

**Кухнюк О. М., к.т.н., доцент** (Національний університет водного господарства та природокористування, м. Рівне, o.m.kukhniuk@nuwm.edu.ua)

## **ЗМІНА ЖОРСТКІСНИХ ВЛАСТИВОСТЕЙ ЗАЛІЗОБЕТОННИХ КОНСТРУКЦІЙ ПРИ ЕКСПЛУАТАЦІЇ БУДІВЕЛЬ ТА СПОРУД В УМОВАХ МАЛОЦИКЛОВИХ НАВАНТАЖЕНЬ**

**В роботі розглядається один із підходів до опису діаграми стану залізобетонних конструкцій «момент – кривина» за допомогою лінеаризаційних параметрів. При цьому використовується математичний апарат, закріплений в стандартизованих методиках України [9–10]. Особливістю роботи є знаходження, за допомогою запропонованого методу, прогинів при малоциклових навантаженнях залізобетонних елементів.**

**Ключові слова:** прогин; залізобетонні елементи; зосереджене навантаження; діаграми деформування.

### **Вступ**

Сучасна будівельна практика продовжує використовувати залізобетон як міцний і економічний матеріал.

Однак залізобетонні плити та балки при тривалому цикловому навантаженні (експлуатаційні цикли) підлягають постійному прогину. Їх величина збільшується з часом, і відповідно, це вимагає ретельного контролю, щоб переконатися, що прогини не досягли несприятливих показників і матеріал у змозі витримати прикладене навантаження без розтріскування в довгостроковій перспективі.

Довготривала експлуатація залізобетонних виробів характеризується схильністю до розтріскування, спричиненою вигином, усадкою при висиханні, а також прогинами, спричиненими експлуатаційними навантаженнями.

Архітектори та інженери-конструктори враховують ці особливості при проєктуванні, однак виникають питання щодо можливості прогнозування прогинів при довготривалій експлуатації в змінних умовах, які неможливо повністю передбачити за допомогою простих та достатньо надійних математичних підходів. Цій тематиці було присвячено багато дослідницьких робіт як вітчизняних, так і закордонних авторів [1–4; 8].

Як вказувалось в роботах [5–7] для вирішення практичних

задач в режимі експлуатаційних одноразових навантажень при рівнях, що не перевищують 0,8 від руйнуючих ( $P_u$ ) добре спрацьовує більш легкий – лінеаризаційний підхід за стандартизованою методикою [9], який показує гарні результати для різних видів навантажень та комбінацій насиченості арматурою. В цій роботі розглянемо правомірність такого підходу при малоциклових навантаженнях, які відповідають тим самим рівням експлуатаційних навантажень, що не перевищують 0,8 від руйнуючих ( $P_u$ ).

### Аналіз досліджень

За основу були взяті дослідження, що були проведені в лабораторії НУВГП.

Зразки із серії залізобетонних балок випробовувались в режимі моделювання роботи високих ростверків при середніх та низьких рівнях малоциклових короточасних навантажень, так як саме ці види навантажень найчастіше виникають при експлуатації будівель та споруд.

Умови проведення циклового експерименту:

- кількість циклів навантаження – 6;
- нижній – верхній рівень навантаження (0–0,8) від руйнуючого;
- руйнуюче навантаження – 10500 кг (103,005 кН).

### Опис дослідних зразків

Для дослідження роботи залізобетонних елементів при короточасних та малоциклових навантаженнях було випробовано балки розмірами 10x20x100 см. Армували зразки плоским каркасом з робочою арматурою класу А-III діаметром 10, 12, 14 мм, розміщеною по всій довжині прольоту балки. Монтажна арматура встановлювалась з проволочки класу Вр-I  $\varnothing 4$  мм. Влаштування монтажної арматури дало змогу створити каркас для точної орієнтації в тілі балки поздовжньої робочої арматури.

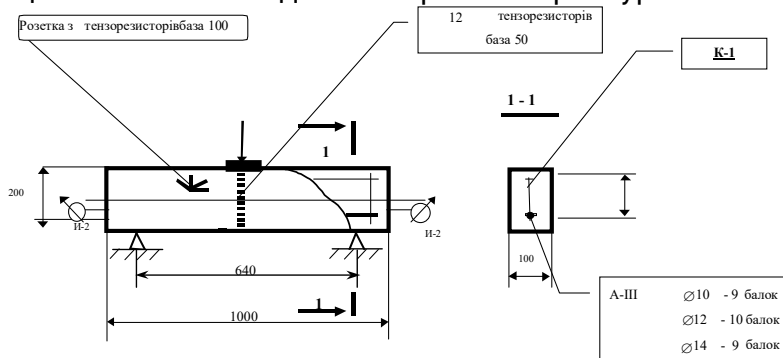


Рис. 1. Схеми навантаження та характеристики випробувальних залізобетонних балок

Розглянемо результати, які отримали дослідники в умовах малоциклових навантажень (рис. 2).

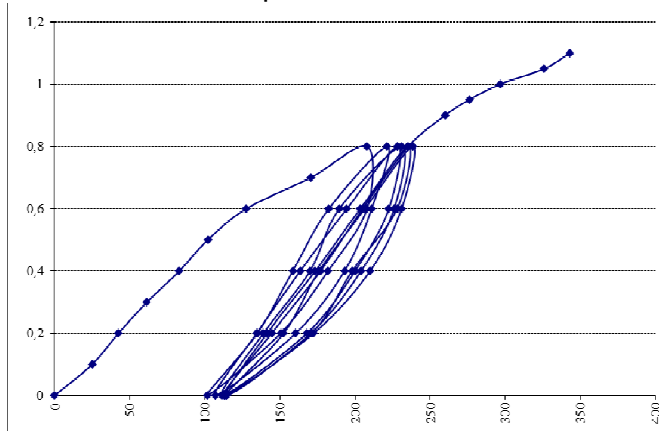


Рис. 2. Узагальнений графік знайдених експериментальних прогинів залізобетонної балки БЖ-1 при малоциклових навантаженнях в осях: рівень навантаження (від руйнуючого – прогини) (рівень навантаження представлений в частках від руйнуючого ( $P_u$ ))

Постановка мети та задач лінійної апроксимації наведених вище результатів:

1. За допомогою стандартизованих методик розглянути можливість опису діаграм залежності «навантаження – прогин» лінеаризаційними апроксимаціями, на ділянках, які передують критичним навантаженням  $P_w$  та  $P_u$ .
2. Порівняння експериментальних та теоретичних прогинів залізобетонних балок з використанням статистичних методів.

**Методика лінеаризації.** Для підтвердження гіпотези лінеаризації жорсткості скористаємося методикою [10]. Дана методика розгорнуто розглянута в роботах [5; 6; 7] і дозволяє отримувати апроксимації експериментальних даних в наступному вигляді:

$$P = P_0 + k \cdot f, \quad (1)$$

де  $P$  – значення прикладеного зусилля;

$P_0$  – початкове значення;

$k$  – коефіцієнт рівняння, що підраховується за методикою;

$f$  – величина прогинів.

Вирішення задачі лінеаризації.

Як було описано вище, було прийнято методику лінеаризації, що описана в ДСТУ Б.В.2.7-214:2009 [9]. Проте, для більш точного виявлення так званих «перехідних» точок при розвитку прогинів в залізобетонних балках (наприклад, до та після утворення тріщин, зміни пластики в арматурі та фіксації виникнення критичних

навантажень) під час математичного аналізу було введено декілька додаткових умов.

Ці умови стосуються перевірки отриманих рівнянь і на відміну від стандартних, і при їх одночасного дотримання досягаються більш точні результати лінійної інтерпретації:

1. Усі точки діапазону повинні відповідати умові:  $\frac{|P_{ei} - P_{ii}|}{S} < 2$
2. Умовно «остання» точка діапазону, що і визначає межу лінійних ділянок (отримання перепаду лінійної залежності) повинна відповідати умові:  $\frac{|P_{ei} - P_{ii}|}{S} \leq 1.1$
3. Одночасно, шляхом порівняння попередніх умов приймається найменше із всіх можливих значень:

$$\frac{S}{P_e} < \% \text{ (відповідає за перевірку адекватності всієї моделі).}$$

Завдяки реалізації наведених підходів, опис жорсткісних властивостей залізобетонних балок при циклових навантаженнях, математично описується декількома апроксимаційними лінійними залежностями.

Наведемо отримані результати розрахунків.

З таблиці, відповідно до вищенаведених вимог, «вибраковуються» останні точки – 7, 8, 9, оскільки при виконанні загальної умови про достовірність залежності, не виконується вимога 2 ( $\frac{|P_{ei} - P_{ii}|}{S} \leq 1.1$ ).

Після кожного відбракування останньої точки проводиться повний перерахунок і за результатами приймається подальше рішення. По проходженню всіх перевірок отримуємо кінцевий результат (таблиця).

Таблиця

Визначення теоретичних значень прогинів, що підлягають перевірці на висхідній ділянці, при першому навантаженні зразка

№ точки	$\frac{ P_{ei} - P_{ii} }{S} < 1.1$ Корегування точок залежності	$\frac{S}{P_e} < \%$ Достовірність залежності
1	0,9	3,682623802
2	0,8	
3	0,2	
4	0,4	
5	0,7	
6	0,3	

продовження таблиці

<b>7</b>	<b>1,1</b>	<b>3,712254128</b>
<b>8</b>	1,61	10,0738803
<b>9</b>	1,35	11,53487273

Звертає на себе увагу, що підтвердженням правильності ітерації точок є суттєве покращення достовірності всієї залежності. В результаті отримуємо наступне апроксимаційне рівняння, яке фактично описує залежність «момент – кривина» до моменту тріщиноутворення:

$$P_1 = -1,0347 + 5,1183 \cdot f \quad \text{– початкова висхідна ділянка.}$$

За аналогічним алгоритмом віднайдемо апроксимації початкового циклу навантаження, що починаються від точки 7 і до навантаження 0.8 від

$P_2 = 2,555154589 + 29,00655927 \cdot f$  – висхідна ділянка після утворення тріщин.

Діаграма стану залізобетонної балки в осях «навантаження – прогини» наведена на рис. 3.

На рис. 3 виділено точки «зламу» – утворення тріщин, та початкові точки циклу розвантаження, подальше розташування низхідної гілки розвантаження.

Наступні повторювальні цикли прикладених навантажень (рис. 4) показують, що вони також піддаються лінеаризації, висновок підтверджується величиною достовірності апроксимацій (0,97–0,99).

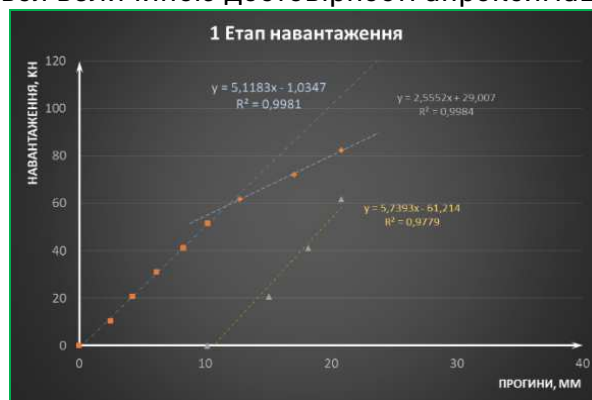


Рис. 3. Діаграма стану залізобетонної балки в осях «навантаження – прогини» (перше навантаження зразка)

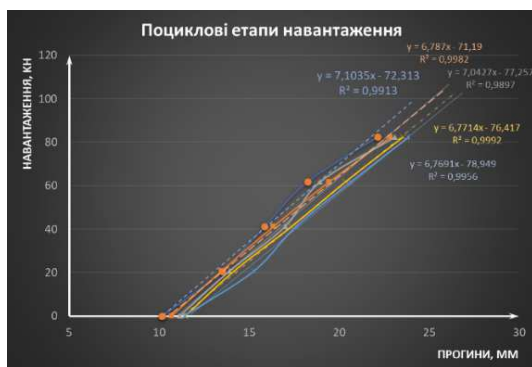


Рис. 4. Діаграма стану залізобетонної балки в осях «навантаження – прогини» (6 циклів)

Як видно з рис. 4, з кожним наступним циклом навантаження лінійні апроксимаційні схильні до «ущільнення» при кожному наступному циклі.

Наведемо обробку циклу руйнування (після 6 циклів навантаження), якому підлягала дослідна балка.

За наведеним алгоритмом були отримані наступні залежності:

$$P_{p1} = -76,7378 + 6,739418001 \cdot f \quad \text{– висхідна ділянка 1.}$$

$P_{p2} = 32,1193 - 2,36049 f$  – висхідна ділянка 2 і до руйнування.

Графічне зображення на рис. 5.

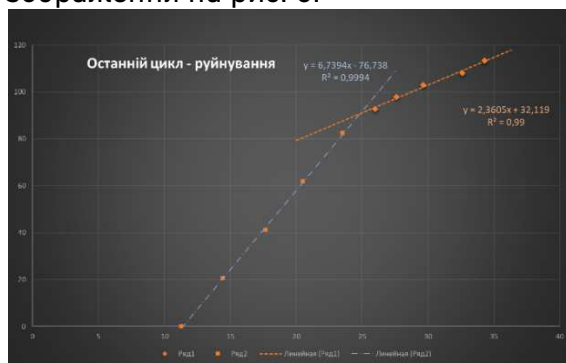


Рис. 5. Діаграма стану залізобетонної балки в осях «навантаження – прогини» (руйнуючий цикл)

Отримані результати були перевірені на кожному етапі, за допомогою пакета статистичного аналізу StatSoft STATISTICA 10.

На рис. 6 графічна обробка діаграм розсіювання з довірчим інтервалом 0,95 для циклу руйнування.

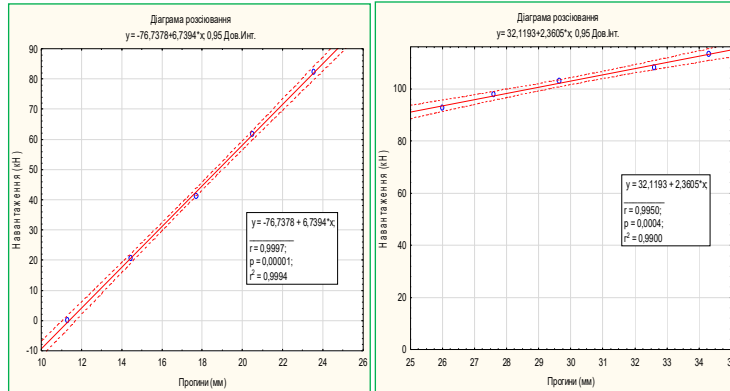


Рис. 6. Діаграми розсіювання для лінійної інтерпретації на останньому (руйнуючому) циклі з довірчим інтервалом 0,95 (де  $r$  – коефіцієнт кореляції Пірсона,  $p$  – рівень,  $r^2$  – величина достовірності апроксимації)

Статистичні методи підтверджують отримані коефіцієнти лінеаризованих апроксимацій, що говорить про правомірність застосування такого (спрощеного) підходу щодо опису жорсткісних властивостей залізобетонних балок в умовах циклових навантажень.

### Висновки

1. Наведені результати експериментів з подальшою їх математичною та статистичною обробкою.
2. За допомогою запропонованих підходів підтверджена гіпотеза лінеаризації жорсткості залізобетонних балок в умовах циклових навантажень.
3. Лінеаризований підхід, простий, і працює протягом всіх етапів навантаження зразків.
4. Запропонований опис жорсткісних властивостей прогинів залізобетонних зразків, опосередковано, дає змогу пересвідчитись про коректність проведення експерименту, утворення критичних точок, визначення їх теоретичних значень (графічно, або аналітично).

1. Таят Азізов, Дмитро Кочкар'юв. Про нелінійність деформування залізобетонних згинальних елементів. *Ресурсоекономні матеріали, конструкції, будівлі та споруди*. Рівне : НУВГП, 2022. № 42. 402 с. 2. Мельник І. В., Добрянський Р. З., Давидовський Н. Б., Крет В. О. Експериментальні дослідження деформативності залізобетонних балок, підсилених під навантаженням композитною системою Sika CarboDur. *Вісник Національного університету «Львівська політехніка». Теорія і практика будівництва*. 2012. № 742. С. 124–130. 3. Янін О. Є. Вдосконалення методики розрахунку прогину одношпалової балки за змінної жорсткості за довжиною.

*Таврійський науковий вісник. Сер. Технічні науки.* 2021. № 5. URL: <http://orcid.org/0000-0003-0230-8669>. (дата звернення: 10.07.2024).

**4.** Kim S.-W., Kim K.-H. Prediction of Deflection of Reinforced Concrete Beams Considering Shear Effect. *Materials*. 2021. Vol. 14. № 21. P. 6684. **5.** Кухнюк О. М. Апроксимація прогинів згинальних залізобетонних елементів під дією зосередженого навантаження. *Вісник Національного університету водного господарства та природокористування. Технічні науки.* 2023. Вип. 2(102). С. 201–213. **6.** Кухнюк О. М. Апроксимація прогинів згинальних залізобетонних елементів в умовах чистого згину. *Вісник Національного університету водного господарства та природокористування. Технічні науки.* 2023. Вип. 4(104). С. 44–56. **7.** Кухнюк О. М., Мишко С. В. Прогини залізобетонних елементів прямокутного перерізу під дією зосередженого навантаження. *Ресурсоекономні матеріали, конструкції, будівлі та споруди.* 2023. Рівне : НУВГП, 2023. № 45. С. 173–185. **8.** Patel K. A. et al. Explicit expression for effective moment of inertia of RC beams. *Latin American Journal of Solids and Structures*. 2015. Vol. 12. С. 542–560. **9.** ДСТУ Б.В.2.7-214:2009. Бетони. Методи визначення міцності за контрольними зразками. [Чинний від 2009-12-22]. К. : Мінрегіонбуд України, 2010. 43 с. (Національний стандарт України). **10.** ДСТУ БВ.1.2-3:2006. Прогини і переміщення. Вимоги проектування / Міністерство регіонального розвитку та будівництва України. Київ, 2006. 10 с.

## REFERENCES:

**1.** Taliat Azizov, Dmytro Kochkarov. Pro nelineinist deformuvannia zalizobetonnykh zghynalnykh elementiv. *Resursoekonomni materialy, konstruksii, budivli ta sporudy*. Rivne : NUVHP, 2022. № 42. 402 s. **2.** Melnyk I. V., Dobrianskyi R. Z., Davydovskiy N. B., Kret V. O. Eksperymentalni doslidzhennia deformatyvnosti zalizobetonnykh balok, pidsylenykh pid navantazhenniam kompozytnoiu systemoiu Sika CarboDur. *Visnyk Natsionalnoho universytetu «Lvivska politekhnika». Teoriia i praktyka budivnytstva*. 2012. № 742. S. 124–130. **3.** Yanin O. Ye. Vdoskonalennia metodyky rozrakhunku prohynu odnoskhyloi balky za zminnoi zhorstkosti za dovezhynoiu. *Tavriiskyi naukovyi visnyk. Ser. Tekhnichni nauky*. 2021. № 5. URL: <http://orcid.org/0000-0003-0230-8669>. (data zvernennia: 10.07.2024). **4.** Kim S.-W., Kim K.-H. Prediction of Deflection of Reinforced Concrete Beams Considering Shear Effect. *Materials*. 2021. Vol. 14. № 21. P. 6684. **5.** Kukhniuk O. M. Aproksymatsiia prohyniv zghynalnykh zalizobetonnykh elementiv pid diieiu zoseredzhenoho navantazhennia. *Visnyk Natsionalnoho universytetu vodnoho hospodarstva ta pryrodokorystuvannia. Tekhnichni nauky*. 2023. Vyp. 2(102). S. 201–213. **6.** Kukhniuk O. M. Aproksymatsiia prohyniv zghynalnykh zalizobetonnykh elementiv v umovakh chystoho zghynu. *Visnyk Natsionalnoho universytetu vodnoho hospodarstva ta pryrodokorystuvannia. Tekhnichni nauky*. 2023. Vyp. 4(104). S. 44–56. **7.** Kukhniuk O. M., Myshko S. V. Prohyny zalizobetonnykh elementiv priamokutnoho pererizu pid diieiu zoseredzhenoho navantazhennia.



*Resursoekonomni materialy, konstruktsii, budivli ta sporudy*. 2023. Rivne : NUVHP, 2023. № 45. S. 173–185. **8.** Patel K. A. et al. Explicit expression for effective moment of inertia of RC beams. *Latin American Journal of Solids and Structures*. 2015. Vol. 12. S. 542–560. **9.** DSTU B.V.2.7-214:2009. *Betony. Metody vyznachennia mitsnosti za kontrolnymy zrazkamy*. [Chynnyi vid 2009-12-22]. K. : Minrehionbud Ukrainy, 2010. 43 s. (Natsionalnyi standart Ukrainy). **10.** DSTU BV.1.2-3:2006. *Prohyny i peremishchennia. Vymohy proiektuvannia / Ministerstvo rehionalnoho rozvytku ta budivnytstva Ukrainy*. Kyiv, 2006. 10 s.

---

**Kukhniuk O. M., Candidate of Engineering (Ph.D.), Associate Professor**  
(National University of Water and Environmental Engineering, Rivne)

### **CHANGES IN THE STIFFNESS PROPERTIES OF REINFORCED CONCRETE STRUCTURES DURING THE OPERATION OF BUILDINGS AND STRUCTURES UNDER CONDITIONS OF LOW-CYCLE LOADS**

The paper considers one of the approaches to the description of the diagram of the state of reinforced concrete structures "moment – curvature" using linearization parameters. At the same time, the mathematical apparatus fixed in the standardized methods of Ukraine is used [9–10]. A feature of the work is finding, using the proposed method, deflections under low-cycle loads of reinforced concrete elements.

Modern construction practice continues to use reinforced concrete as a strong and economical material.

However, reinforced concrete slabs and beams are subject to permanent deflection under long-term cyclic loading (operating cycles). Their magnitude increases with time, and accordingly, it requires careful monitoring to ensure that the deflections do not reach unfavorable values and that the material is able to withstand the applied load without cracking in the long term.

Architects and design engineers take these features into account during design, but questions arise regarding the possibility of predicting deflections during long-term operation in variable conditions that cannot be fully predicted using simple and sufficiently reliable mathematical approaches. Many research works of both domestic and foreign authors were devoted to this topic [1–4; 8].

As indicated in works [5–7], for solving practical problems in the mode of operational one-time loads at levels not exceeding 0.8 from the destructive ones ( $P_u$ ), an easier – linearization approach according to the standardized method [9] works well, which shows good results

**for different types of loads and combinations of armature saturation. In this work, we will consider the legality of this approach for low-cycle loads, which correspond to the same levels of operational loads, which do not exceed 0.8 of the destructive ones ( $P_u$ ).**

***Keywords:* deflection; reinforced concrete elements; concentrated load; deformation diagrams.**