

Міністерство освіти і науки України
Національний університет водного господарства і
природокористування
Навчально-науковий інститут
водного господарства та природооблаштування
Кафедра гідротехнічного будівництва та гідравліки

02/03-05М

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ
до практичних занять та самостійної роботи
із навчальної дисципліни
«ГІДРАВЛІКА»,
розділ «Напірні системи»
для здобувачів вищої освіти першого (бакалаврського) рівня
за освітньою програмою «Гідроенергетика» спеціальності 145
«Відновлювані джерела енергії та гідроенергетика»
денної та заочної форм навчання

Рекомендовано науково-методичною
радою з якості ННІЕАВГ
Протокол № 2 від 13 жовтня 2025 року

Рівне – 2025

Методичні вказівки до практичних занять та самостійної роботи із навчальної дисципліни «Гідравліка», розділ «Напірні системи» для здобувачів вищої освіти першого (бакалаврського) рівня за освітньою програмою «Гідроенергетика» спеціальності 145 «Відновлювані джерела енергії та гідроенергетика» денної та заочної форм навчання. [Електронне видання] / Токар Л. О. Рівне : НУВГП, 2025. 14 с.

Укладач: Токар Л. О., кандидат технічних наук, доцент кафедри гідротехнічного будівництва та гідравліки.

Відповідальна за випуск – Волк Л. Р., в.о.завідувача кафедри гідротехнічного будівництва та гідравліки.

Попередня версія методичних вказівок 01-04-101.

Керівник групи забезпечення освітньої програми «Гідроенергетика» спеціальності 145 «Відновлювані джерела енергії та гідроенергетика» – Галич О. О.

Зміст

	Стор.
Вступ	3
1. Тематика практичних занять та самостійна робота студентів	4
2. Приклади розв'язку задач	8
Рекомендована література	18

© Л. О. Токар, 2025
© НУВГП, 2025

Вступ

Більшість технічних систем та технологічних процесів практично у будь-якій галузі сучасного виробництва тою чи іншою мірою пов'язані з використанням рідин або газів. Особливо це стосується таких галузей як водного господарства, будівництва та енергетичної. Завдяки накопиченим знанням про закономірності поведінки рідин і газів, в умовах сучасних виробництв підвищується ефективність існуючих технологій та розробляються нові технології. Це стосується усіх технологічних процесів, які протікають у динамічних умовах і пов'язані з рухом рідин і газів, а саме: гідромеханічні, теплообмінні та масообмінні процеси.

Мета навчальної дисципліни «Гідравліка» – формування системи знань про сутність і зміст законів спокою, рівноваги і руху рідини і газу та використання цих законів для розв'язання практичних задач.

Завдання дисципліни «Гідравліка» є засвоєння студентами основних теоретичних понять та фундаментальних законів рівноваги і руху рідини та газу для проектування технічних систем і їх елементів.

Практична і самостійна робота студентів є необхідною складовою частиною засвоєння навчального матеріалу до дисципліни, яка передбачає:

- вивчення лекційного матеріалу і рекомендованої літератури;
- підготовку до практичних занять з дисципліни;
- виконання практичних завдань.

В результаті самостійної та практичної робіт студент повинен знати:

- основну та довідникову літературу з питань які вивчаються;
- закони статички рідини і газу;
- закони динаміки рідини і газу;
- поняття та розрахункові залежності коротких і довгих трубопроводів.

вміти:

- користуватися основною та довідковою літературою;
- визначати тиск та силу тиску рідини чи газу;
- визначати параметри та гідравлічні елементи живого перерізу потоку;
- розраховувати короткі та довгі трубопроводи.

Перший розділ методичних вказівок містить тематику практичних занять, ключові поняття, теоретичні питання для самоконтролю та рекомендовану літературу для самостійної підготовки до практичного заняття.

У другому розділі наведено приклади розв'язку задач відповідно до тематики практичних занять.

1. Тематика практичних занять та самостійна робота студентів

До тем практичних занять, передбачених силабусом, наведено ключові поняття, теоретичні питання для самоконтролю та рекомендовану літературу для підготовки до практичних занять.

Тема 1. Статика рідини і газу

Ключові поняття: рідина, густина, плинність, в'язкість, тиск, види тиску, площа рівного тиску, п'єзометрична площа,

Теоретичні питання для самоконтролю:

1. Основні фізичні властивості рідини і газу.
2. Поняття про гідростатичний тиск та його властивості.
3. Основні рівняння спокою рідини та їх зміст.
4. Види гідростатичного тиску.
5. Вільна поверхня. Поверхня рівного тиску. П'єзометрична поверхня. Площа порівняння.
6. Сила тиску на плоску поверхню. Центр тиску.
7. Сила тиску на криволінійну (циліндричну) поверхню. «Тіло тиску».

Рекомендована література: [1] стор. 9-51, [2] стор. 17-47, [3] стор. 17-27.

Тема 2. Динаміка рідини і газу

Ключові поняття: ідеальна та реальна рідина, витрата, середня швидкість, рівняння Д.Бернуллі та його тлумачення, умови та техніка використання рівняння Д.Бернуллі, рівняння нерозривності.

Теоретичні питання для самоконтролю:

1. Види руху рідин і газів.

2. Параметри і гідравлічні елементи живого перерізу потоку.
3. Рівняння нерозривності для потоку рідини.
4. Рівняння Бернуллі для ідеальної рідини та його тлумачення.
5. Рівняння Бернуллі для потоку реальної рідини та його тлумачення.

Рекомендована література: [1] стор. 102-130, [2] стор. 79-82, [3] стор. 28-29.

Тема 3. Розрахунок напірних трубопроводів

Ключові поняття: короткий трубопровід, втрати напору в коротких трубопроводах, коефіцієнт гідравлічного тертя, коефіцієнт місцевого опору, довгий трубопровід, втрати напору в довгих трубопроводах, транзитна, шляхова та розрахункова витрата.

Теоретичні питання для самоконтролю:

1. Поняття про короткі трубопроводи.
2. Основні розрахункові залежності коротких трубопроводів.
3. Типи задач при розрахунках коротких трубопроводів.
4. Поняття про довгі трубопроводи.
5. Втрати напору в довгих трубопроводах.
6. Характеристика послідовного і паралельного з'єднання довгих трубопроводів.
7. Типи задач при розрахунках довгих трубопроводів.

Рекомендована література: [1] стор. 216-253, [2] стор. 137-151, [3] стор. 30-48.

2. Приклади розв'язку задач

Приклади розв'язку задач відповідають тематиці практичних завдань.

Приклад 1. Визначення гідростатичного тиску в точці рідини

Визначити об'єм води ($\gamma=9,8 \text{ кН/м}^3$) в циліндричному резервуарі діаметром $d=2,5 \text{ м}$, якщо манометр підключений на висоті $z=1,5 \text{ м}$ від дна показує тиск $p_m=55 \text{ кПа}$.

Розв'язання

Об'єм бензину циліндричного резервуару $W = H\omega$,

де H – рівень води в резервуарі;
 ω – площа поперечного перерізу

резервуару $\omega = \frac{\pi d^2}{4}$,

$$\omega = \frac{3,14 \cdot 2,5^2}{4} = 4,90 \text{ м}^2 .$$

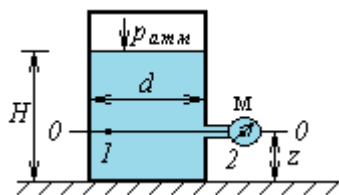


Рис. 1. До прикладу 1

Проведено горизонтальну площину порівняння 0-0 через центр манометра, на якій вибрано дві точки т.1 і т.2 для яких записано рівняння діючих тисків

$$p_{m1} = \gamma H - \gamma z \quad , \quad p_{m2} = p_m .$$

Так, як площина порівняння є і площиною рівного тиску, то

$$p_{m1} = p_{m2} \quad ,$$

тобто $\gamma H - \gamma z = p_m \quad , \quad \text{звідки} \quad H = \frac{p_m + \gamma z}{\gamma} ,$

$$H = \frac{55 \cdot 1000 + 9,8 \cdot 1000 \cdot 1,5}{9,8 \cdot 1000} = 7,11 \text{ м}$$

Отже об'єм води циліндричного резервуару становить
 $W = 7,11 \cdot 4,90 = 34,84 \text{ м}^3 .$

Приклад 2. Визначення сили гідростатичного тиску на плоску поверхню

Визначити величину і точку прикладання сили тиску води на вертикальний щит шириною $b=2,0 \text{ м}$, якщо глибина води перед щитом $H=2,5 \text{ м}$.

Розв'язання

Сила тиску на прямокутний щит визначається за залежністю

$$P = \rho g h_c \omega \quad ,$$

де h_c – глибина занурення центра ваги змоченої частини плоскої поверхні

$$h_c = y_c = \frac{H}{2} \quad ,$$

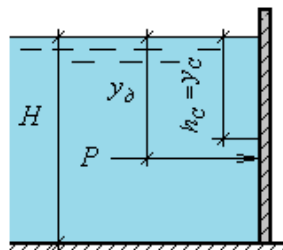


Рис. 2. До прикладу 2

$$h_C = y_C = \frac{H}{2} = \frac{2,5}{2} = 1,25 \text{ м.}$$

Оскільки щит (плоска поверхня) вертикальний, то $h_C = y_C$,

y_C - координата центра ваги;

ω - площа змоченої частини плоскої поверхні

$$\omega = Hb,$$

$$\omega = 2,5 \cdot 2,0 = 5,0 \text{ м.}$$

Отже сила тиску на вертикальний щит становить

$$P = 1000 \cdot 9,81 \cdot 1,25 \cdot 5,0 = 61,31 \text{ кН.}$$

Геометрична глибина прикладення сили тиску визначається за формулою

$$y_d = y_C + \frac{I_0}{y_C \omega}, \text{ де}$$

I_0 - момент інерції, який для прямокутної форми щита становить

$$I_0 = \frac{bH^3}{12}, \quad I_0 = \frac{2,0 \cdot 2,5^3}{12} = 2,60 \text{ м};$$

$$y_d = 1,25 + \frac{2,60}{1,25 \cdot 5,0} = 1,67 \text{ м.}$$

Приклад 3. Визначення сили гідростатичного тиску на криволінійну поверхню. Побудова «тіла тиску».

Визначити силу тиску на напівциліндричний затвор радіусом $R=1,4 \text{ м}$ і шириною $b=3 \text{ м}$, що підтримує рівень води $H=R$. Побудувати «тіло тиску».

Розв'язання

Сила тиску на напівциліндричний затвор (криволінійну поверхню) визначається за формулою

$$P = \sqrt{P_x^2 + P_z^2},$$

де P_x - горизонтальна складова

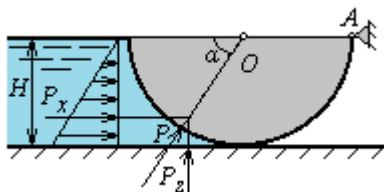


Рис. 3.1. До прикладу 3

сили тиску $P_x = \rho g h_{cz} \omega_z$,

h_{cz} - глибина занурення центра ваги вертикальної проєкції криволінійної поверхні

$$h_{cz} = \frac{H}{2} = \frac{1,4}{2} = 0,7 \text{ м};$$

ω_z - площа вертикальної проєкції криволінійної поверхні

$$\omega_z = Hb = 1,4 \cdot 3 = 4,2 \text{ м}.$$

$$P_x = 1000 \cdot 9,81 \cdot 0,7 \cdot 4,2 = 28,84 \text{ кН}.$$

Вертикальна складова сили тиску визначається за

$$P_z = \rho g W_T,$$

де W_T - об'єм «тіла тиску».

Об'єм «тіла тиску» - це об'єм обмежений криволінійною поверхнею, вертикальними площинами проведеними з кінців криволінійної поверхні та п'єзометричною площиною.

$$W_T = \frac{\pi R^2}{4} \cdot b = \frac{3,14 \cdot 1,4^2}{4} \cdot 3,0 = 4,62 \text{ м}^3;$$

$$P_z = 1000 \cdot 9,81 \cdot 4,62 = 45,32 \text{ кН}.$$

Таким чином сила тиску на напівциліндричний затвор становить

$$P = \sqrt{P_x^2 + P_z^2} = \sqrt{28,84^2 + 45,32^2} = 53,72 \text{ кН}.$$

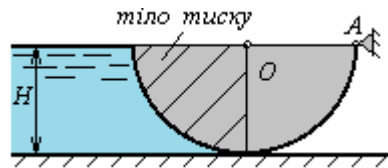


Рис. 3.2. Графічне зображення «тіла тиску»

Приклад 4. Розв'язання рівняння Д. Бернуллі.

Вздовж трубопроводу, який має звуження, рухається потік води витратою $Q=9 \text{ л/с}$, різниця показів п'єзометрів $h=1,0 \text{ м}$, діаметр звуженої частини трубопроводу $d_2=5 \text{ см}$. Визначити діаметр трубопроводу d_1 . Втратами напору знехтувати.

Розв'язання

Використаємо рівняння Д.Бернуллі для перерізів 1-1 та 2-2 відносно площини порівняння 0-0

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{V_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{V_2^2}{2g} + h_{w_{1-2}},$$

де

$$\begin{array}{l} z_1=0 \\ z_2=0 \end{array} \quad ; \quad h = \frac{p_1}{\rho g} - \frac{p_2}{\rho g} \quad ; \quad \begin{array}{l} V_1 \\ V_2 \end{array} \quad ; \quad h_{w_{1-2}} = 0$$

$$0 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{V_1^2}{2g} = 0 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{V_2^2}{2g} + 0, \quad h + \frac{V_1^2}{2g} = \frac{V_2^2}{2g}$$

Розрахуємо середню швидкість руху потоку у 2 перерізі

$$V_2 = \frac{Q}{\omega} = \frac{4Q}{\pi d^2} = \frac{4 \cdot 0,009}{3,14 \cdot 0,05^2} = 4,59 \text{ м/с}$$

З рівняння Д.Бернуллі виражаємо середню швидкість руху потоку у перерізі 1

$$V_1 = \sqrt{V_2^2 - 2gh} = \sqrt{4,59^2 - 2 \cdot 9,81 \cdot 1,0} = 1,20 \text{ м/с}$$

З умови нерозривності потоку $\omega_1 V_1 = \omega_2 V_2$ слідує, що

$$V_1 \frac{\pi d_1^2}{4} = V_2 \frac{\pi d_2^2}{4}, \quad \text{звідки}$$

$$d_1 = d_2 \sqrt{\frac{V_2}{V_1}} = 0,05 \cdot \sqrt{\frac{4,59}{1,20}} = 0,098 \text{ м} \approx 0,1 \text{ м} = 10 \text{ см}.$$

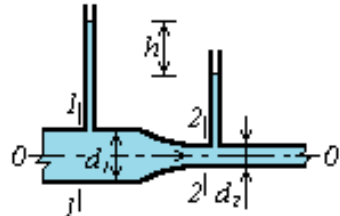


Рис. 4. До прикладу 4

Приклад 5. Розрахунок коротких трубопроводів.

Визначити висоту розміщення осі пожежного насоса над рівнем води в річці, якщо подача насоса $Q=20 \text{ л/с}$, довжина всмоктувальної лінії $l=12 \text{ м}$, діаметр $d=200 \text{ мм}$ і допустима вакуумметрична висота всмоктування $h_{\text{вак}}=6,5 \text{ м.вод.ст.}$. Побудувати п'єзометричну і напірну лінії. Труби ненові сталеві.

Розв'язання

Дана система є коротким трубопроводом. Запишемо рівняння Д.Бернуллі для потоку реальної рідини для перерізів 1-1 і 2-2 відносно площини порівняння 0-0

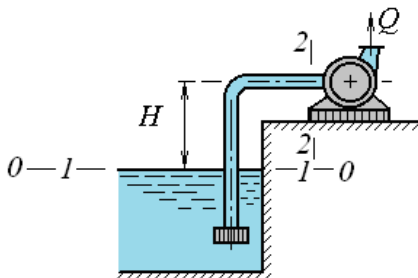


Рис. 5.1. До прикладу 5

$$z_1 + \frac{p_1}{\rho g} + \frac{\alpha_1 V_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\rho g} + \frac{\alpha_2 V_2^2}{2g} + h_w,$$

$$\text{де: } z_1 = 0; \quad p_1 = p_{\text{атм}}; \quad V_1 = 0; \\ z_2 = H; \quad p_2 = p_{\text{абс}}; \quad V_2 = V.$$

$$0 + \frac{p_{\text{атм}}}{\rho g} + 0 = H + \frac{p_{\text{абс}}}{\rho g} + \frac{\alpha V^2}{2g} + h_w,$$

$$\frac{p_{\text{атм}}}{\rho g} = H + \frac{p_{\text{абс}}}{\rho g} + \frac{\alpha V^2}{2g} + h_w,$$

$$\frac{p_{\text{атм}}}{\rho g} - \frac{p_{\text{абс}}}{\rho g} = H + \frac{\alpha V^2}{2g} + h_w$$

Так, як $p_{\text{атм}} - p_{\text{абс}} = p_{\text{атм}} - (p_{\text{атм}} + p_m) = p_{\text{атм}} - p_{\text{атм}} - p_m = -p_m =$
 $p_{\text{вак}}$, то $\frac{p_{\text{вак}}}{\rho g} = h_{\text{вак}}$

$$h_{\text{вак}} = H + \frac{\alpha V^2}{2g} + h_w, \quad \text{звідки} \quad H = h_{\text{вак}} - \frac{\alpha V^2}{2g} - h_w$$

де h_w – втрати напору при русі води від перерізу 1-1 до перерізу 2-2

$$h_w = \zeta_{\text{з.к}} \cdot \frac{V^2}{2g} + \lambda \cdot \frac{l}{d} \cdot \frac{V^2}{2g} + \zeta_{90^\circ} \cdot \frac{V^2}{2g},$$

$$h_w = \left(\zeta_{\text{з.к}} + \lambda \cdot \frac{l}{d} + \zeta_{90^\circ} \right) \cdot \frac{V^2}{2g},$$

$$H = h_{\text{вак}} - \frac{V^2}{2g} \left(\alpha + \zeta_{\text{з.к}} + \lambda \frac{l}{d} + \zeta_{90^\circ} \right).$$

Визначимо середню швидкість

$$V = \frac{4Q}{\pi d^2} = \frac{4 \cdot 20 \cdot 10^{-3}}{3,14 \cdot 0,2^2} = 0,64 \text{ м/с}.$$

Місцеві коефіцієнти опорів становлять:

$$\zeta_{\text{з.к}} = 5,2, \text{ стор. 45, табл. 4.16, [6]; } \zeta_{90^\circ} = 1,19, \text{ стор. 46, [6].}$$

Коефіцієнт гідравлічного тертя визначимо за залежністю А.Д.Альтшуля

$$\lambda = 0,11 \left(\frac{\Delta_e}{d} + \frac{68}{Re} \right)^{0,25},$$

$\Delta_e = 0,1 \text{ мм}$ – еквівалентна шорсткість згідно табл.4.1, стор. 36, [6];

$$Re = \frac{Vd}{\nu} - \text{число Рейнольдса},$$

де $\nu = 115 \cdot 10^{-8} \text{ м}^2/\text{с}$ – коефіцієнт кінематичної в'язкості, згідно табл.1.9, стор.11, [6],

тоді

$$\lambda = 0,11 \left(\frac{\Delta_e}{d} + \frac{68\nu}{Vd} \right)^{0,25} = 0,11 \cdot \left(\frac{0,1}{200} + \frac{68 \cdot 115 \cdot 10^{-8}}{0,64 \cdot 0,2} \right)^{0,25} = 0,0201$$

Отже напір, який повинен створити відцентровий насос над рівнем води в річці становить

$$H = 6,5 - \frac{0,64^2}{2 \cdot 9,81} \left(1 + 5,2 + 0,0201 \cdot \frac{12}{0,2} + 1,19 \right) = 6,32 \text{ м}$$

Для побудови п'єзометричної і напірної ліній необхідно розрахувати швидкісний напір та втрати напору:

$$\frac{V^2}{2g} = \frac{0,64^2}{2 \cdot 9,81} = 0,021 \text{ м};$$

$$h_{\text{з.к}} = \zeta_{\text{з.к}} \cdot \frac{V^2}{2g} = 5,2 \cdot \frac{0,64^2}{2 \cdot 9,81} = 0,108 \text{ м};$$

$$h_{90^\circ} = \zeta_{90^\circ} \cdot \frac{V^2}{2g} = 1,19 \cdot \frac{0,64^2}{2 \cdot 9,81} = 0,025 \text{ м};$$

$$h_d = \lambda \cdot \frac{l}{d} \cdot \frac{V^2}{2g} = 0,0201 \cdot \frac{12}{0,2} \cdot \frac{0,64^2}{2 \cdot 9,81} = 0,025 \text{ м.}$$

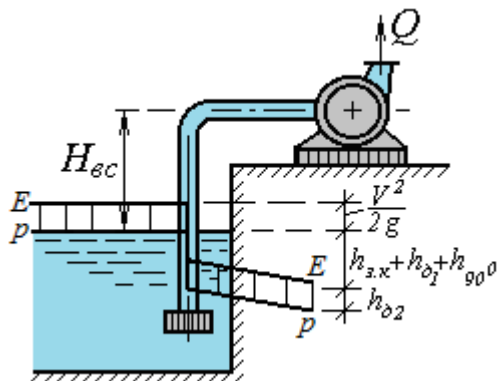


Рис. 5.2. Графічне зображення п'єзометричної і напірної ліній

Приклад 6. Розрахунок довгих трубопроводів.

Для послідовного сполучення трубопроводів визначити: діаметри труб, необхідні напори у вузлах A ; B , які забезпечать подачу води $Q_B=35 \text{ л/с}$; $Q_{ш}=15 \text{ л/с}$; $Q_C=20 \text{ л/с}$; за умови, що у вузлі C буде напір $H_C=15 \text{ м}$. Довжини ділянок $l_{AB}=280 \text{ м}$; $l_{BC}=250 \text{ м}$ та відмітки у вузлах $\nabla A=88 \text{ м}$; $\nabla B=87 \text{ м}$; $\nabla C=85 \text{ м}$. Труби сталі неові. Побудувати п'єзометричну лінію.

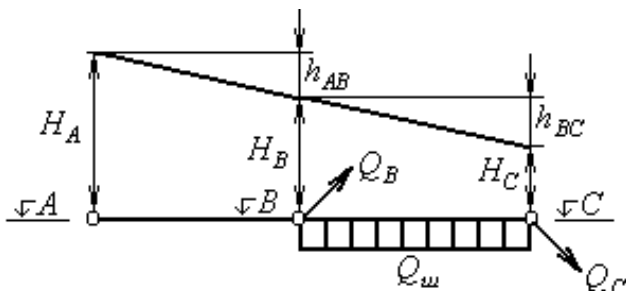


Рис. 6. До прикладу 6

Розв'язання

Визначаємо розрахункову витрату на ділянках трубопроводу за формулою

$$Q_p = Q_m + 0,55Q_{ui}$$

$$Q_{BC} = Q_C + 0,55Q_{ui} = 20 + 0,55 \cdot 15 = 28,25 \text{ л/с}$$

$$Q_{AB} = Q_C + Q_{ui} + Q_B = 20 + 15 + 35 = 70,0 \text{ л/с.}$$

За табл. 6.16, стор. 74, [5] визначаємо діаметр сталевих труб на ділянках при економічному факторі 0,75:

$$d_{BC} = 175 \text{ мм} \quad ; \quad d_{AB} = 300 \text{ мм} .$$

Визначимо середню швидкість потоку на ділянках

$$V = \frac{Q_p}{\omega} = \frac{4Q_p}{\pi d^2} ,$$

$$V_{BC} = \frac{4 \cdot 28,25 \cdot 10^{-3}}{3,14 \cdot 0,175^2} = 1,18 \text{ м/с} \quad ; \quad V_{AB} = \frac{4 \cdot 70 \cdot 10^{-3}}{3,14 \cdot 0,3^2} = 0,99 \text{ м/с} .$$

За табл. 6.2, стор. 62, [5] визначаємо величини питомих опорів ділянок трубопроводу

$$A_{BC} = 20,8 \text{ с}^2/\text{м}^6 \quad ; \quad A_{AB} = 0,87 \text{ с}^2/\text{м}^6 .$$

Втрати напору на ділянках визначаємо за залежністю

$$H = A \cdot l \cdot Q_p^2$$

$$h_{BC} = 20,8 \cdot 250 \cdot (28,25 \cdot 10^{-3})^2 = 4,14 \text{ м};$$

$$h_{AB} = 0,87 \cdot 280 \cdot (70 \cdot 10^{-3})^2 = 1,19 \text{ м}.$$

Для побудови п'єзометричної лінії визначимо величини напорів у відповідних вузлах

$$H_C = 15 \text{ м}$$

$$H_B = H_C + h_{BC} = 15,0 + 4,14 = 19,14 \text{ м}$$

$$H_A = H_B + h_{AB} = 19,14 + 1,19 = 20,33 \text{ м}$$

Визначимо п'єзометричні відмітки у вузлах

$$\sqrt{C}' = \sqrt{C} + H_C = 85 + 15 = 100,0 \text{ м} \quad ;$$

$$\sqrt{B}' = \sqrt{B} + H_B = 100 + 19,14 = 119,14 \text{ м} \quad ;$$

$$\sqrt{A}' = \sqrt{A} + H_A = 119,14 + 20,33 = 139,47 \text{ м} .$$

Рекомендована література

1. Науменко І. І. Технічна механіка рідини і газу : підручник. Рівне : НУВГП, 2009. 376 с.
2. Рогалевич Ю. П. Гідравліка : підручник. К. : Вища школа, 2010. 431с.
3. Науменко І. І., Токар О. І., Токар Л. О. Інтерактивний комплекс навчально-методичного забезпечення дисципліни «Гідрогазодинаміка». Рівне : НУВГП, 2007. 118 с. URL: <http://ep3.nuwm.edu.ua/1833/>
4. Науменко І. І. Гідравліка : підручник. Рівне : НУВГП, 2005. 475 с.
5. Довідник з гідравліки. URL: <https://exam.nuwm.edu.ua/course/view.php?id=2651>
6. Гідравліка : підручник / В.А. Дідур, Д. П. Журавель, М. А. Палішкін та ін.; ред. В. А. Дідура. Херсон : Олді-плюс, 2015. 624 с.
7. Луценко В.В. Технічна механіка рідини і газу : навчальний посібник. Рівне : НУВГП, 2008. 128 с.
8. Константінов Ю. М. Технічна механіка рідини і газу : підручник. К. : Вища школа, 2002. 277 с.
9. Yunus A. Çengel, John M. Cimbala. Fluid Mechanics: Fundamentals and Applications. 2006. URL: <https://lunyx.wordpress.com/wp-content/uploads/2018/04/fluid-mechanics-fundaments-and-applications.pdf> (дата звернення: 20.09.2025).
10. Frank M. White. Fluid Mechanics. URL: https://warwick.ac.uk/fac/sci/eng/staff/ymc/members/former/azimi/project/references/white_frank_m._-fluid_mechanics_4th_ed_mcgraw_hill.pdf (дата звернення: 20.09.2025).
11. R. W. Fox, A. T. McDonald, P. J. Pritchard, J. C. Leylegian. Introduction to Fluid Mechanics. URL: http://ftp.demec.ufpr.br/disciplinas/TM240/Marchi/Bibliografia/Pritchard-Fox-McDonalds_2011_8ed_Fluid-Mechanics.pdf (дата звернення: 20.09.2025).