

УДК 532:631.62

Токар Л. О., к.т.н., старший викладач (Національний університет водного господарства та природокористування, м. Рівне)

СТАТИСТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ МІНЛИВОСТІ ГЕОМЕТРИЧНИХ ПАРАМЕТРІВ КАНАЛІВ

Запропонована математична модель для оцінки імовірнісних меж зміни коефіцієнта закладання укосів каналів і коефіцієнта шорсткості русла каналів.

Ключові слова: модель, канал, укоси, шорсткість.

Проектуючи водопровідну мережу осушувально-зволожувальної системи, неможливо з впевненістю призначити величини таких дуже важливих гідравлічних параметрів як коефіцієнти закладання укосів каналів і коефіцієнт шорсткості русла каналів. Відомо, що ці параметри не є сталими у просторі та часі і отримання їх статистичних величин на основі натурних спостережень пов'язано з великими затратами праці та коштів.

У цьому разі для оцінки гідравлічної працездатності елементів осушувально-зволожувальних систем і систем в цілому можна використати метод статистичного моделювання, який часто називають метод "Монте-Карло".

Суть методу базується на центральній граничній теоремі і нерівності Чебишева, згідно з якою доводиться наступне. Якщо деяка величина X є сумою великої кількості взаємно незалежних випадкових величин $x_1, x_2, \dots, x_n$, вплив кожної з яких на всю суму дуже малий, то ця величина має розподіл, який близький до нормального. Це дозволяє використати не будь-які числа, а випадкові числа нормального розподілу [1].

Маючи орієнтовні значення відповідних параметрів та масиви випадкових чисел, обчислюють реалізації досліджуваного параметра. У результаті таких розрахунків детерміністичні величини перетворюються у випадкові.

Використовуючи випадкові числа з нормальним розподілом, будь-яке значення параметра, що використовується можна обчислити за формулою [2]

$$x_i = x_0 (1 + z_i x_1), \quad (1)$$

де z_i – нормоване випадкове число;

x_0 – орієнтовне значення досліджуваного параметра;

$x_l = \frac{\sigma_x}{x_0}$ – орієнтовний коефіцієнт варіації параметра;

σ_x – орієнтовне значення середнього квадратичного відхилення досліджуваного параметра.

Використовуючи залежність (1) виконано статистичне моделювання коефіцієнтів закладання укосів $m = 1; 1,5; 2$ та коефіцієнтів шорсткості русла n .

Початкові значення коефіцієнтів варіації закладання укосів взято на основі нормативних допусків Δm [3] та правила “трьох сигм”:

$$\sigma_x = \frac{1}{3} \Delta x, \quad (2)$$

$$k_m = \frac{\sigma_m}{m} = \frac{1}{3} \frac{\Delta m}{m}. \quad (3)$$

В нормах [4] та довіднику [5] для каналів осушувальних систем коефіцієнти шорсткості русла пропонуються, відповідно, для весняного та літнього сезонів такими $n=0,025$; $n=0,033$.

Для статистичного моделювання взято середнє значення

$$n_c = \frac{1}{2}(n_{min} + n_{max}) = \frac{1}{2}(0,025 + 0,033) = 0,029.$$

Тоді початковий коефіцієнт варіації коефіцієнта шорсткості на основі правила “трьох сигм” (2)

$$k_n = \frac{\sigma_n}{n_c} = \frac{n_{max} - n_{min}}{3n_c}. \quad (4)$$

Оцінки математичних сподівань коефіцієнтів m і n та їх середніх квадратичних відхилень визначали за формулами

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i; \quad (5)$$

$$\bar{\sigma}_x = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (x_i - \bar{x})^2}, \quad (6)$$

де N – кількість реалізації параметрів m або n , обчислених за формулою (1).

Оцінки довірчих інтервалів математичних сподівань коефіцієнтів m і n та математичних сподівань їх середніх квадратичних відхилень визначали за формулами [6]:

$$I_{x,\beta} = \left(\bar{x} - \sigma_x^- t_\beta ; \bar{x} + \sigma_x^- t_\beta \right); \quad (7)$$

$$I_{\sigma_x,\beta} = \left(\bar{\sigma}_x \cdot z_1 ; \bar{\sigma}_x \cdot z_2 \right), \quad (8)$$

де

$$\sigma_x^- = \frac{\bar{\sigma}_x}{\sqrt{N}}; \quad (9)$$

$t_\beta = f(\beta)$ – параметр, який дорівнює кількості відхилень σ_x^- від значення $\bar{x}$ з імовірністю β ;

N – кількість реалізацій випадкової величини X ;

$z_1; z_2$ – параметри, що дорівнюють:

$$z_1 = \sqrt{\frac{N-I}{\chi_1^2}}; \quad (10)$$

$$z_2 = \sqrt{\frac{N-I}{\chi_2^2}};$$

$$\begin{aligned} \chi_1^2 &= f_1(N-I; P_1); \\ \chi_2^2 &= f_2(N-I; P_2); \end{aligned} \quad (11)$$

$$P_1 = \frac{\alpha}{2};$$

$$P_2 = 1 - \frac{\alpha}{2}; \quad (12)$$

$$\alpha = 1 - \beta.$$

Відносні похибки визначення математичного сподівання, та відносні максимальні похибки обчислення середнього квадратичного відхилення $\bar{\sigma}_x$ обчислювали за формулами [6]:

$$\delta_x^- = \frac{kt_\beta}{\sqrt{N}}; \quad (13)$$

$$\delta_{\sigma_x}^- = z_2 - I. \quad (14)$$

Відносна похибка $\delta_{\sigma_x}^- \gg \delta_x^-$. Тому для отримання значень $\bar{\sigma}_x$ з похибкою, яка при імовірності довіри $\beta=0,90; 0,95$ не перевищує 4...6% для статистичного моделювання брали кількість реалізацій $N=600$.

У результаті статистичного моделювання отримали з імовірністю довіри $\beta=0,90; 0,95$ довірчі інтервали для коефіцієнтів закладання укосів каналу m та коефіцієнтів шорсткості русла n .

Аналізуючи значення допусків на глибину та ширину дна каналів, які наведені в [3], визначили, що для статистичного моделювання коефіцієнтів закладання укосів каналів можна в першому наближенні взяти коефіцієнт варіації закладання укосів $k_m=0,05$. Тоді, використовуючи формулу (3), одержуємо наближене значення середнього квадратичного відхилення σ_m коефіцієнта закладання укосів m :

$$\sigma_m = k_m \odot m.$$

Для значень $m = 1; 1,5; 2$, відповідно отримуємо: $\sigma_m=0,05; 0,075; 0,10$.

Приймаючи до уваги, що коефіцієнт шорсткості русла каналів осушувальних систем пропонується у весняний сезон рівним 0,025, а в літній – 0,033 [4, 5], за залежністю (2) визначаємо наближене значення середнього квадратичного відхилення коефіцієнта шорсткості k_n :

$$\sigma_n = \frac{n_{max} - n_{min}}{3} = \frac{0,033 - 0,025}{3} = 0,00267.$$

Результати статистичного моделювання коефіцієнтів закладання укосів каналу наведені в табл. 1, а коефіцієнта шорсткості русла каналів в табл. 2.

Таблиця 1

Межі довірчих інтервалів $I_{\beta m}$ для коефіцієнтів закладання укосів каналу m і довірчих інтервалів $I_{\beta \sigma_m}$ для середнього квадратичного відхилення σ_m та відносні похибки δ розрахунків $\overline{m}$ та $\overline{\sigma_m}$ при імовірностях довіри β

m	Розрахункові значення		β	$I_{\beta m}$	$I_{\beta \sigma_m}$	$\delta_m, \%$	$\delta_{\sigma_m}, \%$
	$\overline{m}$	$\overline{\sigma_m}$					
1	0,99915	0,05224	0,90	0,99564 1,00265	0,05039 0,05427	0,35	3,9
			0,95	0,99497 1,00333	0,04944 0,05537	0,42	6,0

продовження табл. 1

1,5	1,49987	0,07836	0,90	1,49346 1,50348	0,07558 0,08140	0,35	3,9
			0,95	1,49245 1,5050	0,074161 0,08306	0,42	6,0
2	1,99829	0,10448	0,90	1,99128 2,00531	0,10077 0,10853	0,35	3,9
			0,95	1,98993 2,00665	0,09888 0,011075	0,42	6,0

За даними, що наведені в табл. 1, 2 можна зробити наступні висновки:

1. Оскільки похибка визначення математичного сподівання коефіцієнтів закладання укосів з імовірністю довіри $\beta=0,95$ $\delta_m < 0,5\%$, то в розрахунках пропускну здатності каналів значення m можна брати такими, що пропонуються нормами [4], наприклад $m=1; 1,5; 2$.

2. Приймаючи коефіцієнт варіації закладання укосів каналів на основі нормативних допусків глибини та ширини дна каналу $k_m=0,05$, одержано значення математичних сподівань середніх квадратичних відхилень σ_m коефіцієнтів закладання укосів, значення яких з похибкою $\delta_{\sigma_m} \leq 6\%$ при $m=1; 1,5; 2$, відповідно дорівнюють: $\sigma_m = 0,052; 0,078; 0,0104$.

Таблиця 2

Межі довірчих інтервалів $I_{\beta n}$ та $I_{\beta \sigma_n}$ коефіцієнтів шорсткості русла n при імовірностях довіри β

n	Розрахункові значення		β	$I_{\beta n}$	$I_{\beta \sigma_n}$	$\delta_n, \%$	$\delta_{\sigma_n}, \%$
	$\bar{n}$	$\bar{\sigma}_n$					
0,029	0,02895	0,002786	0,90	0,02877 0,02941	0,002687 0,002894	0,65	3,9
			0,95	0,02873 0,02918	0,002637 0,002953	0,77	6,0

3. За даними табл. 2 математичне сподівання коефіцієнта шорсткості русла n з похибкою $\delta_n < 0,8\%$ при імовірності довіри $\beta = 0,95$ можна взяти рівним $n_c = 0,029$.

4. З похибкою $\delta_{\sigma_n} \leq 6\%$ математичне сподівання середнього квадратичного відхилення коефіцієнта шорсткості русла каналу упро-

довж літнього сезону можна взяти $\sigma_n = 0,0028$.

1. Шрейдер Ю. А. Метод статистических испытаний (Метод Монте-Карло) / Шрейдер Ю. А. – М. : Физматгиз, 1962. – 331 с. 2. Шор Я. Ю. Таблицы для анализа и контроля надежности / Шор Я. Ю., Козлов Ф. Н. – М. : Советское радио, 1968. – 285 с. 3. Контроль качества в мелиоративном строительстве: Справочник / Богатов Е. А., Варваров Е. В., Калениченко Л. И., Погорельный А. М. – К. : Урожай, 1990. – 192 с. 4. ДБН В. 2.4-1-99 Меліоративні системи та споруди. – К. : Держбуд України, 1999. – 112 с. 5. Маслов Б. С. Справочник по мелиорации / Маслов Б. С., Минаев И. В., Губер К. В. – М. : Росагропромиздат, 1989. – 280 с. 6. Науменко І. І. Надійність споруд гідромеліоративних систем / Науменко І. І. – К. : ІСДО, 1994. – 424 с.

Рецензент: д.т.н., професор Рябенко О. А. (НУБГП)

Tokar L. O., Candidate of Engineering, Senior Lecturer (National University of Water Management and Nature Resources Use, Rivne)

STATISTICAL MODELLING OF GEOMETRIC PARAMETERS OF CHANNELS VARIABILITY

The article offers mathematical model of statistically distributed limits estimation of channel slope ratio and channel roughness index change.

Keywords: model, channel, slope, roughness.

Токар Л. О., к.т.н., старший преподаватель (Национальный университет водного хозяйства и природопользования, г. Ровно)

СТАТИСТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ИЗМЕНЧИВОСТИ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ КАНАЛОВ

Предложена математическая модель оценивания вероятностных границ изменения коэффициента заложения откосов каналов и коэффициента шероховатости русла каналов.

Ключевые слова: модель, канал, откосы, шероховатость.
