

НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ВОДНОГО ГОСПОДАРСТВА ТА ПРИРОДОКОРИСТУВАННЯ

Навчально-науковий інститут кібернетики, інформаційних технологій та інженерії

04–02–105 S

СИЛАБУС

навчальної дисципліни

SYLLABUS

Алгебра та геометрія		Algebra and geometry	
Шифр за ОП	OK 8	Code in Educational Program	
Освітній рівень: бакалаврський (перший)		Educational level: Bachelor's (first)	
Галузь знань: Інформаційні технології	F	Fields of knowledge: Information technologies	
Спеціальність: Інженерія програмного забезпечення	F2	Field of study: Software engineering	
Освітня програма: Інтернет речей		Educational Program: Internet of things	

РІВНЕ – 2025

ОП на сайті університету: <https://ep3.nuwm.edu.ua/35727/>

Розробник силябусу: Тадеєв Петро Олександрович, к.фіз.-мат.н., д.п.н., професор кафедри вищої математики

Силябус схвалений на засіданні кафедри вищої математики
Протокол № 1 від “26 серпня” 2025 року

Завідувач кафедри: Тадеєв Петро Олександрович, к.фіз.-мат.н., д.п.н., професор

Керівник освітньої програми: Жуковський Віктор Володимирович, к.т.н., доцент, доцент кафедри комп’ютерних наук та прикладної математики.

Схвалено науково-методичною радою з якості ННІ КІТІ
Протокол № 8_ від “28 серпня” 2025 року

Голова науково-методичної ради з якості ННІ КІТІ: Мартинюк Петро Миколайович, д.т.н., професор

Попередня версія силябуса : 04-02-08 S

© Тадеєв Петро
Олександрович, 2025
© НУВГП, 2025

ЗАГАЛЬНА ІНФОРМАЦІЯ*	
Ступінь вищої освіти	бакалавр
Освітня програма	Комп’ютерні науки
Спеціальність	122 Комп’ютерні науки
Рік навчання, семестр	1 рік; 1,2 семестри
Кількість кредитів	8
Лекції:	18 год. (I семестр), 30 год. (II семестр)
Практичні заняття:	18 год. (I семестр), 32 год. (II семестр)
Самостійна робота:	54 год. (I семестр), 88 год. (II семестр)
Курсова робота:	ні
Форма навчання	денна
Форма підсумкового контролю	Залік (I семестр), екзамен (II семестр)
Мова викладання	українська
ІНФОРМАЦІЯ ПРО ВИКЛАДАЧА *	

Лектор	 Тадеєв Петро Олександрович, кандидат фізико-математичних наук, доктор педагогічних наук, професор
Вікіситет	http://wiki.nuwm.edu.ua/index.php/Тадеєв_Петро_Олександрович
ORCID	https://orcid.org/0000-0002-2885-6674
Як комунікувати	p.o.tadeyev@nuwm.edu.ua

ПРО ДИСЦИПЛІНУ	
Мета та завдання	Силабус нормативної навчальної дисципліни «Алгебра та геометрія» складений відповідно до освітньо-професійної програми «Інтернет речей» підготовки бакалавра за спеціальністю «Інженерія програмного забезпечення». Міждисциплінарні зв'язки: дисципліна є складовою частиною обов'язкових компонент ОП. Тому міждисциплінарні зв'язки реалізуються з окремими обов'язковими та вибірковими компонентами освітньої програми. Мета дисципліни – послідовне викладення основних положень, методів і результатів алгебри та геометрії, які складають основу фундаментальної підготовки бакалаврів з інженерії програмного забезпечення, формування у студентів широкого погляду на основні методи алгебри та геометрії та на застосування цих методів для дослідження плоских і просторових об'єктів, що дозволить розвинути математичну культуру і мислення студентів. Навчальна дисципліна «Алгебра та геометрія» надає основні теоретичні відомості стандартного курсу аналітичної геометрії, лінійної та вищої алгебри, які складають невід'ємну частину загальної математичної освіти студента; узагальнює відомі поняття алгебри та геометрії; дає можливість простежити взаємозв'язок предметів алгебри та геометрії та логіку розвитку теоретичних побудов в цих дисциплінах; продемонструє застосування теоретичних відомостей до розв'язку практичних задач. Основне завдання навчальної дисципліни «Алгебра та геометрія»: формування сучасних теоретичних знань в галузі алгебри та геометрії і практичних навичок застосування алгебраїчних і геометричних методів розв'язування математичних задач а також генерування вміння застосовувати здобуті теоретичні та практичні знання до інших предметів та використання отриманих знань для описання реальних явища та візуалізації отриманих результатів. Іншими важливими завданнями вивчення студентами дисципліни «Алгебра та геометрія» є: ознайомити з поняттям матриці, визначника, діями над ними та основними властивостями; навчити застосовувати матриці та визначники до розв'язання задач лінійної алгебри; навчити досліджувати та розв'язувати будь-які системи лінійних алгебраїчних рівнянь, надати відомості про вектори та дії над ними; ознайомити із застосуванням векторів та їх добутоків до розв'язування задач;

ознайомити з різними видами рівнянь прямих на площині та в просторі, рівняннями площини; навчити визначати взаємне розташування прямих та площин у просторі; надати відомості про криві та поверхні другого порядку, навчити виконувати операції над комплексними числами, володіти теорією многочленів, досліджувати лінійні простори та багатовимірні точкові простори, володіти технікою тензорного числення та бути ознайомленим з основними алгебраїчними структурами.

У результаті вивчення навчальної дисципліни студент повинен

знати:

- основні поняття, факти, методи та теореми лінійної алгебри;
- основні поняття, факти, методи та теореми аналітичної геометрії;
- основні поняття, факти, методи та теореми вищої алгебри;

вміти:

- застосовувати основні поняття, твердження та теореми до розв'язку задач;
- наводити приклади, які демонструють суттєвість теоретичних понять чи фактів, або спростовують хибні ствердження;
- застосовувати елементи алгебри до розв'язання задач геометрії, та використовувати матеріал попередніх тем при вивченні наступних;
- розв'язувати типові задачі кожної з вивчених тем.

Засвоївши курс «Алгебра та геометрія», студенти вказаної спеціальності повинні з повним розумінням знати основні поняття та теореми, вміти застосовувати ці знання при розв'язуванні типових задач, аналізувати, цілеспрямовано шукати і вибирати необхідні для вирішення професійних завдань інформаційно-довідникові ресурси і знання з урахуванням сучасних досягнень науки і техніки.

Навчальний матеріал дисципліни структурований за модульним принципом і складається з двох навчальних модулів, а саме:

- навчального модуля 1 (перший семестр)
- навчального модуля 2 (другий семестр)

Кожен з модулів є логічно завершеною, відносно самостійною, цілісною частиною навчального матеріалу, який в свою чергу складаються зі змістових модулів. Перший модуль складається з трьох змістових модулів, а другий – з п'яти змістових модулів. Засвоєння кожного модуля передбачає виконання двох модульних контролів і домашніх та індивідуальних завдань.

Посилання на розміщення навчальної дисципліни на навчальній платформі Moodle

<https://exam.nuwm.edu.ua/course/view.php?id=575>
<https://exam.nuwm.edu.ua/course/view.php?id=577>

Компетентності	ЗК1. Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу. ЗК11. Здатність реалізувати свої права і обов'язки як члена суспільства, усвідомлювати цінності громадянського (вільного демократичного) суспільства та необхідність його сталого розвитку, верховенства права, прав і свобод людини і громадянина в Україні. Компетентності Стандарту вищої освіти: ФК01. Здатність ідентифікувати, класифікувати та формулювати вимоги до програмного забезпечення. ФК02. Здатність брати участь у проектуванні програмного забезпечення, включаючи проведення моделювання (формальний опис) його структури, поведінки та процесів функціонування. ФК04. Здатність формулювати та забезпечувати вимоги щодо якості програмного забезпечення у відповідності з вимогами замовника, технічним завданням та стандартами. ФК05. Здатність дотримуватися специфікацій, стандартів, правил і рекомендацій в професійній галузі при реалізації процесів життєвого циклу. ФК07. Володіння знаннями про інформаційні моделі даних, здатність створювати програмне забезпечення для зберігання, видобування та опрацювання даних. ФК11. Здатність реалізовувати фази та ітерації життєвого циклу програмних систем та інформаційних технологій на основі відповідності моделей і підходів розробки програмного забезпечення. Компетентності, визначені в НУВГП: ФК18. Здатність використовувати прикладні наукоємні інформаційні технології, в тому числі в рамках «інтернету речей», для вирішення спеціалізованих задач водного господарства, природокористування, екології, агросектору, охорони навколишнього середовища, геосистем.
Програмні результати навчання	Результати навчання згідно Стандарту вищої освіти: ПРН01. Аналізувати, цілеспрямовано шукати і вибирати необхідні для вирішення професійних завдань інформаційно-довідникові ресурси і знання з урахуванням сучасних досягнень науки і техніки. ПРН02. Знати кодекс професійної етики, розуміти соціальну значимість та культурні аспекти інженерії програмного забезпечення дотримуватись їх в професійній діяльності. ПРН03. Знати основні процеси фази та ітерації життєвого циклу програмного забезпечення. ПРН05. Знати і застосовувати відповідні математичні поняття, методи доменного, системного об'єктно орієнтованого аналізу та математичного моделювання для розробки програмного забезпечення. ПРН06. Уміння вибирати та використовувати відповідну задачі методологію створення програмного забезпечення. ПРН20. Знати підходи щодо оцінки та забезпечення якості програмного забезпечення.
Місце навчальної дисципліни в освітній траєкторії здобувача вищої освіти	<i>Дисципліна, що вивчаються, разом з дисципліною «Математичний аналіз», є базою для вивчення таких дисциплін як «Диференціальні рівняння», «Комп'ютерна дискретна математика», «Теорія ймовірностей і математична статистика» а також «Фізика».</i>

СТРУКТУРА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ ЛЕКЦІЙНІ ТА ПРАКТИЧНІ ЗАНЯТТЯ

1 семестр

Тема 1. Матриці та визначники малих розмірностей

Програмні результати навчання РН1, РН2, РН3, РН5, РН6, РН20.	К-сть годин: лекції - 2 практ. - 2 с. р. - 6	Література: [2, 3, 4, 5, 6, 7, 9, 10, 12, 16, 18].	https://exam.nuwm.edu.ua/course/view.php?id=575
Опис теми	Означення матриці, розмірності матриці, квадратної матриці, рівних матриць, нульової, діагональної, одиничної матриць. Транспонування матриць. Додавання матриць і множення матриці на число. Властивості цих операцій. Множення матриць. Властивості множення матриць: дистрибутивність, про винесення числового множника, про множення на одиничну матрицю. Означення визначників 2-го, 3-го порядку. Властивості визначників малих розмірностей.		
Тема 2. Визначники n – го порядку			
Програмні результати навчання РН2, РН7.	К-сть годин: лекції - 2 практ. - 2 с. р. - 6	Література: [2, 3, 4, 5, 6, 7, 9, 10, 12, 16, 18].	https://exam.nuwm.edu.ua/course/view.php?id=575
Опис теми	Перестановка, кількість інверсій перестановки. Парні і непарні перестановки. Означення визначників n-го порядку. Властивості визначників n-го порядку: про нульовий рядок, про спільний множник елементів рядка, про перестановку рядків, про транспонування, про однакові та пропорційні рядки, про рядок, що є сумою двох рядків, про додавання рядка. Означення лінійної комбінації рядків (стовпчиків), лінійно залежних і лінійно незалежних рядків. Властивість визначника про лінійно залежні рядки (стовпчики). Означення M_{ij} , A_{ij} . Теорема Лапласа. Властивість визначника про елементи рядка і алгебраїчні доповнення до іншого рядка. Означення виродженої і невиродженої матриць. Властивість про визначник добутку квадратних матриць.		
Тема 3. Обернена матриця, ранг матриці			
Програмні результати навчання РН2, РН7.	К-сть годин: лекції - 2 практ. - 2 с. р. - 6	Література: [2, 3, 4, 5, 6, 7, 9, 10, 12, 16, 18].	https://exam.nuwm.edu.ua/course/view.php?id=575
Опис теми	Вироджені та не вироджені матриці. Означення оберненої матриці і теорема про існування оберненої матриці. Основні способи знаходження оберненої матриці. База та ранг системи векторів лінійного простору. Ранг матриці.		
Тема 4. Системи лінійних алгебраїчних рівнянь			
Програмні результати навчання РН2, РН7.	К-сть годин: лекції - 2 практ. - 2 с. р. - 6	Література: [2, 3, 4, 5, 6, 7, 9, 10, 12, 16, 18].	https://exam.nuwm.edu.ua/course/view.php?id=575

Опис теми	Означення СЛАР, її розв'язку, несумісної системи, квадратної системи, рівносілних систем. Елементарні перетворення рівнянь системи, які залишають її рівносілною. Теорема Крамера. Наслідок з теореми Крамера про несумісну систему. Матричний метод розв'язування систем. Теорема Кронекера-Капеллі. Метод Гауса розв'язування систем рівнянь. Однорідні СЛАР: означення, властивості розв'язків. Означення числового простору, приклади та найпростіші властивості. Базис числового простору. Скінченновимірні числові простори. Означення фундаментальної системи розв'язків однорідної системи та її знаходження. Зв'язок загальних розв'язків неоднорідної та відповідної однорідної систем.		
Тема 5. Вектори та операції над ними			
Програмні результати навчання	К-сть годин: лекції - 2 практ. - 2 с. р. - 6	Література: [2, 3, 4, 5, 6, 7, 9, 10, 12, 16, 18].	https://exam.nuwm.edu.ua/course/view.php?id=575
РН2, РН7.			
Опис теми	Означення вектора, нульового вектора, абсолютної величини вектора, колінеарних, рівних, та компланарних векторів. Множення вектора на число. Теорема про колінеарні вектори. Додавання і віднімання векторів у геометричній формі. Властивості додавання векторів і множення вектора на число. Теорема про базиси векторів площини та трьохвимірного простору. Властивості координат векторів. Проекція вектора на вісь та її властивості. Розклад вектора по базису векторів i, j , та i, j, k . Координати вектора в декартовій системі координат та їх властивості. Означення орта вектора, напрямних косинусів вектора та їх знаходження.		
Тема 6. Добутки векторів			
Програмні результати навчання	К-сть годин: лекції - 2 практ. - 2 с. р. - 6	Література: [2, 3, 4, 5, 6, 7, 9, 10, 12, 16, 18].	https://exam.nuwm.edu.ua/course/view.php?id=575
РН2, РН7.			
Опис теми	Скалярний добуток векторів і його властивості. Вираження скалярного добутку через координати векторів і його застосування: знаходження кута між векторами і проекції вектора на вектор, перевірка векторів на перпендикулярність. Формули для довжини та напрямних косинусів вектора через його координати. Теорема про напрямні косинуси. Фізичний зміст скалярного добутку. Права і ліва трійки векторів. Означення векторного добутку та геометричний зміст його модуля. Орієнтація трійки векторів при круговій перестановці. Фізичний зміст векторного добутку. Змішаний добуток векторів та його геометричний зміст. Властивості векторного та змішаного добутків. Вираження векторного добутку через координати векторів та його застосування. Вираження змішаного добутку векторів через їх координати та його застосування.		
Тема 7. Системи координат на площині і в просторі			
Програмні результати навчання	К-сть годин: лекції - 2 практ. - 2 с. р. - 6	Література: [2, 3, 4, 5, 6, 7, 9, 10, 12, 16, 18].	https://exam.nuwm.edu.ua/course/view.php?id=575
РН2, РН7.			

Опис теми	Афінна та прямокутна декартова системи координат на площині та в просторі. Найпростіші задачі аналітичної геометрії: відстань між двома точками та поділ відрізка у заданому відношенні. Знаходження середини відрізка. Паралельний перенос осей координат в просторі. Поворот координатних осей на площині. Рівняння лінії на площині. Означення алгебраїчної лінії та її порядку. Незмінність порядку лінії при переході до нової декартової системи координат. Рівняння поверхні та кривої у просторі.. Полярна система координат на площині. Рівняння деяких кривих в полярній системі та її зв'язок з декартовою системою координат на площині. Циліндрична та сферична системи координат. Параметричні рівняння лінії на площині і в просторі.		
Тема 8. Рівняння прямої на площині. Рівняння площини і прямої в просторі			
Програмні результати навчання	К-сть годин: лекції - 2	Література: [2, 3, 4, 5, 6, 7, 9, 10, 12, 16,18].	https://exam.nuwm.edu.ua/course/view.php?id=577
РН2, РН7.	практ. - 2 с. р. - 6		
Опис теми	Пряма на площині та різні типи її рівнянь. Відстань від точки до прямої. Кут між прямими на площині. Умови паралельності та перпендикулярності прямих. Площина та різні типи її рівнянь. Кут між площинами та відстань від точки до площини. Пряма у просторі. Кут між прямими. Умови паралельності та перпендикулярності прямих. Деякі задачі аналітичної геометрії: кут між прямою і площиною, перетин прямої і площини та перехід від загальних рівнянь прямої у просторі до канонічного і параметричних.		
Тема 9. Криві та поверхні другого порядку			
Програмні результати навчання	К-сть годин: лекції - 2	Література: [2, 3, 4, 5, 6, 7, 9, 10, 12, 16, 18].	https://exam.nuwm.edu.ua/course/view.php?id=577
РН2, РН7.	практ. - 2 с. р. - 6		
Опис теми	Еліпс. Означення, канонічні, параметричні та рівняння із зміщеним центром кола і еліпса. Означення, пов'язані з гіперболою та параболою, їх канонічні рівняння та рівняння із зміщеним центром. Загальне рівняння кривої другого порядку та його зведення до канонічного. Поверхні другого порядку та їх класифікація.		
Тематика практичних занять:			

Практичне заняття 1. (2 год.)
 Матриці та визначники малих розмірностей.
 Практичне заняття 2. (2 год.)
 Визначники n – го порядку.
 Практичне заняття 3. (2 год.)
 Обернена матриця, ранг матриці.
 Практичне заняття 4. (2 год.)
 Системи лінійних алгебраїчних рівнянь.
 Практичне заняття 5. (2 год.)
 Вектори та операції над ними.
 Практичне заняття 6. (2 год.)
 Добутки векторів.
 Практичне заняття 7. (2 год.)
 Системи координат на площині і в просторі.

Практичне заняття 8. (2 год.)

Рівняння прямої на площині. Рівняння площини і прямої в просторі.

Практичне заняття 9. (2 год.)

Криві та поверхні другого порядку.

**САМОСТІЙНА РОБОТА ОХОПЛЮЄ ВСІ ЦІ ТЕМИ, НА ВИВЧЕННЯ КОЖНОЇ З
 ЯКИХ ВІДВОДИТЬСЯ 6 ГОДИН.**

2 семестр

Тема 10. Комплексні числа

Програмні результати навчання РН2, РН7.	К-сть годин: лекції - 2 практ. - 2 с. р. - 6	Література : [1, 3, 4, 5, 7, 11, 14, 15, 16].	https://exam.nuwm.edu.ua/course/view.php?id=577
Опис теми	Геометрична інтерпретація та означення комплексних чисел. Алгебраїчна форма, комплексного числа: рівність, сума, різниця комплексних чисел. Властивості цих операцій. Тригонометрична форма комплексних чисел. Множення комплексних чисел, властивості множення. Ділення, піднесення до степеня, добування кореня натурального степеня з комплексних чисел. Властивості цих операцій. Спряжені числа, їх властивості. Множення та ділення комплексних чисел в алгебраїчній формі. Знаходження всіх коренів з допомогою одного кореня та всіх коренів з одиниці.		

Тема 11. Алгебраїчні рівняння нижчих степенів. Поняття многочлена, основна теорема алгебри

Програмні результати навчання РН2, РН7.	К-сть годин: лекції - 2 практ. - 2 с. р. - 6	Література: [1, 3, 4, 5, 7, 11, 14, 15, 16].	https://exam.nuwm.edu.ua/course/view.php?id=577
Опис теми	Квадратні рівняння, пряма та обернена теореми Вієта. Корені квадратного рівняння з дійсними коефіцієнтами. Розв'язування рівнянь третього та четвертого степенів. Многочлен, степінь многочлена. Основна теорема алгебри. Теорема про ділення многочлена на многочлен з остачею.		

Тема 12. Многочлени над числовим полем

Програмні результати навчання РН2, РН7.	К-сть годин: лекції - 2 практ. - 2 с. р. - 6	Література: [1, 3, 4, 5, 7, 11, 14, 15, 16].	https://exam.nuwm.edu.ua/course/view.php?id=577
Опис теми	Числові поля. Найвужче числове поле. Многочлени та дії з ними над числовим полем. Остача при діленні многочлена на (x-c). Схема Горнера. Розклад многочлена по степенях (x-c). Теорема Безу. Кратний та простий корені. Похідна з многочлена, властивість про кратність кореня похідної многочлена. Властивості подільності многочленів.		
Тема 13. НСД та НСК двох многочленів. Алгоритм Евкліда			
Програмні результати навчання РН2, РН7.	К-сть годин: лекції - 2 практ. - 2 с. р. - 6	Література: [1, 3, 4, 5, 7, 11, 14, 15, 16].	https://exam.nuwm.edu.ua/course/view.php?id=577
Опис теми	НСД двох многочленів, алгоритм Евкліда. Вираження НСД через многочлени. Незвідний многочлен над полем Ω. Розклад на незвідні множники над Ω. Кратність коренів незвідного многочлена над полем. Відділення кратних коренів.		
Тема 14. Незвідні многочлени та найпростіші раціональні функції над C, R, Q			
Програмні результати навчання РН2, РН7.	К-сть годин: лекції - 2 практ. - 2 с. р. - 6	Література: [1, 3, 4, 5, 7, 11, 14, 15, 16].	https://exam.nuwm.edu.ua/course/view.php?id=577
Опис теми	Незвідні многочлени над C. Узагальнена теорема Вієта. Найпростіші дроби над C. Властивість комплексно спряжених коренів многочлена з дійсними коефіцієнтами. Незвідні многочлени над R. Розклад многочлена на множники в множині дійсних чисел. Найпростіші дроби над R. Незвідні многочлени над Q. Раціональні корені многочлена з цілими коефіцієнтами. Границі коренів многочлена. Послідовність многочленів Штурма. Властивості послідовності многочленів Штурма. Знаходження кількості коренів многочлена на відрізьку з допомогою послідовності Штурма. Знаходження кореня многочлена з наперед заданою точністю.		
Тема 15. Раціональні функції над числовим полем			
Програмні результати навчання РН2, РН7.	К-сть годин: лекції - 2 практ. - 2 с. р. - 6	Література: [1, 3, 4, 5, 7, 11, 14, 15, 16].	https://exam.nuwm.edu.ua/course/view.php?id=577
Опис теми	Раціональна функція над полем Ω. Правильні та неправильні раціональні дроби. Виділення цілої частини раціональної функції. Найпростіші раціональні дроби над Ω. Теорема та алгоритм розкладу раціонального дробу на суму многочлена та найпростіших дробів над Ω.		
Тема 16. Лінійні простори			
Програмні результати навчання РН2, РН7.	К-сть годин: лекції - 2 практ. - 2 с. р. - 6	Література: [1, 3, 4, 5, 7, 11, 14, 15, 16, 18,19].	https://exam.nuwm.edu.ua/course/view.php?id=577

Опис теми	Означення лінійного простору, приклади та найпростіші властивості. Лінійно залежні системи векторів. Базис лінійного простору. Скінченновимірні лінійні простори. Координати вектора відносно заданого базису.		
Тема 17. Підпростори лінійного простору та операції над ними			
Програмні результати навчання РН2, РН7.	К-сть годин: лекції - 2 практ. – 2 с. р. - 6	Література: [1, 3, 4, 5, 7, 11, 14, 15, 16, 18, 19].	https://exam.nuwm.edu.ua/course/view.php?id=577
Опис теми	Лінійні підпростори та їх властивості. Приклади лінійних підпросторів. Операції над підпросторами : сума, перетин та пряма сума підпросторів.		
Тема 18. Евклідовий та унітарний простори			
Програмні результати навчання РН2, РН7.	К-сть годин: лекції - 2 практ. - 2 с. р. - 6	Література: [1, 3, 4, 5, 7, 11, 14, 15, 16].	https://exam.nuwm.edu.ua/course/view.php?id=577
Опис теми	Евклідовий простір, приклади. Нерівність Коші-Буняковського. Норма (довжина) вектора, її властивості. Косинус кута між векторами, проекція вектора на вектор, ортогональність векторів. Метод ортогоналізації Гільберта-Шмідта. Визначник Грама системи векторів. Теорема про визначник Грама. Перпендикуляр та проекція вектора на підпростір. Лінійні властивості перпендикуляра та проекції вектора на підпростір. Відстань вектора до підпростору, теорема про неї. Об'єм системи векторів. Унітарний простір. Нерівність Коші-Буняковського. Формули для вираження і скалярного добутку та для довжини вектора в унітарному просторі.		
Тема 19. Лінійні оператори			
Програмні результати навчання РН2, РН7.	К-сть годин: лекції - 2 практ. - 2 с. р. - 6	Література: [1, 3, 4, 5, 7, 11, 14, 15, 16, 19].	https://exam.nuwm.edu.ua/course/view.php?id=577
Опис теми	Лінійний оператор. Матриця оператора в заданих базисах. Операції з операторами. Тотожний оператор. Обернений та невироджений оператор. Перехід від одного базису до іншого. Зміна матриці оператора. Матриця переходу від одного ОНБ до іншого ОНБ в евклідовому (унітарному) просторі. Властивості ортогональних матриць.		
Тема 20. Власні числа та власні вектори лінійного оператора. Жорданова нормальна форма матриці			
Програмні результати навчання РН2, РН7.	К-сть годин: лекції - 2 практ. - 2 с. р. - 6	Література: [1, 3, 4, 5, 7, 11, 14, 15, 16, 19].	https://exam.nuwm.edu.ua/course/view.php?id=577

Опис теми	Власні числа та власні вектори оператора. Властивості власних векторів з одним власним числом та з різними власними числами. Алгоритм знаходження власних чисел та власних векторів оператора (матриці). Інваріантність характеристичного многочлена оператора при переході до нового базису. Спряжений оператор, його матриця в евклідовому (унітарному) просторі в ОНБ. Властивості спряжених операторів. Самоспряжений оператор. Властивість власних векторів самоспряженого оператора з різними власними числами в евклідовому просторі. Власні числа та власні вектори дійсної симетричної матриці. Операторний та матричний многочлен. Анулюючий многочлен. Теорема Гамільтона-Келі. Мінімальний анулюючий многочлен матриці (оператора). Існування та властивості. Пряма сума підпросторів.. Образ, ранг, ядро та дефект оператора. Формула для кількості жорданових кліток даного розміру для даного власного числа. Нормований простір. Неперервність та обмеженість оператора. Норма оператора. Матричні норми оператора.		
Тема 21. Білінійні та квадратичні форми			
Програмні результати навчання	К-сть годин: лекції - 2 практ. - 2 с. р. - 6	Література: [1, 3, 4, 5, 7, 11, 14, 15, 16, 19].	https://exam.nuwm.edu.ua/course/view.php?id=577
РН2, РН7.			
Опис теми	Лінійні та білінійні форми. Матриця білінійної форми в деякому базисі. Зміна матриці білінійної форми при переході до нового базису. Квадратична форма, її матриця. Перехід до нового базису. Канонічний та нормальний вигляди квадратичної форми. Метод власних векторів зведення квадратичної форми до канонічного вигляду. Метод Лагранжа. Формула Біне-Коші. Метод Якобі зведення квадратичної форми до канонічного вигляду. Закон інерції квадратичних форм. Додатна та від'ємна визначеність квадратичної форми. Критерій Сильвестра. Гіперповерхні II порядку. Зведення рівняння гіперповерхні II порядку до канонічного вигляду. Поверхні II порядку.		
Тема 22. Тензори			
Програмні результати навчання	К-сть годин: лекції - 2 практ. - 2 с. р. - 6	Література: [1, 3, 4, 5, 7, 11, 14, 15, 16].	https://exam.nuwm.edu.ua/course/view.php?id=577
РН2, РН7.			
Опис теми	Вектори та ковектори, їх приклади. Загальне означення тензора. Скалярний добуток та метричний тензор. Лінійні операції над тензорами. Тензорний добуток та згортка. Піднімання та опускання індексів. Застосування тензорів.		
Тема 23. Афінний простір. Евклідовий точковий простір. Проективний простір			
Програмні результати навчання	К-сть годин: лекції - 2 практ. - 2 с. р. - 6	Література: [1, 3, 4, 5, 7, 11, 14, 15, 16, 19].	https://exam.nuwm.edu.ua/course/view.php?id=577
РН2, РН7.			

Опис теми	Поняття афінного простору. Приклади. Координати точки. Найпростіші геометричні образи в афінній системі координат. Група афінних перетворень. Афінні інваріанти. Поняття евклідового точкового простору. Приклади. Координати точки. Найпростіші геометричні образи в прямокутній декартовій системі координат. Група переміщень. Поняття проєктивного простору. Приклади. Координати точки. Найпростіші геометричні образи в проєктивній системі координат. Група проєктивних перетворень та її підгрупи. Ерлангенська програма Фелікса Клейна.
-----------	---

Тема 24. Групи. Кільця. Поля

Програмні результати навчання	К-сть годин: лекції - 2 практ. - 4 с. р. - 4	Література: [1, 3, 4, 5, 7, 11, 14, 15,16].	https://exam.nuwm.edu.ua/course/view.php?id=577
-------------------------------	--	---	---

Опис теми	Підгрупи, моноїди. Означення групи, приклади. Підгрупи. Циклічна підгрупа. Розклад групи за підгрупою. Нормальні дільники, фактор-групи. Гомоморфізми груп. Теореми про гомоморфізми. Скінченні групи. Циклічні групи. Теорема Лагранжа. Означення кільця. Основні види кілець. Числові та абстрактні кільця. Приклади. Дільники нуля і одиниці в кільці. Фактор-кільця. Гомоморфізми кілець. Характеристика кільця з одиницею. Означення поля. Числові та абстрактні поля. Типи полів. Приклади. Характеристика поля. Ізоморфізм полів.
-----------	---

ТЕМАТИКА ПРАКТИЧНИХ ЗАНЯТЬ:

Практичне заняття 1. (2 год.)
Комплексні числа.
Практичне заняття 2. (2 год.)
Алгебраїчні рівняння нижчих степенів.
Поняття многочлена, основна теорема алгебри.
Практичне заняття 3. (2 год.)
Многочлени над числовим полем.
Практичне заняття 4. (2 год.)
НСД та НСК двох многочленів.
Алгоритм Евкліда.
Практичне заняття 5. (2 год.)
Незвідні многочлени та найпростіші раціональні функції над $\mathbb{C}$, $\mathbb{R}$, $\mathbb{Q}$.
Практичне заняття 6. (2 год.)
Раціональні функції над числовим полем.
Практичне заняття 7. (2 год.)
Лінійні простори.

Практичне заняття 8. (2 год.)

Підпростори лінійного простору та операції над ними.
Практичне заняття 9. (2 год.)
Евклідовий та унітарний простори.
Практичне заняття 10. (2 год.)
Лінійні оператори.
Практичне заняття 11. (2 год.)
Власні числа та власні вектори лінійного оператора.
Жорданова нормальна форма матриці.
Практичне заняття 12. (2 год.)
Білінійні та квадратичні форми.
Практичне заняття 13. (2 год.)
Тензори.
Практичне заняття 14. (2 год.)
Афінний простір. Евклідовий точковий простір. Проективний простір.
Практичне заняття 15. (2 год.)
Групи..
Практичне заняття 16. (2 год.)
Кільця. Поля.

САМОСТІЙНА РОБОТА ОХОПЛЮЄ ВСІ ЦІ ТЕМИ, НА ВИВЧЕННЯ КОЖНОЇ З ЯКИХ ВІДВОДИТЬСЯ 6 ГОДИН (ЗА ВИКЛЮЧЕННЯМ ОСТАННЬОЇ, НА САМОСТІЙНЕ ВИВЧЕННЯ ЯКОЇ ВІДВОДИТЬСЯ ЧОТИРИ ГОДИНИ).

Форми та методи навчання

Форми та методи навчання: лекції, презентації, практичні заняття, домашні та індивідуальні завдання, консультації, проблемні лекції, робота в групах.

**Порядок оцінювання програмних результатів
навчання/результатів навчання**

Для досягнення цілей та завдань курсу студентам потрібно вчасно виконати домашні завдання та завдання для самостійної роботи за варіантами, вчасно здати модульні контролі знань.

Форми оцінювання студентів:

- оцінювання роботи під час практичних занять;
- оцінювання самостійних робіт за варіантами та під час складання колоквиуму;
- оцінювання модульних та підсумкового контролів в системі Moodle.

Положення про семестровий поточний та підсумковий контроль навчальних досягнень здобувачів вищої освіти <http://surl.li/ktjsz>.

Усі форми контролю включено до 100-бальної шкали оцінювання:

Вид заняття	Бали
1. Поточна складова оцінювання	
1.1. Робота під час практичних занять (1 бал)	12
1.2. Виконання самостійних робіт за варіантами (16 робіт по 3 балів)	48
Всього поточна складова оцінювання	60
2. Підсумкова складова оцінювання	
2.1. Модульний контроль №1	20
2.2. Модульний контроль №2	20
Всього підсумкова складова оцінювання	40
Разом	100

Модульні контролі (МК1, МК2) проводяться шляхом тестування в системі Moodle. Час виконання білету становить 40 хв. Білет тестового завдання має завдання трьох рівнів складності, які оцінюються наступним чином:

Рівень складності	Кількість завдань в білеті	Оцінка завдань (бали)	
		за одне	загальна
1	10	1,2	12
2	3	1,4	4,2
3	2	1,9	3,8
	15		20

Підсумувий контроль проводиться шляхом тестування в системі Moodle. Час виконання білету становить 80 хв. Білет тестового завдання має завдання трьох рівнів складності, які оцінюються наступним чином:

Рівень складності	Кількість завдань в білеті	Оцінка завдань (бали)	
		за одне	загальна
1	22	1	22
2	7	2	14
3	1	4	4
	30		40

Рекомендована література (основна, допоміжна)

Основна:

1. Тадеєв П. О., Дейнека О. Ю., Кушнір В. П. Методичні вказівки для виконання практичних робіт з навчальної дисципліни «Алгебра та геометрія» для здобувачів вищої освіти першого (бакалаврського) рівня за освітньо-професійною програмою «Комп'ютерні науки» спеціальності 122 «Комп'ютерні науки» галузі знань 12 «Інформаційні технології», за освітньо-професійною програмою «Прикладна математика» спеціальності 113 «Прикладна математика» галузі знань 11 «Математика та статистика», за освітньо-професійною програмою «Інтернет речей» спеціальності 121 «Інженерія програмного забезпечення» галузі знань 12 «Інформаційні технології». 04-02-51М. Рівне: НУВГП, 2022. 52 с. <http://ep3.nuwm.edu.ua/23448/>.

2. Кушнір В. П., Тадеєв П. О., Дейнека, О. Ю. Методичні вказівки та завдання до виконання самостійної роботи з навчальної дисципліни «Вища математика» з розділів «Лінійна алгебра та аналітична геометрія», «Вступ до математичного аналізу», «Диференціальне числення функції однієї змінної» для здобувачів вищої освіти бакалаврського рівня за освітніми програмами спеціальностей 123

- «Комп'ютерна інженерія» та 125 «Кібербезпека» денної та заочної форми навчання. [Методичне забезпечення] 04-02-71М . Рівне: НУВГП, 2025. 32 с. <https://ep3.nuwm.edu.ua/33074/>.
3. Білонога Д. М., Каленюк П. І. Алгебра та геометрія. Львів: Видавництво Львівської політехніки, 2016. 380 с.
4. Булдигін В. В., Алексеева І. В., Гайдей В. О., Диховичний О. О., Коновалова Н. Р., Федорова Л. Б. Лінійна алгебра та аналітична геометрія. К.: ТВіМС, 2011. 224 с.
5. Діскант В. І., Береза Л. Р., Грижук О. П., Захаренко Л. М. Збірник задач з лінійної алгебри та аналітичної геометрії. К.: Вища школа, 2001. 303 с.
6. Кузьма О. В., Суліма О. В, Рудик Т. О., Н. П. Селезньова Н. П., Назаренко Н. М. Вища математика. Аналітична геометрія та лінійна алгебра. Елементи векторної алгебри. Конспект лекцій [Електронний ресурс] : навч. посіб. для студ. спеціальності 151 «Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології» . КПП ім. Ігоря Сікорського. Електронні текстові дані (1 файл: 1,52 Мбайт). Київ : КПП ім. Ігоря Сікорського, 2021. 128 с.. <https://ela.kpi.ua/handle/123456789/42310> .
7. Рудавський Ю. К, Костробій П. П., Луник Х. П, Уханська Д. В. Лінійна алгебра та аналітична геометрія. Л.: Бескид Біт, 2002. 261 с.
8. Рудавський Ю. К, Костробій П. П., Уханська Д. В., Батюк Ю. Р., Бойцун С. А., Гук В. М., Білонога Д. М., Слюсарчук О. З. Збірник задач з лінійної алгебра та аналітичної геометрії. Л.: Бескид Біт, 2002. 256 с.
9. Сердюк І.В., Ахієзер О. Б., Дунаєвська О. І., Нікульченко А. О. , Стрельнікова А. Ю. Практикум з курсу "Алгебра і геометрія". Визначники та матриці. Системи лінійних алгебраїчних рівнянь : навч.-метод. посібник . Нац. техн. ун-т "Харків. політехн. ін-т". Харків : НТМТ, 2022. 112 с. <https://repository.kpi.kharkov.ua/handle/KhPI-Press/64558> .
10. Сердюк І.В., Ахієзер О. Б., Дунаєвська О. І., Нікульченко А. О. , Стрельнікова А. Ю. Практикум з курсу "Алгебра і геометрія". Векторна алгебра : навч.-метод. Посібник. Нац. техн. ун-т "Харків. політехн. ін-т". Харків: НТМТ, 2022. 88с. <https://repository.kpi.kharkov.ua/handle/KhPI-Press/64560>.
11. Сердюк І.В., Ахієзер О. Б., Дунаєвська О. І., Нікульченко А. О. , Стрельнікова А. Ю. Практикум з курсу "Алгебра і геометрія". Аналітична геометрія : навч.-метод. посібник. Нац. техн. ун-т "Харків. політехн. ін-т". Харків : НТМТ, 2022. 160 с. <https://repository.kpi.kharkov.ua/handle/KhPI-Press/64561>.
12. Кузьма О. В., Суліма О. В, Рудик Т. О., Н. П. Селезньова Н. П., Назаренко Н. М. Вища математика. Аналітична геометрія та лінійна алгебра. Елементи векторної алгебри. Конспект лекцій [Електронний ресурс] : навч. посіб. для студ. спеціальності 151 «Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології» . КПП ім. Ігоря Сікорського. Електронні текстові дані (1 файл: 1,52 Мбайт). Київ : КПП ім. Ігоря Сікорського, 2021. 128 с.. <https://ela.kpi.ua/handle/123456789/42310>.

Допоміжна:

13. Завало С. Т. Курс алгебри. К.: Вища школа, 1988. 502 с.
14. Калужнін Л. А., Вишенський В. А., Шуб Ц. О. Лінійні простори. К.: Вища школа, 1971. 343 с.
15. Кованцов М. І. Проективна геометрія. К.: Вища школа, 1985. 368 с.
16. Посібник для розв'язування задач з вищої математики : навч. посіб. Ч. 1 : Лінійна алгебра. Векторна алгебра. Аналітична геометрія / Бутенко О. Г. Нерух, Н. М. Ружицька, Н. П. Стогній; М-во освіти і науки України, Харків. нац. ун-т радіоелектроніки. Харків : ХНУРЕ, 2018. 172 с.
17. Безущак О. О., Ганюшкін О. Г., Кочубинська Є. А. Навчальник посібник з лінійної алгебри для студентів механіко-математичного факультету . К. : ВПЦ «Київський університет» 2019. 224 с. <https://www.mechmat.univ.kiev.ua/wp-content/uploads/2019/11/linear-algebra.pdf> .
18. W.K. Nicholson. Linear Algebra with Applications. Calgary. 2018. 698 p.
19. 5. Stephen Boyd, Lieven Vandenberghe. Introduction to Applied Linear Algebra, Cambridge University Press, 2018, 473 p.

1. Вища математика. Аналітична геометрія та лінійна алгебра. Елементи векторної алгебри. Конспект лекцій. [Електронний ресурс]: навч. посіб. для студ. спеціальності 151 «Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології» / О.В. Кузьма, О.В. Суліма, Т.О. Рудик та інш. КПП ім. Ігоря Сікорського, 2021. 127 с. URL: <https://ela.kpi.ua/handle/123456789/42310>.
2. Іващук, Я. Г., Цецик, Я. П., Самолук, І. В. Вища математика. Практикум. Рівне. НУВГП. 2025. ISBN 978-966-327-670-0 URL: <https://ep3.nuwm.edu.ua/35426/>.
3. Вища математика. Елементи лінійної алгебри та аналітичної геометрії. Навчальний посібник [Електронний ресурс] : навчальний посібник для здобувачів ступеня бакалавра / КПП ім. Ігоря Сікорського ; уклад. Т. О. Єрьоміна, О. А. Поварова. – Електронні текстові дані (1 файл: 3,25 Мбайт). – Київ: КПП ім. Ігоря Сікорського, 2021. – 115 с. – Назва з екрана. <https://ela.kpi.ua/handle/123456789/41267>.

ПОЛІТИКИ ВИКЛАДАННЯ ТА НАВЧАННЯ

Перелік соціальних, «м'яких» навичок (soft skills)

Володіння загальними прийоми розумової діяльності: аналіз, синтез, індукція, дедукція, порівняння, абстрагування, узагальнення; гнучкість та критичність мислення; здатність логічно обґрунтовувати свою позицію; здатність до навчання та інші.

Дедлайни та перескладання

Ліквідація академічної заборгованості та реалізація повторного вивчення дисципліни здійснюються згідно з «[Порядком ліквідації академічних заборгованостей у НУВГП](#)». Процедура перездачі модулів здійснюється згідно з: <https://nuwm.edu.ua/strukturi-pidrozdi/навч-наук-тсентр-незалежного-отсінювання-знан>
Оголошення стосовно дедлайнів здачі частин навчальної дисципліни публікуються на сторінці даної дисципліни на платформі MOODLE.

Правила академічної доброчесності

При виконанні розрахунково-практичних завдань, написанні індивідуальних робіт студенти повинні дотримуватися академічної доброчесності. Документи з академічної доброчесності викладені на сайті університету <http://nuwm.edu.ua/sp/akademichna-dobrochesnistj>. Студент зобов'язаний дотримуватися [Кодексу честі студентів НУВГП](#), який встановлює загальні моральні принципи та правила етичної поведінки осіб, які навчаються в університеті, та якими вони мають керуватися у своїй діяльності. Письмові роботи перевіряються на наявність плагіату і допускаються до захисту із коректними текстовими запозиченнями встановленими [Положенням про виявлення та запобігання академічного плагіату в НУВГП](#). Принципи доброчесності у НУВГП та відповідність показникам забезпечення якості вищої освіти регламентовано Національним агентством із забезпечення якості вищої освіти та положеннями відділу якості освіти НУВГП. Сайт Національного агентства із забезпечення якості вищої освіти: <https://naqa.gov.ua/> . Відділ якості освіти НУВГП: <https://nuwm.edu.ua/strukturi-pidrozdi/vyo>

Вимоги до відвідування

Відвідування занять здобувачем вищої освіти є обов'язковим. За об'єктивних причин проведення занять, консультування може проводитися у змішаному форматі із застосуванням інтернет інструментів (GoogleMeet, Moodle). Здобувачі можуть на заняттях використовувати мобільні телефони та ноутбуки, але виключно в навчальних цілях з даної дисципліни.

Автор
Завідувач кафедри вищої математики

Петро ТАДЕЄВ

Затверджено

Проректор з науково-педагогічної та
навчальної роботи

Валерій СОРОКА



документ підписаний КЕП
Номер документа СИЛ №264
Підписувач Сорока Валерій Степанович
Підписувач (дані КЕП):
Сертифікат 3FAA9288358EC003040000009B6C3700C8C2C100