



Стрілець О. Р., к.т.н., доцент (Національний університет водного господарства та природокористування, м. Рівне)

РОЗРОБКА АЛГОРИТМУ ОТРИМАННЯ МАТЕМАТИЧНОЇ МОДЕЛІ ДИНАМІЧНИХ ПРОЦЕСІВ В ДИФЕРЕНЦІАЛЬНІЙ ПЕРЕДАЧІ ПРИСТРОЮ КЕРУВАННЯ ШВИДКІСТЮ

Проведено огляд наукової літератури з метою аналізу методів отримання та розв'язання диференціальних рівнянь, що описують динамічні процеси в приводах машин та способів їх експериментального підтвердження. Показано, що усі попередні дослідники погоджуються, що дослідження процесів, які відбуваються у складних механічних системах з електричним чи гідравлічним приводом є досить складним завданням через високий порядок отримуваних диференціальних рівнянь внаслідок великої кількості змінних факторів впливу. Наведено алгоритм отримання математичної моделі динамічних процесів, що виникають при роботі диференціальної передачі нового пристрою для керування змінами швидкості з замкнутою гідросистемою.

Ключові слова: привод; математична модель; диференціальне рівняння; диференціальна передача; замкнута гідросистема.

Постановка проблеми. Беручи до уваги недоліки пристроїв для керування змінами швидкості і можливості зубчастих диференціальних передач, у попередніх роботах, наприклад [1], розроблені нові пристрої для керування змінами швидкості у механічних приводах машин за допомогою зубчастих диференціальних передач з використанням зупинників обертального руху у вигляді замкнутих гідросистем, розроблених на рівні патентів, наприклад [2], і які мають багато позитивних переваг порівняно з фрикційними стрічковими і дисковими муфтами та гальмами.

Для проведення силових досліджень, проектування та експлуатації таких пристроїв необхідні знання про динамічні процеси, які виникають у них. Дослідження динамічних процесів у пристроях зміни швидкості із зубчастими диференціалами, де керування швидкістю здійснюється за допомогою замкнутої гідросистеми через є актуальною задачею. Для розв'язання цієї

задачі необхідно мати математичну модель динамічних процесів у приводах із зубчастими диференціальними передачами з метою вибору необхідної замкнутої гідросистеми. Пошук таких методів є основною задачею цієї роботи.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. На основі аналізу періодичних наукових джерел можна зробити висновок, що питанням динамічних процесів у таких передачах приділено недостатньо уваги. Питання динаміки таких пристроїв для керування змінами швидкості чекають свого розв'язку. З кінця 50-х років двадцятого століття почалось систематичне вивчення динаміки механізмів і машин та розроблення методів зменшення впливу динамічних навантажень подібних пристроїв.

Так, у статті [3] розроблено математичні моделі асинхронного привода, на основі яких створено імітаційні моделі, що дозволяють досліджувати динамічні режими роботи системи засобами імітаційного моделювання, враховуючи особливості роботи механіки привода. Запропоновано підходи для синтезу систем частотно-регульованого привода з різними варіантами живлення асинхронних двигунів та проведено дослідження їх динамічних властивостей у порівнянні з системою привода постійного струму. Автори зазначають, що дослідження процесів, які відбуваються в такій системі, є надзвичайно складним завданням внаслідок її високого порядку та великої кількості параметрів, які впливають на них. Тому для розв'язання поставлених задач пропонується використання чисельних методів, за допомогою яких можна розв'язати розроблену математичну модель системи та отримати реакції відповідних величин на різні збурення. Такі методи можна реалізувати, використовуючи прикладні пакети математичних програм, зокрема MATLAB. Цей пакет містить засіб імітаційного моделювання динамічних систем Simulink, який дозволяє досліджувати складні системи автоматичного керування. Наведені дослідження стосуються привода похилого дифузійного апарата, однак описані методи можуть бути застосовані і до інших механічних систем, зокрема диференціальних зубчастих механізмів.

В [4] проведено аналіз пристрою для дослідження роботи привода механізму підйому вантажу. Дослідження направлене на створення стенда для експериментального підтвердження переваг гідростатичного привода порівняно з електромеханічним, зокрема в частині суттєвого зменшення динамічних навантажень. Тривалі експериментальні дослідження, проведення яких дозволяє



розроблений стенд, дають змогу всебічно вивчити роботу привода, в процесі зняти його основні характеристики, перевірити роботоздатність окремих вузлів і, відповідно до задуму авторів, створять передумови для майбутнього теоретичного розрахунку. Отримані результати спостереження за роботою привода стануть базою для розробки математичних моделей, що можуть бути використанні в програмуванні пристроїв керування. Підхід з виконанням натурального експерименту з прототипом, що передусє створенню теоретичних математичних моделей, може мати місце і в дослідженні нового привода у вигляді зубчастого диференціала з гідравлічним зупинником, адже дозволяє виділити основні фактори, що впливають на динамічні процеси, і тим самим допомагає спростити модель і підвищити її точність. Однак залишається актуальною проблема високої вартості таких досліджень.

В [5] зазначається, що розвиток адитивних технологій вже сьогодні дає змогу створювати деталі і навіть збірні конструкції досить складної форми з високою точністю, а перелік матеріалів придатних до застосування постійно збільшується. Адитивні технології значно скорочують витрати часу та коштів на виготовлення прототипів. Традиційні методи виробництва часто потребують складних процесів обробки матеріалів, що займає багато часу та ресурсів. 3D-друк дозволяє створювати деталі безпосередньо з цифрової моделі, що значно прискорює процес і зменшує витрати. Вони дозволяють дослідникам швидко виготовляти і тестувати різні варіанти конструкцій, що сприяє швидкому розвитку нових технологій. Хоча в машинобудуванні, зокрема в створенні деталей приводів, механічні властивості доступних на сьогодні матеріалів адитивного виробництва поки не достатні для використання технології в масовому виробництві роботоздатних зразків, однак широка доступність деяких принтерів відкриває можливості для швидкого прототипування при створенні і дослідженні нової техніки.

Метою роботи є створення алгоритму розробки математичної моделі динамічних процесів, що виникають в новому приводі з пристроєм керування швидкістю у вигляді диференціальної передачі з замкнутою гідросистемою.

Виклад основного матеріалу. В загальному, аналіз літературних джерел показав, що усі попередні дослідники сходяться в тому, що дослідження процесів, що відбуваються в складних механічних системах з електричним чи гідравлічним приводом є досить складним завданням. Основною причиною цього

є труднощі в складанні, і подальшому розв'язанні рівнянь, що досконало описували б згадані процеси, через велике число змінних факторів впливу, що необхідно враховувати. Кожна з таких змінних підвищує порядок диференціального рівняння, а відповідно і ускладнює можливість отримання розв'язків для прикладного застосування. Також складність математичної моделі впливає на швидкість відгуку автоматизованих обчислень, навіть враховуючи сучасні можливості комп'ютерних процесорів. А це, в свою чергу, накладає обмеження на здатність цієї моделі до використання при автоматизації керування приводом.

Тому загальною практикою при формулюванні математичної моделі є її максимальне спрощення. Останнє досягається за рахунок формулювання припущень та зосередженні на врахуванні тільки найбільш вагомих факторів, що впливають на процеси, які покликана описувати модель. При цьому рештою факторів нехтується, як незначимими в даному конкретному випадку. Прийняті припущення та нехтування звісно ж впливатимуть на кінцеву точність, тому якість математичної моделі, а отже, її наукову цінність, якраз і визначають за величиною розбіжностей її передбачень з реальними практичними результатами.

Досягнення сучасних засобів САПР дозволяють реалізовувати розроблені математичні моделі та перевіряти їх, принаймні на першому етапі, без необхідності виготовлення фізичної моделі привода, що значно спрощує як фінансову сторону таких досліджень, так і заощаджує час. Адже виготовлення натурального металевого прототипу диференціального редуктора (об'єкта цього дослідження) є досить затратним процесом.

Найчастіше в вищерозглянутих роботах посилаються на програмний пакет MATLAB, зокрема на його додатковий плагін Simulinks [6] (рис. 1).

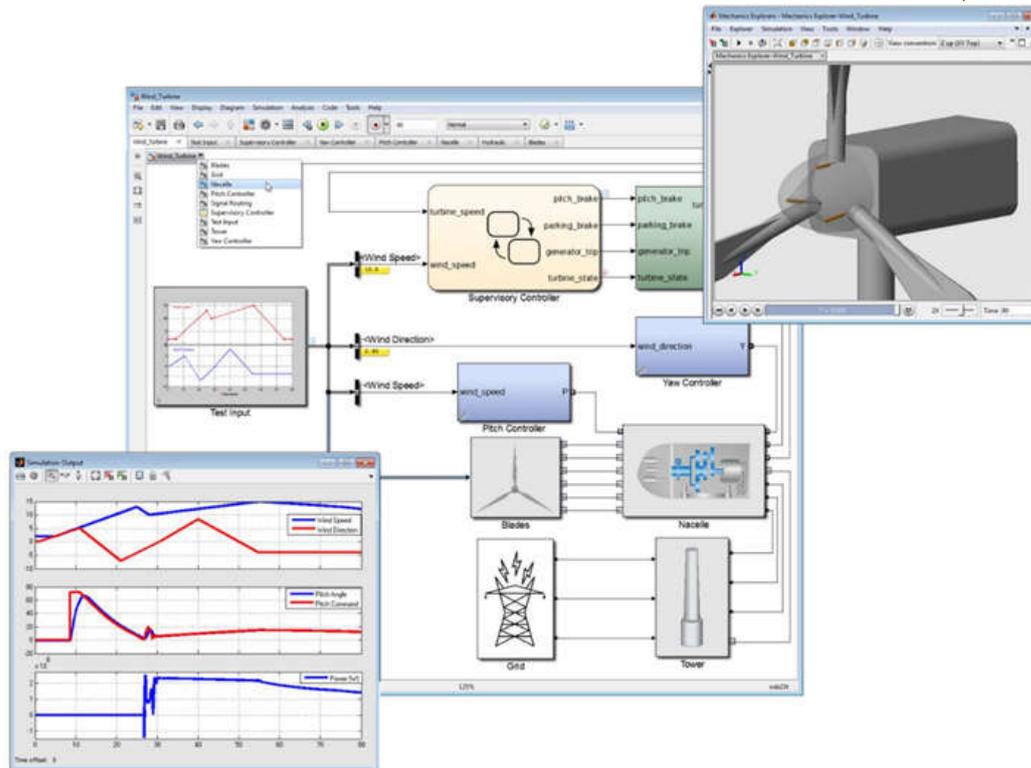


Рис. 1. Середовище розробки Simulink

Simulinks безпосередньо створений для реалізації складних математичних моделей динамічних систем, в тому числі механічних, електромеханічних і гідравлічних, та дослідження їх в реальному часі. Дає можливість будувати графічні блок-діаграми, імітувати динамічні системи, досліджувати працездатність систем і вдосконалювати проекти. Simulink повністю інтегрований з MATLAB, що забезпечує швидкий доступ до широкого спектра інструментів аналізу і проєктування.

Іншим віртуальним середовищем, що може стати в нагоді при інженерному дослідженні є ряд CAD/CAM/CAE інженерних систем, що містять в собі відповідні модулі інженерних розрахунків та симуляції CAE.

Так, наприклад, відомим є програмний пакет SOLIDWORKS, що першочергово використовується як система твердотільного моделювання, однак містить багато додатків для статичного розрахунку, підготовки побудованих моделей для виготовлення на верстатах з ЧПУ тощо. Також SOLIDWORKS містить багатофункціональне розширення SOLIDWORKS Simulation, що дозволяє проводити дослідження з твердотільною моделлю в реальному часі. SOLIDWORKS Simulation [7] – це простий у

використанні набір інструментів структурного аналізу, які використовують аналіз методом кінцевих елементів для прогнозування реальної фізичної поведінки продукту шляхом віртуального тестування моделей CAD (рис. 2). Пакет надає можливості лінійного, нелінійного статичного та динамічного аналізу.



Рис. 2. Візуалізація розрахунку в SOLIDWORKS Simulation

Будь-який результат аналітичних розрахунків повинен бути підтверджений експериментально, щоб говорити про його дієспроможність на практиці. Тому після реалізації математичної моделі тими чи іншими комп'ютерними засобами, необхідно створити фізичну модель для випробувань. Перша модель може бути виготовлена завдяки новітнім технологіям адитивного виробництва. Хоча вони не забезпечать отримання деталей з матеріалів, фізичні властивості яких будуть абсолютно відповідати таким властивостям кінцевого продукту, але досить точно, а головне швидко, дозволять провести попередні дослідження і виключити більшість помилок і неточностей першої конструкції пристрою, зафіксувати фактори, що найбільше впливають на роботу, а отже, є визначальними для покращення математичної моделі.

На рис. 3 показано ілюстративну модель нового пристрою керування швидкістю у вигляді диференціальної передачі, де зміна швидкості досягається за рахунок зупинника обертального руху, що являє собою замкнуту гідросистему, яка взаємодіє з епіциклом диференціальної передачі.



Рис. 3. Тривимірний модель нового пристрою керування швидкістю у вигляді диференціальної передачі із замкнутою гідросистемою

Розглянувши вищенаведені методи можемо сформуванати попередній план проведення досліджень нових пристроїв керування швидкістю у вигляді диференціальних передач, розділивши його на наступні етапи:

1. Формулювання припущень та виділення основних факторів, що впливають на перебіг процесів в диференціальних трансмісіях з гідравлічним керуванням.

2. Розробка математичної моделі динамічних процесів у нових пристроях керування швидкістю.

3. Розробка конструкції прототипу пристрою для керування швидкістю, який буде використаний для апробації попередньої математичної моделі, проведення віртуальних досліджень, виготовлення натурної моделі і проведення фізичного експерименту.

4. Перенесення конструкції в Simulink і реалізації математичної моделі.

5. Проведенні віртуальних експериментів в SOLIDWORKS Simulation.

6. Виготовлення фізичної моделі швидким прототипуванням через засоби адитивних технологій.

7. Внесення вдосконалень в конструкцію за результатами попередніх етапів та виготовлення прототипу для експериментів.

8. Порівняння результатів натурного експерименту і різних реалізацій математичної моделі.

Описана послідовність можливо буде змінена в подальшому, або деякі ланцюги етапів проведені в декілька ітерацій.

Висновки:

1. Аналіз літературних джерел показав, що усі попередні дослідники погоджуються, що дослідження процесів, які відбуваються у складних механічних системах з електричним чи гідравлічним приводом є досить складним завданням, через велике число факторів впливу, а відповідно і число змінних параметрів математичної моделі.

2. На основі розглянутих методів дослідження складних механічних систем сформовано попередній алгоритм проведення досліджень нових пристроїв керування швидкості у вигляді диференціальних передач, розділивши його на наступні етапи.

3. Описана послідовність може бути змінена в подальшому, а деякі ланцюги етапів можуть повторюватись в декілька ітерацій.

1. Malashenko V., Strilets O., Strilets V. Method and device for speed change by the epicyclic gear train with stepped-planet gear set. *Research Works of AFIT*. 2016. Iss. 38. P. 13–19. 2. Пристрій для керування змінами швидкості: пат. 108239 Україна, МПК F 16 H 1/28. u № 2016 00131/ Стрілець О. Р., Малащенко В. О., Стрілець В. М.; заявник і власник патенту Національний університет водного господарства та природокористування; заявл. 04.01.16; опубл. 11.07.16, Бюл. № 13. 3. Кухарчук В. В., Коваль А. М. Математичні моделі асинхронного привода похилого дифузійного апарата з частотним регулюванням. *Вісник Вінницького політехнічного інституту*. 2017. № 3. С. 77–83. 4. Стенд для дослідження регульованого об'ємного привода механізму підйому / О. В. Григоров, В. В. Стрижак, Д. М. Зюбанова, М. Г. Стрижак, М. В. Цебренько, О. В. Стёпочкина. *Автомобильный транспорт*. 2014. № 35. С. 67–71. 5. Муравйов О. В., Нижник Ю. М., Петрик В. Ф. Сучасний стан та перспективи розвитку адитивних технологій. *Вчені записки ТНУ ім. В.І. Вернадського. Сер. Технічні науки*. 2021. Т. 32, № 5. С. 114–119. 6. MathWorks: Simulinks. URL: <https://www.mathworks.com/products/simulink.html>. (дата звернення: 30.01.2025). 7. Solidworks Simulation. URL: <https://www.solidworks.com/product/solidworks-simulation> (дата звернення: 30.01.2025).

REFERENCES:

1. Malashenko V., Strilets O., Strilets V. Method and device for speed change by the epicyclic gear train with stepped-planet gear set. *Research Works of AFIT*. 2016. Iss. 38. P. 13–19. 2. Prystrii dlia keruvannia zminamy shvydkosti: pat. 108239 Ukraina, MPK F 16 N 1/28. u № 2016 00131/ Strilets O. R., Malashchenko V. O., Strilets V. M.; zaiavnyk i vlasnyk patentu Natsionalnyi universytet vodnoho hospodarstva ta pryrodokorystuvannia; zaiavl. 04.01.16;



opubl. 11.07.16, Biul. № 13. **3.** Kukharchuk V. V., Koval A. M. Matematychni modeli asynkronnoho pryvodu pokhyloho dyfuziinoho aparata z chastotnym rehuliuvanniam. *Visnyk Vinnytskoho politekhnichnoho instytutu*. 2017. № 3. S. 77–83. **4.** Stend dlia doslidzhennia rehulovanoho obiemnoho pryvodu mekhanizmu pidiomu / O. V. Hryhorov, V. V. Stryzhak, D. M. Ziubanova, M. H. Stryzhak, M. V. Tsebrenko, O. V. Stëpochkyna. *Avtomobylnyi transport*. 2014. № 35. S. 67–71. **5.** Muraviov O. V., Nyzhnyk Yu. M., Petryk V.F. Suchasnyi stan ta perspektyvy rozvytku adytyvnykh tekhnolohii. *Vcheni zapysky TNU im. V.I. Vernadskoho. Ser. Tekhnichni nauky*. 2021. T. 32, № 5. S. 114–119. **6.** MathWorks: Simulinks. URL: <https://www.mathworks.com/products/simulink.html>. (data zvernennia: 30.01.2025). **7.** Solidworks Simulation. URL: <https://www.solidworks.com/product/solidworks-simulation> (data zvernennia: 30.01.2025).

Strilets O. R., Candidate of Engineering, Associate Professor (National University of Water and Environmental Engineering, Rivne)

DEVELOPMENT OF THE ALGORITHM FOR OBTAINING A MATHEMATICAL MODEL OF DYNAMIC PROCESSES IN THE DIFFERENTIAL TRANSMISSION OF THE SPEED CONTROL DEVICE

An overview of scientific literature has been conducted to analyze methods for obtaining and solving differential equations that describe dynamic processes in machine drives and ways to experimentally confirm them. It has been shown that all previous researchers agree that researching processes occurring in complex mechanical systems with electric or hydraulic drives is a rather challenging task due to the high order of obtained differential equations resulting from the large number of influencing variable factors. An algorithm for obtaining a mathematical model of dynamic processes arising during the operation of the differential transmission of a new device for speed control with a closed hydraulic system has been presented.

Keywords: drive; mathematical model; differential equation; differential transmission; closed-loop hydraulic system.