроку точно відомо, до якого результату він має привести – перевести систему з одного з можливих її станів S_{k-1}^j у єдино необхідний S_k. Тому на останньому кроці керування залежить тільки від стану системи після реалізації передостаннього k–1 кроку, що дозволяє знайти варіант, який забезпечує максимальний ефект керування на останньому кроці, у якому б зі станів S_{k-1}^j не знаходилася система перед останнім кроком. Розв’язок. задачі динамічного програмування починається з умовного планування останнього кроку, тобто визначення множини можливих керувань, кожне з яких переводить систему зі стану S_{k-1}^j у стан S_k. Оскільки стан S_{k-1}^j системи перед останнім кроком невідомий, то для кожного з можливих станів знаходять відповідне керування u_i^j, яке називають умовно оптимальним. Після визначення стану S_{k-1}^j системи перед останнім кроком з умовно оптимальних керувань вибирається одне безумовно оптимальне.

Методом динамічного програмування можуть бути розв’язані такі задачі:

- планування виробничої програми за періодами року за мінімальних витрат на виробництво і утримування запасів;

- оптимальний розподіл коштів і ресурсів на розширення виробництва за умови максимального приросту випуску продукції;
- оптимальне планування заміни застарілого устаткування новим за умови одержання максимального прибутку;
- календарне планування ремонту або заміни застарілого устаткування при мінімумі експлуатаційних витрат;
- оптимальне резервування складних технічних систем за мінімальних витрат на резервування, якщо забезпечено надійність системи;
- оптимальне проектування системи стимулювання транспортних екіпажів за мінімумом витрат енергії на зменшення шкідливих коливань за умови забезпечення необхідних значень динамічних показників у робочому діапазоні швидкостей руху.

Будь-яку багатоетапну задачу можна розв’язувати двома способами: шукати оптимальний розв’язок відразу або будувати його крок за кроком. Другий спосіб простіший. Його суть у поступовій, поетапній оптимізації, що особливо важливо в задачах, де ситуація змінюється в часі.

Таким чином, принципи підходу до розв’язування задач динамічного програмування містять два припущення:

1. Оптимальне керування процесом на кожному кроці визначають на основі того стану, якого система досягла до початку цього кроку (принцип оптимальності Р. Беллмана).
2. Критерій, за допомогою якого визначається оптимальне керування на кожному кроці і для всього процесу в цілому, має властивість адитивності, тобто виграш або втрати на кожному кроці накопичуються на серії кроків підсумовуванням $F = \sum_{i}^{k} F_i,$ де F_i – значення критерію на i-му кроці.

Незважаючи на достатню простоту ідей динамічного програмування, практична реалізація математичних моделей стикається зі значними труднощами. По-перше, не існує єдиного методу й алгоритму реалізації різноманітних моделей. Способи Розв’язок. задач з різним змістом різні, і практично завжди нові змістовні постановки задач вимагають розробки нових методів. По-друге, саме Розв’язок. задач, як правило, досить громіздке. Обсяг і трудомісткість роботи різко зростають зі збільшенням кількості кроків і можливих станів системи на кожному з них. Відсутність єдиного способу реалізації моделей призводить до того, що немає стандартних програм розв’язування задач динамічного програмування на комп’ютері. У свою чергу, це є стимулом для розробки прикладного програмного забезпечення Розв'язок. якої-небудь практичної задачі методом динамічного програмування.

Завдання

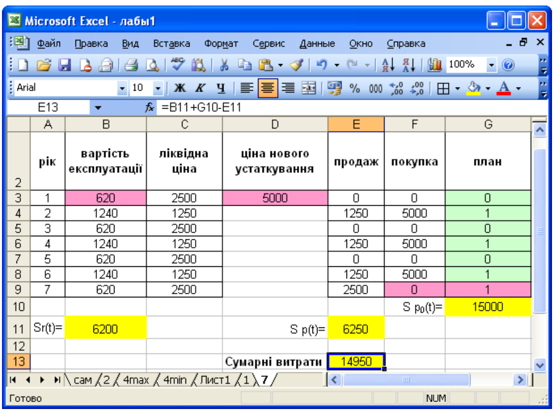
Скласти математичну модель задачі заміни устаткування. Розв'язати задачу за допомогою електронних таблиць Microsoft Excel. Проаналізувати отриманий розв'язок.

Устаткування експлуатується протягом 7 років, після цього продається. На початку кожного року можна прийняти рішення зберегти устаткування або замінити його на нове. Вартість нового устаткування $p_0 = 5000$ грн. Після t років експлуатації $(1 \le t \le 7)$ устаткування можна продати за $q(t) = p_0 2^{-t}$ грн. Витрати на утримання протягом року залежать від віку t устаткування і дорівнює $r(t) = 620\,(t+1)$. Визначити оптимальну стратегію експлуатації устаткування, щоб сумарні витрати з урахуванням початкової покупки та завершального продажу були мінімальними.

Розв'язок..

Економіко-математична модель. Знайти такий план заміни, щоб загальні витрати = Σ r(t) + Σ p_0(t) – Σ p(t) ⇒ min, План = 1 або 0, причому, якщо План=1, то устаткування замінюється; якщо План=0, то устаткування залишається ще на рік.

Заносимо необхідну вихідну інформацію до електронних таблиць (рис. 5.1 та 5.2) та розв'язуємо за допомогою пошуку розв'язку.



	A	B	C	D	E	F	G
2	рік	вартість експлуатації	ліквідна ціна	ціна нового устаткування	продаж	покупка	план
3	1	620	2500	5000	0	0	0
4	2	1240	1250		1250	5000	1
5	3	620	2500		0	0	0
6	4	1240	1250		1250	5000	1
7	5	620	2500		0	0	0
8	6	1240	1250		1250	5000	1
9	7	620	2500		2500	0	1
10						S p0(t)=	15000
11	Sr(t)=	6200		S p(t)=	6250		
12							
13				Сумарні витрати	14950		

Рис. 5.1. Таблиця вихідних даних

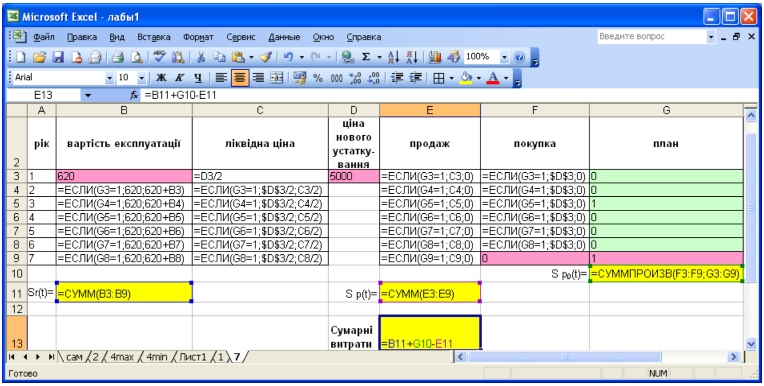


Рис. 5.2 . Таблиця вихідних даних

Запускаємо програму *Пошук рішень* (рис.5. 3).

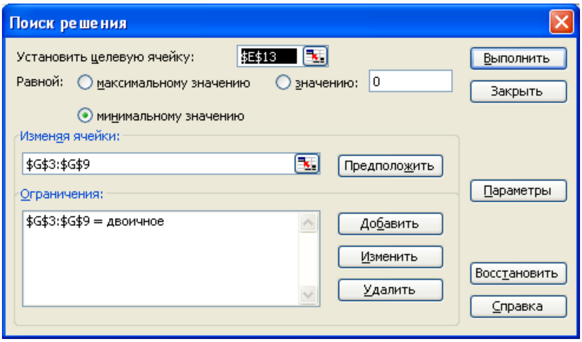
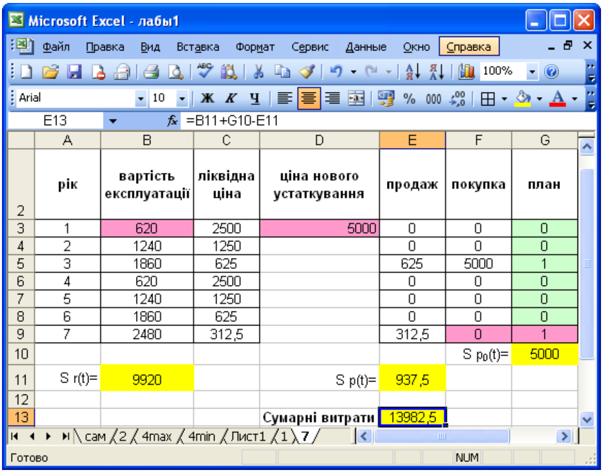


Рис. 5.3 Внесення даних до сервісу Пошук рішення

Отриманий розв'язок наведено на рис. 5.4.



E13 =B11+G10-E11

	A	B	C	D	E	F	G
2	рік	вартість експлуатації	ліквідна ціна	ціна нового устаткування	продаж	покупка	план
3	1	620	2500	5000	0	0	0
4	2	1240	1250		0	0	0
5	3	1860	625		625	5000	1
6	4	620	2500		0	0	0
7	5	1240	1250		0	0	0
8	6	1860	625		0	0	0
9	7	2480	312,5		312,5	0	1
10						S p0(t)=	5000
11	S r(t)=	9920		S p(t)=	937,5		
12							
13				Сумарні витрати	13982,5		

Рис. 5.4 Розв'язок задачі

Аналіз отриманого розв'язку

Машину купують на початку 1-го року й експлуатують її до 3 років, в 3-му році заміна й експлуатація протягом 4-ох років, до завершального 7-го року, після якого устаткування продається. Мінімальні загальні витрати становлять 13982,5 грош. од.

Поточні контрольні запитання

1. Як формулюється задача динамічного програмування?
2. Які властивості задачі ДП?
3. Що означає адитивність цільової функції?
4. Сформулюйте принцип оптимальності Беллмана?
5. Запишіть рівняння Беллмана.
6. Що означає відсутність зворотного зв'язку в задачі ДП?
7. Що означає відсутність післядії в задачах ДП?
8. Назвіть приклади задач динамічного програмування.
9. Чи можна вважати задачу про рюкзак прикладом ДП?
10. Що означає багатокроковий процес прийняття рішень?

ПРАКТИЧНА РОБОТА № 6.

СІТКОВІ ГРАФІКИ

Мета: ознайомитися з математичною постановкою задачі про комівояжера (ЗК); навчитися розв'язувати задачу комівояжера за допомогою методу гілок та меж

План

1. Економічна постановка ЗК
2. Математична модель задачі комівояжера
3. Ідея методу гілок та меж
4. Алгоритм методу гілок та меж для Розв’язок. ЗК

Завдання 1

Побудувати граф, заданий матрицею суміжностей. Знайти Елерів цикл (шлях) або довести, що він не існує.

Табл.6.1

Вихідні дані для побудови задачі

	1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**
1	0	1	0	0	0	1	0
2	1	0	1	0	0	1	1
3	0	10	0	1	1	0	1
4	0	0	1	0	1	0	0
5	0	0	1	1	0	1	1
6	1	1	0	0	1	0	1
7	0	1	1	0	1	1	0

Розв'язок.

Оскільки матриця є симетричною, то граф є неорієнтованим. Якщо елемент матриці a_{ij} дорівнює одиниці, то вершина i суміжна вершині j, якщо дорівнює нулю, то вершина i несуміжна вершині j. Побудуємо заданий граф (рис.6.1.).

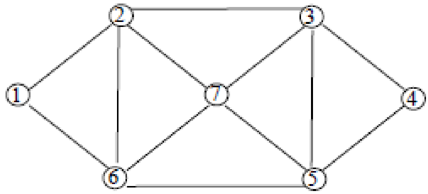


Рис. 6.1. Побутова елементів Графу

Всі вершини мають парний степінь, а отже можна визначити Ейлерів цикл. Скористаємось для цього алгоритмом Флорі. Починаючи з довільної вершини, проходимо по ребрах графа довільним чином, при цьому кожному ребру присвоюємо черговий номер в циклі і це ребро викреслюємо з графа, вершини при цьому лишаються. Якщо є декілька можливостей продовжити рух, то рухаємось не по ребру, при вилученні якого граф перестає бути зв'язним.

Наступна послідовність вершин описує Ейлерів цикл у заданому графі

$1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 4 \rightarrow 5 \rightarrow 3 \rightarrow 7 \rightarrow 5 \rightarrow 6 \rightarrow 7 \rightarrow 2 \rightarrow 6 \rightarrow 1$.

Завдання 2.

В результаті аналізу комплексу робіт по пожежно-технічному обстеженню підприємства складено сітьовий графік, який відображає порядок виконання робіт (рис.6.2).

Знайти:

критичний шлях і розрахувати його протяжність за часом;

визначити роботи, які є критичними;

визначити резерви подій;

побудувати часовий графік;

дати пропозиції щодо календарного планування комплексу робіт з врахування мінімізації кількості робіт, що виконуються одночасно.

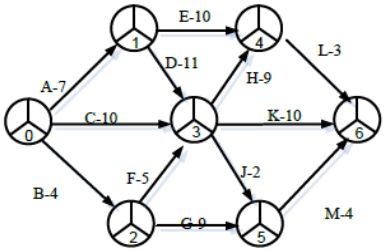


Рис 6.2 Побудова сітьового графіку

Розв'язок.

Скористаємось алгоритмом Дейкстри та знайдемо ранні терміни $t_p(k)$ настання подій, $i = \overline{1,6}$. Позначимо нульову вершину $t_p(0)=0$. Перша та друга вершини мають по одній вхідній дузі, тому $t_p(1)=l(0;1)=7$ $t_p(2)=l(0;2)=4$, ($l(i; j)$ - тривалість виконання роботи $(i; j)$. Для визначення ранніх термінів настання решти подій скористаємось формулою

$$t_p(k) = \max_{i<k}(t_p(i) + l(i;k)) \tag{6.1}$$

Отримані значення $t_p(3)=18$, $t_p(4)=27$, $t_p(5)=20$, $t_p(6)=30$ проставимо в лівому секторі вершин графа. Критичний шлях визначимо методом зворотнього ходу (подвійні стрілки на рис.6.3.). Таким чином критичним є шлях 0→1→3→4→6, тривалість його $L\kappa p$ =30, критичні роботи A, D, H, L .

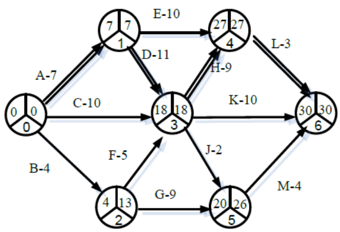


Рис. 6.3. Критичний шлях зворотнього ходу вершинів графу

Для обчислення пізніх термінів настання подій $t_p(k)$ скористаємось формулою

$$t_n(k) = \min_{j>k}(t_n(j) - l(k:j)) \tag{6.2}$$

де j – це події, наступні за подією k. Отримані значення $t_n(6)=30$, $t_n(5)=26$, $t_n(4)=27$, $t_n(3)=18$, $t_n(2)=13$, $t_n(1)=7$, $t_n(0)=0$, проставимо в правому секторі вершин графа.

Визначимо резерви подій. Критичні події не мають запасу часу, для решти робіт маємо $R(2)=13-4=9$, $R(5)=26-20=6$.

Побудуємо часовий графік (рис. 6.4). Критичні роботи будуємо послідовно одну за одною без часових зазорів та перекривань суцільними лініями. Некритичні роботи зображаємо максимальними інтервалами виконання, які перевищують реальну тривалість виконання цих процесів. Для кожної некритичної роботи вибираємо початок виконання так, щоб або всі роботи починались як раніше, або щоб кількість робіт, що виконуються одночасно, була мінімальною.

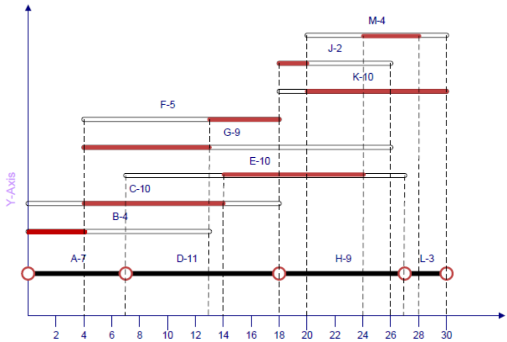


Рис. 6.4 Побудуємо часового графіку

Завдання 3

Розв'язати задачу комівояжера з наступною матрицею відстаней С методом гілок та меж.

-	1	2	5	2
1	-	5	6	4
6	3	-	4	2
5	1	1	-	5
4	3	4	2	-

Розв'язок..

Знайдемо нижню оцінку довжини всіх гамільтонових контурів

$$h = \sum_{i=1}^{5} a_i + \sum_{j=1}^{5} b_j \tag{6.1}$$

де $a_i = \min_{i=1.5} c_{ij}\,;\; bj = \min_{i=1.5}(c_{ij} - a_i)\;\forall i,j$

	1	2	3	4	5	a_i
1	∞	1	2	5	2	1
2	1	∞	5	6	4	1
3	6	3	∞	4	2	2
4	5	1	1	∞	5	1
5	4	3	4	2	∞	2

	1	2	3	4	5
1	∞	0^1	1	4	1
2	0^5	∞	4	5	3
3	4	1	∞	2	0^2
4	4	0°	0^1	∞	4
5	2	1	2	0^3	∞
b_j	0	0	0	0	0

h =1+1+2+1+2=7.

Далі послідовно будемо включати в маршрут вигідні дуги і при цьому будуватимемо дерево розв'язків:

	2	3	4	5
1	∞	13	1	3
3	1	∞	2	0
4	0	0	∞	4
5	1	2	0	∞

	2	3	4	5
1	∞	0^0	3	0°
3	1	∞	2	0^1
4	0^1	0°	∞	4
5	1	2	0	∞

	3	4	5
1	0^2	∞	0^0
3	∞	2	0^2
5	2	0^4	∞

	3	5
1	0	∞
3	∞	0

Значення зобразимо на рис. 6.5

Оскільки всі гілки дерева розв'язків мають нижню оцінку довжин усіх гамільтонових контурів, що включені у відповідні множини допустимих розв'язків, вищу за довжину побудованого маршруту, то робимо висновок, що цей маршрут комівояжера є мінімальним, тобто його довжина L найменша за всі можливі і дорівнює 8. Оптимальний маршрут показаний на рис. 6.6

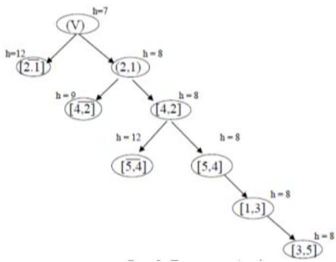


Рис. 6.5. Дерево розв'язків

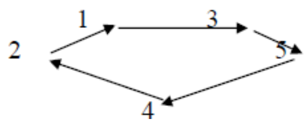


Рис. 6.6 Оптимальний маршрут комівояжера

Наведемо процес Розв’язок. за допомогою Microsoft Excel задачі комівояжера з наступною матрицею відстаней:

∞	4	39	22	10	47
58	∞	56	18	4	35
34	29	∞	17	57	18
52	4	22	∞	15	37
41	44	25	11	∞	32
11	6	19	2	58	∞

.

Розв’язок

Приведення матриці до такого вигляду, щоб в кожному її рядку і кожному стовпці був принаймні один нуль.

Спочатку по рядках.

	1	2	3	4	5	6	di
1	1,00E+09	4	39	22	10	47	4
2	58	1,00E+09	56	18	4	35	4
3	34	29	1,00E+09	17	57	18	17
4	52	4	22	1,00E+09	15	37	4
5	41	44	25	11	1,00E+09	32	11
6	11	6	19	2	58	1,00E+09	2
							42

Далі по стовпчиках.

	1	2	3	4	5	6	
1	1,00E+09	0	35	18	6	43	
2	54	1,00E+09	52	14	0	31	
3	17	12	1,00E+09	0	40	1	
4	48	0	18	1,00E+09	11	33	
5	30	33	14	0	1,00E+09	21	
6	9	4	17	0	56	1,00E+09	
dj	9	0	14	0	0	1	24

Отже, h=42+24=66**.**

Матриця відстаней після приведення:

	1	2	3	4	5	6
1	1,00E+09	0	21	18	6	42
2	45	1,00E+09	38	14	0	30
3	8	12	1,00E+09	0	40	0
4	39	0	4	1,00E+09	11	32
5	21	33	0	0	1,00E+09	20
6	0	4	3	0	56	1,00E+09

h=42+24=66

Розрахунок оцінок нулів матриці:

	1	2	3	4	5	6	di
1	1,00E+09	0(6)	21	18	6	42	6
2	45	1,00E+09	38	14	0(20)	30	14
3	8	12	1,00E+09	0(0)	40	0(20)	0
4	39	0(4)	4	1,00E+09	11	32	4
5	21	33	0(3)	0(0)	1,00E+09	20	0
6	0(8)	4	3	0(0)	56	1,00E+09	0
dj	8	0	3	0	6	20	

	1	2	3	4	5	6	di
1	1,00E+09	0(6)	21	18	6	42	6
2	45	1,00E+09	38	14	**0(20)**	30	14
3	8	12	1,00E+09	0	40	0(20)	0
4	39	0(4)	4	1,00E+09	11	32	4
5	21	33	0(3)	0	1,00E+09	20	0
6	0(8)	4	3	0	56	1,00E+09	0
dj	8	0	3	0	6	20	0

Побудова маршруту:

2;5	1	2	3	4	6	di
1	1,00E+09	0(6)	21	18	42	6
3	8	12	1,00E+09	0	**0(20)**	0
4	39	0(4)	4	1,00E+09	32	4
5	21	1,00E+09	0(3)	0	20	0
6	0(8)	4	3	0	1,00E+09	0
dj	8	0	3	0	20	**20**

3;6	1	2	3	4	di
1	1,00E+09	0(18)	21	18	18
4	39	0(4)	4	1,00E+09	4
5	21	1,00E+09	0(4)	0	0
6	**0(21)**	4	1,00E+09	0	0
dj	21	0	4	0	20

6;1	2	3	4	di
1	**0(18)**	1,00E+09	18	18
4	0(4)	4	1,00E+09	4
5	1,00E+09	0(4)	0(18)	0
dj	0	4	18	21

1;2	3	4	di
4	0	1,00E+09	4
5	1,00E+09	0	
dj			18

Оптимальний маршрут: (4 – 3 – 6 – 1 – 2 – 5 – 4).
Довжина маршруту: 4 + 66 = 70.

Поточні контрольні запитання

1. До якого класу належить задача про комівояжера?
2. Сформулюйте економічну постановку задачі комівояжера.
3. Запишіть математичну модель задачі про комівояжера.
4. Який зміст мають штучні змінні і обмеження в математичній моделі задачі комівояжера?
5. Яка основна ідея методу гілок та меж?
6. Для Розв’язок. яких задач оптимізації можна застосовувати метод гілок та меж?
7. Чим відрізняється алгоритм методу гілок та меж від повного перебору варіантів?
8. Чим відрізняються математичні постановки задачі про призначення і задачі про комівояжера?
9. Який вигляд мають допустимі розв'язки задач про призначення і задачі комівояжера і чим вони відрізняються? Наведіть приклади.

ЗМІСТОВИЙ МОДУЛЬ 2.
ТЕОРІЯ МАСОВОГО ОБЛУГОВУВАННЯ В ДОСЛІДЖЕННІ ТРАНСПОРТНИХ СИСТЕМ

ПРАКТИЧНА РОБОТА №7
СИСТЕМИ МАСОВОГО ОБСЛУГОВУВАННЯ

Мета: ознайомитися з математичними моделями систем масового обслуговування (СМО), методами розрахунку їх параметрів.

План

1. Основні поняття. Класифікація систем масового обслуговування
2. Потоки подій. СМО без черги. Одноканальні СМО
3. Багатоканальні СМО з обмеженою чергою, з необмеженою чергою
4. Імітаційне моделювання СМО

Теоретичні відомості

Основні поняття. Класифікація систем масового обслуговування

Під час розгляду операцій дослідники часто мають справу з системами, призначеними для багаторазового використання при розв'язанні однотипових задач − системами масового обслуговування (СМО). Наприклад, перукарні, СТО, квиткові каси, крамниці, обчислювальні комплекси, ремонтні майстерні і т.п.

Кожна СМО містить певну кількість сервісних одиниць (пристроїв, пунктів, станцій), які називаються каналами: лінії зв'язку, робочі точки, обчислювальні машини, продавці та інше. За їх числом СМО розділяють на одноканальні та багатоканальні.

Заявки поступають в таку систему зазвичай нерегулярно, утворюючи так званий випадковий потік. Його випадковість, а також час обслуговування заявок є причиною того, що СМО виявляється завантаженоє нерівномірно.

Предметом теорії масового обслуговування є побудова математичних моделей, що пов'язують задані умови роботи СМО (число каналів, їх продуктивність, характер потоку заявок) з показниками ефективності СМО, які описують її здатність обслуговувати потік заявок.

СМО поділяють на два основних класи: з відмовами та з очікуванням (чергою). Другі мають різні типи залежно від організації черги: з обмеженою або необмеженою, а також з обмеженим часом очікування і т.п.

Для класифікації СМО важливу роль відіграє дисципліна обслуговування, що визначає порядок вибора заявок з числа поданих і порядок розподілу їх між вільними каналами. За цією ознакою обслуговування заявки може бути організовано за принципом «перша надійшла – першою обслужено», «остання надійшла – першою обслужено» або обслуговування з пріоритетом.

Формули, за якими обчислюються параметри системи і показники її ефективності, наведені в останньому стовпчику табл. 7.1.

Показники ефективності систем масового обслуговування

Показник	Сервісна дільниця з n постами обслуговування і необмеженою чергою	Сервісна дільниця з n постами обслуговування і кількістю m місць у черзі
1	2	3
Граничні ймовірності	$p_0=\left(\sum_{k=0}^{N}\frac{\rho^k}{k!}+\frac{\rho^{n+1}}{n!\,(n-\rho)}\right)^{-1}$, $p_k=\frac{\rho^k}{k!}\cdot p_0,\ k=\overline{1,n};$ $p_{n+r}=\frac{\rho^{n+r}}{n!\,n^r}\cdot p_0,$ $r=1,2,\ldots;$	$p_0=\left(\sum_{k=0}^{N}\frac{\rho^k}{k!}+\frac{\rho^{n+1}(1-\rho/n)^m}{n\cdot n!\,(1-\rho/n)}\right)^{-1}$, $p_k=\frac{\rho^k}{k!}\cdot p_0,\ k=\overline{1,n};$ $p_{n+r}=\frac{\rho^{n+r}}{n!\,n^r}\cdot p_0,\ r=\overline{1,m};$
Імовірність того, що клієнт з'явиться у черзі	$P_{черги}=\frac{\rho^{n+1}}{n!\,(n-\rho)}p_0$	$P_{черги}=\frac{\rho^{n+1}}{n!\,(n-\rho)}p_0$
Імовірність відмови	$P_{відм}=0$	$P_{відм}=\frac{\rho^{n+m}}{n^m\cdot n!}p_0.$
Абсолютна пропускна здатність	$A=\lambda Q$	$A=\lambda Q=\lambda\left(1-\frac{\rho^{n+m}}{n^m\cdot n!}p_0\right)$
Відносна пропускна здатність	$Q=1$	$Q=1-P_{відм}=1-\frac{\rho^{n+m}}{n^m\cdot n!}p_0$
Середнє число клієнтів у черзі	$L_{черги}=\frac{\rho^{n+1}p_0}{n\cdot n!\left(1-\frac{\rho}{n}\right)^2};$	$L_{черги}=$ $=\frac{\rho^{n+1}p_0\left[1-\left(m+1-m\frac{\rho}{n}\right)\left(\frac{\rho}{n}\right)^m\right]}{n\cdot n!\left(1-\frac{\rho}{n}\right)^2}$
Середнє число клієнтів, що обслуговуються	$\bar{k}=\frac{\lambda}{\mu}=\rho.$	$\bar{k}=\rho\left(1-\frac{\rho^{n+m}}{n^m\cdot n!}p_0\right)$
Середнє число клієнтів в системі	$L_{сист}=L_{черги}+\rho;$	$L_{сист}=L_{черги}+\bar{k};$
Середній час перебування клієнтів на дільниці	$T_{сист}=\frac{1}{\lambda}L_{сист};$	$T_{сист}=\frac{1}{\lambda}L_{сист};$
Середній час перебування клієнтів в черзі	$T_{черги}=\frac{1}{\lambda}L_{черги}$	$T_{черги}=\frac{1}{\lambda}L_{черги}$

Завдання 1

На підприємстві з капітального ремонту електричних машин працює дві бригади. В середньому протягом робочого дня в майстерню надходить 6 поламаних виробів. Електричні машини на різних об'єктах відмовляють незалежно одна від одної, в різний час, тобто потік заявок можна вважати випадковим, найпростішим і пуассонівським. 142

Тривалість робіт залежить від характеру ушкоджень, кваліфікації ремонтного персоналу і інших чинників. Нехай протягом робочого дня (8 год) одна бригада виконує в середньому ремонт 4 машин. Невідремонтовані вироби замовнику не повертаються, а знаходяться в черзі. Визначити ймовірності станів і показників ефективності СМО.

Розв'язання.

Дана система може бути віднесена до СМО з очікуванням, в якій число місць в черзі не обмежена, тобто $\boldsymbol{m}\rightarrow\infty$.

1. Згідно з умовою задачі маємо такі вихідні дані:

$\boldsymbol{n}=\mathbf{2}$, $\boldsymbol{\lambda}=\mathbf{6}$, $\boldsymbol{\mu}=\mathbf{4}$, $\boldsymbol{\rho}=\boldsymbol{\lambda}/\boldsymbol{\mu}=\mathbf{1.5}$, $\boldsymbol{\rho}/\boldsymbol{n}=\mathbf{0.75}$.

2. Оскільки в даній системі заявка не покидає її, поки не буде обслужена, то ймовірність відмови $\boldsymbol{P}_{\text{відм}}=\mathbf{0}$, відносна пропускна здатність $\boldsymbol{Q}=\mathbf{1}$, а абсолютна пропускна здатність $\boldsymbol{A}=\boldsymbol{\lambda Q}$ = 6

3. Знайдемо ймовірності станів:

$$p_0=\left(\Sigma_{k=0}^{N}\frac{\rho^k}{k!}+\frac{\rho^{n+1}}{n!\,(n-\rho)}\right)^{-1}=\left(1+\frac{\rho^1}{1!}+\frac{\rho^2}{2!}+\frac{\rho^3}{2!\,(2-\rho)}\right)^{-1}=\left(1+\frac{1.5^1}{1!}+\frac{1.5^2}{2!}+\frac{1.5^3}{2!\,(2-1.5)}\right)^{-1}=0.14;$$

$$p_1=|\frac{\rho 1}{1!}p_0=0.14\cdot 1.5=0.21;$$

$$p_2=\frac{\rho 2}{2!}p_0=\frac{1.5^2}{2!}0.14=0.16.$$

Імовірність того, що заявка виявиться в черзі

$P_{\text{черги}}=\rho^{n+1}/n!(n-\rho)p_0$=1.5/(1·2·(2−1.5))·0.14=0.47.

Імовірність відсутності черги в майстерні

$p=p_0+p_1+p_2$=0.14+0.21+0.16=0.51.

4. Визначимо показники ефективності СМО: середня кількість заявок у черзі

$L_{\text{черги}}=\rho^{n+1}p_0/n\cdot n!(1-\rho/n)^2=1.5^3\cdot 0.14/2\cdot 2(1-1.5/2)^2=1.88$;

середнє число зайнятих каналів (оскільки кожен канал обслуговує певну кількість заявок в одиницю часу), а вся система обслуговує в середньому А заявок, то середнє число зайнятих каналів

$L_{\text{сист}}=L_{\text{черги}}+\rho$=1.88+1.5=3.38;

середній час очікування заявки в черзі

$T_{\text{черги}}=(1/\lambda)L_{\text{черги}}$=1.88/4=0.47 робочої зміни (приблизно 3,8 ч).

ПРАКТИЧНА РОБОТА №8

ЗАДАЧІ УПРАВЛІННЯ ЗАПАСАМИ

Мета: ознайомитися з задачами і методами управління запасами (УЗ), навчитися розраховувати оптимальні строки поповнення запасів.

План

1. Загальна постановка задачі управління запасами 2. Типи моделей управління запасами 3. Оптимізація величини запасів 4. Прості моделі управління запасами 5. Статична детермінована модель без дефіциту 6. Використання моделі Вілсона. Розрахунки в Microsoft Excel 7. Системи КЗ 8. Додаткові методи КЗ

Теоретичні відомості

Управління запасами − складова частина єдиної системи поточного управління оборотним капіталом, від ефективності цього процесу залежить можливість підтримки ліквідності та платоздатності компанії. Загальним критерієм оцінки ефективності даної системи і одночасно цільовою установкою визнана мінімізація розміру витрат, пов'язаних з формуванням і використанням запасів. Ключовою задачею, яку вирішують фінансові менеджери, є скорочення наднормативних запасів матеріальних цінностей, що втрачають свою вартість і фактично являють собою скарбничку "заморожених" коштів**.**

Для прийняття обґрунтованих рішень, пов’язаних з управлінням запасами, важливим етапом є розробка та використання математичних моделей, що дозволяють знайти оптимальний рівень запасів, мінімізуючи суму всіх описаних видів витрат. Розглянемо основні характеристики моделей управління запасами.

Попит. Попит на продукт, що запасається, може бути детермінованим (в найпростішому випадку – постійним в часі) або випадковим. Випадковість описується або випадковим моментом попиту, або випадковим об’ємом попиту в детерміновані або випадкові моменти часу.

Поповнення складу. Поповнення складу може відбуватися або періодично через конкретні інтервали часу, або по мірі вичерпаності запасів, тобто зниження їх до деякого рівня.

Об’єм замовлення. При періодичному поповненні та випадковому вичерпанні запасів об’єм заказу може залежати від того стану, який спостерігається в момент подачі замовлення. Воно, здебільшого, подається на одну і ту саму величину для досягнення заданого рівня запасів – так званої *точки замовлення*.

Час доставки. В ідеалізованих моделях управління запасами передбачається, що замовлене поповнення поставляється на склад миттєво. В інших – розглядається затримка поставок на фіксований або випадковий інтервал часу**.**

Вартість поставки. Як правило, передбачається, що вартість кожної поставки складається з двох компонент – разових витрат, незалежних від об'єму партії, що замовляється, та витрат, що залежать (зазвичай лінійно) від об'єму партії.

Витрати на зберігання. В моделях управління запасами вважають об'єм складу практично необмеженим, а контролюючою величиною є об'єм запасів, що зберігаються.

Штраф за дефіцит. Будь-який склад створюється для того, щоб попередити дефіцит конкретного виду виробів в системі, що обслуговується. Відсутність запасів в потрібний момент призводить до збитків, пов'язаних з простоєм обладнання, неритмічністю виробництва і т.п. Їх в подальшому будемо називати штрафом за дефіцит.

Номенклатура запасу. В самих простих випадках передбачається, що на складі зберігається запас однотипних виробів або однотипної продукції. В більш складних випадках розглядається багатономенклатурний запас.

Завдання 1.

Інтенсивність надходження деталей на склад готової продукції цеха складає на початку зміни 5 дет./хв., на протязі першої години лінійно росте, досягаючи до кінця її 10 дет./хв., а потім залишається постійною. Припускаючи, що надходження деталей на склад відбувається безперервно на протязі всіх семи годин зміни, а їх вивіз зі складу виконується лише в кінці роботи, записати вираз для рівня запасу в довільний момент часу та, використовуючи його, знайти кількість деталей на складі: а) через 30 хв. після початку роботи; б) в кінці зміни.

Розв'язок.

За умовою протягом зміни не відбувається видача деталей зі складу, тобто $b(t)=0$. Інтенсивність поповнення запасу на протязі першої години лінійно зростає, тобто $a(t)=kt+b$. Враховуючи, що $a(0)=5$, отримуємо $b=5$. Оскільки в кінці першої години, тобто при $t=60$ $a(60)=10$, тоді $10=k\cdot 60+5$,звідки $k=1/12$. Таким чином, для першої години зміни $a(t)=(1/12)t+a$ тоді $a(t)=10$. Враховуючи тривалість зміни (7 год. = 420 хв.) та співвідношення $J(t) = J_0 + \int_0^t a(t)dt - \int_0^t b(t)dt$ отримаємо:

$J(t) = \int_0^t \left(\frac{t}{12} + 5\right) dt = \frac{t^2}{24} + 5t$, якщо $0 \le t \le 60$,

та

$$J(t) = \int_0^{60} \left(\frac{t}{12} + 5\right) dt + \int_{60}^{t} 10\, dt = \frac{t^2}{24} + 5t\Big|_0^{60} + 10t\Big|_{60}^{t} = 10t - 150$$ якщо $60 \le t \le 420$

Кількість деталей на складі через 30 хв. після початку роботи: $J(30)=900/24+5\cdot30=187{,}5$, а в кінці зміни: $J(420)=10\cdot420-150=4050$.

Завдання 2.

Потреба складального підприємства в деталях певного типу складає 120000 деталей на рік, причому ці деталі витрачаються в процесі виробництва рівномірно та безперервно. Деталі замовляються раз на рік та поставляються партіями однакового об'єму, вказаного в замовлені. Зберігання деталі на складі коштує 0,35 грошових одиниць на добу, а поставка партії – 10000 грош. одиниць. Затримка виробництва через відсутність деталей неприпустима. Встановити найбільш економічний об'єм партії та інтервал між поставками, які необхідно вказати в замовлені (постачальник не припускає затримки поставок).

Розв'язння.

За умовою витрати на одну партію складають c_1=10000 грош.од., загальний проміжок часу θ=1рік=365 днів, а загальний об'єм запасу за цей період N=120000 деталей. За формулою (8.1)

$$n_0 = \sqrt{\frac{2c_1 N}{c_2 \theta}}, \tag{8.1}$$

$$n_0 = \sqrt{\frac{2 \cdot 10000 \cdot 120000}{0{,}35 \cdot 365}} \approx 4335\text{дет},$$

а за формулою (8.2):

$$T_0 = \sqrt{\frac{2c_1\theta}{c_2 N}} = \theta\sqrt{\frac{2c_1}{bc_2}}. \tag{8.2}$$

$$T_0 = n_0 \frac{\theta}{N} \approx 13 \text{ днів.}$$

Отже, найбільш економічний об'єм партії дорівнює 4335 деталей, а інтервал між поставками − приблизно 13 днів.

На практиці ж об'єм партії може відрізнятися від отриманого n_0, розрахованого за формулою (8.1). Так, в попередній задачі може виявитися зручним замовити партії кількістю 4500 або навіть 5000 деталей. Виникає питання, як при цьому змінюються сумарні витрати.

Для відповіді на це запитання виконаємо розкладання функції $C(n)$ в ряд Тейлора навколо точки n_0, обмежившись першими трьома членами при достатньо малих змінах об'єму партії Δn:

$$C(n) = C(n_0) + C'(n_0)\Delta n + \frac{C''(n_0)}{2!}\Delta n^2 + \cdots$$

Враховуючи, що при $n=n_0$ $C'(n_0)=0$, $C''(n_0) = \frac{2c_1 N}{n_0^3}$, а $C_0=C(n_0)$, отримаємо:

$$\frac{\Delta C}{C_0} = \frac{C(n) - C(n_0)}{C(n_0)} \approx \frac{C''(n_0)\Delta n^2}{2C(n_0)} = \frac{2c_1 N \Delta n^2}{n_0^3\left(\frac{2c_1 N}{n_0}\right)}$$

або

$$\frac{\Delta C}{C_0} \approx \frac{\Delta n^2}{n_0^2} \tag{8.3}$$

Формула (8.3) свідчить про певну стійкість сумарних затрат у відношенні до найбільш економічного об'єму партії, оскільки при малих Δn відносні зміни витрат приблизно на порядок менші відносної зміни об'єму партії в порівнянні з оптимальним.

Завдання 3.

За умовою прикладу 2 визначити, на скільки процентів збільшаться витрати на створення та зберігання запасу в порівнянні з мінімальними затратами при об'ємі партії 5000 деталей.

Розв'язання.

Відносна зміна об'єму партії в порівнянні з оптимальним $n_0=4335$ складає $\Delta n/n_0=(5000-4335)/4335=0{,}153$. У відповідності до (8.3) відносна зміна сумарних затрат складе $\Delta C/C_0=0{,}153^2/2\approx 0{,}012$, або лише 1,2 %.

Використання моделі Вілсона.

Розрахунки в Microsoft Excel Модель Вілсона є найпростішою для задачі управління запасами. Вона передбачає відсутність невизначеностей та лежить в основі більш складних і розвинених моделей управління запасами. У простій моделі все цілком передбачувано, інтенсивність попиту відома і постійна. Запас на складі поповнюється періодично і однаковими поставками (партіями).

Вхідні параметри:

v – інтенсивність споживання запасу [один. товару/один. часу]

s– витрати на зберігання запасу [грош. один./(один. часу·один. часу]

K– витрати на здійснення замовлення [грош. один.]

Вихідні параметри:

Q– розмір замовлення [один. товару]

τ– період поставки [один. часу]

L– загальні витрати на управління запасами в одиницю часу [грош. один. /один. часу]

h_0– точка замовлення [один. товару]

Допущення моделі Вілсона:

1) v=$const$,

2) τ=$const$,

3) кожне замовлення поставляється однією партією,

4) витрати на здійснення замовлення K не залежать від його розміру,

5) відсутність запасу неприпустима,

6) чергова партія замовлення має надходити в момент, коли запас на складі знижується в точності до нуля,

7) розмір партії та довжина циклу пов'язані співвідношенням:

$$Q=vT \tag{8.4}$$

Типова динаміка величини складського запасу за часом зображена на графіку (рис. 8.1)

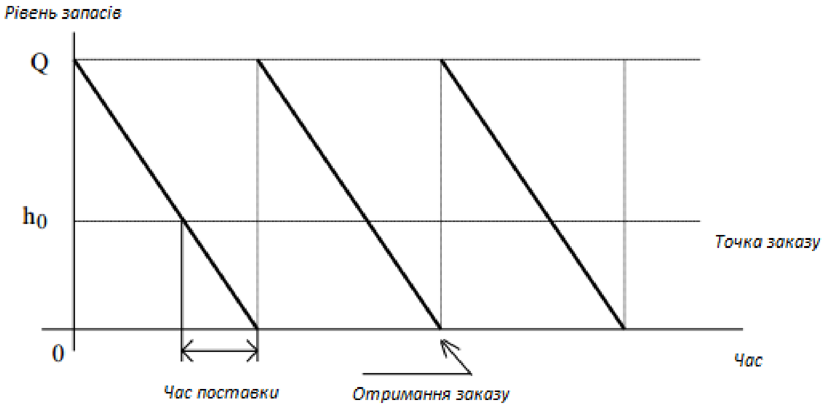


Рис. 8.1 Графік циклів зміни запасів в моделі Вілсона

Є можливість поповнювати запас великими партіями через довгі проміжки часу, а можна малими партіями і через короткі проміжки. ***Задача*** – визначити оптимальний розмір партії і, відповідно, оптимальну довжину циклу.

Формули моделі Вілсона

$$Q = vT \tag{8.5}$$

$$Q* = \sqrt{\frac{2Kv}{s}}, \tag{8.6}$$

$$L = K\frac{v}{Q} + s\frac{Q}{2} \tag{8.7}$$

При коротких циклах (часті поставки невеликими партіями) витрати будуть значними за рахунок першого доданка. При довгих циклах (рідкісні поставки великими партіями) − за рахунок другого. Поставка партії на склад вимагає певного часу. Позначимо термін поставки (період попередження) T_d. Для того, щоб замовлена партія надійшла точно в необхідний момент, замовлення слід подавати заздалегідь, за час T_d до цього моменту. У момент надходження обсяг запасу має дорівнювати 0. Отже, в момент подачі замовлення обсяг запасу на складі повинен складати величину h_0:

$$h_0 = vT_d, \tag{8.8}$$

$$\tau = Q/v \tag{8.9}$$

Розглянемо приклад розрахунку за моделлю Вілсона. Оскільки розмір реального замовлення Q може не збігатися з $Q*$, розрахованого за формулою (8.5), то в блок вхідних даних необхідно ввести прийнятий розмір замовлення, який буде використовуватися при обчисленні розрахункових параметрів. Форма розрахунку наведена на рис. 8.2.

	A	B	C
1		**Вихідні дані**	
2	**параметри**	**значення**	**одиниці вимірювання**
3	інтенсивність споживання	5	шт./дн.
4	витрати на оформлення заказу	2	грн
5	витрати на доставку заказу	15	грн
6	витрати на зберігання заказу	0,84	грн/(шт.*дн)
7	Час доставки	2	дн.
8	**Прийнятий розмір заказу**	**13**	**шт.**
9			
10			
11		**Розрахункові параметри**	
12	**параметри**	**значення**	**одиниці вимірювання**
13	Розмір заказу	=ОКРУГЛ(КОРЕНЬ(2*(B4+B5)*B3/B6);0)	шт.
14	витрати на управління запасами	**=ОКРУГЛ(((B4+B5)*B3/B8+B6*B8/2);2)**	грн/дн.
15	Період доставки	=ОКРУГЛ(B8/B3;1)	дн.
16	Точка заказу	=ОКРУГЛ(B3*B7;0)	шт.
17			

Рис. 8.2. Формули розрахунків

Визначимо стратегію управління запасами для наступного прикладу. При будівництві необхідно поповнити запас залізобетонних виробів Ж/Б ВВП 9-28-3т. Вага одного виробу p = 693 кг. Витрати на зберігання виробів на складі будівництва на добу s =

29 гривень за тонну. Витрати на оформлення одного замовлення $K_{оф}$ = 34,9 грн. Доставка вантажів на склад може здійснюватися залізничним вагоном, що вміщує в себе до m_1 = 40 т вантажу, або вантажними машинами, кожна з яких розрахована максимально на m_2 = 3 т вантажу. Витрати на використання одного рейсу вагона K_1 = 1408 грн, а вартість одної машино-години вантажної машини K_2 = 262 грн.

Доставка вагоном T_{d1} = 1,5 дні, а доставка вантажними машинами T_{d2} = 0,5 дні. Робота з даними залізобетонними виробами має бути закінчена не пізніше, ніж за T_{max} = 19 днів.

Якщо в транспортний засіб (вагон або машину) не вміщується обсяг замовлення, знайдений за формулою Вілсона, то необхідно розглянути наступні варіанти доставки: − доставляти таку кількість виробів, яка вміщується в транспортний засіб; − використовувати для доставки не один, а кілька транспортних засобів (наприклад, два), але при цьому змінитися витрати на доставку (збільшаться в 2 рази), а отже зміниться Q^*.

Основна ідея полягає в розгляді декількох варіантів доставки і вибору мінімального за витратами на управління запасами. Витрати на здійснення замовлення включають витрати на оформлення замовлення і на доставку. Розрахунок при доставці автотранспортом (на 1 автомобіль) наведено на рис. 8.3.

	A	B	C
1	**Вихідні дані**		
2	**параметри**	**значення**	**одиниці вимірювання**
3	інтенсивність споживання	9	шт./дн.
4	витрати на оформлення заказу	34,9	грн
5	витрати на доставку заказу	131	грн
6	витрати на зберігання заказу	29	грн/(шт.*дн)
7	Час доставки	0,5	дн.
8	**Прийнятий розмір заказу**	**13**	**шт.**
9			
10			
11	**Розрахункові параметри**		
12	**параметри**	**значення**	**одиниці вимірювання**
13	Розмір заказу	10	шт.
14	витрати на управління запасами	**303,35**	грн/дн.
15	Період доставки	1,4	дн.
16	Точка заказу	5	шт.
17			

Лист1

Готово 89%

Рис. 8.3. Визначення обсягу поставки

Вихідні дані		
параметри	**значення**	**одиниці вимірювання**
інтенсивність споживання	9	шт./дн.
витрати на оформлення заказу	34,9	грн
витрати на доставку заказу	262	грн
витрати на зберігання заказу	29	грн/(шт.*дн)
Час доставки	0,5	дн.
Прийнятий розмір заказу	**13**	**шт.**
Розрахункові параметри		
параметри	**значення**	**одиниці вимірювання**
Розмір заказу	14	шт.
витрати на управління запасами	**394,05**	грн/дн.
Період доставки	1,4	дн.
Точка заказу	5	шт.

Рис. 8.4. Стратегія управління запасами при автомобільних перевезеннях

Розмір замовлення становить 10 штук, для транспортування яких потрібно 2 автомобілі. Отже, зміняться витрати на доставку.

Якщо використовувати дві машини більшої вантажопідйомності (рис. 8.4), то оптимальним обсягом замовлення буде 14 виробів, період поставки складе 1,4 дня, замовляти потрібно в момент, коли на складі залишається 5 одиниць запасу.

Стратегія управління запасами при залізничних перевезеннях наведена на рис. 8.5.

Вихідні дані		
параметри	**значення**	**одиниці вимірювання**
інтенсивність споживання	9	шт./дн.
витрати на оформлення заказу	34,9	грн
витрати на доставку заказу	1408	грн
витрати на зберігання заказу	29	грн/(шт.*дн)
Час доставки	1,5	дн.
Прийнятий розмір заказу	**30**	**шт.**
Розрахункові параметри		
параметри	**значення**	**одиниці вимірювання**
Розмір заказу	30	шт.
витрати на управління запасами	**867,87**	грн/дн.
Період доставки	3,3	дн.
Точка заказу	14	шт.

Рис. 8.5. Стратегія управління запасами при залізничних перевезеннях

Як видно з даних розрахунку, при залізничних перевезеннях зростає період поставки і точка замовлення, але значно збільшуються витрати на запаси. Таким чином, для даного виду виробів вигідніше автомобільні перевезення.

Поточні контрольні запитання

1. Розкрийте сутність виробничого планування.
2. Розкрийте ключові аспекти системи управління запасами.
3. Яка основна мета управління запасами?
4. Види запасів, назвіть їх та охарактеризуйте.
5. Які бувають форми структурної побудови відділів збуту?
6. В чому сутність збуту продукції?
7. Яку задачу описує модель Вілсона?
8. Охарактеризуйте основні шляхи економії матеріалів.
9. Розкрийте транзитну і складську форму постачання.

СПИСОК РЕКОМЕНДОВАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Вовк В. М., Зомчак Л. М. Оптимізаційні методи і моделі : навч. посібник. Львів : ЛНУ імені Івана Франка, 2014. 360 с.
2. Богаєнко І. М., Григорків В. С., Бойчук М. В., Рюмшин М. О. Математичне програмування : навч. посібник. Київ : Логос, 1996. 266 с.
3. Зайченко Ю. П. Дослідження операцій : підручник. Київ : ВІПОЛ, 2000. 688 с.
4. Ульянченко О. В. Дослідження операцій в економіці: підручник. Суми : Довкілля, 2010. 594 с.
5. Авраменко В. І., Карімов І. К. Теорія ймовірностей і математична статистика : навч. посібник. 2-ге вид., перероб. і доп. Дніпродзержинськ : ДДТУ, 2013. 245 с.
6. Карімов І. К. Інформаційно-обчислювальні системи в економіці: навч. посібник. 2-ге вид., перероб. і доп. Дніпродзержинськ : ДДТУ, 2013. 279 с.
7. Кунда Н. Т. Дослідження операцій у транспортних системах. Київ : Видавничий Дім «Слово», 2008. 400 с.
8. Карагодова О. О., Кігель В. Р., Рожок В. Д. Дослідження операцій. Київ : Центр учбової літератури, 2007. 256 с.
9. Кузик А. Д. Основи системного аналізу. Львів, 2005. 100 с.