

УДК 532.546

Кремез В. С., к.ф.-м.н., с.н.с. (Інститут гідромеханіки НАН України, м. Київ)

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ФІЛЬТРАЦІЇ ПІДЗЕМНИХ ВОД В ХІМІЧНО-СУФОЗІЙНИХ ҐРУНТАХ

Запропоновано математичну модель і метод розрахунку фільтрації підземних вод в хімічно-суфозійних ґрунтах при плівковому або дисперсному засоленні. Приведено приклад розрахунку осушення глибокого котловану із урахуванням суфозійних процесів.

Ключові слова: фільтрація, суфозія, ґрунт, осушення, котлован.

Вступ. За останні роки в багатьох країнах, зокрема в Україні, відбуваються значні зміни режиму підземних вод внаслідок змін природно-кліматичних умов, а також зростання антропогенного навантаження на геологічне середовище. Підсилення інтенсивності впливу на гідродинамічний і гідрохімічний режими підземних вод може привести до структурних змін в деяких типах ґрунтів (наприклад, в загіпсованих породах) внаслідок хімічної суфозії (тобто розчинення і виносу солей із твердої фази ґрунту). Процеси суфозії, зокрема хімічної, призводять до збільшення пористості, проникності, коефіцієнта фільтрації і характеристик міцності ґрунтів. При високих концентраціях солей стають відчутними зміни щільності і в'язкості ґрунтових вод. Деякі задачі фільтрації забруднених вод при експоненціальній залежності коефіцієнта фільтрації від концентрації осаду розглянуто в роботах [1-3], аналіз яких свідчить про необхідність подальшого розвитку методів моделювання фільтрації води у пористих середовищах із змінними властивостями.

Постановка задачі і деякі особливості чисельного розв'язку рівнянь. Розглядається, одновимірна нестационарна фільтрація підземних вод в неоднорідному хімічно-суфозійному ґрунті при плівковому або об'ємному засоленні пористого середовища. Для математичного моделювання зазначених процесів в ґрунтових водах (перших від поверхні землі підземних водах) може бути записана наступна система нелінійних рівнянь:

- уточнене рівняння нестационарної фільтрації (рівняння Буссинеска) [4] із урахуванням інфільтраційного живлення ґрунтових вод і залежності коефіцієнта фільтрації від концентрації солей у твердій фазі

$$\mu \left(1 + (h - m) \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} \right) \frac{\partial h}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(k(\sigma)(h - m) \frac{\partial h}{\partial x} \right) + \varepsilon, \quad V = -k(\sigma) \frac{\partial h}{\partial x}, \quad (1)$$

- рівняння конвективної дифузії із урахуванням надходження солей із інфільтраційними водами і масообміну із твердою фазою [5]

$$n_e \frac{\partial C}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left(D \frac{\partial C}{\partial x} \right) - V \frac{\partial C}{\partial x} + \varepsilon \frac{(C_s - C)}{h - m} - \rho_s \frac{\partial \sigma}{\partial t}, \quad (2)$$

- рівняння кінетики масообміну (дещо модифіковане для більш універсального урахування різних типів засолення) досліджуємої речовини між рідкою і твердою фазами [5]

$$\frac{\partial \sigma}{\partial t} = -\gamma K_F (\sigma^*)^p (C_{\max} - C), \quad \sigma^* = \frac{\sigma}{\sigma_{\max}}, \quad 0 < x < L. \quad (3)$$

Для замикання математичної моделі (параметризації рівнянь) необхідно обрати залежність коефіцієнта фільтрації від концентрації осаду. В наведеній моделі припускається, що осад солі в твердій фазі може бути в плівковій або об'ємній формах.

У випадку поверхневого (плівкового) засолення частинок ґрунту [6]

$$k(\sigma^*) = k_0 (1 - \sigma^*). \quad (4)$$

У випадку об'ємного (дісперсного) засолення порового простору ґрунту [6]

$$k(\sigma^*) = k_0 \left(1 + \sigma^* + \frac{1 - \sigma^*}{\ln(\sqrt{\sigma^*})} \right). \quad (5)$$

В записаних вище рівняннях і співвідношеннях прийняті наступні позначення:

t – час, доба; x – просторова координата, м; $h = h(x, t)$ – рівень ґрунтових вод (РГВ), м; $m = m(x)$ – позначки верхньої границі водоупорного шару ґрунту, м; μ – коефіцієнт нестачі насичення (водовіддачі); $k = k(\sigma)$ – коефіцієнт фільтрації ґрунту, що залежить від концентрації осаду солей в твердій фазі, м/доба; k_0 – коефіцієнт фільтрації чистого незакольтованого ґрунту, м/доба; ε – інтенсивність інфільтраційного живлення ґрунтових вод внаслідок атмосферних опадів, витрат із різноманітних техногенних джерел, м/доба; n_e – ефективна пористість ($n_e = n_a(1 - \sigma/\sigma_{\max})$); $\sigma_{\max}$ – максимальна концентрація осаду солі в

твердій фазі, г/кг; n_a – активна (за рахунок проточних порових каналів і відкритих мікропорожнин в ґрунті) пористість; ρ_s – щільність розчиняємого твердого осаду, кг/дм³; $C = C(x, t)$ – масова концентрація розчинених солей в рідкій фазі, г/л; $\sigma = \sigma(x, t)$ – масова концентрація солей в твердій фазі, г/кг; D – коефіцієнт конвективної дифузії розчинених солей, м²/доба; $(D = D_m + \delta|V|)$; δ – коефіцієнт гідродисперсії, м; D_m – коефіцієнт молекулярної дифузії солей, м²/доба; γ – коефіцієнт швидкості розчинення (кристалізації), 1/доба; $C_{\max}$ – концентрація предельного насичення, г/л; ϕ – коефіцієнт засолення, який залежить від характеру розподілу солей в твердій фазі ($\phi = 0$, при поверхневому (плівковому) засоленні, $\phi = 0,5$ або $1,0$ при об'ємному (дисперсному) засоленні [5]; C_s – концентрація солей в поверхневому джерелі інфільтраційного живлення, г/л; K_F – коефіцієнт розподілу, дм³/кг.

Рівняння (1)-(3) розв'язуються при наступних початкових умовах:

$$h(x, 0) = h^0(x), \quad C(x, 0) = C^0(x), \quad \sigma(x, 0) = \sigma^0(x), \quad (6)$$

де $h^0(x)$, $C^0(x)$, $\sigma^0(x)$ – значення невідомих функцій в початковий момент часу.

Граничні умови характеризують особливості зовнішніх природних і техногенних впливів на характеристики, що досліджуються, у внутрішньому просторі області моделювання для усього періоду моделювання.

Для рівняння фільтрації (1) задаються добре відомі граничні умови 1,2,3 роду, що досить докладно наведено, наприклад, у монографії [5]. Для рівняння масопереносу (2) у вхідному перетині, наприклад, $x = 0$, частіше за все, задаються граничні умови 1 або 3 рода (умови Данкверста-Бреннера), що наведені в [5].

$$C(0, t) = C_0(t) \quad \text{or} \quad (C(0, t) - C_0)V = D \frac{\partial C(0, t)}{\partial x}, \quad (7)$$

де $C_0 = C_0(t)$ – задана концентрація солей у вхідному перетині потоку. У вихідному перетині пласта, наприклад, при $x = L$, задається гранична умова 2 роду [5]

$$\frac{\partial C(L, t)}{\partial x} = 0. \quad (8)$$

Розв'язання рівнянь (1) – (3) з крайовими умовами (6) – (8) і замикаючими співвідношеннями (4),(5) отримано поширеним і добре ви-

вченим чисельним методом кінцевих різниць (МКР), що добре зарекомендував себе при розв'язанні прикладних задач. Було використано неявну різницеву схему із постійним кроком за часом і змінним – по просторі, що надає можливість детального урахування різномасштабних зон неоднорідності ґрунту. При апроксимації конвективної складової у рівнянні масопереносу (2) була використана так звана, різниця “проти потоку” [7]. Розв'язок систем нелінійних різницевих рівнянь отримано відомим методом прогонки, особливості якого для аналогічних задач докладно наведено в монографії [8]. Для реалізації обчислювального алгоритму розроблено програму для ПК, за допомогою якої проведені багаточисельні розрахунки.

Приклад розв'язання модельної задачі. Розглядається фільтрація ґрунтових вод в водоносному шарі ґрунту між глибоким котлованом, що осушується, борт якого розташований на границі $x = 0$ і річкою при $x = L = 800$ м. Початкове положення РГВ – статичний горизонт води $h^0 = 30$ м, а водоносний шар розташований на горизонтальному водоупорі $m = 0$.

Рівень ґрунтових вод на границі котловану $x = 0$ миттєво знижується до $h_0 = 5$ м, а на річці зберігається рівень $h_0 = 30$ м. Водоносний пласт неоднорідний по довжині і має включення хімічно-суфозійного ґрунту, що розташовано в інтервалі $144 \leq x \leq 624$ м і має такі параметри: $\sigma^0 = 435$ г/кг; $\sigma_{\max} = 870$ г/кг; $k_0 = 2.2$ м/добу; $\mu = 0.23$; $\varepsilon = 0$; $n_a = 0.35$; $\rho_s = 0.87$ кг/дм³; $\gamma = 0.0001$ 1/добу; $K_F = 100$ дм³/кг.

За межами зазначеного вище інтервалу в несифозійному ґрунті прийняти наступні значення параметрів: $\sigma^0 = 0$; $k_0 = 2$ м/добу; $\mu = 0.18$; $\varepsilon = 0$; $n_a = 0.35$; $\gamma = 0$.

Параметри рівняння масопереносу приймалися наступними: $D_m = 5 \cdot 10^{-5}$ м²/добу; $\delta = 0.01$ м; $C^0 = C_0 = C_L = 0.7$ г/л; $C_{\max} = 180$ г/л.

Метою моделювання було вивчення змін РГВ впродовж 1440 діб при осушенні глибокого котловану, а також дослідження змін коефіцієнта фільтрації, що є свідченням впливу хімічної суфозії на параметри ґрунту.

На рисунку показані зміни РГВ по довжині області моделювання. Аналіз рисунка, а також інших результатів розрахунків показав, що коефіцієнт фільтрації суфозійного ґрунту в перетині $x = 148$ м збільшився від 0.13 м/добу (при $t = 120$ діб) до 0.94 м/добу (при $t = 1440$ діб),

що суттєво впливає на характер фільтрації, зокрема призводить до поступового згладжування РГВ в зоні контакту суфозійного і несуфозійного ґрунтів.

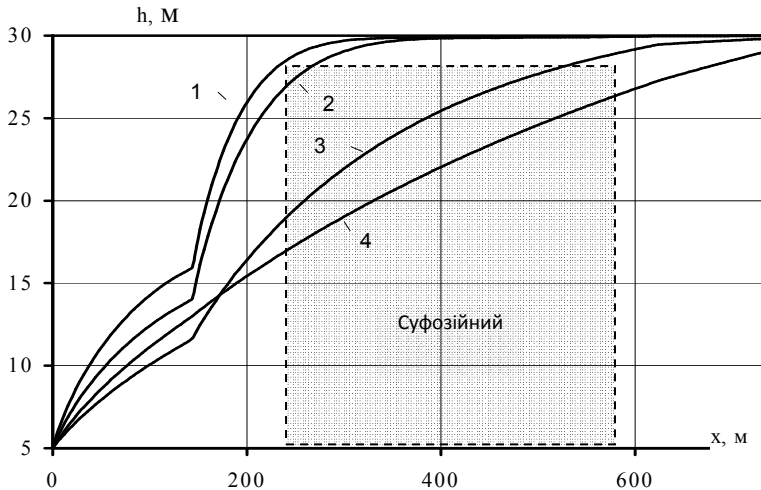


Рисунок. Положення РГВ в характерні моменти часу розрахункового періоду:
1 – $t=120$ діб; 2 – $t=180$ діб; 3 – $t=720$ діб; 4 – $t=1440$ діб

Висновки. Запропонована математична модель дозволяє теоретично вивчити закономірності фільтрації, масопереносу і масообміну в хімічно суфозійних ґрунтах, а також надати прогнози змін розмірів зон, де відбуваються зміни коефіцієнта фільтрації і можливі аварійні деформації ґрунту і розташованих на поверхні споруд. Такі дослідження важливі для екологічного прогнозування шкідливої дії підземних вод під впливом різноманітних техногенних чинників, що надає можливість наукового обґрунтування проектів систем інженерного захисту територій і окремих споруд.

1. Калугин Ю. И. Моделирование удаления железа из воды фильтрованием с учетом изменения фильтрационных свойств среды / Калугин Ю. И., Киселев С. К., Олейник А. Я. // Доклады НАНУ. – 1998. – N 7. – С. 53-56. 2. Олейник А. Я. Моделирование процессов кольятатажа и суффозии в прифилтровой зоне скважин / Олейник А. Я., Тугай А. М. // Доповіді НАН України. – 2001. – № 9. – С. 190-194. 3. Добронравов А. А. Моделирование фильтрации грунтовых вод с учетом суффозии и кольятатажа / Добронравов А. А., Кремез В. С. // Проблеми водопостачання, водовідведення та гідравліки. – 2006, вип. 7. – С. 147–153.

4. Кремез В. С. Моделирование фильтрации грунтовых вод на основе уточненного уравнения Буссинеска / Кремез В. С. // Гідромеліорація та гідротехнічне будівництво. – Рівне, 2007. – Вып 31. – С. 160-165. 5. Методы прогноза солевого режима грунтов и грунтовых вод / под. ред. Н.Н. Веригина. – М. : Колос, 1979. – 336 с. 6. Кремез В. С. Теоретичне обґрунтування залежності коефіцієнта фільтрації пористого середовища від концентрації осаду / Кремез В. С. // Проблеми водопостачання, водовідведення та гідравліки. – Київ, 2004. – Вип. 3. – С. 107-112. 7. Роуч П. Вычислительная гидродинамика / П. Роуч. – М. : Мир, 1980. – 615 с. 8. Добронравов А. А. Расчет на ЭВМ нестационарной фильтрации в районах гидротехнических сооружений / Добронравов А. А., Кремез В. С., Сырый В. С. – Киев : Наук. думка, 1980. – 184 с.

Рецензент: д.т.н., професор Бомба А. Я. (НУВГП)

Kremez V. S., Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Senior Research Fellow (Institute of Hydromechanics of NAS Ukraine, Kyiv)

MATHEMATICAL MODELLING OF GROUND WATER FILTRATION IN CHEMICAL SUFFUSION SOILS

The mathematical model and the calculation method of ground water filtration in chemical suffusion soils in film or dispersed salinity. An example of calculation deep drainage ditch with the suffusion processes is presented.

Keywords: filtration, suffusion, soil, drainage, pit.

Кремез В. С., к.ф.-м.н., старший научный сотрудник (Институт гидромеханики НАН Украины, Киев)

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ФИЛЬТРАЦИИ ПОДЗЕМНЫХ ВОД В ХИМИЧЕСКИ-СУФФОЗИОННЫХ ГРУНТАХ

Предложена математическая модель и метод расчета фильтрации подземных вод в химически-суффозионных грунтах при пленочном или дисперсном засолении. Приведен пример расчета осушения глубокого котлована с учетом суффозионных процессов.

Ключевые слова: фильтрация, суффозия, почва, осушение, котлован.
