

Національний університет водного господарства та природокористування
Міністерство освіти і науки України

Кваліфікаційна наукова
праця на правах рукопису

БЕЗНЮК ЛЕОНІД ІВАНОВИЧ

УДК 624.014.2:624.078.46:624.042

ДИСЕРТАЦІЯ

**НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНИЙ СТАН БАГАТОПРОЛЬОТНИХ
НЕРОЗРІЗНИХ ПЕРФОРОВАНИХ БАЛОК БІЛЯ ПРОМІЖНИХ ОПОР
ТА ЇХ РОЗРАХУНОК**

19 – Архітектура та будівництво

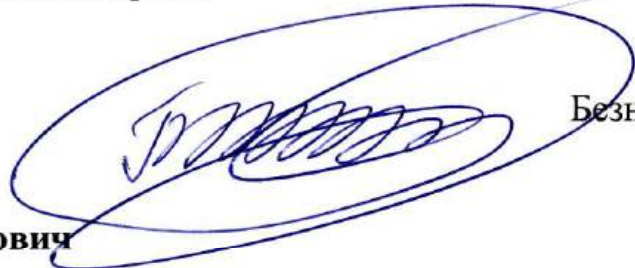
192 – Будівництво та цивільна інженерія

Подається на здобуття наукового ступеня доктора філософії. Дисертація містить результати власних досліджень. Використання ідей, результатів і текстів інших авторів мають посилання на відповідне джерело.

Науковий керівник:

Романюк Володимир Володимирович

кандидат технічних наук, доцент



Безнюк Л.І.

Рівне – 2026

АНОТАЦІЯ

Безнюк Л.І. Напружено-деформований стан багатопрольотних нерозрізних перфорованих балок біля проміжних опор та їх розрахунок. – Кваліфікаційна наукова праця на правах рукопису.

Дисертація на здобуття наукового ступеня доктора філософії за спеціальністю 192 – Будівництво та цивільна інженерія.

Національний університет водного господарства та природокористування, Рівне, 2026.

Вперше розроблено комплексну методологію визначення напружено-деформованого стану нерозрізних перфорованих балок у місцях їх обпирання на проміжні опори з використанням методу скінченних елементів у програмному комплексі «LIRA-FEM» для лінійного та нелінійного моделювання дійсної розрахункової схеми балок та їх фактичної роботи. Ця методика дозволяє визначити напруження та деформації у розрахункових точках характерних перерізів у будь-якому місці по довжині балок з урахуванням їх конструктивних особливостей.

Вперше виконано числовий експеримент, що дозволяє визначити особливості та закономірності зміни напружено-деформованого стану різних конструкцій нерозрізних перфорованих балок на ділянках розміщення проміжних опор, а також їх прогинів у прольоті залежно від конструктивних особливостей проміжних опорних частин балок та ступеня защемлення на опорі залежно від діаметра болтів і величини їх попереднього напруження у програмному комплексі «LIRA-FEM».

Удосконалено аналітичні залежності розрахунків вузлових болтових з'єднань, що дозволяє оцінити напружено-деформований стан та перерозподіл внутрішніх зусиль шляхом урахування фактичної жорсткості/податливості вузлів кріплення проміжних опорних частин нерозрізних перфорованих балок до нижче розташованих конструкцій.

Вперше розроблено комплексну методику визначення напружено деформованого стану та розрахунку проміжних опорних частин нерозрізних перфорованих балок, яка враховує експериментальні дані та аналітичні/числові підходи щодо особливостей роботи та деформування болтових з'єднань для їх кріплення до нижче розташованих конструкцій, реалізовану у табличному процесорі «Microsoft Excel», що скорочує трудомісткість проектування балок.

Набули подальшого розвитку прикладні положення проектування нерозрізних перфорованих балок та вузлів їх сполучення з іншими конструкціями на основі використання методу скінченних елементів для лінійної та нелінійної роботи конструкцій у програмному комплексі «LIRA-FEM» та методу початкових параметрів, які дозволяють у повній мірі оцінити несучу здатність конструкцій та закономірності зміни напружено-деформованого стану з урахуванням їх конструктивних особливостей.

У **вступі** обґрунтовано актуальність теми наукових та прикладних досліджень, наведено мету та завдання дисертаційної роботи, об'єкт, предмет та методи дослідження, наукову новизну отриманих результатів у роботі. Наведено особистий внесок здобувача та інформацію про апробацію матеріалів дисертаційної роботи. Зазначено кількість публікацій у фахових виданнях України, у наукових виданнях, що включено до міжнародних наукометричних баз даних «Web of Science» і «Scopus», а також, тез доповідей. Наведено зв'язок роботи з науковими програмами, практичне значення отриманих результатів, а також структуру та обсяг дисертації.

У **першому розділі** виконано аналіз сучасних класичних, теоретично-експериментальних та числових досліджень напружено-деформованого стану перфорованих балок з отворами різної конфігурації, нерозрізних балок та болтових з'єднань елементів сталевих конструкцій за дії різних видів навантаження, а також вивчено теоретичні основи розрахунку будівельних конструкцій та існуючі практичні рекомендації для інженерного застосування.

З'ясовано, що метод скінченних елементів (МСЕ) став своєрідним стандартом і є домінуючим у дослідженнях. Усі сучасні дослідження використовують його для моделювання складних геометричних форм і розв'язання завдань з урахуванням геометричної та матеріальної нелінійності. Класичні аналітичні та напівемпіричні моделі залишаються актуальними для швидкого проектування, використовуються здебільшого для розв'язання спрощених завдань, але їх точність потрібно перевіряти з використанням МСЕ.

Наголошено на тому, що у сучасній науково-технічній літературі недостатньо повно представлено числові та теоретично-експериментальні дослідження нерозрізних перфорованих балок, у тому числі і з використанням методів комп'ютерного моделювання у програмних комплексах на основі методу скінченних елементів МСЕ. Наразі практично відсутні комплексні дослідження напружено-деформованого стану вузлів сполучення нерозрізних перфорованих балок з нижче розташованими несучими конструкціями у місцях розміщення проміжних опор, а також відсутні дані про розвиток прогинів у прольотах балки з урахуванням ступеню жорсткості кріплення на проміжній опорі.

У **другому розділі** розроблено варіанти конструкцій проміжних опорних частин нерозрізних перфорованих балок, що відрізняються між собою наявністю або відсутністю опорних ребер жорсткості, розміщених по осі проміжної опори, а також наявністю або відсутністю заварених чи незаварених отворів зліва і справа від неї.

Вперше розроблено методику визначення напружено-деформованого стану та розрахунку нерозрізної перфорованої балки у місці її обпирання на проміжну опору з використанням методу скінченних елементів у програмному комплексі «LIRA-FEM» для лінійного та нелінійного моделювання дійсної розрахункової схеми балки та її фактичної роботи.

Зазначено, що розрахунок задач у лінійній інтерпретації, тобто задач, в яких залежності між внутрішніми напруженнями, що виникають у поперечних перерізах балки від дії певних зусиль, та деформаціями її розрахункових точок прийнято лінійними, далеко не завжди відповідає реальній роботі конкретної конструкції в

цілому або її окремих елементів. Нелінійний розрахунок дозволяє виконати моделювання фактичної роботи конструкції, у якій враховано дійсне обпирання балки на нижче розташовану несучу конструкцію з урахуванням конкретної конструктивної схеми, кріплення балки до цієї конструкції болтами, заздалегідь прикладене зусилля натягу болтів певної величини, обрана діаграма роботи сталі за дії статичного навантаження.

Детально розроблено методику нелінійного розрахунку системи «балка-нижче розташована несуча конструкція» та представлено етапи моделювання, починаючи зі створення нової задачі і закінчуючи розширеним аналізом отриманих результатів з використанням, залежно від конкретних умов і задач розрахунку, мозаїки або ізополів у розрахункових перерізах і точках конструкцій.

Виконано експериментальні випробування сталевих зразків з метою визначення механічних характеристик сталі, діаграму деформування якої у подальшому буде використано у нелінійному розрахунку методом скінченних елементів у програмному комплексі «LIRA-FEM».

У **третьому розділі** детально розроблено та обґрунтовано конструкції зразків для проведення числового експерименту, які відрізняються між собою типом опорної частини балки на проміжній опорі, висотою перерізу, діаметром болтів для кріплення балки до проміжної опори та величиною їх початкового натягу.

Наведено аналітичні формули для обчислення геометричних характеристик балок, формули для обчислення напружень в характерних точках перерізів відповідно до чинних норм проектування та запропоновано формули для визначення напружень в інших розрахункових точках перерізів, які у подальшому показали таку саму збіжність, що і традиційні формули норм.

Виконано детальний аналіз вперше отриманих результатів числового експерименту щодо визначення напружено-деформованого стану різних типів проміжних опорних частин балок з урахуванням усіх їх конструктивних особливостей та параметрів елементів кріплення та виявлено закономірності їх роботи та зміни напружень у розрахункових точках характерних перерізів за дії рівномірно-розподіленого навантаження.

Визначено максимальні розрахункові прогини по довжині нерозрізної перфорованої балки з урахуванням конструктивних особливостей проміжних опорних частин та виконано їх порівняльний аналіз для аналітичного методу та методу скінченних елементів за лінійною та нелінійною схемами роботи.

Виконано верифікацію розробленої з використанням методу скінченних елементів, методики визначення напружено-деформованого стану та розрахунку проміжних опорних частин нерозрізних перфорованих балок на основі порівняльного аналізу отриманих результатів числових досліджень з результатами існуючих натурних експериментальних досліджень перфорованих елементів, яка показала високий збіг зазначених результатів.

У **четвертому розділі** в результаті використання методу початкових параметрів вперше отримано залежність для обчислення коефіцієнта $k_{\text{под}}$, величина якого вказує відсоток зростання жорсткості шарнірної опори внаслідок виникнення напружень у монтажному болті. Запропоновані за цією методикою уточнені розрахунки дають можливість обчислити фактичні напруження у перерізах, максимальні значення яких є меншими за обчислені за традиційною аналітичною методикою. Урахування реальної жорсткості шарнірних болтових з'єднань на опорах дозволяє перерозподілити зусилля по довжині балки і виконати її проектування більш раціонально. В цілому методика, що пропонується, дозволяє визначити фактичну жорсткість будь-якого болтового шарнірного з'єднання з урахуванням його дійсної роботи на основі даних статичного розрахунку. Окрім того, вона дозволяє регулювати жорсткість болтового з'єднання, змінюючи діаметр болтів, їх розміщення або змінюючи розрахункову довжину болтів шляхом використання додаткових прокладок. Урахування додаткової жорсткості вузлів і, як наслідок, конструкції в цілому, дозволяє дещо розвантажити елементи і обчислити додатковий ресурс несучої здатності нерозрізних перфорованих балок.

Розроблено комплексну методику та програму розрахунку опорних частин багатопрольотних нерозрізних перфорованих балок, реалізовану у табличному процесорі «Microsoft Excel», у якій удосконалено урахування фактичної жорсткості болтового з'єднання і яка дозволяє виконувати розрахунок та конструювання

конструкцій, у яких змінними параметрами є: номер вихідного профілю; геометрія його розрізу; величина коефіцієнту розвитку висоти перерізу; клас сталі; величини коефіцієнтів умов роботи γ_c і надійності за відповідальністю γ_n ; величина граничного відносного прогину; клас міцності, діаметр, кількість болтів у з'єднанні та відстань між ними; геометричні розміри опорної плити нижче розташованого несучого елемента.

Розроблено практичні рекомендації щодо використання нерозрізних перфорованих балок, виконаних з різних вихідних профілів і класів міцності сталі залежно від величини коефіцієнта розвитку висоти перерізу.

За результатами аналітичних, теоретичних та числових досліджень напружено-деформованого стану нерозрізних перфорованих балок біля проміжних опор сформульовано основні загальні висновки до роботи.

Ключові слова: балка, опора, перфорація, нерозрізний, проміжний, шарнір, переріз, навантаження, методика, розрахунок, натяг, болт, напруження, деформація, переміщення, прогин, стан, руйнування, міцність, зусилля, перерозподіл, згин, граничний, отвір, концентрація, конфігурація, з'єднання.

ABSTRACT

Bezniuk L. I. Stress-strain state of multi-span continuous perforated beams near intermediate supports and their calculation. – Qualifying scientific work on the rights of the manuscript.

Dissertation for the degree of Doctor of Philosophy in the specialty 192 - Civil and Environmental Engineering.

National University of Water and Environmental Engineering, Rivne, 2026.

For the first time, a comprehensive methodology has been developed for determining the stress–strain state of continuous perforated beams at the points of their support on intermediate bearings using the finite element method in the «LIRA-FEM» software package for both linear and nonlinear modeling of the actual design scheme of the beams

and their real behavior. This methodology makes it possible to determine stresses and deformations at the calculation points of characteristic sections at any location along the beam length, taking into account their structural features.

For the first time, a numerical experiment has been carried out to determine the features and patterns of variation of the stress–strain state of different designs of continuous perforated beams in the regions of intermediate supports, as well as their deflections within the span, depending on the structural characteristics of the intermediate bearing parts of the beams and the degree of end restraint at the supports, which in turn depends on the bolt diameter and the level of their pre-tensioning, within the «LIRA-FEM» software environment.

Analytical relationships for calculating bolted joint nodes have been improved, allowing for the assessment of the stress–strain state and the redistribution of internal forces by taking into account the actual stiffness/compliance of the connection nodes between the intermediate bearing parts of continuous perforated beams and the underlying structures.

For the first time, a comprehensive methodology has been developed for determining the stress–strain state and calculating the intermediate bearing parts of continuous perforated beams. This methodology incorporates experimental data and analytical/numerical approaches concerning the behavior and deformation characteristics of bolted connections used for attaching these parts to the underlying structures. The methodology is implemented in the «Microsoft Excel» spreadsheet environment, which reduces the labor intensity of the beam design process.

The applied principles for designing continuous perforated beams and their joints with other structural elements have been further developed based on the application of the finite element method for both linear and nonlinear behavior of structures in the «LIRA-FEM» software package, as well as the method of initial parameters. These approaches enable a comprehensive assessment of the load-bearing capacity of the structures and the regularities of changes in their stress–strain state, taking into account their structural characteristics.

The introduction substantiates the relevance of the topic of the scientific and applied research, presents the purpose and objectives of the dissertation, as well as the object, subject, and research methods. The scientific novelty of the results obtained in the study is outlined. The personal contribution of the author and information on the approbation of the dissertation materials are provided. The number of publications in professional journals of Ukraine, in scientific journals indexed in international scientometric databases such as Web of Science and Scopus, as well as conference abstracts, is indicated. The connection of the work with scientific programs, the practical significance of the obtained results, as well as the structure and scope of the dissertation, are presented.

In the first chapter, an analysis of modern classical, theoretical–experimental, and numerical studies of the stress–strain state of perforated beams with openings of various configurations, continuous beams, and bolted connections of steel structural elements under different types of loading is carried out. In addition, the theoretical foundations of structural analysis and existing practical recommendations for engineering applications are examined.

It has been established that the finite element method (FEM) has become a kind of standard and is dominant in research studies. All modern investigations employ it to model complex geometrical shapes and to solve problems taking into account geometric and material nonlinearity. Classical analytical and semi-empirical models remain relevant for preliminary and rapid design and are mainly used for solving simplified problems; however, their accuracy is still verified using FEM.

It is emphasized that contemporary scientific and technical literature does not sufficiently present numerical and theoretical–experimental studies of continuous perforated beams, including those using computer modeling methods in software systems based on the finite element method. At present, comprehensive studies of the stress–strain state of joints connecting continuous perforated beams with lower supporting structures at the locations of intermediate supports are practically absent. Moreover, there is a lack of data on the development of deflections in beam spans, taking into account the degree of

In the second chapter, design variants of intermediate support details for continuous perforated beams are developed. These variants differ in the presence or absence of supporting stiffening ribs located along the axis of the intermediate support, as well as in the presence or absence of welded or unwelded openings on the left and right sides of the support.

For the first time, a methodology is developed for determining the stress–strain state and for analyzing a continuous perforated beam at the location of its bearing on an intermediate support using the finite element method implemented in the «LIRA-FEM» software package for both linear and nonlinear modeling of the actual design scheme of the beam and its real structural behavior.

It is noted that the analysis of problems in a linear formulation, i.e., problems in which the relationships between the internal stresses arising in the beam cross-sections under the action of given forces and the deformations of its calculation points are assumed to be linear, does not always adequately represent the real behavior of a specific structure as a whole or of its individual elements. Nonlinear analysis enables modeling of the actual structural behavior, taking into account: the real bearing of the beam on the underlying load-bearing structure with consideration of the specific structural scheme; the fastening of the beam to this structure by bolts; the initially applied bolt pretension of a specified magnitude; and the selected stress–strain diagram of steel under static loading.

A detailed methodology for nonlinear analysis of the “beam–underlying load-bearing structure” system is developed, and the modeling stages are presented, starting from the creation of a new problem and ending with an advanced analysis of the obtained results using, depending on the specific conditions and calculation objectives, contour plots or isofields in the calculated cross-sections and structural nodes.

Experimental tests of steel specimens are carried out to determine the mechanical properties of steel, the stress–strain diagram of which will subsequently be used in nonlinear finite element analysis within the «LIRA-FEM» software package.

In the third chapter, the configurations of specimens for conducting the numerical experiment are developed and substantiated in detail. The specimens differ in the type of beam support detail at the intermediate support, the section depth, the diameter of bolts

used to connect the beam to the intermediate support, and the magnitude of their initial pretension.

Analytical formulas are presented for calculating the geometric characteristics of beams, as well as formulas for determining stresses at characteristic points of cross-sections in accordance with the current design codes. In addition, formulas are proposed for calculating stresses at other design points of the cross-sections, which subsequently demonstrated the same level of convergence as the traditional code-based formulas.

A detailed analysis of the newly obtained results of the numerical experiment has been performed to determine the stress–strain state of various types of intermediate beam support details, taking into account all their structural features and fastening parameters. The regularities of their behavior and the variations of stresses at the calculated points of characteristic cross-sections under uniformly distributed loading have been identified.

The maximum calculated deflections along the length of the continuous perforated beam have been determined, taking into account the structural features of the intermediate support details. A comparative analysis of these deflections has been carried out using the analytical method and the finite element method under both linear and nonlinear behavior schemes.

The methodology for determining the stress–strain state and for analyzing the intermediate support details of continuous perforated beams, developed using the finite element method, has been verified based on a comparative analysis of the results of numerical studies and existing full-scale experimental investigations of perforated elements, which demonstrated a high degree of agreement between the results.

In the fourth chapter, as a result of applying the method of initial parameters, a relationship for calculating a coefficient is obtained for the first time. The value of this coefficient indicates the percentage increase in the stiffness of a hinged support due to the development of stresses in the erection bolt. The refined calculations proposed by this methodology make it possible to determine the actual stresses in the beam cross-sections, the maximum values of which are lower than those obtained using the traditional analytical approach. Accounting for the real stiffness of hinged bolted support connections enables the redistribution of internal forces along the beam length and allows

for a more rational structural design. In general, the proposed methodology makes it possible to determine the actual stiffness of any bolted hinged connection by considering its real behavior based on static analysis data. In addition, it allows the stiffness of the bolted connection to be adjusted by changing the bolt diameter, their arrangement, or the effective bolt length through the use of additional shims. Accounting for the additional stiffness of joints and, consequently, of the structure as a whole, makes it possible to partially unload structural elements and to determine an additional reserve of load-bearing capacity of continuous perforated beams.

A comprehensive methodology and a calculation program for the support details of multi-span continuous perforated beams have been developed and implemented in the «Microsoft Excel» spreadsheet environment. In this program, the consideration of the actual stiffness of bolted connections is improved, and it enables the analysis and design of structures in which the following parameters can be varied: the initial section designation; the geometry of its cutting pattern; the value of the section height development coefficient; the steel grade; the values of the working condition and reliability coefficients; the limiting relative deflection; the strength class, diameter, number of bolts in the connection, and the spacing between them; as well as the geometric dimensions of the bearing plate of the underlying load-bearing element.

Practical recommendations have been developed for the application of continuous perforated beams fabricated from various initial sections and steel strength grades, depending on the value of the section height development coefficient.

Based on the results of analytical, theoretical and numerical studies of the stress-strain state of continuous perforated beams near intermediate supports, the main general conclusions of the work were formulated.

Keywords: beam, support, perforation, continuous, intermediate, hinge, cross-section, load, methodology, calculation, pre-tension, bolt, stress, deformation, displacement, deflection, state, failure, strength, force, redistribution, bending, ultimate, hole, concentration, configuration, connection.

СПИСОК ОПУБЛІКОВАНИХ ПРАЦЬ ЗА ТЕМОЮ ДИСЕРТАЦІЇ

Статті у наукових фахових виданнях України:

1. Романюк В. В., Супрунюк В. В., Безнюк Л. І. Calculation of intermediate supporting parts of inseparable perforated beams in the software complex «Lira». *Збірник наукових праць "Сучасні будівельні конструкції з металу та деревини"*. Одеса : ОДАБА. Випуск XXV. 2021. С. 130 – 138. <https://odabamdipk.wixsite.com/sbornik/252021> (0,56/0,25 д.а.; моделювання нерозрізної перфорованої балки, побудова епюр напружень).
2. Романюк В. В., Супрунюк В. В., Безнюк Л. І. Напружено-деформований стан проміжних опор нерозрізних перфорованих балок за дії симетричного навантаження. *Збірник наукових праць. Ресурсоекономні матеріали, конструкції, будівлі та споруди*. Рівне : НУВГП, 2021. Випуск 40. С. 182 – 190. (0,28/0,125 д.а.; розробка креслень проміжних опорних ділянок нерозрізних перфорованих балок, побудова епюр напружень).
3. Романюк В. В., Супрунюк В. В., Безнюк Л. І. Напружено-деформований стан нерозрізних перфорованих балок біля проміжних опор. *Вісник НУВГП. Серія «Технічні науки»*. Рівне : НУВГП, 2021. Випуск №1(93). С. 405 – 416. (0,38/0,16 д.а.; розробка конструктивних схем проміжної опорної частини балки, побудова епюр напружень). <http://ep3.nuwm.edu.ua/id/eprint/22716>
4. Романюк В. В., Супрунюк В. В., Фурсович М. О., Зятюк Ю. Ю., Безнюк Л. І. Вибір раціональної конструкції ригеля надземного пішохідного переходу. *Вісник НУВГП. Серія «Технічні науки»*. Рівне: НУВГП, 2022. Випуск №2(98). С. 44 – 54. (0,34/0,12 д.а.; аналіз існуючих досліджень, побудова графіків/діаграм).
5. Романюк В. В., Супрунюк В. В., Безнюк Л. І., Баран Д. Я., Конончук О. П. Вибір оптимальних параметрів розвитку висоти поперечного профілю перфорованих елементів. *Збірник наукових праць. Ресурсоекономні матеріали, конструкції, будівлі та споруди*. Рівне : НУВГП, 2023. Випуск 43. С. 182 – 190. (0,41/0,14 д.а.; приклад підбору перерізу перфорованої балки).
6. Безнюк Л. І., Романюк Є. В., Романюк В. В., Супрунюк В. В. Напружено-деформований стан нерозрізних перфорованих балок біля проміжних опор за дії

симметричного у прольотах навантаження. *Збірник наукових праць. Ресурсоекономні матеріали, конструкції, будівлі та споруди*. Рівне : НУВГП, 2024. Випуск 45. С. 116 – 125. (0,31/0,10 д.а.; постановка мети і завдань досліджень, побудова епюр/графіків).

7. Безнюк Л. І., Романюк Є. В., Романюк В. В., Супрунюк В. В., Зятюк Ю. Ю. Особливості розподілення напружень біля проміжних опор нерозрізних перфорованих балок за дії несиметричного навантаження. *Збірник наукових праць. Ресурсоекономні матеріали, конструкції, будівлі та споруди*. Рівне : НУВГП, 2024. Випуск 46. С. 153 – 161. (0,28/0,09 д.а.; постановка мети і завдань досліджень, побудова епюр/графіків).

8. Безнюк Л. І., Романюк Є. В., Романюк В. В., Супрунюк В. В., Зятюк Ю. Ю. Нелінійне моделювання обпирання перфорованих балок на оголовки колон. *Збірник наукових праць "Сучасне будівництво та архітектура"*. Одеса : ОДАБА. Збірник 13. 2025. С. 57 – 67. (0,31/0,10 д.а.; розробка методики розрахунку проміжної опорної частини балки з урахуванням нелінійної роботи).

Статті у наукових періодичних виданнях інших держав, у тому числі ті, що входять до міжнародних наукометричних баз даних:

1. V. V. Romaniuk, V. V. Supruniuk, L. I. Bezniuk, T. Y. Misyuk. The Effect Of The Actual Stiffness Of Bolted Hinged Joints On The Bearing Capacity Of The Elements. *Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific-and-technical collected articles*. К.: KNUBA, 2021. Issue 107. P. 324 – 333. (0,31/0,10 д.а.; розробка методики урахування фактичної жорсткості болтових з'єднань).

<https://doi.org/10.32347/2410-2547.2021.107.323-332> (Web of Science)

2. V. Romaniuk, V. Supruniuk, L. Bezniuk, M. Fursovych, Yu. Ziatiuk. Determination of rigidity of node bolt joints. *AIP Conference Proceedings*. Volume 2678, Issue 1. 020016 (2023). <https://doi.org/10.1063/5.0119015> (Scopus). (0,5/0,12 д.а.; аналіз технічної літератур, використання методу початкових параметрів для дослідження деформування опорної частини балки).

3. V. Romaniuk, V. Supruniuk, L. Bezniuk, O. Kononchuk, O. Meshcheryakova, A. Sorochak. Experimental studies of a steel rafter arch with a perforated upper band. *Procedia Structural Integrity*. Volume 59, 2024, Pages 479-486.

[https://authors.elsevier.com/sd/article/S2452-3216\(24\)00384-6](https://authors.elsevier.com/sd/article/S2452-3216(24)00384-6) (Scopus).

(0,5/0,12 д.а.; обробка результатів експериментальних досліджень/побудова графіків).

4. V. Romaniuk, V. Supruniuk, L. Bezniuk, O. Kononchuk, O. Meshcheryakova, A. Sorochak. Features of the work of continuous perforated beams near intermediate supports. *Procedia Structural Integrity*. Volume 59, 2024, Pages 471-478.

[https://authors.elsevier.com/sd/article/S2452-3216\(24\)00383-4](https://authors.elsevier.com/sd/article/S2452-3216(24)00383-4) (Scopus).

(0,44/0,15 д.а.; обробка та аналіз результатів числових досліджень).

Тези наукових доповідей:

1. Романюк В. В., Безнюк Л. І., Місюк Т. Я. Конструкція нерозрізної перфорованої балки на проміжній опорі. *Матеріали міжнародної науково-практичної конференції «Problems of Emergency Situations»*. м. Харків : НУЦЗУ. 20 травня 2021 р. С. 81 – 82. (0,125/0,044 д.а.; опис конструкцій проміжних опорних частин нерозрізних перфорованих балок).

2. Романюк В. В., Безнюк Л. І., Місюк Т. Я. Мета та завдання дослідження місцевої стійкості елементів перфорованих балок *Матеріали міжнародної науково-практичної конференції «Problems of Emergency Situations»*. м. Харків : НУЦЗУ. 20 травня 2021 р. С. 83 – 84. (0,125/0,044 д.а.; аналіз конструктивних рішень перфорованих балок, формулювання мети досліджень).

3. Романюк В. В., Супрунюк В. В., Місюк Т. Я., Безнюк Л. І. Вплив фактичної жорсткості болтових шарнірних з'єднань на несучу здатність елементів. *Матеріали міжнародної науково-практичної конференції «Problems of Emergency Situations»*. м. Харків : НУЦЗУ. 20 травня 2021 р. С. 85 – 86. (0,125/0,032 д.а.; аналіз чинних нормативних документів щодо розрахунку болтових з'єднань).

4. Безнюк Л. І., Романюк В. В., Супрунюк В. В. Моделювання проміжних опорних частин нерозрізних перфорованих балок в ПК «Ліра». *Матеріали міжнародної науково-технічної конференції «Сучасні будівельні конструкції з*

металу та деревини». Одеса : ОДАБА. 10–12 червня 2021 р. С. 7 – 8. (0,0625/0,03 д.а.; розробка основних принципів моделювання перфорованої балки в ПК «Ліра»). <https://odabamdipk.wixsite.com/sbornik/arhiveconf>

5. Романюк В. В., Супрунюк В. В., Безнюк Л. І. Вплив жорсткості вузлових болтових з'єднань на напружено-деформований стан елементів в приопорних зонах. *Матеріали XIX міжнародної науково-практичної конференції «Інноваційні технології у будівництві, цивільній інженерії та архітектурі»*. м. Чернігів : НУ «Чернігівська політехніка». 19-22 вересня 2021 р. С. 258 – 261. (0,125/0,045 д.а.; аналіз літературних джерел щодо оцінки податливості болтових вузлів).

6. Безнюк Л. І., Романюк Є. В., Романюк В. В., Супрунюк В. В. Несуча здатність нерозрізних перфорованих балок біля проміжних опор. Матеріали 10-ї Міжнародної науково-практичної конференції "Актуальні проблеми інженерної механіки". м. Одеса : ОДАБА. 5–7 червня 2024 р. С. 24–27. (0,125/0,063 д.а.; формулювання мети та основних висновків дослідження перфорованої балки в ПК «Ліра»).

7. Безнюк Л. І., Романюк Є. В., Романюк В. В., Супрунюк В. В. Моделювання проміжних опорних частин нерозрізних перфорованих балок в ПК «Ліра». Матеріали VII Міжнародної науково-технічної конференції «Ефективні технології і конструкції в будівництві та архітектура села». м. Дубляни : ЛНАУ. 6–7 червня 2024 р. С. 5–6. <https://lnup.edu.ua/uk/7610> (0,125/0,041 д.а.; формулювання основних умов моделювання перфорованої балки в ПК «Ліра»).

8. Безнюк Л. І., Романюк Є. В., Романюк В. В., Супрунюк В. В., Зятюк Ю. Ю. Лінійне моделювання обпирання перфорованих балок на оголовки колон. Матеріали 11-ї Міжнародної науково-практичної конференції "Актуальні проблеми інженерної механіки". Одеса : ОДАБА. 21-23 травня 2025 р. С. 150-153. (0,125/0,045 д.а.; розробка етапів лінійного моделювання).

ЗМІСТ

АНОТАЦІЯ	2
ABSTRACT	7
СПИСОК ОПУБЛІКОВАНИХ ПРАЦЬ ЗА ТЕМОЮ ДИСЕРТАЦІЇ.....	13
ВСТУП.....	19
РОЗДІЛ 1 АНАЛІЗ ТЕОРЕТИЧНИХ ТА ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНИХ ДОСЛІДЖЕНЬ ПЕРФОРОВАНИХ КОНСТРУКЦІЙ, НЕРОЗРІЗНИХ МЕТАЛЕВИХ БАЛОК ТА БОЛТОВИХ З'ЄДНАНЬ ЕЛЕМЕНТІВ КОНСТРУКЦІЙ	28
1.1. Експериментально-теоретичні дослідження напружено-деформованого стану перфорованих елементів та конструкцій з їх використанням.....	28
1.2. Особливості розрахунку та конструювання нерозрізних сталевих балок та експериментальні дослідження їх напружено-деформованого стану	43
1.3. Проектування болтових з'єднань сталевих конструкцій та їх експериментальні дослідження	51
1.4. Теоретичні основи розрахунку будівельних конструкцій.....	60
1.5. Мета та завдання дисертаційних досліджень.....	65
Висновки до розділу 1	66
РОЗДІЛ 2 МОДЕЛЮВАННЯ ПЕРФОРОВАНИХ БАЛОК ТА ЇХ ВУЗЛОВИХ ОБПИРАНЬ МЕТОДОМ СКІНЧЕННИХ ЕЛЕМЕНТІВ	68
2.1. Основні положення розрахунку перфорованих балок методом скінченних елементів	68
2.2. Геометричні параметри перфорованих балок та типи проміжних опорних частин	73
2.3. Статичний розрахунок балок	75
2.4. Загальні дані для моделювання перфорованих профілів та їх вузлових обпирань у програмному комплексі «LIRA-FEM».....	78
2.5. Моделювання балки для лінійного розрахунку	80
2.6. Моделювання балки для нелінійного розрахунку	87
2.7. Експериментальні випробування сталевих зразків	103
Висновки до розділу 2	106
РОЗДІЛ 3 ЧИСЛОВИЙ ЕКСПЕРИМЕНТ НЕРОЗРІЗНИХ ПЕРФОРОВАНИХ БАЛОК З РІЗНИМ КОНСТРУКТИВНИМ ОФОРМЛЕННЯМ ПРОМІЖНОЇ ОПОРНОЇ ЧАСТИНИ	107

3.1. Конструкції проміжних опорних частин нерозрізних перфорованих балок у числовому експерименті.....	107
3.2. Параметри розрізу перфорованих двотаврів з постійною по довжині висотою перерізу.....	109
3.3. Основні положення розрахунку деформованого стану конструкцій	111
3.4. Аналіз результатів визначення напружено деформованого стану проміжних опорних частин балок у числовому експерименті.....	114
3.5. Узагальнений аналіз числових досліджень напружено-деформованого стану опорних частин балок	124
3.6. Аналіз прогинів балок.....	131
3.7. Верифікація запропонованих методик.....	136
Висновки до розділу 3	142
Розділ 4 МЕТОДИКА ВИЗНАЧЕННЯ НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНОГО СТАНУ ТА РОЗРАХУНКУ ПРОМІЖНИХ ОПОРНИХ ЧАСТИН НЕРОЗРІЗНИХ ПЕРФОРОВАНИХ БАЛОК У ТАБЛИЧНОМУ ПРОЦЕСОРІ.....	143
4.1. Вплив фактичної жорсткості болтових шарнірних з'єднань на несучу здатність елементів	143
4.2. Методика розрахунку багатопрольотних нерозрізних перфорованих балок.....	150
4.3. Практичні рекомендації щодо використання нерозрізних перфорованих балок	171
Висновки до розділу 4	177
ЗАГАЛЬНІ ВИСНОВКИ	179
СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ.....	182
ДОДАТКИ.....	203
Додаток А.....	204
Додаток Б.....	210
Додаток В	244
Додаток Г	248
Додаток Д.....	254

ВСТУП

Обґрунтування вибору теми дослідження. Як відомо, перфоровані балки почали масово застосовувати у будівництві ще у середині 20-го століття з метою зменшення ваги несучих конструкцій, що досягалось утворенням отворів у стінках профілів.

Наразі перфоровані сталеві конструкції займають важливе місце у сучасному будівництві завдяки поєднанню високої несучої здатності та оптимізації маси матеріалу. Вони застосовуються у покриттях промислових будівель, у громадських будівлях і спорудах, торгових центрах та спортивних залах, у спорудах із комплексними інженерними комунікаціями, у мостових прольотах з метою зменшення власної ваги несучих конструкцій тощо.

Сучасні дослідження показують, що перфоровані конструкції здатні забезпечувати співвідношення «міцність/вага» значно вище, ніж традиційні балки, дозволяють економити матеріал до 20–35% і забезпечують ефективне використання високоміцних сталей.

В чинних нормах проектування сталевих конструкцій (ДБН В.2.6–198:2014) коротко представлено загальні принципи розрахунку та конструювання перфорованих балок, наведено формули для обчислення напружень в характерних точках перерізів з отворами та підкреслено необхідність підсилення перерізу на опорі поперечними ребрами жорсткості. В інших питаннях до перфорованих балок висувуються ті самі вимоги, що і до звичайних прокатних балок. При цьому йдеться лише про однопрольотні балки, а особливості проектування багатопрольотних нерозрізних перфорованих балок взагалі не розглядаються.

Існують численні експериментально-теоретичні дослідження згинальних перфорованих елементів, виконані як вітчизняними, так і закордонними науковцями, але вони не дозволяють відповісти на всі питання, пов'язані з особливостями розрахунку та конструювання багатопрольотних нерозрізних балок, для яких суттєвим фактором, що впливає на їх несучу здатність, окрім величини, характеру дії (статичне чи динамічне), виду (зосереджене, рівномірно розподілене, комбіноване), схеми дії навантаження; міцності матеріалу (сталі

звичайної міцності чи високоміцні); величини прольоту; геометричних параметрів перерізу, є конструктивне оформлення проміжної опорної частини балки.

Під час досліджень несучої здатності попередньо напруженої арки, що були виконані у різні роки на кафедрі промислового, цивільного будівництва ім. Є. М. Бабича Національного університету водного господарства та природокористування були з'ясовані певні особливості роботи напружено-деформованого стану верхнього поясу арки, виконаного з перфорованого двотавру, який працював за нерозрізною схемою двопрольотної балки, оскільки мав проміжну опору у вигляді попередньо напруженої розпірки. Отримана інформація підтвердила необхідність проведення додаткових комплексних теоретичних та числових досліджень ділянки згинального елемента поблизу проміжної опори. Для цього доцільно застосувати програмний комплекс «LIRA-FEM», який широко використовується у практиці проектування будівельних конструкцій, у тому числі і сталевих перфорованих конструкцій, і який підтвердив свою високу ефективність і точність.

Тому подальші дослідження перфорованих елементів взагалі і нерозрізних перфорованих балок зокрема сприятимуть вирішенню задачі економії матеріалу за одночасного забезпечення необхідних параметрів несучої здатності конструкцій, їх надійності та довговічності.

У роботі розв'язано **актуальну** науково-технічну задачу вдосконалення методики розрахунку міцності багатопрольотних нерозрізних перфорованих балок біля проміжних опор з урахуванням граничного напружено-деформованого стану їх перерізів.

Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами, грантами. В дисертаційній роботі вирішено окремі завдання, які у різні роки було включено до плану наукової роботи кафедри промислового, цивільного будівництва ім. Є. М. Бабича Національного університету водного господарства та природокористування, а також за держбюджетними науково-дослідними роботами, які виконувались на кафедрі: “Особливості виконання технологічних процесів при реконструкції будівель і споруд” (№ державної реєстрації 0117U002817, термін

виконання НДР 2017-2021 рр.) і “Розробка конструктивних рішень залізобетонних конструкцій захисних споруд цивільного захисту та методики їх розрахунку” (номер державної реєстрації 0123U101417, термін виконання НДР 2022-2026 рр.). Автором надано пропозиції щодо удосконалення методики розрахунку напружено-деформованого стану сталевих перфорованих балок, що входять до складу несучих конструкцій споруд.

Мета і завдання дослідження. Метою роботи є встановлення закономірностей і особливостей напружено-деформованого стану нерозрізних перфорованих балок у місцях їх обпирання на нижче розташовані несучі конструкції та розробка комплексної методики їх розрахунку.

Завданнями роботи є:

- розробити комплексну методологію визначення напружено-деформованого стану проміжних опорних частин нерозрізних перфорованих балок у місцях їх обпирання на несучі конструкції з урахуванням жорсткості вузлових кріплень;

- виконати числові експериментальні дослідження запропонованих конструкцій проміжних опорних частин нерозрізних перфорованих балок з урахуванням їх лінійної та нелінійної роботи та з'ясувати вплив їх конструктивних особливостей на загальний напружено-деформований стан;

- виконати верифікацію, розробленої з використанням методу скінченних елементів, методики визначення напружено-деформованого стану перфорованих балок за граничними станами 1-ї та 2-ї груп;

- удосконалити аналітичні залежності розрахунків вузлових болтових з'єднань для кріплення проміжних опорних частин нерозрізних перфорованих балок до нижче розташованих несучих конструкцій для виявлення особливостей напружено-деформованого стану та їх впливу на перерозподіл внутрішніх зусиль;

- запропонувати теоретично та експериментально обґрунтовані науково-прикладні підходи щодо подальшого удосконалення розрахунку нерозрізних перфорованих балок з урахуванням фактичної роботи їх проміжних опорних частин та дійсного напружено-деформованого стану.

Об'єкт дослідження – процес вивчення напружено-деформованого стану різних конструктивних типів проміжних опорних частин багатопрольотних нерозрізних перфорованих балок за дії рівномірно-розподіленого навантаження.

Предмет дослідження – закономірності формування напружено-деформованого стану двопрольотних нерозрізних перфорованих балок на ділянках з різними конструктивними типами проміжних опорних частин з урахуванням параметрів болтового кріплення їх до нижче розташованих конструкцій та фактичної жорсткості вузлових з'єднань за лінійної та нелінійної роботи методом скінченних елементів у програмному комплексі «LIRA-FEM».

Методи дослідження:

1) аналітичні методи: класична теорія згину та міцності матеріалів, гіпотеза плоских перерізів з урахуванням зниження жорсткості через перфорацію; методи приведеної жорсткості: моделювання ослаблених (перфорованих) перерізів еквівалентними стрижневими елементами з ефективними характеристиками; методи локального аналізу концентраторів напружень: використання теорій для тіл із отворами, наближених формул для коефіцієнтів концентрації напружень (розділ 2);

2) числові методи – метод скінченних елементів, а саме моделювання балок стрижневими та оболонковими елементами; 3D-моделювання перфорованих зон для визначення локального НДС; урахування фізичної нелінійності (розділ 2 і 3);

3) експериментальні методи: лабораторні випробування зразків для побудови діаграми роботи сталі, варіація числових моделей: порівняння експериментальних даних з результатами МСЕ (розділ 2 і 3);

4) методи структурної оптимізації та параметричного синтезу: оптимізація перфорації (розмір, форма, розташування); методи автоматизованого пошуку критичних зон (розділ 2, 3 і 4);

5) метод порівняльного аналізу стандартів і нормативів: порівняння вимог державних будівельних норм, державних стандартів та зарубіжних рекомендацій; виявлення недоліків існуючих методик та потреби у нових підходах (розділ 3 і 4);

б) метод теоретичного узагальнення: формування нових інженерних моделей на основі аналізу аналітичних і числових результатів; виведення спрощених розрахункових залежностей для практичного використання; створення рекомендацій щодо моделювання перфорованих нерозрізних балок у розрахункових комплексах (розділ 2, 3 і 4).

Наукова новизна отриманих результатів полягає в одержанні та всебічному аналізі нових числових та аналітичних даних щодо особливостей роботи та напружено-деформованого стану нерозрізних перфорованих балок не лише в місці розміщення проміжних опор, а і в цілому:

вперше:

– розроблено комплексну методологію визначення напружено-деформованого стану нерозрізних перфорованих балок у місцях їх обпирання на проміжні опори з використанням методу скінченних елементів у програмному комплексі «LIRA-FEM» для лінійного та нелінійного моделювання розрахункової схеми балок та їх фактичної роботи, що дозволяє обчислити величини напружень та деформацій у розрахункових точках характерних перерізів у будь якому місці по довжині балок з урахуванням конструктивних особливостей опорних частин;

– виконано числовий експеримент з використанням методу скінченних елементів у програмному комплексі «LIRA-FEM», що дозволяє визначити особливості та закономірності зміни напружено-деформованого стану у різних конструкціях нерозрізних перфорованих балок на ділянках розміщення проміжних опор, а також їх прогинів у прольоті залежно від конструктивних особливостей проміжних опорних частин балок та ступеня защемлення на опорі залежно від діаметру вузлових болтів та величини їх попереднього натягу.

удосконалено:

– аналітичні залежності розрахунків вузлових болтових з'єднань, що дозволяють встановити характеристики напружено-деформованого стану проміжних опорних частин нерозрізних перфорованих балок з урахуванням фактичної жорсткості/податливості вузлів їх кріплення до нижче розташованих

несучих конструкцій та виявити характер їх впливу на перерозподіл внутрішніх зусиль по довжині балки.

набули подальшого розвитку:

– науково-прикладні підходи проєктування нерозрізних перфорованих балок та вузлів їх сполучення з іншими конструкціями на основі використання методу скінченних елементів для лінійної та нелінійної роботи конструкцій у програмному комплексі «LIRA-FEM» та методу початкових параметрів, які дозволяють у повній мірі оцінити несучу здатність конструкцій та закономірності зміни напружено-деформованого стану з урахуванням їх конструктивних особливостей, результатом яких є розробка комп'ютерної програми розрахунку, реалізованої у табличному процесорі «Microsoft Excel», що скорочує трудомісткість проєктування балок.

Практичне значення отриманих результатів. Комплексні результати теоретичних та числових досліджень, а також запропонована методика розрахунку проміжних опорних частин нерозрізних перфорованих балок з використанням методу скінченних елементів у програмному комплексі «LIRA-FEM» та комп'ютерна програма розрахунку, реалізована у табличному процесорі «Microsoft Excel», можуть бути використані для проєктування конструкцій з отворами шестикутної конфігурації з урахуванням геометричних параметрів балок, виду та величини прикладеного навантаження, міцності сталі балок та міцносних і геометричних характеристик деталей їх кріплення до інших конструкцій.

Окремі результати досліджень використано під час:

– розрахунку та конструювання несучих елементів перекриття у робочому проєкті "Нове будівництво комплексу з приймання, доведення до товарних кондицій, зберігання та відвантаження зернових та олійних культур за межами населеного пункту с. Грабів на території Зорянської сільської ради Рівненського району Рівненської області на ділянці з кадастровим номером: 5624684900:21:025:0089";

– варіантного проєктування несучих конструкцій перекриття у робочому проєкті «Капітальний ремонт будівлі цеху ТОЗ тепловозів по локомотивному депо Коростень вул. Кузьмінського, 47-А в м. Коростені Житомирської області»;

– розрахунку та конструювання несучих елементів перекриття у робочому проєкті «Нове будівництво захисної споруди цивільного захисту на території закладу дошкільної освіти (ясел-садка) комбінованого типу "Зірочка" Броварської міської ради Броварського району Київської області по вул. Ярослава Мудрого, 3 в м. Бровари Броварського району Київської області».

Особистий внесок здобувача. Виконано аналіз сучасних класичних, теоретично-експериментальних та числових досліджень напружено-деформованого стану перфорованих балок з отворами різної конфігурації, нерозрізних балок та болтових з'єднань елементів сталевих конструкцій за дії різних видів навантаження, а також вивчено існуючі практичні рекомендації для інженерного застосування;

– розроблено комплексну методику визначення напружено-деформованого стану та розрахунку нерозрізної перфорованої балки у місці її обпирання на проміжну опору методом скінченних елементів у програмному комплексі «LIRA-FEM» для лінійного та нелінійного моделювання дійсної розрахункової схеми балки та її фактичної роботи у складі системи «балка-нижче розташована несуча конструкція» та представлено етапи моделювання, починаючи зі створення нової задачі і закінчуючи розширеним аналізом отриманих результатів;

– проведено числовий експеримент у програмному комплексі «LIRA-FEM» з використанням запропонованих конструкцій проміжних опорних частин балок, здійснено детальний аналіз результатів щодо визначення їх напружено-деформованого стану з урахуванням усіх їх конструктивних особливостей та виявлено певні закономірності для кожного типу проміжної частини, для діаметрів болтів та величин їх попереднього натягу;

– виконано верифікацію, розробленої з використанням методу скінченних елементів, методики визначення напружено-деформованого стану та розрахунку проміжних опорних частин нерозрізних перфорованих балок на основі порівняльного аналізу отриманих результатів числових досліджень з результатами існуючих натурних експериментальних досліджень перфорованих елементів для підтвердження її достовірності;

– розроблено комп'ютерну програму у табличному процесорі «Microsoft Excel», що дозволяє визначити напружено деформований стан та виконати розрахунок проміжних опорних частин нерозрізних перфорованих балок, яка враховує числові експериментальні дані та аналітичні/числові підходи, у тому числі метод початкових параметрів.

Апробація матеріалів дисертації. Основні положення дисертації були викладені та обговорювались на науково-технічних та науково-практичних конференціях: Міжнародна науково-практична конференція «Problems of Emergency Situations» (м. Харків, 20 травня 2021 р.); Міжнародна науково-технічна конференція «Сучасні будівельні конструкції з металу та деревини» (м. Одеса, 10-12 червня 2021 р.); XIX міжнародна науково-практична конференція «Інноваційні технології у будівництві, цивільній інженерії та архітектурі» (м. Чернігів, 19-22 вересня 2021 р.); 10-та Міжнародна науково-технічна конференція «Ресурсоекономні матеріали, конструкції, будівлі та споруди» (м. Рівне, 19-21 жовтня 2021р.); VII international conference “In-service Damage of Materials: Diagnostics and Prediction” "DMDP"(Ternopil, october 18–20, 2023);10-а Міжнародна науково-практична конференція "Актуальні проблеми інженерної механіки" (м. Одеса, 5–7 червня 2024 р.); VII Міжнародна науково-технічна конференція «Ефективні технології і конструкції в будівництві та архітектура села» (м. Дубляни, 6–7 червня 2024 р.); 11-та Міжнародна науково-технічна конференція «Ресурсоекономні матеріали, конструкції, будівлі та споруди» (м. Рівне, 24–25 жовтня 2024р.); 11-ї Міжнародна науково-практична конференція "Актуальні проблеми інженерної механіки" (м. Одеса, 21–23 травня 2025 р.); VIII International Conference “In-service Damage of Materials: Diagnostics and Prediction” "DMDP"(Ternopil, october 15–17, 2025).

Публікації. Матеріали дисертації опубліковано у 20 працях: 8 – у наукових періодичних фахових виданнях України; 1 – у науковому виданні України, яке включено до міжнародної наукометричної баз даних «Web of Science»; 3 – у наукових виданнях інших держав, які включено до міжнародної наукометричної баз даних «Scopus», 8 – тези доповідей.

Структура та обсяг дисертації. Дисертація складається з анотації, вступу, чотирьох розділів, загальних висновків, списку літератури та додатків. Робота викладена на 259 сторінках друкованого тексту, з яких 181 сторінок основного тексту, 21 сторінка списку літератури та 57 сторінок додатків. Роботу ілюстровано 76 таблицями та 56 рисунками. Список використаних джерел містить 199 найменувань, з яких 82 кирилицею та 117 латиницею.

РОЗДІЛ 1

АНАЛІЗ ТЕОРЕТИЧНИХ ТА ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНИХ ДОСЛІДЖЕНЬ ПЕРФОРОВАНИХ КОНСТРУКЦІЙ, НЕРОЗРІЗНИХ МЕТАЛЕВИХ БАЛОК ТА БОЛТОВИХ З'ЄДНАНЬ ЕЛЕМЕНТІВ КОНСТРУКЦІЙ

1.1. Експериментально-теоретичні дослідження напружено-деформованого стану перфорованих елементів та конструкцій з їх використанням

Метою цього огляду є систематизація результатів останніх теоретичних досліджень перфорованих сталевих конструкцій за дії різних видів навантажень, виконаних вітчизняними та іноземними науковцями, аналіз методів комп'ютерного моделювання та експериментальних досліджень, а також вивчення практичних рекомендацій для інженерного застосування.

Як відомо, перфоровані балки почали масово застосовувати у будівництві ще у середині 20-го століття з метою зменшення ваги несучих конструкцій, що досягалось утворенням отворів у стінках профілів. Такі конструкції швидко знайшли своє місце у промислових і цивільних будівлях завдяки поєднанню легкості та міцності. Надалі наукові роботи спрямовувалися на дослідження напружено-деформованого стану у місцях отворів, оптимізацію форми перфорації та підвищення несучої здатності елементів.

У світі накопичено значний досвід практичного застосування таких конструкцій, однак існує потреба у подальшій стандартизації методик розрахунку, що відзначають і сучасні міжнародні норми [101, 102]. Очікується, що у найближчі десятиліття частка перфорованих елементів у будівельній індустрії буде зростати, особливо у висотних і транспортних спорудах [131].

Дослідження українських вчених підтвердили ефективність використання таких конструкцій у промислових каркасах та громадських спорудах [21]. Водночас також існує проблема недостатньої стандартизації та відсутності чітких методичних рекомендацій.

Наразі перфоровані сталеві конструкції займають важливе місце у сучасному будівництві завдяки поєднанню високої несучої здатності та оптимізації маси матеріалу. Вони застосовуються у покриттях промислових будівель у вигляді балок з еліптичними отворами [181, 183]; у громадських будівлях і спорудах, торгових центрах та спортивних залах [182, 186]; у спорудах із комплексними інженерними комунікаціями; у мостових прольотах з метою зменшення власної ваги несучих конструкцій у вигляді балок з круглими отворами (рис. 1.1, 1.2).

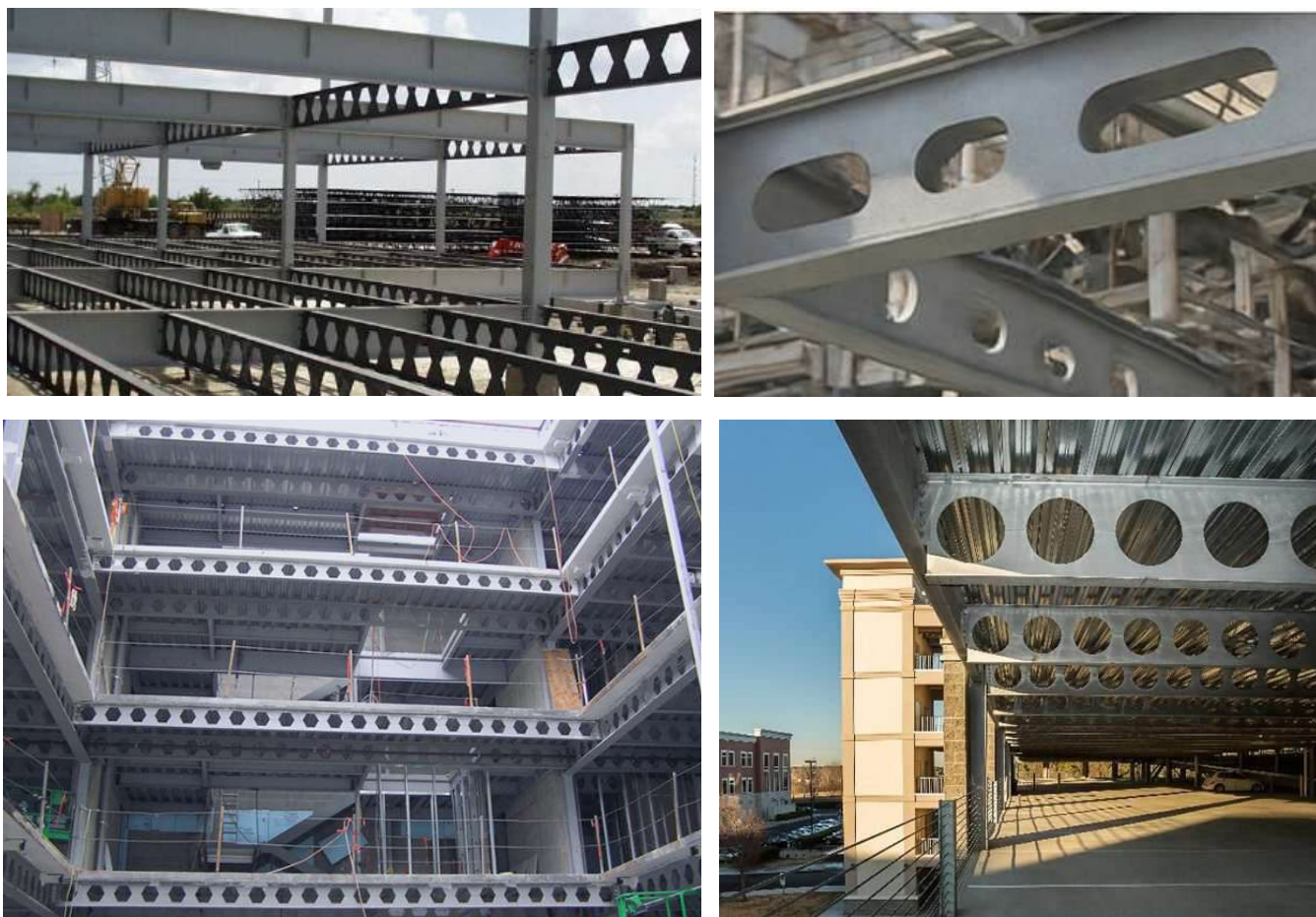


Рис. 1.1. Перфоровані конструкції з отворами різної конфігурації в каркасах промислових будівель (електронний ресурс google зображення)

Сучасні дослідження показують, що перфоровані конструкції здатні забезпечувати співвідношення «міцність/вага» значно вище, ніж традиційні балки, дозволяють економити матеріал до 20–35% і забезпечують ефективне використання високоміцних сталей [194,195].



Рис. 1.2. Перфоровані конструкції з отворами різної конфігурації в каркасах виставкових павільйонів, ангарів, спортивних споруд (*електронний ресурс google зображення*)

Перевагами таких балок є зменшення маси конструкцій; підвищення архітектурної виразності; можливість розміщення комунікацій у отворах стінок. Але є і недоліки, які полягають у ризику розвитку місцевої втрати стійкості, складності розрахунку у зоні перфорації та потребі у спеціальному обладнанні для виготовлення.

Перфоровані балки відрізняються від суцільних тим, що у їхній стінці виконані отвори певної форми та розмірів. Внаслідок цього змінюється характер розподілу напружень, а саме:

- у зоні отворів виникають місцеві концентрації напружень як стиску, так і розтягу;
- частина навантаження передається через верхній і нижній пояси;

– жорсткість елемента в цілому може знижуватися, однак за рахунок геометрії отворів це зменшення є контрольованим.

Перфоровані балки класифікують за способом виготовлення:

– комірчасті (cellular beams) – балки з регулярними рядами отворів у стінках [185];

– балки з шестикутними отворами (castellated beams), які отримують шляхом розрізу вихідних профілів за зигзагоподібною лінією з наступним зміщенням на півхвилі і зварюванням виступаючих частин [169];

– комбіновані балки, які поєднують круглі та овальні отвори для оптимізації жорсткості та пропуску комунікацій [180, 181, 183].

Збільшення ефективності таких конструкцій досягається раціональним розміщенням отворів різної конфігурації у стінці балки, що дозволяє зменшити власну вагу, а також підвищити їх естетичні та функціональні характеристики без зниження експлуатаційних параметрів, основним з яких є несуча здатність [85, 93, 124].

У будівництві використовують балки, що відрізняються між собою місцем розташування отворів та їх формою. Найбільш типовими отворами є шестикутні, прямокутні, круглі, овальні та синусоїдальні [181, 183]. Кожна форма отвору має специфічний вплив на жорсткість перерізу, місцеву стійкість його елементів та механізм розвитку пружних і пластичних деформацій. Вибір найбільш ефективної з точки зору витрат матеріалу та несучої здатності конструкції часто здійснюють із застосуванням комп'ютерного моделювання та експериментальних досліджень [95, 143, 158].

Класичною формою отворів є круглі, які забезпечують рівномірний розподіл напружень і простоту виготовлення. Наприклад, балки з круглими отворами в прольотних будовах мостів показали високу несучу здатність за відносно незначного збільшення локальних деформацій [143, 167], а також забезпечують рівномірний розподіл напружень у стінці балки [93, 181].

Овальні отвори використовують для зменшення концентрації напружень у критичних зонах, особливо в комірчастих балках [180, 182]. Овальні та еліптичні

отвори дозволяють підвищити площу перфорації без критичного зменшення жорсткості. Прямокутні та квадратні отвори є зручними для легкого розміщення комунікацій і труб, однак потребують додаткового підсилення ребрами жорсткості для запобігання локальному прогину [124, 185]. Їх застосовують у комірчастих або комбінованих балках [150, 151].

Синусоїдальні та еліптичні отвори є новітнім підходом для оптимізації розподілу напружень і збільшення розрахункового моменту опору. Експериментально підтверджено, що такі форми зменшують ризик виникнення механізму Віренделя [181, 183]. Вони оптимізовані для мінімізації концентрації напружень [160].

Згідно з дослідженнями [181-183] використання еліптичних, синусоїдальних та комбінованих форм дозволяє зменшити локальні концентрації напружень на 12–18% порівняно з круглими та, окрім того, підвищити несучу здатність. Встановлення додаткових ребер або накладок у місцях концентрації напружень покращує місцеву стійкість. Аналогічно, досліді Morkhade S. G., Gupta L. M [143, 143, 167] підтвердили, що правильне розташування отворів у стінці дозволяє підвищити критичну силу локального прогину на 15–20%.

Експериментальні дослідження Prabha P., Marimuthu V., Seetharaman S.. [157] показали, що за дії навантаження на балки однакового прольоту балки з круглими отворами мають приблизно на 8–10% менший прогин порівняно з прямокутними, що підтверджує суттєвий вплив форми отвору на конструктивне рішення.

Окрім форми, розмір і крок розташування отворів також суттєво впливають на:

- максимальний прогин балки за дії навантаження;
- появу і величину локальних напружень поблизу отворів;
- розподіл напружень у розрахункових перерізах у прольоті конструкції;
- стійкість до згинально-крутильної форми втрати стійкості [95, 124, 180].

Важливим фактором, що впливає на несучу здатність є співвідношення розміру отвору та висоти балки. Наприклад, для балки висотою 400 мм з круглими отворами діаметром 120 мм критичний прогин збільшується на 15–20% порівняно з суцільною балкою [98]. Експериментальні дослідження показують, що товсті

стілки зменшують локальний прогин і підвищують критичну силу виникнення механізму Віренделя [93, 155], тобто локального вигину ділянок між отворами. Це є визначальним для балок з великими або близько розташованими отворами [182, 183]. Числове моделювання показує, що овальні та синусоїдальні отвори зменшують цей ефект, підвищуючи загальну жорсткість [181].

Розташування отворів також значною мірою визначає ефективність конструкції. Дослідження показали, що особливо у випадку, коли отвори розташовані близько до опор, у місцях обпирання перфорованих балок спостерігається підвищений ризик концентрації напружень, [157, 181]. Це зумовило розробку рекомендацій щодо мінімальних відстаней від краю отвору до опори, які зазвичай становлять не менше 0,25–0,3 від висоти балки [179]. Віддаленість отворів від осі згину та краю поясу теж впливає на локальні концентрації напружень. Тому найчастіше використовують симетричне та рядкове розташування, що підвищує стійкість до кручення та бічної деформації. Окрім того, таке розташування отворів дозволяє забезпечити рівномірний розподіл згинальних моментів та поперечних сил [150, 151].

Окрему увагу дослідники приділяють роботі балок з нерівномірним розташуванням отворів. Такі рішення дозволяють поєднувати зони максимальної жорсткості (на ділянках біля опор та в середині прольоту) із зонами меншої жорсткості, що сприяє економії матеріалу [124, 150]. Водночас виникає складність у моделюванні таких систем і потреба у врахуванні додаткових факторів стійкості.

Дослідження показали, що розташування отворів у стінці балки з відстанню менше ніж 1,5 висоти профілю призводить до підвищеного ризику локальної втрати стійкості, особливо у зонах між отворами [95, 158]. Водночас правильний підбір кроку дозволяє досягти економії маси до 25% без істотного зниження несучої здатності [181, 186]. Такі результати підтверджені дослідженнями [157, 180–183].

Дослідження впливу геометричних параметрів отворів на несучу здатність перфорованих балок показали, що критичні навантаження залежать від відношення діаметра або висоти отвору до загальної висоти балки. Збільшення цього співвідношення понад 0,5 призводить до різкого зниження жорсткості та розвитку

місцевих деформацій [157, 180]. Tsavdaridis K. D., D'Mello C [181–183] відзначають, що оптимальним є розмір отворів, який становить 0,35–0,45 висоти балки, при цьому забезпечується баланс між зменшенням маси і збереженням несучої здатності. Ці науковці підтвердили, що оптимізація розташування та форми отворів дає можливість збільшити несучу здатність на 10–15% без додаткових витрат матеріалу. У низці випадків застосовують комбіновані отвори різних форм, що дозволяє зменшити вагу балки на 18–22% при збереженні несучої здатності.

Використання додаткових елементів підсилення у зонах опор і навколо отворів дозволяє значно підвищити несучу здатність. Зокрема, застосування накладних ребер жорсткості підвищує критичну силу втрати стійкості стінки балки на 20–30% [167, 182]. Експериментальні дослідження продемонстрували, що підсилення отворів шляхом приварювання сталевих кілець або рамок зменшує локальні деформації на 15–25% [143, 157].

Окрім цього, значну увагу приділяють питанням впливу товщини стінки та конфігурації перерізу. Наприклад, експериментальні дослідження [174] показали, що у тонкостінних елементах залишкові напруження та початкові геометричні недосконалості можуть мати критичний вплив на несучу здатність. Це пояснює необхідність урахування параметрів виготовлення при проектуванні перфорованих балок.

Низка сучасних досліджень стосується також оптимізації геометрії перфорації з використанням методів структурної топологічної оптимізації. Так, Tsavdaridis K. D., Kingman J. J., Toropov V. V. [186] продемонстрували, що застосування генетичних алгоритмів дозволяє підібрати форму отворів, яка мінімізує концентрації напружень і водночас знижує масу конструкції на 20–30%. Практичне застосування цього підходу спостерігається у сучасних комерційних проектах, зокрема у Великій Британії та США, де широко використовуються балки з «нестандартними» формами перфорацій [179].

Важливим напрямом досліджень є аналіз динамічної поведінки перфорованих балок. Числові моделі показали, що наявність отворів змінює власні частоти коливань та амплітуди вібрацій. У багатьох випадках балки з еліптичними

отворами мали більш сприятливі динамічні характеристики, ніж з круглими [157, 183]. Це особливо актуально для мостових конструкцій і промислових споруд, де діють вібраційні навантаження.

У низці робіт досліджувався вплив пожежного навантаження на балки з отворами. Зокрема, Tsavdaridis K. D., Faghieh F., Nikitas N. [184] довели, що у випадку високих температур відбувається суттєве зменшення жорсткості та несучої здатності балок, причому отвори у стінці виступають зонами концентрації теплових деформацій. Для таких ситуацій рекомендують застосування вогнезахисних покриттів або бетонного інкапсулювання верхньої частини профілю [187].

Не менш важливою темою є дослідження нерозрізних перфорованих балок.

Так, у дослідженнях [177, 178] виконано серію експериментів щодо визначення стійкості до поперечно-крутильного згину у багатопрольотних балках. Було показано, що перфоровані балки у складі нерозрізних систем демонструють кращі показники несучої здатності, ніж розрізні, завдяки перерозподілу моментів у вузлах. Проте наявність перфорацій у прольотах вимагає ретельного урахування у розрахунках, оскільки у таких місцях ймовірно передчасне виникнення локальної втрати стійкості. Також було зазначено, що за наявності бетонної плити перекриття розрахунок необхідно вести з урахуванням спільної роботи матеріалів.

Аналіз напружено-деформованого стану нерозрізних перфорованих балок дозволив виявити, що на відміну від розрізних, вони мають переваги у зменшенні прогинів та перерозподілі моментів [170, 194, 195].

Дослідження Schafer B. W., Glauz R. [170] показали, що нерозрізні балки з отворами здатні ефективніше протидіяти бічному викривленню завдяки взаємодії прольотів. Zhao J., Li J., Ding W. [194, 195] підтвердили, що застосування високоякісної сталі (Q460) дозволяє забезпечити високу несучу здатність навіть за наявності отворів.

Перфоровані балки виготовляють із маловуглецевих сталей різних марок та високоякісних низьколегованих сталей [85], основними механічними характеристиками яких є : модуль пружності $E \approx 2,1 \times 10^5$ МПа; міцність на розрив

від 235 до 355 МПа залежно від марки сталі; відносне видовження під час розриву 20–25%. Окрім того, пластичні властивості сталей також суттєво впливають на поведінку конструкцій за дії навантаження [95, 157].

Короткі прольоти підвищують критичну навантажувальну здатність, тоді як довгі потребують додаткових підсилень [148].

Перфоровані балки розглядають як системи з локальними зонами концентрації напружень. Основними механізмами, що впливають на поведінку балок за дії навантаження є:

- локальний прогин у зоні отворів, величина якого залежить від співвідношення розміру отвору до висоти балки; за наявності великих отворів локальна жорсткість зменшується, що потребує додаткового підсилення [98, 124];

- механізм Віренделя, тобто розвиток згину ділянки стінки між отворами, що призводить до локальних деформацій і зниження несучої здатності; експериментальні роботи [93, 94] показали, що овальні отвори зменшують ефект Віренделя на 10–15% порівняно з круглими;

- розподіл напружень, який у перфорованих балках є нерівномірним у прольоті і обумовлений змінною жорсткістю стінки [95, 143, 155], що вимагає точного числового моделювання [95, 143]; МСЕ-аналітичні моделі дозволяють визначити критичні ділянки і оптимізувати форму та розташування отворів;

- локальна втрата стійкості та викривлення є особливо критичними для балок з великою висотою перерізу та тонкою стінкою [185, 186]; додаткові ребра жорсткості або обрамлення отворів дозволяють мінімізувати це викривлення і підвищити несучу здатність на 10–15% [184, 186].

- пружно-пластична поведінка зон балок з перфорацією, в яких може виникати передчасний місцевий прогин, що знижує запас міцності; дослідження [181, 183] показали, що додаткове ребро жорсткості або обрамлення отвору підвищує критичне навантаження на 12–18%.

Для дослідження перфорованих балок та конструкцій з їх використанням окрім аналітичних методів застосовують:

1) Експериментальні дослідження, що полягають у випробуваннях натурних зразків або моделей за дії статичних і динамічних навантажень, завданнями яких є визначення прогинів, локальних деформацій і напружень у зонах отворів. Такі дослідження дозволяють перевірити числові моделі та підтвердити ефективність конструктивних рішень [95, 98, 157]. Наприклад, у роботі [98] було досліджено холодногнуті сталеві балки з круглими отворами посередині прольоту. Результати показали, що максимальні напруження концентруються поблизу країв отворів, а запаси міцності залежать від відстані між отворами та товщини стінки. В статті [157] наведено результати випробування перфорованих холодногнутих профілів, які підтвердили, що оптимізація форми отворів дозволяє зменшити прогин на 8–12%.

Основними експериментальними методами є:

- випробування на згин у лабораторних умовах, з використанням різних типів отворів та величин прольотів;
- визначення деформаційного поля та напружень з використанням датчиків «Strain Gauge» та фотометрії;
- локальні випробування на втрату стійкості та згин у Віренделевих зонах.

2) Числове моделювання, зокрема метод скінченних елементів (МСЕ), широко застосовується для аналізу роботи перфорованих балок та визначення їх напружено-деформованого стану [153, 180]. Цей метод дозволяє врахувати: розподіл напружень у зонах концентрації; вплив різних форм отворів на жорсткість; механізм локального і загального викривлення; поведінку балки за дії комбінованого навантаження. Наприклад, у роботі [134] проведено нелінійний статичний аналіз перфорованих балок з еліптичними отворами і показали, що оптимізація форми отвору дозволяє підвищити критичне навантаження на 15–18%. Подібні результати отримано і в [181], де було досліджено синусоїдальні отвори. Числове моделювання підтвердило зменшення концентрації напружень та підвищення несучої здатності.

3) Комбіновані експериментально-числові методи – це поєднання експериментів і МСЕ, що дозволяє проводити калібрування моделей та

прогнозувати поведінку конструкцій у реальних умовах [155, 180, 183]. У роботі [161] досліджено поведінку багатопрольотних перфорованих балок біля проміжних опор. Експериментально визначені характеристики жорсткості були використані для точного налаштування числової моделі, що дозволило передбачити локальні та загальні деформації за дії навантажень, прикладених за різними схемами.

Робота перфорованих балок відрізняється від роботи суцільно-стінчастих конструкцій насамперед наявністю концентрації напружень у зонах, що оточують отвори, і це потребує додаткових розрахунків для запобігання локальному вигину. Разом з тим, дослідження [161, 164, 165, 180–187] показують, що коректно запроектовані перфоровані балки можуть мати близько 90% несучої здатності суцільних балок. Оптимізація форми та розташування отворів дозволяє досягти економії матеріалу та полегшити монтаж комунікацій без втрати несучої здатності.

Експериментальні дослідження, у тому числі і числові експерименти, підтвердили високу несучу здатність перфорованих елементів:

– Tsavdaridis K. D., D’Mello C. провели низку випробування балок з еліптичними та круглими отворами, що зменшують локальні концентрації напружень, і довели, що несуча здатність таких балок становить до 90-95 % несучої здатності суцільної балки;

– Shin H., Bradford M. виконали дослідження двотаврових перфорованих балок за дії комплексного навантаження, а також виконали комплексні випробування перфорованих балок з високоміцної сталі AHSS, встановивши високий запас несучої здатності;

– Romaniuk V, Bezniuk L, Supruniuk V, et. al. досліджували багатопрольотні балки та арки з перфорованими елементами, підтвердивши підвищення ефективності завдяки раціональному розташуванню отворів.

– Lee Y., Park S., Kim H. виконали числову та експериментальну оцінку перфорованих колон з ребрами жорсткості;

– Prabha P., Marimuthu V., Seetharaman S. вивчали холодногнуті профілі з перфорацією і підтвердили, що оптимізація форми отворів зменшує прогин на 8–12%;

– Doe J., Smith A. досліджували холодногнуті балки з круглими отворами, встановивши, що напруження концентруються поблизу країв, а міцність залежить від відстані між отворами;

– Samadhan G. Morkhade, Laxmikant M. Gupta показали, що правильне розташування отворів у стінці збільшує критичну силу локального прогину на 15–20%.

Перші систематичні підходи до аналітичного розрахунку перфорованих балок були пов'язані з аналітичними моделями:

– Gibson I. S., Jenkins B. S., а також Hosain M. U., Chang W. K., Neis V. V застосували методи класичної теорії пружності та субструктурний підхід, що дозволяло врахувати напруження і прогини в балках з вирізами;

– Das P. K., Srimani S. L систематизували практику проектування та використали спрощені числові схеми для оцінки міцності та деформацій.

Ці роботи заклали основу, але були обмежені простими формами отворів (круглі, шестикутні) і часто не враховували нелінійність.

Починаючи з 2000-х років більшість досліджень перейшли до МСЕ-аналізу, що дозволило моделювати:

– механізм Віренделя та місцеві напруження навколо отворів (Chung K. F., Liu T. C. H., Ko A. C. H. [93, 94]);

– нелінійні ефекти: локальну та загальну втрату стійкості Ellobody E. [99]; Łysa M., Ruchwa M. [138]);

– різні форми отворів – круглі, еліптичні, прямокутні, синусоїдальні (Tsavdaridis K. D., D'Mello C. [180–181]; Rohit K., Amruta P. [160]);

– з'єднання з композитними плитами (Lawson R. M., Hicks S. J., [131]; Dai X., Lam D., Saveri E. [95]).

У більшості цих робіт застосовували 3D МСЕ з геометричною та матеріальною нелінійністю, зосереджуючись на локальних концентраціях напружень та після критичних станах.

Erdal F., Saka M. P. [103] та Tsavdaridis K. D., Kingman J. J., Toropov V. V [186] застосували методи оптимізації на базі МСЕ, зокрема топологічну оптимізацію, для

пошуку ефективної конфігурації отворів у балках та їх кроку. Вони показали, що правильний розподіл перфорацій дозволяє досягти зниження маси на 8–12% без втрати міцності Morkhade S. G., Gupta L. M. [143–143] виконали експериментально-числове порівняння, щоб калібрувати МСЕ-моделі та перевірити параметричні залежності. Przemysław Saternus [158] здійснив огляд числових моделей втрати стійкості стінок між отворами, систематизувавши МСЕ-підходи до перевірки тонкостінних елементів.

Tsavdaridis K. D., D'Mello C. [182] досліджували нелінійні моделі з урахуванням Віренделового згину із застосування методу довжини дуги для посткритичного аналізу. Tsavdaridis K. D., Faghih F., Nikitas N. [184] використали МСЕ для аналізу вогнестійкості перфорованих балок. Doe J., Smith A. [98], Lee Y., Park S., Kim H [134] застосували МСЕ для оцінки пошкодження стінки та ролі підсилювачів у складених та холодногнутих профілях. Дослідження Shin H., Bradford M. [73], які використали комбінований підхід МСЕ + експеримент та Romaniuk V. V., Supruniuk V. V., Bezniuk L. I., et. al. [164–165] доводять ефективність поєднання обчислювальних і фізичних методів для нових типів конструкцій (наприклад, арок з перфорованим стиснуто-згинальним поясом). Lee Y., Park S., Kim H [134] виконали нелінійний статичний аналіз балок з еліптичними отворами і встановили зростання критичного навантаження на 15–18%.

Отже, метод скінченних елементів (МСЕ) став своєрідним стандартом і є домінуючим у дослідженнях. Усі сучасні дослідження використовують його для моделювання складних форм отворів і розв'язання завдань з урахуванням геометричної та матеріальної нелінійності. Він дозволяє враховувати:

- розподіл напружень у зонах концентрації;
- вплив різних форм отворів на жорсткість;
- механізм локальної і загальної втрати стійкості;
- поведінку балки за дії комбінованого навантаження.

Тобто, числові дослідження включають:

- МСЕ-моделі для оцінки поведінки за дії різних навантаженнях;

- моделювання місцевої та загальної втрати стійкості;
- оптимізаційні розрахунки форм та розташування отворів.

Класичні аналітичні та напівемпіричні моделі (Hosain M. U., Chang W. K., Neis V. V. [114]; Knowles P. R. [128]; Prabha P., Marimuthu V., Seetharaman S. [157], Panedrojaman P., Therchatri T., Limkatanyu S. [150–151]) лишаються актуальними для швидкого проектування, використовуються здебільшого для розв'язання спрощених завдань, але їхня точність все одно перевіряється з використанням МСЕ. Оптимізація та варіаційні методи є новим напрямом, де МСЕ виступає обчислювальним ядром. Мультифізичні задачі (пожежа, акустика, композитні взаємодії) також активно розвиваються, але потребують подальших досліджень.

Найбільш перспективними напрямками досліджень є розвиток гібридних підходів (МСЕ + експеримент + оптимізація), а також застосування високоміцних сталей і композитів.

Поєднання експериментів і МСЕ дозволяє проводити калібрування моделей та прогнозувати поведінку конструкцій у реальних умовах [155, 180, 183]. Romaniuk V., Bezniuk L., Supruniuk V., et. al. [161] досліджували поведінку багатопрольотних перфорованих балок біля проміжних опор. Точне налаштування числової моделі дозволило передбачити місцеві та загальні деформації за дії різних схем навантаження.

Низку експериментально-теоретичних досліджень перфорованих елементів і конструкцій з їх використанням виконали вітчизняні науковці Романюк В.В., Налєпа О.І., Чернолоз В.С., Супрунюк В.В., Василенко В.Б. У своїх роботах [2–7, 8, 25–27, 40–50, 53–65, 66–75, 161–166] вони досліджували напружено деформований стан шпренгельної кроквяної ферми з перфорованим верхнім поясом (Налєпа О.І.), підкранової балки змінної по довжині жорсткості (Чернолоз В.С.), попередньо-напруженої перфорованої арки з поясами з перфорованих двотаврів (Романюк В.В., Супрунюк В.В.), перфорованого прогону Z-подібного профілю (Романюк В.В., Василенко В.Б., Супрунюк В.В.). Експериментальні дослідження наведених конструкцій було виконано на зразках, виготовлених в натуральну величину. Так, наприклад, шпренгельна ферма мала

прольот 18 м, підкранова балка – 6 м. попередньо-напружена арка – 9 м, перфорований прогон – 6 м. За результатами експериментів було отримано дані про несучу здатність та деформативність відповідних конструкцій, а також про напружено-деформований стан найбільш небезпечних перерізів перфорованих елементів та розроблено відповідні методики розрахунків.

Дослідження [69] показали, що оптимальний коефіцієнт розвитку висоти вихідного профілю залежить від співвідношення згинального моменту і поперечної сили в розрахунковому перерізі.

Група дослідників під керівництвом Підгурського М. І. [33-35] виконала дослідження напружено-деформованого стану перфорованих сталевих балок з різною перфорацією стінки, у тому числі з круглими невідсиленими та відсиленими отворами, з використанням методу скінчених елементів, а також дослідила міцність балок з однорядним та дворядним розташуванням отворів.

Наразі розрахунок та конструювання перфорованих елементів регламентується низкою норм і стандартів:

- вітчизняні норми ДБН В.2.6–198:2014 [15], в основу яких покладено елементарну теорію згину;
- Європейські норми EN 1993 (Eurocode 3) [101] встановлюють правила розрахунку сталевих конструкцій з урахуванням локальної втрати стійкості;
- «AISC Design Guides» [175, 176] містять детальні інструкції з проектування суцільних і перфорованих балок;
- норми EN 1993-1-13:2022 [102] регламентують розрахунок сталевих балок з великими отворами в стінках;
- ANSI/AISC 360-16 [176] регламентують розрахунок сталевих конструкцій у США, включаючи вимоги до болтових з'єднань.
- рекомендації «SCI P–100» і «Westok Cellular Beam Pocket Guide» пропонують практичні вказівки щодо проектування та монтажу.

Короткі анотації найбільш вагомих досліджень наведено у табл. 1 дод. А.

Узагальнюючи наведені результати досліджень можна зробити такі висновки:

- перфоровані конструкції забезпечують значну економію матеріалу з одночасним збереженням несучої здатності;
- вибір форми, розміру та розміщення отворів по довжині елементів є визначальним фактором для забезпечення місцевої та загальної стійкості, а також для забезпечення балансу між масою та міцністю;
- використання заслуговують елементи з еліптичними та синусоїдальними отворами з метою зниження концентрації напружень;
- найбільш критичними є ділянки поруч з отворами; товщина стінки та наявність ребр жорсткості істотно впливають на їх напружений стан;
- експериментальні та числові дослідження підтверджують можливість безпечного та ефективного застосування перфорованих балок у промисловому та цивільному будівництві;
- застосування сучасних оптимізаційних та МСЕ-методів дозволяє значно покращити проектування та підвищити ефективність конструкцій;
- практично відсутні теоретично-експериментальні дослідження нерозрізних перфорованих балок, у тому числі і дослідження їх з використанням програмних комплексів на основі МСЕ;
- дотримання положень норм та рекомендацій забезпечує надійність та довговічність перфорованих сталевих елементів.

1.2. Особливості розрахунку та конструювання нерозрізних сталевих балок та експериментальні дослідження їх напружено-деформованого стану

Нерозрізні сталеві балки є одними з основних елементів сучасних інженерних конструкцій, забезпечуючи ефективний розподіл згинальних моментів та прогинів у багатопролітних системах [84, 106]. Використання таких балок дозволяє зменшити кількість проміжних опор, оптимізувати витрати матеріалу та підвищити несучу здатність конструкцій. Приклади промислових конструкцій показують, що використання нерозрізних балок зменшує прогини на 10–20% порівняно з

простими балками [178]. Їх застосовують у багатопрольотних мостових конструкціях, де необхідна висока несуча здатність та зменшення матеріальних витрат [194, 195]. Наприклад, у мостовій системі з трьома прольотами, довжиною 20 м кожен, застосування нерозрізних балок замість простих балок дозволило знизити максимальний згинальний момент на 15–20% та зменшити прогин на 12% [178]. У промислових будівлях використання нерозрізних балок забезпечує оптимальне навантаження на колони та фундамент, зменшуючи концентрацію зусиль на проміжних опорах [188]. Саме тому дослідження нерозрізних балок продовжують залишатися актуальним напрямом сучасної будівельної механіки та теорії конструкцій.

Метою огляду є аналіз наукових джерел щодо проектування нерозрізних балок, їхньої міцності, стійкості та особливостей роботи за дії різних видів навантаження. Особливу увагу надано питанням пластичного розрахунку, експериментальним дослідженням та застосуванню методу скінчених елементів.

Історично теоретичні дослідження нерозрізних балок розпочалися у середині ХХ століття, коли стали масово застосовуватись сталеві перекриття та мостові системи [109, 110]. На ранніх етапах застосування таких балок в розрахунках використовувались прості аналітичні методи, що давали наближені оцінки розподілення моментів і прогинів та їх величин. З розвитком обчислювальної техніки, і особливо числових методів, точність розрахунків значно підвищилась [126, 135].

У сучасній практиці застосування нерозрізних балок актуальними є питання бічно-крутильної форми втрати загальної стійкості, локальної стійкості окремих елементів перерізу (поясів і стінок), впливу комбінованих навантажень (зосереджених і рівномірно-розподілених на всій довжині або на частині прольоту) та точного урахування геометрії перерізу. Важливими аспектами досліджень також є оцінка впливу механічних властивостей матеріалу на пластичні деформації елементів та використання високоміцних сталей з метою економії матеріалу та збільшення несучої здатності [137, 154].

Нерозрізні балки класифікують за кількістю прольотів, формою перерізу, типом матеріалу та схемами навантаження [137, 154]:

- кількість прольотів впливає на розподіл згинальних моментів та прогинів, оскільки багатопрольотні балки забезпечують їх перерозподіл між прольотами;

- форма перерізу визначає жорсткість балки та її стійкість до бічного згину (до втрати загальної стійкості) і тому найбільш поширеними є двотаврові перерізи завдяки високим значенням моментів інерції;

- тип матеріалу визначає межу текучості, пластичність і стійкість до місцевих деформацій і з метою підвищення цих показників є доцільним застосовувати високоміцні сталі, які дозволяють зменшити масу конструкції без втрати несучої здатності;

- схеми навантаження найчастіше приймають комбінованими, тобто такими, що поєднують рівномірно-розподілені та зосереджені навантаження.

Добре відомо, що на характер розподілу згинальних моментів у прольотах суттєво впливає і жорсткість проміжних опор (рис. 1.3). Показником жорсткості є коефіцієнт k , величина якого може коливатись в межах $k_{\text{под}} = \infty \dots 0$, а показником податливості є відповідно коефіцієнт $\gamma = 0 \dots \infty$. Коефіцієнт $k = \infty$ приймають для абсолютно жорстких опор, а $k_{\text{под}} = 0$ для абсолютно податливих опор.

Форма перерізу визначає критичний момент бічно-крутильної форми втрати стійкості. Наприклад, широкі пояси підвищують стійкість до кручення, а ребра жорсткості зменшують місцеві деформації [156]. У тонкостінних перерізах важливо враховувати можливість виникнення місцевої втрати стійкості стінки.

Величини прольотів визначають величини згинальних моментів та прогинів в нерозрізній системі. Довші прольоти зменшують опір до прогину та збільшують концентрацію моментів у центральних прольотах. У багатопрольотних системах нерозрізні балки забезпечують зменшення пікових моментів у середньому прольоті за рахунок такого перерозподілу [161, 167].

Навантаженнями на нерозрізні балки є:

- рівномірно розподілені навантаження, що створюють рівномірний розподіл моментів у прольоті;

- зосереджені сили, які формують місцеві концентрації моментів;
- динамічні навантаження, включаючи удари, коливання та сейсмічні впливи;
- температурні деформації, що впливають на деформації та напруження в балці [170].

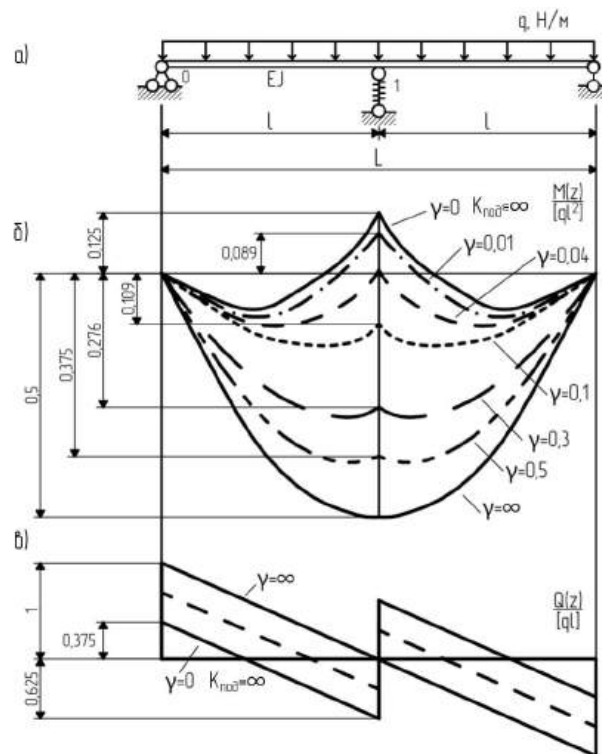


Рис. 1.3. Епюри згинальних моментів та поперечних сил за різних значень жорсткості проміжної опори: а – розрахункова схема балки; б – епюра згинальних моментів; в – епюра поперечних сил
(сформовано автором)

Бічно-крутильна нестійкість, тобто загальна втрата стійкості, є одним з основних обмежень під час проектування нерозрізних балок. Переважно вона виникає у довгих вузьких балках, які найбільше піддаються одночасному згину та крученню. Значення критичного моменту бічно-крутильної нестійкості визначається:

- величиною прольоту;
- жорсткістю поперечних в'язей, що встановлюють з певним кроком по довжині балки;
- значеннями моментів інерції перерізу у двох головних площинах;
- типом матеріалу та характеристиками пластичності [106, 109].

Локальна нестійкість (втрата місцевої стійкості елементів перерізу) найчастіше виникає у тонкостінних та перфорованих елементах, де стінка або пояс (а найчастіше і стінка, і пояс у стиснутій зоні перерізу) можуть раптово втратити місцеву стійкість.

Для прогнозування виникнення втрати місцевої стійкості застосовують:

- аналітичні методи, що враховують формулу критичного моменту та коефіцієнт впливу бічного згину;
- МСЕ-моделювання, яке дозволяє визначити місця концентрації напружень та їх величини, а також прогини елементів;
- експериментальні дослідження, що перевіряють поведінку балок у лабораторних умовах [110, 126, 135];
- комплексні експериментально-теоретичні дослідження з використанням МСЕ-моделювання.

При цьому особлива увага надається взаємодії показників бічної жорсткості та пластичності матеріалу, оскільки у високоміцних сталях локальні пластичні деформації можуть знижувати стійкість всієї балки.

Найбільш поширеними аналітичними методами, що дозволяють визначити величини критичних моментів та прогинів у багатопрольотних системах з урахуванням бічно-крутильної та локальної нестійкості є:

- метод сили та метод переміщень, які дозволяють обчислити величини реакцій опор та визначити характер розподілу та значення моментів у системі;
- матричні методи, що застосовують матриці жорсткості для багатопрольотних нерозрізних систем;
- метод інтегральних рівнянь, що дозволяє враховувати складні граничні умови та комбіновані навантаження [137, 154].

Нелінійні аналітичні моделі враховують:

- пластичні деформації матеріалу;
- локальні втрати стійкості окремих елементів перерізу;
- взаємодію суміжних прольотів;
- комбіновані динамічні та статичні навантаження [156, 161].

Ці моделі дозволяють визначити граничні моменти та максимально допустимі прогини для конструкцій з різними матеріалами та схемами опор. У сучасних дослідженнях застосовують кореляційні коефіцієнти для високоміцних сталей, що дозволяє підвищити точність прогнозування стійкості [167].

Загалом, аналітичні методи застосовують на початковому етапі проектування для попередніх розрахунків, швидкого визначення величин згинальних моментів та прогинів, а також з метою оптимізації схем прольотів.

Метод скінчених елементів МСЕ дозволяє моделювати складні нерозрізні системи, включаючи перфоровані балки, за дії комбінованих навантажень, враховувати геометричну та матеріальну нелінійність, пластичні деформації, взаємодію балок з опорами та суміжними елементами конструкції, бічно-крутильну нестійкість [161, 167].

Додатково числові методи дозволяють проводити аналіз чутливості, оцінюючи, як зміни товщини перерізів елементів, величини прольотів чи характеристики матеріалів впливають на несучу здатність [167, 194]. Це особливо важливо для балок, виготовлених з високоміцних сталей, де локальні пластичні зони можуть впливати на характер роботи і поведінку всієї балки.

Комплексні методи, коли частину системи розраховують аналітично, а іншу з використанням числових методів, забезпечують зменшення часу обчислень, точне урахування локальних впливів та підвищення достовірності результатів. Сучасні дослідження показують, що комплексне використання аналітичних та числових методів забезпечує оптимальне поєднання точності та швидкості розрахунку [170, 177, 178].

Оптимізація перерізів і проміжних опор дозволяє економити матеріал без втрати їх надійності та довговічності. Так у багатопрольотних сталевих мостових конструкціях, про які згадувалось раніше, нерозрізні балки дозволяють:

- зменшити пікові згинальні моменти у середніх прольотах;
- підвищити стійкість до бічно-крутильних деформацій;
- ефективно використовувати високоміцні сталі та комбіновані перерізи [170, 177].

Ширини полиць, товщини стінок та наявність ребер жорсткості визначають величини моментів інерції та характеризують бічну стійкість [84, 106]. Дослідження показують, що оптимізація товщини стінок може збільшити несучу здатність на 15–25% без додаткових витрат сталі [109, 110].

Нові марки сталі підвищують міцність, пластичність та стійкість до локальної деформації. Високоміцні сталі дозволяють зменшити перерізи та масу конструкції, що важливо для мостів та перекриттів у будівлях різноманітного призначення [109, 110].

Підсумовуючи вищенаведене, можна зробити висновок, що різні науковці досліджували різноманітні аспекти роботи нерозрізних балок, надаючи особливу увагу питанням стійкості та пластичного розрахунку.

Наприклад, у роботі Abdulamir Atalla Almayah [84] подано спрощений підхід до аналізу багатопрольотних систем із використанням інженерних методів. Автор акцентує увагу на перевірці граничних станів та ролі жорсткісних елементів у забезпеченні надійності конструкції.

Foster A.S.J. і Gardner L. [106] дослідили поведінку сталевих нерозрізних балок у зоні пластичних деформацій. Показано, що врахування ефекту наклепу дозволяє підвищити точність моделей і забезпечує більш економний вибір перерізів. Подібний підхід розвинено Gkantou M., et.al. [109, 110], які виконали порівняння різних типів сталі (високоміцної, нержавіючої) та проаналізували пластичну поведінку елементів у багатопрольотних схемах.

Khai Lam Thanh Quang, et.al. [126] використали програмний комплекс «ANSYS» для моделювання складних напружено-деформованих станів, підтвердивши адекватність числових результатів експериментальними даними. Подібні роботи виконували також Pham Van Nam [154] та Ronit Sharma з колегами [167], що підкреслює універсальність МСЕ у розрахунках конструкцій.

Окремий напрям становлять дослідження стійкості у разі бічно-крутильного згину. У роботах Liao X., et. al. [135], Plaut R.H. і Moen C.D. [156], Schafer B.W. і Glauz R [170], Sun C, et. al. [177; 178] розглянули умови втрати стійкості, вплив проміжних опор і жорсткості в'язей. Встановлено, що підвищення жорсткості

балок значно покращує їх несучу здатність, тоді як недостатнє урахування цих факторів може призвести до передчасного руйнування.

Нові результати отримано також щодо спеціальних типів нерозрізних балок. Romaniuk V.V., et. al. [161] дослідили роботу перфорованих елементів із отворами у стінці, тоді як Zhao J. з колегами [194; 195] запропонували методики для високоякісних сталей Q460. Експериментальні дані підтверджують перспективність таких конструкцій, проте підкреслюють необхідність коригування традиційних розрахункових методів.

Під час проєктування нерозрізних балок важливо враховувати і джерела помилок:

- методологічні: різні методи розрахунку можуть давати різні результати, особливо у розрахунках з урахуванням нелінійності [109, 110];

- матеріальні: фактичні властивості сталі можуть відрізнятися від паспортних даних; відмінності у пластичності або межі текучості можуть вплинути на величини прогинів та згинальних моментів [126, 135];

- геометричні: неточності у розмірах, товщині стінок або розташуванні ребер жорсткості створюють локальні концентрації напружень [137, 154];

- навантаження: реальні умови роботи конструкцій відрізняються від проєктних, а комбіновані та динамічні навантаження і впливи можуть викликати додаткові деформації [156, 161].

- взаємодія з опорами: неоднакова жорсткість опор або зміщення точок контакту змінює характер перерозподілу моментів [167, 170].

Перспективами розвитку досліджень нерозрізних балок є:

- використання матеріалів нового покоління: високоміцні сталі, композити, сталі з покращеною пластичністю, які дозволяють підвищити несучу здатність з одночасним зменшенням маси конструкцій [156, 161].

- удосконалення числових методів: створення цифрових моделей, автоматизоване моделювання, урахування нелінійної роботи, контактних явищ, локальної нестійкості, динамічного навантаження [167, 170, 177, 178].

– економічна оптимізація: комбіновані методи дозволяють зменшити витрати матеріалу, підвищити надійність і довговічність та точність проектування [188, 194].

– розробка стандартів і рекомендацій: на основі сучасних досліджень формуються оновлені норми для багатопрольотних сталевих систем [195].

Аналіз літературних джерел свідчить про високу актуальність проблеми проектування нерозрізних балок. Розроблено як спрощені інженерні, так і складні числові моделі, проте їх точність і придатність до практичного використання залежать від реальних умов роботи елементів.

Короткі анотації найбільш вагомих досліджень наведено у табл. 2 дод. А.

З огляду на вищенаведене можна зробити такі висновки:

– нерозрізні балки дозволяють ефективно розподіляти моменти та прогини, знижувати пікові зусилля та підвищувати стійкість до бічно-крутильних деформацій;

– використання МСЕ та сучасних аналітичних моделей дозволяє передбачити реальну роботу та поведінку багатопрольотних систем з високою точністю;

– аналіз чутливості та оптимізація перерізів і схем прольотів дозволяють економити матеріал та підвищувати надійність та довговічність конструкцій;

– сучасні тенденції містять високоміцні матеріали, цифрове моделювання і покращені стандарти проектування;

– для практичного застосування рекомендується комбінувати аналітичні та числові методи, проводити експериментальні перевірки та враховувати локальні впливи.

1.3. Проектування болтових з'єднань сталевих конструкцій та їх експериментальні дослідження

Болтові з'єднання є одними з найбільш поширених типів з'єднань у будівництві. Їх застосовують для з'єднання металевих та композитних елементів конструкцій, забезпечуючи високу міцність, жорсткість та надійність у процесі

експлуатації. Попри простоту принципу дії, болтові з'єднання характеризуються складною механікою роботи, що зумовлює необхідність постійного вдосконалення методів проєктування та аналізу [107; 121].

Вивчення напружено-деформованого стану болтових з'єднань є актуальним завданням, оскільки від правильності розрахунку залежить не лише їх несуча здатність, а і довговічність та надійність роботи конструкції в цілому і тому розробка нових моделей та методик проєктування болтових з'єднань набуває особливого значення. У сучасних умовах розвитку інженерних технологій болтові вузли підлягають багатофакторному впливу: змінним навантаженням, вібраціям, впливу температури, корозії, а також процесам зношування за мікроскопічних переміщень контактних поверхонь [111; 113]. Це призводить до того, що навіть за дотримання нормативних вимог з'єднання можуть втрачати несучу здатність швидше, ніж передбачалося розрахунком. Використання експериментальних даних у поєднанні з числовим аналізом забезпечує комплексний підхід, що дозволяє точніше описати реальні процеси у вузлах [141, 139, 121].

Для всебічного аналізу роботи болтових з'єднань використовують:

- експериментальні методи – дослідження контактних тисків, переміщень, втрат енергії [83, 111, 141];
- аналітичні методи – класичні моделі, спрощені залежності та рекомендації стандартів проєктування [107, 121, 175];
- числові методи – моделювання методом скінченних елементів (МСЕ), моделі ковзання, тривимірні аналізи [111, 113, 119, 121, 123, 127, 133, 136, 142, 159, 196].

Важливим завданням сучасних досліджень є забезпечення оптимального поєднання точності моделей та їх обчислювальної ефективності. Наприклад, складні 3D-моделі дозволяють детально дослідити розподіл напружень та контактних тисків [83; 123], проте вимагають значних обчислювальних ресурсів. Натомість спрощені моделі [142, 118, 136] забезпечують швидкі результати, але часто втрачають точність у відображенні локальних ефектів.

Окремої уваги заслуговує питання жорсткості болтових з'єднань та впливу пружних властивостей елементів на їх роботу. Дослідження [162, 163, 166]

показали, що фактична жорсткість вузлів може істотно відрізнятись від розрахункової, що безпосередньо впливає на несучу здатність рамних і просторових систем.

Сучасні стандарти, такі як «AISC» (American Institute of Steel Construction) [175], постійно оновлюються з урахуванням нових досліджень. Вони регламентують застосування болтів високої міцності, методи контролю попереднього натягу та правила монтажу. Водночас в європейській практиці активно використовуються стандарти «EN», що також базуються на поєднанні експериментальних даних і числових моделей.

Метою цього огляду є систематизація існуючих наукових досліджень і методів проектування болтових з'єднань, зокрема:

- аналіз експериментальних, аналітичних і числових методів для дослідження розподілу напружень та жорсткості вузлів;
- визначення основних факторів, що впливають на роботу з'єднань;
- вивчення сучасних тенденцій моделювання та оптимізації;
- узагальнення нормативних вимог і практичних рекомендацій.

Використання цих методів дозволяє з'ясувати механізми роботи вузлів, оптимізувати конструкцію та перевірити результати розрахунків.

Найбільш суттєве значення для перевірки моделей болтових з'єднань мають експериментальні дослідження спрямовані на:

- визначення розподілу контактного тиску за допомогою сенсорних плівок та тензометрії [111, 133, 141];
- аналіз площ контакту та втрат енергії під час тертя та ковзання [83];
- механічні випробування на розтяг, зсув, згин та циклічне навантаження [105, 121].

Наприклад, у роботі Marshall M.B., et al. [141] було проведено експериментальне вимірювання контактної тиску у болтових з'єднаннях з використанням тонкопліткових датчиків. Результати показали, що тиск розподіляється нерівномірно, концентруючись поблизу країв отвору.

Shardakov I., et al. [171, 172] поєднали теоретичний та експериментальний аналіз деформацій у фланцевих з'єднаннях, отримавши достовірні дані для практичного проектування.

У класичному дослідженні Gould H.H. і Mikic B.B. [111] було встановлено залежність між площею фактичного контакту і величиною прикладеного зусилля натягу болтів. Виявлено, що у разі збільшення попереднього натягу відбувається зростання ефективності передачі навантаження, проте нерівномірність тиску зберігається.

Важливим є й питання роботи болтових вузлів, які з'єднують окремі елементи балок та рам. Reid J. D., Hiser N. R. [159] розробили детальні моделі болтових з'єднань із урахуванням пружно-пластичної поведінки та можливості зсуву у стиках. Żyliński B., Buczkowski R. [196] досліджували вплив податливості болтових з'єднань на загальну жорсткість вузлів, використовуючи метод скінченних елементів.

В Україні питання жорсткості болтових вузлів активно досліджуються у працях Romaniuk та співавторів [162, 163], де встановлено, що реальна жорсткість таких з'єднань суттєво відрізняється від прийнятої у класичних розрахункових схемах, що призводить до необхідності коригування методик розрахунку рамних систем.

Завдяки таким дослідженням стало можливим формування статистичних моделей, що враховують стохастичний характер розподілу навантажень [139].

Аналітичні моделі є традиційною основою для проектування болтових з'єднань. Вони ґрунтуються на класичних законах механіки, враховують геометрію елементів і спрощують реальні умови роботи вузлів.

Одним із базових підходів є використання розрахункових залежностей, поданих у стандартах AISC [175] та довідниках G.L. Kulak, J.W. Fisher, J.H.A. Struik [107]. Ці документи регламентують допустимі навантаження, методи перевірки несучої здатності та урахування ковзання у фрикційних з'єднаннях. У підручнику J.H. Bickford і M. Oliver [121] запропоновано низку аналітичних формул для визначення попереднього натягу болтів.

Також застосовуються спрощені моделі для оцінки жорсткості вузлів, у яких болт розглядається як пружина з еквівалентною жорсткістю [107].

На сучасному етапі числові методи, зокрема метод скінчених елементів МСЕ, стали основним інструментом дослідження болтових з'єднань. Вони дозволяють дослідити:

- тривимірний розподіл напружень [119; 123];
- процеси ковзання і пластичного деформування [159];
- вплив геометрії та величини прольоту [105, 192];
- модальні характеристики конструкцій [118].

Так. Montgomery J. [142] запропонував методи спрощеного урахування болтів у «ANSYS», що дає можливість значно скоротити час обчислень. Reid J.D. і Hiser N.R. [159] розробили моделі ковзання, що дозволяють відтворити реальний процес часткової втрати жорсткості у вузлі. У роботі Kim J., et al. [127] розглянуто порівняння результатів моделювання конструкцій з болтовими з'єднаннями за різних рівнів навантажень. Було показано, що результати числового аналізу добре узгоджуються з експериментом, особливо у разі застосування нелінійних моделей контакту.

Крім того, сучасні числові дослідження активно інтегрують статистичні методи та методи оптимізації [95, 145]. Це дозволяє не лише відтворити поведінку вузлів, але й визначити оптимальні параметри для підвищення їх ефективності.

Дослідження напружено-деформованого стану у болтових з'єднаннях є основним завданням під час аналізу їх роботи. Болт, гайка та з'єднані елементи утворюють складну просторову систему, у якій відбувається перерозподіл зусиль між контактними поверхнями. Від правильного розуміння цього процесу залежить точність розрахунку міцності й довговічності вузла.

Наразі дослідники акцентують увагу на трьох основних аспектах вивчення напружено-деформованого стану:

- розподіл контактного тиску;
- вплив жорсткості елементів;
- вплив величини прольоту та геометрії вузла.

Контактний тиск у зоні отвору для болта є нерівномірним. Найбільші його значення спостерігаються поблизу країв отвору, тоді як у центральній частині контакт послаблюється [111, 133, 141]. Це підтверджено як експериментально, так і числовими методами. Gould H.H. і Mikic B.B. [111] показали, що площа фактичного контакту збільшується із ростом зусилля попереднього натягу, проте тиск зосереджується у вузьких локальних зонах. Marshall M.B., et al. [141], використовуючи сенсорні плівки довели, що максимальні контактні напруження можуть у 2–3 рази перевищувати середні. У роботі Lehnhoff T.F., et al. [133] було розроблено аналітичні залежності для урахування контактного тиску у розрахунках. Запропоновано модель, що дає змогу враховувати різну жорсткість з'єднаних елементів та точніше прогнозувати поведінку вузла.

Жорсткість болтових з'єднань залежить від геометрії та фізико-механічних властивостей як самого болта, так і з'єднаних деталей і визначається співвідношенням їх жорсткостей. У класичних дослідженнях G.F. Kulak, J.W. Fisher, J.H.A. Struik [107] було показано, що реальна жорсткість з'єднання може значно відрізнятися від розрахункової, наведеної у стандартах. Дослідження Romaniuk V.V., et al. [162, 163, 166] підтвердили, що нехтування фактичною жорсткістю призводить до заниження або завищення несучої здатності. Зокрема, у роботі [162] запропоновано методіку визначення жорсткості вузла на основі експериментальних даних, а в [163] і [166] розглянуто вплив жорсткості на несучу здатність рамних конструкцій. Тому у практиці проектування важливим є коректний вибір моделі вузлів. Експерименти Źyliński та Buczkowski [196] підтвердили, що метод скінченних елементів може точно описувати роботу болтових з'єднань навіть у випадках складних режимів навантаження.

Геометричні характеристики конструкції значно впливають на роботу болтових з'єднань. У дослідженні F.H. Rezvani та H. Ronagh [105] показано, що збільшення величини прольоту балки призводить до зменшення її здатності до перерозподілу навантажень, а отже і до зниження загальної несучої здатності вузла. Подібні результати отримали Jia Wang, et al. [121], досліджуючи з'єднання балки з колоною з використанням розширених торцевих пластин. Виявлено, що геометричні

параметри з'єднання безпосередньо визначають його здатність до деформацій і руйнування. У роботі Xue-Chan Liu, et al. [192] було виконано аналіз фланцевих з'єднань сталевих колон квадратного перерізу. Дослідження довело, що несуча здатність таких вузлів значною мірою залежить від товщини фланцевих пластин і параметрів болтів.

Таким чином, напружено-деформований стан болтових з'єднань формується під впливом багатьох факторів: нерівномірного розподілу контактного тиску, жорсткості окремих елементів та геометричних параметрів вузлів. Розуміння цих аспектів є основою для створення точних моделей та підвищення надійності конструкцій.

Упродовж останніх десятиліть розвиток числових методів аналізу, збільшення обчислювальних потужностей і поява нових програмних пакетів призвели до значного прогресу у сфері моделювання болтових з'єднань. Традиційні аналітичні й експериментальні підходи поступово доповнюються 3D-моделюванням, багатофізичними задачами, оптимізаційними алгоритмами та сучасними нормативними документами.

Тривимірні методи аналізу відкрили можливість точніше описувати складні процеси, що відбуваються у зоні болтових контактів. Abad J, et al. [83] виконали моделювання тертя у 3D, що дозволило оцінити енергетичні втрати під час ковзання. Подібні підходи стали основою для створення моделей, які враховують не тільки механіку, але й теплообмін та знос поверхонь. Iremam T. [119] застосував тривимірний аналіз для композитних з'єднань, де класичні моделі не давали задовільних результатів. Ju S., et al. [123] та Kim J., et al. [127] показали, що 3D-MSE дає змогу врахувати несиметричні ефекти навантаження та локальні концентрації напружень. Li P., et al. [136] запропонували спрощені 3D-моделі, що поєднують високу точність і зменшене обчислювальне навантаження. Намтамі Chaima [113] розширив підхід, додавши в аналіз статичну поведінку за дії різних навантажень.

Паралельно з точністю моделювання розвиваються методи оптимізації. Dario Crococolo, et al. [95] виконали огляд стратегій оптимізації болтових з'єднань і

показали, що більшість сучасних робіт спрямовано на зменшення маси конструкцій з одночасним збереженням несучої здатності. G. Morido-García, et al. [111] застосували компонентно-орієнтований метод для опису поведінки бокових з'єднань у балках, що дозволило значно знизити обчислювальні витрати без втрати точності. Muhammad Waleed та Dueyong Lee [145] дослідили вплив класу болтів на міцність фланцевих вузлів. Використання болтів підвищеної міцності дозволило зменшити кількість елементів у з'єднанні, що оптимізувало його вагу.

Таким чином, оптимізація охоплює не тільки зменшення матеріаломісткості, але й підвищення ефективності за критеріями довговічності та енерговитрат.

Важливою складовою сучасного підходу є актуалізація нормативних вимог. Традиційні рекомендації, такі як G.F. Kulak, J.W. Fisher, J.H.A. Struik [107], довгий час були основою для проектування. Проте нові стандарти, наприклад «AISC» [175], враховують результати останніх досліджень і вводять положення щодо збирання вузлів з використанням високоміцних болтів. Це дозволяє забезпечити однаковий рівень безпеки конструкцій, знижуючи при цьому трудомісткість робіт.

Варто зазначити, що сучасні документи активно інтегрують методики числового аналізу. Це дозволяє застосовувати МСЕ-результати не лише для дослідницьких завдань, але й у практичних нормах.

Отже, основними сучасними науковими та практичними тенденціями розвитку моделювання болтових з'єднань є:

- перехід від аналітичних до повномасштабних 3D-моделей;
- впровадження оптимізаційних алгоритмів і багатокритеріальних підходів;
- інтеграція МСЕ-аналізу у нормативні документи.

Традиційні підходи (аналітичні формули та експериментальні дані) базуються на спрощених припущеннях: рівномірний розподіл тиску, жорсткість елементів, ідеальний контакт. Це забезпечує швидкість розрахунків, але знижує точність у складних вузлах. G.F. Kulak, et al. [107], J.H. Bickford та M. Oliver [121] описують класичні методи розрахунку попереднього натягу болтів, що й досі застосовуються у нормативних документах. Проте вони не враховують вплив локальних напружень, пластичних деформацій чи мікроскопічних зсувів.

Натомість сучасні числові моделі (МСЕ-аналіз) дозволяють:

- досліджувати нерівномірність розподілу контактного тиску [141, 111 133, 139];
- моделювати ковзання та втрату жорсткості вузла [159, 176, 196];
- враховувати взаємодію різних фізичних процесів (вібрації, знос) [83, 113].

Незважаючи на розвиток числових методів, важливим етапом є їхня верифікація. Montgomery J. [142] підкреслює, що спрощені МСЕ-моделі в «ANSYS» потребують підтвердження експериментальними даними. Reid J.D. та Hiser N.R. [159] показали, що навіть точні моделі болтових з'єднань у разі ковзання мають розбіжності з експериментом, особливо в зоні мікропереміщень. Для зменшення похибки вони запропонували комбінований підхід: експериментальні дані використовуються для калібрування числової моделі.

Таким чином, для забезпечення достовірності результатів необхідно виконувати лабораторні випробування вузлів, проводити калібрування моделей, використовувати кілька незалежних числових методів для перевірки стабільності рішення.

На основі огляду можна сформулювати низку практичних рекомендацій:

- використовувати спрощені аналітичні методи лише для попередніх розрахунків і перевірки нормативних вимог;
- для складних вузлів застосовувати МСЕ-моделі;
- проводити експериментальну верифікацію для нових типів з'єднань;
- у проєктуванні враховувати жорсткість елементів конструкції, оскільки вона суттєво впливає на несучу здатність вузла [162, 163, 166].
- використовувати сучасні нормативні документи [175] для забезпечення відповідності практики чинним стандартам.

Короткі анотації найбільш вагомих досліджень наведено у табл. 3 дод. А.

З огляду на вищенаведене можна зробити такі висновки:

- метод скінченних елементів МСЕ став основним інструментом моделювання болтових з'єднань, який дозволяє враховувати складні явища: нерівномірність

контактного тиску [111, 133, 139, 141], ковзання [136, 159, 196], взаємодію болтів з іншими елементами вузла [111, 123, 127];

– сучасні дослідження все частіше поєднують аналітичні методи, експерименти та чисельне моделювання і такий комбінований підхід дозволяє підвищити точність і достовірність результатів [113, 142, 159];

– особливу увагу надають болтовим з'єднанням у композитах [119], у вузлах з високотемпературними та циклічними навантаженнями [83, 139], у демонтованих і повторно використовуваних вузлах [121].

– значну частину нових робіт присвячено зменшенню маси вузлів, підвищенню їхньої енергоефективності та довговічності [95, 111, 145].

– нормативи [175] враховують досягнення новітніх досліджень, але залишають певний простір для спрощень, що стимулює використання комбінованих методів у практиці проектування.

1.4. Теоретичні основи розрахунку будівельних конструкцій

Теорії міцності.

Головним завданням інженерного розрахунку є оцінювання міцності конструктивного елемента за відомим напруженим станом, який в кожній точці може бути:

- лінійним (одновісним) з одним головним напруженням;
- плоским (двовісним) з двома головними напруженнями;
- об'ємним (тривісним) з трьома головними напруженнями.

Коли напружений стан відомий, то розрахунок міцності зводиться до визначення напруженого стану в потенційно небезпечних точках досліджуваного тіла і порівняння його з граничними значеннями. При лінійному (одновісному) напруженому стані визначити граничний напружений стан досить просто, адже достатньо лише виконати випробування на стиск або на розтяг.

Теорії міцності призначені для виконання розрахунків на міцність у разі виникнення складного напруженого стану. Вони ґрунтуються на припущенні про

те, що два напружених стани вважаються рівномірними, якщо вони при пропорційному збільшенні головних напружень одночасно стають граничними, а отже коефіцієнт запасу міцності для обох напружених станів буде однаковим [11].

Усі теорії (критерії, гіпотези) міцності можна поділити на два види:

- а) теорії побудовані на гіпотезах – логічно обґрунтовані припущення;
- б) теорії, що спираються на феноменологічний підхід, а саме логічну систематизацію експериментальних результатів.

Проведені дослідження свідчать, що перехід матеріалу з пружного стану у пластичний може бути достатньо близько описаний як за третьою теорією міцності – теорією найбільших дотичних напружень, так і четвертою – енергетичною.

Теорія найбільших дотичних напружень запропонована Ш. Кулоном у 1773р. і вона основана на такій гіпотезі: міцність елемента, що перебуває у складному напруженому стані, вважається вичерпаною (тобто настає граничний стан), якщо величина найбільших дотичних напружень досягла граничного значення, визначеного з дослідів на розтяг [11]. Подальшій розробці цієї теорії присвячено роботи Дж. Геста, А. Треска, І. Баушінгера. [11].

Теорія найбільших напружень підтверджується дослідженнями як теорія переходу матеріалу в пластичний стан, тобто є теорією пластичності, яка поширюється на міцність деталей із пластичних матеріалів, тобто матеріалів, які чинять опір розтягу та стиску. Недоліком даної теорії є те, що в ній, як показують експериментальні дослідження, не враховується середнє значення головних напружень σ_2 (розбіжність результатів теоретичних розрахунків і дослідних даних коливається в межах 10...15%) [11].

У 1885 р. італійський математик Е. Бельтрамі припустив, що питома потенціальна енергія деформації (U_0) є відповідальною за вичерпання міцності. Однак досліди не підтвердили цього припущення. [11]. Тому у 1904 р. М. Т. Губером було запропоновано розділити U_0 на дві частини: питому потенціальну енергію зміни об'єму ($U_{0об}$) і питому потенціальну енергію зміни форми ($U_{0ф}$). Він зробив припущення, що тільки енергія формозміни є

відповідальною за вичерпання міцності. [11]. Подальшого розвитку ця теорія граничного стану набула в роботах Р. Е. Мізеса (1913 р.) і Г. Генка (1925 р.) [11].

Четверту теорію міцності найчастіше називають критерієм Мізеса. Вона основана на гіпотезі: міцність елемента, що перебуває у складному напруженому стані, вважається вичерпаною (тобто настає граничний стан), якщо питома повнотіла енергія його формозміни досягла граничного значення, визначеного з дослідів на розтяг. [11].

Четверта теорія міцності, як і третя, добре підтверджується експериментально як теорія переходу матеріалу в пластичний стан і поряд з третьою теорією міцності широко використовується для розрахунку на міцність з пластичних матеріалів. Поява малих деформацій в матеріалі у четвертій теорії міцності визначається точніше, ніж за третьою [11].

Умова міцності за третьою теорією міцності для плоского напруженого стану в осьових напруженнях

$$\sigma_{\text{екв}}^{\text{III}} = \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_{xy}^2}. \quad (1.1)$$

Умова міцності за четвертою теорією міцності для плоского напруженого стану в осьових напруженнях

$$\sigma_{\text{екв}}^{\text{IV}} = \sqrt{\sigma_x^2 - \sigma_x\sigma_y + \sigma_y^2 + 3\tau_{xy}^2}. \quad (1.2)$$

Розрахунок пластин.

У своїй роботі [23] автори наводять узагальнення щодо теорій розрахунку пластин, вибір математичної моделі деформування яких залежить від співвідношення габаритних розмірів.

Пластини поділяються на 3 види:

- товсті пластини, у яких товщина становить близько 1/10 вимірювальної площі;
- тонкі пластини, у яких товщина становить близько 1/20 іноді 1/30 вимірювальної площі;
- мембрани.

Товсті пластини розглядаються як об'ємне тіло, в якому всі напруження та деформації мають співрозмірну величину. Для їх визначення необхідно розв'язувати просторову задачу теорії пружності.

У **мембранах** задача зводиться до дослідження деформування серединної поверхні, в якій виникають лише напруження розтягу, що розподіляються рівномірно за товщиною та можуть бути визначені із умови рівноваги.

Для **тонкої пластини** її напружений стан при поперечному згині подібний напруженому стану вузької балки одиничної ширини. Відомо, що якщо навантаження розподілене по довжині прольоту балки, то величина нормального напруження σ_z складає біля одного відсотка від величини найбільшого нормального напруження. Тому в теорії згину тонких пластин σ_z нехтують. Також приймають гіпотезу про відсутність тиску шарів пластини один на інший: нормальні напруження між шарами пластини $\sigma_z = 0$ відсутні. Звідси випливає, що будь-який шар пластини, паралельний її серединній площині, знаходиться в плоскому напруженому стані.

При поперечному згині кільцевої пластини її серединна площина перетворюється в серединну поверхню і всі точки поперечного перерізу отримують переміщення. Вертикальна складова повного переміщення точок пластини називається прогином w . Важливим є відношення прогину до товщини пластини h , що характеризує жорсткість пластини.

Гнучкі тонкі пластини невеликого прогину $\frac{w_{max}}{h} < \frac{1}{5}$.

Гнучкі тонкі пластини великого прогину $2 > \frac{w_{max}}{h} > \frac{1}{5}$.

Пластини невеликого прогину несуть таке поперечне навантаження, що прогин малий порівняно з товщиною. Деформація серединного шару пластини менше 2%, тому нею нехтують. Це спрощення відоме як гіпотеза про відсутність деформацій розтягу серединної поверхні зігнутої пластини. У випадку **великих прогинів** пластина прогинається та створює деформацію серединного шару, якою не можна нехтувати. При цьому постановка задачі стає нелінійною.

Гнучкі тонкі пластини невеликого прогину підпорядковуються гіпотезі прямих недеформованих нормалей Кірхгофа-Лява, що ґрунтується на факті малості кутових деформацій в околі довільної точки серединної поверхні пластини.

Гіпотеза прямих нормалей Кірхгофа-Лява.

Вважається, що будь-який прямолінійний відрізок, нормальний до серединної площини до навантаження, залишається після деформації прямолінійним і нормальним до серединної поверхні, у яку перетворюється серединна площина пластини. Гіпотезу прямих нормалей можна трактувати як вимогу незмінюваності прямих кутів між прямолінійними відрізками і дотичною площиною. А це означає, що в околі довільної точки серединної площини відсутні зсуви.

Товсті пластини підпорядковуються теорії пластин Мідліна-Рейсснера, яка являє собою розширення теорії пластин Кірхгофа-Лява, яка враховує зсувні напруження та деформації по товщині пластини.

Типи скінченних елементів у програмному комплексі «LIRA-FEM».

Можливість моделювання будівельних об'єктів і побудови їх розрахункових схем визначається бібліотекою скінченних елементів застосованого програмного комплексу.

Кожен тип скінченних елементів характеризується такими властивостями:

- кількістю вимірів розміщення у просторі (одновимірні, двовимірні, тривимірні);
- переліком задіяних зовнішніх і внутрішніх ступенів свободи;
- геометричною формою (відрізок, трикутник, прямокутник, чотирикутник тощо);
- набором вузлів;
- фізичним законом, що зв'язує напруження і деформації;
- системою апроксимуючих функцій, що формують усередині області КЕ наближені вирази для компонент переміщень, і їх зв'язком зі ступенями свободи КЕ, які однозначно визначаються значеннями цих компонент, заданими у вузлах для всіх ступенів свободи елемента.

Бібліотека скінченних елементів у програмному комплексі «LIRA-FEM» містить елементи, що моделюють роботу різних елементів конструкцій:

1) стержневі елементи (КЕ 1-5, 10) – це одновимірні скінченні елементи, що мають такі властивості: довільний переріз, можливість урахування зсуву, примикання до вузлів за допомогою шарнірів або жорстких вставок, довільне навантаження;

2) елементи плоскої задачі (балки стінки, тонкі плити, оболонки – 11, 12, 21-24, 27, 30, 41, 42, 44) – це одновимірні скінченні елементи, які мають трикутну, чотирикутну, прямокутну форму і мають такі властивості: можуть враховувати анізотропні, ортотропні та ізотропні властивості, довільне навантаження;

3) елементи просторових задач (КЕ 31-34, 36) – це тривимірні скінченні елементи у вигляді паралелепіпеда, чотирикутної та трикутної призми, шестикутні і восьмикутні елементи, що мають такі властивості: можуть враховувати анізотропні властивості матеріалу, довільне навантаження;

4) спеціальні елементи (СЕ 51, 53-55) – це скінченні елементи, якими можна задавати податливий зв'язок між вузлами, односторонні в'язі, елементи, що моделюють абсолютно жорстке тіло та багато інших.

5) скінченні елементи для нелінійних задач (КЕ 200-500) – вони бувають одновимірними, двовимірними, тривимірними, які враховують фізичну, геометричну та конструктивну нелінійність.

Скінченні елементи повинні допускати можливість завдання довільних законів деформації.

1.5. Мета та завдання дисертаційних досліджень

На основі аналізу теоретично-експериментальних досліджень перфорованих конструкцій з отворами різної конфігурації, нерозрізних сталевих конструкцій та болтових з'єднань елементів каркасів будівель і споруд, виконаних вітчизняними та іноземними науковцями, сформульовано мету і завдання дисертаційних досліджень.

Мета і завдання дослідження. Метою роботи є встановлення закономірностей і особливостей напружено-деформованого стану нерозрізних перфорованих балок у місцях їх обпирання на нижче розташовані несучі конструкції та розробка комплексної методики їх розрахунку та конструювання з урахуванням фактичної жорсткості вузлових з'єднань

Завданнями роботи є:

- розробити комплексну методологію визначення напружено-деформованого стану проміжних опорних частин нерозрізних перфорованих балок у місцях їх обпирання на несучі конструкції з урахуванням жорсткості вузлових кріплень;

- виконати числові експериментальні дослідження запропонованих конструкцій проміжних опорних частин нерозрізних перфорованих балок з урахуванням їх лінійної та нелінійної роботи та з'ясувати вплив їх конструктивних особливостей на загальний напружено-деформований стан;

- виконати верифікацію, розробленої з використанням методу скінченних елементів, методики визначення напружено-деформованого стану перфорованих балок за граничними станами 1-ї та 2-ї груп;

- удосконалити аналітичні залежності розрахунків вузлових болтових з'єднань для кріплення проміжних опорних частин нерозрізних перфорованих балок до нижче розташованих несучих конструкцій для виявлення особливостей напружено-деформованого стану та їх впливу на перерозподіл внутрішніх зусиль;

- запропонувати теоретично та експериментально обґрунтовані науково-прикладні підходи щодо подальшого удосконалення розрахунку нерозрізних перфорованих балок з урахуванням фактичної роботи їх проміжних опорних частин та дійсного напружено-деформованого стану.

Висновки до розділу 1

1. Виконано аналіз сучасних класичних, теоретично-експериментальних та числових досліджень напружено-деформованого стану перфорованих балок з отворами різної конфігурації, нерозрізних балок та болтових з'єднань елементів

сталевих конструкцій за дії різних видів навантаження, а також вивчено теоретичні основи розрахунку будівельних конструкцій та існуючі практичні рекомендації для інженерного застосування.

2. З'ясовано, що метод скінченних елементів МСЕ став своєрідним стандартом і є домінуючим у дослідженнях. Усі сучасні дослідження використовують його для моделювання складних геометричних форм і розв'язання завдань з урахуванням геометричної та матеріальної нелінійності. Класичні аналітичні та напівемпіричні моделі лишаються актуальними для швидкого проектування, використовуються здебільшого для розв'язання спрощених завдань, але їх точність все одно перевіряється з використанням МСЕ.

3. Недостатньо повно у науково-технічній літературі представлено числові та теоретично-експериментальні дослідження нерозрізних перфорованих балок, у тому числі і з використанням методів комп'ютерного моделювання у програмних комплексах на основі методу скінченних елементів МСЕ.

4. Практично відсутні комплексні дослідження напружено-деформованого стану вузлів сполучення нерозрізних перфорованих балок з нижче розташованими несучими конструкціями у місцях розміщення проміжних опор, а також відсутні дані про розвиток прогинів у прольотах балки з урахуванням ступеню жорсткості проміжного кріплення.

РОЗДІЛ 2

МОДЕЛЮВАННЯ ПЕРФОРОВАНИХ БАЛОК ТА ЇХ ВУЗЛОВИХ ОБПИРАНЬ МЕТОДОМ СКІНЧЕННИХ ЕЛЕМЕНТІВ

2.1. Основні положення розрахунку перфорованих балок методом скінченних елементів

Як відомо, розрахунок будівельних конструкцій з використанням методу скінченних елементів (МСЕ) ґрунтується на представленні пружних систем у вигляді набору елементів з кінцевим числом ступенів свободи, які з'єднуються між собою у вузлових точках (вузлах). Тобто, метод скінченних елементів заснований на представленні суцільного тіла у вигляді сукупності окремих скінченних елементів, що взаємодіють між собою в кінцевому числі точок, які в МСЕ прийнято називати вузлами [197, 198].

Таке представлення заданої системи призводить до повної формалізації всіх етапів розрахунку, причому загальний підхід до вирішення конкретних завдань є єдиним як для стержневих систем, так і для пластин, оболонок, об'ємних тіл тощо [197, 198].

Метод скінченних елементів покладено в основу програмного комплексу для статичного та конструктивного розрахунків «ЛІРА-САПР» («LIRA-FEM»), у якому він реалізований у формі переміщень, тобто він застосовується для випадків, коли вирішальною шуканою функцією є переміщення. Це обумовлено тим, що вибір розрахункової схеми для МСЕ в переміщеннях легко піддається алгоритмізації, а практичне використання МСЕ неможливе без застосування сучасних комп'ютерів [197, 198].

Бібліотека скінченних елементів (БСЕ) містить елементи, що моделюють роботу різних типів конструкцій: елементи стержнів, чотирикутні та трикутні елементи плоскої задачі, плити, оболонки, елементи просторової задачі – тетраедр, паралелепіпед, тригранна призма. Крім того, у БСЕ є різні спеціальні елементи, що

моделюють в'язь скінченої жорсткості, пружну податливість між вузлами, елементи, що задаються чисельною матрицею жорсткості [197, 198].

Раніше здебільшого виконувався аналіз лише лінійних задач, тобто задач, в яких залежності між зовнішніми силами (внутрішніми напруженнями), що прикладені до конструкції (що виникають у поперечних перерізах від дії зовнішнього навантаження), та деформаціями її точок прийнято лінійними, а в основу фізичних рівнянь покладено узагальнений закон Гука (табл. 2.1). Але насправді це далеко не завжди відповідає реальній роботі конкретної конструкції в цілому або її окремих елементів (табл. 2.2).

Таблиця 2.1

Характеристика та класифікація основних типів задач ¹

Типи задач			
Лінійні, в яких	Нелінійні		
	Фізично, в яких	Геометрично, в яких	Конструктивно, в яких
– закон Гука зберігається на всій ділянці роботи конструкції; – спостерігаються малі деформації; – в основу покладено принцип незалежності дії сил.	– закон Гука не зберігається на всій ділянці роботи конструкції; – необхідно враховувати пластичність та повзучість матеріалу.	– під час розрахунку конструкцій виникають великі деформації.	– відбувається зміна конструктивної схеми в процесі навантаження.

(¹ Джерело: *сформовано автором*)

Фізична нелінійність проявляється у разі виникнення пластичних деформацій, тобто у разі урахування в роботі криволінійної ділянки діаграми «напруження-деформації», іншими словами – урахування стадії самозміцнення сталі. У фізичних нелінійних задачах відсутня лінійна залежність між напруженнями та деформаціями. Матеріали конструкції підпорядковуються нелінійному закону деформування. Причому закон деформування конструкції може

бути як симетричним, так і несиметричним з різними границями міцності за розтягу та стиску.

У разі розв'язання задач, що моделюють пружно-пластичну поведінку матеріалу, описану діаграмою Прандтля, використовується кроково-ітераційний метод.

Таблиця 2.2

Загальні порівняння лінійного та нелінійного розрахунків ¹

Показник	Лінійні задачі	Нелінійні задачі
Властивості матеріалу	Лінійні пружні властивості, які визначаються за формулами опору матеріалів.	Нелінійні властивості, які часто невідомі та потребують проведення додаткових експериментальних досліджень.
Граничні умови	Під час розрахунку залишаються постійними.	Можуть змінюватися (наприклад, змінюється площа контакту обпирання балки).
Послідовність прикладання навантаження	Не суттєвий, не впливає на розрахунок	Стан досліджуваного зразка конструкції залежить від схеми навантаження.
Величина переміщення	Зміни геометрії через деформації вважаються малими і тому їх не враховують під час перевірки рівноваги.	Перевірка рівноваги враховує деформований стан конструкції.

(¹ Джерело: *сформовано автором*)

Нелінійний процесор реалізує кілька методів для вирішення нелінійних задач різних типів:

- кроковий метод (рис. 2.1, а), як правило, застосовується для вирішення задач фізичної та геометричної не лінійності [198];
- метод січних або метод Біргера (рис. 2.1, б), як правило, застосовується для вирішення фізично нелінійних задач у режимі «інженерна нелінійність» [198];
- ітераційний метод або спрощений метод Ньютона (рис. 2.1, в) застосовується для вирішення задач конструктивної нелінійності (односторонні в'язі) [198].

Кроковий процесор дозволяє комбінувати лінійні та нелінійні скінченні елементи. Розрахунок за суперелементною схемою допускається, якщо нелінійні елементи присутні лише в основній схемі. На кожному кроці виконується оцінка напружено-деформованого стану. У програмному комплексі «LIRA-FEM» можна дізнатися результат розрахунку в розділі «Відомості про стан матеріалів» (рис. 2.2), де наведено інформація про розвиток або досягнення граничних станів, утворення пластичних шарнірів чи настання руйнування.

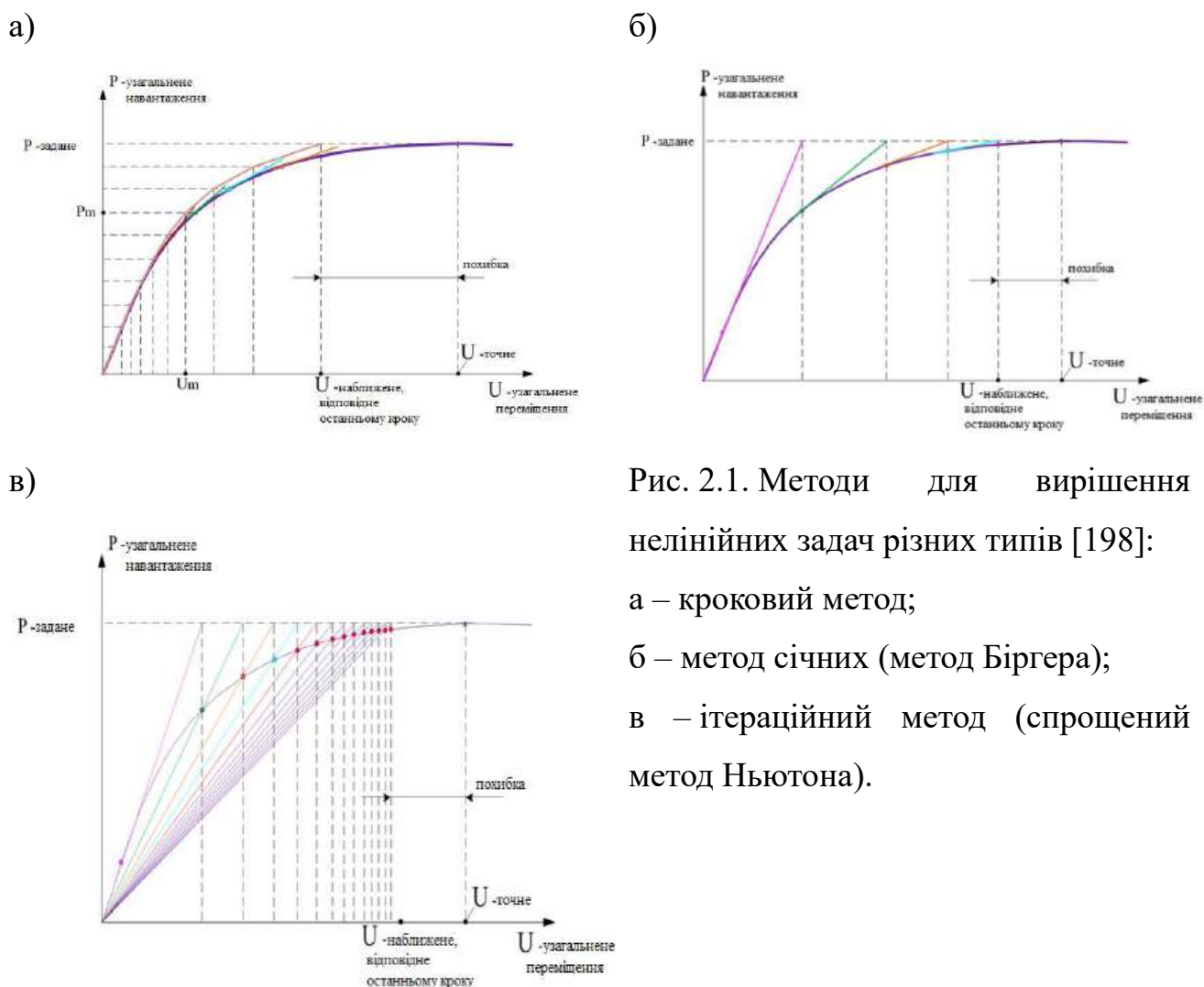


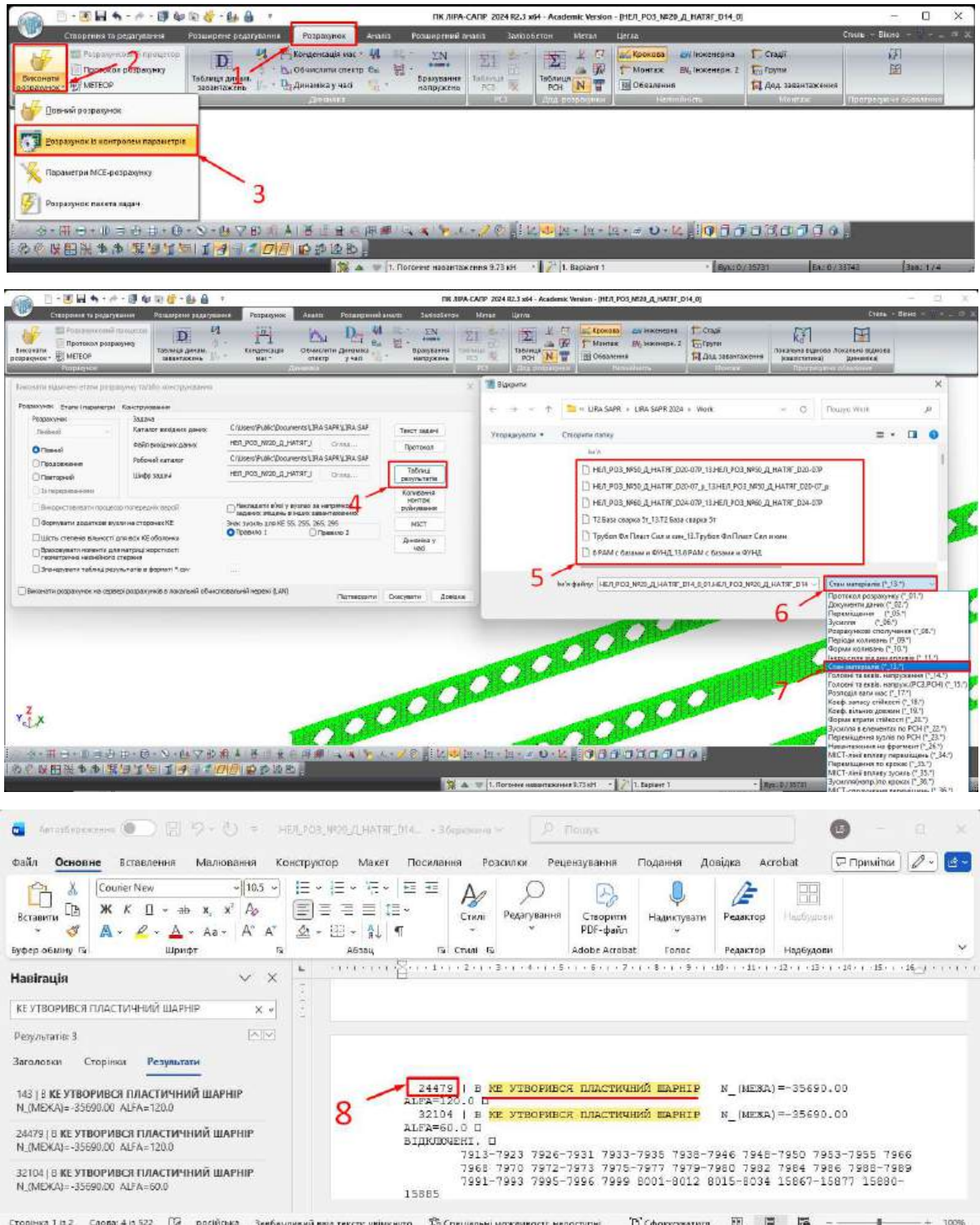
Рис. 2.1. Методи для вирішення нелінійних задач різних типів [198]:

а – кроковий метод;

б – метод січних (метод Біргера);

в – ітераційний метод (спрощений метод Ньютона).

Нелінійний розрахунок дозволяє виконати моделювання фактичної роботи конструкції, у якій враховано дійсне обпирання балки на колону; кріплення балки до оголовка колони болтами; заздалегідь прикладене зусилля натягу болтів, а також задано діаграму роботи сталі за дії статичного навантаження.



1. Вкладка «Розрахунок». 2. На панелі «Розрахунок» натиснути і розгорнути «Виконаний повний розрахунок». 3. Натиснути «Розрахунок із контролем параметрів». 4. Вибрати «Таблиці результатів». 5. Шукати назву відкритої розрахункової моделі. 6. Активувати випадаючий список. 7. У випадаючому списку шукати «Стан матеріалу *_13.*», після чого підтвердити. 8. Провести пошук KE, в якому утворюється пластичний шарнір або відбувається руйнування.

Рис. 2.2. Відомість стану матеріалу

(сформовано автором в ПК «LIRA-FEM» та Microsoft Word)

2.2. Геометричні параметри перфорованих балок та типи проміжних опорних частин

У роботі поставлено за мету визначити особливості напружено-деформованого стану перфорованих балок, отриманих з вихідних профілів № 20, 30, 40, 50, 60/ДСТУ 8768:2018, виконаних зі сталі, що має найменшу міцність, а саме класу С235, та їх проміжних опорних частин різних типів, що дозволить встановити певні закономірності та з'ясувати раціональну область використання кожної з них. Коефіцієнт розвитку висоти перерізу становить $k = 1,5$ для всіх балок незалежно від висоти вихідного профілю, а висота отвору перфорації дорівнює половині висоти вихідного профілю. Під час моделювання балок дотримано реальні розміри з усіма конструктивними особливостями опорних частин.

Компонування перфорованої двотаврової балки по її довжині та висоті (рис. 2.3) залежить від параметрів вихідних профілів, які мають певні значення (табл. 2.3) і виконано згідно з рекомендаціями норм проектування [14] щодо вибору раціональних параметрів розрізу стінки вихідних профілів (табл. 2.3).

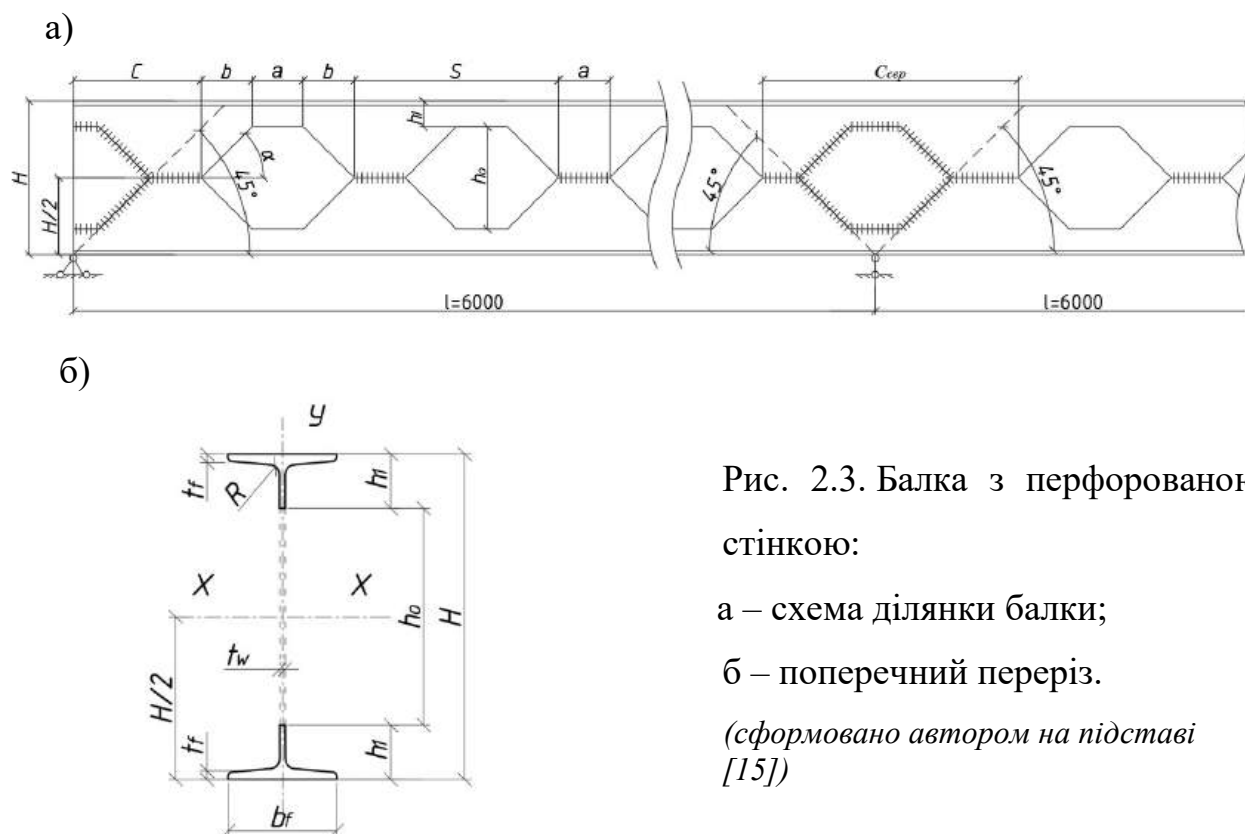


Рис. 2.3. Балка з перфорованою стінкою:

а – схема ділянки балки;

б – поперечний переріз.

(сформовано автором на підставі [15])

Таблиця 2.3

Геометричні параметри перфорованих балок ¹

№№ профілів	H, мм	Коефіцієнт розвитку висоти перерізу	h_1 , мм	b_f , мм	h_0 , мм	c , мм	$c_{сер}$, мм	α , град	b , мм
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
20	300	1,5	50	100	200	250	500	45	100
30	450	1,5	75	135	300	375	750	45	150
40	600	1,5	100	155	400	900	1000	45	200
50	750	1,5	125	170	500	625	1250	45	250
60	900	1,5	150	190	600	750	1500	45	300

(¹Джерело: розраховано і сформовано автором)

До розгляду прийнято такі варіанти конструкції проміжної опорної частини нерозрізної перфорованої балки (рис.2.4):

а) без ребра жорсткості, розміщеного по осі проміжної опори, і з незавареними отворами зліва і справа від опори (тип 1);

б) з ребром жорсткості, розміщеним по осі проміжної опори, і з незавареними отворами зліва і справа від опори (тип 2);

в) без ребра жорсткості, розміщеного по осі проміжної опори, і з завареними отворами зліва і справа від опори (тип 3);

г) з ребром жорсткості, розміщеним по осі проміжної опори, і з завареними отворами зліва і справа від опори (тип 4).

До складу проміжної опорної частини балки залежно від її висоти $h = 300 \dots 900$ мм входять дві ділянки довжиною по $l_1 = 650 \dots 1950$ мм зліва і справа від осі проміжної опори, де l_1 – відстань від точки перетинання епюрою згинального моменту M нейтральної лінії, тобто нульової точки, до осі проміжної опори (див. рис. 2.4).

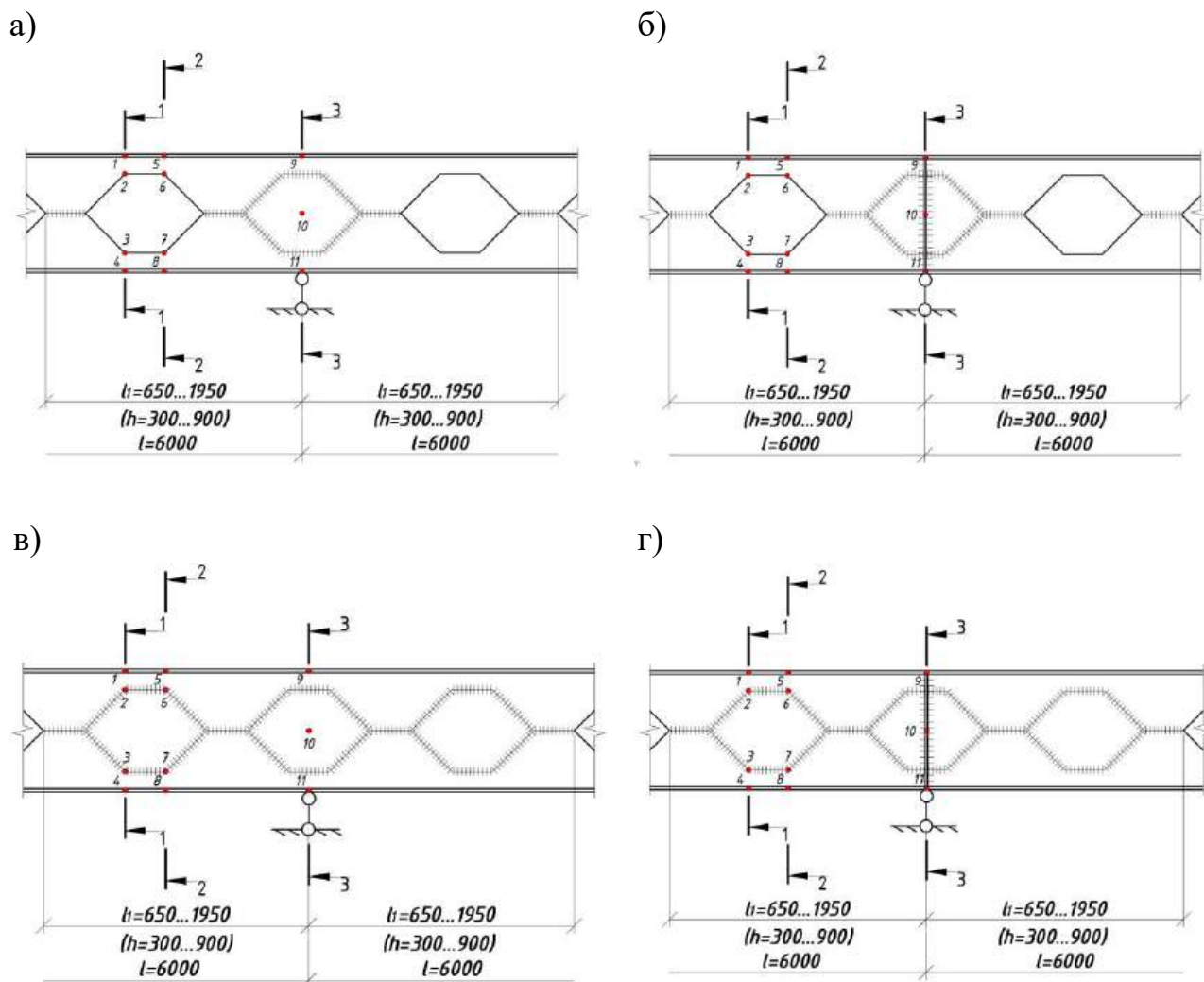


Рис. 2.4. Типи проміжних опорних частин нерозрізних перфорованих балок:
 а – з незавареними отворами та без ребра жорсткості; б – з незавареними
 отворами та з ребром жорсткості ; в – із завареними отворами та без ребра
 жорсткості ; г – із завареними отворами та з ребром жорсткості

(запропоновано конструктивне рішення автором)

2.3. Статичний розрахунок балок

Розрахунок за граничними станами першої групи

Вихідними профілями для перфорованих балок прийнято прокатні двотаври, які працюють в умовах напружено-деформованого стану, за якого нормальні напруження σ на деяких ділянках розрахункового перерізу є меншими за розрахунковий опір сталі R_y , а на інших дорівнюють йому (пружно-пластична

робота перерізу), тобто згідно з класифікацією норм проектування [15] є балками 2-го класу. Для балок прийнято сталь класу С235 з розрахунковим опором за межею текучості $R_y = 230$ МПа для фасонного прокату товщиною $2 \text{ мм} \leq t \leq 20$ мм. Розрахунковий опір сталі зсуву $R_s = 0,58 R_y = 0,58 \cdot 230 = 133,4$ МПа.

Максимальний згинальний момент, який можуть сприйняти такі балки

$$M_{max} = W_x c_x \beta R_y \gamma_c / \gamma_n \quad (2.1)$$

де W_x – момент опору вихідного двотавра; c_x – коефіцієнт, що приймається згідно з табл. 7 дод. 1 [15]; $\beta = 1$ оскільки $\tau \leq 0,5 R_s$; R_y – розрахунковий опір сталі розтягу, стиску та згину за межею текучості; γ_c – коефіцієнт умов роботи; γ_n – коефіцієнт надійності за відповідальністю [13].

Максимальне значення поперечної сили

$$Q_{max} = I_x t_w R_s \gamma_c / (S_x \gamma_n). \quad (2.2)$$

Після деяких перетворень можна отримати розрахункові значення рівномірно розподілених погонних навантажень

$$q_{Q_{max}} = Q_{max} / 0,625 l; \quad (2.3)$$

$$q_{M_{max}} = M_{max} / 0,125 l^2 \quad (2.4)$$

Розрахунок за граничними станами другої групи

З достатньою точністю прогин балки за дії рівномірно розподіленого можна обчислити за формулою

$$f_{max} / l = \frac{q_l l^4}{185 E I_x} \leq f_u / l, \quad (2.5)$$

де f_u / l визначають за вимогами проектування [18]; q_l – розрахункове значення рівномірно розподіленого погонного навантаження; E – модуль пружності сталі; I_x – момент інерції.

Розрахункове значення рівномірно розподіленого погонного навантаження

$$q_l = \frac{f_{max} 185 E I_x}{l^4} \quad (2.6)$$

де

$$f_{max} = f_u \quad (2.7)$$

Результати обчислення рівномірно розподілених погонних навантажень зведено у табл. 2.4.

Таблиця 2.4

Розрахункові погонні навантаження¹

№№ профілів	Навантаження за граничними станами першої групи			Навантаження за граничними станами другої групи
	$q_{Q_{max}'}$, кН/м	$q_{M_{max}'}$, кН/м	q_I , кН/м	q_{II} , кН/м
1	2	3	4	5
20	15,5	9,73	9,73	10,82
30	28,9	24,91	24,91	41,63
40	48,92	51,22	48,92	112,10
50	72,84	86,17	72,84	233,64
60	102,81	138,83	102,81	445,82

(¹Джерело: розраховано і сформовано автором)

Значення поперечних сил та згинальних моментів у характерних точках по довжині балки (рис. 2.5 і табл. 2.5): $Q_{1A} = 0,375 ql$; $Q_{1B} = -0,625 ql$; $M_1 = M_2 = 0,07 ql^2$; $M_B = -0,125 ql^2$.

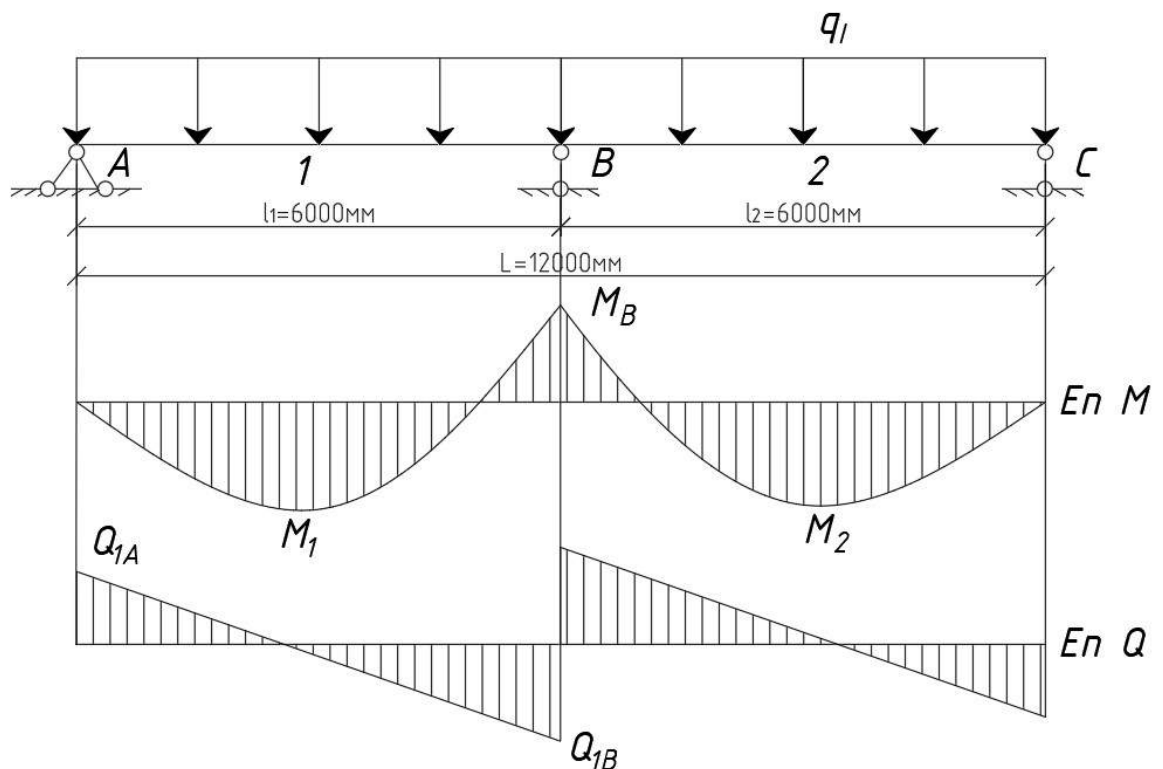


Рис. 2.5. Розрахункова схема нерозрізної балки (сформовано автором)

Розрахункові значення зусиль у характерних точках ¹

№№ профілів	Поперечна сила		Моменти	
	Q_{1A} , кН	Q_{1B} , кН	$M_1 = M_2$, кН м	M_B , кН м
1	2	3	4	5
20	21,89	-36,49	24,52	-43,79
30	56,05	-93,41	62,77	-112,10
40	110,07	-183,45	123,28	-220,14
50	163,89	-273,15	183,56	-327,78
60	231,32	-385,54	259,08	462,65

Примітка. $Q_{1A} = 0,375 ql$; $Q_{1B} = -0,625 ql$; $M_1 = M_2 = 0,07 ql^2$;
 $M_B = -0,125 ql^2$.

(¹Джерело: розраховано і сформовано автором)

2.4. Загальні дані для моделювання перфорованих профілів та їх вузлових обпирань у програмному комплексі «LIRA-FEM»

Моделювання нерозрізної перфорованої балки (рис. 2.6) двотаврового перерізу виконано на основі методу скінченних елементів, суть якого полягає в тому, що будь-яку неперервну величину можна апроксимувати кусочно-неперервною функцією, яка будується у реальних розмірах з усіма конструктивними особливостями у скінченній кількості точок.

З точки зору конструкції нерозрізної перфорованої балки її розглядають як сукупність конструктивних елементів (стінки і полиці), які з'єднані між собою у вузлових точках. Якщо відомі співвідношення між силами і переміщеннями для кожного елемента, то можна описати властивості і дослідити поведінку конструкції в цілому.

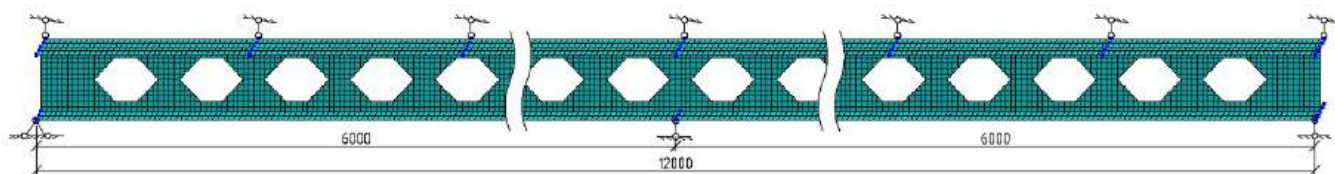


Рис. 2.6. Модель нерозрізної перфорованої балки у ПК «LIRA-FEM»

(розроблено автором)

Балку було поділено сіткою скінченних елементів, виходячи з таких умов $a \geq 2t$ і $b \geq 2t$, де a і b – довжина і ширина скінченних елементів; t – товщина елементів (полиці, стінки), що розглядаються. Скінченні елементи полиці та стінки прийнято квадратної форми, а скінчені елементи біля шестикутних отворів формуються три- і чотири-вузловими пластинами (табл. 2.6). Кут нахилу похилої грані отвору $\alpha = 45^\circ$. Прийняті розміри і форма скінченних елементів дозволяють отримати високу точність розрахунку. Схему побудови скінченних елементів наведено на рис. 2.7.

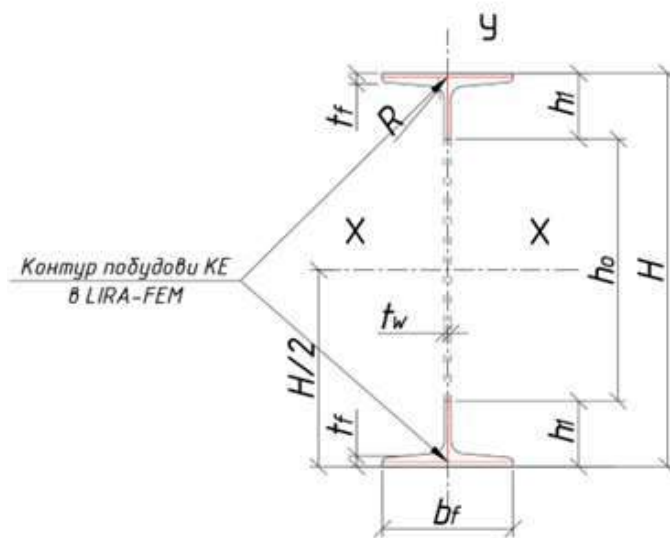


Рис. 2.7. Схема побудови скінченних елементів в ПК «LIRA-FEM»

(запропоновано автором)

Кріплення кінців перфорованої двопрольотної балки з однаковими за величиною прольотами $l = 6$ м прийнято: крайня опора зліва – шарнірно нерухома; крайня опора справа – шарнірно рухома; проміжна опора – шарнірно рухома з примикаючим шарніром. Для кріплення балки з площини дії навантаження використано поперечні елементи, які розміщено по верхніх поясах профілю з кроком 1 м (див. рис. 2.6). Це дало можливість усунути поперечні деформації змодельованої конструкції і максимально наблизити її роботу до реальної конструкції.

Моделювання балок виконується як для лінійного, так і нелінійного розрахунків.

Розміри скінченних елементів ¹

№№ профілів	Розміри вихідних профілів, мм				Розміри скінченних елементів	
	h	b_f	t_w	t_f	стілки, мм	полиці, мм
1	2	3	4	5	6	7
20	200	100	5,2	8,4	25x25; 25x23,05	25x25
30	300	135	6,5	10,2	25x25; 25x19,9	25x33,75
40	400	155	8,3	13,0	25x25; 25x18,5	25x26; 25x25,5
50	500	170	10,0	15,2	25x25; 25x17,4	50x42,5
60	600	190	12,0	17,8	25x25; 25x16,1	50x50; 50x45

(¹Джерело: запропоновано автором)

2.5. Моделювання балки для лінійного розрахунку

Під час лінійного розрахунку моделювання перфорованої двопрольотної нерозрізної балки здійснено з використанням спрощеної розрахункової схеми, яка максимально наближена до реальної роботи конструкції. Таке моделювання виконується у кілька етапів.

1-й етап – «Створення нової задачі».

1. Для створення нової задачі необхідно відкрити меню програми «LIRA-FEM» і обрати пункт Новий (створити новий документ).

2. У діалоговому вікні обрати ознаки схеми 5 – Шість ступенів свободи у вузлі (X, Y, Z, U_x, U_y, U_z). З цією ознакою схеми можна виконувати розрахунок просторових каркасів, оболонки, допускається включення об'ємних тіл, урахування пружної основи тощо.

2-й етап – «Створення геометричної схеми».

Під час створення геометричної моделі балки ключовим є формування сітки скінченних елементів (оболонки, пластин) відповідно до таких умов, $a \geq 2t$ і $b \geq 2t$, де a і b – довжина і ширина скінченних елементів; t – товщина елементів (полиці, стінки).

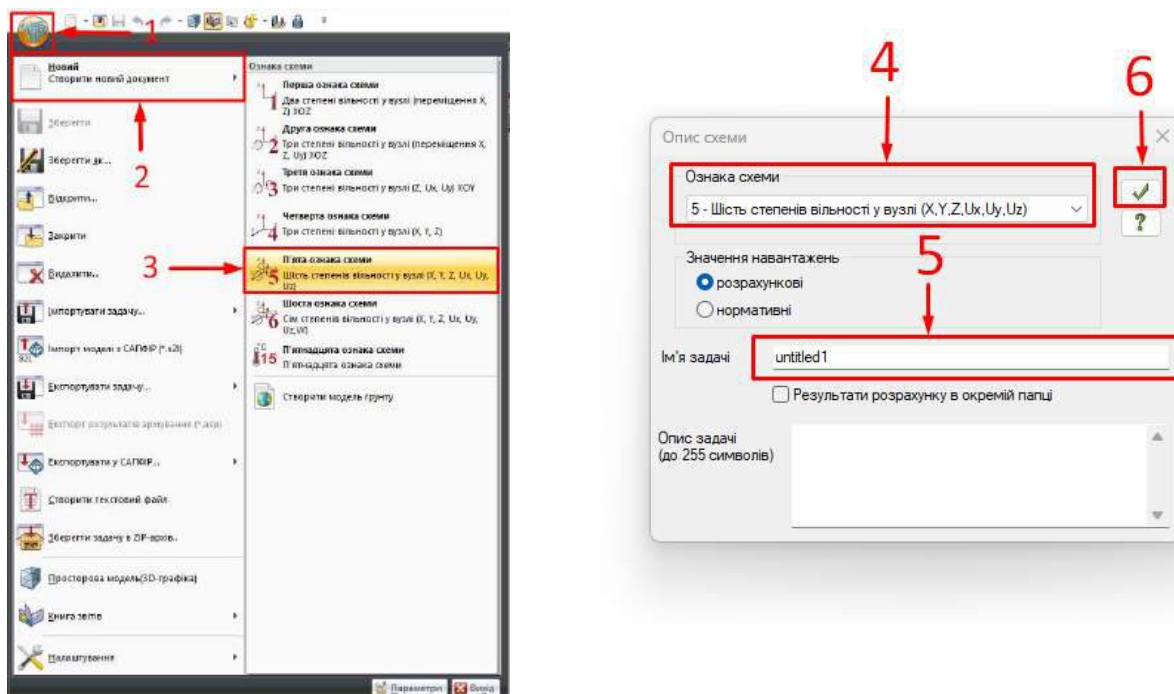
Після створення геометричної схеми обов'язково необхідно виконати «Упаковку схеми».

3-й етап – «Співпрямуння власних місцевих осей пластин з глобальними осями моделі».

Важливим етапом отримання дійсної розрахункової схеми є співпрямуння власних місцевих осей пластин з глобальними осями моделі, інакше отримати адекватний зв'язок зусиль і напружень неможливо.

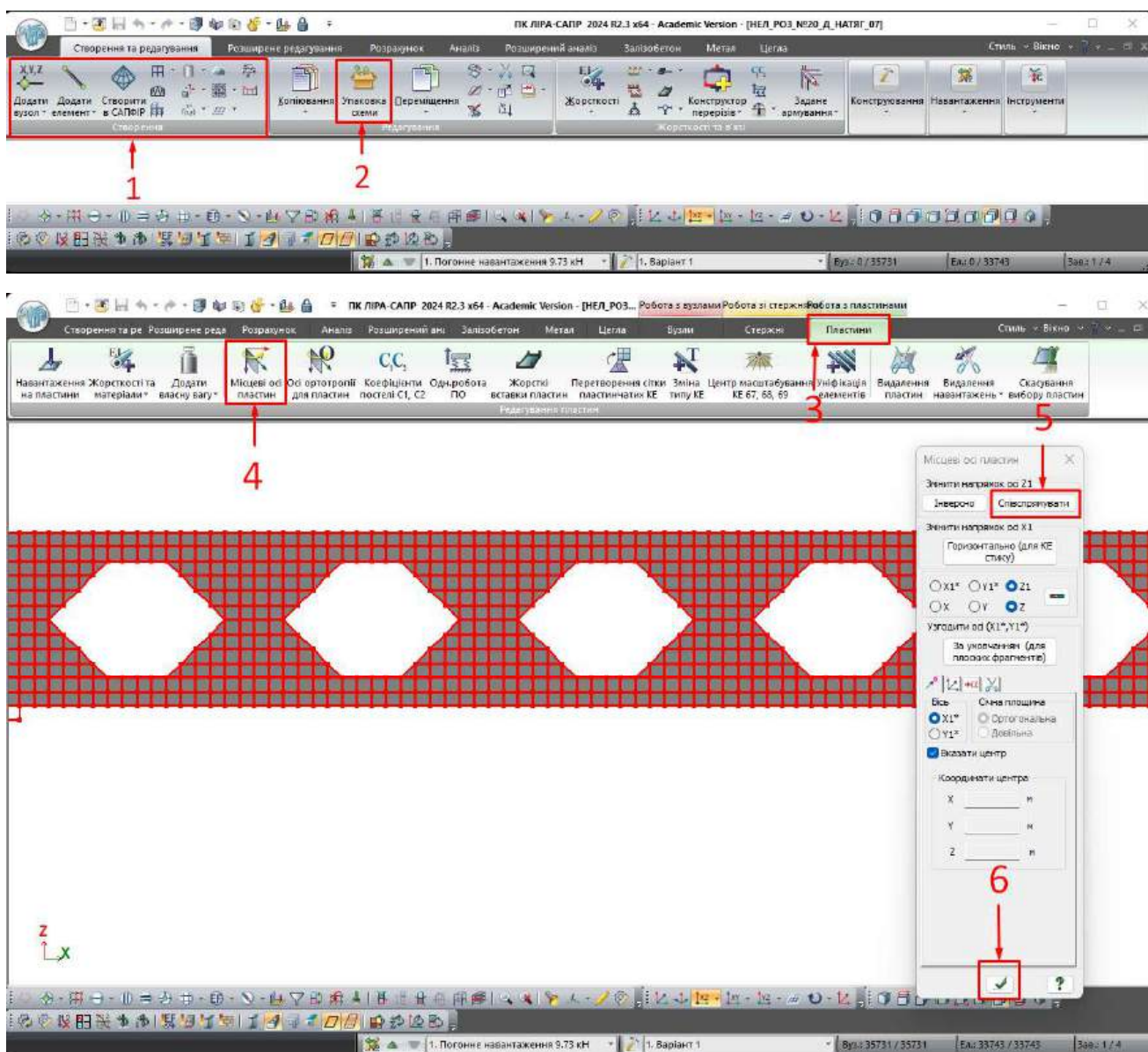
4-й етап – «Формулювання граничних умов».

Кріплення кінців перфорованої двопрольотної балки з однаковими за величиною прольотами $l = 6$ м прийнято таким: крайня опора зліва – шарнірно нерухома; крайня опора справа – шарнірно рухома; проміжна опора – шарнірно рухома у вигляді примикаючого шарніра. Для кріплення балки з площини дії навантаження використано поперечні елементи, які розміщено на верхньому поясі двотаврового профілю з кроком 1 м.



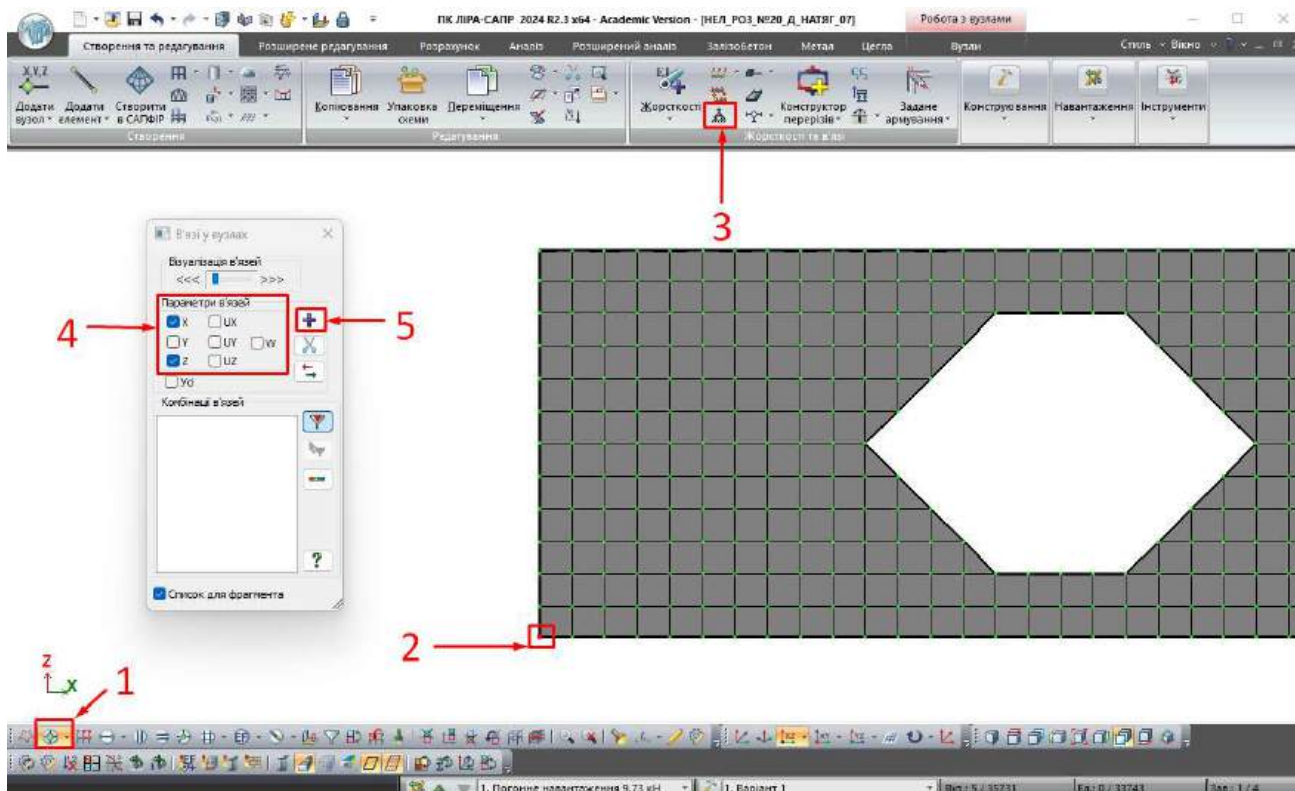
1. Відкрити «Меню програми». 2. Обрати «Новий». 3. Обрати «П'ята ознака схеми». 4. Перевірити ознаку схеми. 5. Записати ім'я задачі. 6. Застосувати.
Примітка. Тут і у подальшому номери на рисунках вказують на черговість виконання дій.

Рис. 2.8. Створення нової задачі (запропоновано автором в ПК «LIRA-FEM»)



1. На панелі «Створення» є можливість виконати моделювання пластин різними способами: генерація плити; переміщення твірної; додати елемент 3-ї або 4-ї вузлу пластину. 2. Упаковка схеми. 3. За допомогою комбінації клавіш CTRL+A, вибрати всі елементи та перейти на вкладку «Пластини». 4. Міцеві осі пластин. 5. Співспрямувати. 6. Підтвердити.

Рис. 2.9. Моделювання пластин та співспрямування осей
(запропоновано автором в ПК «LIRA-FEM»)



1. На панелі «Вибір» обрати «Відмітки вузлів». 2. За допомогою ЛКМ обрати вузли. 3. На панелі «Жорсткості та в'язі» обрати «В'язі». 4.Задати параметри в'язей: для лівої крайньої опори заборонити переміщення в напрямку «X, Z»; для проміжної та крайньої правої опори заборонити переміщення в напрямку «Z».

Рис. 2.10. Формулювання граничних умов

(запропоновано автором в ПК «LIRA-FEM»)

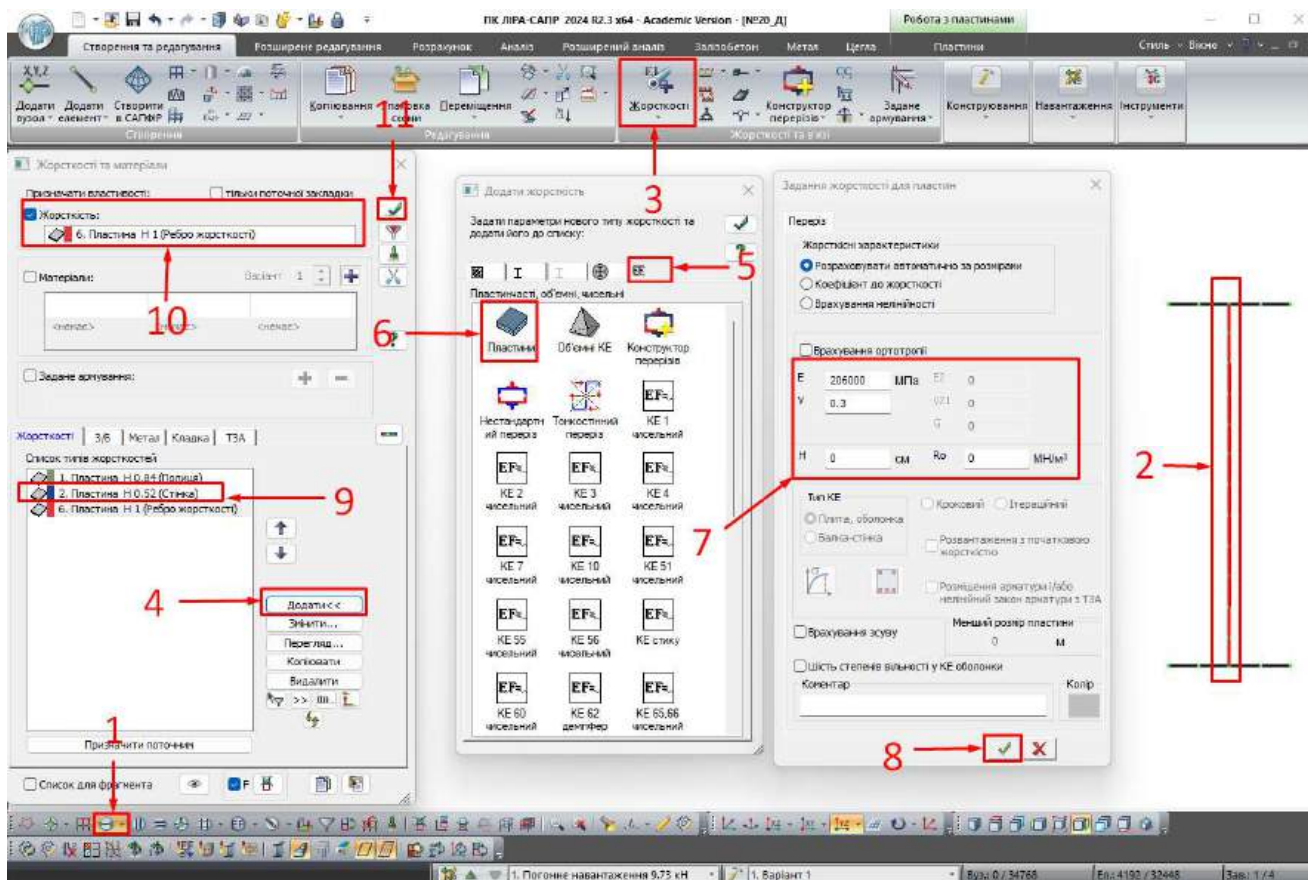
5-й етап – «Завдання жорсткісних параметрів».

Для розрахунку необхідно задати жорсткісні параметри елементів, кількість яких залежить від конкретного типу скінченного елемента. До таких параметрів належать: модуль пружності, коефіцієнт Пуассона, товщини полиці та стінки, густина матеріалу. Вихідні параметри товщин стінки та полиці наведено в табл. 2.6.

6-й етап – «Завдання навантажень».

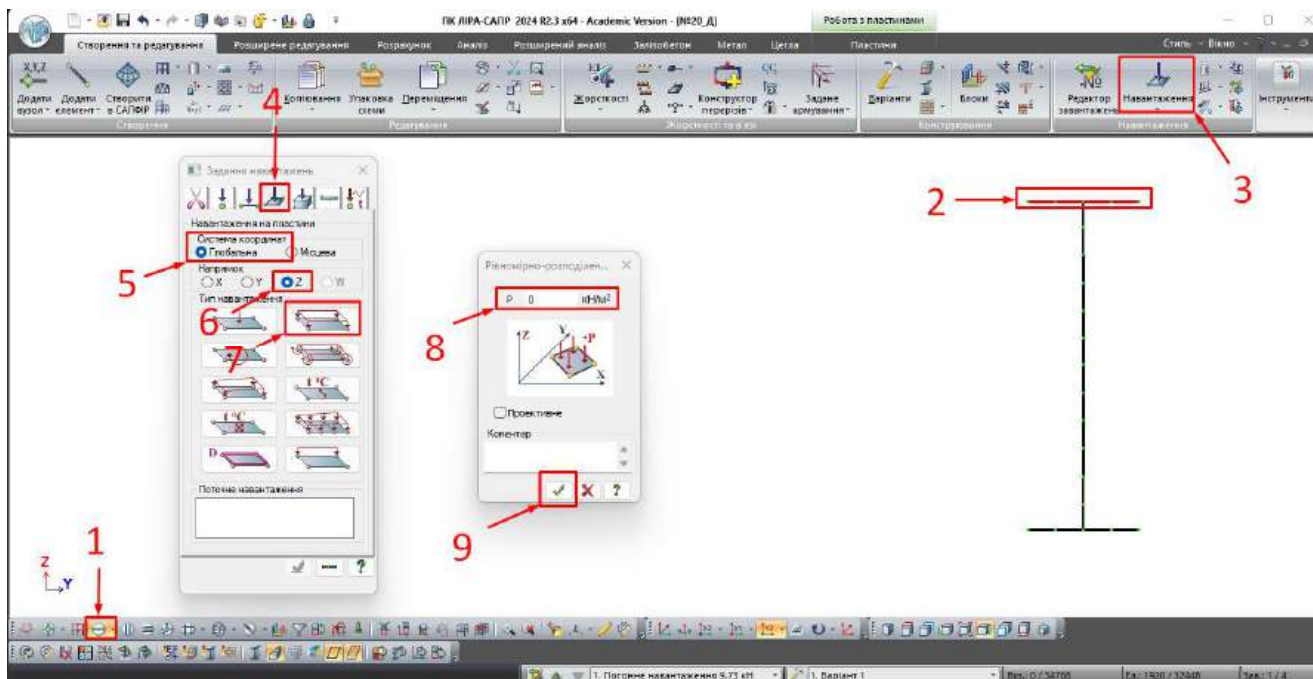
Навантаження прийняті рівномірно розподіленими і такими, що прикладені до верхнього поясу балки. Величини навантажень (див. табл. 2.4) обчислено за граничними станами двох груп: із умови забезпечення несучої здатності за міцністю та прогинами: розрахункові навантаження $q_{Q_{max}}$ обчислене за величиною максимальної поперечної сили; $q_{M_{max}}$ обчислене за величиною максимального згинального моменту; q_{II} обчислене за величиною граничного прогину. Для

подальших розрахунків навантаження переведено з кН/м в кН/м^2 , оскільки моделювання балки виконується пластинами.



1. На панелі «Вибір» натиснути «Відмітка елементів».
2. Використовуючи ЛКМ вибрати елементи стінки двотавра.
3. На панелі «Жорсткості та в'язі» натиснути «Жорсткості».
4. Додати.
5. Пластинчасті, об'ємні, чисельні.
6. Пластини.
7. Заповнити основні значення.
8. Підтвердити.
9. Використовуючи ЛКМ зі списків «Типи жорсткостей» вибрати необхідний.
10. Перевірити активовану жорсткість, яка необхідна (стінка).
11. Застосувати.

Рис. 2.11. Завдання жорсткісних параметрів (запропоновано автором в ПК «LIRA-FEM»)

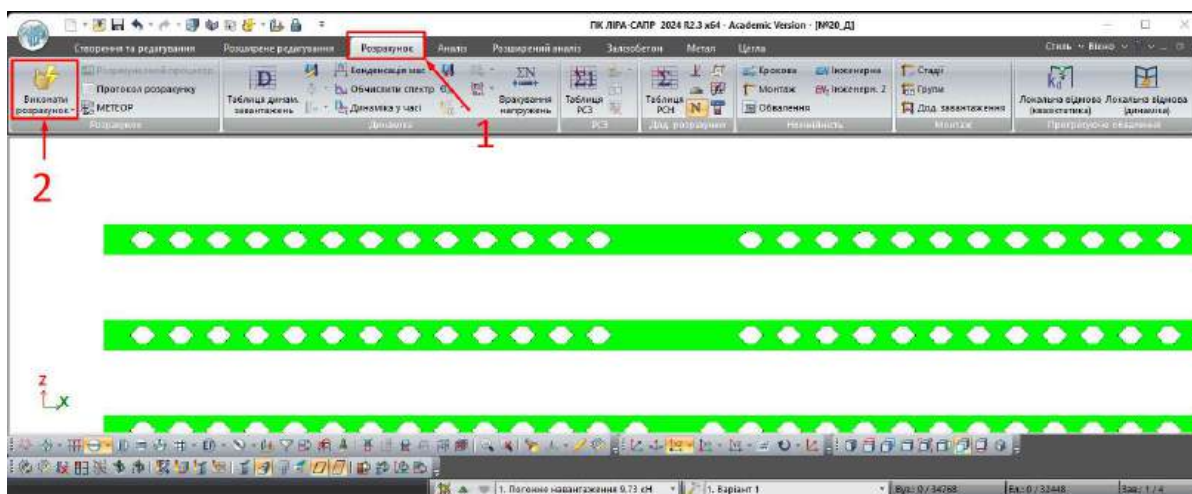


1. На панелі «Вибір» натиснути «Відмітка елементів». 2. Використовуючи ЛКМ вибрати елементи полиці двотавра. 3. На панелі «Навантаження» натиснути «Навантаження». 4. Навантаження на пластини. 5. Система координат Глобальна. 6. Напрямок навантаження «Z». 7. Рівномірно-розподілене навантаження на пластини. 8. Ввести величину навантаження. 9. Застосувати.

Рис. 2.12. Завдання навантажень (запропоновано автором в ПК «LIRA-FEM»)

7-й етап – «Повний розрахунок схеми».

Виконується повний розрахунок задачі із заданими параметрами.

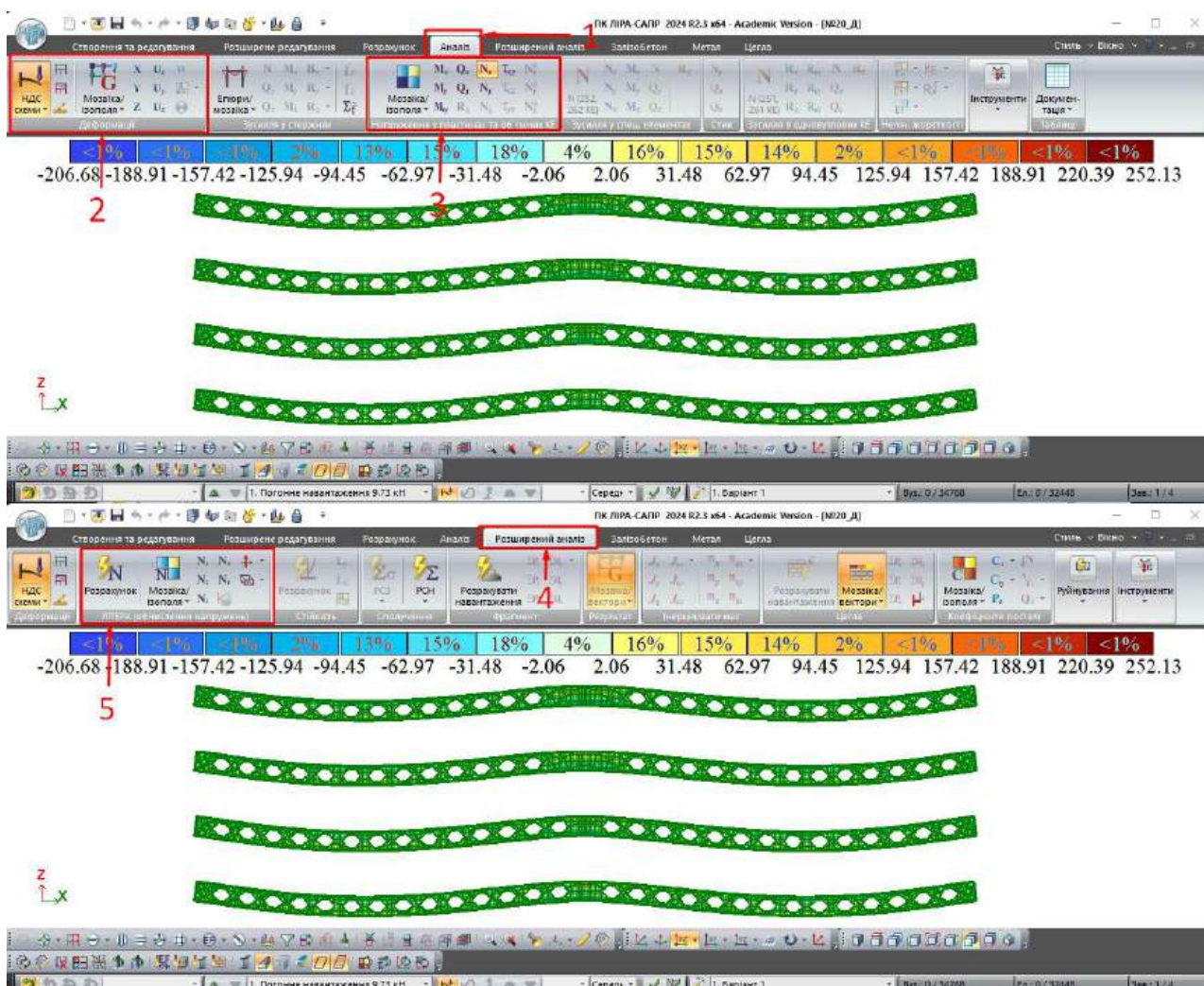


1. Вкладка «Розрахунок». 2. На панелі «Розрахунок» натиснути «Виконати повний розрахунок».

Рис. 2.13. Повний розрахунок схеми (запропоновано автором в ПК «LIRA-FEM»)

8-й етап – «Перегляд і аналіз результатів статичного розрахунку».

Після розрахунку задачі аналіз та перегляд результатів реалізується на вкладці «Аналіз».



1. Вкладка «Аналіз». 2 На панелі «Деформації» переглянути переміщення відносно глобальних осей моделі. 3. На панелі «Напруження у пластинах та об'ємних КЕ» перегляд можна здійснити за допомогою мозаїки або ізополів напружень. 4. Вкладка «Розширений аналіз». 5. Після розрахунку літери можна дізнатися головні та еквівалентні напруження.

Рис. 2.14. Перегляд і аналіз результатів статичного розрахунку

(запропоновано автором в ПК «LIRA-FEM»)

За наведеною вище методикою визначено напружено-деформований стан перфорованих балок, вихідними профілями для яких є І20, 30, 40, 50, 60/ДСТУ 8768:2018, у місці розміщення проміжної опори у разі обпирання їх на горизонтальні плити оголовків колон і кріплення до них болтами (розділ 3).

2.6. Моделювання балки для нелінійного розрахунку

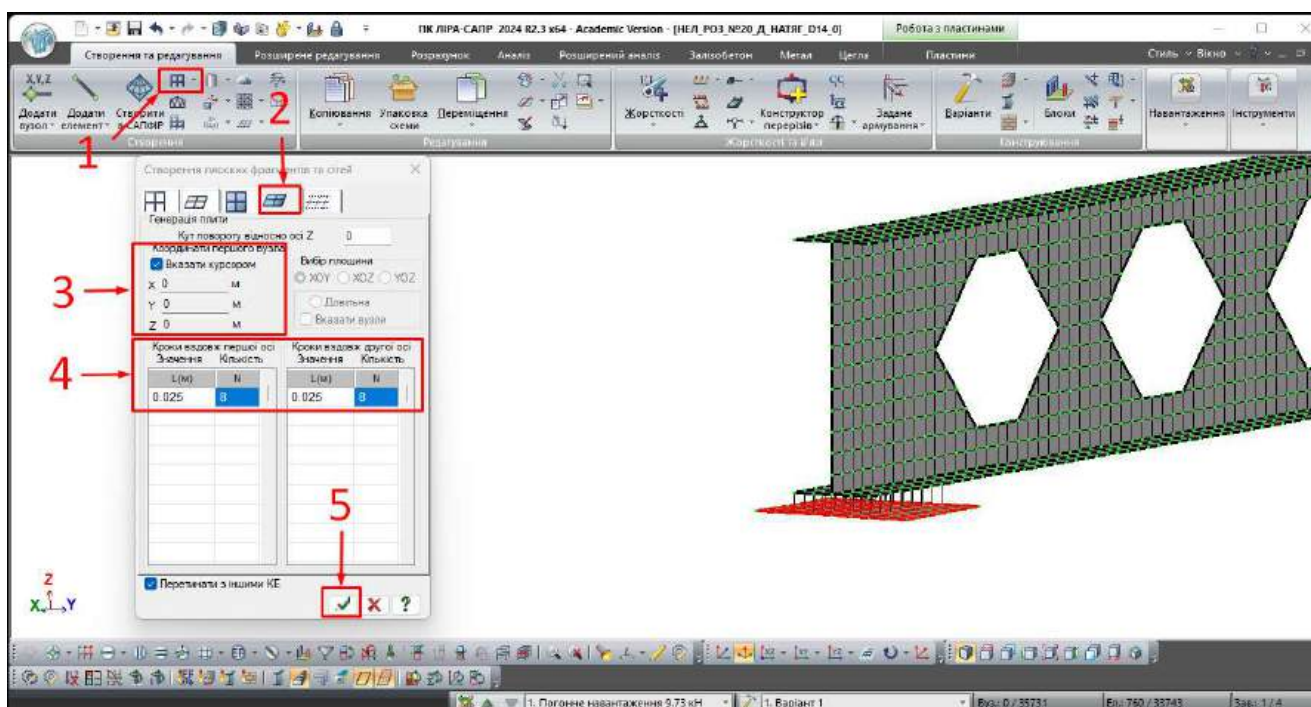
Нелінійний розрахунок дозволить виконати моделювання фактичної роботи конструкції з урахуванням її реальної поведінки, у якій буде враховано: дійсне обпирання балки на колону, кріплення балки з використанням болтів, заздалегідь прикладене зусилля натягу болтів, задана діаграма роботи сталі за дії статичного навантаження.

Моделювання балки, як і у попередньому випадку, виконується у кілька етапів.

Етапи 1-4 відповідають аналогічним етапам для лінійного розрахунку.

5-й етап – «Моделювання спільної роботи балки з колоною».

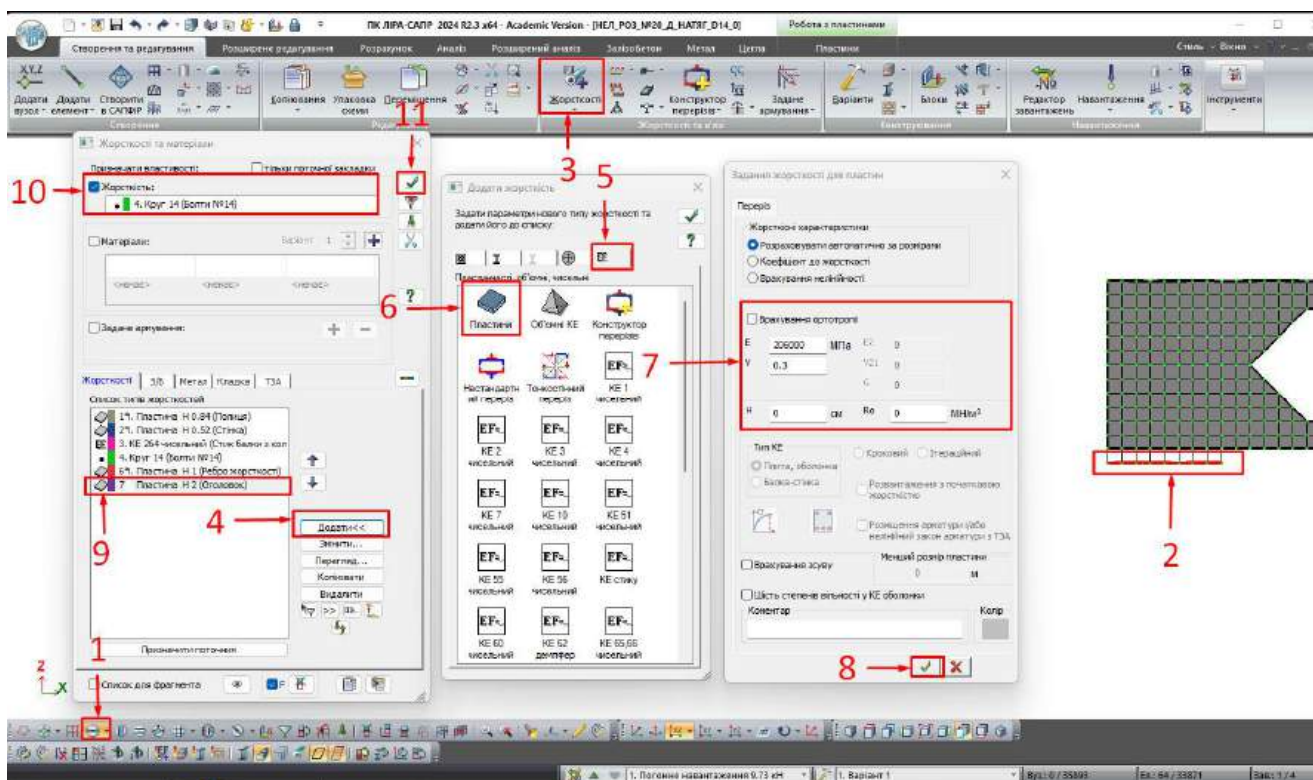
Моделювання оголовка колони виконується за допомогою пластин. З огляду на конструктивні вимоги проектування горизонтальних плит оголовків колон її товщину прийнято 20 мм. Розміри скінченних елементів оголовка колони залежать від розмірів скінченних елементів полиці перфорованої двотаврової балки.



1. На панелі «Створення плоских фрагментів та сітей». 2. Генерація плити.
3. Вказати координати першого вузла або вибрати і вказати курсором вузол. 4. Зазначити розміри КЕ плити, довжину, ширину та їх кількість. 5. Застосувати.

Рис. 2.15. Створення пластинчастих КЕ (запропоновано автором в ПК «LIRA-FEM»)

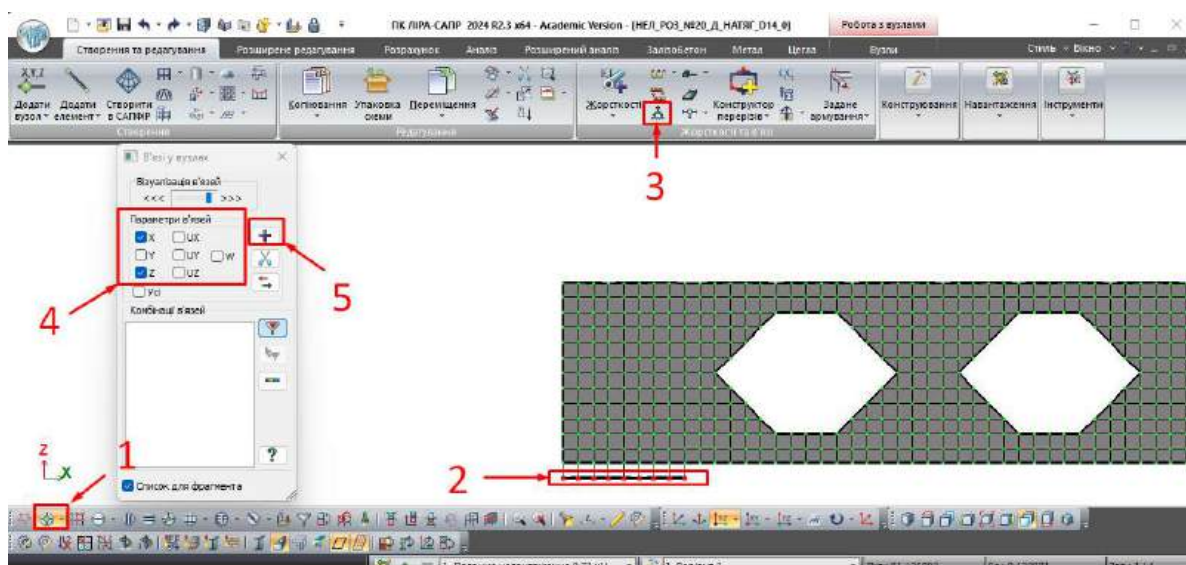
Для моделювання спільної роботи балки та колони застосовується кінцевий двовузловий елемент односторонньої пружної в'язі з урахуванням тертя між вузлами. Цей KE призначений для моделювання ковзання в односторонній в'язі. Напрямок в'язі встановлюється відповідно до координат вузлів, що описують даний KE, і збігається з поздовжньою віссю X_1 .



1. На панелі «Вибір» натиснути «Відмітка елементів».
2. За допомогою ЛКМ вибрати елементи плити оголовка колони.
3. На панелі «Жорсткості та в'язі» натиснути «Жорсткості».
4. Додати.
5. Пластинчасті, об'ємні, чисельні.
6. Пластини.
7. Заповнити основні значення.
8. Підтвердити.
9. Зі списків «Типи жорсткостей» за допомогою ЛКМ вибрати необхідний тип жорсткості.
10. Перевірити активовану жорсткість.
11. Застосувати.

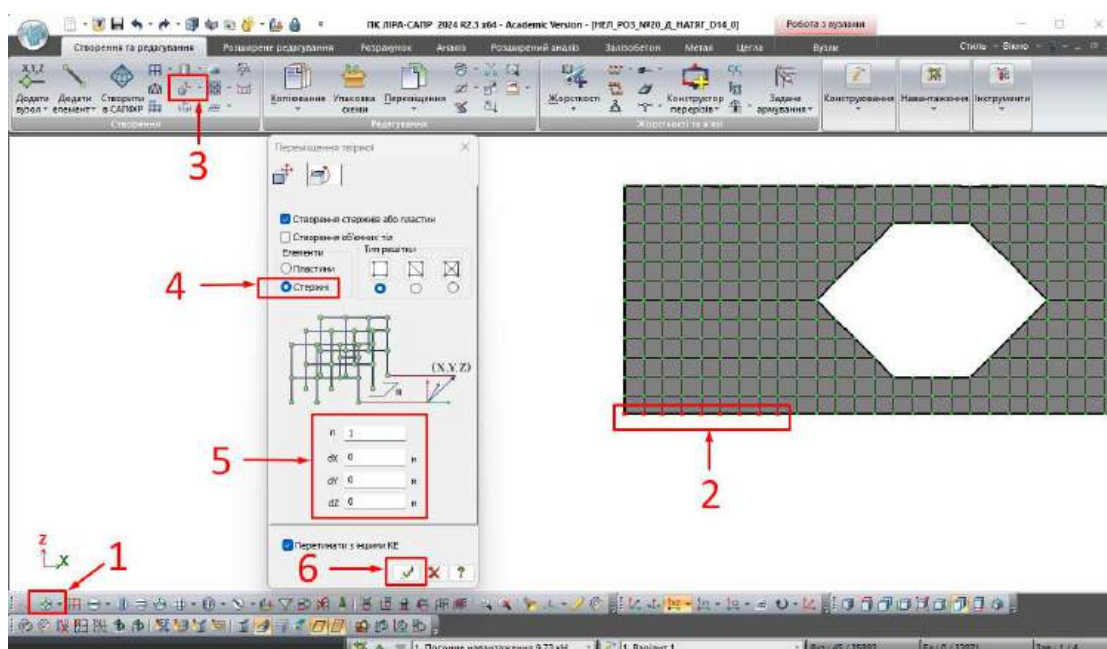
Рис. 2.16. Створення жорсткості KE (запропоновано автором в ПК «LIRA-FEM»)

З'єднання балки з колоною реалізується з використанням стержневих елементів, моделювання яких виконується за допомогою функції «Переміщення твірної». Тип KE 264 призначається для стержнів за допомогою команди «Зміна типу KE».



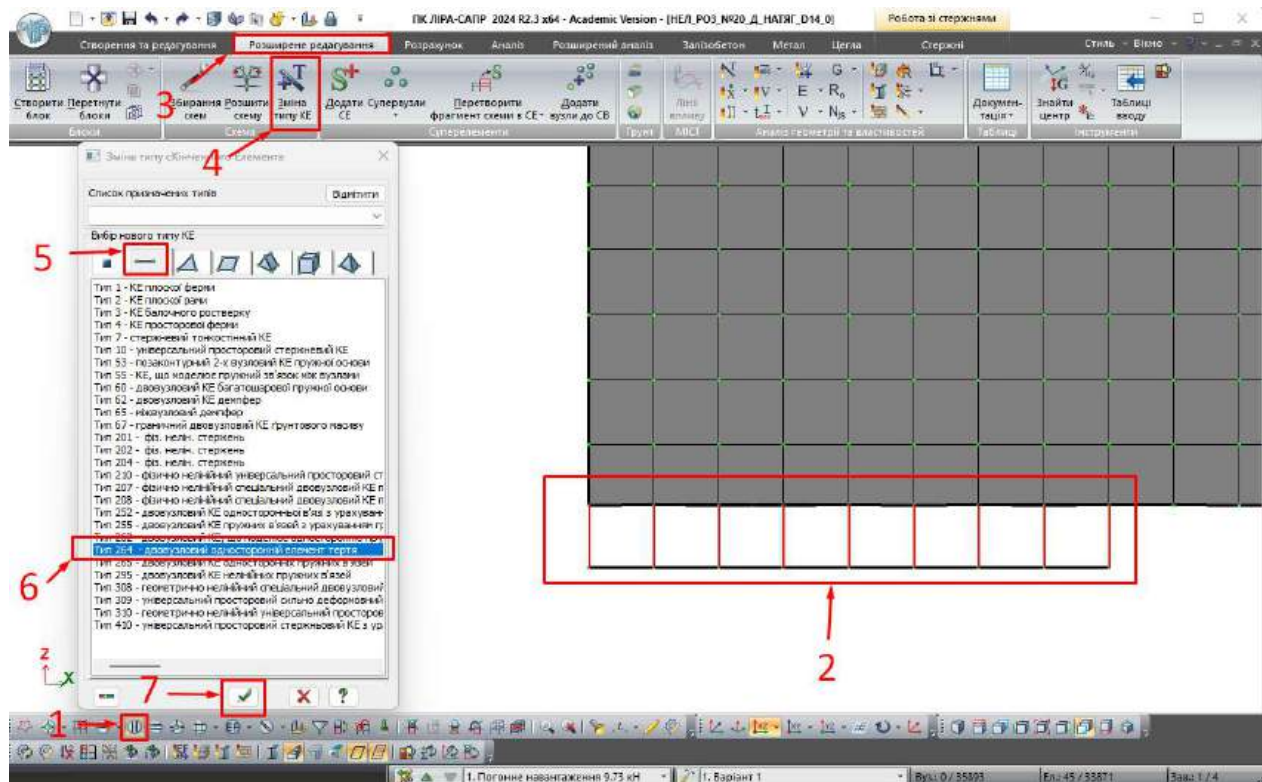
1. На панелі «Вибір» натиснути «Відмітка вузлів». 2. За допомогою ЛКМ вибрати вузли. 3. На панелі «Жорсткості та в'язі» натиснути «В'язі». 4. Задати параметри в'язей; ліва крайня опора – заборонити переміщення в напрямку «X, Z», проміжна та крайня права опора – заборонити переміщення в напрямку «Z». 5. Натиснути «Додати в'язі у відмічених вузлах».

Рис. 2.17. Призначення в'язей у вузлах (запропоновано автором в ПК «LIRA-FEM»)



1. На панелі «Вибір» натиснути «Відмітка вузлів». 2. На панелі «Вибір» натиснути «Відмітка вузлів». 3. За допомогою ЛКМ вибрати вузли. 4. Переміщення твірної. 5. Створення стержнів. 6. Вказати геометричні розміри стержнів згідно з даними, наведеними у стовпчику 6 табл. 2.7. 7. Застосувати.

Рис. 2.18. Створення стержневих елементів за допомогою функції «Переміщення твірної» (запропоновано автором в ПК «LIRA-FEM»)



1. На панелі «Вибір» натиснути «Відмітка вертикальних стержнів». 2. За допомогою ЛКМ виділити стержневі елементи, які створювались на рис. 2.18. 3. Вкладка «Розширене редагування». 4. На панелі «Схеми» натиснути «Зміна типу KE». 5. Вибір нового типу KE (Стержневі). 6. Тип 264 – двовузловий односторонній елемент тертя. 7. Застосувати.

Рис. 2.19. Зміна типу KE на двовузловий односторонній елемент тертя

(запропоновано автором в ПК «LIRA-FEM»)

Визначення осьової жорсткості на стиск здійснюється у такому порядку:

– визначають переміщення за дії $F = 1\text{т}$

$$\delta = (F l)/(E A) \quad (2.8)$$

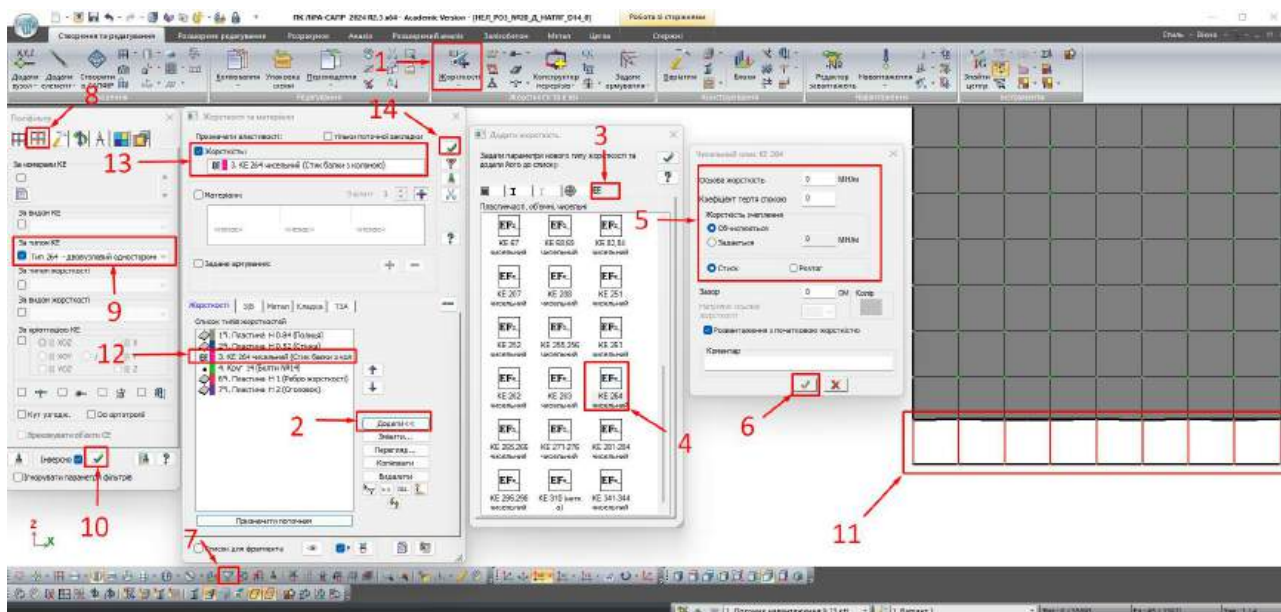
де F – одиничне навантаження; l – розрахункова довжина кінцевого елемента, яка відповідає сумі товщини плити оголовка і відстані до середини товщини полиці двотавра балки; E – модуль пружності сталі, МПа; A – робоча площа KE, мм²;

– визначають жорсткість на стиск

$$C = 1/\delta. \quad (2.9)$$

Значення коефіцієнтів тертя обирається залежно від способу обробки поверхонь елементів, що контактують.

Результати розрахунків наведено в табл. 2.7.



1. На панелі «Жорсткості та в'язі» натиснути «Жорсткості». 2. Додати. 3. Пластинчасті, об'ємні, чисельні. 4. Пластини. 5. Вказати осьову жорсткість та коефіцієнт тертя спокою згідно з даними, наведеними у табл. 2.7. 6. Застосувати. 7. Поліфільтр. 8. За допомогою поліфільтра здійснити фільтрування за кінцевим елементом. 9. За типом KE 264 – двовузловий елемент односторонньої пружної в'язі з урахуванням тертя між вузлами. 10. Застосувати. 11. Перевірити вибір KE 264. 12. Зі списків типів жорсткостей за допомогою ЛКМ вибрати необхідний тип жорсткості. 13. Перевірити активовану жорсткість. 14. Застосувати.

Рис. 2.20. Призначення жорсткості (запропоновано автором в ПК «LIRA-FEM»)

Таблиця 2.7

Результати розрахунків ¹

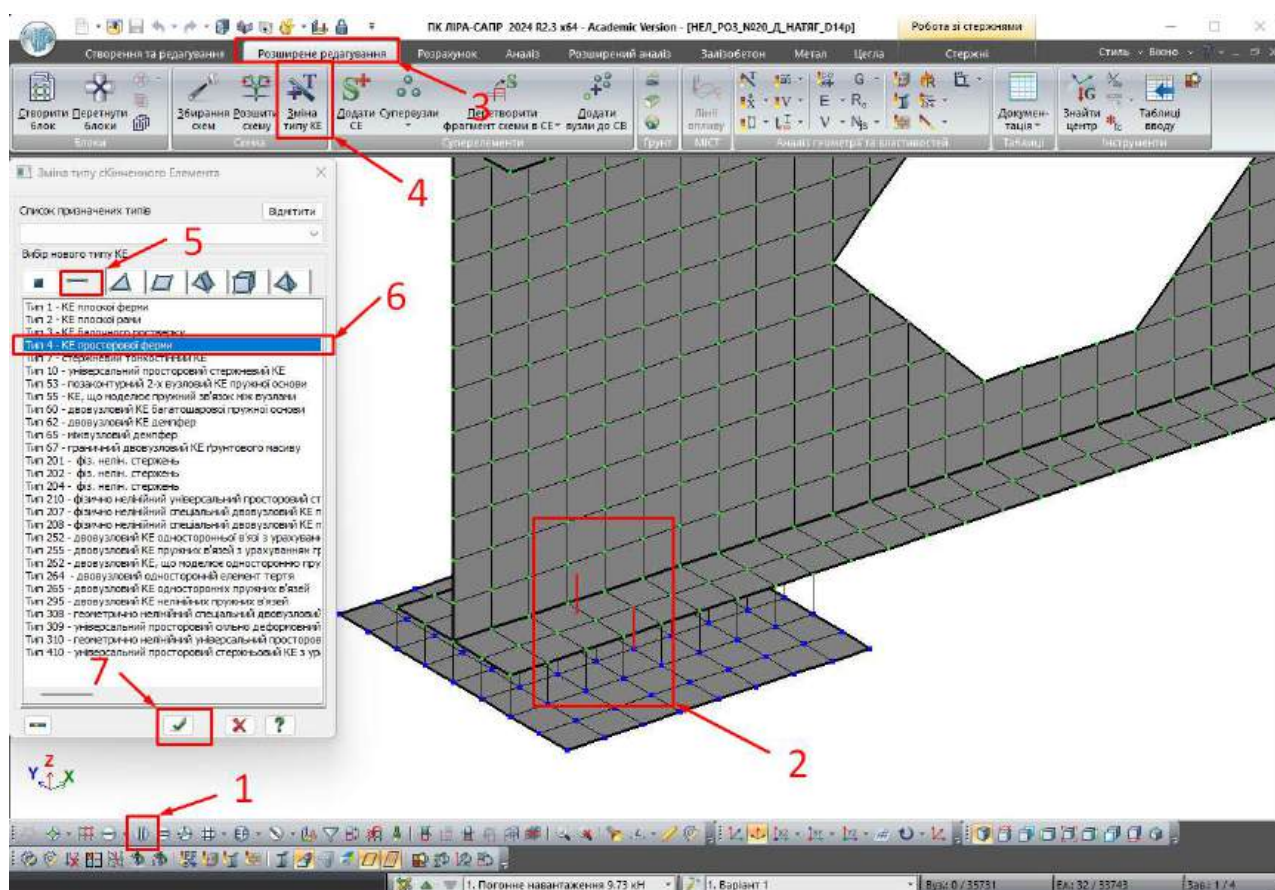
№№ профілів	Розмір плити оголовка колони, мм	Розміри скінченних елементів, мм		A, мм ²	Розрахункова довжина кінцевого елемента l, мм	Переміщення δ , м/т	Значення осьової жорсткості на стиск, C, т/м	Коефіцієнт тертя, μ
		3	4					
20	200x200	25	25	625	24,2	$1,88 \times 10^{-6}$	532 024	0,25
30	200x200	25	33,75	843,75	25,1	$1,444 \times 10^{-6}$	692 480	0,25
40	200x200	25	26	650	26,5	$1,979 \times 10^{-6}$	505 283	0,25
50	250x200	50	42,5	2125	27,6	$0,63 \times 10^{-6}$	1 586 020	0,25
60	250x200	50	$\frac{50}{45}$	$\frac{2500}{2250}$	28,2	$\frac{0,548 \times 10^{-6}}{0,608 \times 10^{-6}}$	$\frac{1\ 826\ 241}{1\ 643\ 617}$	0,25

(¹ Джерело: розраховано і сформовано автором)

Розміри скінченних елементів у табл. 2.7 наведено у зоні контакту плити оголовка та полиці двотавра. Коефіцієнт тертя величиною 0,25 прийнято для поверхонь без обробки.

6-й етап – «Моделювання болтів та призначення зусилля попереднього натягу».

Болти у вузлах моделюються за допомогою KE тип 4 «Стержневий KE просторової ферми», в якому ступені вільності вузлів лінійні (X, Y, Z), а дія моменту не враховується. Їх розміщення наведено у 2-му стовпчику табл. 2.8, а довжина визначається від середньої осі полиці балки до нижньої площини плити оголовка колони.



1. На панелі «Вибір» натиснути «Відмітка вертикальних стержнів». 2. За допомогою ЛКМ виділити стержневі елементи (болти). 3. Вкладка «Розширене редагування». 4. На панелі «Схеми» натиснути «Зміна типу KE». 5. Вибір нового типу KE (Стержневий). 6. Тип 4 – стержневий KE просторової ферми. 7. Застосувати.

Рис. 2.21. Зміна типу KE на стержневий KE просторової ферми тип – 4

(запропоновано автором в ПК «LIRA-FEM»)

Задати зусилля попереднього натягу у програмному комплексі «LIRA-FEM» можна за допомогою температурного навантаження, для обчислення якого використано такий алгоритм розрахунку:

1) несуча здатність одного болта

$$N_{bt} = A_{bn} R_{bt}, \quad (2.10)$$

де R_{bt} – розрахунковий опір болта розтягу, величина якого залежить від класу міцності болта (для болта класу міцності 5.6 згідно з табл. Д.4 [15] $R_{bt} = 225$ МПа);

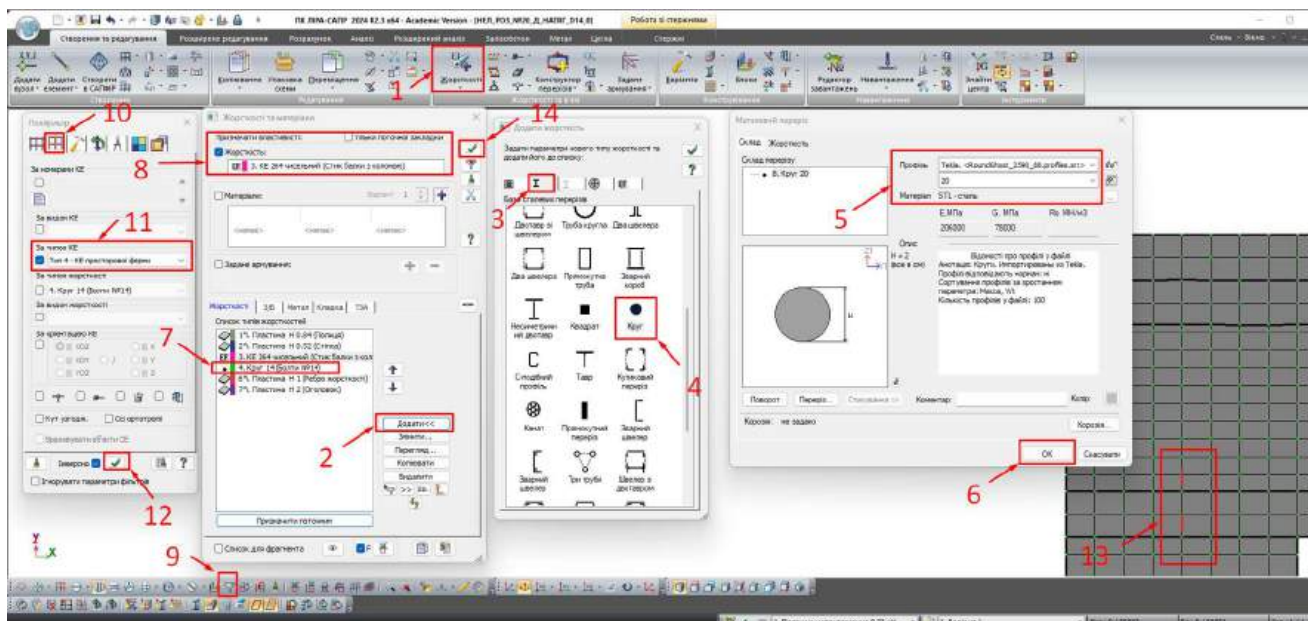
2) коефіцієнт температурного розширення сталі $\alpha = 0,000131/С$;

3) видовження болта прийнятого діаметру d_b (мм) та обчисленої довжини l (мм) за дії попереднього натягу поздовжньою силою N (т)

$$\Delta l = N l / E A_{bn}; \quad (2.11)$$

4) температурне навантаження на болт

$$T^\circ = -\Delta l / l \alpha \quad (2.12)$$



1. На панелі «Жорсткості та в'язі» натиснути «Жорсткості». 2. Додати. 3. База сталевих перерізів. 4. Круг. 5. Вибрати необхідний профіль. 6. Ок. 7. Зі списків «Типи жорсткостей» за допомогою ЛКМ вибрати необхідний тип жорсткості. 8. Перевірити активовану жорсткість; 9. Поліфільтр. 10. За допомогою поліфільтра здійснити фільтрування за кінцевим елементом. 11. Тип 4 – стержневий KE просторової ферми. 12. Застосувати. 13. Перевірити вибір стержневого KE просторової ферми типу – 4. 14. Застосувати.

Рис. 2.22. Призначення жорсткості (запропоновано автором в ПК «LIRA-FEM»)

Результати розрахунків наведено у табл. 2.8.

Таблиця 2.8

Результати розрахунків 5-го етапу ¹

№№ профілів	e , мм	d_{max} мм	d_b , мм	l , мм	N_{bt} , т	$N_{0,35}$, т	$N_{0,7}$, т	A_b , мм ²	A_{bn} , мм ²	$\Delta l_{0,35}$, мм	$\Delta l_{0,7}$, мм	$t^{\circ}_{0,35}$	$t^{\circ}_{0,7}$
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
20	55	17	$\frac{14}{16}$	28,4	$\frac{2,59}{3,59}$	$\frac{0,91}{1,24}$	$\frac{1,91}{2,47}$	$\frac{154}{201}$	$\frac{115}{157}$	$\frac{0,0081}{0,0085}$	$\frac{0,0162}{0,0170}$	$\frac{-21,46}{-22,45}$	$\frac{-42,93}{-44,90}$
			$\frac{16}{20}$		$\frac{3,53}{5,51}$	$\frac{1,24}{1,93}$	$\frac{2,47}{3,86}$	$\frac{201}{314}$	$\frac{157}{245}$	$\frac{0,0090}{0,0090}$	$\frac{0,0180}{0,0180}$	$\frac{-22,45}{-22,43}$	$\frac{-44,90}{-44,85}$
30	70	23	$\frac{16}{20}$	30,2	$\frac{3,53}{5,51}$	$\frac{1,24}{1,93}$	$\frac{2,47}{3,86}$	$\frac{201}{314}$	$\frac{157}{245}$	$\frac{0,0090}{0,0090}$	$\frac{0,0180}{0,0180}$	$\frac{-22,45}{-22,43}$	$\frac{-44,90}{-44,85}$
			$\frac{16}{20}$		$\frac{3,53}{5,51}$	$\frac{1,24}{1,93}$	$\frac{2,47}{3,86}$	$\frac{201}{314}$	$\frac{157}{245}$	$\frac{0,0099}{0,0098}$	$\frac{0,0197}{0,0197}$	$\frac{-22,45}{-22,43}$	$\frac{-44,90}{-44,85}$
40	80	23	$\frac{16}{20}$	33,0	$\frac{3,53}{5,51}$	$\frac{1,24}{1,93}$	$\frac{2,47}{3,86}$	$\frac{201}{314}$	$\frac{157}{245}$	$\frac{0,0099}{0,0098}$	$\frac{0,0197}{0,0197}$	$\frac{-22,45}{-22,43}$	$\frac{-44,90}{-44,85}$
			$\frac{16}{20}$		$\frac{3,53}{5,51}$	$\frac{1,24}{1,93}$	$\frac{2,47}{3,86}$	$\frac{201}{314}$	$\frac{157}{245}$	$\frac{0,0105}{0,0105}$	$\frac{0,0210}{0,0210}$	$\frac{-22,45}{-22,43}$	$\frac{-44,90}{-44,85}$
50	100	23	$\frac{16}{20}$	35,2	$\frac{3,53}{5,51}$	$\frac{1,24}{1,93}$	$\frac{2,47}{3,86}$	$\frac{201}{314}$	$\frac{157}{245}$	$\frac{0,0105}{0,0105}$	$\frac{0,0210}{0,0210}$	$\frac{-22,45}{-22,43}$	$\frac{-44,90}{-44,85}$
			$\frac{20}{24}$		$\frac{5,51}{7,92}$	$\frac{1,93}{2,77}$	$\frac{3,86}{5,54}$	$\frac{314}{452}$	$\frac{245}{352}$	$\frac{0,0113}{0,0113}$	$\frac{0,0225}{0,0225}$	$\frac{-22,43}{-22,38}$	$\frac{-44,85}{-44,77}$
60	110	25	$\frac{20}{24}$	37,8	$\frac{5,51}{7,92}$	$\frac{1,93}{2,77}$	$\frac{3,86}{5,54}$	$\frac{314}{452}$	$\frac{245}{352}$	$\frac{0,0113}{0,0113}$	$\frac{0,0225}{0,0225}$	$\frac{-22,43}{-22,38}$	$\frac{-44,85}{-44,77}$



e – відстань між болтами;

d_{max} – максимально можливий діаметр отвору у полиці для даного номеру профілю;

d_b – номінальний діаметр болта;

l – розрахункова довжина болта;

N_{bt} – розрахункове зусилля на розтяг одного болта;

$N_{0,35}; N_{0,7}$ – зусилля попереднього натягу болта відповідно для рівнів 0,35 та 0,7;

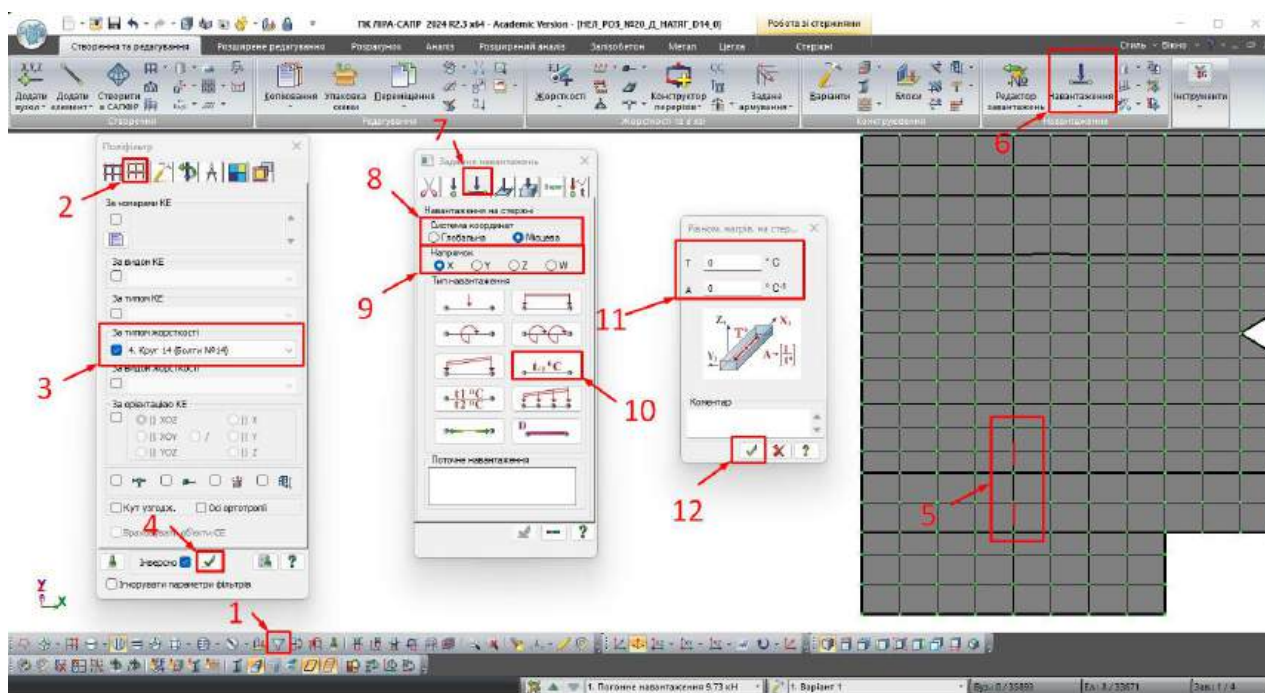
A_b – розрахункова площа поперечного перерізу стержня болта;

A_{bn} – площа поперечного перерізу стержня болта нетто у місці нарізки;

$\Delta l_{0,35}; \Delta l_{0,7}$ – видовження болта відповідно для рівнів попереднього натягу 0,35 та 0,7;

$t^{\circ}_{0,35}; t^{\circ}_{0,7}$ – температурне навантаження на болт для відповідного рівня початкового натягу.

(¹Джерело: розраховано і сформовано автором)



1. Поліфільтр. 2. За допомогою поліфільтра здійснити фільтрування за кінцевим елементом. 3. За типом жорсткості (Болти);. 4. Застосувати. 5. Перевірити вибір стержневих елементів за жорсткістю (Болти). 6. На панелі «Навантаження» натиснути «Навантаження». 7. Навантаження на стержні. 8. Система координат місцева. 9. Напрямок X. 10. Рівномірне нагрівання на стержні. 11. Зазначити температуру згідно з даними, наведеними у табл. 2.8, та коефіцієнт температурного розширення сталі. 12. Застосувати.

Рис. 2.23. Призначення температурного навантаження

(запропоновано автором в ПК «LIRA-FEM»)

7-й етап – «Постановка задачі нелінійного розрахунку сталевих елементів».

Виконання нелінійного розрахунку нерозрізних перфорованих двопрольотних балок з урахуванням пластичної деформації матеріалу має на меті визначення граничного навантаження та характеру втрати стійкості. Як вихідні дані для розрахунку використано результати експериментальних випробувань зразків (п. 2.7), міцність сталі яких відповідає класу міцності С235, які наведено у табл. 2.9.

Пружні деформації

$$\varepsilon_{пр} = R_y / E = 229,7 / 206000 = 0,00115048. \quad (2.13)$$

Відносні деформації розриву зразка у середньому становлять $\varepsilon_{розр} = 0,25\%$.

«LIRA-FEM» підтримує застосування різних законів нелінійного деформування матеріалів, призначених для задання характеристик фізичної

нелінійності матеріалів конструкції. Для розрахунку металевих елементів використовується «Кусково-лінійний закон деформування».

Таблиця 2.9

Розрахункові характеристики сталі С235 за результатами експериментальних випробувань ¹

Найменування	Позначення	Значення, МПа
Розрахунковий опір сталі розтягу, стиску та згину за межею текучості	R_y	229,7
Розрахунковий опір сталі розтягу, стиску та згину за межею міцності	R_u	349,6
Модуль пружності сталі	E	206000

(¹Джерело: *сформовано автором*)

В таблиці закону зазначають такі параметри: деформація в i -тій проміжній точці ε_i ; напруження в i -тій проміжній точці σ_i . Кількість точок не обмежується. Характеристики гілки стиску є від'ємними числами. Якщо значення деформації, отриманої за результати розрахунку, виходить за межі заданого закону, то моделюється вимкнення матеріалу (тобто приймається $E_1 = 1$) елементарної площини з роботи перерізу. Необхідно зауважити, що горизонтальні ділянки задавати не можна [198]. У програмному комплексі використано діаграму деформування, відому як діаграма Прандтля (рис. 2.25).

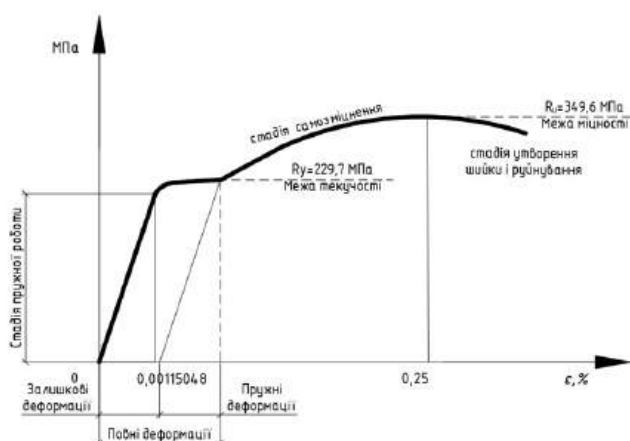


Рис. 2.24. Діаграма роботи сталі за дії статичного навантаження

(побудовано автором на підставі табл. 2.11)

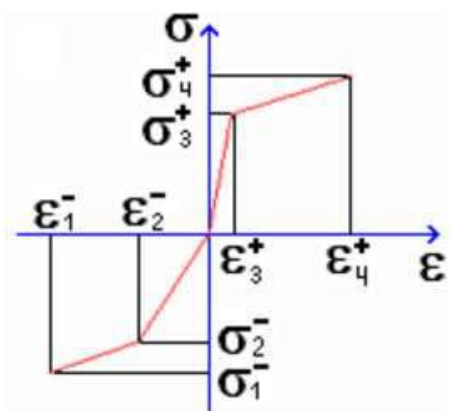
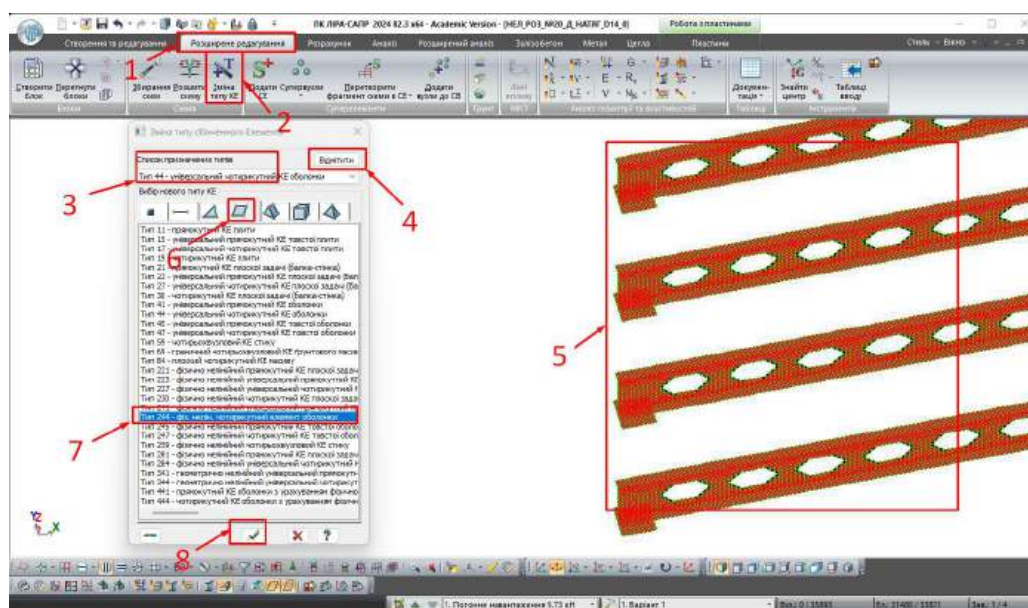


Рис. 2.25. Кусково-лінійний закон деформування

[довідка ПК «LIRA-FEM»]

Використано такі кінцеві елементи: тип 42 «Універсальний трикутний KE оболонки», тип 44 «Універсальний чотирикутний KE оболонок», які призначені для розрахунку міцності тонких положистих оболонок (плит, балок-стінок); тип 242 «Фізично нелінійний універсальний трикутний KE оболонки», тип 244 «Фізично нелінійний універсальний чотирикутний KE оболонки», які призначені для визначення напружено-деформованого стану тонких положистих оболонок. Причому оболонка розглядається як біметалева система з ізотропними фізично-нелійними матеріалами.

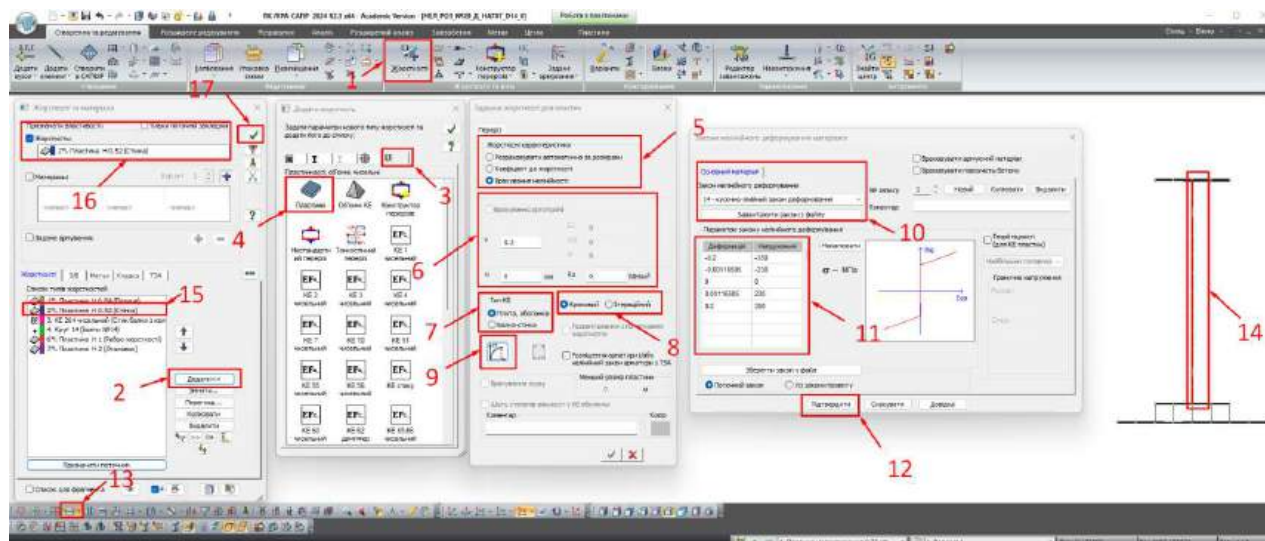


1. Вкладка «Розширене редагування». 2. На панелі «Схема» натиснути «Зміна KE». 3. Вибрати зі списків призначення типів Тип 44 – універсальний чотирикутний KE оболонки. 4. Відмітити. 5. Перевірити відмітку KE. 6. Вибрати новий тип KE «Чотирикутний». 7. Вибрати зі списку необхідний «Тип 244 – фізична не лінійність. чотирикутний елемент оболонки». 8. Застосувати.
*Примітка. За такою самою методикою змінити KE «Тип 42 – універсальний трикутний KE оболонки», на «Тип 242 – фізична нелінійність. трикутний елемент оболонки».

Рис. 2.26. Зміна типу KE на фізично нелінійний
(запропоновано автором в ПК «LIRA-FEM»)

У задачах фізичної та геометричної нелінійності розрахунки виконуються з використанням ітераційного та крокового методів (табл. 2.10). Кроковий метод полягає у поступовому прикладанні навантаження або зміни зовнішніх умов шляхом поділу його на окремі навантажувальні кроки (етапи). Це дозволяє

враховувати зміну жорсткісних характеристик елементів конструкцій на кожному етапі.



1. На панелі «Жорсткості та в'язі» натиснути «Жорсткості». 2. Додати. 3. Пластинчасті, об'ємні, чисельні. 4. Пластини. 5. Врахування нелінійності. 6. зазначаємо основні характеристики. 7. Вибрати тип КЕ «Плита, оболонка». 8. Вибрати метод розрахунку «Кроковий або ітераційний метод». 9. Параметри матеріалу. 10. Вибрати «14 – Кусково-лінійний закон деформування». 11. Зазначити параметри нелінійного деформування з (рис. 2.24). 12. Підтвердити. 13. На панелі «Вибір» натиснути «Відмітка елементів». 14. За допомогою ЛКМ вибрати елементи стінки двотавра. 15. Зі списків «Типи жорсткостей» за допомогою ЛКМ вибрати необхідний, тип жорсткості. 16. Перевірити активовану жорсткість. 17. Застосувати.

Рис. 2.27. Призначення жорсткості з урахуванням нелінійності

(запропоновано автором в ПК «LIRA-FEM»)

Таблиця 2.10

Порівняння методів ¹

Порівняльна таблиця методів		
Критерій	Кроковий	Ітераційний
Приклад застосування	Аналіз процесу навантаження конструкції	Визначення напружено-деформованого стану у разі зміни властивостей
Використання	Геометрична нелінійність, руйнування, пластичність	Фізична нелінійність, змінна жорсткість
Призначення	Поступове прикладання навантаження	Уточнення розв'язку на кожному кроці
Принцип роботи	Навантаження ділиться на кроки	Повторні обчислення всередині одного кроку

(¹ Джерело: сформовано автором)

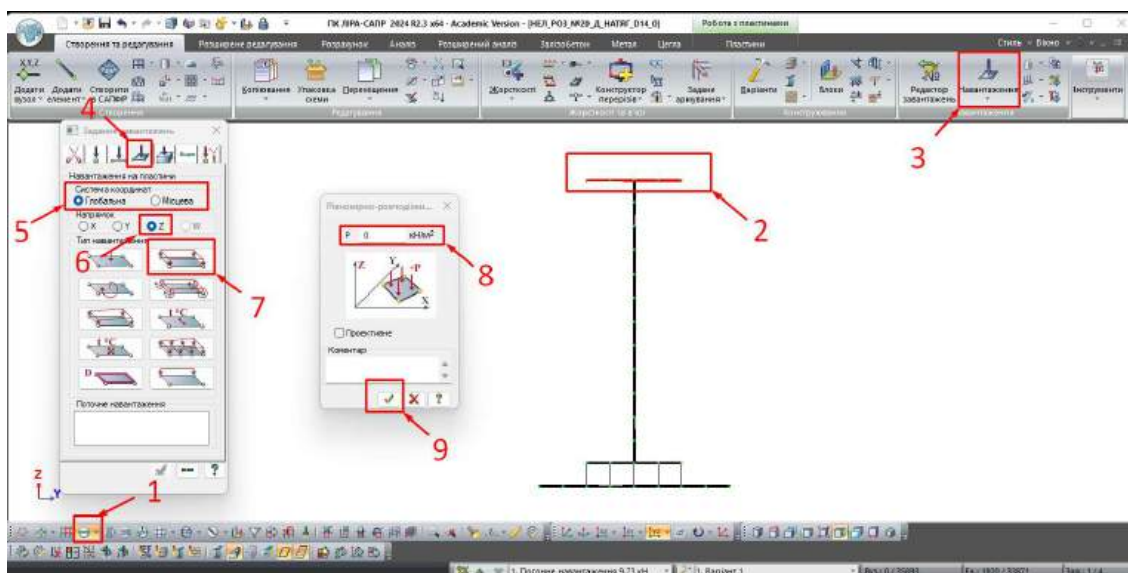
Ітераційний метод використовується на кожному кроці навантаження з метою уточнення рішення шляхом багатократного повторення обчислень до досягнення збіжності (заданої точності). Даний метод забезпечує точне урахування фізичної нелінійності матеріалів конструкції.

8-й етап – «Моделювання лінійних та нелінійних навантажень конструкції».

Навантаження прикладено до верхнього поясу балки у кН/м^2 . Перелік навантажень, які застосовуються в моделі, наведено у табл. 2.4, а також застосовуються навантаження з коефіцієнтами 1,5 та 2,0.

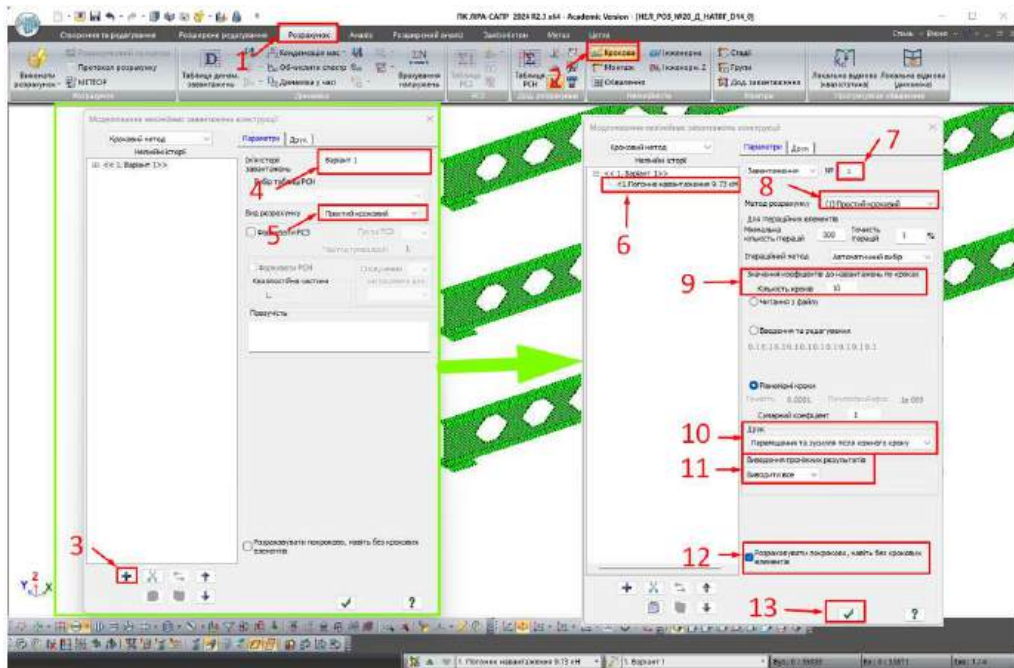
Моделювання нелінійних завантажень – це розширений рівень аналізу конструкцій, який дозволяє врахувати фізичну або геометричну нелінійність поведінки матеріалу або форми конструкції за дії значних навантажень.

У класичному (лінійному) завантаженні припускається, що навантаження прикладається поступово і матеріал реагує пропорційно. У нелінійному аналізі матеріал може змінювати свою жорсткість під навантаженням, відбуваються пластичні деформації та може враховуватись руйнування матеріалу.



1. На панелі «Вибір» натиснути «Відмітка елементів». 2. За допомогою ЛКМ вибрати елементи – полиці двотавра. 3. На панелі «Навантаження» натиснути «Навантаження». 4. Навантаження на пластини. 5. Система координат «Глобальна». 6. Напрямок навантаження «Z». 7. Рівномірно-розподілене навантаження на пластини. 8. Ввести величину навантаження. 9. Застосувати.

Рис. 2.29. Моделювання лінійних навантажень
(запропоновано автором в ПК «LIRA-FEM»)



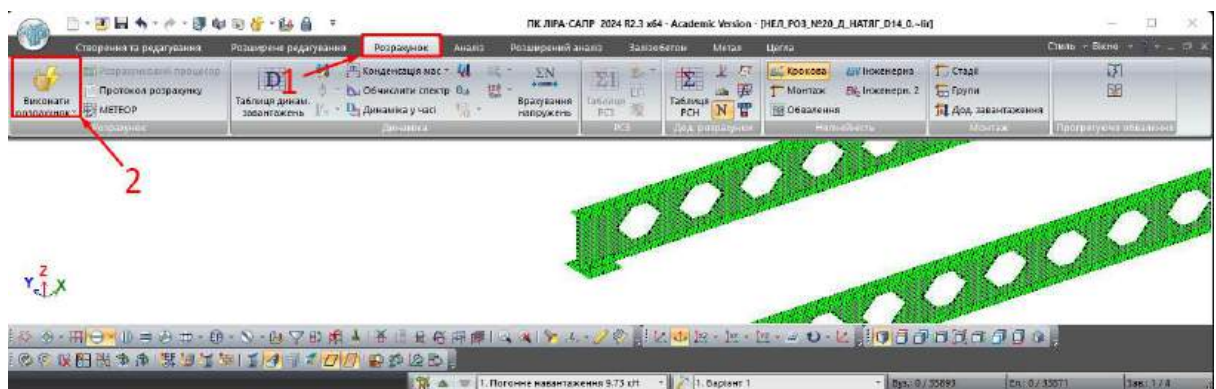
1. Вкладка «Розрахунок».
2. На панелі «Нелінійність» натиснути «Крокова».
3. Додати.
4. Назвати ім'я історії навантаження.
5. Вид розрахунку «Простий кроковий».
6. За допомогою ЛКМ активувати навантаження.
7. Вибрати номер навантаження із лінійних навантажень.
8. Метод розрахунку «(1) Простий кроковий».
9. Зазначити кількість кроків.
10. Вибрати відображення «Переміщення та зусилля після кожного кроку».
11. Вибирати виведення проміжних результатів «Виводити все».
12. Поставити відмітку «Розраховувати покроково навіть без крокових елементів».
13. Застосувати.

Рис. 2.30. Моделювання нелінійних завантажень конструкції

(запропоновано автором в ПК «LIRA-FEM»)

9-й етап – «Розрахунок схеми».

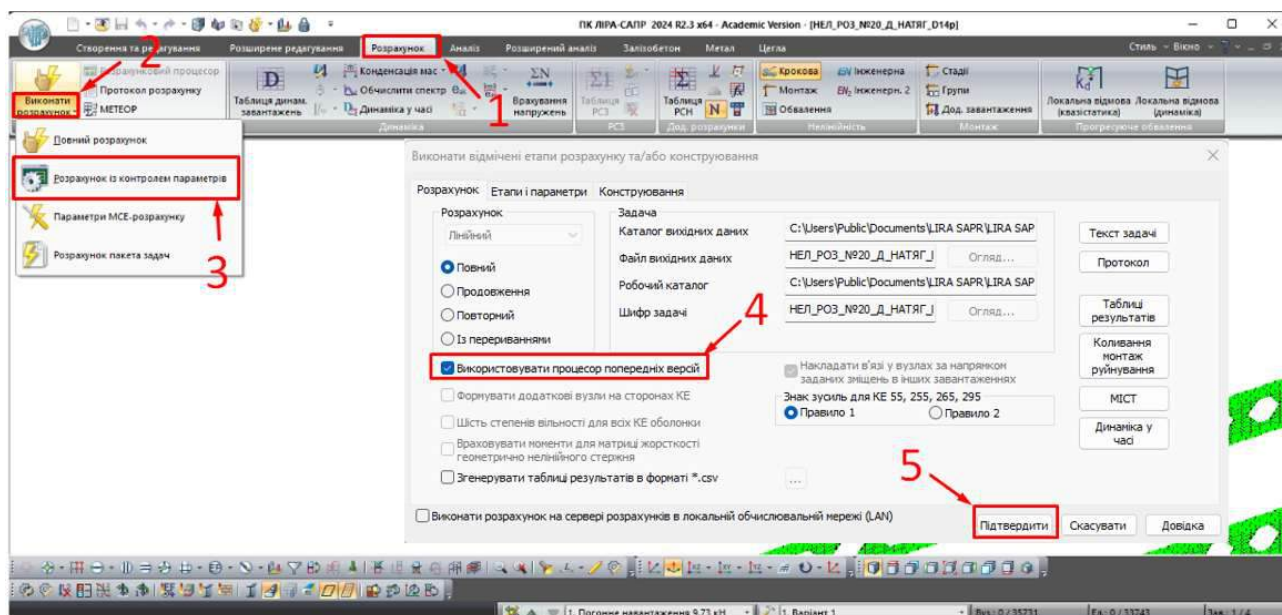
Задача запускається на розрахунок «Виконати повний розрахунок» та перевіряється протокол розрахунку.



1. Вкладка «Розрахунок».
2. На панелі «Розрахунок» натиснути «Виконати повний розрахунок».

Рис. 2.31. Виконати повний розрахунок (запропоновано автором в ПК «LIRA-FEM»)

Для виконання розрахунків конструкції на руйнування необхідно розрахувати схему «Процесором попередніх років» і також перевірити протокол розрахунку.



1. Вкладка «Розрахунок». 2. На панелі «Розрахунок» натиснути випадаючий список розрахунків. 3. Розрахунок з контролем параметрів. 4. Активувати позначку «Використовувати процесор попередніх версій». 5. Підтвердити.

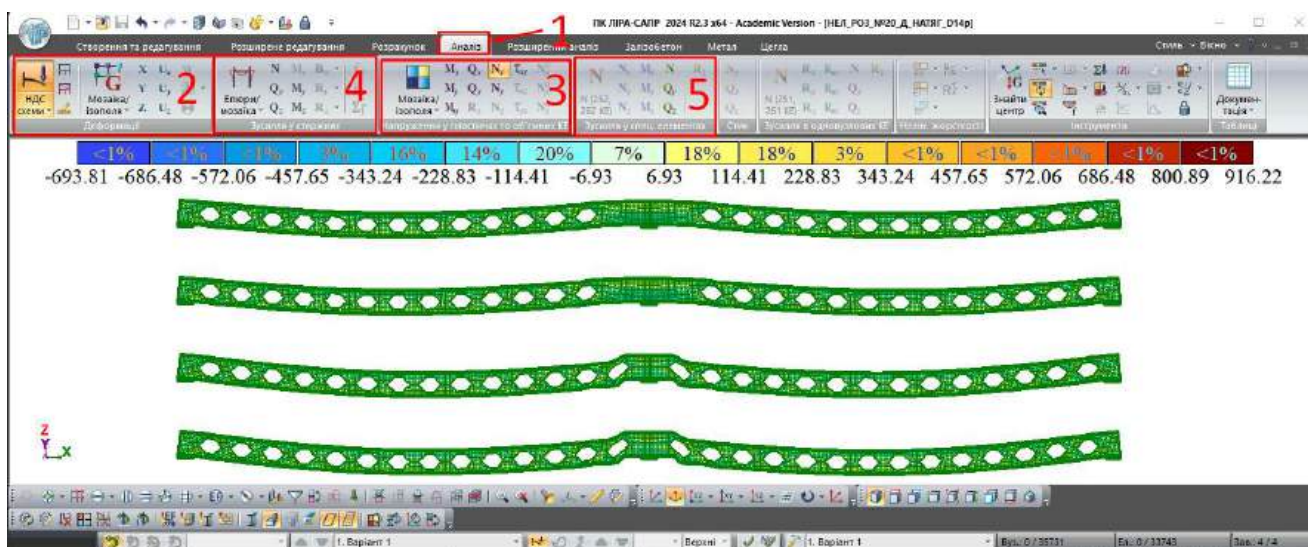
Рис. 2.32. Виконання розрахунку процесором попередніх років

(запропоновано автором в ПК «LIRA-FEM»)

10-й етап – «Аналіз та розширений аналіз».

З досвіду великої кількості раніше виконаних розрахунків аналіз напружено-деформованого стану може здійснюватися як за допомогою мозаїчних зображень, так і за допомогою ізополів. Мозаїка показує розподіл напружень у центрі ваги пластини, що є результатом обчислень процесора. Ізополя – це інтерпретація результату і для їх побудови необхідно додати точки значень у вузлах залежно від напружень у КЕ, які прилягають до вузла, та від їхнього центру ваги до вузла. У підсумку максимальні значення напружень у вигляді мозаїк та ізополів можуть відрізнятися. Особливо це стосується місць обпирання перекриттів на нижче розташовані конструкції, тому що напруження у їх спільному вузлі мають середнє значення. Ізополя зазвичай застосовують для поверхонь, де сітка переважно трикутна. Напруження через різне положення центрів ваги пластин не дуже відрізняються і тому результати краще аналізувати. Мозаїку необхідно

використовувати для візуалізації фактично отриманих значень, а ізополя та ізолінії для оцінювання характеру змін того чи іншого фактору по площі групи скінченних елементів.

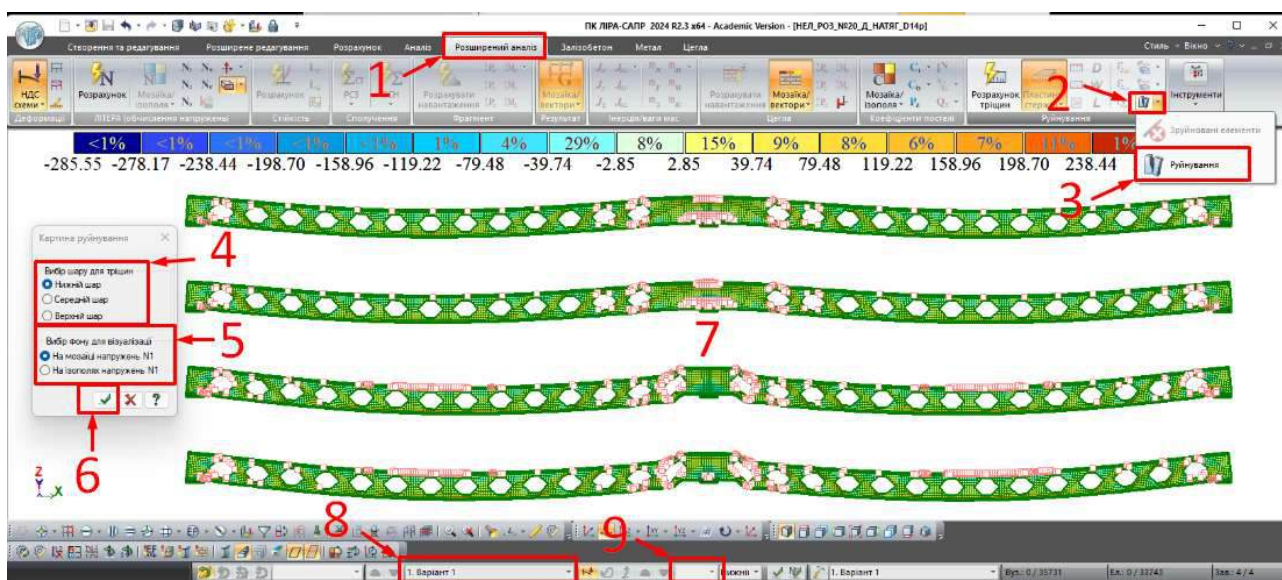


1. Вкладка «Аналіз»; 2. На панелі «Деформації» переглянути переміщення відносно глобальних осей моделі; 3. Переглянути «Напруження у пластинах та об'ємних КЕ» за допомогою мозаїки або ізополів напруження; 4. «Зусилля у стержнях», тобто у даному випадку зусилля у болтах, переглянути за допомогою мозаїки або епюри зусиль у стержнях; 5. «Зусилля у спеціальних елементах» дозволяє відобразити характер силової взаємодії на опорі.

Рис. 2.33. Аналіз схеми (запропоновано автором в ПК «LIRA-FEM»)

У розширеному аналізі можна дізнатись про характер руйнування конструкції. Для обраного шару пластини (верхній, середній, нижній) будується картина руйнування, тобто зображується напрямок тріщин у вигляді відрізків. Відображення відбувається лише за результатами розрахунку фізичної нелінійності конструкцій. Для відображення карти руйнування необхідно виконати розрахунок схеми процесором попередніх версій (рис. 2.34).

За наведеною вище методикою визначено напружено-деформований стан перфорованих балок, вихідними профілями для яких є І20, 30, 40, 50, 60/ДСТУ 8768:2018, у місці розміщення проміжної опори у разі обпирання їх на горизонтальні плити оголовків колон і кріплення до них болтами з різною величиною початкового натягу (розділ 3).



1. Вкладка «Розширений аналіз». 2. На панелі «Руйнування» натиснути на випадаючий список функції руйнування. 3. «Руйнування». 4. Вибрати шар для тріщини (нижній, середній, верхній). 5. Включити візуалізацію картини руйнування (мозаїка або ізополя напружень). 6. Застосувати. 7. Візуалізація картини руйнування. 8. Вибрати історію нелінійного навантаження. 9. Переключити кроки за навантаженням.

Рис. 2.34. Розширений аналіз схеми (запропоновано автором в ПК «LIRA-FEM»)

2.7. Експериментальні випробування сталевих зразків

З метою визначення фактичних механічних характеристик сталі і побудови діаграми її роботи у науково-дослідній лабораторії кафедри промислового, цивільного будівництва ім. Є.М. Бабича Національного університету водного господарства та природокористування було виготовлено 10 стандартних зразків.

Значення механічних характеристик сталі визначались шляхом випробування у сертифікованій розривній машині „УММ-50” (рис. 2.35) згідно з чинним державним стандартом [20], вимоги якого узгоджено з відповідними європейськими та міжнародними стандартами, що дозволяє отримати достовірні результати. Основним завданням випробування було отримання значень межі текучості, межі міцності та відносного видовження.

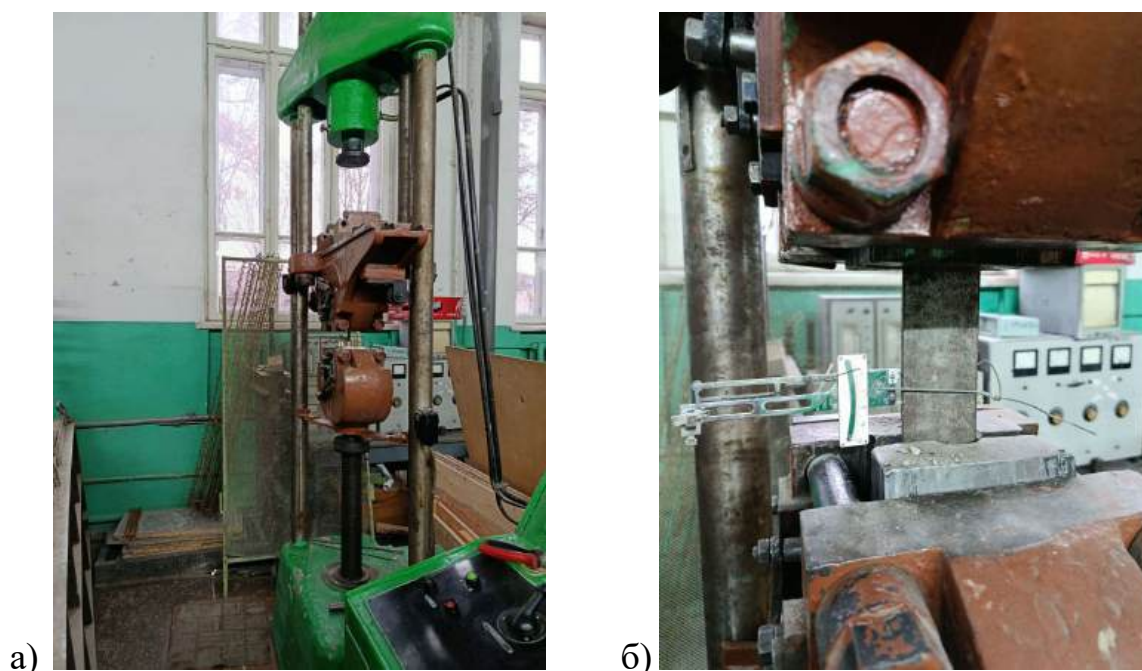


Рис. 2.35. Випробування зразків у розривній машині УММ-50:

а – загальний вигляд УММ-50; б – зразок з тензOMETром Гугенбергера
(сфотографовано автором)

Кожний зі зразків закріплювався у затискаючих пристроях машини, поступово навантажуючись із середньою швидкістю 10 МПа/с до розриву. Під час випробування зразків на спеціальному масштабному папері викреслювались діаграми.

Результати досліджень наведено в табл. 2.10.

Таблиця 2.10

Механічні характеристики зразків ¹

Показник	Зразки									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Межа текучості, МПа	225	228	232	235	227	226	223	234	237	230
Межа міцності, МПа	345	352	354	346	350	348	344	355	353	349
Відносне видовження, %	22	27	24	26	28	25	26	23	25	24

(¹Джерело: розраховано і сформовано автором)

Результати експериментальних досліджень, отримані для одноосного напружено-деформованого стану теоретично переведено до двоосного.

Таблиця 2.11

Статистичний аналіз отриманих результатів ¹

Показник	Формула	Межа текучості, МПа	Межа міцності, МПа	Відносне видовження, %
Середнє	$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum x_i$	229,7	349,6	25,0
Медіана	x_{med}	229,0	349,5	25,0
Мінімум	x_{min}	223,0	344,0	22,0
Максимум	x_{max}	237,0	355,0	28,0
Вибіркова дисперсія	$s^2 = \frac{1}{n-1} \sum (x_i - \bar{x})^2$	21,8	14,93	3,33
Стандартне відхилення	$s = \sqrt{s^2}$	4,67	3,86	1,83
Коефіцієнт варіації, %	$v = \frac{s}{\bar{x}}$	2,03	1,11	7,3
Розмах варіації	$R = x_{max} - x_{min}$	14,0	11,0	6,0

(¹Джерело: розраховано і сформовано автором)

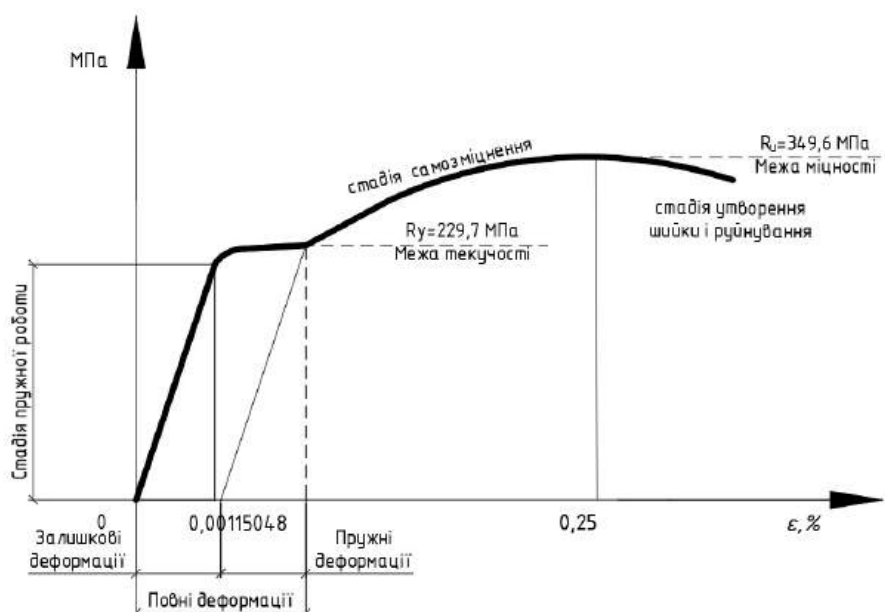


Рис. 2.36. Діаграма роботи сталі за дії лінійного навантаження

(побудовано автором на підставі табл. 2.11)

Висновки до розділу 2

1. Розроблено варіанти конструкцій проміжних опорних частин нерозрізних перфорованих балок, що відрізняються між собою наявністю або відсутністю опорних ребер жорсткості, розміщених по осі проміжної опори, а також наявністю або відсутністю заварених чи незаварених отворів зліва і справа від неї.

2. Вперше розроблено методику визначення напружено-деформованого стану та розрахунку нерозрізної перфорованої балки у місці її обпирання на проміжну опору з використанням методу скінченних елементів у програмному комплексі «LIRA-FEM» для лінійного та нелінійного моделювання дійсної розрахункової схеми балки та її фактичної роботи.

3. Розрахунок задач у лінійній інтерпретації, тобто задач, в яких залежності між внутрішніми напруженнями, що виникають у поперечних перерізах балки від дії певних зусиль, та деформаціями її розрахункових точок прийнято лінійними, далеко не завжди відповідає реальній роботі конкретної конструкції в цілому або її окремих елементів.

4. Нелінійний розрахунок дозволяє виконати моделювання фактичної роботи конструкції, у якій враховано: дійсне обпирання балки на нижче розташовану несучу конструкцію з урахуванням конкретної конструктивної схеми; кріплення балки до цієї конструкції болтами; заздалегідь прикладене зусилля натягу болтів певної величини; обрана діаграма роботи сталі за дії статичного навантаження.

5. Детально розроблено методику нелінійного розрахунку системи «балка-нижче розташована несуча конструкція» та представлено етапи моделювання, починаючи зі створення нової задачі і закінчуючи розширеним аналізом отриманих результатів з використанням, залежно від конкретних умов і задач розрахунку, мозаїки або ізополів у розрахункових перерізах і точках конструкцій.

6. Виконано експериментальні випробування сталевих зразків з метою визначення механічних характеристик сталі, діаграму деформування якої у подальшому буде використано у нелінійному розрахунку методом скінченних елементів у програмному комплексі «LIRA-FEM».

РОЗДІЛ 3

ЧИСЛОВИЙ ЕКСПЕРИМЕНТ НЕРОЗРІЗНИХ ПЕРФОРОВАНИХ БАЛОК З РІЗНИМ КОНСТРУКТИВНИМ ОФОРМЛЕННЯМ ПРОМІЖНОЇ ОПОРНОЇ ЧАСТИНИ

3.1. Конструкції проміжних опорних частин нерозрізних перфорованих балок у числовому експерименті

Кріплення кінців перфорованої двопрольотної балки з однаковими за величиною прольотами прийнято: крайня опора зліва – шарнірно нерухома, крайня опора справа – шарнірно рухома (табл. 3.1). Проміжна опора є шарнірно рухомою з примикаючим шарніром і конструкцією згідно з табл. 3.2. Для кріплення балки з площини дії навантаження використано поперечні елементи, які розміщено по верхніх поясах профілю з кроком 1 м.

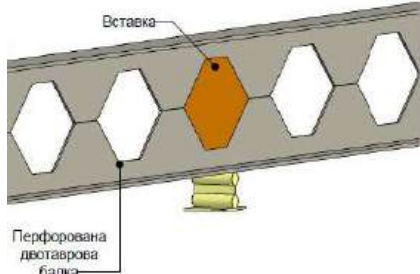
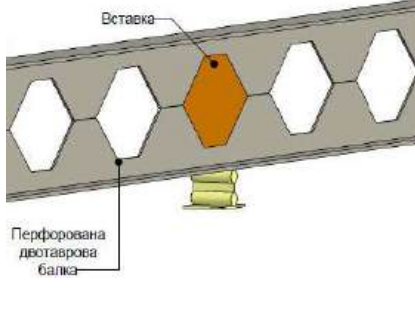
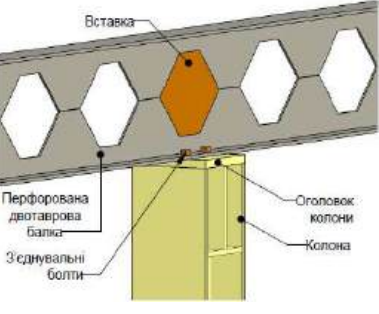
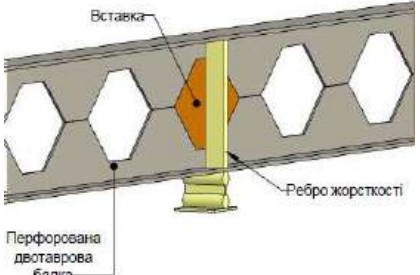
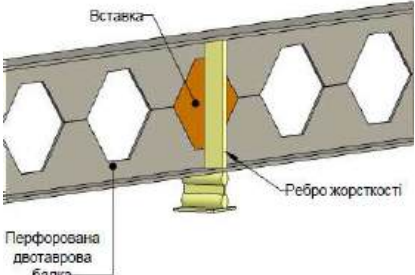
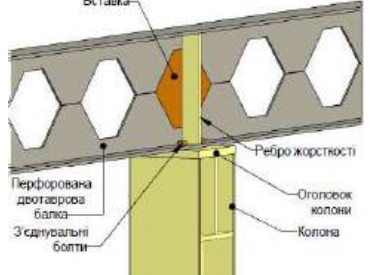
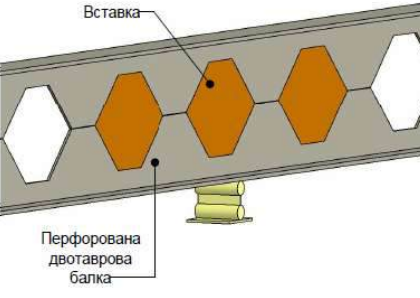
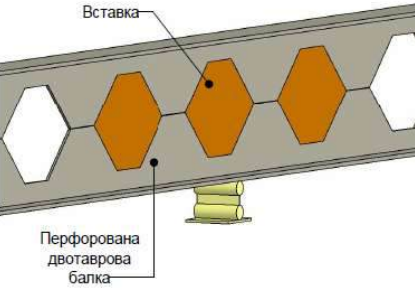
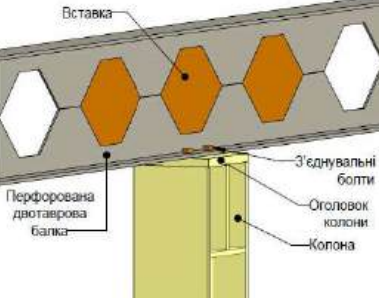
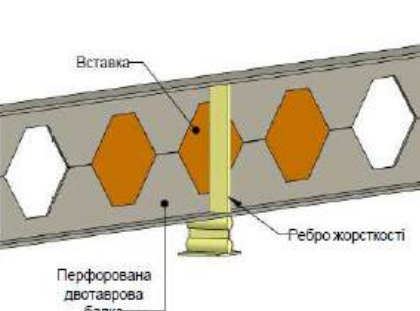
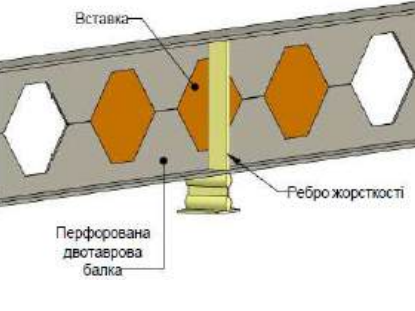
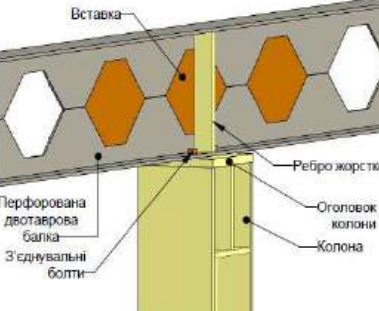
Таблиця 3.1

Обпирання балок на крайні опори відповідно до статичної схеми ¹

Типи опор для розрахунків		
Ліва крайня опора – шарнірно нерухома		
Аналітичний розрахунок за формулами ДБН	Лінійний розрахунок	Нелінійний розрахунок
Права крайня опора – шарнірно рухома		
Аналітичний розрахунок за формулами ДБН	Лінійний розрахунок	Нелінійний розрахунок

⁽¹⁾ Джерело: сформовано автором)

Конструкції проміжних опорних частин балок ¹

Аналітичний розрахунок за формулами ДБН	Лінійний розрахунок	Нелінійний розрахунок
 <p>Вставка Перфорована двотаврова балка</p>	 <p>Вставка Перфорована двотаврова балка</p>	 <p>Вставка Перфорована двотаврова балка З'єднувальні болти Оголовок колони Колонна</p>
<p>Без ребра жорсткості, розміщеного по осі проміжної опори, і з незавареними отворами зліва і справа від опори (тип 1)</p>		
 <p>Вставка Перфорована двотаврова балка Ребро жорсткості</p>	 <p>Вставка Перфорована двотаврова балка Ребро жорсткості</p>	 <p>Вставка Перфорована двотаврова балка З'єднувальні болти Оголовок колони Колонна Ребро жорсткості</p>
<p>З ребром жорсткості, розміщеним по осі проміжної опори, і з незавареними отворами зліва і справа від опори (тип 2)</p>		
 <p>Вставка Перфорована двотаврова балка</p>	 <p>Вставка Перфорована двотаврова балка</p>	 <p>Вставка Перфорована двотаврова балка З'єднувальні болти Оголовок колони Колонна</p>
<p>Без ребра жорсткості, розміщеного по осі проміжної опори, і з завареними отворами зліва і справа від опори (тип 3)</p>		
 <p>Вставка Перфорована двотаврова балка Ребро жорсткості</p>	 <p>Вставка Перфорована двотаврова балка Ребро жорсткості</p>	 <p>Вставка Перфорована двотаврова балка З'єднувальні болти Оголовок колони Колонна Ребро жорсткості</p>
<p>З ребром жорсткості, розміщеним по осі проміжної опори, і з завареними отворами зліва і справа від опори (тип 4)</p>		

(¹ Джерело: запропоновано конструктивне рішення автором)

Типи нерозрізних перфорованих балок поділено на підтипи залежно від діаметра монтажних болтів та величини їх попереднього натягу (табл. 3.3).

Таблиця 3.3

Підтипи зразків у числовому експерименті ¹

Номенклатура підтипів зразків, отриманих з вихідних профілів				
№20	№30	№40	№50	№60
A-300	A-450	A-600	A-750	A-900
Л-300	Л-450	Л-600	Л-750	Л-900
H-300-D14-0	H-450-D16-0	H-600-D16-0	H-750-D16-0	H-900-D20-0
H-300-D14-0.35	H-450-D16-0.35	H-600-D16-0.35	H-750-D16-0.35	H-900-D20-0.35
H-300-D14-0.7	H-450-D16-0.7	H-600-D16-0.7	H-750-D16-0.7	H-900-D20-0.7
H-300-D16-0	H-450-D20-0	H-600-D20-0	H-750-D20-0	H-900-D24-0
H-300-D16-0.35	H-450-D20-0.35	H-600-D20-0.35	H-750-D20-0.35	H-900-D24-0.35
H-300-D16-0.7	H-450-D20-0.7	H-600-D20-0.7	H-750-D20-0.7	H-900-D24-0.7

де А – аналітичний метод розрахунку за формулами [14];
 Л – лінійний розрахунок за розробленою у розділі 2 методикою;
 Н – нелінійний розрахунок за розробленою у розділі 2 методикою;
 300...900 – висота перфорації, мм; D – діаметр болта, мм;
 0; 0.35; 0.7 – рівень натягу болтів.

(¹Джерело: запропоновано автором)

Ребро жорсткості та вставки для заварювання отворів мають товщину, яка дорівнює або незначно перевищує товщину стінки двотавра. З'єднувальні болти мають різний діаметр та різний рівень їх попереднього натягу.

3.2. Параметри розрізу перфорованих двотаврів з постійною по довжині висотою перерізу

Формули для обчислення геометричних характеристик послаблених отворами перерізів:

$$H = k \cdot h; \quad (3.1) \quad h_0 = 2(H - h); \quad (3.2) \quad h_1 = \frac{(H-h_0)}{2}; \quad (3.3)$$

$$A_1 = (h_1 - t_f) \cdot t_w + b_f t_f; \quad (3.4) \quad y_c = \frac{(h_1 - t_f)^2 \cdot \frac{t_w}{2} + (h_1 - \frac{t_f}{2}) b_f t_f}{A_1}; \quad (3.5)$$

$$Z_1 = h_1 - y_c; \quad (3.6)$$

$$I_1 = \frac{b_f t_f^3}{12} + b_f t_f \left(z_1 - \frac{t_f}{2} \right)^2 + \frac{t_w (h_1 - t_f)^3}{12} + (h_1 - t_f) t_w \left(y_c - \frac{(h_1 - t_f)}{2} \right)^2; \quad (3.7)$$

$$I_x = 2I_1 + 2A_1 \left(y_c + \frac{h_0}{2} \right)^2; \quad (3.8) \quad S_{m,o} = A_1 h_2 0.5; \quad (3.9)$$

$$h_2 = H - 2 Z_1; \quad (3.10) \quad W_{sup,min} = \frac{I_1}{y_c}; \quad (3.11) \quad W_{sup,max} = \frac{I_1}{Z_1}. \quad (3.12)$$

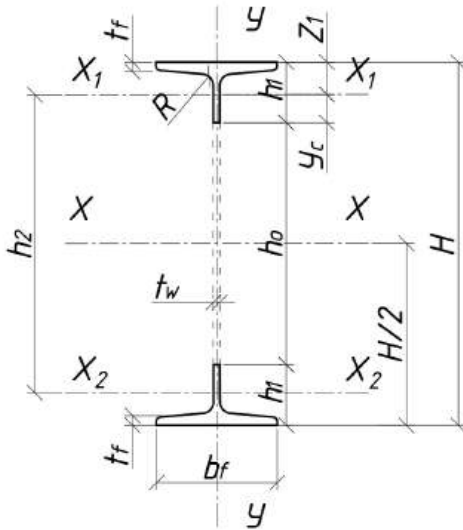


Рис. 3.1. Послаблений отвором переріз
(сформовано автором)

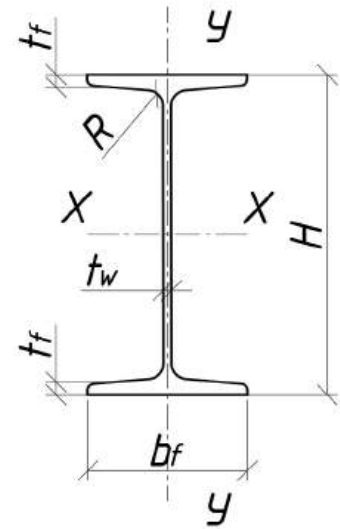


Рис. 3.2. Суцільний переріз
(сформовано автором)

Формули для обчислення геометричних характеристик перерізів без отвору:

$$H = k \cdot h; \quad (3.13)$$

$$A_m = (H - 2t_f)t_w + 2b_f t_f; \quad (3.14)$$

$$I_m = 2 \left(\frac{b_f t_f^3}{12} + b_f t_f \left(\frac{H - t_f}{2} \right)^2 \right) + \frac{t_w (H - 2t_f)^3}{12}; \quad (3.15)$$

$$S_m = b_f t_f \left(\frac{h_w}{2} + \frac{t_f}{2} \right) + \frac{h_w}{2} t_w \frac{h_w}{4} \quad (3.16) \quad i_x = \sqrt{\frac{I_m}{A_m}}; \quad (3.17) \quad W = \frac{I_m}{0,5H}. \quad (3.18)$$

Геометричні розміри та характеристики експериментальних зразків ¹

Геометричні характеристики послабленого отвором перерізу									
№№ профілів	A_I $см^2$	y_c $см$	Z_I $см$	h_2 $см$	I_I $см^4$	I_x $см^4$	$S_{m,o}$ $см^3$	$W_{sup,min}$ $см^3$	$W_{sup,max}$ $см^3$
№20	10,56	4,07	0,93	28,14	14,36	4209,85	148,60	3,53	15,41
№30	17,98	6,11	1,39	42,22	61,29	16151,75	379,63	10,03	44,14
№40	27,37	8,03	1,97	56,06	181,28	43375,08	767,23	22,57	92,06
№50	36,82	9,88	2,62	69,75	416,29	90404,56	1284,14	42,15	158,66
№60	49,68	11,72	3,28	83,43	847,40	174611,35	2072,58	72,33	257,98
Геометричні характеристики перерізу без отвору ¹									
№№ профілів	A_m $см^2$	I_m $см^4$		S_m $см^3$		i_x $см$	W $см^3$		
№20	31,53	4556,51		174,60		12,02	303,77		
№30	58,71	22495,22		524,12		19,57	899,81		
№40	96,24	68734,14		1163,46		26,72	1963,83		
№50	128,64	117570,81		1754,32		30,23	2939,27		
№60	183,37	252847,17		3056,00		37,13	5056,94		

(¹Джерело: розраховано і сформовано автором)

3.3. Основні положення розрахунку деформованого стану конструкцій

Формули для обчислення згинальних моментів та поперечних сил в розрахункових перерізах:

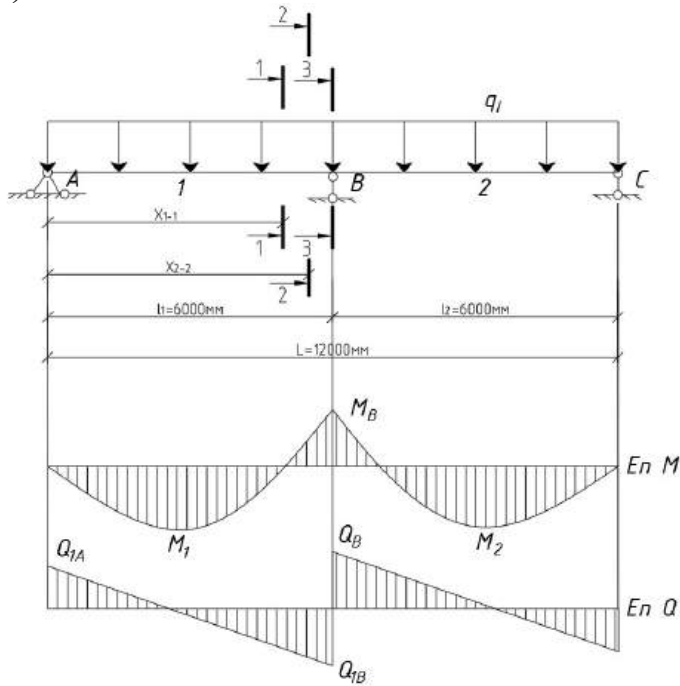
$$M_{1-1} = Q_{1A} \cdot x_{1-1} - \frac{q_I x_{1-1}^2}{2}; \quad (3.19) \quad Q_{1-1} = Q_{1A} - q_I \cdot x_{1-1}; \quad (3.20)$$

$$M_{2-2} = Q_{1A} \cdot x_{1-1} - \frac{q_I x_{2-2}^2}{2}; \quad (3.21) \quad Q_{2-2} = Q_{1A} - q_I \cdot x_{2-2}; \quad (3.22)$$

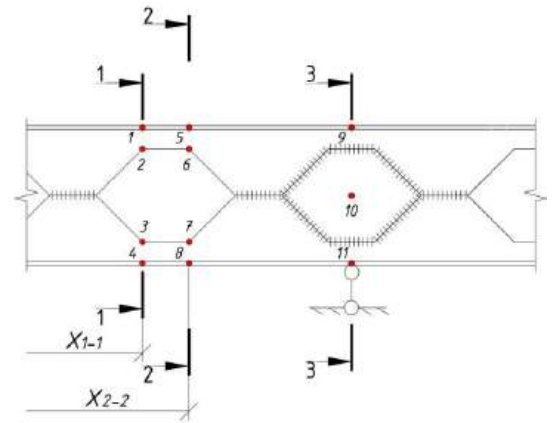
$$M_{3-3} = M_b; \quad (3.23) \quad Q_{3-3} = Q_B. \quad (3.24)$$

де Q_{1A} – поперечна сила на крайній зліва шарнірно нерухомій опорі (див. табл. 2,5); q_I – розрахункове погонне навантаження (див. табл. 2,5); x_{1-1} , x_{2-2} – відстані від крайньої зліва шарнірно нерухомої опори до розрахункових перерізів відповідно 1-1 та 2-2 (рис. 3.3).

а)



б)



№№ профілів	X ₁₋₁ , М	X ₂₋₂ , М
20	5,55	5,65
30	5,325	5,475
40	5,1	5,3
50	4,875	5,125
60	4,65	4,95

Рис. 3.3. Розрахункова схема нерозрізної балки:

а – епюри згинального моменту та поперечної сили;

б – схема розміщення розрахункових перерізів

(запропоновано автором)

Таблиця 3.5

Зусилля у розрахункових перерізах ¹

№№ профілів	Поперечні сили, кН			Згинальні моменти, кНм		
	Q ₁₋₁	Q ₂₋₂	Q ₃₋₃	M ₁₋₁	M ₂₋₂	M ₃₋₃
1	2	3	4	5	6	7
20	-32,11	-33,08	-36,49	-28,35	-31,61	-43,79
30	-76,60	-66,49	-93,41	-54,72	-66,49	-112,10
40	-139,42	-149,21	-183,45	-74,85	-103,71	-220,14
50	-191,21	-209,42	-273,15	-66,58	-116,66	-327,78
60	-246,74	-277,59	-385,54	-35,85	-114,5	-462,65

(¹Джерело: розраховано і сформовано автором)

Формули для обчислення напружень у балках з опорами першого та другого типів у точках 1...11:

$$\sigma_1 = \frac{M_{1-1} \cdot 0,5H}{I_x} + \frac{Q_1 a}{2W_{sup,max}}; \quad (3.25) \quad \sigma_2 = \frac{M_{1-1} \cdot 0,5h_0}{I_x} + \frac{Q_1 a}{2W_{sup,min}}; \quad (3.26)$$

$$\sigma_3 = \frac{M_{1-1} \cdot 0,5h_0}{I_x} + \frac{Q_2 a}{2W_{sup,min}}; \quad (3.27) \quad \sigma_4 = \frac{M_{1-1} \cdot 0,5H}{I_x} + \frac{Q_2 a}{2W_{sup,max}}; \quad (3.28)$$

$$\sigma_5 = \frac{M_{2-2} \cdot 0,5H}{I_x} + \frac{Q_1 a}{2W_{sup,max}}; \quad (3.29) \quad \sigma_6 = \frac{M_{2-2} \cdot 0,5h_0}{I_x} - \frac{Q_1 a}{2W_{sup,min}}; \quad (3.30)$$

$$\sigma_7 = \frac{M_{2-2} \cdot 0,5h_0}{I_x} - \frac{Q_2 a}{2W_{sup,min}}; \quad (3.31) \quad \sigma_8 = \frac{M_{2-2} \cdot 0,5H}{I_x} + \frac{Q_2 a}{2W_{sup,max}}; \quad (3.32)$$

$$\sigma_{9,11} = \frac{M_{3-3}}{W}, \quad (3.33)$$

де $Q_1 = Q \frac{I_1}{I_1 + I_2}; \quad (3.34) \quad Q_2 = Q \frac{I_2}{I_1 + I_2}. \quad (3.35)$

$I_1 = I_2 = I_1$ – моменти інерції верхнього та нижнього таврових перерізів відносно власних осей, паралельних полиці профілю; Q – поперечна сила в розрахунковому перерізі Q_{1-1} ; Q_{2-2} ; Q_{3-3} .

Формули для обчислення напружень у балках з опорами третього та четвертого типів у точках 1, 4; 5, 8; 9, 11:

$$\sigma_{1,4} = \frac{M_{1-1}}{W}; \quad (3.36) \quad \sigma_{5,8} = \frac{M_{2-2}}{W}; \quad (3.37) \quad \sigma_{9,11} = \frac{M_{3-3}}{W}. \quad (3.38)$$

За нормами [15] обчислено нормальні напруження $\sigma_{теор}$, а у програмному комплексі «LIRA-FEM» у лінійному та нелінійному розрахунках обчислено фактичні значення приведених напружень $\sigma_{факт}$ за енергетичною теорією міцності Губера-Хенкі-Мізеса для плоского напруженого стану в осьових напруженнях

$$\sigma_{факт} = \sqrt{\sigma_x^2 - \sigma_x \sigma_y + \sigma_y^2 + 3\tau_{xy}^2}. \quad (3.39)$$

Різницю між фактичними та теоретичними результатами обчислено у відсотках

$$\Delta\% = \frac{|\sigma_{факт} - \sigma_{теор}|}{\sigma_{теор}} \times 100\%. \quad (3.40)$$

Обчислення у програмному комплексі «LIRA-FEM» для нелінійного розрахунку виконано з урахуванням різного рівня натягу монтажних болтів на проміжній опорі. За аналогією з фрикційними болтами цей натяг становить:

$$P_b = 0; \quad P_b = 0,35R_{bun} A_{bn}; \quad P_b = 0,7R_{bun} A_{bn}. \quad (3.41)$$

де R_{bun} – характеристичний опір сталі болта за межею міцності; A_{bn} – площа поперечного перерізу болта нетто у місці нарізки.

Згідно з [199] максимальний прогин двопрольотної балки

$$f_{max} = \frac{q_l l^4}{185EI_x}. \quad (3.42)$$

Відповідно до пункту 23.6 [15] при визначенні прогину балки з відношенням $L/h_w > 12$ момент інерції перерізу балки з отворами необхідно множити на коефіцієнт 0,95; де L – прольот балки, мм; h_w – висота стінки балки, мм.

3.4. Аналіз результатів визначення напружено деформованого стану проміжних опорних частин балок у числовому експерименті

Нижче наведено аналіз отриманих результатів числового моделювання напружень у перфорованих балках висотою 300, 450, 600, 750 і 900 мм, виконаного у програмному комплексі «LIRA-FEM» для лінійного та нелінійного розрахунків у порівнянні з теоретичними розрахунками за нормами [15]. Аналіз охоплює вплив натягу болтів, діаметру болтів, типу опори та положення точки перерізу на величину приведених напружень і розбіжність розрахунків (табл. 3.6).

Завданнями такого аналізу є:

- 1) оцінка точності теоретичних розрахунків порівняно з результатами числового моделювання;
- 2) оцінка зміни рівня напружень у розрахункових точках перерізів залежно від типів опорних частин балок;
- 3) дослідження впливу рівня попереднього натягу болтів величиною 0; 0,35 та 0,7 на напружено-деформований стан конструкції;
- 4) оцінка впливу збільшення діаметру болтів на загальний розподіл напружень;
- 5) візуалізація розподілу напружень у розрахункових поперечних перерізах балок та виявлення ділянок і точок з максимальними значеннями;
- 6) оцінка загального розподілу розбіжності результатів теоретичного розрахунку порівняно з розрахунком за методом скінченних елементів.

Аналіз напружень свідчить про суттєву зміну напружено-деформованого стану розрахункових перерізів по мірі наближення від середини прольоту балки до осі

проміжної опори (рис. 3.4). В середній частині балки розподілення напружень в перерізі з отвором є традиційним – напруження в точках верхнього тавру поперечного перерізу мають знак «мінус», а в точках нижнього тавру знак «плюс» у повній відповідності до епюри згинального моменту.

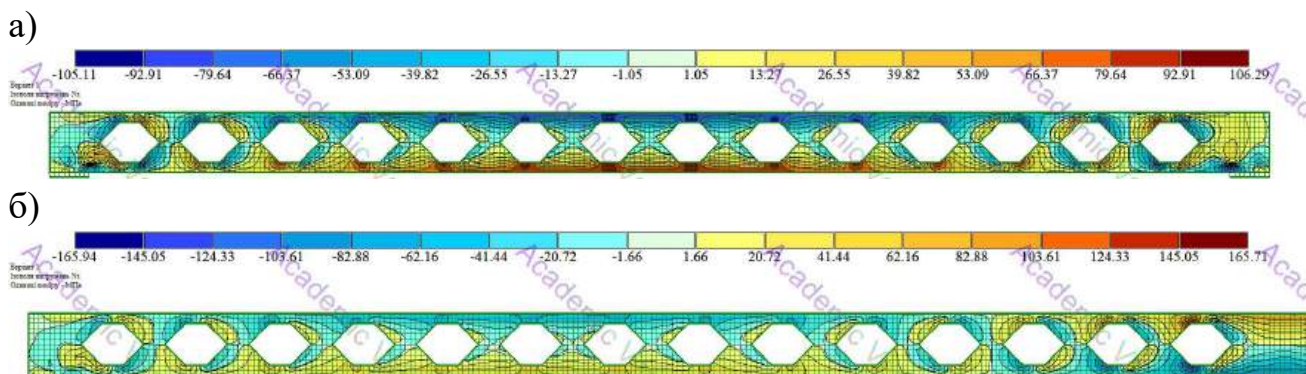


Рис. 3.4. Ізополя нормальних напружень N_x :

а – однопрольотна перфорована балка;

б – ліва частина двопрольотної нерозрізної перфорованої балки

(сформовано автором в ПК «LIRA-FEM»)

Результати обчислень у програмному комплексі «LIRA-FEM» у вигляді таблиць, графіків та мозаїка напружень наведено у відповідних таблицях додатку Б. У цьому розділі наведено лише аналіз основних отриманих результатів, який представлено в табл. 3.6

Висота балки $h = 300$ мм

1. Розбіжність між теоретичними напруженнями та результатами лінійного розрахунку за методом скінченних елементів досягає в окремих точках майже 90 %, що свідчить про значну неточність аналітичних методик для досліджуваних нерозрізних перфорованих конструкцій. Нелінійний розрахунок є більш точним, проте розбіжності залишаються суттєвими і становлять близько 40% у т. 2 і 3 розрахункового перерізу балки з типами опорних частин 1 і 2.

2. Розподіл напружень для типів опорних частин балок 1...4 має значні відмінності. В розрахункових точках балок з типами опорних частин 1 і 2 напруження є майже однаковими і помітно вищими за напруження в тих самих точках балок з опорними частинами типів 3 і 4. Опорні частини типів 3 і 4

характеризуються рівномірнішим розподілом напружень, що підтверджує доцільність застосування таких схем для перфорованих балок.

3. Зі збільшенням натягу болтів спостерігається незначне зменшення напружень у вузловому з'єднанні. Зменшення напружень для рівнів натягу болтів від 0 до 0,7 переважно становить 1...1.5% у більшості точок. Попередній натяг призводить до помірного зниження напружень у т. 11 перерізу 3-3: для 1-го типу опорної частини – 3,98 МПа; для 2-го типу – 3,35 МПа; для 3-го типу – 3,93 МПа, для 4-го типу – 3,28 МПа. Незважаючи на те, що ефект від попереднього натягу болтів є певним стабілізуючим фактором, він незначно змінює загальний характер розподілу напружень.

4. Збільшення діаметру болтів з 14 мм до 16 мм призводить до зовсім незначного зменшення напружень (близько 1%) для більшості розрахункових точок. Водночас розбіжності між результатами теоретичних і числових розрахунків не залежать істотно від діаметру болтів. Побудовано графіки напружень залежно від діаметру болтів для розрахункових точок перерізів балки.

5. Мозаїки розподілу напружень в опорній частині демонструють наявність ділянок незначних розмірів, на яких зафіксовано підвищені напруження. На інших ділянках балок рівні напружень нижчі і величина зменшення цих напружень залежить від рівня попереднього натягу болтів. Побудовано мозаїки напружень для всіх типів опорних частин балок.

6. Результати розрахунків напруження за формулами, наведеними у нормах проектування [15], увесь час є вищими, особливо у крайніх точках перерізів. В основному розбіжності коливаються у межах 20...35%, що є доволі високим показником для таких конструкцій. Використання нелінійних розрахунків дозволяє значно зменшити розбіжності. Побудовано графіки залежності напружень від усіх інших розрахункових параметрів для лінійного та нелінійного моделювання.

Загальний висновок

Теоретичні методи розрахунку за нормами [15] є недостатньо точними для нерозрізних перфорованих балок. Використання моделей на основі методу скінченних елементів і особливо для нелінійного розрахунку дозволяє виконати

точніший аналіз напружено деформованого стану. Тип опорної частини має визначальне значення для розподілу напружень, але не можна нехтувати попереднім натягом болтів і призначенням їх діаметру, незважаючи на те, що вони мають другорядне значення.

Висота балки $h = 450$ мм

1. Розбіжності між теоретичними значеннями та результатами числового моделювання у середньому для лінійного розрахунку становлять від 0,1% до 79%; а для нелінійного розрахунку від 0,1% до 73%. Найменші розбіжності спостерігаються у точках з низькими значеннями рівнів попереднього натягу болтів, тобто для рівнів натягу 0 і 0,35 для $D=20$ мм, що підтверджує адекватність прийнятої моделі щодо до реальних умов роботи. Максимальні розбіжності величиною близько 70% зафіксовано у точках 10 та 11 перерізу, який збігається з віссю проміжної опори. Це засвідчує виникнення місцевих напружень, величина і характер розподілу яких суттєво відрізняється від теоретичних. Загалом, результати теоретичних розрахунків за нормами [15] є значно вищими чи значно нижчими за результати, отримані у числовому моделюванні, особливо на ділянках, де спостерігаються різкі стрибки напружень.

2. Для однієї і тієї самої точки перерізу балки з різними типами опорних частин спостерігається значне коливання напружень, що свідчить про істотний вплив їх жорсткості на розподіл зусиль. Таким чином, конструктивне оформлення опорної частини має визначальний вплив на величини та характер розподілу напружень.

3. Збільшення натягу болтів призводить до стабілізації напруженого стану, зменшуючи коливання між теоретичними та числовими результатами. У багатьох випадках значення напружень майже не змінюються у разі зміни рівня попереднього натягу болтів від 0 до 0,35. Наприклад, у точці 1 типу опорної частини 1 напруження для нульового натягу становлять 156,44 МПа, а для натягу 0,35 - 156,12 МПа. Але у разі збільшення попереднього натягу до рівня 0,7 напруження зменшуються суттєво і становлять 119,64 МПа. Тобто, позитивний ефект від попереднього натягу є більш помітним у з'єднаннях більшої жорсткості.

4. Збільшення діаметру болтів з 16 мм до 20 мм лише опосередковано впливає на розподіл напружень у розрахункових точках, оскільки болти більшого діаметру можна натягнути більшим зусиллям. Збільшення різниці в напруженнях у розрахункових точках зі збільшенням діаметру болтів не відбувається.

5. Найнебезпечнішою є ділянка опорної частини у точці 2, де напруження у теоретичному розрахунку перевищують 360 МПа. Найнижчі значення напружень зафіксовано у точках 3 і 4, де вони становлять $\approx 60\text{...}70$ МПа. Таким чином, максимальні напруження зосереджуються на опорних ділянках та на ділянках зміни жорсткості балки. Можливо виникатиме необхідність виконання додаткової перевірки напружено деформованого стану цих ділянок, а у разі необхідності і їх підсилення.

6. Розбіжності результатів розрахунків розподіляються дуже нерівномірно. Найменші розбіжності у $\approx 2\text{...}10\%$ зафіксовано у зонах сталого розподілу напружень, а найбільші у $\approx 70\text{...}84\%$ спостерігаються у зоні місцевої концентрації напружень. Переважно такі розбіжності мають місце у лінійному розрахунку, у нелінійному розрахунку розбіжності менші, а особливо у разі збільшення рівня попереднього натягу болтів та їх діаметру. Тому для більш достовірної оцінки роботи балки з точки зору реального розподілу напружено-деформованого стану у розрахункових перерізах доцільним є використання нелінійних моделей та урахування попереднього натягу болтів.

Загальний висновок

Результати теоретичного обчислення величин напружень на ділянці опорної частини не завжди дозволяють отримати достовірну інформацію про напружено деформований стан нерозрізних перфорованих балок, оскільки останні мають доволі складну у розрахунковому плані конструкцію. Числові розрахунки за методом скінченних елементів дозволяють урахувати реальний вплив певних конструктивних параметрів, а саме тип опори, діаметр болтів та рівень їх попереднього натягу на обчислення максимальних напружень. Отже, для проектування перфорованих елементів найбільш доцільним є використання нелінійного моделювання.

Висота балки $h = 600$ мм

1. Порівняння напружень, отриманих за теоретичними формулами норм [15] та розрахунками за методом скінченних елементів у лінійній та нелінійній постановці демонструє постійне перевищення теоретичних результатів щодо результатів числового моделювання. Середня розбіжність між теоретичними значеннями та результатами лінійного розрахунку знаходиться у межах 10...40%, а іноді, наприклад для точок 10 і 11, перевищує 50%. Середня розбіжність між теоретичними значеннями та нелінійним розрахунком наближено така сама, але у деяких розрахункових точках перерізів є меншою завдяки урахуванню реального напружено деформованого стану конструкції. Найбільші розбіжності у 60...70% мають місце у точках 10 і 11. Це вказує на те, що результати розрахунків, отримані за спрощеними формулами норм [15] не відповідають реальному напружено деформованому стану нерозрізних перфорованих балок, які мають певні конструктивні особливості проміжних опорних частин.

2. У таблиці наведено результати обчислення напружень для 4 типів опорних частин у кожній з розрахункових точок характерних перерізів. Аналіз отриманих величин засвідчує, що найвищі значення напружень мають місце для типу опорної частини 1, а найменші - для типу 4. Різниця у напруженнях для різних типів опорних частин становить 15...20%, що вказує на істотний вплив типу опорної частини на перерозподіл внутрішніх зусиль.

3. Зі збільшенням рівня попереднього натягу болтів від 0 до 0,7 спостерігається зменшення напружень у $\approx 10...15\%$ у розрахункових точках 1, 2, 5, 6, 7. Разом з тим, в окремих точках, наприклад 3 і 4, попередній натяг болтів будь якого рівня майже не впливає на результат і розбіжність становить $\approx 1\%$. Ефект попереднього натягу найкраще проявляється у випадку застосування болтів діаметром 20 мм, оскільки у цьому випадку конструкція набуває більшої жорсткості і тому передача зусиль у болтовому з'єднанні відбувається краще. В цілому, попередній натяг болтів доволі ефективно знижує місцеві напруження на ділянці опорної частини балки.

4. За наявності болтів діаметром 16 мм напруження у розрахункових точках перерізів майже не змінюються. Застосування болтів діаметром 20 мм призводить

до зменшення або збільшення напружень для різних типів опорних частин. Причому ефект від збільшення діаметру болтів краще проявляється у випадку збільшення їх попереднього натягу. Загалом, з огляду на величини отриманих напружень, збільшення діаметру болтів є доцільним лише у разі недостатнього запасу міцності.

5. Найвищі напруження спостерігаються у точках 3, 5, 6 і 7, де одночасно виникають достатньо великі значення згинального моменту та поперечної сили. Величини напружень тут змінюються плавно: у точці 11 зафіксовано найбільші значення розбіжностей у величинах напружень за лінійним та нелінійним розрахунками, що свідчить про невідповідність ідеалізованої схеми у лінійному розрахунку реальній конструкції опорної частини балки та її обпирання на нижче розташовані конструкції. Під час проектування балок є доцільним виконувати підсилення ділянок, де виникають великі напруження, або застосовувати більш деталізовані моделі, що підвищують точність розрахунків.

6. Максимальні розбіжності між теоретичними значеннями напружень та значеннями, отриманими для нелінійного моделювання, зафіксовано для точок 10 і 11, де вони становлять $\approx 73\text{...}84\%$. Середні розбіжності у значеннях напружень для всіх точок за теоретичним розрахунком і лінійним числовим методом становлять $\approx 20\text{...}35\%$, а за теоретичним і нелінійним близько $\approx 18\text{...}30\%$.

Загальний висновок

Причинами розбіжностей у отриманих величинах напружень за різними розрахунковими методами є те, що теоретичні моделі не враховують нелінійність матеріалу та конструкції, наявність деталей кріплення та попереднього натягу болтів і, як наслідок, реальний розподіл зусиль. Для точного розрахунку нерозрізних перфорованих балок необхідне використання не лише формул норм [15], а і нелінійне моделювання за методом скінченних елементів, який дозволяє урахувати всі наведені вище фактори.

Висота балки $h = 750$ мм

1. Аналіз розбіжностей між теоретичними значеннями напружень і напруженнями у результаті числового моделювання показує, що для лінійного

моделювання середня розбіжність для різних точок розрахункових перерізів і різних конструкцій опорної частини балки знаходиться у межах 15...50%. Найменші розбіжності близько 5% спостерігаються у точках з найменшим рівнем напружень. Для нелінійного аналізу точність розрахунків покращується у середньому на 1...2%, а для великих значень напружень і більше. Максимальні розбіжності у понад 60% мають місце у точках з великими місцевими напруженнями. Можна зробити висновок, що результати обчислення у опорних частинах балок за теоретичними методиками норм [15] значно відрізняються від результатів числового моделювання через неврахування теоретичним методом реального конструктивного оформлення балки на проміжній опорі. Точний розрахунок можливий лише у разі застосування нелінійного числового методу.

2. З підвищенням жорсткості опорної частини балки від типу 1 до типу 4 спостерігаються значні зміни у величинах напружень, особливо у найбільш напружених точках. Наприклад, зміна напружень у точці 1 відбувається від значення ≈ 127 МПа для опорної частини типу 1 до значення ≈ 36 МПа для типу 4. Причому всі інші умови залишаються незмінними. Як і для балок інших висот, тип опорної частини є визначальним фактором впливу на величини розрахункових напружень.

3. Зміна рівнів попереднього натягу болтів від 0 до 0,7 майже не змінює величини напружень у розрахункових точках перерізів, де вона становить лише 0,1...0,3 МПа. Тобто, для даної висоти балки попередній натяг болтів практично не впливає на її напружено деформований стан. Значення напружень є фактично незмінними навіть у разі зміни діаметру болтів (див. наступний пункт). Таким чином, попередній натяг болтів можна і не виконувати, оскільки він не впливає на кінцевий результат розподілу напружень.

4. Застосування болтів більшого діаметру дозволяє несуттєво зменшити величину напружень у межах $\approx 0,1...1,5$ МПа. В цілому, збільшення діаметру болтів незначно підвищує несучу здатність, не змінюючи характеру розподілу напружень. Разом з підвищенням рівня попереднього натягу зміна діаметру болтів з меншого на більший не має істотного впливу на поведінку конструкції за дії навантаження.

5. Максимальні значення напружень величиною понад 220 МПа зафіксовано у точках 6 і 7 розрахункового перерізу з незавареними отворами у типах опорних частин 1 і 2. Суттєвими за величиною є і напруження у точці 8 для тих самих типів опорних частин. Тобто, основними зонами концентрації напружень є ділянки балки, що безпосередньо наближені до осі проміжної опори, та перерізи з отворами. У разі необхідності для таких ділянок балок необхідно виконати додаткові розрахунки і, можливо, передбачити їх підсилення.

6. Найбільші розбіжності величиною до 60% у результатах розрахунків за різними методиками виникають за наявності великих за значенням напружень, на ділянках балок поблизу проміжних опор, а також в теоретичних розрахунках, які не враховують реальні умови кріплення балок до нижче розташованих конструкцій. Найменші розбіжності зафіксовано за наявності незначних напружень, величина яких у середньому становить близько 50 МПа. Загальна розбіжність між теоретичними значеннями та значеннями, обчисленими за методом скінченних елементів, підтверджує необхідність використання числових методів розрахунку для проектування нерозрізних перфорованих балок.

Загальний висновок

Через неврахування реальних складних граничних умов результати теоретичних розрахунків мають значні розбіжності з результатами розрахунків за методом скінченних елементів. Тип опорної частини балки та наявність отворів в основному формують розподіл напружень у розрахункових точках у той час, як попередній натяг будь якого рівня та діаметр болтів мають набагато менший вплив на цей розподіл. Але і те, і інше стабілізує роботу конструкцій і може бути використано для їх оптимізації. Використання нелінійного моделювання є обґрунтованим і незамінним на будь якому етапі проектування балки, що дозволяє передбачити її реальну роботу за дії навантаження.

Висота балки $h = 900$ мм

1. Теоретичні значення напружень, обчислені за формулами норм [15], є постійно більшими за результати числового моделювання. Найбільші розбіжності спостерігаються у точках із невеликими значеннями напружень (наприклад, у

точках 1 і 2 типів опорних частин 3 і 4), у яких розбіжність сягає 300...350%. У точках з великими напруженнями, наприклад, у точках 2, 3 і 6 опорної частини типу 1, розбіжність є значно меншою і становить лише 10...30%, що є цілком допустимим для практичних розрахунків. Тобто, теоретична модель не враховує нелінійну роботу, а також наявність місцевих напружень, які враховані у числових розрахунках.

2. У кожній точці перерізу результати розрахунків для типів опорних частин 1 і 2 демонструють помірну різницю у напруженнях. Для типу опорної частини 1 зафіксовано незначно більші напруження, особливо у місцях їх концентрації. наприклад, у точках 1, 3 і 5. Для типу опорної частини 2 зафіксовано стабільні значення, які є більш близькими до результатів розрахунку за методом скінченних елементів, але для типів опорних частин 3 і 4 різниця є набагато більшою. Вплив на величини напружень від попереднього натягу болтів або зміни їх діаметру майже не відчувається.

3. Збільшення попереднього натягу болтів від рівня 0 до рівня 0,7 не впливає на величину напружень і розбіжність знаходиться у межах лише 0,1...0,2 МПа, що свідчить про стабільність конструкції та нечутливість її щодо попереднього натягу. У більшості точок максимальні напруження зберігаються на одному рівні для різних рівнів натягу.

4. У точках з відносно великими значеннями напружень збільшення діаметру несуттєво зменшує величини напружень. Максимальне зменшення становить лише 0,5...1 МПа.

5. Максимальні значення напружень зафіксовано у точках 2, 3, 6 і 7 типу опорної частини 1, у яких найбільші значення становлять понад 216 МПа; а у точці 11 типів опорних частин 1 і 3 максимум величини напружень сягає понад 778 МПа у лінійному розрахунку і до 160 МПа у нелінійному розрахунку. Це пояснюється відсутністю ребра жорсткості по осі проміжної опори, а також ідеалізованими умовами обпирання балки у лінійному розрахунку, що призводить до різкого стрибка напружень. Найменші напруження зафіксовано у точках 1 і 4 типів опорних

частин 3 і 4, жорсткість яких є найвищою через зварення отворів та наявність поперечного опорного ребра жорсткості.

6. Теоретичні моделі, закладені у формули норм проектування [15], мають суттєвий вплив на визначення величини напружень, який проявляється у наявності значно більших або значно менших їх значень у розрахункових точках. Для малих напружень розбіжність становить близько 300%, для середніх значень – близько 25...50% а для великих напружень близько 10...20%, що є допустимим у практичних розрахунках. Це вказує на те, що теоретична модель неадекватно описує наявність місцевих впливів, особливо в розрахункових перерізах з отворами і на ділянках безпосереднього обпирання на нижче розташовані опори.

Загальний висновок

Моделі, закладені у норми [15], забезпечують відносно задовільний результат лише для середніх значень напружень, проте вони є недостатньо точними для повного адекватного аналізу реального напружено деформованого стану перерізів балки, особливо в умовах застосування болтових з'єднань для їх кріплення до інших конструкцій. Нелінійний розрахунок за методом скінченних елементів дозволяє отримати набагато точніші результати, враховуючи низку факторів, таких як тип опорної частини балки, діаметр болтів та рівень їх попереднього натягу. Використання різних типів опорних частини та різних діаметрів болтів мають більший вплив на загальний напружено-деформований стан, ніж рівень попереднього натягу болтів. Для точного проектування нерозрізних перфорованих балок, і особливо великих перерізів, використання методу скінченних елементів з урахуванням нелінійності є обов'язковим.

3.5. Узагальнений аналіз числових досліджень напружено-деформованого стану опорних частин балок

1. Вплив типу опори та висоти балки

Конструкція проміжної опорної частини нерозрізної перфорованої балки суттєво впливає на розподіл напружень у її розрахункових перерізах. Опорні

частини, які мають більшу жорсткість, забезпечують кращу фіксацію балки, що знижує максимальні деформації, але підвищують локальні напруження біля опор. Шарнірно рухомі опори дозволяють певні переміщення, що зменшує максимальні напруження, але збільшує загальні деформації конструкції. Методи аналізу за нормами [15] та «LIRA-FEM» показують найбільші розбіжності для більш жорстких опорних частин балок, де напруження є більш локалізованими. У розрахунках за нормами [15] тип опорної частини враховується формулами для визначення згинальних моментів і поперечних сил за спрощеною розрахунковою моделлю. Метод скінченних елементів, реалізований у програмному комплексі «LIRA-FEM», моделює реальну жорсткість і умови обпирання, що дає більш деталізований розподіл внутрішніх зусиль і переміщень, особливо для складних типів опорних частин балок. Загалом, тип опорної частини суттєво впливає на характер розподілу та величину напружень, але загальний характер такого розподілу залишається аналогічним.

Зі зростанням висоти балки розбіжність між результатами теоретичних розрахунків та числовим моделюванням зменшується. Це пов'язано з тим, що за більшої висоти зменшується вплив локальних деформацій, а також зростає жорсткість перерізу, що наближує поведінку до умов ідеалізованих теорій. У балках висотою 300 мм і 450 мм максимальні значення напружень спостерігаються ближче до крайніх шарів розрахункових перерізів. У балках висотою 600...900 мм напруження у перерізах є більш рівномірно розподіленими, але разом з тим зростає кількість місцевих максимумів напружень на ділянках контакту елементів з'єднання.

2. Розрахункові точки

Максимальні значення, як правило, фіксуються у точках, розміщених у перерізах з отворами, і поблизу влаштування болтових з'єднань. Методика норм [14] недооцінює напруження у розрахункових точках, оскільки величини цих напружень визначаються за стандартними правилами, тобто у місцях виникнення максимальних значень згинального моменту та/або поперечної сили без урахування нелінійної роботи конструкцій. Розрахунок у програмному комплексі

«LIRA-FEM» забезпечує деталізацію розподілу напружень у всіх точках і дозволяє виявити максимально напружені ділянки у будь-якій зоні конструкцій, що краще відповідає реальній роботі нерозрізних перфорованих балок.

3. Діаметр болтів

Збільшення діаметру болтів призводить до зростання жорсткості болтових з'єднань, що зменшує місцеві деформації у цій зоні і покращує загальний розподіл напружень у балці. Розподіл зусиль між поверхнями стає більш рівномірним, оскільки зменшується концентрація напружень у місцях їх контакту. Крім того, збільшення діаметру болтів знижує ймовірність виникнення пластичних деформацій у зоні кріплення. У нормах [15] проєктування болтових з'єднань зі звичайними болтами часто здійснюється з використанням таблиць і формул з урахуванням діаметру та класу міцності болтів, але без урахування рівня їх попереднього натягу. Теоретичні методи розрахунків є менш чутливими до зміни діаметру, оскільки в них використовується узагальнений підхід до визначення напружень. У разі використання великих діаметрів болтів «LIRA-FEM» фіксує зниження місцевих напружень. Це пов'язано з більш рівномірним розподілом зусиль по площі контакту елементів. У балках висотою 750 мм і 900 мм спостерігається найбільший позитивний ефект, тому що більші перерізи краще передають навантаження через більш масивні вузли. Загалом, правильний вибір діаметру болтів має практичне значення для зниження напружень на розрахункових ділянках.

4. Рівень попереднього натягу болтів

Рівень попереднього натягу болтів визначає характер попереднього навантаження у з'єднанні, що суттєво впливає на роботу всієї конструкції. Високий рівень попереднього натягу підвищує контактні сили, зменшує зазори і підвищує жорсткість з'єднання, що зменшує максимальні місцеві деформації і напруження на ділянках розміщення болтів. «LIRA-FEM» реально відображає ефект від попереднього натягу болтів, що впливає на передачу зусиль та розподіл напружень у вузлах, тоді як аналітичні методи частково його ігнорують або враховують лише

узагальнено. Недостатній попередній натяг болтів суттєво збільшує ризик появи зазорів і концентрації напружень. За відсутності попереднього натягу жорсткість з'єднання є недостатньою, спостерігається, як правило, поява додаткових деформацій елементів у зоні контакту поверхонь, що призводить до збільшення величини напружень у балці. Середнє значення рівня попереднього натягу величиною 0,35 дозволяє зменшити такі деформації і забезпечує більш рівномірний розподіл напружень, оскільки область контакту працює стабільніше і максимальні значення напружень зменшуються. За високого рівня попереднього натягу величиною 0,7 жорсткість з'єднання суттєво зростає. Напруження на ділянці розміщення болтів перерозподіляються на більшу площу контакту, а їх максимальні значення зменшуються на величину близько 20...25% порівняно з варіантом без натягу. В цілому збільшення попереднього натягу сприяє покращенню механічної взаємодії елементів та зниженню максимальних напружень.

5. Порівняння методів з урахуванням перерахованих факторів

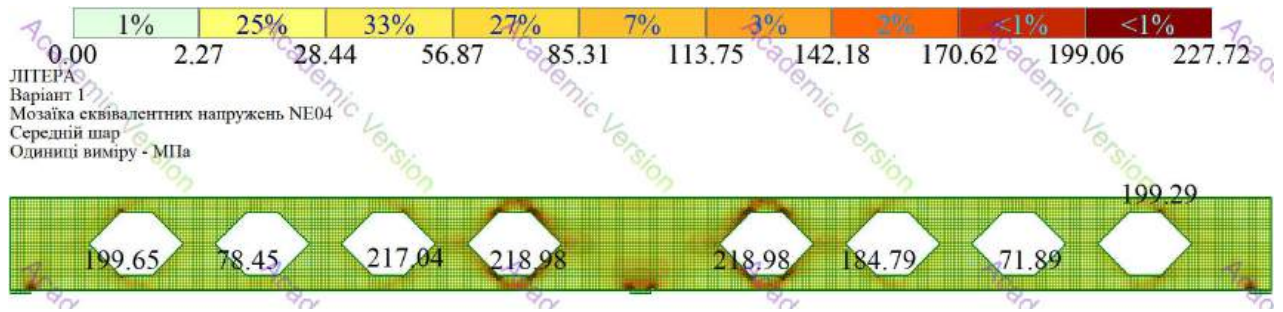
Розрахунки за нормами [15] орієнтовані на забезпечення необхідного запасу несучої здатності та простоту використання формул і тому є більш узагальненими та наближеними за точністю, що призводить до неповного урахування численних факторів, що впливають на несучу здатність, і, як наслідок, до невиправдано високих витрат матеріалів. Отже, розрахункові методи дозволяють отримати наближені результати і є цілком прийнятними для попередніх розрахунків, а також для розрахунку простих у конструктивному плані форм поза межами вузлів кріплення елементів. Розрахунки за методом скінченних елементів у програмному комплексі «LIRA-FEM» потребують більш кваліфікованого підходу, але разом з тим забезпечують отримання найточніших результатів з урахуванням типу опор, розташування розрахункових перерізів і розрахункових точок, діаметру та рівня попереднього натягу болтів, оскільки детально моделюють усі фізичні процеси. Розбіжності між методами у результатах обчислення напружень зменшуються у

разі використання великих діаметрів болтів та високого рівня їх попереднього натягу, коли конструкція набуває більшої жорсткості.

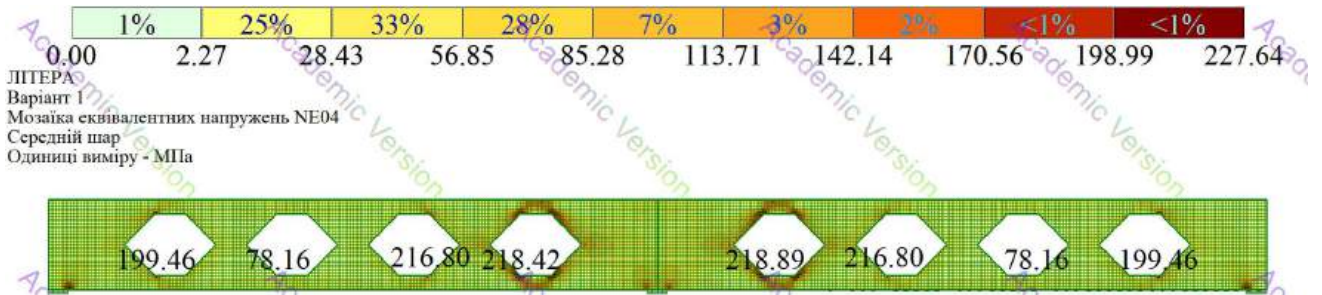
6. Загальні висновки

З метою повного та точного аналізу нерозрізних перфорованих балок з болтовими кріпленнями їх до проміжних опор необхідно враховувати тип опорних частин балок, діаметр та рівень попереднього натягу болтів, оскільки ці фактори визначально впливають на розвиток загальних і місцевих напружень. Правильний вибір діаметру болтів та рівня їх попереднього натягу дозволяють отримати необхідну жорсткість з'єднань і разом з належним вибором конструкції опорної частини балки забезпечити необхідну несучу здатність. На початковому етапі проєктування нерозрізних перфорованих балок рекомендується використовувати аналітичні формули норм [15], а для детального розрахунку - програмний комплекс «LIRA-FEM». Цей метод забезпечує отримання детальної інформації щодо напружено деформованого стану всієї конструкції з урахуванням наведених вище численних факторів. Його застосування є особливо доцільним для визначення величини напружень на ділянках їх концентрації. Аналітичні розрахункові методики можна використовувати для попередніх розрахунків, а також для нескладних у конструктивному плані форм. Основною причиною розбіжностей у результатах теоретичних та числових досліджень є неповне урахування деформацій, що виникають у зонах контакту різних елементів, у класичних формулах та недостатнє урахування реального розподілу напружень на ділянках з'єднань через застосування лінійної моделі.

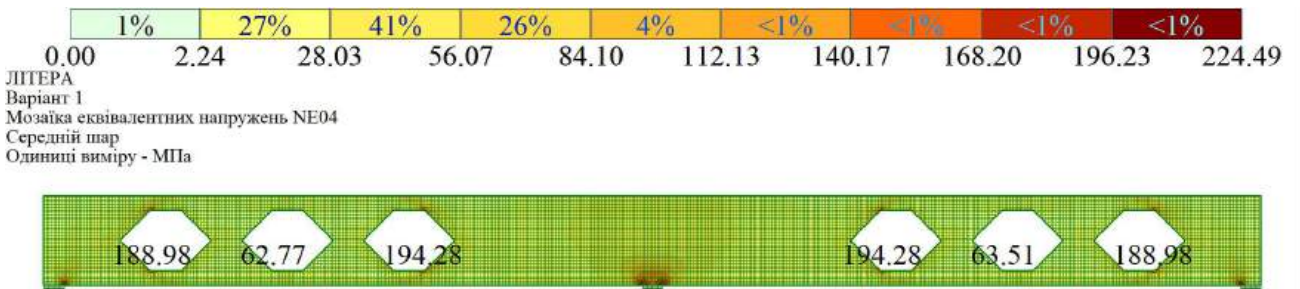
На рис. 3.5 як приклад наведено мозаїки напружень для підтипу балки висотою 900 мм Н-900-D24-0 для різних типів опорних частин. Розміщення отворів на схемах балок наведено схематично.



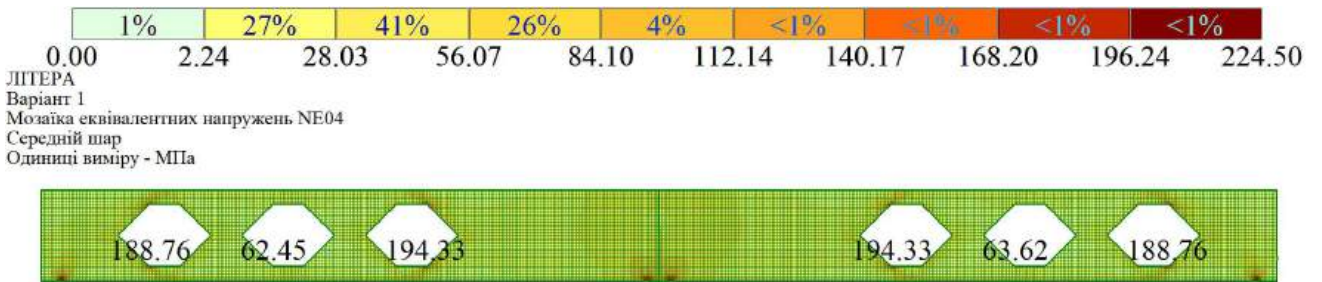
Мозаїка тип-1 підтип Н-900-D24-0



Мозаїка тип-2 підтип Н-900-D24-0



Мозаїка тип-3 підтип Н-900-D24-0



Мозаїка тип-4 підтип Н-900-D24-0

Рис. 3.5. Мозаїки напружень в балках підтипу Н-900-D24-0

(сформовано автором в ПК «LIRA-FEM»)

Максимальні значення напружень у розрахункових точках перерізів нерозрізних перфорованих балок всіх підтипів наведено в табл. 3.6.

Максимальні напруження у розрахункових точках
перерізів всіх підтипів балок ¹

Висота балки, мм	Напруження, МПа			
	Типи проміжної опорної частини нерозрізної перфорованої балки			
	Тип 1	Тип 2	Тип 3	Тип 4
300	198,32 (т. 2)	197,48 (т. 3)	98,65 (т. 9)	96,30 (т. 9)
450	230,46 (т. 2)	230,46 (т. 3)	117,61 (т. 9)	112,14 (т. 9)
600	230,80 (т. 2)	230,79 (т. 2)	117,45 (т. 11)	126,12 (т. 9)
750	222,31 (т. 6)	222,41 (т. 6)	133,94 (т. 11)	103,77 (т. 11)
900	220,52 (т. 6)	220,61 (т. 6)	160,02 (т. 11)	107,50 (т. 11)

¹Джерело: сформовано автором на підставі додатку Б, табл. 1-15)

Отже, наявність чи відсутність опорного ребра жорсткості в балках з типами опорних частин 1 і 2, тобто в тих, де отвори зліва і справа від осі проміжної опори незаварені, не впливає на величину виникаючих напружень. А в балках з типами опорних частин 3 і 4, в яких отвори зліва і справа від осі проміжної опори заварені, наявність опорного ребра суттєво впливає на величину напружень і різниця для різних висот балок становить від 2,35 МПа до 52, 52 МПа.

У балках малої висоти (300 мм) величини напружень в усіх точках є значно меншими за розрахунковий опір сталі, прийнятий у розрахунках, і це дозволяє не заварювати отвори зліва і справа від проміжної опори, а також не використовувати опорні ребра жорсткості, що відповідає типу 1 опорної частини балки.

У балках середньої висоти (450 і 600 мм) величини напружень в точці 2, обчислені за формулами норм [15] та отримані з лінійного розрахунку, для 1-го та 2-го типів опорних частин є більшими за розрахунковий опір сталі, прийнятий у розрахунках. У разі використання нелінійного розрахунку ці напруження значно зменшуються, але залишаються достатньо великими. Це свідчить про те, що такі типи опорних частин можна застосовувати із певними застереженнями, основними з яких є підвищені вимоги щодо якості матеріалів та якості виконання робіт. Типи опорних частин 3 і 4 можна використовувати без жодних обмежень, причому більш

технологічним та менш матеріаломістким є тип 3, оскільки не потребує улаштування опорного ребра.

У балках великої висоти (750 і 900 мм) величини напружень для опорних частин типів 1 і 2 у нелінійному розрахунку є меншими за розрахунковий опір сталі в межах 3,31...4,08%, що забезпечує незначний запас несучої здатності і тому більш доцільним є використання опорної частини типу 3 без ребра жорсткості і з завареними отворами, для якої напруження на 41,76...30,42% менші за розрахунковий опір. Для опори типу 4 з ребром жорсткості і з завареними отворами різниця у напруженнях є ще більшою і становить 54,88... 46,73% завдяки наявності опорного ребра.

В місцях кріплення нерозрізних перфорованих балок до крайніх опор спостерігається виникнення значних за величиною місцевих напружень, обумовлених способом обпирання балок. Більш раціональним є спосіб обпирання через торцеве опорне ребро (рис. 3.6), що зменшує місцеву концентрацію напружень на 60,62%.

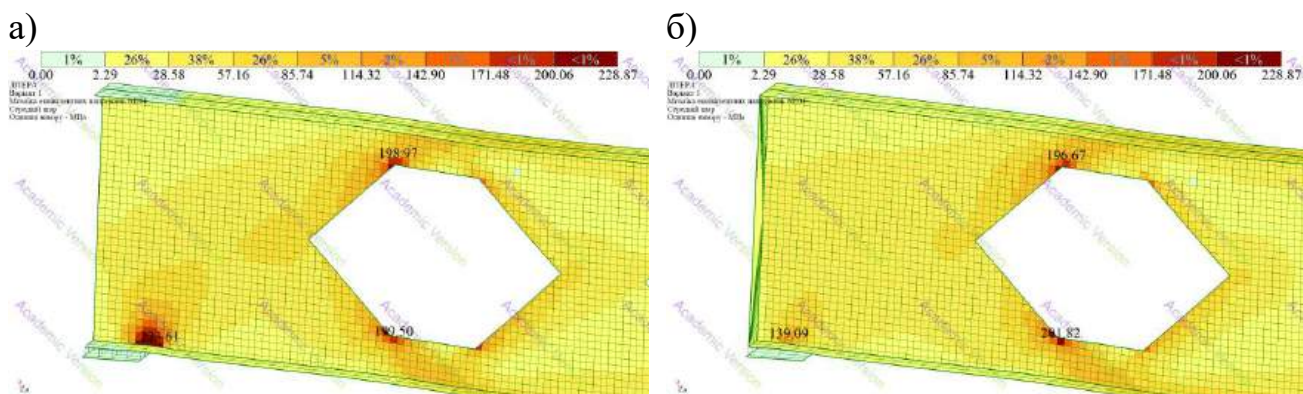


Рис. 3.6. Мозаїка напружень в опорній частині балки:

а – без опорного ребра; б – з торцевим опорним ребром

(запропоновано автором в ПК «LIRA-FEM»)

3.6. Аналіз прогинів балок

Результати обчислення прогинів балок і графіки їх залежності від типів опорних частин, діаметру болтів та рівня їх попереднього натягу представлено в табл. 16 і 17 дод. Б.

Балки висотою 300 мм

Теоретичний прогин є однаковим для всіх типів опорних частин балок і становить $f=8,27$ мм. У розрахунку моделі прогин для типу опорної частини 1 за лінійною схемою становить $f=9,09$ мм, що на 10% перевищує теоретичне значення. Для нелінійної схеми зі збільшенням попереднього натягу болтів до рівня 0,7 прогин зменшується до значення $f=7,99$ мм, тобто є максимально наближеним до теоретичного розрахунку. Збільшення діаметру болтів до 16 мм сприяє додатковому зменшенню прогину до значення $f=7,91$ мм.

Зі збільшенням жорсткості опорної частини балки, що спостерігається у разі переходу від типу опорної частини типу 1 до типу опорної частини 4 прогини також зменшуються, особливо у разі використання нелінійної схеми. Вплив діаметру болтів при цьому є помірним і становить лише близько 1%.

Балки висотою 450 мм

Теоретичний прогин є однаковим для всіх типів опорних частин балок і становить $f=5,52$ мм. У розрахунку моделі прогин для типу опорної частини 1 за лінійною схемою становить $f=7,70$ мм. Для нелінійної схеми зі збільшенням попереднього натягу болтів до рівня 0,7 прогин зменшується до значення $f=6,98$ мм, тобто, зменшення становить 9%, і залишається таким самим і у разі використання болтів діаметром 20 мм. Це свідчить про стабілізацію деформацій.

Ефект впливу попереднього натягу на прогин є менш вираженим, ніж у балки висотою $h=300$ мм. Діаметр болтів має зовсім незначний вплив, але достатній для зменшення прогину близько 0,5 мм. Найменші прогини $f=6,36$ мм зафіксовано для типів опорних частин 3 і 4 у нелінійному розрахунку.

Балки висотою 600 мм

Теоретичний прогин є однаковим для всіх типів опорних частин балок і становить $f=4,04$ мм. У розрахунку моделі прогин для типу опорної частини 1 за лінійною схемою становить $f=6,61$ мм. Для нелінійної схеми зі збільшенням попереднього натягу болтів до рівня 0,7 прогин зменшується до значення $f=6,08$ мм, тобто на 8%, і залишається майже таким самим і у разі використання болтів

діаметром 20 мм. Найменший прогин становить $f=5,20$ мм для типу опорної частини 3 у нелінійному розрахунку.

Висота балки значно впливає на зменшення деформацій. Різниця між теоретичними розрахунками і розрахунком за методом скінченних елементів становить до 50% і, таким чином, точність теоретичних розрахунків суттєво зменшується.

Балки висотою 750 мм

Теоретичний прогин є однаковим для всіх типів опорних частин балок і становить $f=2,88$ мм. У розрахунку моделі прогин для типу опорної частини 1 за лінійною схемою становить $f=5,68$ мм. Для нелінійної схеми зі збільшенням попереднього натягу болтів до рівня 0,7 прогин для діаметрів болтів 16 мм і 20 мм незначно зменшується відповідно до значень $f=5,25$ мм і $f=5,24$ мм, тобто лише на 7,5% порівняно з лінійним розрахунком. Найменший прогин становить $f=4,22$ мм для типу опорної частини 4 з попереднім натягом болтів діаметром 20 мм до рівня 0,7 у нелінійному розрахунку.

Балки висотою 900 мм

Теоретичний прогин є однаковим для всіх типів опорних частин балок і становить $f=2,11$ мм. У розрахунку моделі прогин для типу опорної частини 1 за лінійною схемою становить $f=4,83$ мм. Для нелінійної схеми зі збільшенням попереднього натягу болтів до рівня 0,7 прогин для діаметрів болтів 20 мм 24 мм зменшується до значення $f=4,46$ мм, тобто на 7,7%. Найменший прогин становить $f=3,30$ мм для типу опорної частини 4 з будь яким рівнем попереднього натягу болтів діаметрами 20 мм і 24 мм у нелінійному розрахунку.

Збільшення діаметрів болтів і підвищення рівня їх попереднього натягу не впливає на прогин балки, що має певний тип опорної частини.

Описані результати обчислення прогинів зведено у табл. 3.7.

Розрахункові прогини балок ¹

Висота перерізу балки, мм	Прогини балок, мм		
	теоретичний за формулою (3.42)	максимальний за лінійним розрахунком	мінімальний за нелінійним розрахунком
300	8,27	9,09	7,29 (D=16 мм)
450	5,52	7,70	6,36 (D=20 мм)
600	4,04	6,61	5,21 (D=20 мм)
750	2,88	5,68	4,24 (D=20 мм)
900	2,11	4,83	3,30 (D=24 мм)

Примітки: 1. Максимальні прогини за лінійним розрахунком наведено для типу опорної частини 1 без урахування попереднього натягу болтів. 2. Мінімальні прогини за нелінійним розрахунком наведено для типу опорної частини 4 з рівнем попереднього натягу болтів 0,7. 3. В дужках вказано діаметр болтів.

(¹Джерело: сформовано автором на підставі додатку Б, табл. 16)

Аналітичний метод обчислення величини прогинів [199] за формулою (3.40) є неточним навіть у випадку використання коефіцієнта 0,95, що враховує збільшення прогину для перфорованих балок відповідно до пункту 23.6 [15]. Значення прогинів поступово зменшуються від балки висотою 300 мм до балки висотою 900 мм.

Лінійний метод обчислення прогинів у програмному комплексі «LIRA-FEM» є найменш точним, оскільки він не враховує зміну розрахункової схеми балки під час прикладання навантаження, а також зміну її геометрії через деформації, які вважаються малими і тому їх не враховують під час перевірки рівноваги. Схема розрахунку у програмі є спрощеною і такою, що не відтворює реальні умови обпирання балки на нижче розташовану конструкцію, наприклад, на горизонтальну плиту оголовка колони, а замість цього задано шарнір.

Нелінійний метод розрахунку прогинів у програмному комплексі «LIRA-FEM» враховує фізичну, геометричну та конструктивну нелінійність нерозрізної перфорованої балки. Він є найбільш точним, оскільки під час моделювання розрахункової схеми враховано обпирання балки на певну площу поверхні опорної плити та наявність болтового кріплення до неї, тобто він максимально повно відображає реальну роботу конструкції.

Аналіз графіків, наведених в табл. 17 дод. Б, свідчить про те, що найбільші величини прогинів у прольоті нерозрізних перфорованих балок висотою 300 мм зафіксовано для типу опорної частини 1. За дії розрахункового навантаження (див. табл. 2.4) для різних типів проміжних опорних частин спостерігається суттєва різниця у величинах прогинів, що можна пояснити різною жорсткістю внаслідок використання або невикористання у їх конструкціях додаткових деталей для заварювання отворів та/або наявності ребер жорсткості, розміщених по осі проміжної опори.

Для балок всіх висот з опорними частинами 1-го та 2-го типів графіки прогинів є майже паралельними один до одного незалежно від наявності чи відсутності опорних ребер жорсткості. Найменші прогини при цьому зафіксовано для балок з типами опорних частин 3 і 4, які фактично збігаються.

З огляду на наведені вище дані, може здатись, що найкращим типом опорної частини нерозрізної перфорованої балки є 4 з ребром жорсткості і завареними отворами і це є цілком логічним, оскільки жорсткість такої опорної частини є найвищою. Але ураховуючи значення граничного прогину для таких балок згідно з вимогами проектування [18], кожний з досліджуваних типів опорних частин забезпечує виконання нормативних вимог, адже розрахункові прогини є набагато меншим за граничні значення.

Основні висновки:

1) тип опорної частини має вирішальне значення для величин розрахункових прогинів; так значення прогину для типів опорних частин 1, 2, 3 і 4 становлять відповідно для лінійного розрахунку 3,74...24,22%, для нелінійного розрахунку 7,84...26,01%, порівняно з теоретичним прогином;

2) збільшення діаметру болтів та рівня їх попереднього натягу практично не впливає на величини прогинів в усіх випадках, оскільки розбіжність коливається в межах 0...6,2%;

3) значення прогинів, отримані з теоретичного розрахунку, а також з розрахунку з використанням лінійної схеми є більшими за реальні деформації, обчислені у нелінійному розрахунку, для балок будь якої висоти (11,85...56,4%).

3.7. Верифікація запропонованих методик

Для перевірки запропонованої методики розрахунку нерозрізної перфорованої балки у програмному комплексі LIRA FEM було змодельовано конструкцію Z-подібного перфорованого прогону прольотом 6 м, навантаженого зосередженими силами, прикладеними з кроком 1,2 м, який був виготовлений з прокатного швелера №22У/ДСТУ 3436-96 з коефіцієнтом розвитку висоти профілю 1,2 [8] (рис. 3.7). Експериментальні дослідження було проведено у науково-дослідній лабораторії кафедри промислового, цивільного будівництва ім. Є.М. Бабича Національного університету водного господарства та природокористування у 2013-2014 рр. (рис. 3.8).

Для закріплення верхнього поясу дослідженої конструкції з її площини було використано рівнополицеві кутики 50x50x5/ДСТУ 2251-93, які розміщувались з кроком 1,2 м по довжині прогону, а також арматурні стержні діаметром 20 мм для моделювання розтяжок по нижньому поясу. Для кріплення прогону до рами дослідної конструкції до нижньої полиці швелера було приварено металеву пластину товщиною 10 мм, а для надійного кріплення конструкції до рами було використано болти діаметром 16 мм. Виконане моделювання параметрів дослідної конструкції дозволило повністю відтворити умови експериментальних досліджень перфорованого прогону [8].

Порівняння експериментальних напружень, отриманих під час випробування натурального зразка, та напружень, обчислених за запропонованою у даній роботі методикою, виконано для розрахункових точок перерізів без отворів, розміщених поблизу опорної частини конструкції (перерізи 2-2), у перерізі на відстані близько 1,5 м від опори (переріз 4-4) і в перерізі, розміщеному ближче до середини прольоту прогону (переріз 7-7). Результати порівняння наведено у табл. 3.8.

Окрім того, було проведено порівняльний аналіз аналогічних напружень у розрахункових точках перерізів з отворами 3-3, 5-5 і 6-6 (табл. 3.9).

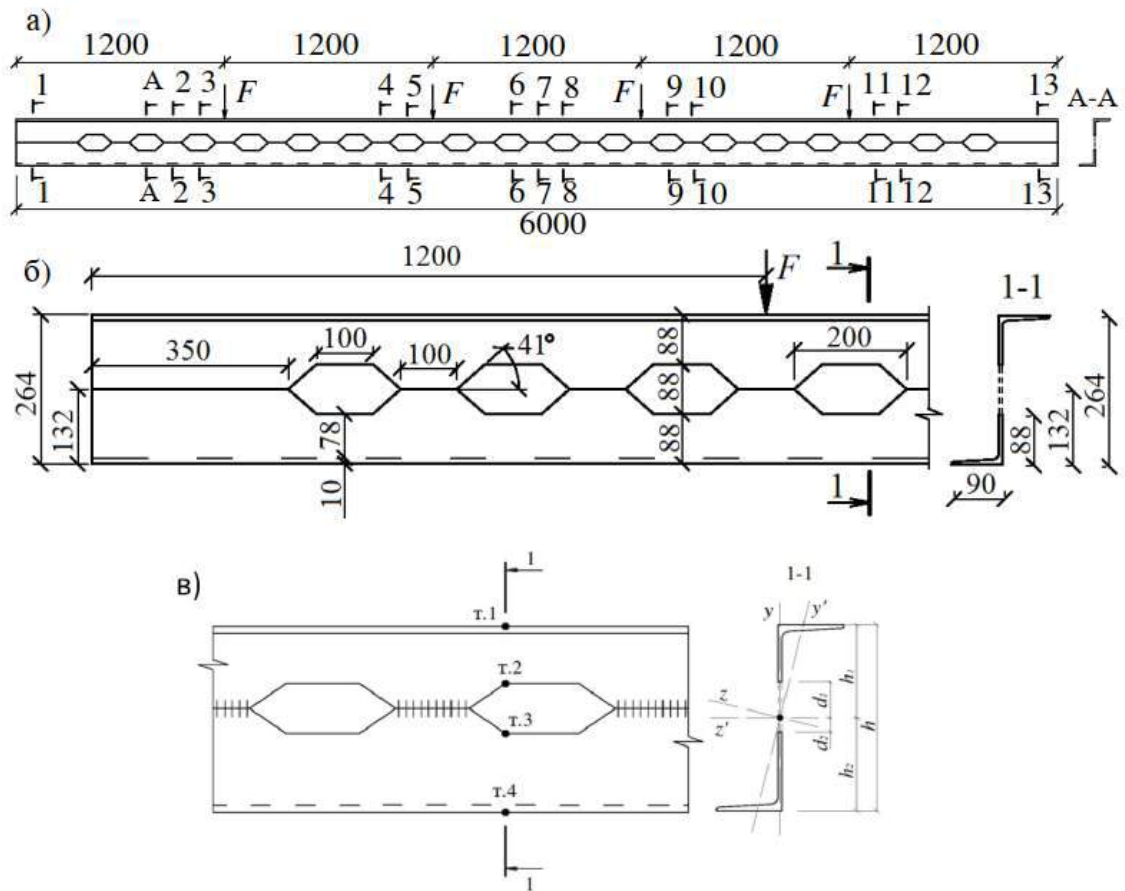


Рис. 3.7. Дослідна конструкція перфорованого прогону прольотом 6 м [8]:

а – загальний вигляд; б – геометричні розміри;

в – розміщення розрахункових точок



Рис. 3.8. Загальний вигляд дослідної конструкції Z-подібного перфорованого прогону прольотом 6 м та дослідної установки [8]

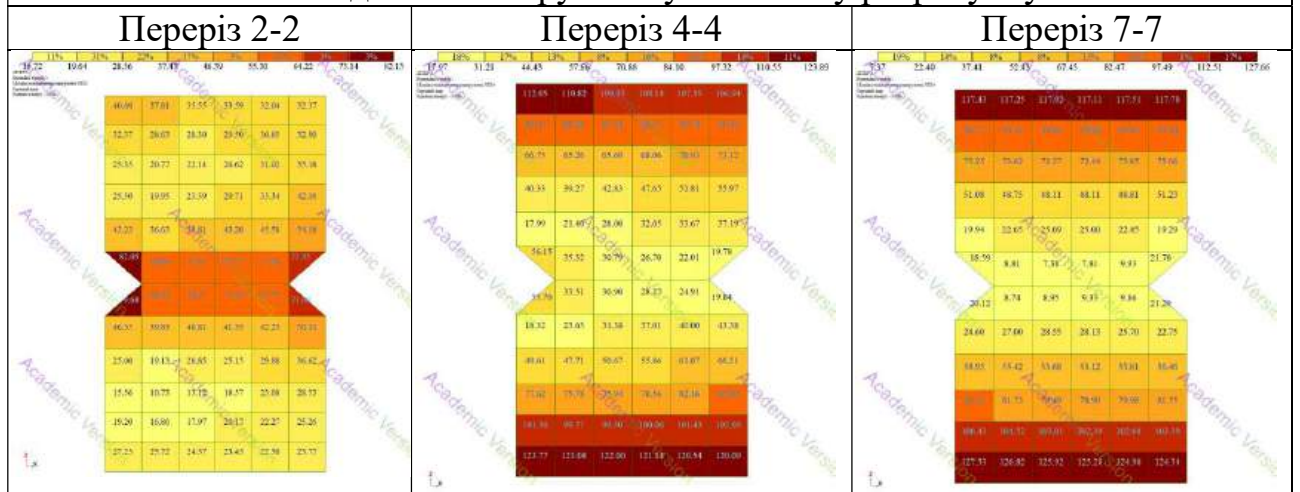
Таблиця 3.8

Напруження в стінці перфорованого прогону в перерізах без отвору ¹

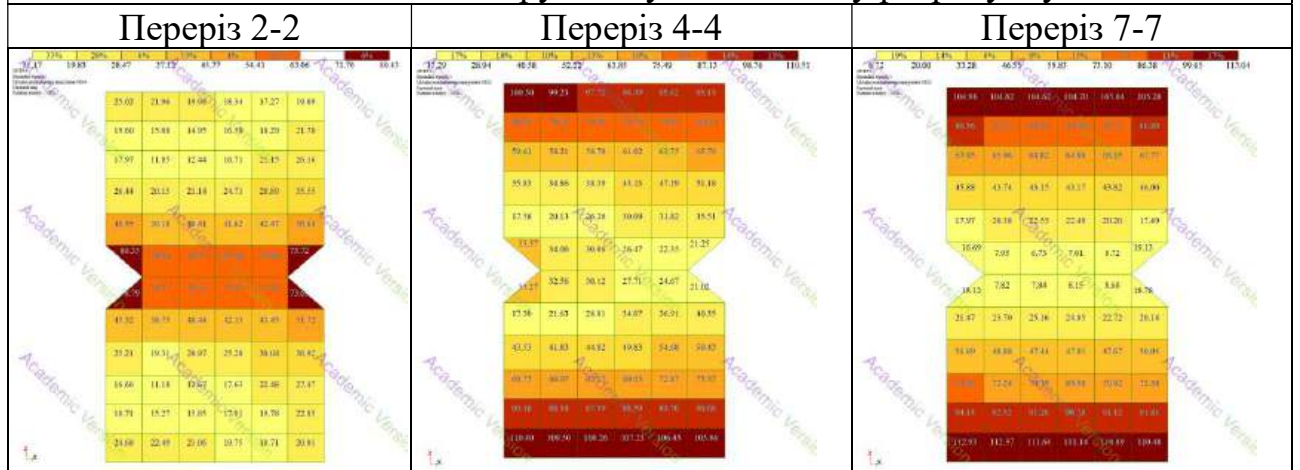
Кут нахилу	Величина навантаження F , кН	Нормальні напруження, МПа								
		Переріз 2-2			Переріз 4-4			Переріз 7-7		
		σ_e	σ_H	σ_L	σ_e	σ_H	σ_L	σ_e	σ_H	σ_L
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
0	8,8	54,8	58,3	58,7	120	108,3	122,0	143	111,6	125,9
	Різниця, %	-	6,4	7,1	-	-9,8	1,7	-	-22	-12

σ_e – напруження, отримані під час експериментальних досліджень напружено-деформованого стану перфорованого прогону за кута його нахилу 0° ;
 σ_H – напруження, отримані за методикою нелінійного розрахунку, розробленою у розділі 2;
 σ_L – напруження, отримані за методикою лінійного розрахунку, розробленою у розділі 2.

Розподілення напружень у лінійному розрахунку



Розподілення напружень у нелінійному розрахунку



(¹ Джерело: розраховано і сформовано автором)

Таблиця 3.9

Напруження в стінці перфорованого прогону в перерізах з отвором ¹

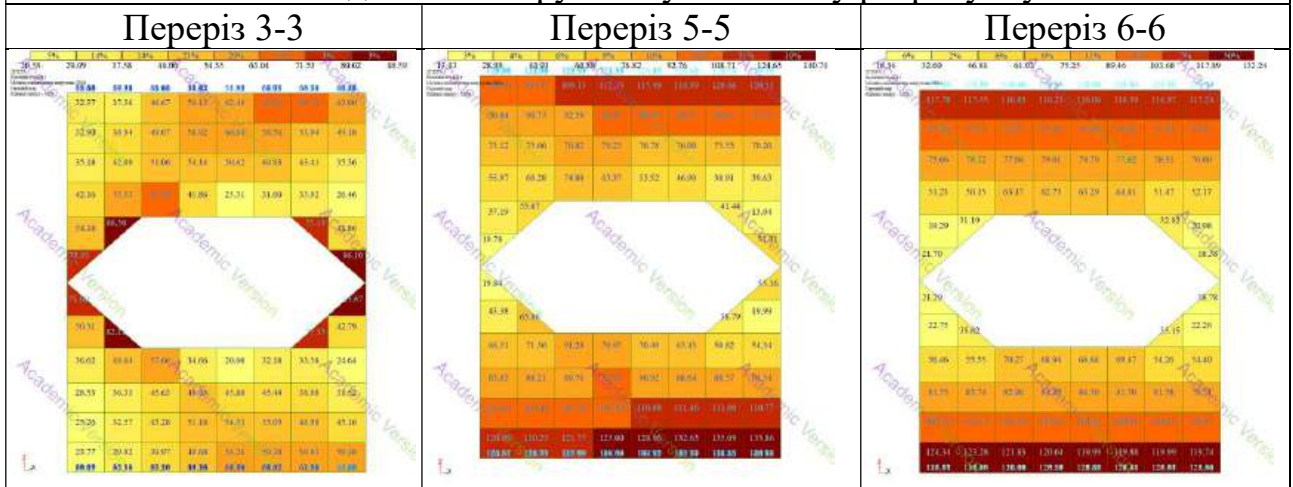
Кут нахилу	Величина навантаження F, кН	Точка	Нормальні напруження, МПа								
			Переріз 3-3			Переріз 5-5			Переріз 6-6		
			σ_e	σ_H	σ_L	σ_e	σ_H	σ_L	σ_e	σ_H	σ_L
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
0	8,8	1	37	37,1	46,7	96	95,5	109,1	113	114,4	116,9
		2	48	55,9	65,9	62	69,1	74,8	68	66,2	63,2
Різниця, %		1	-	0,3	26,2	-	-0,5	13,6	-	1,2	3,5
Різниця, %		2	-	16,5	37,3	-	11,5	20,6	-	2,6	-7,1

σ_e – напруження, отримані під час експериментальних досліджень напружено-деформованого стану перфорованого прогону за кута його нахилу 0°;

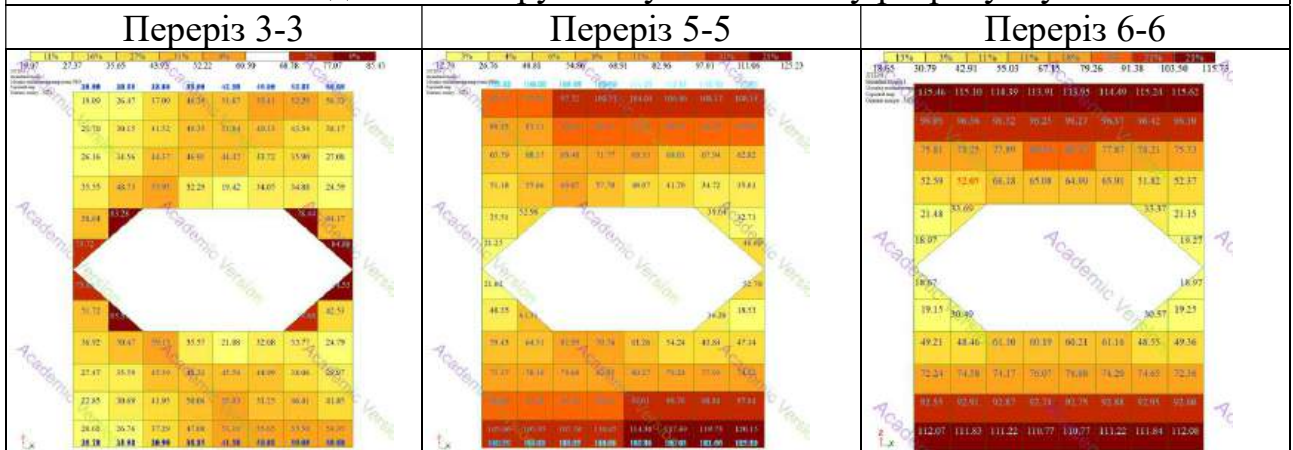
σ_H – напруження, отримані за методикою нелінійного розрахунку, розробленою у розділі 2;

σ_L – напруження, отримані за методикою лінійного розрахунку, розробленою у розділі 2.

Розподілення напружень у лінійному розрахунку



Розподілення напружень у нелінійному розрахунку



(¹ Джерело: розраховано і сформовано автором)

Для обчислення прогинів пропонується методика з використанням стержневої моделі зі змінною жорсткістю по довжині конструкції. Така модель передбачає поділ прогону на окремі ділянки відповідно до їх положення та геометричних параметрів, причому для кожної ділянки задається своя змінна жорсткість (рис. 3.9). Для побудови використано стержневий КЕ тип – 10 «універсальний просторовий стержень».

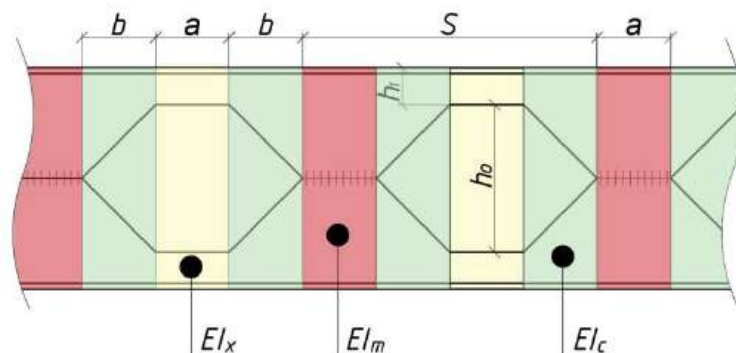


Рис. 3.9. Схема поділу прогону на окремі ділянки відповідно до їх положення та геометрії (запропоновано автором)

У більшості сучасних програмних комплексів, у тому числі «LIRA-FEM», це можна зробити за допомогою змінної жорсткості, яка задається коефіцієнтом, що знижує або підвищує жорсткість. Якщо контур отвору утворює похилі межі, жорсткість доцільно визначати як усереднену величину, що відповідає зміні фактичної висоти стінки на ділянці. Також можна створити свій власний переріз за допомогою конструктора перерізів.

Визначення змінної жорсткості для перерізу в місці похилої здійснюється за формулою

$$EI_c = \frac{(EI_m + EI_x)}{2} \quad (3.43)$$

де I_m – момент інерції перерізу прогону без отвору; I_x – момент інерції перерізу прогону з отвором; E – модуль пружності сталі.

Значення прогинів наведено в табл. 3.10.

Близький збіг значень напружень і прогинів, отриманих під час експериментальних досліджень перфорованого прогону та під час його розрахунку

за нелінійною методикою (табл. 3.8, 3,9 і 3,10) свідчить про достовірність запропонованої методики розрахунку, розробленої у розділі 2.

Таблиця 2.10

Прогини перфорованого прогону ¹

Кут нахилу	Величина навантаження F, кН	Прогини, мм			
		f_e	f_H	f_L	f_c
1	2	3	4	5	6
0	8,8	16,2	16,24	19,81	17,1
Різниця, %		-	0,2	22,3	5,6

f_e – прогини, отримані під час експериментальних досліджень напружено-деформованого стану перфорованого прогону за кута його нахилу 0° ;
 f_H – прогини, отримані за методикою нелінійного розрахунку, розробленою у розділі 2;
 f_L – прогини, отримані за методикою лінійного розрахунку, розробленою у розділі 2.
 f_c – прогини відповідно до стержневої моделі зі змінною жорсткістю.

¹Джерело: розраховано і сформовано автором

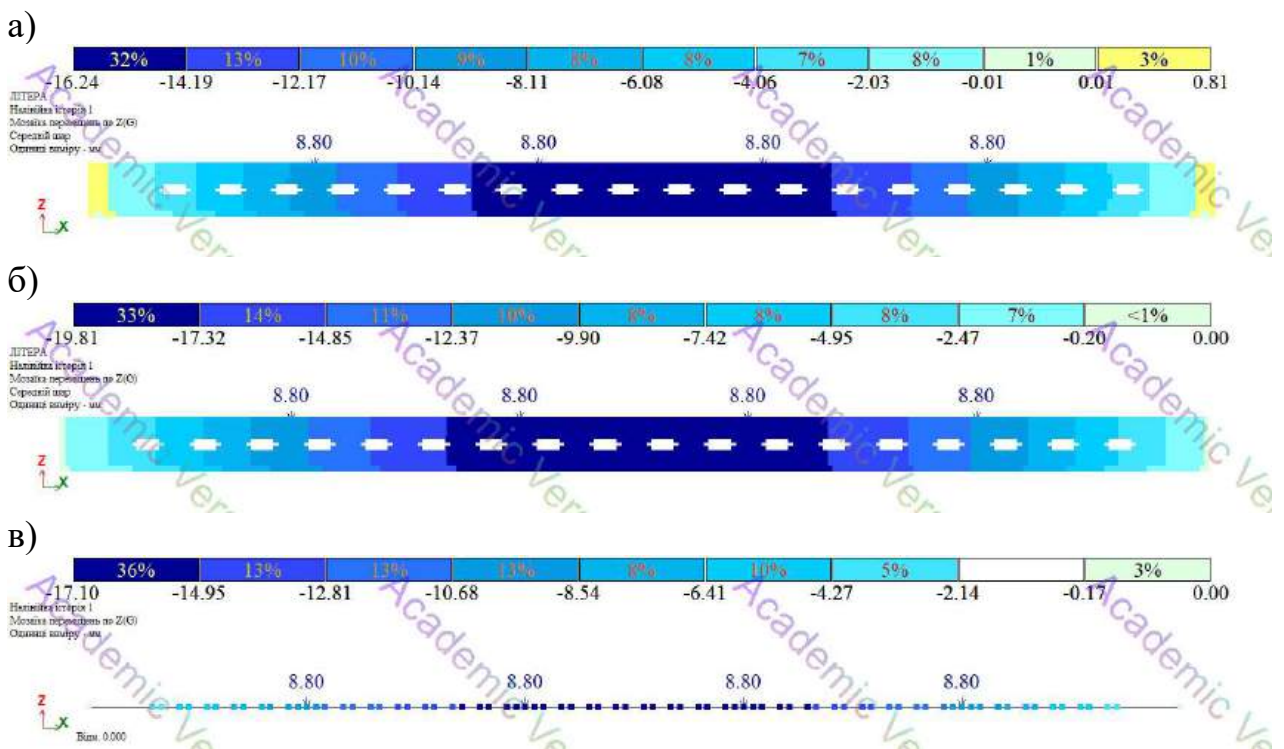


Рис. 3.10. Мозаїка переміщень:

а – у нелінійному розрахунку; б – у лінійному розрахунку;

в – у стержневій моделі зі змінною жорсткістю

(сформовано автором в ПК «LIRA-FEM»)

Висновки до розділу 3

1. Детально розроблено та обгрунтовано конструкції зразків для проведення числового експерименту, які відрізняються між собою типом опорної частини балки на проміжній опорі, висотою перерізу, діаметром болтів для кріплення балки до проміжної опори та величиною їх початкового натягу.

2. Розроблено та обгрунтовано аналітичні формули для обчислення геометричних характеристик балок, формули для обчислення напружень в характерних точках перерізів відповідно до чинних норм проектування та запропоновано формули для визначення напружень в інших розрахункових точках перерізів, які у подальшому показали таку саму збіжність, що і традиційні формули норм.

3. Виконано детальний аналіз вперше отриманих результатів числового експерименту щодо визначення напружено-деформованого стану різних типів проміжних опорних частин балок з урахуванням усіх їх конструктивних особливостей та параметрів елементів кріплення та виявлено закономірності їх роботи та зміни напружень у розрахункових точках характерних перерізів за дії рівномірно-розподіленого навантаження.

5. Визначено максимальні розрахункові прогини по довжині нерозрізної перфорованої балки з урахуванням конструктивних особливостей проміжних опорних частин та виконано їх порівняльний аналіз для аналітичного методу та методу скінченних елементів за лінійною та нелінійною схемами роботи.

6. Виконано верифікацію розробленої з використанням методу скінченних елементів, методики визначення напружено-деформованого стану та розрахунку проміжних опорних частин нерозрізних перфорованих балок на основі порівняльного аналізу отриманих результатів числових досліджень з результатами існуючих натурних експериментальних досліджень перфорованих елементів, яка показала високий збіг зазначених результатів.

Розділ 4

МЕТОДИКА ВИЗНАЧЕННЯ НАПРУЖЕНО-ДЕФОРМОВАНОГО СТАНУ ТА РОЗРАХУНКУ ПРОМІЖНИХ ОПОРНИХ ЧАСТИН НЕРОЗРІЗНИХ ПЕРФОРОВАНИХ БАЛОК У ТАБЛИЧНОМУ ПРОЦЕСОРІ «MICROSOFT EXCEL»

4.1. Вплив фактичної жорсткості болтових шарнірних з'єднань на несучу здатність елементів

Проектування будівель і споруд будь якого призначення починають з розробки об'ємно-планувального рішення, обумовленого зазначеними в завданні на проектування певними технологічними або функціональними вимогами. На основі цього рішення у першу чергу приймаються основні розміри та конструктивні схеми несучих конструкцій, у тому числі і схеми вузлових з'єднань, які можуть бути виконані з використанням монтажного зварювання або монтажних болтів. Наявність ретельно розробленої конструктивної схеми дозволяє скласти розрахункову схему окремої конструкції або каркасу в цілому, в якій враховано дію на будівлю усіх зовнішніх як зосереджених, так і рівномірно розподілених навантажень. Розробка конструктивної і розрахункової схем повинна обов'язково враховувати тип вузлових з'єднань елементів та призначення певних крайових умов.

Наразі у чинних вітчизняних та європейських нормах проектування сталевих конструкцій [15, 101] крайові умови болтових і зварних з'єднань приймаються ідеалізованими, тобто жорсткими, шарнірними нерухомими і шарнірними рухомими, що не в повному обсязі відповідає дійсним умовам їх роботи і конструкцій в цілому. Якщо розглянути однопрольотні розрізні та багатопрольотні нерозрізні балки, які обпираються на певні опори (нижче розташовані балки, колони тощо) і кріпляться до них монтажними болтами, то в розрахунках з використанням ідеалізованої розрахункової схеми таке з'єднання вважається шарнірним і болти виконують лише функції фіксатора балок у проектному положенні. В дійсності за дії зовнішнього навантаження балки згинаються і в

результаті їх прогину болти розтягуються і заважають вільним деформаціям на опорах, тобто ці опори стають частково жорсткими, що впливає на перерозподіл зусиль по всій довжині балки, а, наприклад, жорсткі болтові з'єднання, у свою чергу, навпаки працюють як частково шарнірні. Виконані раніше теоретичні та експериментальні дослідження [62, 69, 70, 162, 163, 166] це підтверджують.

Від правильного урахування дійсної жорсткості болтових з'єднань залежить не лише їх несуча здатність і деформативність, а і несуча здатність конструктивних елементів, з'єднаних у цих вузлах. Зокрема, в результаті випробувань сталеві перфоровані арки з жорстким фланцевим гребневим вузлом [62, 69, 70] була виявлена суттєва різниця в напруженнях, обчислених теоретично і отриманих експериментально, в поперечних перерізах поблизу нього (різниця становила 56,6%...67,1%), а податливість безшарнірної однопрольотної рами з жорсткими вузлами [166] становила 6%...10%.

Це можна пояснити податливістю фланцевого болтового з'єднання, яке за дії у вузлі згинаючого моменту і поздовжньої сили розкривалося, а в теоретичних розрахунках це з'єднання приймалося абсолютно жорстким. Як наслідок, гребневий вузол працював не як жорсткий, а частково шарнірний, а дійсна розрахункова схема роботи двошарнірної арки частково була тришарнірною, а, отже, значення згинаючого моменту у вузлі було меншим за розрахункове за рахунок податливості. Експериментальними та теоретичними дослідженнями [62, 69] було встановлено, що жорсткість болтового з'єднання склала 0,412 порівняно з жорсткістю ідеального фланцевого з'єднання прийнятого за одиницю. Також було встановлено, що жорсткість вузла змінюється зі зміною параметрів його деталей. Так, наприклад, зі зміною діаметра болта від 10 до 24 мм жорсткість змінюється відповідно від 0,412 до 0,897.

Метою проведення даних досліджень є теоретичне визначення дійсної жорсткості болтових шарнірних з'єднань сталевих конструкцій, а також розробка ефективної методики визначення впливу опору монтажних болтів на розкриття шарнірних опорних вузлів зокрема та на їх жорсткість в цілому. Для реалізації зазначеної мети використано метод початкових параметрів, а також результати чисельних теоретичних і експериментальних досліджень.

Для дослідження впливу жорсткості шарнірного вузла на напружено-деформований стан елементів можна розглянути як однопрольотну, так і багатопрольотну балки, які сприймають вертикальне рівномірно розподілене у прольоті навантаження q (рис. 4.2). Кріплення балок до нижче розташованих конструкцій прийнято шарнірним за поверховою схемою.

Оскільки проектне положення балки фіксується болтами, то в них за дії на цю балку зовнішнього навантаження q виникають зусилля розтягу і вони будуть заважати повному розкриттю опорних вузлів, які, як наслідок, ставатимуть частково жорсткими. Знаючи деякі початкові параметри ідеально шарнірних вузлів, можна встановити, який вплив буде мати їх зміна як на розрахункову схему балки, так і на розрахункову схему рами або каркасу в цілому, а також на окремі елементи.

Для визначення величини розкриття шарнірних вузлів використано метод початкових параметрів

$$\left. \begin{aligned} EI\theta_{xi} &= EI\theta_0 + \sum M_{xi}(x_i - a_1) + \sum F_{xi} \frac{(x_i - a_2)^2}{2} + \sum q_{xi} \frac{(x_i - a_3)^3}{6} \\ EIy_{xi} &= EIy_0 + EI\theta_0 x_i + \sum M_{xi} \frac{(x_i - a_1)^2}{2} + \sum F_{xi} \frac{(x_i - a_2)^3}{6} + \sum q_{xi} \frac{(x_i - a_3)^4}{24} \end{aligned} \right\} \quad (4.1)$$

де θ_{xi} , y_{xi} – кут повороту та прогин в перерізі, що розглядається; θ_0 , y_0 – кут повороту та прогин елемента на початку системи (початкові параметри); M_{xi} , F_{xi} , q – відповідно зосереджені моменти, зосереджені сили та величина рівномірно розподіленого навантаження, які прикладені до конструкції; x_i – відстань від початку системи до перерізу, в якому обчислюється деформація; a_1 , a_2 , a_3 – відстані від початку системи до точок прикладання відповідно зосереджених моментів, зосереджених сил та до початку ділянок прикладання розподіленого навантаження; I – момент інерції перерізу; E – модуль пружності сталі.

Розрахункову схему балка з урахуванням фактичної жорсткості опорних вузлів представлено на рис. 4.3.

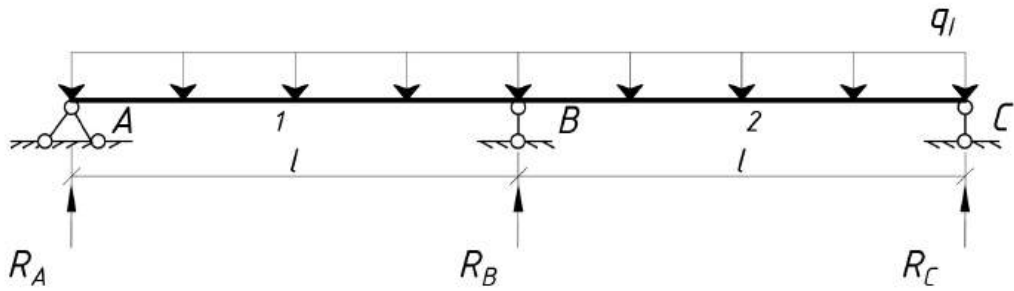


Рис. 4.1. Розрахункова схема двопрольотної балки (сформовано автором)

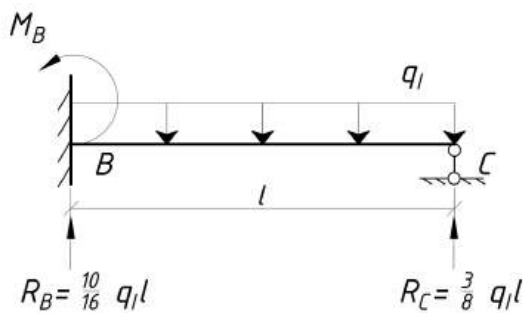


Рис. 4.2. Розрахункова схема двопрольотної балки за ідеалізованою схемою (запропоновано автором)

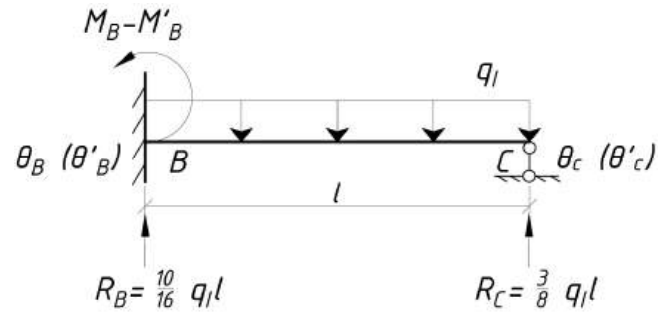


Рис. 4.3. Розрахункова схема балки з урахуванням часткової жорсткості опорних вузлів (запропоновано автором)

Прийнявши початкові параметри, а саме те, що прогини балок на опорах, відповідно у вузлах A , B , C на всіх опорах багатопрольотної нерозрізної балки, дорівнюють нулю, використовуючи праву частину виразу (4.1) та прийнявши початок координат у вузлі B , можна визначити кут повороту в ідеалізованій розрахунковій схемі шарнірного обпирання балки на опори

$$EIy_c = EIy_b + EI\theta_b l - M_B \frac{l^2}{2} + R_B \frac{l^3}{6} - q_l \frac{l^4}{24} = 0. \quad (4.2)$$

Оскільки монтажні болти чинять опір розкриттю опорного вузла, який внаслідок цього стає частково жорстким, то кут повороту у вузлі B (див. рис. 4.3) можна визначити з виразу

$$EIy_c = EIy_b + EI\theta'_b l - (M_B - M'_B) \frac{l^2}{2} + R_B \frac{l^3}{6} - q_l \frac{l^4}{24}. \quad (4.3)$$

де M'_B – додатковий згинальний момент, який виникає у вузлі B внаслідок опору болта розкриттю вузла.

Зміна кута повороту у вузлі В внаслідок опору болтового з'єднання визначається, як різниця значень виразів (4.2) і (4.3)

$$EI\theta_B - EI\theta'_B = M_B \frac{l^2}{2}. \quad (4.4)$$

Тобто, величина зменшення розкриття опорного вузла прямо пропорційна значенню згинального моменту, який виникає в опорній частині балки, і навпаки, значення згинального моменту, який виникає в опорній частині балки, прямо пропорційне величині зменшення розкриття опорного вузла

$$M_B = \frac{2EI\theta'_B}{l}. \quad (4.5)$$

Величину фактичного розкриття шарнірного болтового вузла В, тобто значення кута повороту θ'_B , можна визначити, розглянувши розрахункову схему болтового з'єднання у цьому вузлі за дії зусиль, визначених в результаті статичного розрахунку балки (рис. 4.4).

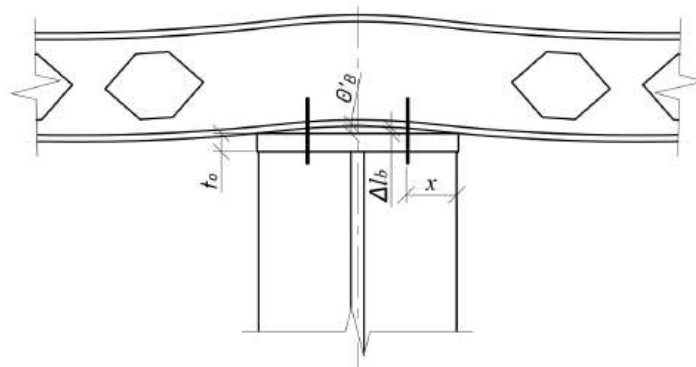


Рис. 4.4. Деформування опорної частини багатопрольотної балки на проміжній опорі (запропоновано автором)

Зусилля у розтягнутому болті за дії на балку рівномірно розподіленого навантаження q

$$N_{bt} = ql/2n, \quad (4.6)$$

де n – кількість болтів у з'єднанні.

Видовження найбільш розтягнутого болта

$$\Delta l_b = N_{bt} \sum t/E A_{bn}, \quad (4.7)$$

де $\sum t$ – сума товщин елементів, що з'єднуються; A_{bn} – площа поперечного перерізу болта нетто.

Кут розкриття фланцевого з'єднання у вузлі, елементами якого є горизонтальна опорна плита оголовка колони і нижній пояс балки, що розглядається, а відповідно і кут повороту балки у цьому вузлі, становить

$$\theta'_B = \arctg \frac{\Delta l_b}{x}. \quad (4.8)$$

Таким чином, розглянувши розрахункову схему обпирання балки у вузлі і визначивши величину кута розкриття цього з'єднання, а також маючи підібраний поперечний переріз елементів, їх довжину і початковий кут розкриття опорної частини, можна визначити величину згинального моменту в шарнірній опорі M'_B , який виникає внаслідок обмеження розкриття вузла.

Відношення згинального моменту в шарнірній опорі M'_B до значення максимального згинального моменту $M_{max} = -0,125ql^2$ для абсолютно жорсткого вузла $\frac{M_B - M'_B}{M_{max}} 100\%$ вказує, на який відсоток зростає жорсткість шарнірної опори внаслідок виникнення напружень у монтажному болті, а жорсткість вузла при цьому становить

$$k_{nod} = \frac{M_B - M'_B}{M_{max}}. \quad (4.9)$$

Величина залежності $\frac{2EI}{l}$ у виразі (4.5) є постійною, і свідчить про те, що зменшення значення згинального моменту є прямо пропорційним величині зменшення розкриття болтового шарнірного з'єднання, а також залежить від довжини елемента, його жорсткості, розташування болтів у з'єднанні, тобто розміру x – відстані від краю обпирання балки до осі болтів у цьому з'єднанні (див. рис. 4.4).

У багатопрольотних нерозрізних балках за дії рівномірно розподіленого навантаження місце виникнення найбільшого значення згинального моменту не збігається з серединою прольоту балки. У будь-якому випадку опорні шарнірні вузли стають частково жорсткими, і схема розрахунку балки змінюється. Як наслідок змінюється величина максимального згинального моменту в опорі і виникає додатковий ресурс несучої здатності балки в цілому, що дозволяє більш раціонально проектувати такі елементи.

Отже, отримані у результаті проведення теоретичних та експериментальних досліджень дані [62, 69, 166] засвідчили, що при визначенні діаметрів болтів, в яких значення напружень розтягу близькі до їх розрахункового опору R_{bt} і які розташовуються на мінімальній відстані від краю обпирання x згідно з вимогами [15], вплив додаткового згинального моменту на опорі практично відсутній. Проте, якщо збільшити діаметр болтів, а, відповідно, і площу їх поперечного перерізу, можна зменшити значення напружень розтягу в них до $0,5R_{bt}$ і, віддаливши болти від краю обпирання, обмеживши таким чином вільний поворот опорних вузлів, досягти жорсткості вузла $k_{nod} = 0,035 \dots 0,096$, що має суттєвий вплив на роботу як самих вузлів, так і на елементи, що у ньому з'єднуються.

Теоретично встановлено, що за наявності в конструкції декількох таких вузлів, її загальна жорсткість зростає на величину, що дорівнює сумі збільшення жорсткостей всіх вузлів. Виконані розрахунки дозволяють стверджувати, що, наприклад, для балки на двох опорах (див. рис. 4.1), де є два шарнірних вузла, загальна жорсткість залежно від геометричних параметрів всіх елементів рами може зростати на $7 \dots 15\%$.

Оскільки в балках, що мають шарнірні опори, поперечні перерізи в прольоті є, як правило, найбільш напруженими, то урахування реальної жорсткості шарнірних болтових з'єднань на опорах дозволяє перерозподілити зусилля по довжині балки і більш раціонально виконувати її проектування. В результаті напруження в розрахункових перерізах елементів поблизу стиків дещо зростатимуть, що робить конструкцію більш жорсткою, але, разом з тим, дозволяє розвантажити її в цілому; в нерозрізній балці напруження на крайніх опорах зростатимуть за рахунок урахування збільшення їх жорсткості, а на проміжній опорі будуть зменшуватись за рахунок податливості болтів. Запропоновані за цією методикою уточнені розрахунки дають можливість обчислити фактичні напруження в перерізах, максимальні значення яких є меншими за обчислені за традиційною аналітичною методикою, і у підсумку отримати економію матеріалу на одній балці близько $3 \dots 8\%$. Особливо це стосується елементів, виконаних з перфорованих профілів [59, 69], оскільки зміна напружено-деформованого стану в опорних зонах викликатиме перерозподіл напружень і в розрахункових точках їх перерізів, як на опорах, так і в

прольоті балок. Це обов'язково необхідно враховувати шляхом включення до розрахункових формул певних коефіцієнтів залежно від конкретних умов роботи.

В цілому методика, що пропонується, дозволяє визначити фактичну жорсткість будь-якого болтового шарнірного з'єднання з урахуванням його дійсної роботи на основі даних статичного розрахунку. Окрім того, вона дозволяє регулювати жорсткість болтового з'єднання, змінюючи діаметр болтів, їх розміщення або змінюючи розрахункову довжину болтів шляхом використання додаткових прокладок. Урахування додаткової жорсткості вузлів і, як наслідок, конструкції в цілому, дозволяє дещо розвантажити елементи і обчислити додатковий ресурс несучої здатності під час проектування будь яких елементів каркасу, у тому числі і нерозрізних перфорованих балок.

4.2. Методика розрахунку багатопрольотних нерозрізних перфорованих балок

У даному пункті наведено комплексну методику розрахунку, реалізовану у табличному процесорі «Microsoft Excel», яка дозволяє розраховувати не лише опорні частини багатопрольотних нерозрізних перфорованих балок з різними геометричними та конструктивними параметрами, а і балки в цілому.

Вихідними даними для розрахунку є проліт балки, який приймають відповідно до конструктивної схеми будівлі, та величина розрахункового погонного навантаження, яка обчислена за граничними станами 1-ої або 2-ої груп відповідно до табл. 2.4.

Подальший розрахунок передбачає декілька етапів.

ЕТАП 1. Статичний розрахунок балки.

ЕТАП 2. Вибір класу сталі та коефіцієнтів умов роботи і надійності за відповідальністю.

ЕТАП 3. Підбір перерізу вихідного двотаврового профілю.

ЕТАП 4. Компонування та конструювання перфорованої балки.

ЕТАП 5. Перевірка жорсткості балки за граничними станами 2-ої групи.

ЕТАП 6. Визначення розрахункових зусиль в перерізах перфорованої балки.

ЕТАП 7. Перевірка міцності опорних частин балки за граничними станами 1-ої групи.

ЕТАП 8. Визначення податливості/жорсткості болтових вузлів кріплення балки до проміжної опори.

ЕТАП 9. Перевірка міцності опорної частини нерозрізної перфорованої балки за нормальними та приведеними напруженнями.

ЕТАП 10. Перевірка міцності нерозрізної перфорованої балки у прольоті за нормальними та приведеними напруженнями.

Комірки, які виділені жовтим кольором є обов'язковими для заповнення та вважаються вихідними даними для розрахунку на кожному етапі.

Розрахунки, наведені у таблицях, виконуються автоматично після введення вихідних даних для проектування.

Вихідні дані для проектування балки

Таблиця 4.1

Вихідні дані ¹

Величина кожного прольоту балки	$L =$	6	м;	
Розрахункове погонне навантаження	$q_l =$	9,73	кН/м.	

(¹Джерело: сформовано автором)

ЕТАП 1. Статичний розрахунок балки

Значення поперечних сил і згинальних моментів у прольоті та на опорах обчислено за формулами табл. 2.5 і наведено у табл. 4.2 і на рис. 4.5.

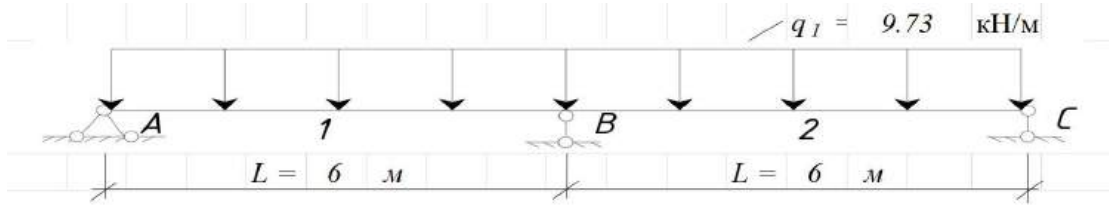
Таблиця 4.2

Зусилля по довжині балки ¹

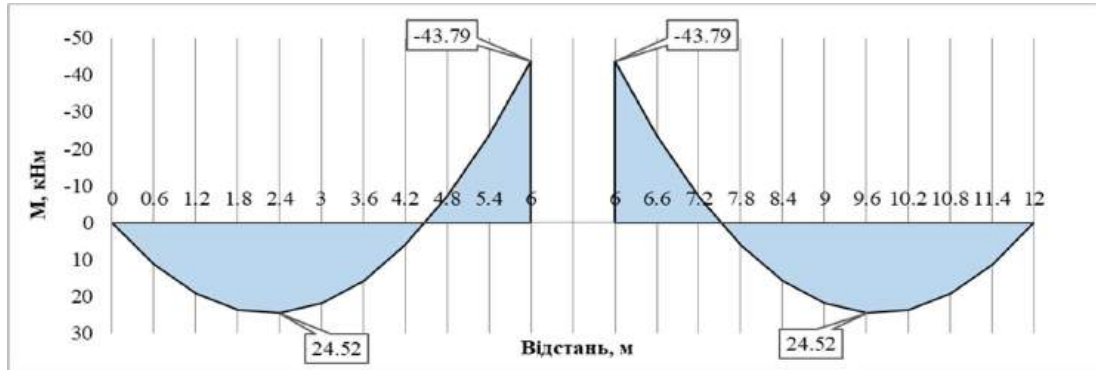
$Q_{IA} = 0,375ql =$	0,375	×	9,73	×	6,00	=	21,89	кН;
$Q_{IB} = -0,625ql =$	-0,625	×	9,73	×	6,00	=	-36,49	кН;
$M_I = M_2 = 0,07ql^2 =$	0,07	×	9,73	×	6,00 ²	=	24,52	кНм;
$M_B = -0,125ql^2 =$	-0,125	×	9,73	×	6,00 ²	=	-43,79	кНм.

(¹Джерело: розраховано і сформовано автором)

а)



б)



в)

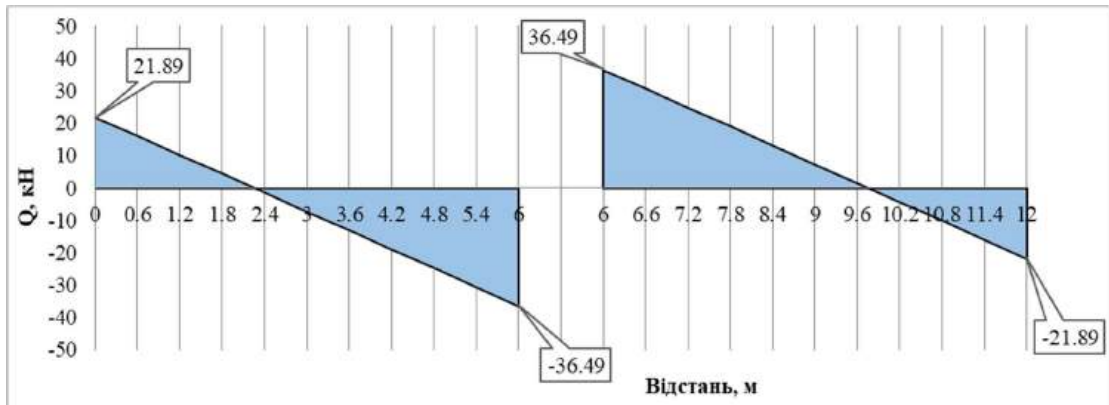


Рис. 4.5. Розрахункова схема нерозрізної перфорованої балки:

а – статична схема балки; б – епюра згинального моменту;

в – епюра поперечної сили

(побудовано автором в «Microsoft Excel»)

ЕТАП 2. Вибір класу сталі та коефіцієнтів умов роботи і надійності за відповідальністю

З випадуючого списку «Сталь класу» вибрати необхідний клас міцності сталі згідно з табл. Г.2 [15] у результаті чого автоматично визначаються розрахункові опори сталі.

З табл. 5.1. [15] і табл. 5 [13] вибрати значення коефіцієнтів відповідно умов роботи і надійності за відповідальністю згідно з конкретними даними щодо подальшого використання запроєктованої балки (табл. 4.3).

Таблиця 4.3

Клас сталі та коефіцієнти ¹

1) Прийняти клас міцності сталі		
Сталь класу	C235	
Розрахунковий опір сталі за межею текучості	$R_y =$	230 МПа;
Розрахунковий опір сталі за тимчасовим опором	$R_u =$	350 МПа;
Розрахунковий опір сталі зсуву	$R_s = 0,58 R_y =$	133,4 МПа;
Модуль пружності сталі	$E =$	206000 МПа.
Коефіцієнт Пуассона	0,3	
2) Прийняти коефіцієнти:		
коефіцієнт умов роботи	$\gamma_c =$	1
коефіцієнт надійності за відповідальністю	$\gamma_n =$	1

(¹Джерело: розраховано і сформовано автором)

ЕТАП 3. Підбір перерізу вихідного двотаврового профілю

Підбір перерізу вихідного двотаврового профілю виконується за методикою норм [15] і полягає у визначенні величини необхідного моменту опору (табл. 4.4).

Таблиця 4.4

Необхідний момент опору ¹

$$W_{nec} = \frac{M_B}{R_y \times \gamma_c / \gamma_n} = \frac{43,79 \times 10^3}{230 \times 1 / 1} = 190,37 \text{ см}^3.$$

(¹Джерело: розраховано і сформовано автором)

З випадуючого списку необхідно прийняти вихідний двотавровий профіль згідно з ДСТУ 8768:2018 (рис. 4.6). Запропонована методика розрахунку дозволяє вибрати як вихідний профіль балковий, широкополицевий чи колонний двотаври за необхідності додати їх сортамент. Для додавання нового сортаменту необхідно перейти на аркуш під назвою «Додатки_вихідні_двотаври» та вставити в комірки новий сортамент обраних профілів. Основною умовою використання нового сортаменту є вимога відповідності номерів стовпців позначенням їх характеристик (рис. 4.6).

Профіль	R	h	b _f	t _w	t _f	січення A _{см²}	I _y ^x см ⁴	W _y ^x см ³	i _y ^x см	S _y ^x см ³	I _z ^x см ⁴	W _z ^x см ³	i _z ^x см
10	7	100	55	4.5	7.2	12	198	39.7	4.06	23	17.9	6.49	1.22
12	7.5	120	64	4.8	7.3	14.7	350	58.4	4.88	33.7	27.9	8.72	1.38
14	8	140	73	4.9	7.5	17.4	572	81.7	5.73	46.8	41.9	11.5	1.55
16	8.5	160	81	5	7.8	20.2	873	109	6.57	62.3	58.6	14.5	1.7
18	9	180	90	5.1	8.1	23.4	1290	143	7.42	81.4	82.6	18.4	1.88
20	9.5	200	100	5.2	8.4	26.8	1840	184	8.28	104	115	23.1	2.07
22	10	220	110	5.4	8.7	30.6	2550	232	9.13	131	157	28.6	2.27
24	10.5	240	115	5.6	9.5	34.8	3460	289	9.97	163	198	34.5	2.37
27	11	270	125	6	9.8	40.2	5010	371	11.2	210	260	41.5	2.54
30	12	300	135	6.5	10.2	46.5	7080	472	12.3	268	337	49.9	2.69
33	13	330	140	7	11.2	53.8	9840	597	13.5	339	419	59.9	2.76
36	14	360	145	7.5	12.3	61.9	13380	743	14.7	423	516	71.1	2.89
40	15	400	155	8.3	13	72.6	19062	953	16.2	545	667	86.1	3.03
45	16	450	160	9	14.2	84.7	27696	1231	18.1	708	808	101.0	3
50	17	500	170	10	15.2	100	39727	1589	19.9	919	1043	123.0	3.23
55	18	550	180	11	16.5	118	55962	2035	21.8	1181	1356	151.0	3.39
60	20	600	190	12	17.8	138	75806	2560	23.6	1491	1725	182.0	3.54

Рис. 4.6. Сортакмент двотаврових балок (сформовано автором)

За необхідним моментом опору із сортаменту двотаврових балок приймають вихідний профіль (табл. 4.5).

Таблиця 4.5

Вихідний профіль балки ¹

Рекомендований двотавровий профіль №	20	/ДСТУ 8768:2018					
Прийнятий вихідний двотавровий профіль №	20	/ДСТУ 8768:2018					
	Профіль		Розміри, мм				
			h, мм	b _f , мм	t _w , мм	t _f , мм	R, мм
	№	20	200	100	5,2	8,4	9,5

(¹ Джерело: розраховано і сформовано автором)

Етап 4. Компонування та конструювання перфорованої балки

Змінними параметрами проектування є коефіцієнт розвитку висоти перерізу в межах $k = 1,1...1,5$ та кут нахилу похилої грані отвору до горизонту, який рекомендується приймати в межах $\alpha = 45...70^\circ$ (табл. 4.6). Компонування та

конструювання перфорованої балки виконується за формулами 3.1...3.18 з урахуванням рекомендацій норм [15]. Геометричні розміри та характеристики балки наведено в табл. 4.7.

Таблиця 4.6

Коефіцієнт k та кут α ¹

Коефіцієнт розвитку перерізу	$k =$	1,5	
Кут нахилу похилої грані отвору до горизонту	$\alpha =$	45	°

(¹Джерело: сформовано автором)

Таблиця 4.7

Розміри та геометричні характеристики перфорованих двотаврів ¹

Геометричні характеристики послабленого отвором перерізу								
A_l , см ²	y_c , см	Z_l , см	h_2 , см	I_l , см ⁴	I_x , см ⁴	$S_{m.o.}$, см ³	$W_{sup,min.}$, см ³	$W_{sup,max.}$, см ³
10,56	4,07	0,93	28,14	14,36	4209,8	148,60	3,53	15,41
			Геометричні характеристики перерізу без отвору					
			A_m , см ²	I_m , см ⁴	S_m , см ³	i_x , см	W , см ³	
			31,53	4556,5	174,60	12,02	303,77	

(¹Джерело: розраховано і сформовано автором)

Основні параметри розрізу двотаврового профілю обчислено автоматично за формулами (4.10... 4.20) і наведено в табл. 4.8.

$$H = hk; \quad (4.10) \quad \xi = k/2; \quad (4.11) \quad h_1 = H - h_o; \quad (4.12)$$

$$h_o = 2(H - h); \quad (4.13) \quad h_w = H - 2t_f; \quad (4.14) \quad a = h \times (2 \times \xi - 1); \quad (4.15)$$

$$b = 0,5h_o / \tan(\alpha); \quad (4.16) \quad C_{сер} = 3a + 2b \quad (4.17) \quad S = 2a + 2b; \quad (4.18)$$

$$C \geq 250\text{мм}; \quad C = \frac{L_{заг} - n \times (a + 2b) + (n - 1) \times a}{2}; \quad (4.19)$$

$$n = \frac{L_{заг} - 2c + a}{2a + 2b}. \quad (4.20)$$

Параметри розрізу профілю ¹

Параметри розрізу вихідного профілю								
№ профілю	k	H, мм	ξ	h_l , мм	b_f , мм	h_0 , мм	h_w , мм	a, мм
20	1,5	300	0,75	50	100	200	283,2	100
	b , мм	C , мм	$C_{сер}$, мм	α , град	S , см	$L_{заг}$, м	n , ШТ	
	100	250	500	45	400	12	29	

(¹Джерело: розраховано і сформовано автором)

Позначення всіх розмірів наведено на рис. 4.7.

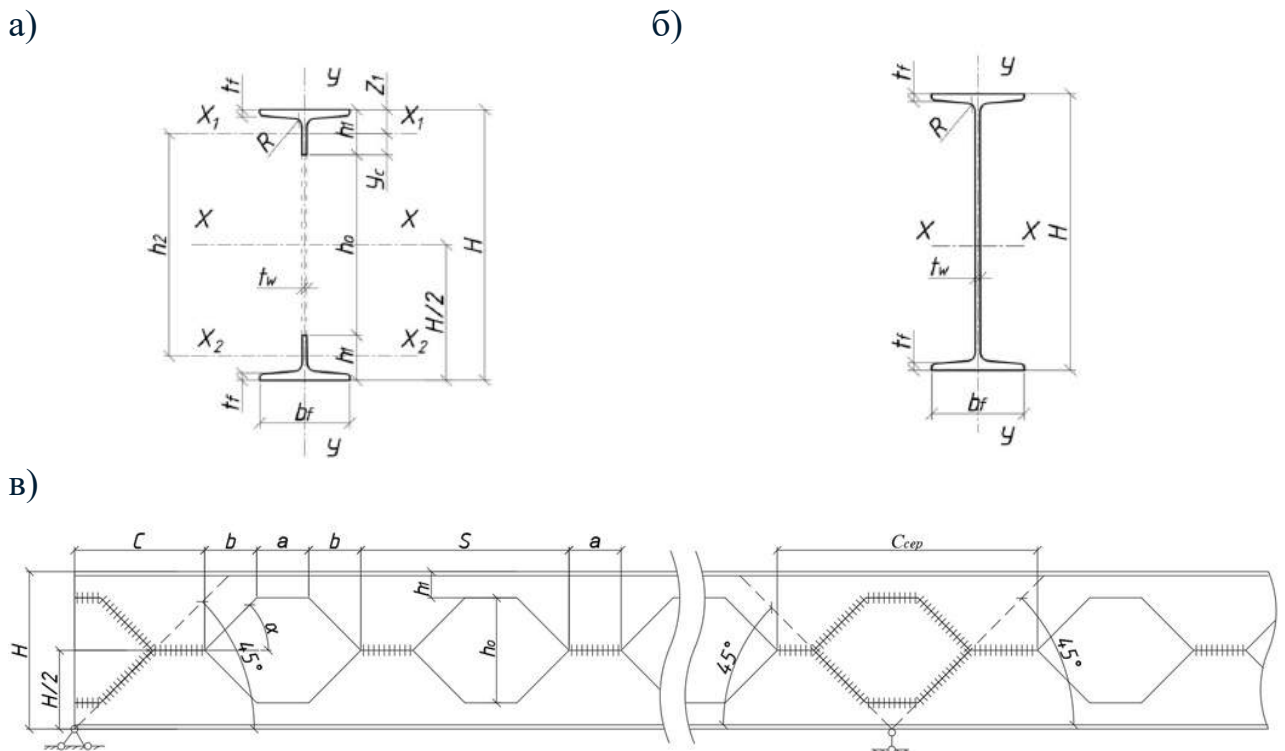


Рис. 4.7. Розміри перфорованої балки:

а – поперечний переріз з отвором; б – поперечний переріз без отвору;

в – схема ділянок балки

(сформовано автором на підставі [15])

ЕТАП 5. Перевірка жорсткості балки за граничними станами 2-ої групи

Перевірку жорсткості балки за граничними станами 2-ої групи виконують з урахуванням значень граничних прогинів, наведених в табл. 1 [18], залежно від

конкретного використання балки. При цьому необхідну умову вибирають з випадючого списку. Після цього здійснюють перевірку виконання умови (табл. 4.9).

Таблиця 4.9

Перевірка прогину балки ¹

Прийнято вертикальний відносний граничний прогин	$f_u = l/$	300.
Відповідно до пункту 23.6 [15] при визначенні прогину балки з відношенням $L/h_w > 12$ (де L – прольот балки) момент інерції перерізу балки з отворами необхідно помножити на коефіцієнт 0,95.		
$L/h_w =$	6 / 0,2832 =	21,19 > 12.
Момент інерції балки з отворами слід домножити на коефіцієнт 0.95.		
Максимальний прогин двопрольотної балки		
$f_{max} =$	$\frac{q_l l^4}{185 E I} =$	$\frac{9,73 \times 10^{-3} \times 6,00^4}{185 \times 206000 \times 4210 \times 0,95} =$
$=$	0,00827 м =	8,27 мм < $f_u =$ 20 мм. Умова виконується

(¹Джерело: розраховано і сформовано автором)

У разі невиконання умови необхідно збільшити коефіцієнт розвитку висоти перерізу k (Етап 4), якщо його значення прийнято меншим за 1,5, або збільшити номер вихідного профілю (Етап 3).

ЕТАП 6. Визначення розрахункових зусиль в перерізах перфорованої балки

Визначення розрахункових зусиль в перерізах перфорованої балки (рис. 4.8) на відстанях X_{1-1} , X_{2-2} та X_{3-3} від крайньої лівої опори (табл. 4.10) виконується автоматично за формулами 3.19...3.24 (табл. 4.11...4.13).

Таблиця 4.10

Відстані до розрахункових перерізів ¹

$X_{1-1} = L - (C_{сер} \times 0,5 + b + a) =$	600 - (50 × 0,5 +	10 +
$+ 10) =$	555 см	= 5,55 м;	
$X_{2-2} = L - (C_{сер} \times 0,5 + b) =$	600 - (50 × 0,5 +	10) =
$=$	565 см	5,65 м;	
$X_{3-3} = L =$	6,00	м.	

(¹Джерело: розраховано і сформовано автором)

Таблиця 4.12

Поперечні сили, що сприймаються тавровими перерізами ¹

Поперечна сила, що сприймається тавром, в перерізі 1-1	
$Q_1^{1-1} = Q_2^{1-1} = Q_{1-1} \frac{I_I}{I_I + I_I} =$ $= -32,11 \times \frac{14,36 \times 10^{-8}}{14,36 \times 10^{-8} + 14,36 \times 10^{-8}} =$ $= -16,05 \text{ кН} = -0,01605 \text{ МН};$	
Поперечна сила, що сприймається тавром, в перерізі 2-2	
$Q_1^{2-2} = Q_2^{2-2} = Q_{2-2} \frac{I_I}{I_I + I_I} =$ $Q^{2-2}_I = -33,08 \times \frac{14,36 \times 10^{-8}}{14,36 \times 10^{-8} + 14,36 \times 10^{-8}} =$ $= -16,54 \text{ кН} = -0,01654 \text{ МН.}$	

(¹Джерело: розраховано і сформовано автором)

Таблиця 4.13

Поперечні сили в опорних перерізах балки ¹

Поперечна сила в перерізі балки на відстані $(c + s - 0,5a)$ від крайньої лівої опори	
$Q_3 = Q_{1A} - q_l - (c + s - 0,5a) =$ $= 21,89 - 9,73 \times 0,600 = 16,05 \text{ кН} \quad 0,016055 \text{ МН.}$ <p>де</p> $(c + s - 0,5a) =$ $= (0,25 + 0,400 - 0,5 \times 0,100) = 0,60 \text{ м.}$	
Поперечна сила в перерізі балки на відстані $L - (0,5 c_{\text{сер}} + s - 0,5 a)$ від проміжної опори	
$Q_4 = Q_{1A} - q_l - L - (0,5 c_{\text{сер}} + s - 0,5 a) =$ $= 21,89 - 9,73 \times 0,054 = 21,37 \text{ кН} \quad 0,021367 \text{ МН.}$ <p>де</p> $L - (0,5 c_{\text{сер}} + s - 0,5 a) =$ $= 6,0 - (0,5 \times 0,5 + 0,400 - 0,5 \times 0,100) = 5,40 \text{ м.}$	

(¹Джерело: розраховано і сформовано автором)

ЕТАП 7. Перевірка міцності опорних частин балки за дотичними напруженнями

Перевірка міцності за дотичними напруженнями виконується як для крайньої, так і проміжної опори (табл. 4.14 і 4.15).

Таблиця 4.14

Міцність розрахункових перерізів 1-1, 2-2 і 3-3 ¹

$\tau_{1-1} = \frac{Q_{1-1} S_{m,0}}{I_x t_w} = \frac{-32,11 \times 148,60 \times 10}{4209,85 \times 0,52} = -21,80 \text{ МПа};$
$\tau_{2-2} = \frac{Q_{2-2} S_{m,0}}{I_x t_w} = \frac{-33,08 \times 148,60 \times 10}{4209,85 \times 0,52} = -22,46 \text{ МПа};$
$\tau_{3-3} = \frac{Q_{3-3} S_m}{I_m t_w} = \frac{-36,49 \times 174,60 \times 10}{4556,51 \times 0,52} = -26,89 \text{ МПа}.$

(¹Джерело: розраховано і сформовано автором)

Таблиця 4.15

Міцність перерізів опорних частин балки ¹

Міцність опорного перерізу на крайній лівій опорі	
$\tau = \frac{Q_3 s}{t a h_2} = \frac{16,05 \times 10^{-3} \times 0,40}{0,0052 \times 0,100 \times 0,2814} =$	
$= 43,89 \text{ МПа} < R_s \gamma_c / \gamma_n = 133,4 \text{ МПа}.$	<u>Умова виконується</u>
Міцність опорного перерізу на проміжній опорі	
$\tau = \frac{Q_4 s}{t a h_2} = \frac{21,37 \times 10^{-3} \times 0,40}{0,0052 \times 0,100 \times 0,2814} =$	
$= 58,42 \text{ МПа} < R_s \gamma_c / \gamma_n = 133,4 \text{ МПа}.$	<u>Умова виконується</u>

(¹Джерело: розраховано і сформовано автором)

Якщо наведені умови не виконуються, то необхідно прийняти клас сталі з вищими показниками міцності (Етап 2) або збільшити коефіцієнт розвитку висоти перерізу k (Етап 4) чи прийняти більший вихідний профіль (Етап 3).

ЕТАП 8. Визначення податливості/жорсткості болтових вузлів кріплення балки до проміжної опори

Розрахунок виконується згідно з методикою, розробленою в п.4.1, у такій послідовності.

1) З випадуючого списку «Клас міцності болтів» обирають необхідний, а розрахунковий опір болтів розтягу визначається автоматично.

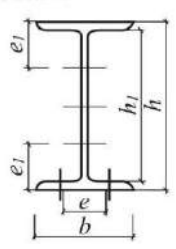
2) Приймають діаметр болтів d_b , величина якого залежить від максимально можливого діаметру отвору d_{max} для прийнятого двотаврового профілю згідно з табл. 23 [52]. Площа поперечного перерізу стержня болта A_b а також розрахункова площа поперечного перерізу стержня болта нетто у місці нарізки A_{bn} визначаються автоматично.

3) З конструктивних міркувань приймають товщину пластини t_o , на яку опирається балка, кількість болтів у з'єднанні n та мінімальну відстань від краю обпирання до центру найближчого болта згідно з рекомендаціями норм [15] (табл. 4.16).

Таблиця 4.16

Характеристики болтового з'єднання ¹

Прийнято клас міцності болтів	5,6		
Розрахунковий опір розтягу болта	$R_{bt} =$	225	МПа.
Максимально можливий діаметр отвору для болта	$d_{max} =$	17	мм.
Прийнято діаметр болтів	$d_b =$	10	мм.
Прийнято $e =$	55	мм,	згідно з табл. 23 [52].
Площа поперечного перерізу стержня болта	$A_b =$	0,79	см ² .
Площа поперечного перерізу стержня болта нетто	$A_{bn} =$	0,58	см ² .
Товщина плити, на яку опирається балка	$t_o =$	20	мм.
Кількість болтів у з'єднанні	$n =$	4	шт.
Мінімальна відстань від краю обпирання до центру найближчого болта	$x =$	50	мм.



¹ Джерело: розраховано і сформовано автором

У табл. 4.17 наведено розрахунок необхідних параметрів болтів.

Розрахункові параметри болтів ¹

1. Розрахункове зусилля у монтажному болті за дії рівномірно-розподіленого навантаження

$$N_{bt} = \frac{qL}{2n} = \frac{9,73 \times 6}{2 \times 4} = 7,30 \text{ кН.}$$

де $n=4$ – кількість болтів у з'єднанні.

2. Несуча здатність болта на розтяг

$$N_{bt}^* = A_{bn} R_{bt} = 0,58 \times 225 \times 10^{-1} = 13,05 \text{ кН.}$$

3. Перевірка достатньої міцності прийнятого болта

$$N_{bt} = 7,30 \text{ кН} < N_{bt}^* = 13,05 \text{ кН.}$$

Умова виконується.

Якщо наведена умова не виконується, то необхідно прийнятий вищий клас міцності болта або збільшити, якщо це можливо, його діаметр.

4. Видовження найбільш розтягнутого болта

$$\Delta l_b = \frac{N_{bt} \sum t}{E A_{bn}} = \frac{7,30 \times 10^{-3} \times 0,0284}{206000 \times 0,58 \times 10^{-4}} = 0,000017346 \text{ м.}$$

$$\text{де } \sum t = t_o + t_f = 20 + 8,4 = 28,4 \text{ мм} = 0,0284 \text{ м;}$$

$$A_{bn} = 0,58 \text{ см}^2; \quad E = 206000 \text{ МПа.}$$

(¹Джерело: розраховано і сформовано автором)

Величини згинальних моментів на проміжній опорі та в перерізах 1-1, 2-2 і 3-3 (див. рис. 4.8) з урахуванням деформації вузла за методикою, наведеною в п. 4.1, обчислено в табл. 4.18.

Таблиця 4.18

Згинальні моменти в розрахункових перерізах проміжної опорної частини балки

<p>Згинальний момент на проміжній опорі B з урахуванням деформації болтового з'єднання</p> $M'_B = \frac{2 \theta'_B EI_x}{L} =$ $= \frac{2 \times 0,00034692 \times 206000 \times 4209,85 \times 10^{-8}}{6,00}$ $= 0,0010 \text{ МНм} = 1,0 \text{ кНм.}$	
$\theta'_B = \arctg \frac{\Delta l_b}{x} = \arctg \frac{0,000017346}{50 \times 10^{-3}} = 0,00034692 \text{ рад.}$	
<p>Відношення величини згинального моменту на проміжній опорі, обчисленої для фактичної розрахункової схеми, до величини згинального моменту, обчисленої для ідеалізованої розрахункової схеми, (значення моментів наведено за абсолютною величиною)</p> $k_{nod} = \frac{M_B - M'_B}{M_B} = \frac{43,79 - 1,0}{43,79} = 0,977.$ <p>де $M_B = M_{3-3} = -43,79 \text{ кНм}$ – згинальний момент, визначений у статичному розрахунку.</p>	
<p>З урахуванням обчисленого значення коефіцієнту жорсткості вузла абсолютні значення моментів в розрахункових перерізах:</p> $M'_{1-1} = M_{1-1} k_{nod} = -28,35 \times 0,977 = -27,70 \text{ кНм} = -0,02770 \text{ МНм};$ $M'_{2-2} = M_{2-2} k_{nod} = -31,61 \times 0,977 = -30,89 \text{ кНм} = -0,03089 \text{ МНм};$ $M'_{3-3} = M_{3-3} k_{nod} = -43,79 \times 0,977 = -43,79 \text{ кНм} = -0,04379 \text{ МНм.}$	

(¹Джерело: розраховано і сформовано автором)

ЕТАП 9. Перевірка міцності опорної частини нерозрізної перфорованої балки за нормальними та приведеними напруженнями

Перевірку міцності за нормальними та приведеними напруженнями в розрахункових точках перерізів 1-1, 2-2 і 3-3 (табл. 4.19...4.22) виконують за формулами (3.25...3.33).

Значення моментів, поперечних сил та дотичних напружень наведено в **абсолютних** величинах.

Таблиця 4.19

Нормальні напруження в точках перерізу 1-1

$\sigma_1 = \frac{M'_{1-1} 0,5H}{I_x} + \frac{Q_1^{1-1} a}{2 W_{sup, max}} =$ $= \frac{0,02770 \times 0,5 \times 0,30}{4209,85 \times 10^{-8}} + \frac{0,01605 \times 0,10}{2 \times 15,41 \times 10^{-6}} =$ $= 150,78 \text{ МПа} < R_y \gamma_c / \gamma_n = 230,00 \text{ МПа};$	Умова виконується
$\sigma_2 = \frac{M'_{1-1} 0,5h_0}{I_x} + \frac{Q_1^{1-1} a}{2 W_{sup, min}} =$ $= \frac{0,02770 \times 0,5 \times 0,20}{4209,85 \times 10^{-8}} + \frac{0,01605 \times 0,10}{2 \times 3,53 \times 10^{-6}} =$ $= 293,13 \text{ МПа} > R_y \gamma_c / \gamma_n = 230,00 \text{ МПа};$	Умова не виконується
$\sigma_3 = \frac{M'_{1-1} 0,5h_0}{I_x} + \frac{Q_2^{1-1} a}{2 W_{sup, min}} =$ $= \frac{0,02770 \times 0,5 \times 0,20}{4209,85 \times 10^{-8}} + \frac{0,01605 \times 0,10}{2 \times 3,53 \times 10^{-6}} =$ $= 293,13 \text{ МПа} > R_y \gamma_c / \gamma_n = 230,00 \text{ МПа};$	Умова не виконується
$\sigma_4 = \frac{M'_{1-1} 0,5H}{I_x} + \frac{Q_2^{1-1} a}{2 W_{sup, max}} =$ $= \frac{0,02770 \times 0,5 \times 0,30}{4209,85 \times 10^{-8}} + \frac{0,01605 \times 0,10}{2 \times 15,41 \times 10^{-6}} =$ $= 150,78 \text{ МПа} < R_y \gamma_c / \gamma_n = 230,00 \text{ МПа}.$	Умова виконується

(¹Джерело: розраховано і сформовано автором)

Таблиця 4.20

Нормальні напруження в точках перерізу 2-2 ¹

$\sigma_5 = \frac{M'_{2-2} 0,5H}{I_x} + \frac{Q_1^{2-2} a}{2 W_{sup, max}} =$	
$= \frac{0,03089 \times 0,5 \times 0,30}{4209,85 \times 10^{-8}} + \frac{0,01654 \times 0,10}{2 \times 15,41 \times 10^{-6}} =$	
$= 163,71 \text{ МПа}$	$< R_y \gamma_c / \gamma_n = 230,00 \text{ МПа};$
Умова виконується	
$\sigma_6 = \frac{M'_{2-2} 0,5h_0}{I_x} - \frac{Q_1^{2-2} a}{2 W_{sup, min}} =$	
$= \frac{0,03089 \times 0,5 \times 0,20}{4209,85 \times 10^{-8}} - \frac{0,01654 \times 0,10}{2 \times 3,53 \times 10^{-6}} =$	
$= 160,85 \text{ МПа}$	$< R_y \gamma_c / \gamma_n = 230,00 \text{ МПа};$
Умова виконується	
$\sigma_7 = \frac{M'_{2-2} 0,5h_0}{I_x} - \frac{Q_2^{2-2} a}{2 W_{sup, min}} =$	
$= \frac{0,03089 \times 0,5 \times 0,20}{4209,85 \times 10^{-8}} - \frac{0,01654 \times 0,10}{2 \times 3,53 \times 10^{-6}} =$	
$= 160,85 \text{ МПа}$	$< R_y \gamma_c / \gamma_n = 230,00 \text{ МПа};$
Умова виконується	
$\sigma_8 = \frac{M'_{2-2} 0,5H}{I_x} + \frac{Q_2^{2-2} a}{2 W_{sup, max}} =$	
$= \frac{0,03089 \times 0,5 \times 0,30}{4209,85 \times 10^{-8}} + \frac{0,01654 \times 0,10}{2 \times 15,41 \times 10^{-6}} =$	
$= 163,71 \text{ МПа}$	$< R_y \gamma_c / \gamma_n = 230,00 \text{ МПа};$
Умова виконується	

¹Джерело: розраховано і сформовано автором)

Таблиця 4.21

Нормальні напруження в точках перерізу 3-3 ¹

$\sigma_{9,11} = \frac{M'_{3-3}}{W} = \frac{42,78 \times 10^{-3}}{303,77 \times 10^{-6}} =$	
$= 140,84 \text{ МПа}$	$< R_y \gamma_c / \gamma_n = 230,00 \text{ МПа};$
Умова виконується	

¹Джерело: розраховано і сформовано автором)

Таблиця 4.22

Приведені напруження в точках перерізів 1-1 і 2-2¹

$\sigma_{red 1} = 0,87 \sqrt{\sigma_1^2 + 3\tau_{1-1}^2} = 0,87 \times \sqrt{150,78^2 + 3 \times 21,80^2} =$	
$= 135,23 \text{ МПа} < R_y \gamma_c / \gamma_n = 230,00 \text{ МПа};$	<u>Умова виконується</u>
$\sigma_{red 2} = 0,87 \sqrt{\sigma_2^2 + 3\tau_{1-1}^2} = 0,87 \times \sqrt{293,13^2 + 3 \times 21,80^2} =$	
$= 257,13 \text{ МПа} > R_y \gamma_c / \gamma_n = 230,00 \text{ МПа};$	<u>Умова не виконується</u>
$\sigma_{red 3} = 0,87 \sqrt{\sigma_3^2 + 3\tau_{1-1}^2} = 0,87 \times \sqrt{293,13^2 + 3 \times 21,80^2} =$	
$= 257,13 \text{ МПа} > R_y \gamma_c / \gamma_n = 230,00 \text{ МПа};$	<u>Умова не виконується</u>
$\sigma_{red 4} = 0,87 \sqrt{\sigma_4^2 + 3\tau_{1-1}^2} = 0,87 \times \sqrt{150,78^2 + 3 \times 21,80^2} =$	
$= 135,23 \text{ МПа} < R_y \gamma_c / \gamma_n = 230,00 \text{ МПа};$	<u>Умова виконується</u>
$\sigma_{red 5} = 0,87 \sqrt{\sigma_5^2 + 3\tau_{2-2}^2} = 0,87 \times \sqrt{163,71^2 + 3 \times 22,46^2} =$	
$= 146,39 \text{ МПа} < R_y \gamma_c / \gamma_n = 230,00 \text{ МПа};$	<u>Умова виконується</u>
$\sigma_{red 6} = 0,87 \sqrt{\sigma_6^2 + 3\tau_{2-2}^2} = 0,87 \times \sqrt{160,85^2 + 3 \times 22,46^2} =$	
$= 143,97 \text{ МПа} < R_y \gamma_c / \gamma_n = 230,00 \text{ МПа};$	<u>Умова виконується</u>
$\sigma_{red 7} = 0,87 \sqrt{\sigma_7^2 + 3\tau_{2-2}^2} = 0,87 \times \sqrt{160,85^2 + 3 \times 22,46^2} =$	
$= 143,97 \text{ МПа} < R_y \gamma_c / \gamma_n = 230,00 \text{ МПа};$	<u>Умова виконується</u>
$\sigma_{red 8} = 0,87 \sqrt{\sigma_8^2 + 3\tau_{2-2}^2} = 0,87 \times \sqrt{163,71^2 + 3 \times 22,46^2} =$	
$= 146,39 \text{ МПа} < R_y \gamma_c / \gamma_n = 230,00 \text{ МПа};$	<u>Умова виконується</u>

¹Джерело: розраховано і сформовано автором)

Приведені напруження в точках перерізу 3-3 ¹

$$\sigma_{red\ 9,11} = 0,87 \sqrt{\sigma_{9...11}^2 + 3\tau_{3-3}^2} = 0,87 \times \sqrt{140,84^2 + 3 \times 26,89^2} =$$

$$= 129,05 \text{ МПа} < R_y \gamma_c / \gamma_n = 230,00 \text{ МПа.} \quad \text{Умова виконується}$$

(¹Джерело: розраховано і сформовано автором)

Якщо під час перевірки одна або декілька умов не виконуються, то необхідно виконати нижче наведені дії та виконати повторні перевірки:

- 1) скоригувати значення розрахункового погонного навантаження (Етап 1);
- 2) прийняти сталь вищого класу міцності (Етап 2);
- 3) прийняти наступний за порядком вихідний профіль (Етап 3);
- 4) скоригувати значення коефіцієнту розвитку висоти перерізу k (Етап 4);
- 5) скоригувати дані щодо застосованих у з'єднанні болтів (Етап 8).

ЕТАП 10. Перевірка міцності нерозрізної перфорованої балки у прольоті за нормальними та приведеними напруженнями

При перевірці напружень у прольоті необхідно обчислити відстань від лівої опори до точки з максимальним значенням згинального моменту та значення розрахункових зусиль з урахуванням коефіцієнта податливості/жорсткості k (табл. 4.24).

За обчисленими зусиллями необхідно виконати перевірки міцності перерізу балки без отвору та з отвором за нормальними та приведеними напруженнями (табл. 4.25...4.27).

Перевірка міцності за нормальними та приведеними напруженнями, значення згинальних моментів, поперечних сил та дотичних напружень наведено в **абсолютних** величинах.

Таблиця 4.24

Розрахункові зусилля у прольоті балки ¹

1. Відстань від лівої опори балки до точки з максимальним згинальним моментом
$X_{\text{пр}} = \frac{3}{4} \times L = \frac{3}{4} \times 6,00 = 4,50 \text{ м.}$
2. Абсолютний згинальний момент у прольоті після перерозподілення зусиль
$M_{\text{пр}} = \frac{M_1}{k_{\text{под}}} = \frac{24,52}{0,977} = 25,09 \text{ кНм} = 0,02509 \text{ МНм.}$
3. Поперечна сила на відстані 4,50 м
$Q_{\text{пр}} = Q_{1A} - q_l \times x_{\text{пр}} = 21,89 - 9,73 \times 4,50 = -21,89 \text{ кН} = -0,02189 \text{ МН.}$
4. Поперечна сила, що сприймається тавровим перерізом на відстані 4,50 м
$Q_{\text{пр1}} = Q_{\text{пр2}} = Q_{\text{пр}} \frac{I_I}{I_I + I_I} =$
$= -21,89 \times \frac{14,36 \times 10^{-8}}{14,36 \times 10^{-8} + 14,36 \times 10^{-8}} =$
$= -10,95 \text{ кН} = -0,01095 \text{ МН;}$

¹Джерело: розраховано і сформовано автором)

Таблиця 4.25

Перевірка міцності балки у перерізі без отвору за нормальними та приведеними напруженнями ¹

$\sigma_{\text{пр}} = \frac{M_{\text{пр}}}{W} = \frac{25,09 \times 10^{-3}}{303,77 \times 10^{-6}} =$	
$= 82,61 \text{ МПа} < R_y \gamma_c / \gamma_n = 230,00 \text{ МПа.}$	Умова виконується
$\sigma_{\text{ред пр}} = 0,87 \sqrt{\sigma_{\text{пр}}^2 + 3\tau_{\text{пр}}^2} = 0,87 \times \sqrt{82,61^2 + 3 \times 16,13^2} =$	
$= 75,87 \text{ МПа} < R_y \gamma_c / \gamma_n = 230,00 \text{ МПа.}$	Умова виконується
де $\tau_{\text{пр}} = \frac{Q_{\text{пр}} S_m}{I_m t_w} = \frac{-21,89 \times 174,60 \times 10}{4556,51 \times 0,52} = -16,13 \text{ МПа.}$	

¹Джерело: розраховано і сформовано автором)

Таблиця 4.26

Перевірка міцності балки у перерізі з отвором за нормальними
напруженнями ¹

$\sigma_{1 \text{ пр,о}} = \frac{M_{\text{пр}} 0,5H}{I_x} + \frac{Q_{\text{пр1}} a}{2 W_{\text{sup, max}}} =$ $= \frac{0,02509 \times 0,5 \times 0,30}{4209,85 \times 10^{-8}} + \frac{0,01095 \times 0,10}{2 \times 15,41 \times 10^{-6}} =$ $= 124,92 \text{ МПа} < R_y \gamma_c / \gamma_n = 230,00 \text{ МПа};$	Умова виконується
$\sigma_{2 \text{ пр,о}} = \frac{M_{\text{пр}} 0,5h_0}{I_x} + \frac{Q_{\text{пр1}} a}{2 W_{\text{sup, min}}} =$ $= \frac{0,02509 \times 0,5 \times 0,20}{4209,85 \times 10^{-8}} + \frac{0,01095 \times 0,10}{2 \times 3,53 \times 10^{-6}} =$ $= 214,60 \text{ МПа} < R_y \gamma_c / \gamma_n = 230,00 \text{ МПа};$	Умова виконується
$\sigma_{3 \text{ пр,о}} = \frac{M_{\text{пр}} 0,5h_0}{I_x} + \frac{Q_{\text{пр2}} a}{2 W_{\text{sup, min}}} =$ $= \frac{0,02509 \times 0,5 \times 0,20}{4209,85 \times 10^{-8}} + \frac{0,01095 \times 0,10}{2 \times 3,53 \times 10^{-6}} =$ $= 214,60 \text{ МПа} < R_y \gamma_c / \gamma_n = 230,00 \text{ МПа};$	Умова виконується
$\sigma_{4 \text{ пр,о}} = \frac{M_{\text{пр}} 0,5H}{I_x} + \frac{Q_{\text{пр2}} a}{2 W_{\text{sup, max}}} =$ $= \frac{0,02509 \times 0,5 \times 0,30}{4209,85 \times 10^{-8}} + \frac{0,01095 \times 0,10}{2 \times 15,41 \times 10^{-6}} =$ $= 124,92 \text{ МПа} < R_y \gamma_c / \gamma_n = 230,00 \text{ МПа};$	Умова виконується

(¹Джерело: розраховано і сформовано автором)

Таблиця 4.27

Перевірка міцності балки у перерізі з отвором за приведеними напруженнями ¹

$\sigma_{red 1 пр, о} = 0,87 \sqrt{\sigma_{1 пр,о}^2 + 3\tau_{пр,о}^2} = 0,87 \times \sqrt{124,92^2 + 3 \times 14,86^2} =$ $= 110,97 \text{ МПа} < R_y \gamma_c / \gamma_n = 230,00 \text{ МПа};$	<u>Умова виконується</u>
$\sigma_{red 2 пр, о} = 0,87 \sqrt{\sigma_{2 пр,о}^2 + 3\tau_{пр,о}^2} = 0,87 \times \sqrt{214,60^2 + 3 \times 14,86^2} =$ $= 188,04 \text{ МПа} < R_y \gamma_c / \gamma_n = 230,00 \text{ МПа};$	<u>Умова виконується</u>
$\sigma_{red 3 пр, о} = 0,87 \sqrt{\sigma_{3 пр,о}^2 + 3\tau_{пр,о}^2} = 0,87 \times \sqrt{214,60^2 + 3 \times 14,86^2} =$ $= 188,04 \text{ МПа} < R_y \gamma_c / \gamma_n = 230,00 \text{ МПа};$	<u>Умова виконується</u>
$\sigma_{red 4 пр, о} = 0,87 \sqrt{\sigma_{4 пр,о}^2 + 3\tau_{пр,о}^2} = 0,87 \times \sqrt{124,92^2 + 3 \times 14,86^2} =$ $= 110,97 \text{ МПа} < R_y \gamma_c / \gamma_n = 230,00 \text{ МПа}.$	<u>Умова виконується</u>
де $\tau_{пр, о} = \frac{Q_{np} S_{m,0}}{I_x t_w} = \frac{-21,89 \times 148,60 \times 10}{4209,85 \times 0,52} = -14,86 \text{ МПа}.$	

¹Джерело: розраховано і сформовано автором)

Якщо під час перевірки одна або декілька умов не виконуються, то необхідно виконати нижче наведені дії та виконати повторні перевірки:

- 1) скоригувати значення розрахункового погонного навантаження (Етап 1);
- 2) прийняти сталь вищого класу міцності (Етап 2);
- 3) прийняти наступний за порядком вихідний профіль (Етап 3);
- 4) коригувати значення коефіцієнту розвитку висоти перерізу k (Етап 4);
- 5) скоригувати дані щодо застосованих у з'єднанні болтів (Етап 8).

4.3. Практичні рекомендації щодо використання нерозрізних перфорованих балок

За розробленими методикою розрахунку та програмою, реалізованою в табличному процесорі «Microsoft Excel», виконано розрахунки несучої здатності нерозрізних перфорованих балок, вихідними профілями для яких є двотаврові балки №№ 20, 30, 40, 50 і 60. Детальну інформацію про їх напружено-деформований стан наведено в табл. 1 і 2 дод. В. За цими даними складено таблицю значень коефіцієнтів розвитку висоти вихідних профілів, за яких несуча здатність збільшується, а потім зменшується (табл. 4.28) і побудовано графіки залежності несучої здатності перфорованих балок від величини коефіцієнта розвитку висоти перерізу та міцності матеріалу балки (табл. 4.29).

Таблиця 4.28

Несуча здатність перфорованих балок ¹

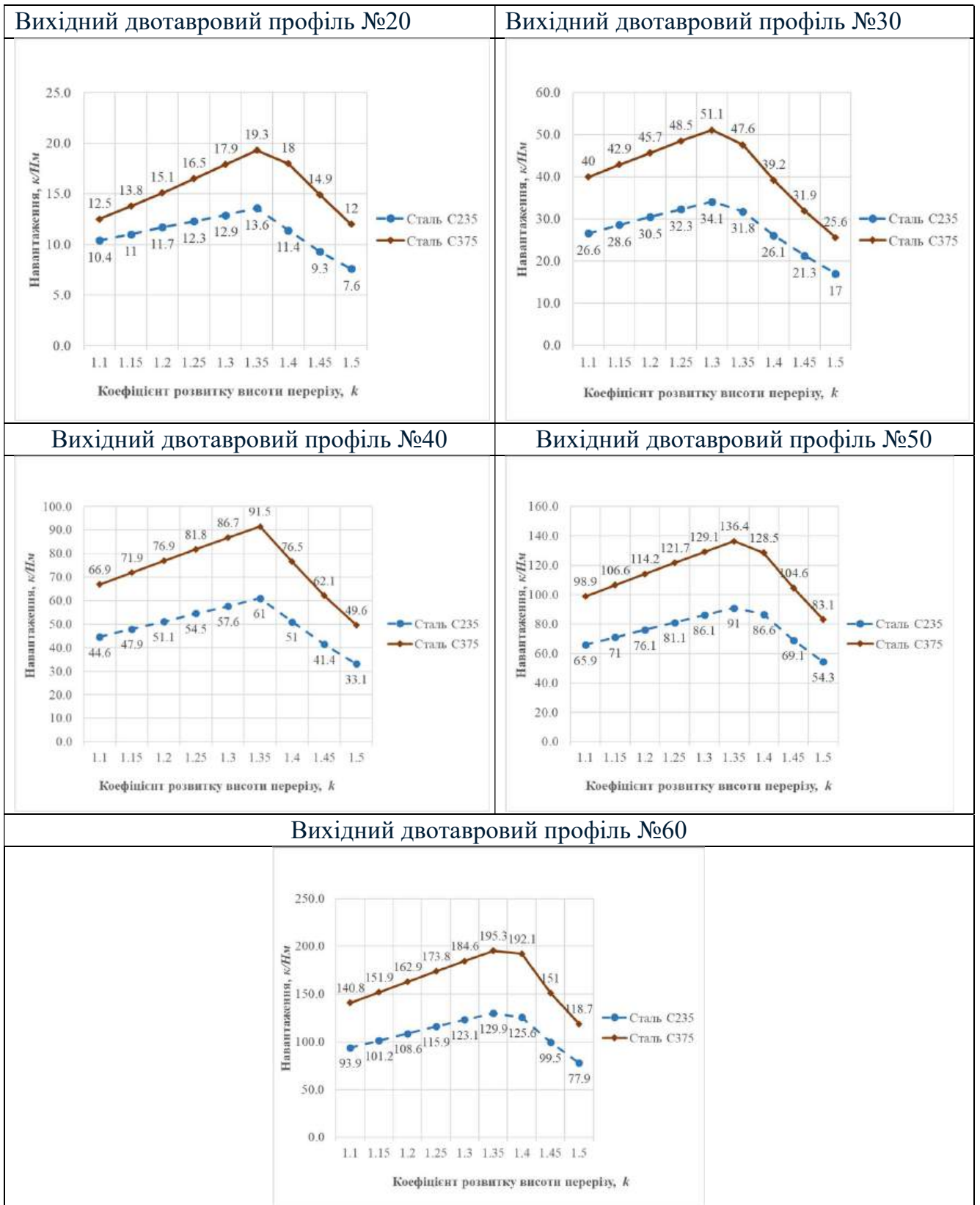
№№ з/п	Вихідний профіль	Сталь											
		С235						С375					
		збільшення несучої здатності			зменшення несучої здатності			збільшення несучої здатності			зменшення несучої здатності		
		<i>k</i>	<i>k</i>	%	<i>k</i>	<i>k</i>	%	<i>k</i>	<i>k</i>	%	<i>k</i>	<i>k</i>	%
1.	20	1,1	1,35	30,8	1,35	1,5	78,9	1,1	1,35	54,4	1,35	1,5	60,8
2.	30	1,1	1,30	28,2	1,30	1,5	100,6	1,1	1,30	27,8	1,30	1,5	99,6
3.	40	1,1	1,35	36,8	1,35	1,5	84,3	1,1	1,35	36,8	1,35	1,5	84,5
4.	50	1,1	1,35	38,1	1,35	1,5	67,6	1,1	1,35	37,9	1,35	1,5	64,1
5.	60	1,1	1,35	38,3	1,35	1,5	66,8	1,1	1,35	38,7	1,35	1,5	64,5

¹Джерело: розраховано і сформовано на підставі розробленої методики у п. 4.2)

Аналіз графіків, наведених в табл. 4.29, дозволяє зробити висновок, що для всіх розмірів вихідних двотаврових профілів спостерігається значне збільшення несучої здатності у міру збільшення величини коефіцієнта розвитку їх висоти, але лише до певного його значення, після чого несуча здатність перфорованих балок інтенсивно зменшується (див. табл. 4.28). Характер збільшення або зменшення несучої здатності є практично однаковим для всіх балок, причому найбільш напруженими є одні й ті самі точки розрахункових перерізів.

Таблиця 4.29

Графіки залежності несучої здатності нерозрізних перфорованих балок від величини коефіцієнта розвитку висоти перерізу та міцності матеріалу балки ¹

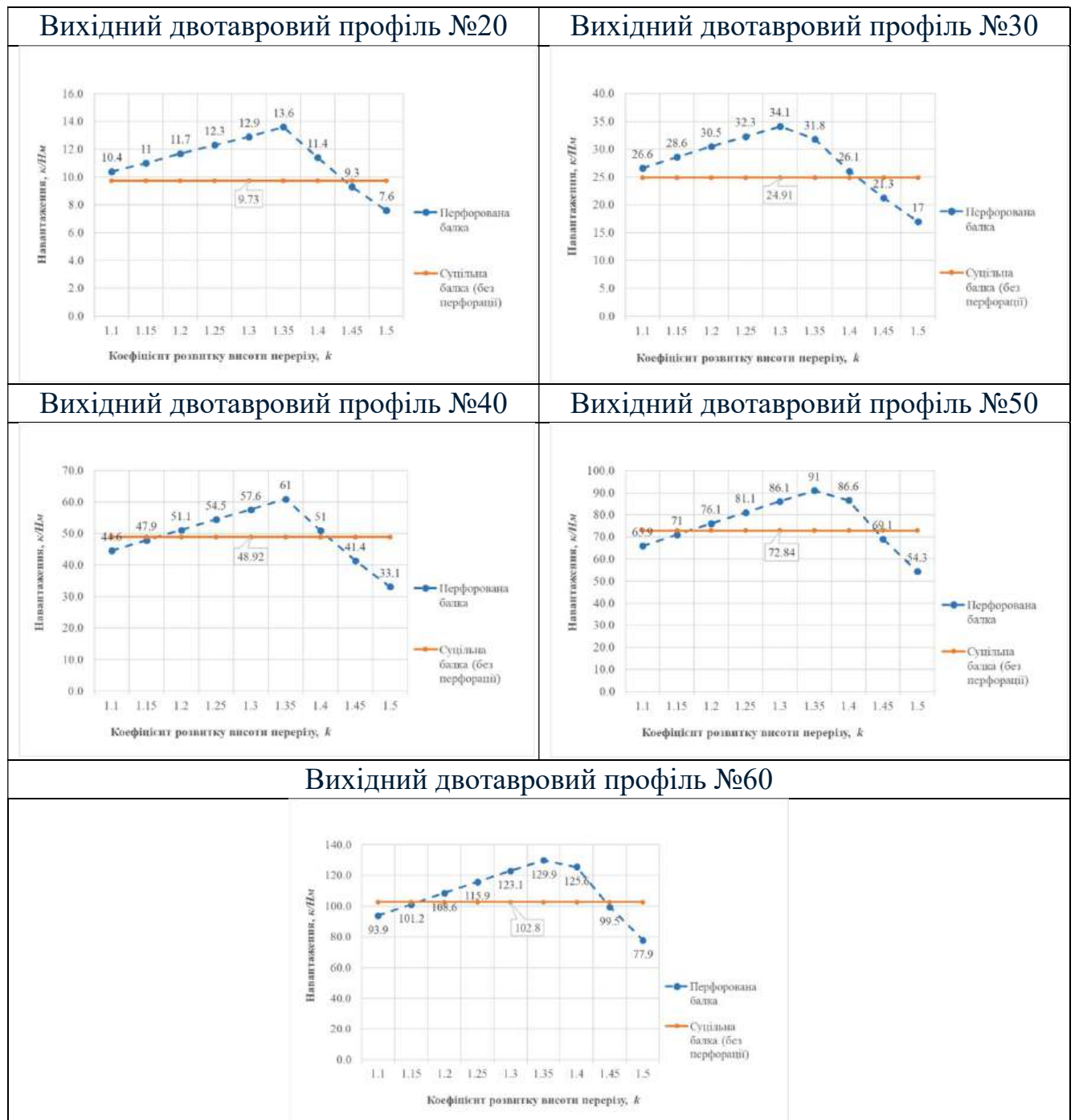


⁽¹⁾ Джерело: побудовано автором на підставі розробленої методики у п. 4.2)

Графіки, наведені в табл. 4.30 і 4.31, дозволяють встановити раціональну область використання нерозрізних перфорованих балок залежно від величин вихідного профілю та коефіцієнта розвитку висоти перерізу для сталей звичайної (С235) та підвищеної (С375) міцності.

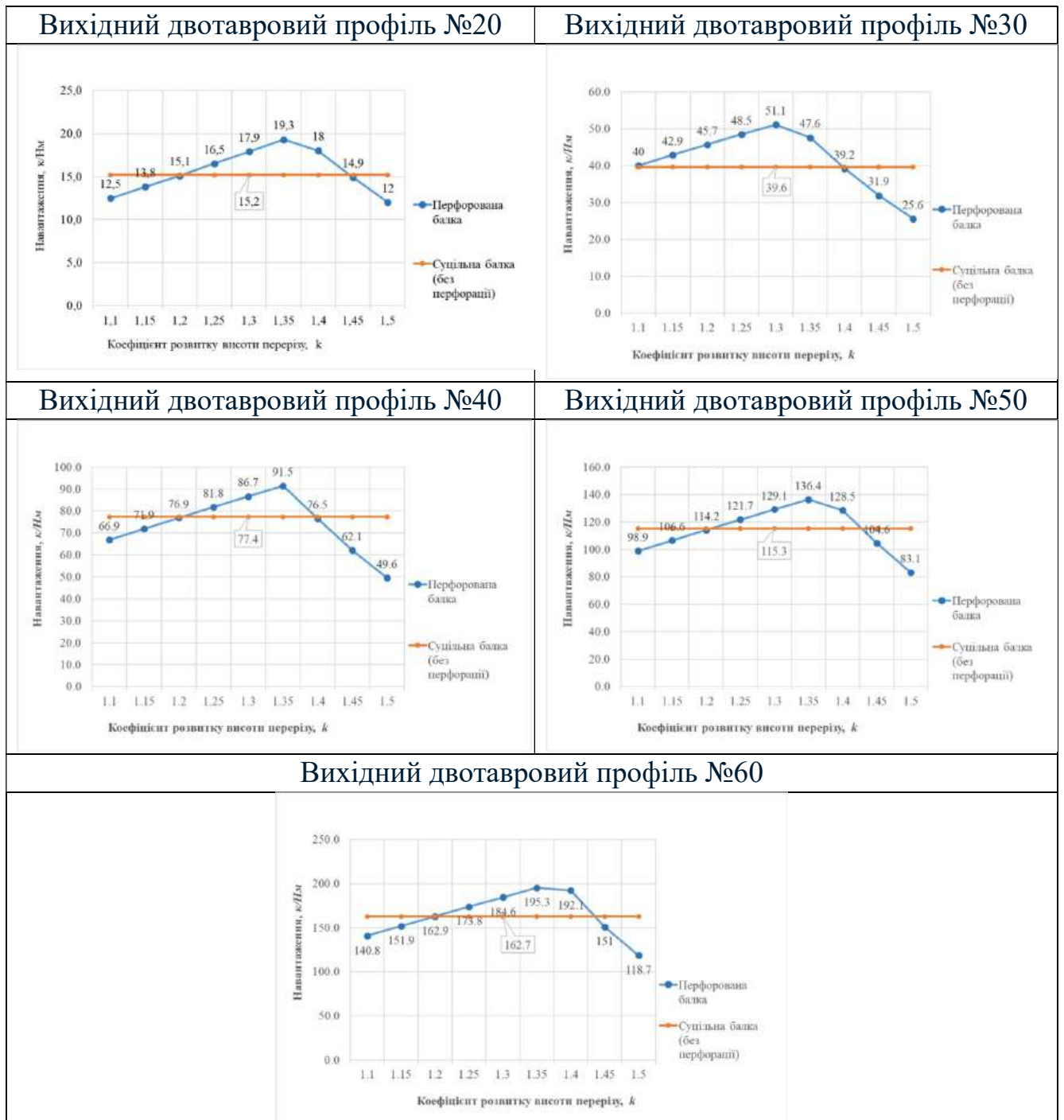
Таблиця 4.30

Графіки порівняння несучої здатності перфорованої балки зі звичайною балкою без перфорації для класу сталі С235 ¹



⁽¹⁾ Джерело: побудовано автором на підставі розробленої методики у п. 4.2)

Таблиця 4.31
Графіки порівняння несучої здатності перфорованої балки зі звичайною балкою без перфорації для класу сталі С375 ¹



¹ Джерело: побудовано автором на підставі розробленої методики у п. 4.2)

Таким чином, раціональна та найбільш ефективна з точки зору витрат сталі область використання перфорованих балок знаходиться між прямою лінією несучої

здатності балки без перфорації та кривою, що побудовано для різних коефіцієнтів розвитку висоти перерізу.

Окрім того, встановлено найбільш небезпечні ділянки по довжині нерозрізних перфорованих балок, де спостерігаються найбільші значення напружень у розрахункових точках (табл. 4.32).

Таблиця 4.32

Ділянки з найбільшими значеннями напружень залежно від величини коефіцієнта розвитку висоти перерізу ¹

№№ вихідного профілю/ розрахункове навантаження (табл. 2.4)	Коефіцієнт розвитку висоти перерізу k	Ділянки		
		біля проміжної опори	у прольоті	опорного перерізу біля проміжної опори
20/9,73	1,10...1,50	+		
30/24,91	1,10...1,25			+
	1,30...1,50	+		
40/48,92	1,10...1,35			+
	1,4...1,5	+		
50/72,84	1,10...1,35			+
	1,4...1,45	+		
	1,5		+	
60/102,81	1,10...1,35			+
	1,40...1,5		+	

(¹Джерело: розраховано і сформовано автором на підставі розробленої методики у п. 4.2)

Отримане у розробленій методиці значення коефіцієнта податливості не є сталою величиною, а змінюється залежно від діаметру болтів та класу їх міцності. Для прикладу у табл. 4.33 наведено значення цих коефіцієнтів для болтів різного діаметру класу міцності 10.9. Зі збільшенням висоти вихідних профілів ефект від використання коефіцієнту податливості збільшується, оскільки значення коефіцієнту податливості $k_{\text{под}}$ зменшується, а, отже, і суттєво зменшується значення розрахункового згинального моменту, що дає можливість забезпечити міцність розрахункових перерізів за менших витрат сталі.

Таблиця 4.33

Коефіцієнти податливості для різних діаметрів болтів класу міцності 10.9¹

№№ вихідних профілів/ розрахункове навантаження (табл. 2.4)	Коефіцієнт розвитку висоти перерізу k	Коефіцієнт податливості опори $k_{\text{под}}$				
		Діаметр болтів, мм				
		12	14	16	20	22
20/9,73	1,1	0,991	0,993	0,995	-	-
	1,15	0,991	0,993	0,995	-	-
	1,20	0,990	0,993	0,995	-	-
	1,25	0,989	0,992	0,994	-	-
	1,30	0,988	0,991	0,994	-	-
	1,35	0,987	0,991	0,993	-	-
	1,4	0,986	0,990	0,993	-	-
	1,45	0,985	0,989	0,992	-	-
	1,5	0,984	0,988	0,992	-	-
30/24,91	1,1	0,966	0,975	0,982	0,988	0,99
	1,15	0,962	0,972	0,980	0,987	0,989
	1,20	0,958	0,969	0,978	0,986	0,988
	1,25	0,955	0,967	0,976	0,984	0,987
	1,30	0,951	0,964	0,974	0,983	0,986
	1,35	0,947	0,961	0,972	0,982	0,985
	1,4	0,943	0,958	0,969	0,98	0,984
	1,45	0,939	0,956	0,967	0,979	0,983
	1,5	0,936	0,953	0,965	0,978	0,982
40/48,92	1,1	0,899	0,926	0,946	0,965	0,972
	1,15	0,888	0,918	0,940	0,962	0,969
	1,20	0,877	0,910	0,934	0,958	0,966
	1,25	0,866	0,902	0,928	0,954	0,963
	1,30	0,855	0,894	0,922	0,95	0,96
	1,35	0,844	0,866	0,916	0,946	0,957
	1,4	0,833	0,878	0,910	0,943	0,954
	1,45	0,822	0,870	0,904	0,939	0,95
	1,5	0,811	0,862	0,899	0,935	0,948
50/72,84	1,1	-	0,835	0,879	0,922	0,937
	1,15	-	0,817	0,866	0,914	0,931
	1,20	-	0,800	0,853	0,906	0,924
	1,25	-	0,781	0,840	0,897	0,917
	1,30	-	0,763	0,827	0,889	0,910
	1,35	-	0,745	0,813	0,880	0,903
	1,4	-	0,727	0,800	0,872	0,896
	1,45	-	0,709	0,787	0,864	0,890
	1,5	-	0,693	0,775	0,856	0,883
60/102,81	1,1	-	-	0,749	0,839	0,87
	1,15	-	-	0,722	0,822	0,856
	1,20	-	-	0,695	0,804	0,842
	1,25	-	-	0,667	0,787	0,828
	1,30	-	-	0,639	0,769	0,813
	1,35	-	-	0,612	0,751	0,799
	1,4	-	-	0,584	0,734	0,785
	1,45	-	-	0,558	0,717	0,771
	1,5	-	-	0,533	0,701	0,758

¹ Джерело: розраховано і сформовано автором на підставі розробленої методики у п. 4.2)

Відсутність значень коефіцієнтів податливості для перфорованих балок, отриманих з вихідного профілю №20, обумовлена неможливістю застосування у таких балках наведених діаметрів болтів величиною 20 і 22 мм згідно з рекомендаціями [52].

Відсутність значень коефіцієнтів податливості для перфорованих балок, отриманих з вихідного профілю №50 для діаметру болтів 12 мм і для балок з вихідних профілів №№50 і 60 для діаметрів болтів 12 і 14 мм обумовлена тим, що такі болти не здатні сприймати відповідне зовнішнє навантаження і зазнають руйнування при його прикладанні, тобто вимоги міцності не забезпечується.

Висновки до розділу 4

1. В результаті використання методу початкових параметрів вперше отримано залежність для обчислення коефіцієнта k , величина якого вказує, на який відсоток зростає жорсткість шарнірної опори внаслідок виникнення напружень у монтажному болті. Запропоновані за цією методикою уточнені розрахунки дають можливість обчислити фактичні напруження у перерізах, максимальні значення яких є меншими за обчислені за традиційною аналітичною методикою. Урахування реальної жорсткості шарнірних болтових з'єднань на опорах дозволяє перерозподілити зусилля по довжині балки і виконати її проектування більш раціонально.

2. В цілому методика, що пропонується, дозволяє визначити фактичну жорсткість будь-якого болтового шарнірного з'єднання з урахуванням його дійсної роботи на основі даних статичного розрахунку. Окрім того, вона дозволяє регулювати жорсткість болтового з'єднання, змінюючи діаметр болтів, їх розміщення або змінюючи розрахункову довжину болтів шляхом використання додаткових прокладок. Урахування додаткової жорсткості вузлів і, як наслідок, конструкції в цілому, дозволяє дещо розвантажити елементи і обчислити додатковий ресурс несучої здатності нерозрізних перфорованих балок.

3. Розроблено комплексну методику та програму розрахунку опорних частин багатопрольотних нерозрізних перфорованих балок, реалізовану у табличному

процесорі «Microsoft Excel», у якій удосконалено урахування фактичної жорсткості болтового з'єднання і яка дозволяє виконувати розрахунок та конструювання конструкцій, у яких змінними параметрами є: номер вихідного профілю; геометрія його розрізу; величина коефіцієнту розвитку висоти перерізу; клас сталі; величини коефіцієнтів умов роботи γ_c і надійності за відповідальністю γ_n ; величина граничного відносного прогину; клас міцності, діаметр, кількість болтів у з'єднанні та відстань між ними; геометричні розміри опорної плити нижче розташованого елемента.

4. Встановлено раціональну область використання нерозрізних перфорованих балок, виконаних з різних вихідних профілів і класів міцності сталі залежно від величини коефіцієнта розвитку перерізу.

ЗАГАЛЬНІ ВИСНОВКИ

1. Теоретичний аналіз літературних джерел став основою для моделювання методом скінченних елементів нерозрізних перфорованих балок двотаврового перерізу в цілому та чотирьох типів конструкцій їх проміжних опорних частин зокрема для балок висотою 300, 450, 600, 750 і 900 мм, які відрізняються між собою наявністю або відсутністю заварених чи незаварених отворів на ділянках опорних частин, а також наявністю або відсутністю опорних ребер жорсткості, розміщених по осі проміжної опори. Змінними параметрами таких балок, що суттєво впливають на їх несучу здатність, є: конструкція проміжної опорної частини балки; діаметр болтів для кріплення балок до проміжних опор та величина їх попереднього натягу. Нелінійний розрахунок дозволяє виконати моделювання фактичної роботи конструкції з урахуванням її реальної поведінки, в якому враховано: дійсне обпирання балок на нижче розташовані несучі конструкції, кріплення балок з використанням болтів, заздалегідь прикладене зусилля натягу болтів, задана діаграма роботи сталі за дії статичного навантаження.

2. Запропоновано до використання аналітичні формули для обчислення розрахункових зусиль та напружень в характерних точках перерізів відповідно до чинних норм проектування та розроблено формули для визначення напружень в інших розрахункових точках перерізів, які у подальшому показали таку саму збіжність, що і традиційні формули норм. Проведено числовий експеримент та виконано детальний аналіз його результатів щодо визначення напружено-деформованого стану проміжних опорних частин балок з урахуванням усіх їх конструктивних особливостей та виявлено певні закономірності для кожного типу проміжної опорної частини, для різних діаметрів болтів та величин їх попереднього натягу. На початковому етапі аналізу напружено-деформованого стану нерозрізних перфорованих балок рекомендується використовувати аналітичні формули чинних норм проектування, а для детального розрахунку програмний комплекс «LIRA-FEM», який забезпечує отримання детальної інформації щодо напружено-деформованого стану всієї конструкції з урахуванням наведених вище численних

факторів. Його застосування є особливо доцільним для якісного аналізу ділянок балок з високою концентрацією напружень. Основною причиною розбіжностей у результатах теоретичних та числових досліджень є неповне урахування класичними формулами деформацій, що виникають у зонах контакту різних елементів, та реального розподілу напружень на ділянках з'єднань через фактичне застосування лінійної моделі. Різниця напружень у розрахункових точках залежно від висоти балки, діаметру болтів та величини їх попереднього натягу становить: для першого типу опори - 0,24...36,46%, другого - 0,29...36,51%, третього - 0,23...23,79%, четвертого 0,54...22,44%. Різниця прогинів між теоретичним і лінійним розрахунком для всіх висот балок та різних типів опор коливається в межах 9,92...128,91%, а різниця між теоретичним і нелінійним розрахунком для всіх типів опор із застосуванням болтів різних діаметрів і різних зусиль попереднього натягу становить 11,85...56,4%. Різниця прогинів залежно від типу опори для різних висот балок із використанням болтів різних діаметрів і різних зусиль попереднього натягу становить 7,84%...26,01%. Збільшення діаметру болтів та рівня їх попереднього натягу практично не впливає на величини прогинів в усіх випадках, оскільки розбіжність коливається в межах 0...6,29%. Найбільшу різницю зафіксовано для балок висотою 300 мм.

3. Порівняння результатів існуючих експериментальних досліджень, отриманих під час натурального випробування Z-подібного перфорованого прогону, та напружень, обчислених у його змодельованій конструкції за запропонованою у даній роботі методикою, показало, що розбіжність величин напружень у перерізах без отвору становить 6,4...22%, у перерізах з отворами 0,3...16,5%. Значення прогину, визначеного у нелінійному розрахунку, найточніше відповідає експериментальному значенню - похибка становить 0,2%. Таким чином, запропонована у даній роботі методика розрахунку за граничними станами 1-ї та 2-ї груп дозволяє отримати задовільну збіжність результатів досліджень.

4. На основі методу початкових параметрів сформовано аналітичні залежності для визначення зусиль у болтах та їх найбільшого видовження за дії навантаження, а також для обчислення коефіцієнта, що характеризує жорсткість/податливість

з'єднання у результаті його деформування за дії навантаження. Використання цього коефіцієнта дозволяє оцінити перерозподіл зусиль у проміжній опорній частині балки і точніше порівняно з традиційним аналітичним методом визначити напруження у розрахункових точках характерних перерізів. Для балок, отриманих з вихідних профілів №20 і 30 коефіцієнт податливості опори становить в межах 0,995...0,936, а для профілів №40, 50 і 60 від 0,972 до 0,533. Таким чином, урахування величини цього коефіцієнта суттєво змінює напружено-деформований стан балки, оскільки дозволяє уточнити значення розрахункових зусиль у прольоті та на проміжній опорі балки.

5. На основі аналізу та закономірностей зміни напружено-деформованого стану перфорованих балок запропоновано науково-прикладні підходи використання певних величин коефіцієнта розвитку висоти перерізу вихідних профілів для розрахунків за методом скінченних елементів і за програмою, реалізованою у табличному процесорі «Microsoft Excel». Розрахунки за цими методиками дозволяють зменшити номер вихідного профілю для балок або збільшити зовнішнє навантаження зі збереженням несучої здатності елементів за граничними станами 1-ої та 2-ої груп. Застосування перфорації в нерозрізних балках дозволяє підвищити несучу здатність для різних вихідних двотаврових профілів, виконаних зі сталі С235 з коефіцієнтом розвитку висоти перерізу величиною, наприклад $k=1,35$, на 24,7...39,8%, а з використанням сталі підвищеної міцності С375 - на 18,2...27,0%. Або можна зменшити номер вихідного двотавра без втрати несучої здатності. Наприклад, перфорована балка, отримана з вихідного профілю №45 з коефіцієнтом розвитку висоти перерізу $k=1,35$, виконана зі сталі класу С235, може сприймати таке саме навантаження, що і балка суцільного перерізу, виконана з двотавра №50. При цьому економія металу становить 15,3 %, що можливо лише у разі урахування податливості вузла проміжної опори і зменшення, таким чином, величини розрахункового згинального моменту у 0,827 раз.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Бабенко Д. В., Доценко Н. А., Горбенко О. А. Механіка матеріалів і конструкцій. Частина 2: практикум для навчання на основі інтерактивного графічно-цифрового контенту: навч. посіб. Миколаїв : МНАУ, 2023. 208 с.

2. Безнюк Л. І., Романюк Є. В., Романюк В. В. Супрунюк В. В. Напружено-деформований стан нерозрізних перфорованих балок біля проміжних опор за дії симметричного у прольотах навантаження. *Збірник наукових праць «Ресурсоекономні матеріали, конструкції, будівлі та споруди»*. Рівне : НУВГП, 2024. Випуск 45. С. 116 – 125.

3. Безнюк Л. І., Романюк Є. В., Романюк В. В. Супрунюк В. В. Несуча здатність нерозрізних перфорованих балок біля проміжних опор. *Актуальні проблеми інженерної механіки* : тези доп. 10-ї між нар. наук.-практ. конф., м. Одеса, 5-7 червня 2024 р. Одеса : ОДАБА. С. 24–27.

4. Безнюк Л. І., Романюк Є. В., Романюк В. В. Супрунюк В. В. Моделювання проміжних опорних частин нерозрізних перфорованих балок в ПК «Ліра». *Ефективні технології і конструкції в будівництві та архітектура села* : тези доп. VII міжнар. наук.-техн. конф., м. Дубляни, 6-7 червня 2024 р. Дубляни : ЛНАУ. С. 5–6.

5. Безнюк Л. І., Романюк Є. В., Романюк В. В. Супрунюк В. В. Особливості розподілення напружень біля проміжних опор нерозрізних перфорованих балок за дії несиметричного навантаження. *Збірник наукових праць «Ресурсоекономні матеріали, конструкції, будівлі та споруди»*. Рівне : НУВГП, 2024. Випуск 46. С. 153–161.

6. Безнюк Л. І., Романюк Є. В., Романюк В. В. Супрунюк В. В., Зятюк Ю. Ю. Лінійне моделювання обпирання перфорованих балок на оголовки колон. *Актуальні проблеми інженерної механіки* : тези доп. 11-ї між нар. наук.-практ. конф., м. Одеса, 21-23 травня 2024 р. Одеса : ОДАБА. С. 150–153.

7. Безнюк Л. І., Романюк Є. В., Романюк В. В., Супрунюк В. В., Зятюк Ю. Ю. Нелінійне моделювання обпирання перфорованих балок на оголовки колон. *Збірник наукових праць "Сучасне будівництво та архітектура"*. Одеса : ОДАБА. 2025. Випуск 13. С. 57 – 67.

8. Василенко В. Б.. Напружено-деформований стан перфорованих прогонів z-подібного профілю в умовах косоного згину: дис. ... канд. техн. наук : 05.23.01 «Будівельні конструкції, будівлі та споруди» / Василенко Вадим Борисович ; Нац. ун-т водного господарства та природокористування. — Рівне, 2015. 207 с.

9. Гринберг М. Л., Лебедич І. М., Холькін В. В. та ін. Легкі металеві конструкції в Україні. *Будівництво України*. 1998. № 3. С. 19–22.

10. Гришанова А. І., Згуровська Л. П., Киричук Ю. В. Розв'язок задач проектування приладів та систем з використанням ANSYS і MATHCAD : підручник. Київ : КПІ ім. Ігоря Сікорського. Вид-во «Політехніка», 2022. 180 с.

11. Гребенніков М.М., Мірошніков В.Ю., Пекельний М.І. Теорії міцності. Складний опір [Електронний ресурс]: навч. посіб. Харків: Нац. аерокосм. ун-т ім. М. Є. Жуковського «Харків. авіац. ін-т», 2022. 162 с.

12. С Гудзь С., Годун Т., Дарієнко В. Уточнення геометричних характеристик відкритих тонкостінних поперечних перерізів. *Наука та виробництво*, 2025. С. 107-116.

13. ДБН В.1.2–14–2018. Система забезпечення надійності та безпеки будівельних об'єктів. Загальні принципи забезпечення надійності та конструктивної безпеки будівель і споруд [На заміну ДБН В. В.1.2-14-2009; чинний від 2019-01-01]. Вид. офіц. Київ : Мінрегіон України, 2018. 29 с. (Державні будівельні норми України).

14. ДБН В.1.2–2:2006. Система забезпечення надійності та безпеки будівельних об'єктів. Навантаження і впливи. Норми проектування [На заміну СНиП 2.01.07-85; чинний від 2007-10-01]. Вид. офіц. Київ : Мінрегіон України, 2006. 75 с. (Державні будівельні норми України).

15. ДБН В.2.6–198:2014. Сталеві конструкції. Норми проектування [Чинний від 2015-01-01]. Вид. офіц. Київ : Мінрегіон України, 2014. 198 с. (Державні будівельні норми України).
16. Дифучин Ю.М.; Рудаков К.М. Чисельне моделювання болтових з'єднань з ПКМ. Повідомлення 1. Створення змішаних 3d-моделей. К. : *Вісник НТУУ «КПІ». Серія машинобудування. №2 (77).* 2016.
17. Дорошук Г. П., Трач В. М. Основи будівельної механіки : підручник. Рівне : УДУВГП, 2003. 504 с.
18. ДСТУ Б В.1.2–3:2006. Система забезпечення надійності та безпеки будівельних об'єктів. Прогини і переміщення. Вимоги проектування [На заміну розділу 10 СНиП 2.01.07-85; чинний від 2007-01-01]. Вид. офіц. Київ : Мінбуд України, 2006. 10 с. (Національний стандарт України).
19. ДСТУ Б В.2.6–10–96. Конструкції будинків та споруд. Конструкції сталеві будівельні. Методи випробування навантаженням. Вид. офіц. К.: УкрНДДпроектстальконструкція. 1996.
20. ДСТУ EN ISO 6892-1:2022. Металеві матеріали. Випробування на розтягування. Частина 1. Метод випробування за кімнатної температури (EN ISO 6892-1:2019, IDT; ISO 6892-1:2019, IDT).
21. Жербін М. М. Застосування легких та особливо легких сталевих конструкцій у швидко споруджуваних універсальних будівлях. *Будівництво України*. 1994. № 5–6. С. 32–35.
22. Клименко Ф.Є., Барабаш В. М., Стороженко Л. І. Металеві конструкції : підручник. 2-е вид., випр. і доп. Львів : Світ, 2002. 312 с.
23. Левківський Д. В., Григор'єва Л. О., Сович Ю. В. Інженерні задачі теорії пружності : методичні вказівки до виконання розрахунково-графічних робіт. У 2 ч. Ч. 2. Дослідження плоского напруженого стану балки-стілки в ПК ANSYS. Вісесиметрична задача теорії пружності. Кільцева пластина. Київ : КНУБА, 2023. 80 с.
24. Металеві конструкції. Загальний курс : підручник / О. О. Нілов та ін. 2-е вид., перероб. і доп. Київ : Сталь, 2010. 869 с.

25. Налєпа О. І., Романюк Є. В., Романюк В. В., Супрунюк В. В. Місцева стійкість полиць і стінок згинальних перфорованих елементів. *Збірник наукових праць «Ресурсоекономні матеріали, конструкції, будівлі та споруди»*. Рівне : НУВГП, 2024. Випуск 45. С. 191–200.

26. Налєпа О. І., Романюк В. В., Романюк Є. В., Мишко С. В. Експериментальні дослідження малоелементної сталеві ферми покриття з двотавровим верхнім поясом змінної жорсткості прольотом 18 м. *Збірник наукових праць «Ресурсоекономні матеріали, конструкції, будівлі та споруди»*. Рівне : НУВГП, 2024. Випуск 45. С. 201–213.

27. Налєпа О. І., Чернолоз В. С., Романюк Є. В., Крижовець І. О. Підкранові балки з перфорованих двотаврів та оцінка їх втомленої міцності. *Збірник наукових праць «Ресурсоекономні матеріали, конструкції, будівлі та споруди»*. Рівне : НУВГП, 2024. Випуск 46. С. 258–265.

28. Настоящий В. А., Дарієнко В. В. Розрахунок внутрішніх зусиль в нерозрізних сталезалізобетонних балках за допомогою кінематичного методу граничної рівноваги. *Наукові записки*. Вип.10, част. III. С. 108–111. 2010.

29. Немчинов Ю. І. Метод просторових скінчених елементів (з застосуванням до розрахунку будівель та споруд) : монографія. К. : НДІБК, 1995. 386 с.

30. Нілов О. О. Металеві конструкції. Балки. Колони: навч. посіб. для студентів будівельних спеціальностей. К., 1997. 232 с.

31. Пермяков В. О. Особливості конструктивних рішень каркасних будівель, що поставляються в Україну. *Збірник наукових статей «Проблеми теорії і практики будівництва»*. Львів, 1997. Т. II. С. 81–83.

32. Пермяков В. О. Сучасний стан проблеми оптимального проектування сталевих конструкцій. *Металеві конструкції*. К., 1998. Т. 1. С. 15–18.

33. Підгурський М. І., Підгурський І. М., Слободян В. В. Дослідження методом скінчених елементів напружено-деформівного стану перфорованих сталевих балок з круглими непідсиленими та підсиленими вирізами. *Збірник*

наукових праць «Ресурсоекономні матеріали, конструкції, будівлі та споруди». Рівне : НУВГП, 2022. Випуск 40. С. 159–165.

34. Підгурський І. М., Слободян В. В., Підлужний О. М., Биків Д. З., Підгурський М. І. Моделювання напружено-деформівного стану балок з різною перфорацією стінки. *Комплексне забезпечення якості технологічних процесів та систем – 2022* : тези доп. XII міжнар. наук.-практ. конф., м. Чернігів, 2022 р. Чернігів : НУ «Чернігівська політехніка», 2022. Т. 2. С. 105.

35. Підгурський М., Сташків М., Підгурський І., Сенчишин В., Підлужний О., Биків Д., Слободян В., Підвисоцький О., Гоголюк В. Дослідження міцності перфорованих балок з однорядним та дворядним розташуванням отворів. *Міцність і довговічність сучасних матеріалів та конструкцій* : тези доп. міжнар. наук.-техн. конф., м. Тернопіль, 10-11 листопада 2022 р. Тернопіль, 2022. С. 87–88.

36. Піскунов С. О., Мицюк С. В., Мицюк Д. В., та ін. Аналіз напруженого стану болтового з'єднання з урахуванням натягу болта. *Опір матеріалів і теорія споруд*: наук.-тех. збірн. К.: КНУБА, 2024. Вип. 113 . С. 37–44.

37. Писаренко Г. С., Квітка О.Л., Уманський Е.С. Опір матеріалів: підручник 2-ге вид., допов. і переробл. К.: Вища шк., 2004. 655 с.

38. Програма для розрахунку за методом скінченних елементів. URL:<https://www.liraland.ua/solutions/functionality/fem.php>.

39. Розрахунок конструкцій у нелінійній постановці ЛІРА-САПР. URL:<https://help.liraland.com/uk-ua/high-technology-innovations/nonlinearity-in-lira-sapr.html>.

40. Романюк В. В., Безнюк Л. І., Місюк Т. Я. Конструкція нерозрізної перфорованої балки на проміжній опорі. *Problems of Emergency Situations* : матеріали міжнар. наук.-практ. конф., м Харків, 2021 р. Харків : НУЦЗУ. 2021. С. 81–82.

41. Романюк В. В., Безнюк Л. І., Супрунюк В. В. Моделювання проміжних опорних частин нерозрізних перфорованих балок в ПК «Ліра». *Сучасні будівельні конструкції з металу та деревини* : матеріали міжнар. наук.-техн. конф., м. Одеса, 2021 р. Одеса : ОДАБА. 2021. С. 7–8.

42. Романюк В. В., Василенко В. Б. Дослідження напружено-деформованого стану перфорованого двотаврового прогону в ПК „Ліра”. *Збірник наукових праць «Ресурсоекономні матеріали, конструкції, будівлі та споруди»*. Рівне : НУВГП, 2013. Випуск 27. С. 174–181.

43. Романюк В. В., Василенко В. Б. Дослідні конструкція та установка для проведення експериментальних досліджень напружено-деформованого стану перфорованого прогону Z-подібного профілю в умовах косого згину. *Збірник наукових праць «Галузеве машинобудування, будівництво»*. Полтава : ПНТУ, 2014. Випуск 3 (42). С. 102–107.

44. Романюк В. В., Василенко В. Б. Методика проведення експериментальних досліджень перфорованих прогонів в умовах косого згину. *Збірник наукових праць «Ресурсоекономні матеріали, конструкції, будівлі та споруди»*. Рівне, 2013. Випуск 25. С. 405–411.

45. Романюк В. В., Василенко В. Б. Напружений стан перфорованих елементів, що працюють в умовах косого згину. *Збірник наукових праць «Ресурсоекономні матеріали, конструкції, будівлі та споруди»*. Рівне : НУВГП, 2014. Випуск 29. С. 322–333.

46. Романюк В. В., Василенко В. Б. Покриття виробничих і громадських будівель з використанням металевих конструкцій. *Збірник наукових праць «Ресурсоекономні матеріали, конструкції, будівлі та споруди»*. Рівне : НУВГП, 2012. Випуск 24. С. 385–390.

47. Романюк В. В., Василенко В. Б. Розрахунок перфорованих елементів в програмному комплексі „Ліра”. *Збірник наукових праць «Ресурсоекономні матеріали, конструкції, будівлі та споруди»*. Рівне, 2013. Випуск 25. С. 412–417.

48. Романюк В. В., Василенко В. Б. Розрахунок перфорованих Z-подібних профілів в умовах косого згину : рекомендації. Рівне: НУВГП, 2015. 44 с.

49. Романюк В. В., Василенко В. Б., Супрунук В. В. Несуча здатність перфорованих прогонів Z-подібного профілю за косого згину : монографія. Рівне: НУВГП, 2017. 206 с.

50. Романюк В. В., Місюк Т. Я., Безнюк Л. І. Мета та завдання дослідження місцевої стійкості елементів перфорованих балок. *Problems of Emergency Situations: матеріали міжнар. наук.-практ. конф.*, м. Харків, 2021 р. Харків : НУЦЗУ. 2021. С. 83–84.
51. Романюк В. В. Металеві конструкції. Розрахунок елементів і з'єднань : навч. посіб. Рівне: НУВГП, 2014. 449 с.
52. Романюк В. В. Робочі майданчики виробничих будівель : навч. посіб. Рівне: НУВГП, 2007. 281 с.
53. Романюк В. В., Супрунюк В. В., Безнюк Л. І., Баран Д. Я., Конончук О. П. Вибір оптимальних параметрів розвитку висоти поперечного профілю перфорованих елементів. *Збірник наукових праць «Ресурсоекономні матеріали, конструкції, будівлі та споруди»*. Рівне : НУВГП, 2023. Випуск 43. С. 182 – 190.
54. Романюк В. В., Супрунюк В. В., Безнюк Л. І. Вплив жорсткості вузлових болтових з'єднань на напружено-деформований стан елементів в приопорних зонах. *Інноваційні технології у будівництві, цивільній інженерії та архітектурі* : матеріали ХІХ міжнар. наук.-практ. конф., м. Чернігів, 2021 р. Чернігів : НУ «Чернігівська політехніка». 2021. С. 258.
55. Романюк В. В., Супрунюк В. В., Безнюк Л. І. Calculation of intermediate supporting parts of inseparable perforated beams in the software complex «Lira». *Збірник наукових праць "Сучасні будівельні конструкції з металу та деревини"*. Одеса : ОДАБА, 2021. Випуск XXV. С. 130–138.
56. Романюк В. В., Супрунюк В. В., Безнюк Л. І. Напружено-деформований стан нерозрізних перфорованих балок біля проміжних опор. *Вісник НУВГП. Серія «Технічні науки»*. Рівне : НУВГП, 2021. Випуск №1(93). С. 405 – 416.
57. Романюк В. В., Супрунюк В. В., Безнюк Л. І. Напружено-деформований стан проміжних опор нерозрізних перфорованих балок за дії симетричного навантаження. *Збірник наукових праць «Ресурсоекономні матеріали, конструкції, будівлі та споруди»*. Рівне : НУВГП, 2021. Випуск 40. С. 182–190.

58. Романюк В. В., Супрунюк В. В. Варіанти створення попередніх внутрішніх напружень в конструкції кроквяної арки. *Збірник наукових праць «Ресурсоекономні матеріали, конструкції, будівлі та споруди»*. Рівне, 2008. Вип. 17. С. 233-240.
59. Романюк В. В., Супрунюк В. В. Вплив жорсткості фланцевого гребеневого вузла двошарнірної арки на перерозподіл зусиль в її елементах. *Опір матеріалів і теорія споруд : наук.-тех. збірник*. К.: КНУБА, 2021. Випуск 106. С. 236–246.
60. Романюк В. В., Супрунюк В. В. Експериментальна установка для дослідження сталюї арки та методика проведення досліду. *Збірник наукових праць «Сталезалізобетонні конструкції: дослідження, проектування, будівництво, експлуатація»*. Кривий Ріг : КТУ, 2004. Вип. 6. С. 225–229.
61. Романюк В. В., Супрунюк В. В. Експериментальні дослідження напружено-деформованого стану сталюї попередньо-напруженої перфорованої арки. *Збірник наукових праць «Ресурсоекономні матеріали, конструкції, будівлі та споруди»*. Рівне : НУВГП, 2006. Випуск 14. С. 309–317.
62. Романюк В. В., Супрунюк В. В. Експериментальні дослідження прольотних конструкцій з перфорованих елементів за складного напружено-деформованого стану. *Опір матеріалів і теорія споруд : наук.-тех. збірник*. К.: КНУБА, 2019. Випуск 103. С. 189 – 200.
63. Романюк В. В., Супрунюк В. В. Експериментально-теоретичні дослідження прогинів верхнього поясу арки з урахуванням дійсної деформованої розрахункової схеми. *Збірник наукових праць «Ресурсоекономні матеріали, конструкції, будівлі та споруди»*. Рівне : НУВГП, 2012. Випуск 24. С. 223–229.
64. Романюк В. В., Супрунюк В. В. Ефективна конструкція сталюї двошарнірної арки. *Збірник наукових праць «Ресурсоекономні матеріали, конструкції, будівлі та споруди»*. Рівне : НУВГП, 2003. Випуск 9. С. 288–293.
65. Романюк В. В., Супрунюк В. В. Деформаційний стан перфорованих елементів за косого згину. *Збірник наукових праць «Ресурсоекономні матеріали, конструкції, будівлі та споруди»*. Рівне : НУВГП, 2017. Випуск 34. С. 159–166.

66. Романюк В. В., Супрунюк В. В. Металеві конструкції. Каркаси одноповерхових промислових будівель : навч. посіб. Рівне: НУВГП, 2021. 501 с.
67. Романюк В. В., Супрунюк В. В., Місюк Т. Я., Безнюк Л. І. Вплив фактичної жорсткості болтових шарнірних з'єднань на несучу здатність елементів. *Problems of Emergency Situations* : матеріали міжнар. наук.-практ. конф., м. Харків, 2021 р. Харків : НУЦЗУ. 2021. С. 85 – 86.
68. Романюк В. В., Супрунюк В. В., Місюк Т. Я. Проблема місцевої стійкості полиць і стінок згинальних перфорованих елементів. *Вісник НУВГП. Серія «Технічні науки»*. Рівне : НУВГП, 2020. Випуск 3 (91). С. 231 – 240.
69. Романюк В. В., Супрунюк В. В. Міцність та деформативність перфорованих елементів сталеві арки : монографія. Рівне : НУВГП, 2013. 105 с.
70. Романюк В. В., Супрунюк В. В. Особливості розрахунку прольотних конструкцій з перфорованих елементів за складного напружено-деформованого стану. *Збірник наукових праць Українського державного університету залізничного транспорту*. Харків : УкрДУЗТ, 2018. Випуск 175. С. 98–108.
71. Романюк В. В., Супрунюк В. В. Перевірка міцності перфорованих згинальних та стиснуто-згинальних сталевих елементів за деформованою та недеформованою схемами. *Вісник НУВГП. Серія «Технічні науки»*. Рівне, 2004. Вип. 3 (27). С. 186–191.
72. Романюк В. В., Супрунюк В. В. Результати експериментальних досліджень сталеві крокв'яної арки з перфорованим верхнім поясом. *Збірник наукових праць «Ресурсоекономні матеріали, конструкції, будівлі та споруди»*. Рівне : НУВГП, 2008. Випуск 16. Частина 2. С. 319–324.
73. Романюк В. В., Супрунюк В. В. Розрахунки металевих конструкцій із застосуванням в них перфорованих елементів. *Збірник наукових праць «Ресурсоекономні матеріали, конструкції, будівлі та споруди»*. Рівне : НУВГП, 2010. Випуск 20. С. 277–285.
74. Романюк В. В., Супрунюк В. В. Розрахунок сталевих крокв'яних арок з перфорованим верхнім поясом за деформаційною схемою : рекомендації. Рівне : НУВГП, 2008. 27 с.

75. Романюк В. В., Супрунюк В. В. Удосконалена конструкція сталльної арки. *Наука і освіта 2005* : матеріали VIII міжнар. наук.-практ. конф., м. Дніпропетровськ, 2005р. Дніпропетровськ : Наука і освіта. Том 55. Будівництво та архітектура. 2005. С. 17–20.
76. Романюк В. В., Супрунюк В. В., Фурсович М. О., Зятюк Ю. Ю., Безнюк Л. І. Вибір раціональної конструкції ригеля надземного пішохідного переходу. *Вісник НУВГП. Серія «Технічні науки»*. Рівне: НУВГП, 2022. Випуск №2(98). С. 44 – 54.
77. Рудаков К. М., Добронравов О. А. Про вплив величини зазору між болтом та отвором на напружений стан болта однозрізного болтового з'єднання в зоні "зрізу". К. : *Вісник НТУУ «КПІ»*. Серія машинобудування. 2013. № 3. С. 62–71.
78. Стальна двосхила попередньо напружена перфорована арка: деклар. пат. на кор. мод. UA (11) 4373 Україна. МПК 7 E04B1/32; опубл. 17.01.2005р. Бюл. N1.
79. Супрунюк В. В. Стальні попередньо напружені перфоровані арки : автореф. дис... канд. техн. наук : 05.23.01. Рівне, 2007. 20 с.
80. Чихладзе Е. Д. Будівельна механіка : підручник. Харків : УкрДАЗТ, 2011. 324 с.
81. Чихладзе Е. Д. Кітов Ю. П. Вибрані задачі з опору матеріалів з розв'язаннями: навч. посіб. Харків: УкрДАЗТ, 2011. 231 с.
82. Чихладзе Е. Д. Опір матеріалів : підручник. Харків: УкрДАЗТ, 2011. 366 с.
-
83. Abad J., Franco J.M., Celorrio R., Lezáun L. Design of experiments and energy dissipation analysis for a contact mechanics 3D model of frictional bolted lap joints, *Advances in Engineering Software*. 2012. №45, P. 42–53.
84. Abdulmir Atalla Almayah. Simplified Analysis of Continuous Beams. *International journal of applied engineering research*. 2018. Vol. 13(2), P. 922-928.
85. ACB and Angelina beams. A new generation of beams with large web openings. *ArcelorMittal Europe– Long products. Sections and Merchant Bars*. ArcelorMittal, Luxembourg, 2020. 64 p.

86. Al-Azzani H., Wang W., Burgess I. Flexural-torsional buckling behavior and design for high-strength steel beams in fire conditions (includes multi-span cases). *International Journal of Structural Stability and Dynamics*. 2022. Vol. 22, № 2. P. 2250015.
87. Al-Haddad, Sinan A. Fattah, Mohammed Y., et. al. Three-dimensional analysis of steel beam-column bolted connections. *Open Engineering*, Vol. 14, Issue 1, id.20220579, 2024. 10 p.
88. Allfillich M. D., Gooke B. R., Torpac A. A. An investigation of welded open web expanded beams. *Welding journal*. 1957. №2. p. 77–88.
89. Ansys 16.0 Release Documentation, Theory and Modelling Guide. *ANSYS Inc.*, Canonsburg, PA. 2015.
90. Behr R. A., Goodspeed C. H., Henry R. M. Potential errors in structural analysis. *Journal of structural engineering*. 1989. Vol. 115, No 4.
91. Bródka J., Broniewicz M. Design of steel structures according to Eurocodes. *Engineer's handbook. PWT*; Rzeszów, 2013. (in Polish)
92. BS5950-1: 2000, Structural use of steelworks in building. *British Standard Institution*. 2000.
93. Chung K. F., Liu T. C. H., Ko A. C. H. Investigation on Vierendeel mechanism in steel beams with circular web openings. *Journal of Constructional Steel Research*. 2001. № 57: P. 467–490.
94. Chung K. F., Liu T. C. H., Ko A. C. H., Steel beams with large web openings of various shapes and sizes: an empirical design method using a generalized moment-shear interaction. *Journal of Constructional Steel Research*, Vol. 59, 2003, P. 1177–1200.
95. Dai X., Lam D., Saveri E. Numerical and experimental investigations of perforated composite beams with longitudinal web openings. *Journal of Constructional Steel Research*. 2015. Vol. 104. P. 37–48.
96. Dario Croccolo, Massimiliano De Agostinis, Stefano Fini, et al. Optimization of Bolted Joints: A Literature Review. *Metals* 13 (10), 1708. 2023. <https://doi.org/10.3390/met13101708>

97. Das P. K., Srimani S. L Handbook for the design of castellated beams. *Rotterdam: A.A. Balkema*, 1986. 86 p.
98. Doe J., Smith A. Tests of cold-formed steel built-up I-sections with circular web holes subjected to web crippling. *Thin-Walled Structures*. 2022. Vol. 180. Article 109620.
99. Ellobody E. Nonlinear analysis of cellular steel beams under combined buckling modes. *Thin Walled Structures*. 2012; №52.P . 66–79.
100. El-Sawy K. M., Swedan A. M. I., Martini M. I. Moment gradient factor of cellular steel beams under inelastic flexure. *Journal of Constructional Steel Research*. 2014. № 98. P. 20–34.
101. EN 1993-1-1:2005. Eurocode 3: Design of steel structures. Part 1-1: General rules and rules for buildings. *European committee for standardization*. Brussels. 2005. 91 p.
102. EN 1993-1-13:2022. Eurocode 3: Design of steel structures. Part 1-13: Rules for beams with large web openings. *European committee for standardization*. Brussels. 2022. 43 p.
103. Erdal F., Saka M. P. Ultimate load carrying capacity of optimally designed steel cellular beams. *Journal of Constructional Steel Research*. 2013. № 80. P/ 355–368.
104. Fares S. S., Coulson J., Dinehart D. W. AISC design guide 31: castellated and cellular beam design. *American Institute of Steel Construction*. Chicago, 2016.
105. Farshad Hashemi Rezvani, Hamid Ronagh. Span length effect on alternate load path capacity of welded unreinforced flange-bolted web connections. *Journal of Constructional Steel Research*, Vol. 138. 2017. P. 714–728.
106. Foster A. S. J., Gardner L. Stability and design of continuous steel beams in the strain-hardening range. *Journal of Constructional Steel Research*. 2017. Vol. 136. P. 162–176.
107. Geoffrey L. Kulak, John W. Fisher, John H. A. Struik. Guide to Design Criteria for Bolted and Riveted Joints. *American institute of steel construction*, Chicago, Illinois.. 1087. 352 p.

108. Gibson I. S., Jenkins B. S. An investigation of the stress and deflection in castellated beams. *Structural engineer*. 1957. № 12. P. 467–479.
109. Gkantou M., Theofanous M., Baniotopoulos C. Plastic design of hot-finished high strength steel continuous beams. *Thin-Walled Structures*. 2018. Vol. 133. P. 85–95.
110. Gkantou M., Kokosis G., Theofanous M., Dirar S. Plastic design of stainless steel continuous beams. *Journal of Constructional Steel Research*. 2019. Vol. 152. P. 68–80.
-
111. Gould H. H., Mikic B. B., Areas of contact and pressure distribution in bolted joints. *Journal of Engineering for Industr.* 1972. №94. P. 864–870.
112. Guillermo Morido-García, César De Santos-Berbel. Structural Performance of Bolted Lateral Connections in Steel Beams under Bending Using the Component-Based Finite Element Method. *Applied Sciences*, 2024, № 9, p. 3900.
113. Hammami Chaima. Numerical investigation of static behavior of bolted joints. *Journal of Theoretical and Applied Mechanics*. Vol. 60. № 3. 2022. P. 385–394.
114. Hosain M. U., Chang W. K., Neis V. V. Deflection analysis of expanded open-web steel beams. *Computers and Structural*. 1974. vol. № 2. p. 327–336.
115. Hosain M. U., Speirs W. G. Experiments on Castellated Steel Beams. *Welding research*. New York, 1973. P. 329-342.
116. Hrabok M. M., Hosain M. U. Castellated beams deflections using substructuring. *Journal of the Structural Division. Proceedings of the ASCE*. 1977. vol. 103. № 1. P. 265–268.
117. Hudz S, Gasii G, Hasenko A, et. al. Plastic bearing capacity of the steel element cross-section by internal forces combination and restraint. *Academic journal Industrial Machine Building Civil Engineering*. №2 (53), 2019. P. 73-78.
-
118. Ibrahim A. M. On the Effective Finite Element Simplification of Bolted Joints: Static and Modal Analyses, *Rochester Institute of Technology*. 2020.
119. Ireman T. Three-dimensional stress analysis of bolted single-lap composite joints. *Composite Structures*. 1998. №43. P. 195–216.

120. Jamadar A. M., Kumbhar P. D. Finite element analysis of castellated beam: A review. *International Journal of Innovative Research in Advanced Engineering*. 2014. №1(9). P/ 125–129.
121. Jia Wang, Brian Uy, Huu-Tai Thai, Dongxu Li. Behaviour and design of demountable beam-to-column composite bolted joints with extended end-plates. *Journal of Constructional Steel Research*, Vol. 144. 2018. P. 221–235.
122. John H. Bickford, Michael Oliver. Introduction to the Design and Behavior of Bolted Joints Non-Gasketed Joints. 5th Edition. Copyright 2023.
-
123. Ju S., Fan C., Wu G. H. Three-dimensional finite elements of steel bolted connections. *Engineering Structures*. 2004. №26 P. 403-413.
124. Kang L., Hong S., Liu X. Shear behaviour and strength design of cellular beams with circular or elongated openings. *Thin-Walled Structures*. 2021. № 160: 107353.
125. Kerdal D., Netherco D. A. Failure modes for castellated beams. *Journal of Constructional Steel Research*. 1984. Vol. 4(4). P. 295–315.
126. Khai Lam hanh Quang, Dung Do Thi My, Bang Truong Van. Structural analysis of continuous beam using finite element method and ANSYS software. *Journal of Materials and Construction*. 2021. Vol. 11 No. 02.
-
127. Kim J., Yoon J. C., Kang B. S. Finite element analysis and modeling of structure with bolted joints. *Applied Mathematical Modelling*. 2007. №31. P. 895–911.
128. Knowles P. R. Castellated beams. *Proceedings of the Institution of Civil Engineers*. Scotland, 1991. Vol. 90, no. 3. P. 521–536.
129. Lam Thanh Quang Khai, Do Thi My Dung, Vu Hoang Hung, Analysis of construction structure according to FEM and application in ANSYS software, *Construction Publishing House*. 2019.
130. Larson C. Bolted Joints – Design and Control, *SAE Technical Paper 860722*: 37th Annual Earthmoving Industry Conference. 1986.

131. Lawson R. M., Hicks S. J. Design of composite beams with large web openings: in accordance with Eurocodes and the UK National Annexes. *Steel Construction Institute*. 2011. 136 p.
132. Lawson R. M., Lim J., Hicks S. J., Simms W. I. Design of composite asymmetric cellular beams and beams with large web openings. *Journal of Constructional Steel Research*. 2006. №62. P. 614–629.
-
133. Lehnhoff T. F., Ko K. I., McKay M. L. Member stiffness and contact pressure distribution of bolted joints. *Journal of Mechanical Design*. 1994. № 116. P. 550–557.
134. Lee Y., Park S., Kim H. Experimental numerical investigation of perforated CFS built-up I-section columns with web stiffeners. *Engineering Structures*. 2023. Vol. 260. Article 114881.
135. Liao X., Li M., Jiao H., et. al. Buckling Analysis of Two-Span Continuous Beams with Lateral Elastic Brace under Uniform Load. *Advanced Materials Research*. 2010. Vol. 150–151. P. 1138–1142.
-
136. Li P., Li W., Wei P., et.al. Research on finite element analysis and modelling of bolted joint. *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*. 2020. №892. 012084.
137. Liu Y., Eyre J. R., Gardner L. Plastic design of continuous high-strength steel beams (hot-rolled sections). *Engineering Structures*. 2019. Vol. 180. P. 109–123.
138. Łysa M., Ruchwa M. Nonlinear static analysis of perforated beams with cellular openings. Polyoptimization and computeraided design. *Koszalin University of Technology*. 2014. № 12. P. 145–161. (in Polish)
-
139. Mantelli M. B. H., Milanez F. H., Pereira E. N., et.al. Statistical model for pressure distribution of bolted joints. *Journal of Thermophysics and Heat Transfer*. 2010. №24. 432–437.
140. Manual of steel construction: Allowable stress design. *American Institute of Steel Construction*. Chicago, Illinois. 1989. 1131 p.

-
141. Marshall M. B., Lewis R., Dwyer-Joyce R. Characterisation of contact pressure distribution in bolted joints. *Strain*. 2006. №42. P. 31–43.
142. Montgomery J. Methods for modeling bolts in the bolted joint, *ANSYS User's Conference*. 2002.
143. Morkhade S. G., Gupta L. M. Analysis of steel I-beams with rectangular web openings: experimental and finite element investigation. *Engineering Structures and Technologies*. Vilnius. 2015. Vol. 7, no. 1. P. 13–23.
144. Morkhade S. G., Gupta L. M. An experimental and parametric study on An experimental and parametric study on steel beams with web openings. *International Journal of Advanced Structural Engineering (IJASE)*. Volume 7, 2015. P 249–260.
145. Muhammad Waleed Daeyong Lee. Investigation of Bolt Grade Influence on the Structural Integrity of L-Type Flange Joints Using Finite Element Analysis. *Journal of Marine Science and Engineering*. 2025, №13 (7), 1346e
146. M. P. Son. Experimental determination of yield in beam-to-column flange connections. *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*. Vol. 687, Issue 3. 2018.
147. Mustafa Mahamid, Charles N. Gaylord. Structural Engineering Handbook, 5th Edition. *McGraw Hill Professional*, 2020. 896 p.
148. Najafi M., Wang Y. C. Behaviour and design of steel members with web openings under combined bending, shear and compression. *Journal of Constructional Steel Research*. 2017. № 128. P. 579–600.
149. Nguyen Xuan Bao, Pham Hong Giang, Vu Thanh Hai, et.al. FEM applied in calculating constructions. *Agricultural Publishing House*. 1983. Vol 1.
150. Panedpojaman P., Thepchatri T., Limkatanyu S. Novel design equations for shear strength of local web-post buckling in cellular beams. *Thin-Walled Structures*. 2014. №76. P. 92–104.
151. Panedpojaman P., Thepchatri T., Limkatanyu S. Novel simplified equations for Vierendeel design of beams with (elongated) circular openings. *Journal of Constructional Steel Research*. 2015. № 112. P. 10–21.

152. Permyakov V. A., Remennikov A. M. General purpose code for steel structures optimal design. *Computers and structures*. 1992. Vol. 43, № 6. P. 1155.
153. Pham Van Dat. Calculate the bar structure according to the FEM. *Construction Publishing House*, 2017.
154. Pham Van Nam. FEM for the continuous beam problem. *Master thesis. Hai Phong University*. 2017.
155. Pidgurskyi I., Slobodian V., Bykiv D., et.al. Investigation of the stress-strain state of beams with different types of web perforation. *Scientific Journal of TNTU*. Tern.: TNTU, 2021. Vol 103. No 3. P. 63–71.
156. Plaut R. H., Moen C. D. Lateral-torsional deformations of single-span and two-span thin-walled beams with continuous bracing. *Journal of Constructional Steel Research*. 2021. Vol. 179. P. 106534.
157. Prabha P., Marimuthu V., Seetharaman S. Experimental investigation of cold-formed steel perforated sections in flexure. *Thin-Walled Structures*. 2013. Vol. 73. P. 1–7.
158. Przemysław Saternus. Cellular Beams with Closely Spaced Web Openings – A Review of Analytical Calculation Models for Web-Post Buckling. *Advances in Science and Technology. Research Journal*. 2022. P 213–230.
-
159. Reid J. D., Hiser N. R. Detailed modeling of bolted joints with slippage, *Finite Elements in Analysis and Design*, 2005. №41, P. 547–562.
160. Rohit K., Amruta P. Optimization of Various Parameters of Castellated Beam Containing Sinusoidal Openings. *IJERT*. India. Vol. 10. 2021. P. 120–123.
161. Romaniuk V, Bezniuk L, Supruniuk V, et. al. Features of the work of continuous perforated beams near intermediate supports. *Procedia Structural Integrity*. Volume 59. 2024, P. 471–478.
162. Romaniuk V., Supruniuk V., Bezniuk L., et. al. Determination of rigidity of node bolt joints. *AIP Conference Proceedings*. Volume 2678, Issue 1. 020016. 2023. <https://doi.org/10.1063/5.0119015>

163. Romaniuk V., Supruniuk V., Bezniuk L., et. al. The Effect Of The Actual Stiffness Of Bolted Hinged Joints On The Bearing Capacity Of The Elements. *Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific-and-technical collected articles*. K.: KNUBA, 2021. Issue 107. P. 323 –332.
164. Romaniuk V. V., Supruniuk V. V., Bezniuk L. I., et. al. Performance of a rafter arch considering prestressing. *Procedia Structural Integrity*. Volume 59. 2026. P. 479–486.
165. Romaniuk V. V., Supruniuk V. V., Bezniuk L. I., et. al. Experimental studies of a steel rafter arch with a perforated upper band. *Procedia Structural Integrity*. Volume 59. 2024. P. 479–486.
166. Romaniuk V., Supruniuk V. Influence of Flexibility of Bolted Joints on Rigidity of the Hingeless Frame. *Proceedings of EcoComfort 2020. EcoComfort 2020. Lecture Notes in Civil Engineering*. Vol. 100. P 371–377. Springer, Cham. 2021.
167. Ronit Sharma¹, Ankush Kumar Jain, Vaibhav Jain. Analysis of a continuous beam by using different structural analysis methods. *International Research Journal of Engineering and Technology*. Vol. 04, Issue 09. 2017. P. 1281–1283.
168. Samadhan G. Morkhade, Laxmikant M. Gupta, 2015. An experimental and parametric study on steel beams with web openings. *International Journal of Advanced Structural Engineering*, Vol.7, 2015. P. 249-260.
169. Sameer S. Fares, John Coulson, David W. Dinehart. Castellated and cellular beam design. *American institute of steel construction*, Chicago, Illinois. 2016. 110 p.
170. Schafer B. W., Glauz R. Generalized Elastic Lateral-Torsional Buckling of I-Beam Members (framework applicable to continuous spans). *Journal of Structural Engineering*. 2025. Vol. 151, № 1. P. 04024192.
171. Shardakov I., et al. Beam to column flange connection: from elasticity to destruction (theory and experiment). *Procedia Structural Integrity*. Volume 132018. 2018. P. 1324–1329.
172. Shardakov I., Shestakov A., Glot I. Experimental and Theoretical Study of Deformation Processes in a Flange Connection of Iron Beams. *Procedia Structural Integrity*. Vol. 92018. P. 207–214.

173. Shin H., Bradford M. Test, numerical investigation and design of perforated AHSS I-shaped built-up beams. *Journal of Constructional Steel Research*. 2024. Vol. 210. Article 110–123.
174. Sonck D., Van Impe R., Belis J. Experimental investigation of residual stresses in steel cellular and castellated members. *Construction and Building Materials*. 2014; №54: P. 512–519.
175. Specifications for Assembly of Structural Joints Using High Tensile Steel Bolts, *American institute of steel construction*, Chicago, Illinois. 2020.
176. Specification for Structural Steel Buildings (ANSI/AISC 360-16) (PDF). *American institute of steel construction*, Chicago, Illinois. 2016. p. 16.1–126.
177. Sun C., Linzell D. G., Puckett J. A., et.al. Experimental Evaluation on Lateral Torsional Buckling Resistance of Continuous Steel Stringers. *Engineering Journal*. 2023. Vol. 60, № 1. P. 1–19.
178. Sun C., Linzell D. G., Puckett J. A. Experimental Study of Continuous-Beam Lateral Torsional–Buckling Resistance with a Noncomposite Concrete Deck. *Journal of Structural Engineering (ASCE)*. 2022. Vol. 148, № 4. P. 04022017.
179. The Westok Cellural Beam Pocket Guide. *Kloeckner Metals UK*. Westok, London, 2020. 36 p.
180. Tsavdaridis K. D., D’Mello C. Experimental and numerical investigation of the structural performance of perforated steel beams with different web opening shapes. *Engineering Structures*. 2012. Vol. 36. P. 50–64.
181. Tsavdaridis K. D., D’Mello C. Optimisation of novel elliptically-based web opening shapes of perforated steel beams. *Journal of Constructional Steel Research. Elsevier Science*, 2012. Vol. 76. P. 39–53.
182. Tsavdaridis K. D., D’Mello C. Vierendeel Bending Study of Perforated Steel Beams with Various Novel Shapes of Web Openings, through Non-linear Finite Element Analyses. *ASCE Journal of Structural Engineering*, 2012. № 138(10). P. 1214–1230.

183. Tsavdaridis K. D., D'Mello C. Web Buckling Study of the Behaviour and Strength of Perforated Steel Beams with Different Novel Web Opening Shapes. *The Journal of Constructional Steel Research*, Vol. 67, Issue 10, 2011, P. 1605-1620.
184. Tsavdaridis K. D., Faghieh F., Nikitas N. Assessment of perforated steel beams with web openings under fire loading. *Thin-Walled Structures*. 2017. Vol. 120. P. 331–340.
185. Tsavdaridis D. K., Galiatsatos G. Assessment of cellular beams with transverse stiffeners and closely spaced web openings. *Thin-Walled Structures*. 2015. № 94. P. 636–650.
186. Tsavdaridis K. D., Kingman J. J., Toropov V. V. Application of structural topology optimisation to perforated steel beams. *Computers and Structures*. 2015. №158. P. 108–123.
187. Tsavdaridis K. D. Structural Performance of Perforated Steel Beams with Novel Web Openings and with Partial Concrete Encasement, *City University, London*, 2010.
188. Vagelis Plevris, Afaq Ahmad. Deriving Analytical Solutions Using Symbolic Matrix Structural Analysis: Part 1. Continuous Beams. 5th Edition.
189. Vardenier J. Design Rules for Predominantly Statically loaded Welded Joints in Circular Hollow Sections. Doc. XV-436-79.1979.
190. Vierendeel A. Theorie general a des pontres Vierendeel. Paris, 1900.
191. Ward J. K. Design of composite and non-composite cellular beams. *The Steel Construction Institute*, 1990, SCI P–100.
192. Xue-Chun Liu, et al. Tension–bend–shear capacity of bolted-flange connection for square steel tube column. *Engineering Structures*. Volume 20115, Article 109798. 2019.
193. Zaarour W., Redwood R. Web buckling in thin webbed castellated beams. *Journal of Structural Engineering*, Vol.122, No.8, 1996, paper 11030.
194. Zhao J., Ding W. Tests and design method on overall buckling behaviours of welded I-section two-span continuous beams for Q460 high strength steel. *Engineering Structures*. 2022. Vol. 253. P. 113789.

195. Zhao J., Li J., Ding W. Experimental and numerical study on overall buckling behavior of Q460 high-strength steel continuous beams with welded singly symmetric I-section. *Engineering Structures*. 2023. Vol. 280. P. 115678.

196. Żyliński B., Buczkowski R. Analysis of bolt joint using the finite element method. *Archive of Mechanical Engineering*. 2010. LVII. P. 275–292.

197. Program for calculation using the finite element method. [Online]. Available: <https://www.liraland.ua/solutions/functionality/fem.php>.

198. Calculation of structures in a nonlinear formulation «LIRA-FEM». [Online]. Available: <https://help.liraland.com/uk-ua/high-technology-innovations/nonlinearity-in-lira-sapr.html>.

199. <https://engineering.purdue.edu/~ce474/Docs/DA6-BeamFormulas.pdf>

ДОДАТКИ

Додаток А

Таблиця 1

Узагальнений аналіз досліджень перфорованих елементів

№№ з/п	Автори	Методи дослідження	Питання, що розглядались
1	2	3	4
1.	ArcelorMittal (2020)	Практичні розрахункові методики + МСЕ	Систематизація застосування балок з шестикутними та круглими отворами.
2.	Chung, Liu, Ko (2001)	МСЕ (Vierendeel-аналіз)	Визначено роль механізм Віренделя у балках з круглими отворами.
3.	Chung, Liu, Ko (2003)	МСЕ + емпіричні моделі	Розроблено узагальнені діаграми момент-зсув для отворів різних форм.
4.	Dai, Lam, Saveri (2015)	МСЕ + експеримент	Аналіз сталезалізобетонних балок з поздовжніми отворами; уточнені моделі сумісної роботи.
5.	Das & Srimani (1986)	Аналітичні схеми	Практичний посібник для балок з шестикутними отворами.
6.	Doe & Smith (2022)	МСЕ + тести	Аналіз пошкодження стінки у холодногнутих профілях з отворами.
7.	Ellobody (2012)	Нелінійний МСЕ	Досліджено комбіновані методи втрати стійкості комірчастих балок.
8.	El-Sawy et al. (2014)	МСЕ	Введено коефіцієнт градієнта моменту для непружного згину.
9.	Erdal & Saka (2013)	Оптимізаційний МСЕ	Розраховано граничну несучу здатність оптимальних комірчастих балок.
10.	AISC Guide (2016)	Практичні моделі + МСЕ-перевірка	Методики для проектування балок з шестикутними отворами та комірчастих балок.
11.	Gibson & Jenkins (1957)	Аналітичні методи	Перші дослідження напружень і прогинів у балках з шестикутними отворами.
12.	Hosain et al. (1974)	Числові методи	Розрахунок прогинів балок з отворами в стінці.
13.	Hosain & Speirs (1973)	Експерименти	Базова перевірка моделей балок з шестикутними отворами.
14.	Hrabok & Hosain (1977)	Метод підструктур	Моделювання прогинів.
15.	Jamadar & Kumbhar (2014)	МСЕ-огляд	Систематизація досліджень балок з шестикутними отворами.
16.	Kang, Hong, Liu (2021)	МСЕ + аналітика	Аналіз зсувної поведінки комірчастих балок з круглими/овальними отворами.
17.	Knowles (1991)	Аналітичний підхід	Практичні методи для балок з шестикутними отворами.
18.	Lawson & Hicks (2011)	МСЕ + розрахункові схеми	Композитні балки з великими отворами (Eurocode).
19.	Lawson et al.(2006)	МСЕ + експеримент	Composite asymmetric cellular beams.

Продовження табл. 1

1	2	3	4
20.	Lee, Park, Kim (2023)	МСЕ + тести	Перфоровані холодногнуті колони зі ребрами жорсткості.
21.	Łysa & Ruchwa (2014)	Нелінійний МСЕ	Посткритичний аналіз комірчастих балок.
22.	Morkhade & Gupta (2015a)	МСЕ + експеримент	Балки з прямокутними отворами.
23.	Morkhade & Gupta (2015b)	Параметричний МСЕ + експеримент	Вплив різних типів вирізів на поведінку балок.
24.	Najafi & Wang (2017)	МСЕ	Моделі взаємодії згин–зсув–стиск у балках з отворами.
25.	Panedrojaman et al. (2014)	Аналітика + МСЕ	Нові рівняння для міцності на зсув у разі згину стінок між отворами.
26.	Panedrojaman et al. (2015)	Аналітика + МСЕ	Спрощені рівняння для аналізу Віренделя.
27.	Pidgurskyi et al. (2021)	МСЕ	Порівняння напружено-деформованого стану різних типів отворів.
28.	Prabha et al. (2013)	Експеримент + МСЕ	Холодногнуті профілі за згину.
29.	Saternus (2022)	Огляд МСЕ-моделей	Аналіз згину перемичок для близько розташованих отворів.
30.	Rohit & Amruta (2021)	Оптимізація + МСЕ	Синусоїдальні отвори, параметрична оптимізація.
31.	Romaniuk et al. (2024a)	МСЕ	Робота балок біля проміжних опор.
32.	Romaniuk et al. (2024)	Експеримент	Сталеві арки з перфорованим верхнім поясом.
33.	Shin & Bradford (2024)	МСЕ + експеримент	АНСС-балки з отворами; моделювання + тестування.
34.	Tsavdaridis & D’Mello (2012a)	МСЕ + експеримент	Порівняння різних форм отворів.
35.	Tsavdaridis & D’Mello (2012b)	МСЕ + оптимізація	Оптимізація еліптичних отворів.
36.	Tsavdaridis & D’Mello (2012c)	Нелінійний МСЕ	Аналіз згину Віренделя за методом довжини дуги.
37.	Tsavdaridis & D’Mello (2011)	МСЕ	Поведінка згину для різних форм отворів.
38.	Tsavdaridis et al. (2017)	МСЕ + пожежні моделі	Поведінка балок з отворами під час пожежі.
39.	Tsavdaridis & Galiatsatos (2015)	МСЕ	Вплив ребер жорсткості та близько розташованих отворів
40.	Tsavdaridis, Kingman, (2015)	Топологічна оптимізація + МСЕ	Оптимізація перфорованих балок.
41.	Tsavdaridis (2010)	МСЕ + часткове залізобетонування	Композитна поведінка перфорованих балок.
42.	Plevris & Ahmad (2019/2020)	Аналітичні матричні методи	Символьний підхід до безперервних балок (може адаптуватися до перфорованих).

Продовження табл. 1

1	2	3	4
43.	Василенко В.Б.	Експерименти+аналітичні методи+ МСЕ	Робота та напружено-деформований стан Z-подібних профілів.
44.	Налепа О.І.	Експерименти+аналітичні методи	Робота та напружено-деформований стан шпренгельної ферми з перфорованим верхнім поясом.
45.	Підгурський М.І.	МСЕ	Перфоровані балки з отворами різної конфігурації.
46.	Романюк В.В.	Експерименти+аналітичні методи+ МСЕ	Робота та напружено-деформований стан попередньо-напруженої арки з перфорованим верхнім поясом, Z-подібних профілів, нерозрізних перфорованих балок.
47.	Супрунюк В.В.	Експерименти+аналітичні методи+ МСЕ	Робота та напружено-деформований стан попередньо-напруженої арки з перфорованим верхнім поясом, Z-подібних профілів, нерозрізних перфорованих балок.
48.	Чорнолоз В.С.	Експерименти+аналітичні методи	Робота та напружено-деформований стан перфорованої підкранової балки змінної по довжині жорсткості.

Таблиця 2

Узагальнений аналіз досліджень нерозрізних балок

№№ з/п	Автори	Методи дослідження	Питання, що розглядалися
1	2	3	4
1.	Abdulmir Atalla Almayah (2018)	Спрощений аналітичний підхід, порівняння з існуючими моделями	Стійкість і міцність нерозрізних балок; вплив навантаження, величини прольотів і жорсткісних елементів на граничні стани.
2.	Foster A. S. J., Gardner L. (2017)	Теоретичний та числовий аналіз; урахування пластичності	Стійкість у зоні пластичних деформацій; критерії бічно-крутильної втрати стійкості та рекомендації для проєктування.
3.	Gkantou M., Theofanous M., Baniotopoulos C. (2018)	Пластичний розрахунок, моделювання високоякісної сталі	Методи пластичного проєктування нерозрізних балок з високоміцної сталі; оцінка несучої здатності.
4.	Gkantou M., Kokosis G., Theofanous M., Dirar S. (2019)	Пластичний аналіз і числове моделювання	Розрахунок балок з нержавної сталі; вплив матеріальних характеристик на несучу здатність.
5.	Khai Lam T. Q., Dung Do T. M., Bang T. V. (2021)	Метод скінчених елементів, ANSYS	Розрахунок напружено-деформованого стану балок; вплив геометрії та навантажень.
6.	Liao X., Li M., Jiao H. та ін. (2010)	Аналітичні методи, числовий розрахунок	Втрата стійкості двопрольотних балок з пружним розпіром; вплив рівномірного навантаження.

Продовження табл. 2

1	2	3	4
7.	Liu Y., Eyre J. R., Gardner L. (2019)	Пластичний розрахунок, експериментальні дані	Розрахунок балок з високоміцної сталі; уточнення інженерних моделей для практики.
8.	Pham Van Nam (2017)	Метод скінчених елементів (МСЕ)	Числовий розрахунок нерозрізних балок; перевірка точності МСЕ у задачах статички.
9.	Plaut R. H., Moen C. D. (2021)	Теоретичний аналіз, моделювання	Бічно-крутильні деформації одно- та двопрольотних тонкостінних балок з безперервним розпіром.
10.	Romaniuk V., Bezniuk L., Supruniuk V. та ін. (2024)	Числовий аналіз, моделювання перфорованих елементів	Робота балок з отворами в зоні проміжних опор; вплив геометрії отворів на жорсткість і несучу здатність.
11.	Sharma R., Jain A., Jain V. (2017)	Порівняння різних методів розрахунку	Аналіз нерозрізних балок різними числовими методами; визначення ефективності підходів.
12.	Schafer B. W., Glauz R. (2025)	Узагальнений аналітичний підхід	Теорія бічно-крутильної стійкості для багатопрольотних балок; розробка універсального підходу.
13.	Sun C., Linzell D. G., Puckett J. A., Rageh A. (2023)	Експериментальні дослідження	Опір бічно-крутильному згину сталевих нерозрізних балок; перевірка експериментом.
14.	Sun C., Linzell D. G., Puckett J. A. (2022)	Експериментальні тести, аналіз	Вплив бетонної плити (некомпозитної) на стійкість балок; розробка рекомендацій.
15.	Vagelis Plevris, Afaq Ahmad (5-е вид.)	Символьний матричний структурний аналіз	Аналітичні рішення задачі нерозрізних балок; розвиток методів точного розрахунку.
16.	Zhao J., Ding W. (2022)	Експерименти, розробка методики розрахунку	Загальна втрата стійкості двопрольотних балок з високоміцної сталі Q460.
17.	Zhao J., Li J., Ding W. (2023)	Експериментальні та числові дослідження	Втрата стійкості балок з асиметричним зварним перерізом; оцінка ефективності моделей.
18.	Романюк В.В., Безнюк Л.І., Супрунюк В.В.	Аналітичні методи, числовий розрахунок, метод скінчених елементів	Робота балок з отворами в зоні проміжних опор; вплив геометрії отворів на жорсткість і несучу здатність, розробка конструкції проміжної опори.

Таблиця 3

Узагальнений аналіз досліджень болтових з'єднань

№№ з/п	Автори	Методи дослідження	Питання, що розглядалися
1	2	3	4
1.	Abad J., Franco J.M., Celorrio R., Lezáun L. (2012)	3D моделювання контактної механіки, експерименти	Жорсткість і енергоємність болтових з'єднань; уточнення параметрів контакту.

Продовження табл. 3

1	2	3	4
2.	Marshall M.B., Lewis R., Dwyer-Joyce R. (2006)	Експериментальні вимірювання тиску	Розподіл контактного тиску в болтових з'єднаннях.
3.	Montgomery J. (2002)	Методика моделювання болтів в ANSYS	Підходи до числового представлення болтів у вузлах.
4.	Reid J.D., Hiser N.R. (2005)	МСЕ-моделювання з урахуванням ковзання	Деталізоване моделювання роботи болтів зі зсувами.
5.	Żyliński B., Buczkowski R. (2010)	Метод скінчених елементів	Аналіз напружено-деформованого стану болтових вузлів.
6.	Gould H.H., Mikic B.B. (1972)	Теоретичний аналіз, експеримент	Контактні площі та розподіл тиску в болтових з'єднаннях
7.	Ibrahim A.M. (2020)	МСЕ-спрощення, статичний і модальний аналіз	Спрощення моделей болтових з'єднань для розрахунків.
8.	Ireman T. (1998)	3D МСЕ для композитних з'єднань	Напруження в одно-лапових композитних болтових вузлах.
9.	Ju S., Fan C., Wu G.H. (2004)	Тривимірні скінчені елементи	Сталеві болтові з'єднання за дії складних навантажень.
10.	Kim J., Yoon J.-C., Kang B.-S. (2007)	МСЕ-моделювання	Розрахунок конструкцій з болтовими вузлами.
11.	Lehnhoff T.F., Ko K.I., McKay M.L.	Теоретичні моделі, експерименти	Жорсткість елементів та розподіл тиску.
12.	Li P., Li W., Wei P., Wang Q. (2020)	МСЕ-аналіз	Числове моделювання болтових вузлів.
13.	Mantelli M.B.H., Milanez F.H., Pereira E.N., Fletcher L.S. (2010)	Статистичне моделювання	Розподіл тиску у з'єднаннях; стохастичні підходи.
14.	Al-Haddad S., Fattah M.Y. та ін. (2024)	3D аналіз	Болтові вузли у сталевих балках-колонах.
15.	Croccolo D., De Agostinis M., Fini S. та ін. (2023)	Огляд літератури, оптимізація	Методи оптимізації роботи болтових з'єднань.
16.	Hashemi Rezvani F., Ronagh H. (2017)	МСЕ, аналітичні розрахунки	Вплив прольоту на роботу болтово-зварних з'єднань.
17.	Kulak G.L., Fisher J.W., Struik J.H.A. (1987/2001)	Класичний посібник, експерименти	Критерії проєктування болтових та заклепкових вузлів.
18.	Morido-García G., De Santos-Berbel C. (2024)	МСЕ на основі компонентів	Бокові болтові з'єднання балок на згин.
19.	Hammami C. (2022)	Числове дослідження, статичний аналіз	Поведінка болтових з'єднань за дії статичного навантаження
20.	Wang J., Uy B., Thai H.-T., Li D. (2018)	Експерименти, МСЕ	Знімні сталезалізобетонні болтові вузли з торцевими пластинами.
21.	Bickford J.H., Oliver M. (2023)	Теоретичні моделі, практичні приклади	Поведінка негерметичних болтових вузлів.
22.	Larson C. (1986)	Технічний звіт SAE, розрахунки	Методи контролю та проєктування болтових вузлів.
23.	Liu X.-C. та ін. (2019)	Експерименти, МСЕ	Несуча здатність фланцевих болтових вузлів у сталевих колонах.

Продовження табл. 3

1	2	3	4
24.	Lee M.W.D.	МСЕ-аналіз	Вплив класу болтів на міцність фланцевих вузлів.
25.	Romaniuk V., Supruniuk V., Bezniuk L. (2023)	Аналітичні методи, експеримент	Жорсткість болтових вузлів у сталевих конструкціях.
26.	Romaniuk V., Supruniuk V., Bezniuk L. (2021)	Теоретичний аналіз, експерименти	Вплив фактичної жорсткості вузлів на несучу здатність елементів.
27.	Romaniuk V., Supruniuk V. (2021)	Аналітичні методи, експеримент	Жорсткість болтових вузлів у безшарнірних рамах.
28.	AISC (2020)	Норми, специфікації	Правила збирання вузлів на високоміцних болтах.
29.	Романюк В.В., Супрунюк В.В., Безнюк Л.І.	Теоретичний аналіз, аналітичні розрахунки МСЕ- модельовання, тривимірні скінчені елементи	Несуча здатність, жорсткість болтових з'єднань; урахування податливості вузлів на перерозподіл зусиль в елементах.

Додаток Б

Основні результати числового експерименту

Таблиця 1

Вихідний профіль №20. Висота перфорованої балки 300 мм																			
Точка перерізу	Тип опори	Напруження, МПа								Розбіжність результатів обчислення, %									
		Теоретичні за формулами ДБН	Приведені розрахункові з числового експерименту з використанням «LIRA-FEM»								Теоретичних і з лінійного розрахунку	Теоретичних і з нелінійного розрахунку							
			Лінійний розрахунок	Нелінійний розрахунок						Натяг болтів на проміжній опорі									
				Натяг болтів на проміжній опорі						0			0,35			0,7			
				0			0,35			0,7			0		0,35		0,7		
Ø болтів D=14мм			Ø болтів D=16мм			Ø болтів D=14мм			Ø болтів D=16мм										
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17			
1	1	153,10	132,68	121,28	121,15	120,97	121,09	120,93	120,77	13,33	20,78	20,87	20,98	20,90	21,01	21,11			
	2	153,10	131,86	120,39	120,26	120,08	120,21	120,03	119,86	13,87	21,36	21,45	21,57	21,48	21,60	21,71			
	3	93,33	83,65	73,87	73,80	73,70	73,78	73,68	73,59	10,37	20,85	20,93	21,03	20,95	21,05	21,15			
	4	93,33	83,97	73,81	73,73	73,63	73,71	73,62	73,53	10,02	20,92	21,00	21,11	21,02	21,12	21,22			
2	1	328,34	221,78	198,32	198,19	198,01	198,15	197,98	197,82	32,46	39,60	39,64	39,69	39,65	39,70	39,75			
	2	328,34	221,64	197,47	197,34	197,15	197,29	197,12	196,95	32,50	39,86	39,90	39,96	39,91	39,97	40,02			
	3	93,33	71,30	62,92	62,85	62,77	62,84	62,76	62,69	23,61	32,59	32,65	32,74	32,67	32,75	32,83			
	4	93,33	71,52	62,87	62,81	62,73	62,79	62,72	62,64	23,37	32,63	32,70	32,79	32,72	32,80	32,88			
3	1	328,34	221,47	198,27	198,15	197,98	198,11	197,95	197,79	32,55	39,61	39,65	39,70	39,66	39,71	39,76			
	2	328,34	221,64	197,47	197,34	197,15	197,29	197,12	196,95	32,50	39,86	39,90	39,96	39,91	39,97	40,02			
	3	93,33	71,97	62,17	62,11	62,03	62,09	62,02	61,95	22,89	33,39	33,46	33,54	33,47	33,55	33,62			
	4	93,33	71,87	62,23	62,17	62,10	62,16	62,09	62,02	22,99	33,32	33,39	33,47	33,40	33,48	33,55			

Продовження табл. 1

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
4	1	153,10	132,41	121,90	121,80	121,66	121,78	121,65	121,52	13,51	20,38	20,44	20,54	20,46	20,54	20,62
	2	153,10	133,37	121,53	121,43	121,29	121,40	121,27	121,14	12,88	20,62	20,68	20,78	20,70	20,79	20,87
	3	93,33	84,92	72,48	72,40	72,31	72,39	72,30	72,22	9,01	22,34	22,42	22,52	22,43	22,53	22,62
	4	93,33	84,77	72,57	72,50	72,41	72,48	72,40	72,31	9,17	22,25	22,32	22,42	22,34	22,43	22,52
5	1	166,29	157,27	141,76	141,65	141,50	141,61	141,47	141,33	5,42	14,75	14,81	14,90	14,84	14,92	15,01
	2	166,29	156,62	140,97	140,86	140,70	140,81	140,66	140,52	5,81	15,22	15,29	15,39	15,32	15,41	15,50
	3	104,06	93,12	81,41	81,33	81,22	81,30	81,20	81,10	10,51	21,77	21,85	21,95	21,87	21,97	22,06
	4	104,06	92,72	81,27	81,18	81,07	81,16	81,05	80,95	23,74	21,90	21,99	22,09	22,01	22,11	22,21
6	1	121,59	106,25	98,64	98,56	98,46	98,52	98,42	98,32	12,61	18,87	18,93	19,02	18,97	19,05	19,13
	2	121,59	105,04	98,22	98,14	98,03	98,10	98,00	97,89	13,61	19,21	19,28	19,37	19,32	19,40	19,49
	3	104,06	79,64	69,95	69,89	69,80	69,86	69,78	69,70	23,47	32,78	32,84	32,93	32,86	32,94	33,02
	4	104,06	79,39	69,86	69,79	69,70	69,77	69,69	69,60	23,71	32,86	32,93	33,02	32,95	33,03	33,11
7	1	121,59	100,76	93,85	93,80	93,73	93,80	93,74	93,68	17,13	22,82	22,85	22,91	22,85	22,90	22,95
	2	121,59	101,96	94,07	94,02	93,96	94,02	93,96	93,90	16,14	22,63	22,67	22,72	22,68	22,72	22,77
	3	104,06	78,34	68,64	68,58	68,50	68,57	68,49	68,42	24,72	34,04	34,10	34,17	34,11	34,18	34,25
	4	104,06	78,68	68,75	68,69	68,61	68,68	68,60	68,53	24,39	33,93	33,99	34,07	34,00	34,08	34,15
8	1	166,29	152,84	137,83	137,74	137,61	137,72	137,60	137,49	8,08	17,11	17,17	17,24	17,18	17,25	17,32
	2	166,29	153,62	137,38	137,28	137,15	137,26	137,13	137,01	7,62	17,39	17,44	17,52	17,46	17,53	17,60
	3	104,06	91,03	79,25	79,18	79,08	79,17	79,08	78,99	12,52	23,84	23,91	24,00	23,92	24,01	24,09
	4	104,06	91,61	79,42	79,35	79,25	79,34	79,25	79,16	11,97	23,68	23,75	23,84	23,76	23,85	23,93
9	1	144,14	118,55	97,77	97,65	97,50	97,62	97,47	97,33	17,75	32,17	32,25	32,36	32,28	32,38	32,48
	2	144,14	117,87	94,11	93,99	93,87	93,95	93,81	93,69	18,22	34,71	34,79	34,88	34,82	34,92	35,00
	3	144,14	121,02	98,65	98,51	98,35	98,47	98,31	98,15	16,04	31,56	31,66	31,77	31,68	31,79	31,90
	4	144,14	120,34	96,30	96,19	96,07	96,14	96,01	95,90	16,51	33,19	33,26	33,35	33,30	33,39	33,47

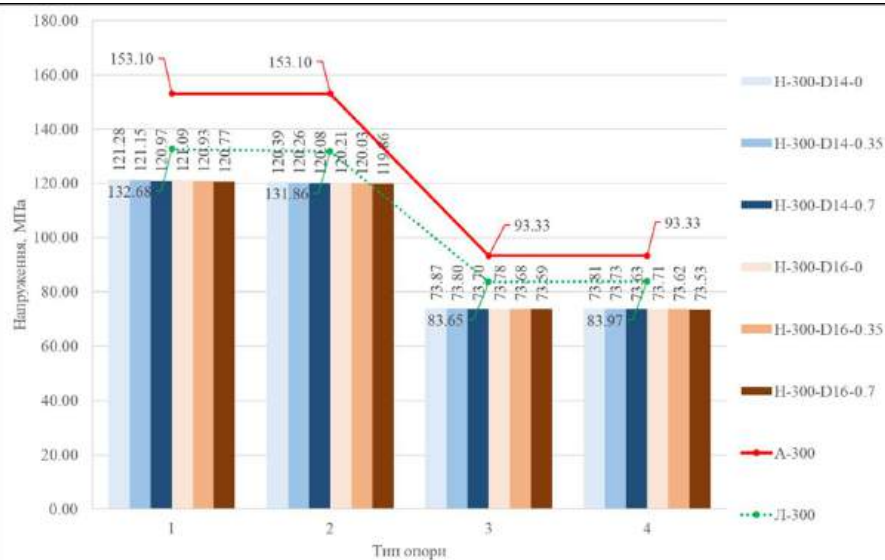
Продовження табл. 1

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
10	1	144,14	47,37	25,87	25,79	25,72	25,85	25,76	25,69	67,13	82,05	82,11	82,15	82,07	82,13	82,18
	2	144,14	34,33	14,56	14,55	14,58	14,59	14,59	14,63	76,18	89,90	89,91	89,88	89,88	89,88	89,85
	3	144,14	47,24	25,76	25,69	25,63	25,76	25,68	25,61	67,22	82,13	82,18	82,22	82,13	82,19	82,23
	4	144,14	33,64	14,95	14,96	14,98	15,00	15,01	15,04	76,66	89,63	89,62	89,61	89,59	89,58	89,57
11	1	144,14	267,54	85,01	83,94	82,80	83,49	82,27	81,03	85,61	41,02	41,77	42,56	42,08	42,93	43,78
	2	144,14	141,79	81,05	80,19	79,31	79,62	78,64	77,70	1,63	43,77	44,37	44,98	44,76	45,44	46,10
	3	144,14	268,86	85,36	84,33	83,21	83,82	82,65	81,43	86,53	40,78	41,49	42,27	41,85	42,66	43,50
	4	144,14	144,56	82,87	82,06	81,20	81,43	80,52	79,59	0,29	42,51	43,07	43,66	43,50	44,14	44,78

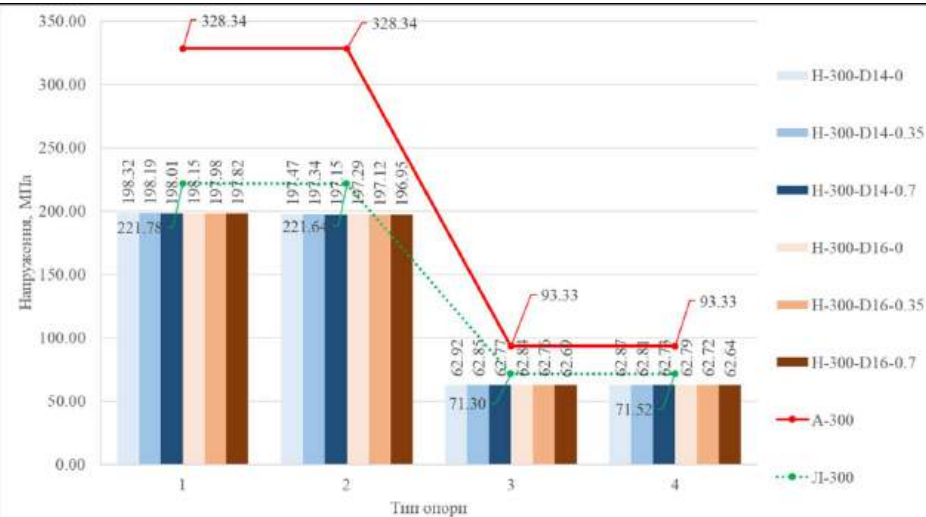
Таблиця 2

Вихідний профіль №20. Висота перфорованої балки 300 мм. Переріз 1-1

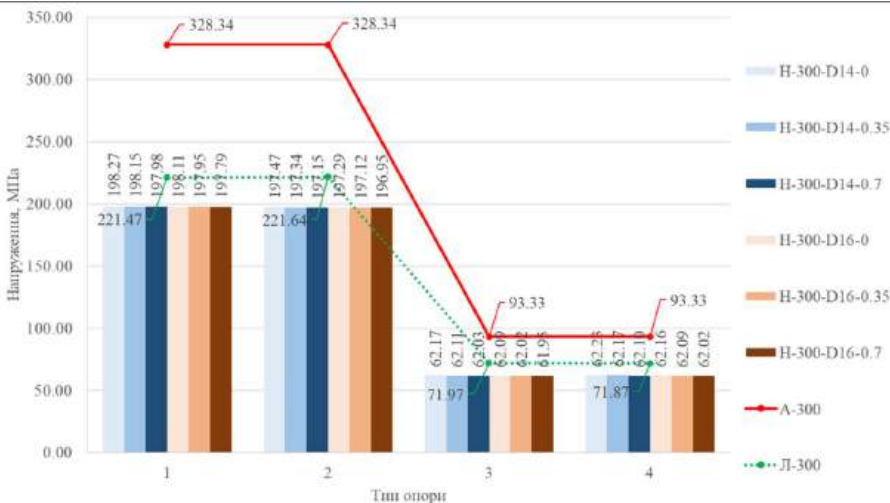
Точка 1



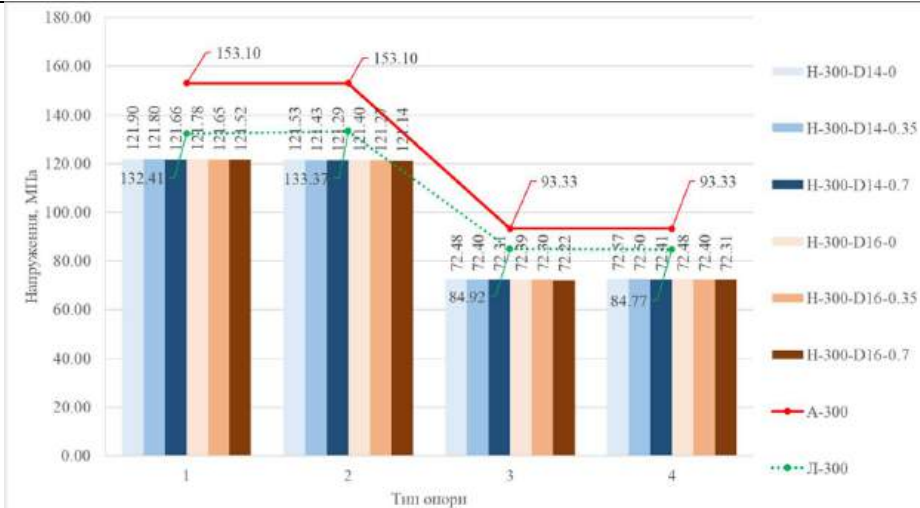
Точка 2



Точка 3



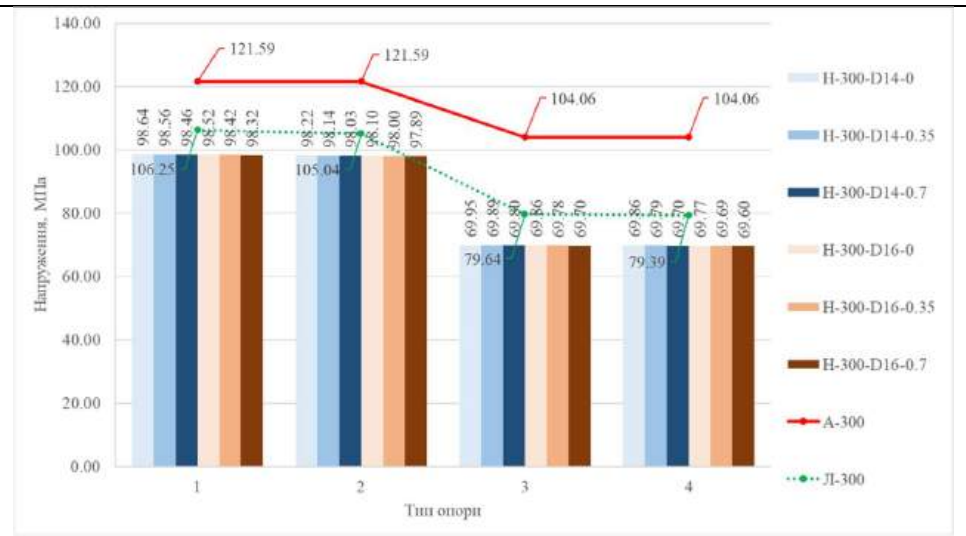
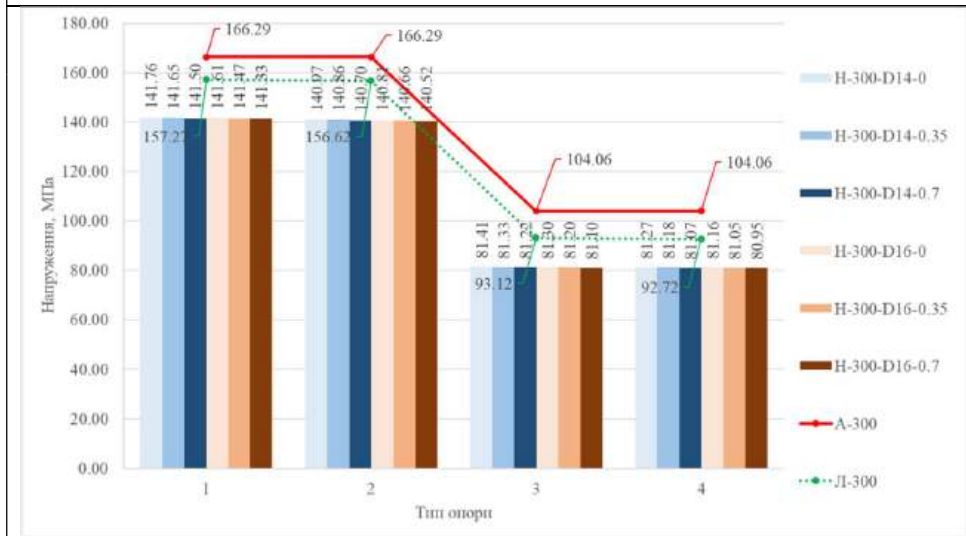
Точка 4



Вихідний профіль №20. Висота перфорованої балки 300 мм. Переріз 2-2

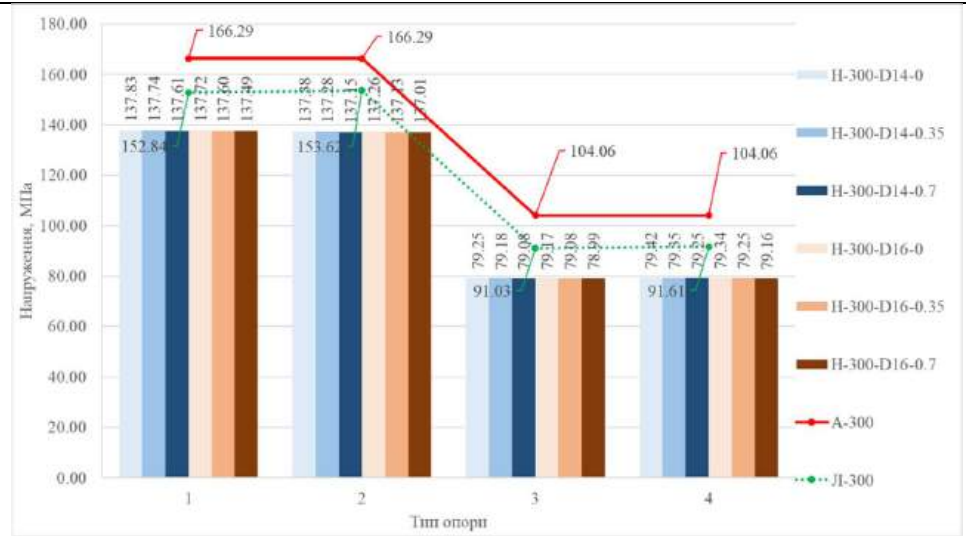
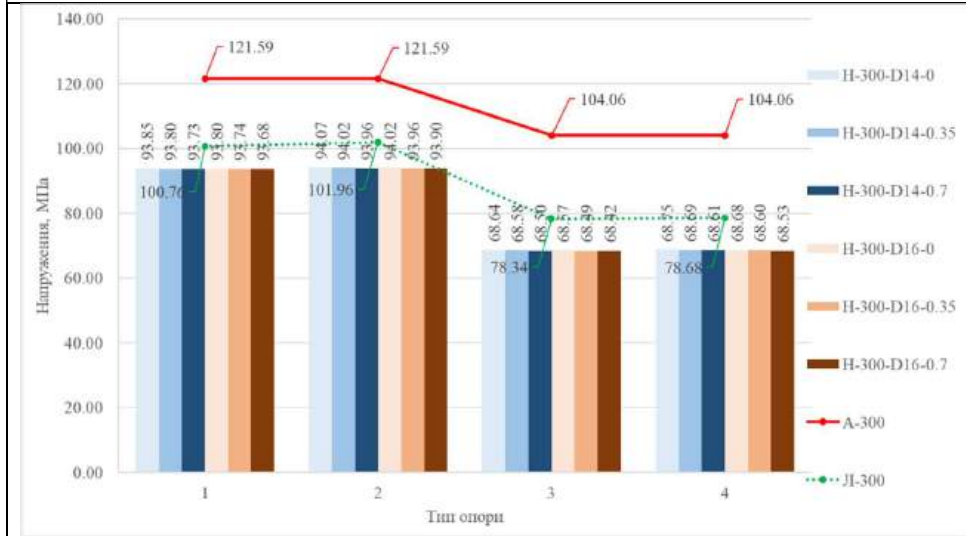
Точка 5

Точка 6



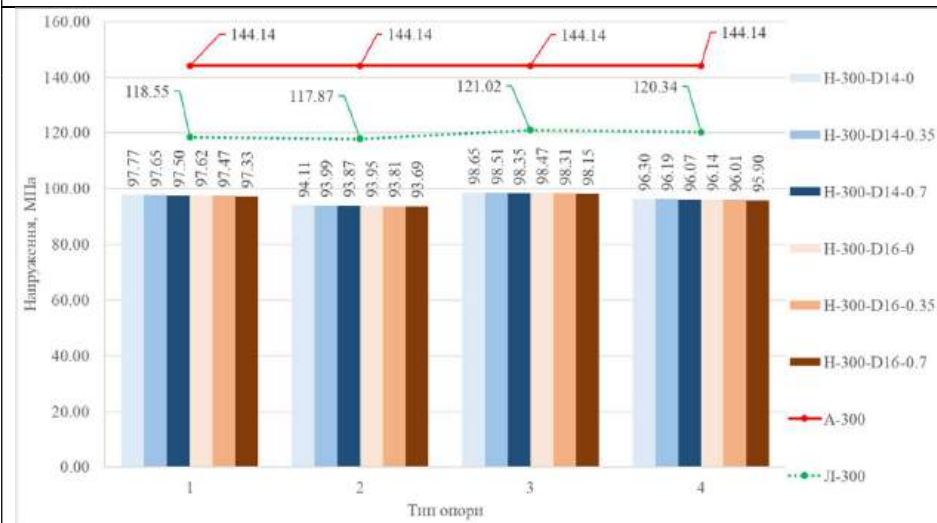
Точка 7

Точка 8

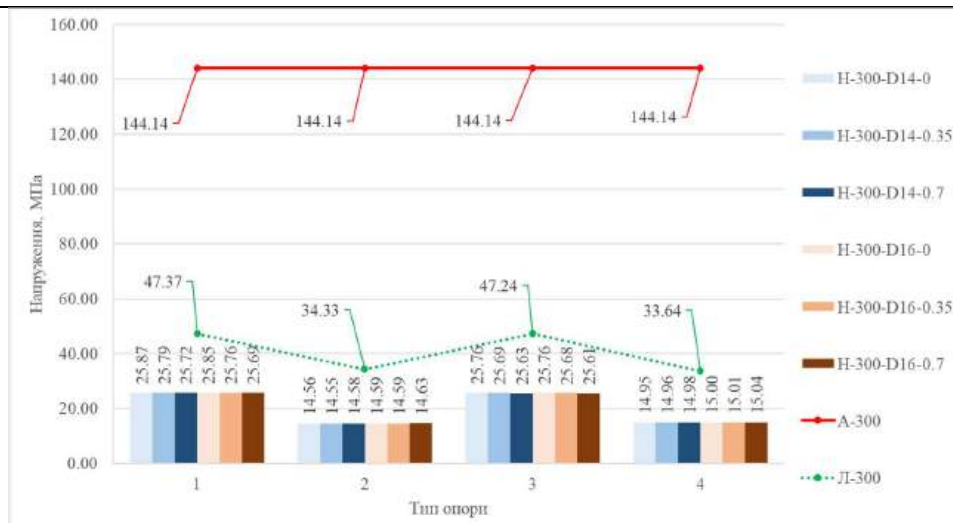


Вихідний профіль №20. Висота перфорованої балки 300 мм. Переріз 3-3

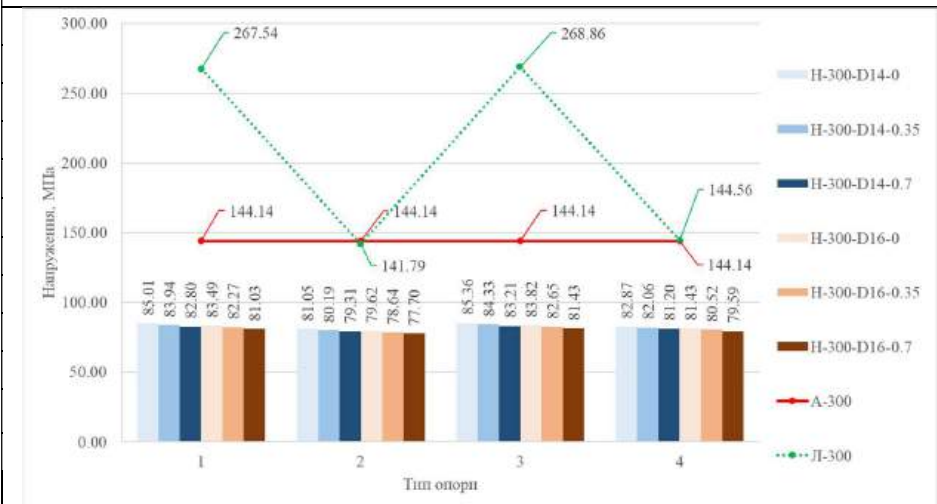
Точка 9



Точка 10



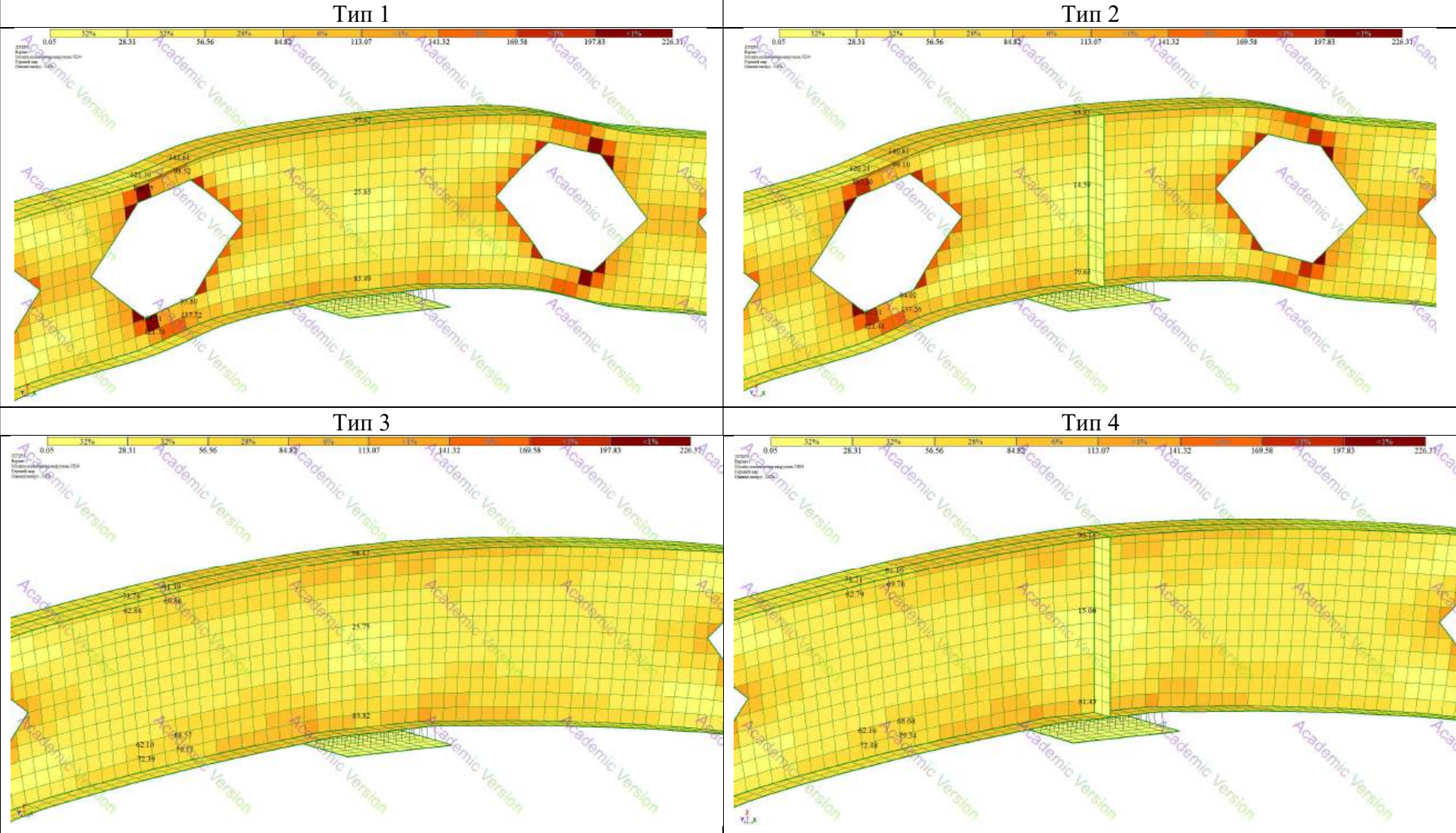
Точка 11



Характеристика опор за найменшими напруженнями в точках

	Тип 1	Тип 2	Тип 3	Тип 4
T1				+
T2				+
T3			+	
T4			+	
T5				+
T6				+
T7			+	
T8			+	
T9		+		
T10		+		
T11		+		
Всього	0	3	4	4

Мозаїка приведених напружень.
Висота перфорованої балки 300 мм. Підтип Н-300-D16-0



Таблиця 4

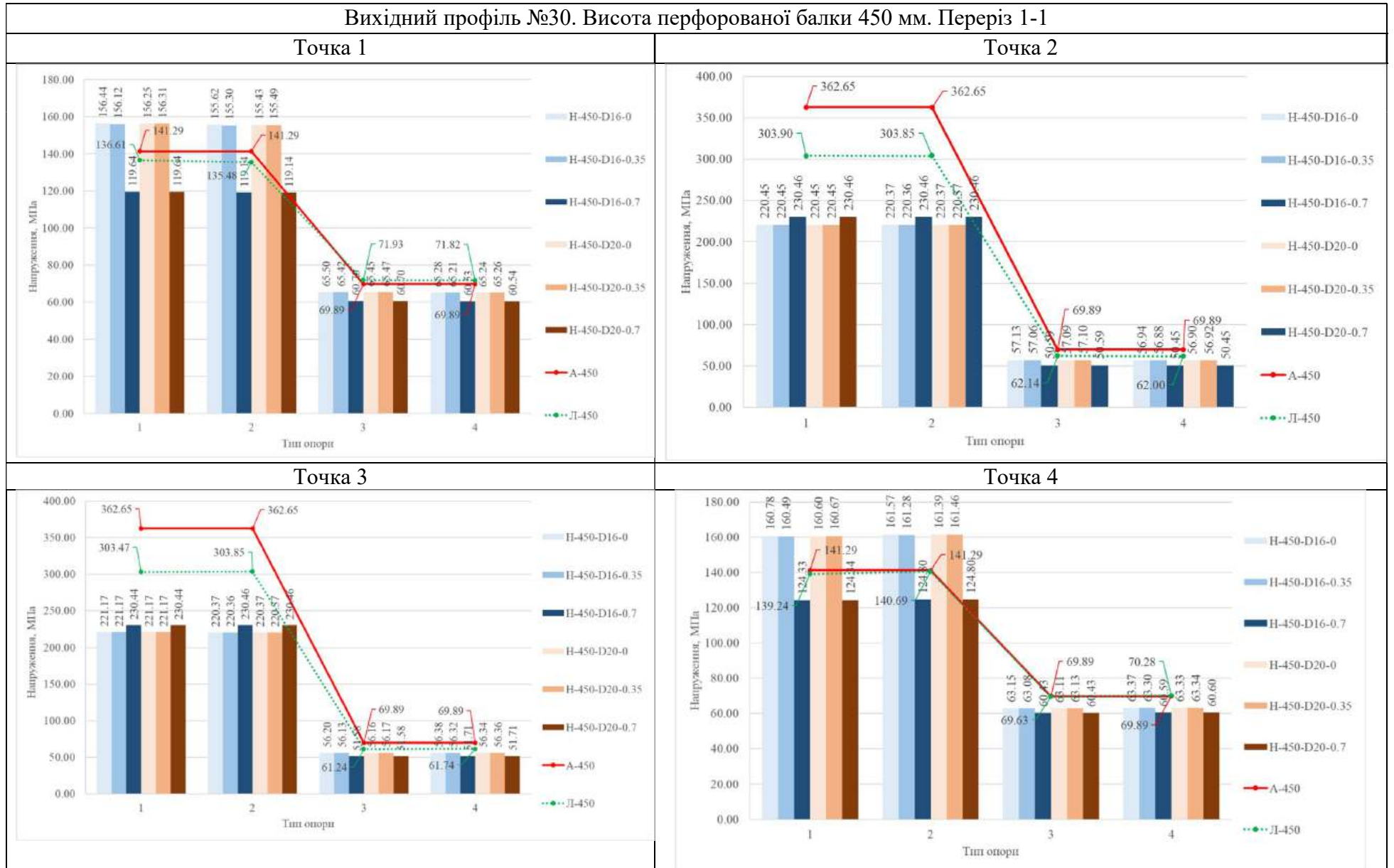
Вихідний профіль №30. Висота перфорованої балки 450 мм																
Точка перерізу	Тип опори	Напруження, МПа								Розбіжність результатів обчислення, %						
		Теоретичні за формулами ДБН	Приведені розрахункові з числового експерименту з використанням «LIRA-FEM»						Теоретичних і з лінійного розрахунку	Теоретичних і з нелінійного розрахунку						
			Лінійний розрахунок	Нелінійний розрахунок						Натяг болтів на проміжній опорі						
				Натяг болтів на проміжній опорі						Натяг болтів на проміжній опорі						
				0	0,35	0,7	0	0,35		0,7	0	0,35	0,7	0	0,35	0,7
Ø болтів D=16мм			Ø болтів D=20мм			Ø болтів D=16мм			Ø болтів D=20мм							
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
1	1	141,29	136,61	156,44	156,12	119,64	156,25	156,31	119,64	3,31	10,72	10,49	15,33	10,59	10,63	15,32
	2	141,29	135,48	155,62	155,30	119,14	155,43	155,49	119,14	4,11	10,14	9,92	15,68	10,01	10,05	15,67
	3	69,89	71,93	65,50	65,42	60,70	65,45	65,47	60,70	2,91	6,29	6,40	13,15	6,35	6,33	13,15
	4	69,89	71,82	65,28	65,21	60,53	65,24	65,26	60,54	2,76	6,59	6,70	13,39	6,66	6,64	13,39
2	1	362,65	303,90	220,45	220,45	230,46	220,45	220,45	230,46	16,20	39,21	39,21	36,45	39,21	39,21	36,45
	2	362,65	303,85	220,37	220,36	230,46	220,37	220,37	230,46	16,21	39,23	39,24	36,45	39,23	39,23	36,45
	3	69,89	62,14	57,13	57,06	50,59	57,09	57,10	50,59	11,10	18,27	18,36	27,63	18,32	18,30	27,62
	4	69,89	62,00	56,94	56,88	50,45	56,90	56,92	50,45	11,29	18,53	18,62	27,81	18,59	18,57	27,81
3	1	362,65	303,47	221,17	221,17	230,44	221,17	221,17	230,44	16,32	39,01	39,01	36,46	39,01	39,01	36,46
	2	362,65	303,85	220,37	220,36	230,46	220,37	220,37	230,46	16,21	39,23	39,24	36,45	39,23	39,23	36,45
	3	69,89	61,24	56,20	56,13	51,58	56,16	56,17	51,58	12,38	19,60	19,69	26,21	19,65	19,63	26,21
	4	69,89	61,74	56,38	56,32	51,71	56,34	56,36	51,71	11,67	19,34	19,42	26,02	19,39	19,37	26,02
4	1	141,29	139,24	160,78	160,49	124,33	160,60	160,67	124,34	1,45	13,79	13,59	12,00	13,67	13,72	12,00
	2	141,29	140,69	161,57	161,28	124,80	161,39	161,46	124,80	0,42	14,35	14,15	11,67	14,23	14,28	11,67
	3	69,89	69,63	63,15	63,08	60,43	63,11	63,13	60,43	0,37	9,64	9,74	13,55	9,71	9,68	13,54
	4	69,89	70,28	63,37	63,30	60,59	63,33	63,34	60,60	0,55	9,33	9,43	13,30	9,40	9,37	13,30
5	1	160,86	180,88	173,29	173,09	128,12	173,17	173,22	128,12	12,45	7,73	7,60	20,36	7,65	7,68	20,35
	2	160,86	180,19	172,72	172,52	127,78	172,60	172,64	127,78	12,02	7,37	7,25	20,56	7,30	7,32	20,56

Продовження табл. 4

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
	3	84,93	84,82	77,68	77,58	72,45	77,62	77,64	72,45	0,12	8,54	8,65	14,69	8,60	8,58	14,69
	4	84,93	84,29	77,22	77,13	72,08	77,16	77,18	72,08	59,43	9,08	9,19	15,13	9,14	9,12	15,12
6	1	207,78	187,64	181,16	180,92	182,10	181,02	181,06	182,10	9,70	12,81	12,93	12,36	12,88	12,86	12,36
	2	207,78	184,41	179,79	179,55	180,65	179,65	179,69	180,66	11,25	13,47	13,59	13,06	13,54	13,52	13,05
	3	84,93	73,40	67,73	67,65	60,48	67,68	67,70	60,48	13,57	20,25	20,35	28,78	20,31	20,29	28,78
	4	84,93	72,98	67,38	67,30	60,24	67,33	67,34	60,24	14,07	20,67	20,76	29,07	20,72	20,70	29,06
7	1	207,78	176,39	174,50	174,31	175,98	174,38	174,43	175,99	15,11	16,02	16,11	15,30	16,07	16,05	15,30
	2	207,78	179,56	175,92	175,73	177,48	175,80	175,85	177,48	13,58	15,34	15,43	14,59	15,39	15,37	14,58
	3	84,93	70,78	65,15	65,08	60,43	65,10	65,12	60,43	16,66	23,29	23,37	28,85	23,34	23,32	28,85
	4	84,93	71,56	65,48	65,41	60,65	65,43	65,45	60,66	15,74	22,90	22,98	28,58	22,95	22,93	28,58
8	1	160,86	172,36	163,91	163,73	124,74	163,80	163,84	124,74	7,15	1,89	1,78	22,46	1,83	1,85	22,46
	2	160,86	173,55	164,47	164,29	125,06	164,36	164,40	125,06	7,89	2,24	2,13	22,26	2,17	2,20	22,26
	3	84,93	80,82	73,69	73,61	70,95	73,64	73,66	70,95	4,83	13,23	13,32	16,46	13,29	13,27	16,46
	4	84,93	81,94	74,15	74,08	71,32	74,10	74,13	71,32	3,52	12,69	12,78	16,03	12,74	12,72	16,02
9	1	143,19	120,38	107,35	107,18	104,75	107,26	107,27	104,75	15,93	25,03	25,15	26,85	25,09	25,08	26,84
	2	143,19	122,94	106,84	106,67	112,71	106,75	106,75	112,72	14,14	25,39	25,51	21,28	25,45	25,44	21,28
	3	143,19	124,62	111,55	111,38	117,61	111,47	111,46	117,61	12,97	22,10	22,22	17,86	22,15	22,16	17,86
	4	143,19	127,20	112,14	111,97	109,39	112,06	112,06	109,39	11,17	21,68	21,80	23,61	21,74	21,74	23,60
10	1	143,19	62,29	44,96	44,84	37,46	44,93	44,87	37,47	56,50	68,60	68,69	73,84	68,62	68,66	73,83
	2	143,19	47,85	29,36	29,31	22,66	29,35	29,32	22,66	66,58	79,49	79,53	84,18	79,50	79,53	84,18
	3	143,19	63,01	29,09	29,05	22,17	29,09	29,05	22,17	55,99	79,68	79,71	84,52	79,69	79,71	84,51
	4	143,19	47,36	45,75	45,64	37,86	45,73	45,67	37,86	66,93	68,05	68,13	73,56	68,06	68,11	73,56
11	1	143,19	501,64	95,12	94,29	107,36	94,85	94,63	107,39	250,34	33,57	34,15	25,02	33,76	33,91	25,00
	2	143,19	197,18	91,69	90,61	104,32	91,38	91,03	104,34	37,71	35,96	36,72	27,15	36,18	36,43	27,13
	3	143,19	504,80	95,38	94,28	108,56	95,06	94,71	108,59	252,55	33,39	34,16	24,19	33,61	33,86	24,16
	4	143,19	201,70	98,36	97,48	111,57	98,08	97,85	111,60	40,87	31,31	31,92	22,08	31,50	31,66	22,06

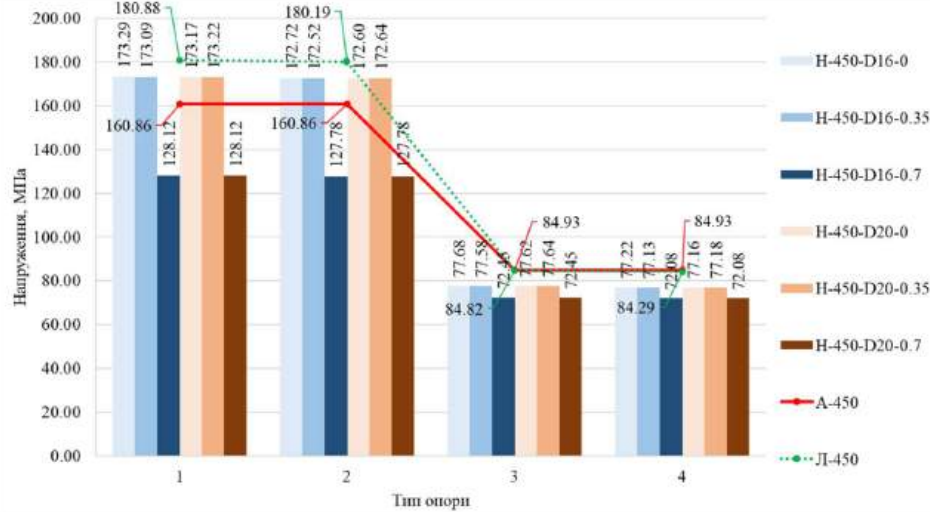
Таблиця 5

Вихідний профіль №30. Висота перфорованої балки 450 мм. Переріз 1-1

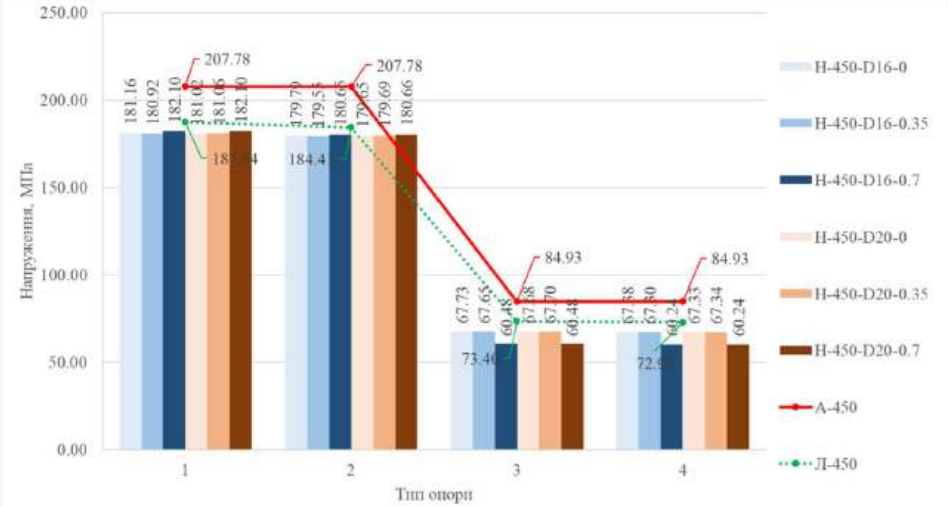


Вихідний профіль №30. Висота перфорованої балки 450 мм. Переріз 2-2

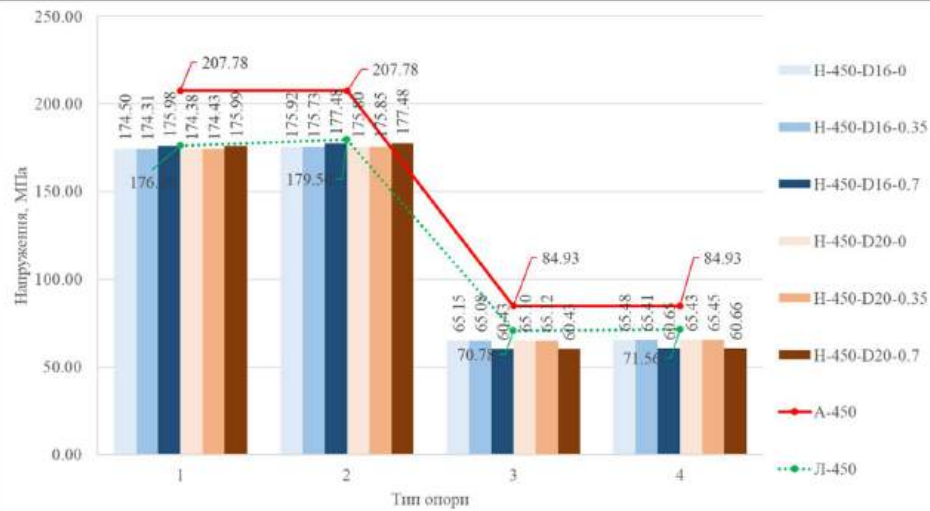
Точка 5



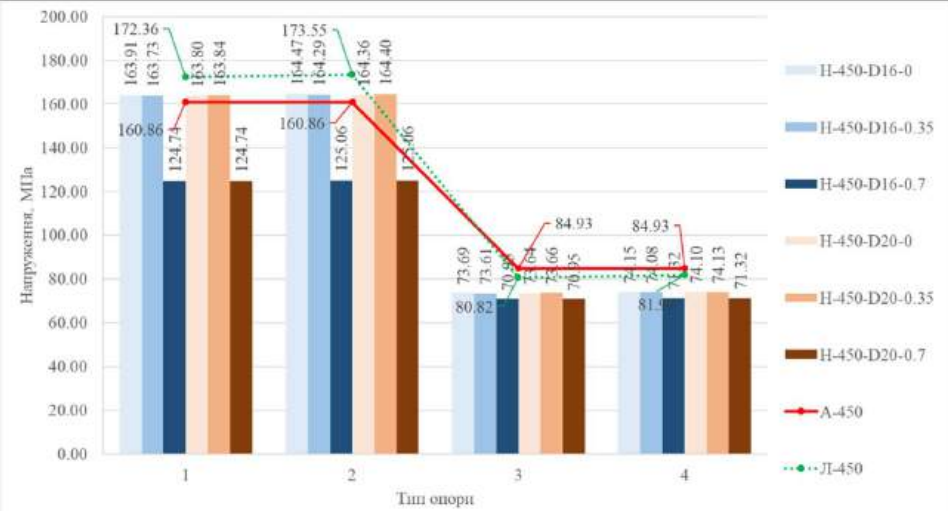
Точка 6



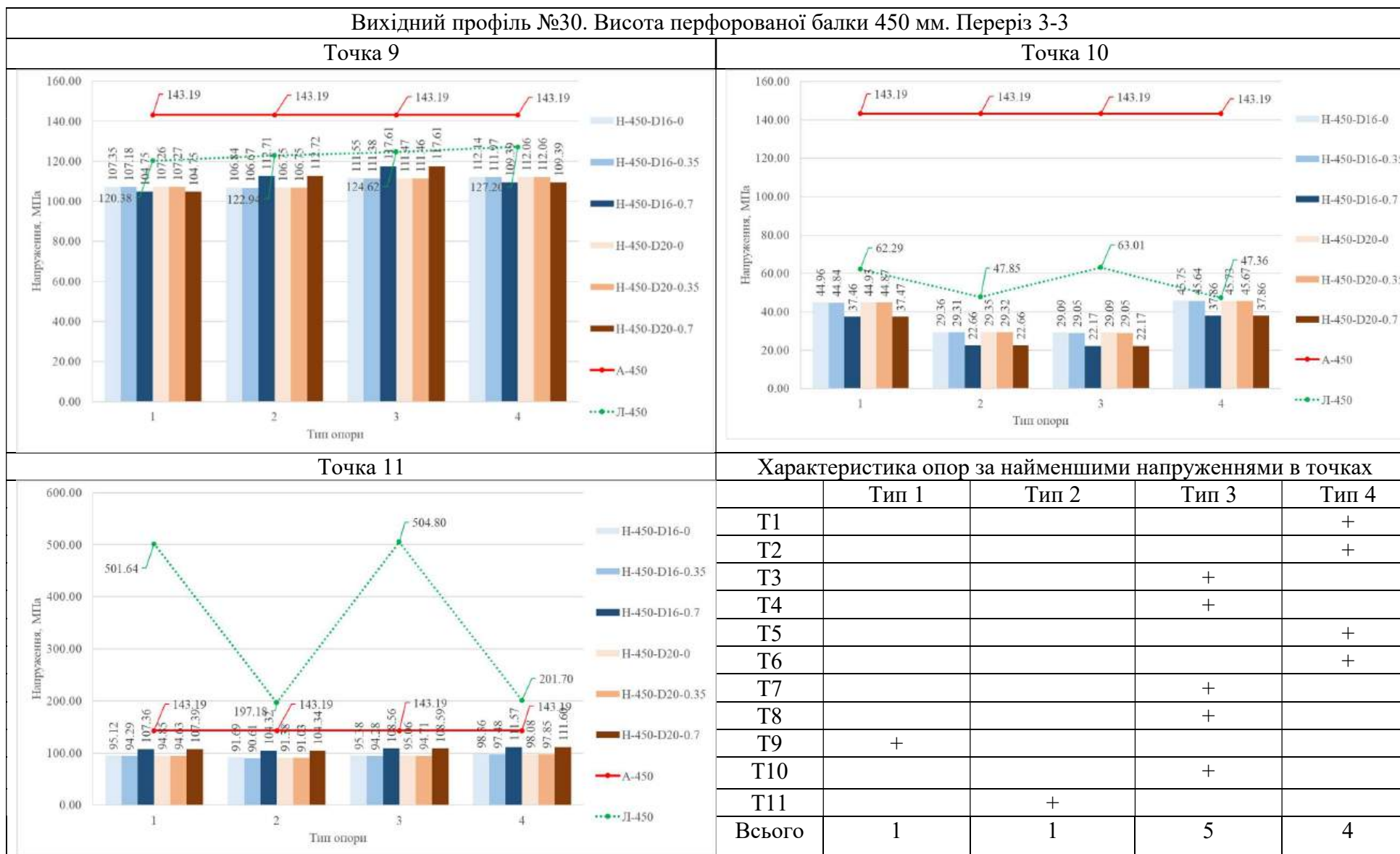
Точка 7



Точка 8



Вихідний профіль №30. Висота перфорованої балки 450 мм. Переріз 3-3



Таблиця 7

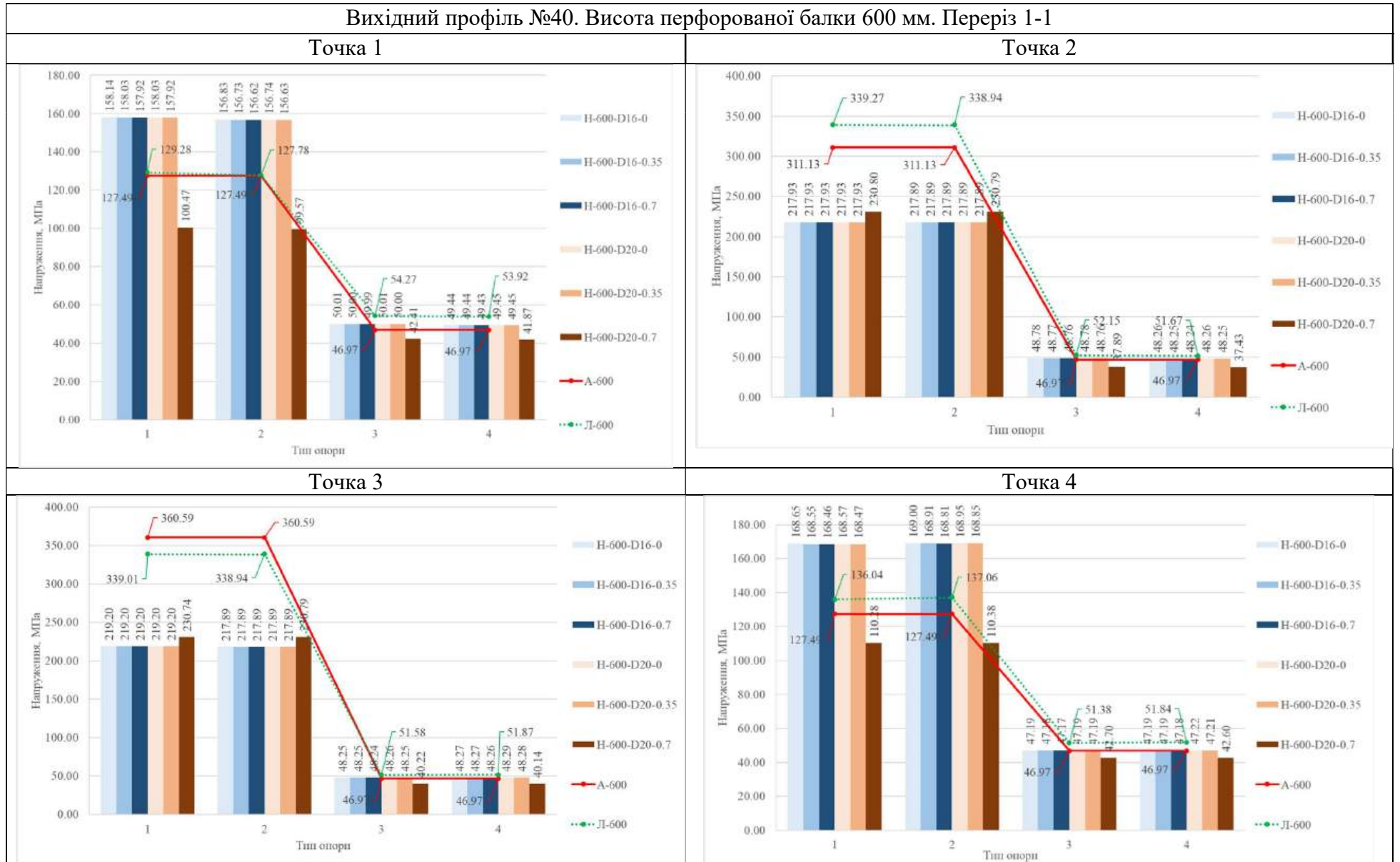
Вихідний профіль №40. Висота перфорованої балки 600 мм																				
Точка перерізу	Тип опори	Напруження, МПа								Розбіжність результатів обчислення										
		Теоретичні за формулами ДБН	Приведені розрахункові з числового експерименту з використанням «LIRA-FEM»										Теоретичних і з нелінійного розрахунку, %							
			Лінійний розрахунок	Нелінійний розрахунок								Теоретичних і з лінійного розрахунку	Натяг болтів на проміжній опорі							
				Натяг болтів на проміжній опорі										Натяг болтів на проміжній опорі						
				0	0,35	0,7	0	0,35	0,7	0	0,35		0,7	0	0,35	0,7	0	0,35	0,7	
Ø болтів D=16мм				Ø болтів D=20мм				Ø болтів D=16мм				Ø болтів D=20мм								
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17				
1	1	127,49	129,28	158,14	158,03	157,92	158,03	157,92	100,47	1,41	24,04	23,96	23,87	23,96	23,87	21,19				
	2	127,49	127,78	156,83	156,73	156,62	156,74	156,63	99,57	0,23	23,02	22,94	22,85	22,94	22,86	21,90				
	3	46,97	54,27	50,01	50,00	49,99	50,01	50,00	42,41	15,53	6,46	6,44	6,42	6,46	6,44	9,71				
	4	46,97	53,92	49,44	49,44	49,43	49,45	49,45	41,87	14,78	5,26	5,24	5,23	5,28	5,27	10,87				
2	1	311,13	339,27	217,93	217,93	217,93	217,93	217,93	230,80	9,04	29,96	29,96	29,96	29,96	29,96	25,82				
	2	311,13	338,94	217,89	217,89	217,89	217,89	217,89	230,79	8,94	29,97	29,97	29,97	29,97	29,97	25,82				
	3	46,97	52,15	48,78	48,77	48,76	48,78	48,76	37,89	11,02	3,85	3,83	3,80	3,84	3,81	19,33				
	4	46,97	51,67	48,26	48,25	48,24	48,26	48,25	37,43	10,01	2,73	2,71	2,69	2,73	2,72	20,33				
3	1	360,59	339,01	219,20	219,20	219,20	219,20	219,20	230,74	5,99	39,21	39,21	39,21	39,21	39,21	36,01				
	2	360,59	338,94	217,89	217,89	217,89	217,89	217,89	230,79	6,00	39,57	39,57	39,57	39,57	39,57	36,00				
	3	46,97	51,58	48,25	48,25	48,24	48,26	48,25	40,22	9,80	2,73	2,71	2,69	2,73	2,71	14,38				
	4	46,97	51,87	48,27	48,27	48,26	48,29	48,28	40,14	10,42	2,77	2,75	2,73	2,80	2,78	14,55				
4	1	127,49	136,04	168,65	168,55	168,46	168,57	168,47	110,28	6,71	32,28	32,21	32,13	32,22	32,15	13,50				
	2	127,49	137,06	169,00	168,91	168,81	168,95	168,85	110,38	7,51	32,56	32,49	32,42	32,52	32,45	13,42				
	3	46,97	51,38	47,19	47,18	47,17	47,19	47,19	42,70	9,39	0,45	0,44	0,43	0,47	0,46	9,11				
	4	46,97	51,84	47,19	47,19	47,18	47,22	47,21	42,60	10,35	0,47	0,46	0,45	0,52	0,51	9,31				
5	1	152,76	178,80	186,06	185,98	185,90	185,97	185,90	131,24	17,05	21,79	21,74	21,69	21,74	21,69	14,09				
	2	152,76	177,87	184,77	184,70	184,62	184,70	184,62	130,37	16,43	20,95	20,90	20,85	20,90	20,85	14,66				

Продовження табл. 7

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
	3	65,09	69,81	64,72	64,70	64,69	64,71	64,70	56,96	7,25	0,57	0,59	0,61	0,58	0,60	12,49
	4	65,09	68,95	63,78	63,77	63,76	63,78	63,77	56,10	73,35	2,01	2,03	2,04	2,01	2,02	13,82
6	1	258,76	261,93	225,41	225,42	225,42	225,42	225,42	230,16	1,22	12,89	12,89	12,88	12,89	12,88	11,05
	2	258,76	258,16	225,48	225,49	225,49	225,49	225,49	230,15	0,23	12,86	12,86	12,86	12,86	12,86	11,06
	3	65,09	64,83	60,75	60,74	60,72	60,74	60,72	49,55	0,40	6,66	6,68	6,71	6,68	6,70	23,87
	4	65,09	63,97	59,94	59,92	59,91	59,93	59,92	48,88	1,71	7,92	7,94	7,96	7,92	7,94	24,90
7	1	258,76	249,00	224,26	224,26	224,27	224,26	224,27	230,15	3,77	13,33	13,33	13,33	13,33	13,33	11,06
	2	258,76	252,58	224,11	224,11	224,12	224,11	224,12	230,17	2,39	13,39	13,39	13,39	13,39	13,39	11,05
	3	65,09	61,10	57,18	57,17	57,16	57,18	57,18	49,91	6,13	12,15	12,16	12,18	12,14	12,15	23,32
	4	65,09	61,79	57,42	57,41	57,41	57,45	57,44	49,97	5,06	11,78	11,79	11,80	11,74	11,75	23,22
8	1	152,76	166,59	170,84	170,77	170,71	170,79	170,72	125,79	9,05	11,83	11,79	11,74	11,80	11,75	17,66
	2	152,76	167,48	171,33	171,27	171,21	171,31	171,24	125,97	9,63	12,16	12,11	12,07	12,14	12,10	17,54
	3	65,09	64,22	59,27	59,27	59,26	59,29	59,28	55,36	1,33	8,93	8,94	8,95	8,91	8,92	14,95
	4	65,09	65,25	59,62	59,61	59,61	59,65	59,65	55,53	0,24	8,41	8,41	8,42	8,35	8,36	14,68
9	1	138,16	111,27	100,24	100,20	100,16	100,19	100,14	96,59	19,46	27,44	27,47	27,51	27,48	27,52	30,09
	2	138,16	125,93	111,11	111,06	111,01	111,04	110,99	117,56	8,85	19,57	19,61	19,65	19,63	19,67	14,91
	3	138,16	117,67	107,88	107,83	107,78	107,82	107,77	104,11	14,83	21,92	21,95	21,99	21,96	22,00	24,64
	4	138,16	132,78	119,21	119,16	119,10	119,14	119,07	126,12	3,89	13,71	13,75	13,80	13,77	13,81	8,71
10	1	138,16	71,22	57,77	57,70	57,64	57,72	57,65	49,71	48,45	58,19	58,23	58,28	58,22	58,27	64,02
	2	138,16	57,88	42,34	42,29	42,25	42,33	42,28	34,65	58,11	69,35	69,39	69,42	69,36	69,40	74,92
	3	138,16	72,67	59,31	59,25	59,20	59,27	59,21	50,64	47,40	57,07	57,11	57,15	57,10	57,14	63,34
	4	138,16	58,24	42,78	42,74	42,70	42,79	42,74	34,58	57,85	69,04	69,07	69,09	69,03	69,06	74,97
11	1	138,16	677,43	113,35	112,85	112,38	112,89	112,32	114,96	390,33	17,96	18,32	18,66	18,29	18,70	16,79
	2	138,16	264,77	99,64	99,43	99,16	98,47	98,22	109,28	91,64	27,88	28,03	28,23	28,73	28,90	20,90
	3	138,16	684,19	117,39	116,88	116,40	116,85	116,27	117,45	395,22	15,03	15,40	15,75	15,42	15,84	14,99
	4	138,16	271,59	105,86	105,65	105,36	104,55	104,30	117,19	96,58	23,38	23,53	23,74	24,33	24,50	15,17

Таблиця 8

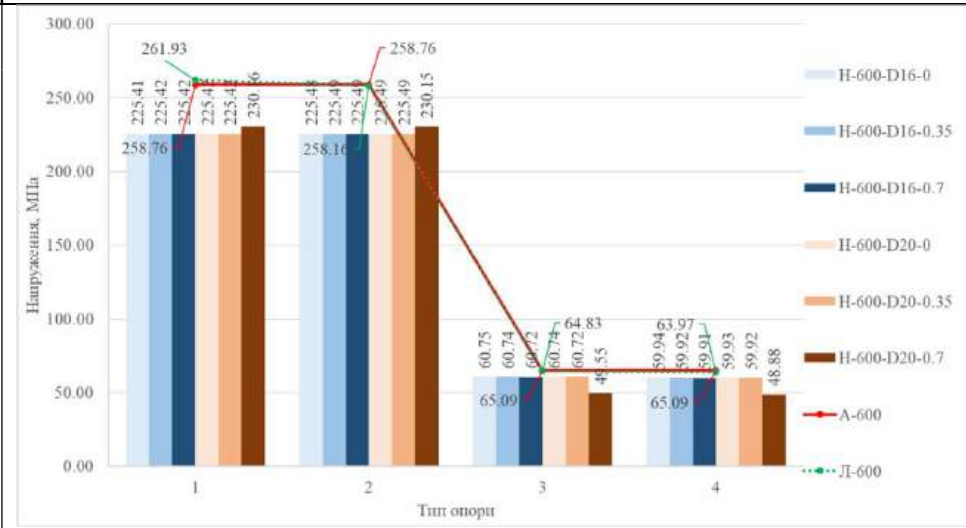
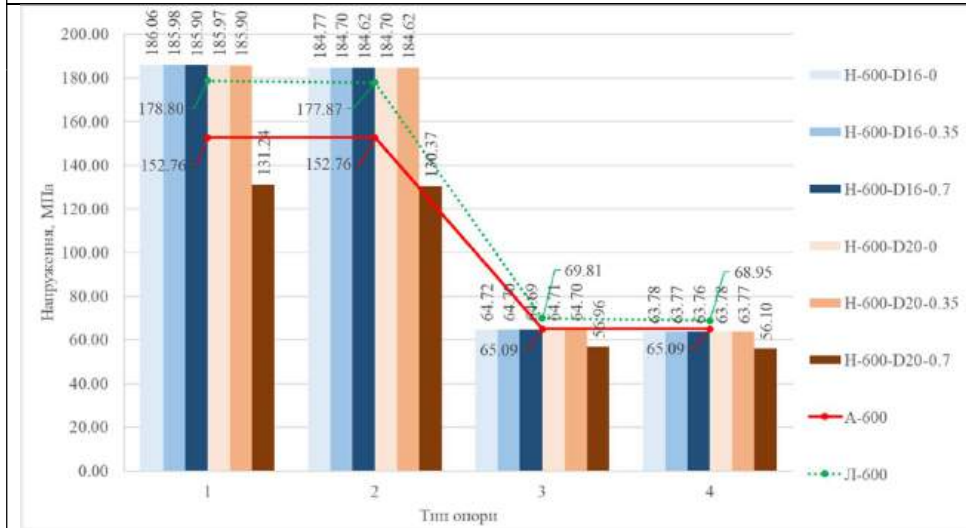
Вихідний профіль №40. Висота перфорованої балки 600 мм. Переріз 1-1



Вихідний профіль №40. Висота перфорованої балки 600 мм. Переріз 2-2

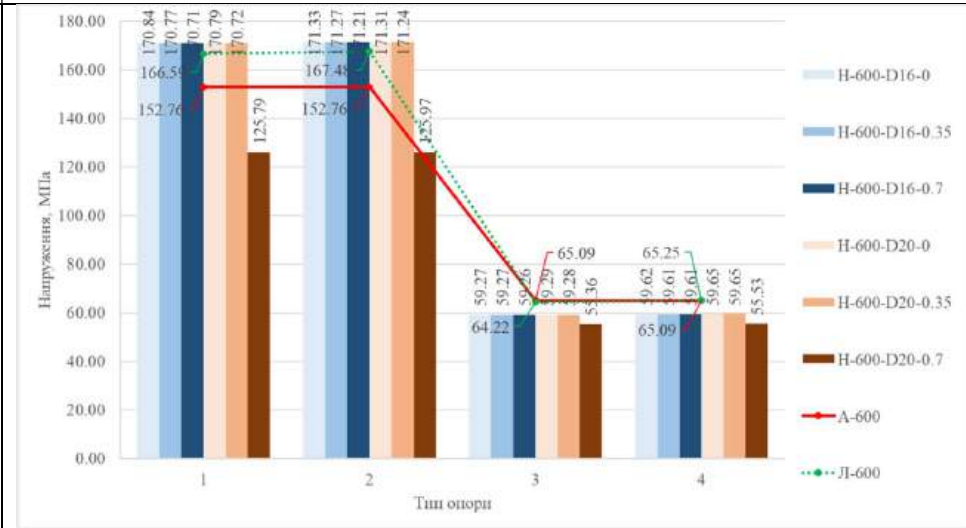
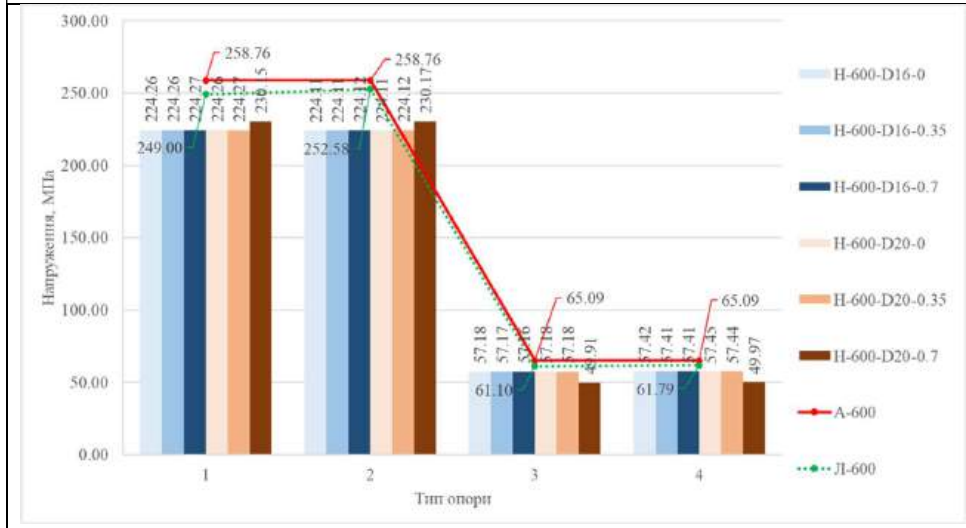
Точка 5

Точка 6



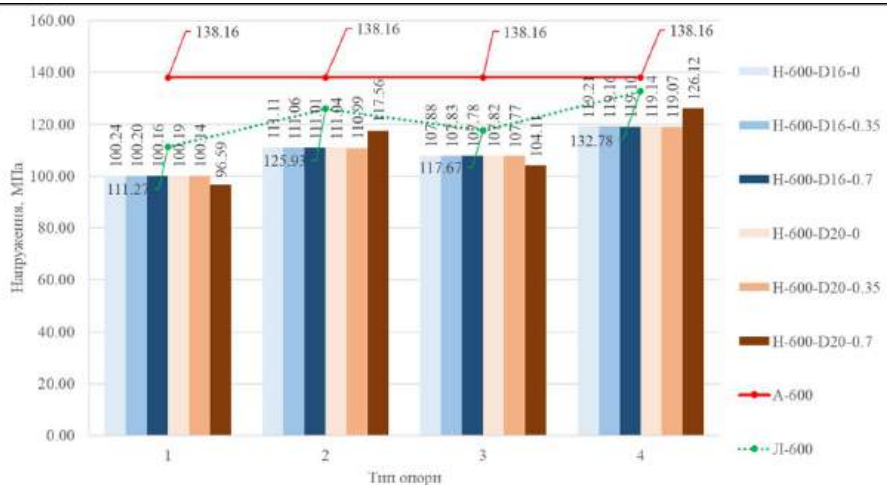
Точка 7

Точка 8

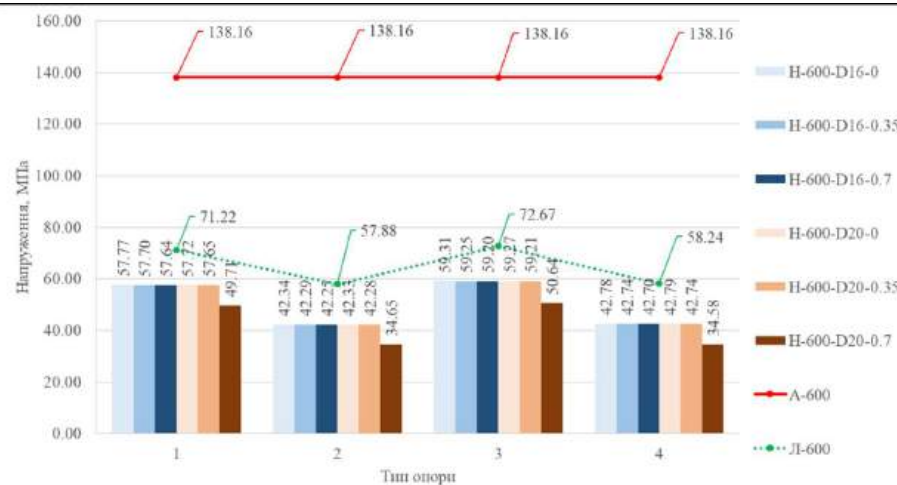


Вихідний профіль №40. Висота перфорованої балки 600 мм. Переріз 3-3

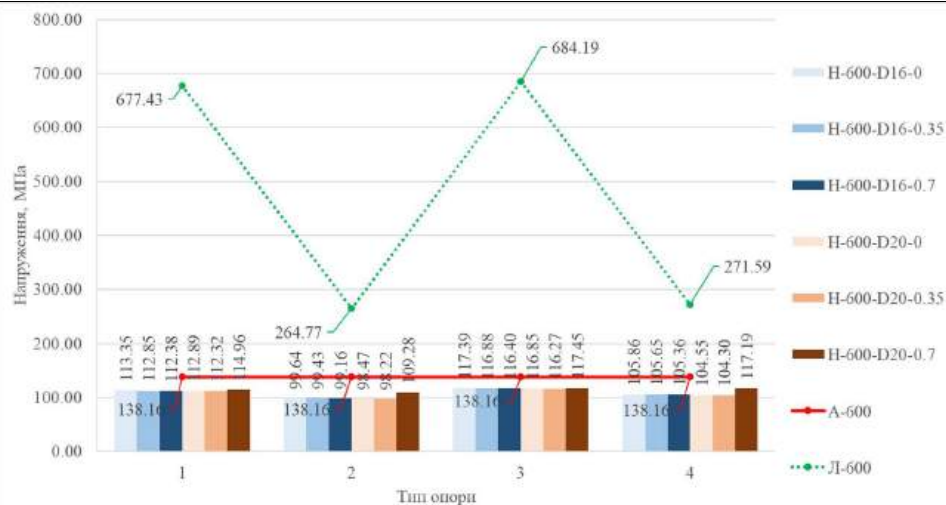
Точка 9



Точка 10



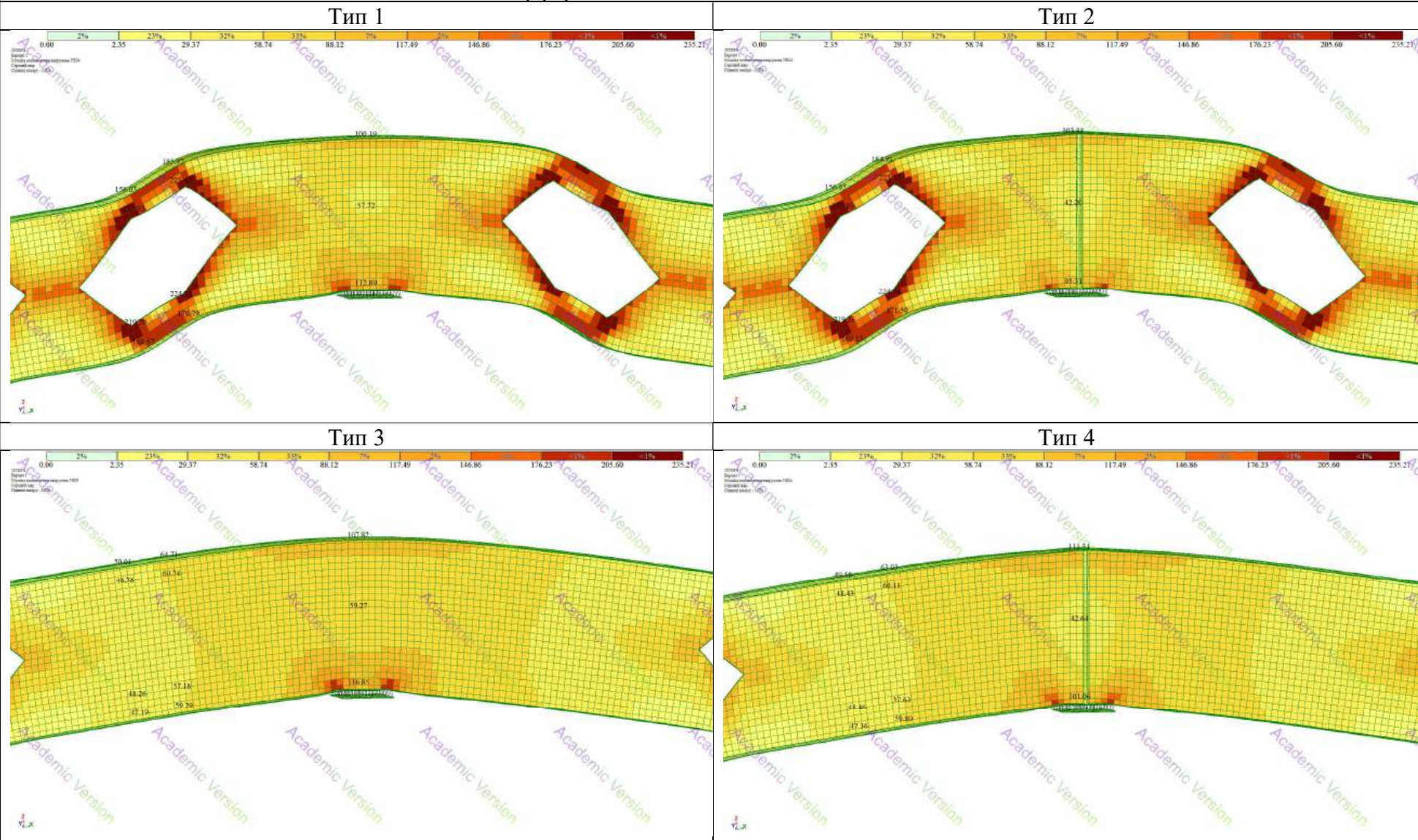
Точка 11



Характеристика опор за найменшими напруженнями в точках

	Тип 1	Тип 2	Тип 3	Тип 4
T1				+
T2				+
T3				+
T4				+
T5				+
T6				+
T7			+	
T8			+	
T9	+			
T10				+
T11		+		
Всього	1	1	2	7

Мозаїка приведених напружень.
Висота перфорованої балки 600 мм. Підтип Н-600-D20-0



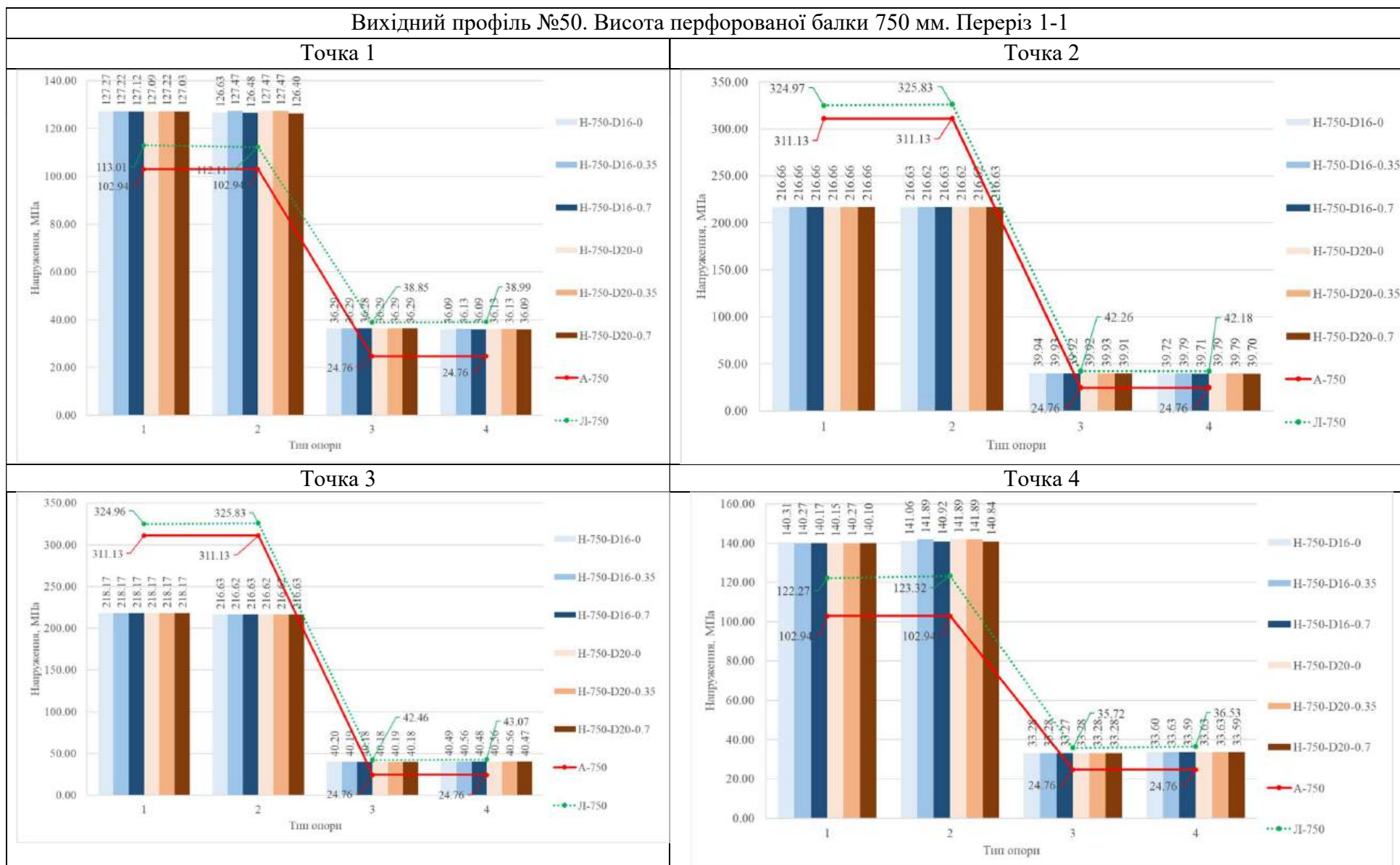
Таблиця 10

Вихідний профіль №50. Висота перфорованої балки 750 мм																		
Точка перерізу	Тип опори	Напруження, МПа								Розбіжність результатів обчислення, %								
		Теоретичні за формулами ДБН	Приведені розрахункові з числового експерименту з використанням «LIRA-FEM»								теоретичних і з нелінійного розрахунку							
			Лінійний розрахунок	Нелінійний розрахунок								натяг болтів на проміжній опорі						
				Натяг болтів на проміжній опорі								натяг болтів на проміжній опорі						
				0	0,35	0,7	0	0,35	0,7	0	0,35	0,7	0	0,35	0,7	0	0,35	0,7
Діаметр болтів D=16мм				Діаметр болтів D=20мм				Діаметр болтів D=16мм				Діаметр болтів D=20мм						
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17		
1	1	102,94	113,01	127,27	127,22	127,12	127,09	127,22	127,03	9,78	23,63	23,59	23,49	23,46	23,59	23,40		
	2	102,94	112,11	126,63	127,47	126,48	127,47	127,47	126,40	8,91	23,02	23,83	22,87	23,83	23,83	22,79		
	3	24,76	38,85	36,29	36,29	36,28	36,29	36,29	36,29	56,89	46,54	46,54	46,52	46,54	46,54	46,52		
	4	24,76	38,99	36,09	36,13	36,09	36,13	36,13	36,09	57,43	45,74	45,90	45,72	45,90	45,90	45,73		
2	1	311,13	324,97	216,66	216,66	216,66	216,66	216,66	216,66	4,45	30,36	30,36	30,36	30,36	30,36	30,36		
	2	311,13	325,83	216,63	216,62	216,63	216,62	216,62	216,63	4,72	30,37	30,38	30,37	30,38	30,38	30,37		
	3	24,76	42,26	39,94	39,93	39,92	39,92	39,93	39,91	70,64	61,28	61,25	61,21	61,20	61,25	61,18		
	4	24,76	42,18	39,72	39,79	39,71	39,79	39,79	39,70	70,33	60,41	60,68	60,34	60,67	60,68	60,31		
3	1	311,13	324,96	218,17	218,17	218,17	218,17	218,17	218,17	4,45	29,88	29,88	29,88	29,88	29,88	29,88		
	2	311,13	325,83	216,63	216,62	216,63	216,62	216,62	216,63	4,72	30,37	30,38	30,37	30,38	30,38	30,37		
	3	24,76	42,46	40,20	40,19	40,18	40,18	40,19	40,18	71,46	62,32	62,30	62,25	62,27	62,30	62,24		
	4	24,76	43,07	40,49	40,56	40,48	40,56	40,56	40,47	73,93	63,52	63,77	63,45	63,77	63,77	63,43		
4	1	102,94	122,27	140,31	140,27	140,17	140,15	140,27	140,10	18,78	36,31	36,27	36,17	36,15	36,27	36,10		
	2	102,94	123,32	141,06	141,89	140,92	141,89	141,89	140,84	19,80	37,03	37,84	36,90	37,84	37,84	36,82		
	3	24,76	35,72	33,28	33,28	33,27	33,28	33,28	33,28	44,23	34,38	34,38	34,36	34,39	34,38	34,37		
	4	24,76	36,53	33,60	33,63	33,59	33,63	33,63	33,59	47,49	35,67	35,82	35,64	35,82	35,82	35,66		
5	1	130,88	155,07	163,08	163,04	162,96	162,94	163,04	162,89	18,48	24,60	24,57	24,51	24,49	24,57	24,46		
	2	130,88	154,99	162,37	163,03	162,25	163,03	163,03	162,19	18,42	24,05	24,56	23,97	24,56	24,56	23,92		

Продовження табл. 10

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
	3	43,39	53,07	49,64	49,64	49,63	49,63	49,64	49,62	22,32	14,40	14,39	14,37	14,38	14,39	14,37
	4	43,39	52,88	49,14	49,20	49,13	49,20	49,20	49,13	79,83	13,25	13,38	13,22	13,38	13,38	13,22
6	1	262,12	286,91	222,29	222,30	222,30	222,31	222,30	222,31	9,45	15,20	15,19	15,19	15,19	15,19	15,19
	2	262,12	283,59	222,40	222,34	222,41	222,34	222,34	222,41	8,19	15,16	15,18	15,15	15,18	15,18	15,15
	3	43,39	54,26	51,32	51,31	51,30	51,30	51,31	51,29	25,05	18,27	18,26	18,23	18,22	18,26	18,20
	4	43,39	53,90	50,85	50,93	50,83	50,93	50,93	50,82	24,22	17,20	17,38	17,15	17,38	17,38	17,13
7	1	262,12	275,17	220,84	220,84	220,85	220,85	220,84	220,86	4,98	15,75	15,75	15,75	15,75	15,75	15,74
	2	262,12	278,35	220,73	220,67	220,74	220,67	220,67	220,74	6,19	15,79	15,81	15,79	15,81	15,81	15,79
	3	43,39	50,22	47,47	47,47	47,46	47,47	47,47	47,46	15,73	9,41	9,40	9,38	9,40	9,40	9,38
	4	43,39	51,34	48,06	48,12	48,04	48,12	48,12	48,04	18,31	10,75	10,89	10,72	10,89	10,89	10,72
8	1	130,88	141,47	146,37	146,35	146,28	146,27	146,35	146,23	8,09	11,83	11,81	11,76	11,76	11,81	11,73
	2	130,88	142,86	147,16	147,77	147,07	147,77	147,77	147,02	9,15	12,44	12,90	12,36	12,90	12,90	12,33
	3	43,39	47,41	44,18	44,18	44,17	44,19	44,18	44,18	9,26	1,81	1,82	1,80	1,84	1,82	1,83
	4	43,39	48,88	44,87	44,92	44,87	44,91	44,92	44,88	12,66	3,42	3,52	3,40	3,51	3,52	3,43
9	1	121,92	96,24	87,66	87,64	87,61	87,59	87,64	87,57	21,06	28,09	28,11	28,14	28,15	28,11	28,17
	2	121,92	97,99	87,45	87,65	87,38	87,65	87,65	87,34	19,63	28,27	28,10	28,33	28,10	28,10	28,36
	3	121,92	104,37	96,83	96,81	96,77	96,74	96,81	96,72	14,39	20,57	20,59	20,63	20,65	20,59	20,66
	4	121,92	105,98	96,42	96,61	96,34	96,61	96,61	96,29	13,07	20,91	20,76	20,98	20,76	20,76	21,02
10	1	121,92	70,65	60,44	60,38	60,30	60,27	60,38	60,24	42,05	50,42	50,48	50,54	50,56	50,48	50,59
	2	121,92	59,92	47,35	47,51	47,22	47,51	47,51	47,18	50,85	61,16	61,03	61,27	61,03	61,03	61,30
	3	121,92	72,85	62,77	62,70	62,63	62,61	62,70	62,58	40,24	48,52	48,57	48,63	48,65	48,57	48,67
	4	121,92	61,19	48,67	48,78	48,55	48,78	48,78	48,51	49,81	60,08	59,99	60,18	59,99	59,99	60,21
11	1	121,92	720,52	128,80	128,78	128,74	128,48	128,78	128,44	491,00	5,65	5,63	5,59	5,38	5,63	5,35
	2	121,92	289,39	95,26	96,77	94,60	96,77	96,77	93,81	137,37	21,87	20,63	22,40	20,63	20,63	23,05
	3	121,92	730,99	133,94	133,84	133,73	133,36	133,84	133,30	499,59	9,86	9,78	9,69	9,39	9,78	9,33
	4	121,92	297,40	102,06	103,77	101,25	103,77	103,77	100,15	143,94	16,29	14,88	16,95	14,89	14,88	17,85

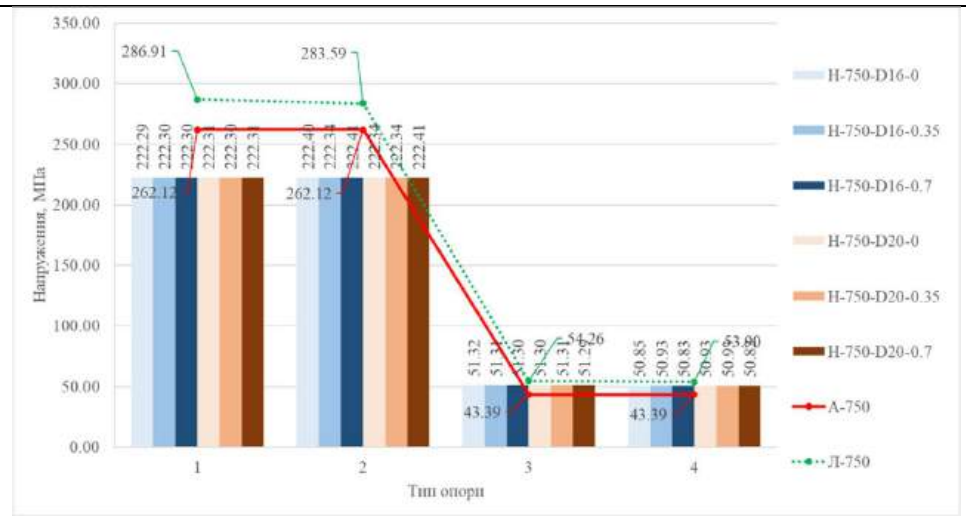
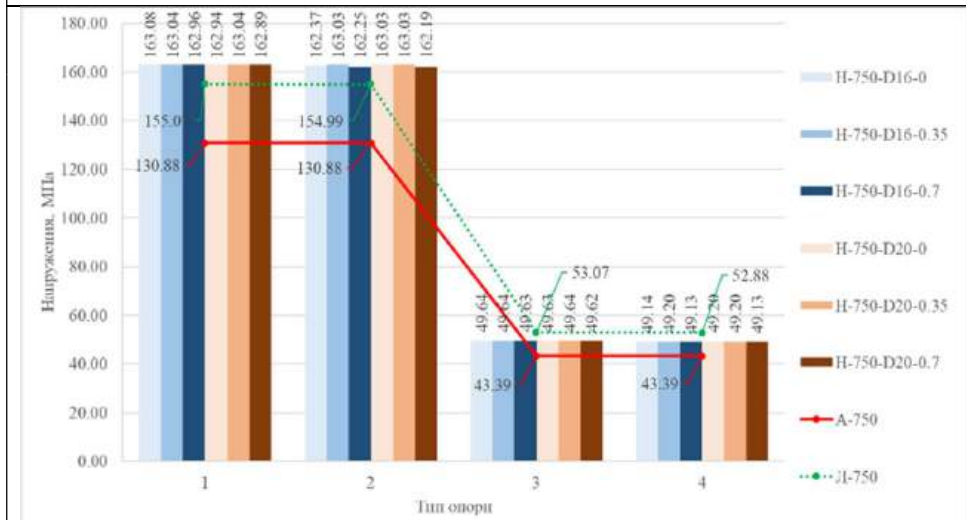
Вихідний профіль №50. Висота перфорованої балки 750 мм. Переріз 1-1



Вихідний профіль №50. Висота перфорованої балки 750 мм. Переріз 2-2

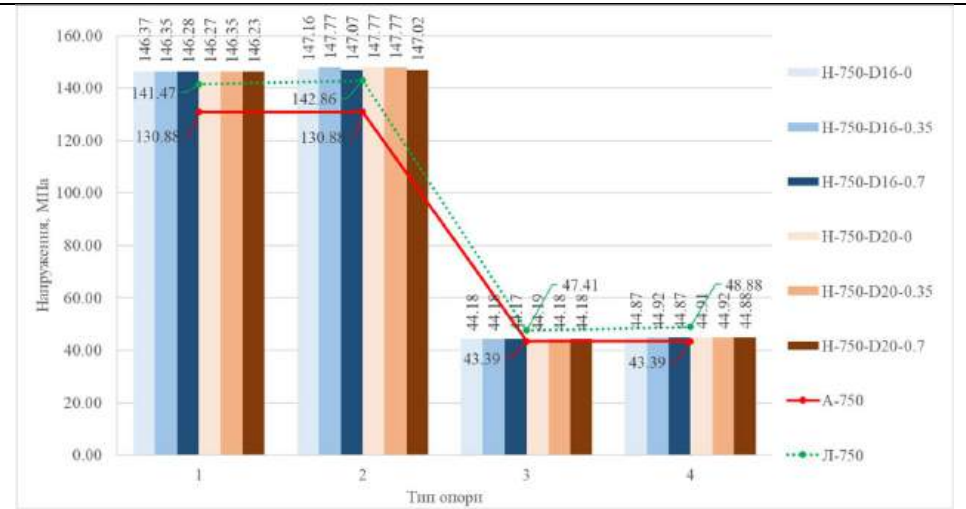
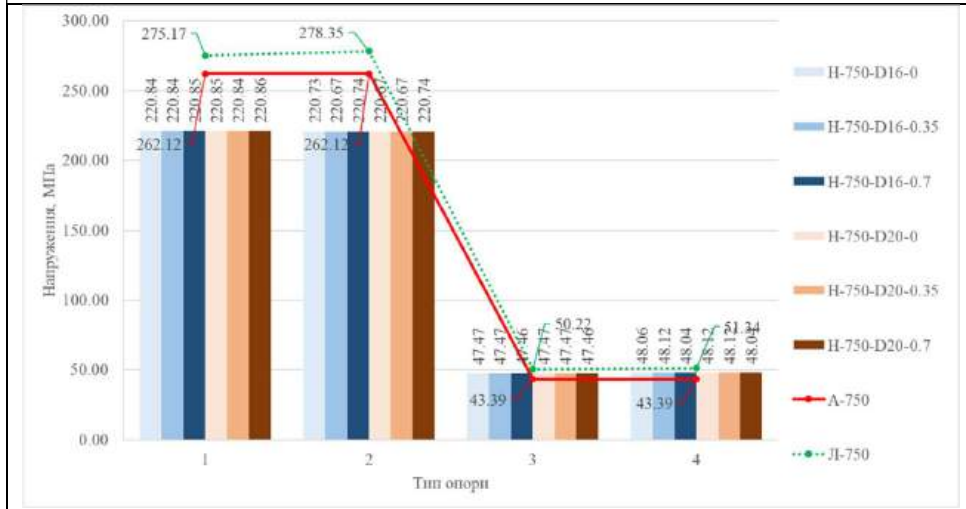
Точка 5

Точка 6



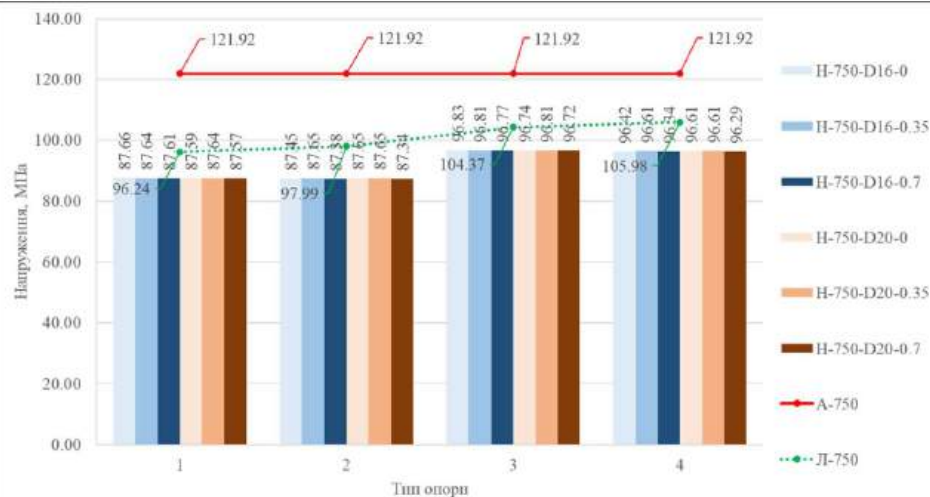
Точка 7

Точка 8

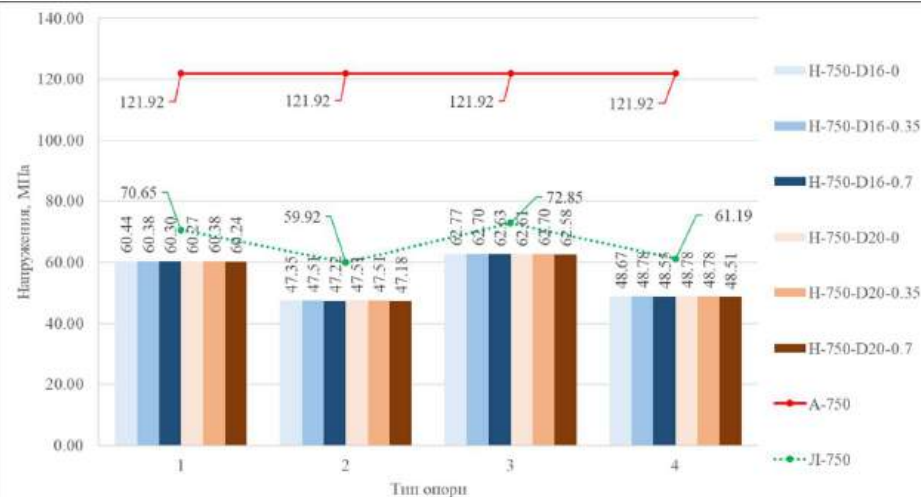


Вихідний профіль №50. Висота перфорованої балки 750 мм. Переріз 3-3

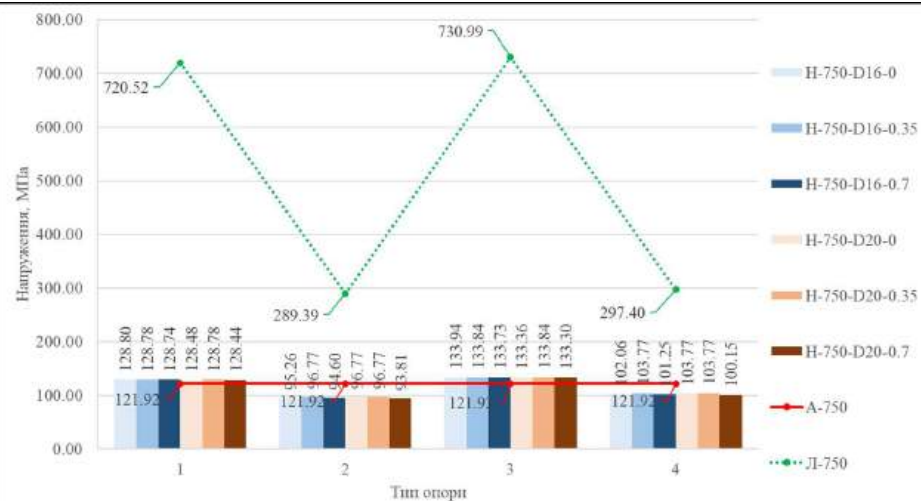
Точка 9



Точка 10



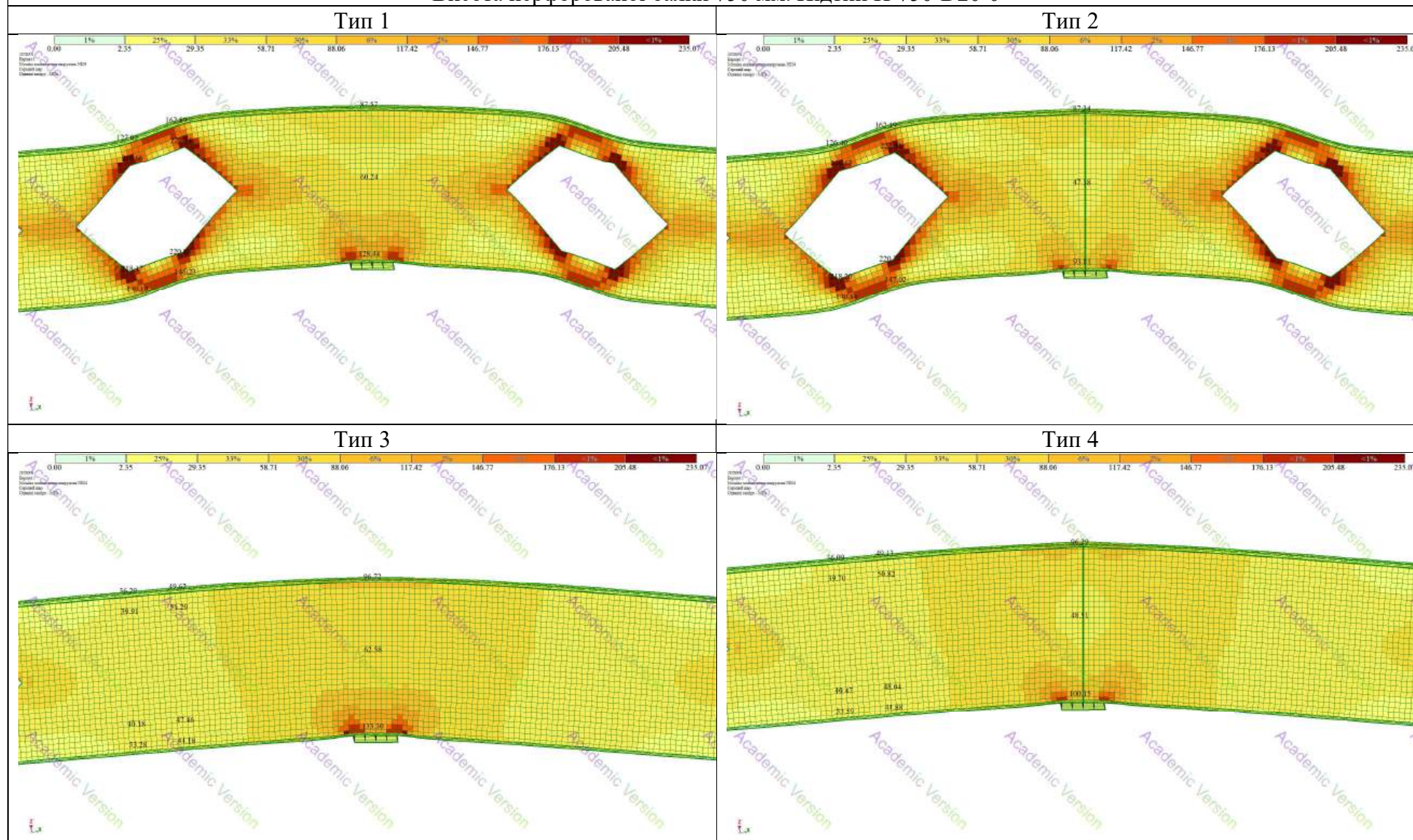
Точка 11



Характеристика опор за найменшими напруженнями в точках

	Тип 1	Тип 2	Тип 3	Тип 4
T1				+
T2				+
T3			+	
T4			+	
T5				+
T6				+
T7			+	
T8			+	
T9		+		
T10		+		
T11		+		
Всього:	0	3	4	4

Мозаїка приведених напружень.
 Висота перфорованої балки 750 мм. Підтип Н-750-D20-0



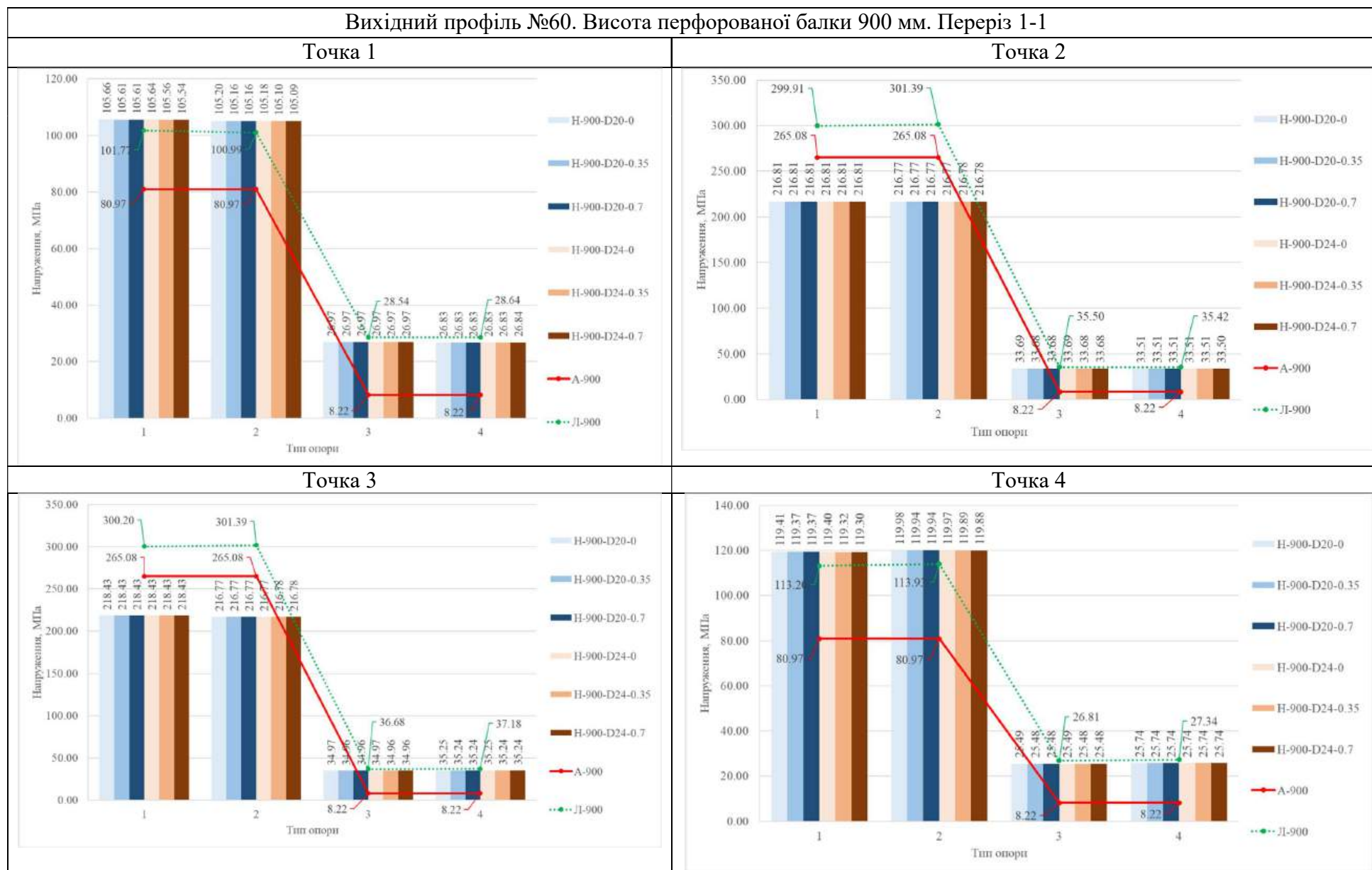
Таблиця 13

Вихідний профіль №60. Висота перфорованої балки 900 мм																	
Точка перерізу	Тип опори	Напруження, МПа								Розбіжність результатів обчислення, %							
		Теоретичні за формулами ДБН	приведені розрахункові з числового експерименту з використанням «LIRA-FEM»								Теоретичних і з лінійного розрахунку	Теоретичних і з нелінійного розрахунку					
			Лінійний розрахунок	Нелінійний розрахунок						Натяг болтів на проміжній опорі							
				Натяг болтів на проміжній опорі						Натяг болтів на проміжній опорі							
				0	0,35	0,7	0	0,35	0,7	0		0,35	0,7	0	0,35	0,7	
Ø болтів D=20мм			Ø болтів D=24мм			Ø болтів D=20мм			Ø болтів D=24мм								
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	
1	1	80,97	101,77	105,66	105,61	105,61	105,64	105,56	105,54	25,68	30,48	30,43	30,43	30,46	30,36	30,34	
	2	80,97	100,99	105,20	105,16	105,16	105,18	105,10	105,09	24,72	29,92	29,87	29,87	29,90	29,80	29,78	
	3	8,22	28,54	26,97	26,97	26,97	26,97	26,97	26,97	247,09	227,99	227,97	227,97	228,01	228,00	228,00	
	4	8,22	28,64	26,83	26,83	26,83	26,83	26,83	26,84	248,28	226,31	226,29	226,29	226,33	226,33	226,34	
2	1	265,08	299,91	216,81	216,81	216,81	216,81	216,81	216,81	13,14	18,21	18,21	18,21	18,21	18,21	18,21	
	2	265,08	301,39	216,77	216,77	216,77	216,77	216,78	216,78	13,70	18,22	18,22	18,22	18,22	18,22	18,22	
	3	8,22	35,50	33,69	33,68	33,68	33,69	33,68	33,68	331,71	309,69	309,60	309,60	309,68	309,57	309,56	
	4	8,22	35,42	33,51	33,51	33,51	33,51	33,51	33,50	330,78	307,55	307,47	307,47	307,54	307,45	307,44	
3	1	265,08	300,20	218,43	218,43	218,43	218,43	218,43	218,43	13,25	17,60	17,60	17,60	17,60	17,60	17,60	
	2	265,08	301,39	216,77	216,77	216,77	216,77	216,78	216,78	13,70	18,22	18,22	18,22	18,22	18,22	18,22	
	3	8,22	36,68	34,97	34,96	34,96	34,97	34,96	34,96	346,08	325,27	325,18	325,18	325,28	325,16	325,15	
	4	8,22	37,18	35,25	35,24	35,24	35,25	35,24	35,24	352,20	328,65	328,56	328,56	328,66	328,56	328,55	
4	1	80,97	113,20	119,41	119,37	119,37	119,40	119,32	119,30	39,80	47,47	47,41	47,41	47,45	47,36	47,34	
	2	80,97	113,93	119,98	119,94	119,94	119,97	119,89	119,88	40,70	48,17	48,12	48,12	48,16	48,06	48,04	
	3	8,22	26,81	25,49	25,48	25,48	25,49	25,48	25,48	226,07	209,93	209,87	209,87	209,94	209,87	209,87	
	4	8,22	27,34	25,74	25,74	25,74	25,74	25,74	25,74	232,46	213,04	212,99	212,99	213,06	213,00	213,00	
5	1	110,21	133,62	139,19	139,15	139,15	139,17	139,10	139,09	21,24	26,29	26,26	26,26	26,28	26,22	26,21	
	2	110,21	133,84	138,69	138,65	138,65	138,67	138,61	138,59	21,45	25,84	25,80	25,80	25,83	25,77	25,75	

Продовження табл. 13

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
	3	26,26	40,00	37,59	37,59	37,59	37,59	37,59	37,59	52,33	43,12	43,12	43,12	43,13	43,14	43,14
	4	26,26	39,98	37,20	37,20	37,20	37,21	37,21	37,21	84,52	41,67	41,67	41,67	41,68	41,69	41,70
6	1	258,31	298,08	220,50	220,51	220,51	220,51	220,51	220,52	15,39	14,64	14,64	14,64	14,64	14,63	14,63
	2	258,31	295,25	220,60	220,60	220,60	220,60	220,61	220,61	14,30	14,60	14,60	14,60	14,60	14,60	14,60
	3	26,26	46,05	43,73	43,73	43,73	43,73	43,73	43,73	75,34	66,54	66,51	66,51	66,54	66,51	66,50
	4	26,26	45,78	43,33	43,32	43,32	43,32	43,33	43,32	43,32	74,32	65,00	64,98	64,98	65,00	64,97
7	1	258,31	287,72	218,98	218,98	218,98	218,98	218,99	218,99	11,38	15,23	15,23	15,23	15,23	15,22	15,22
	2	258,31	290,61	218,88	218,89	218,89	218,89	218,89	218,89	12,50	15,26	15,26	15,26	15,26	15,26	15,26
	3	26,26	42,00	39,95	39,94	39,94	39,95	39,95	39,95	59,93	52,12	52,10	52,10	52,13	52,11	52,11
	4	26,26	43,09	40,56	40,55	40,55	40,56	40,56	40,56	64,08	54,43	54,42	54,42	54,45	54,44	54,44
8	1	110,21	118,18	121,28	121,25	121,25	121,27	121,22	121,21	7,23	10,05	10,02	10,02	10,04	9,99	9,98
	2	110,21	119,60	122,06	122,03	122,03	122,05	122,00	121,99	8,52	10,75	10,72	10,72	10,75	10,70	10,69
	3	26,26	34,45	32,33	32,33	32,33	32,34	32,34	32,34	31,17	23,11	23,11	23,11	23,14	23,15	23,15
	4	26,26	35,85	33,03	33,03	33,03	33,04	33,04	33,04	36,53	25,77	25,78	25,78	25,81	25,82	25,83
9	1	106,11	74,40	73,91	73,90	73,90	73,90	73,88	73,88	29,88	30,34	30,35	30,35	30,35	30,37	30,37
	2	106,11	77,09	73,59	73,56	73,56	73,58	73,54	73,53	27,35	30,65	30,67	30,67	30,66	30,69	30,70
	3	106,11	83,30	84,27	84,25	84,25	84,25	84,23	84,23	21,49	20,58	20,60	20,60	20,59	20,62	20,62
	4	106,11	86,08	83,81	83,78	83,78	83,79	83,75	83,74	18,87	21,02	21,04	21,04	21,03	21,07	21,08
10	1	106,11	69,28	61,38	61,32	61,32	61,35	61,25	61,23	34,71	42,16	42,21	42,21	42,18	42,27	42,29
	2	106,11	60,89	50,61	50,56	50,56	50,60	50,49	50,47	42,62	52,30	52,35	52,35	52,31	52,42	52,44
	3	106,11	72,29	64,58	64,53	64,53	64,57	64,46	64,45	31,87	39,13	39,19	39,19	39,15	39,24	39,26
	4	106,11	63,07	52,82	52,76	52,76	52,81	52,70	52,68	40,56	50,22	50,28	50,28	50,23	50,33	50,35
11	1	106,11	778,55	151,60	151,48	151,48	151,54	151,36	151,33	633,75	42,88	42,77	42,77	42,82	42,65	42,62
	2	106,11	328,26	100,17	100,27	100,27	99,90	100,12	100,18	209,37	5,60	5,50	5,50	5,85	5,64	5,59
	3	106,11	794,42	160,02	159,85	159,85	159,94	159,69	159,65	648,71	50,81	50,65	50,65	50,74	50,51	50,47
	4	106,11	338,75	107,50	107,29	107,29	107,04	106,92	106,92	219,26	1,32	1,12	1,12	0,88	0,77	0,77

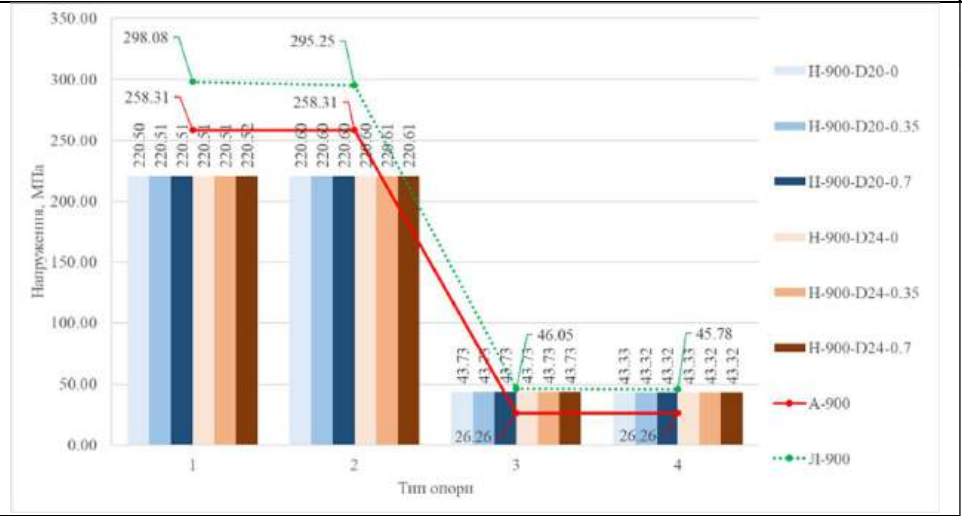
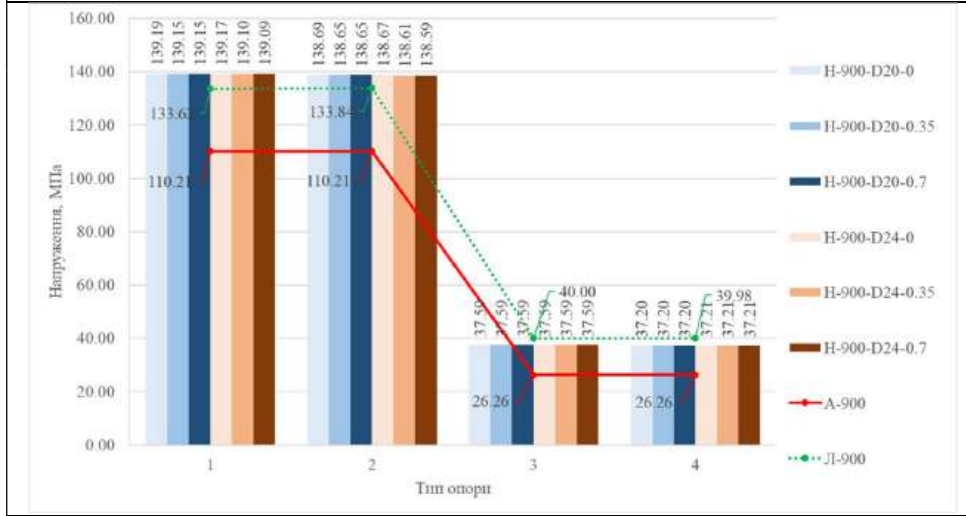
Вихідний профіль №60. Висота перфорованої балки 900 мм. Переріз 1-1



Вихідний профіль №60. Висота перфорованої балки 900 мм. Переріз 2-2

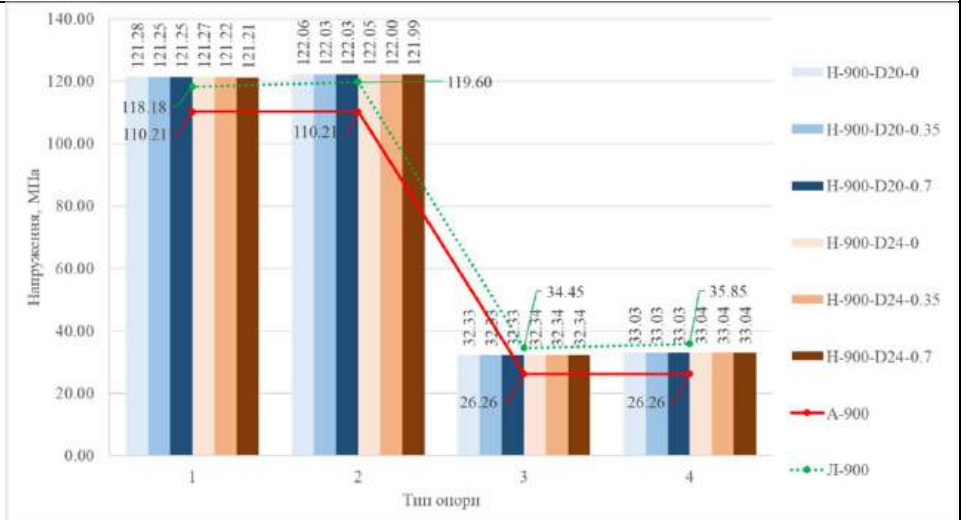
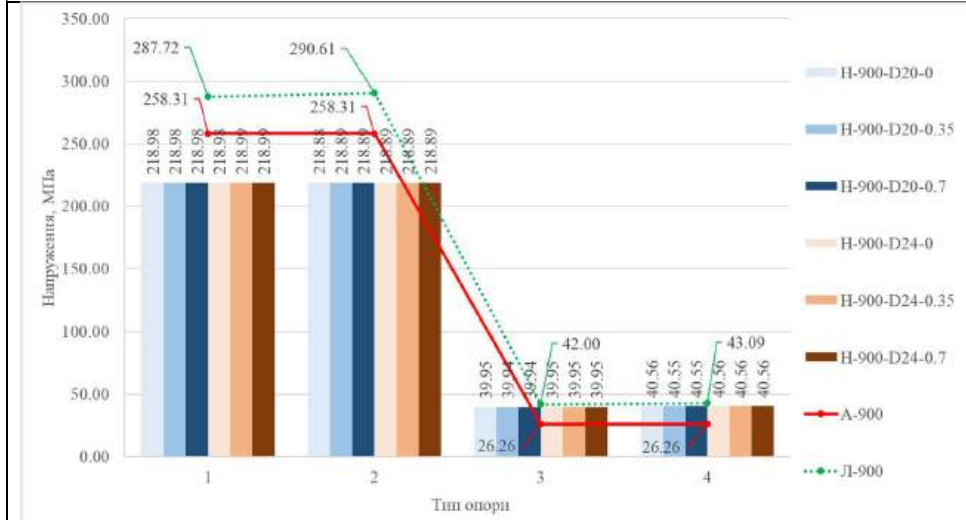
Точка 5

Точка 6



Точка 7

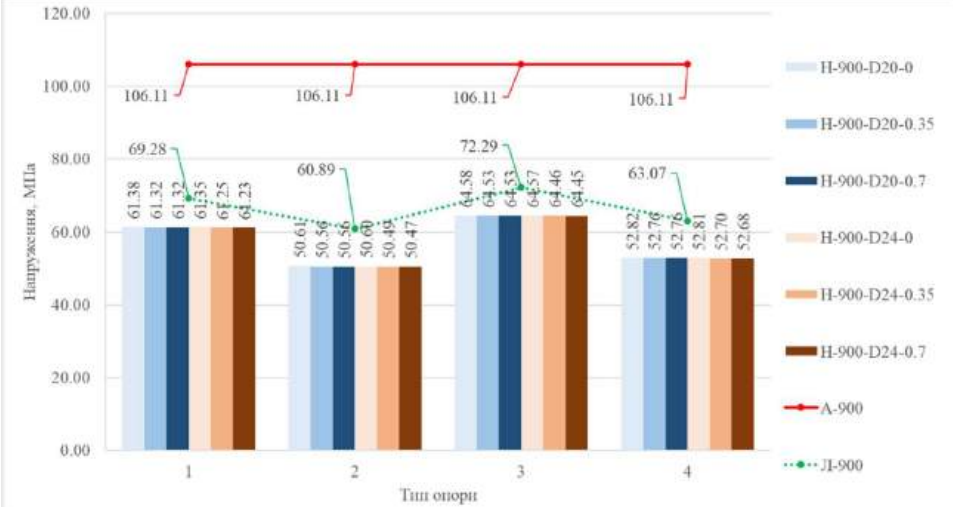
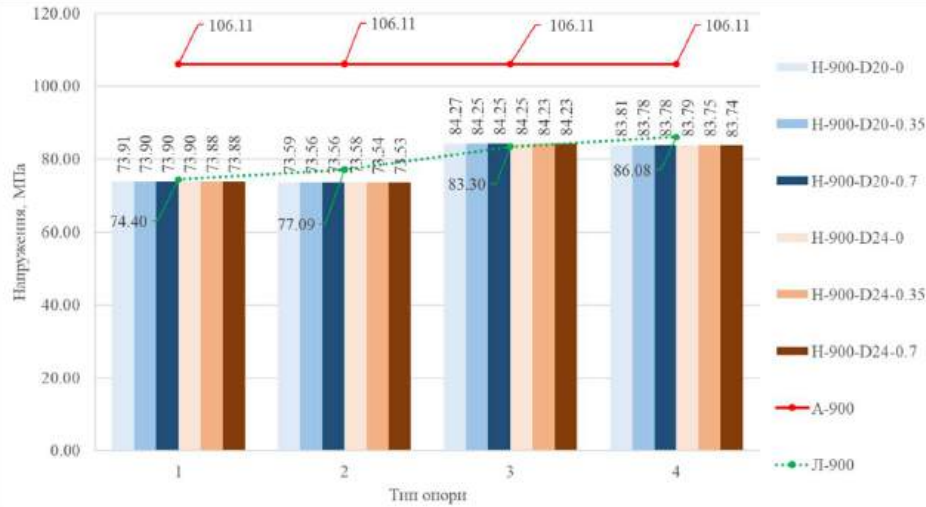
Точка 8



Вихідний профіль №60. Висота перфорованої балки 900 мм. Переріз 3-3

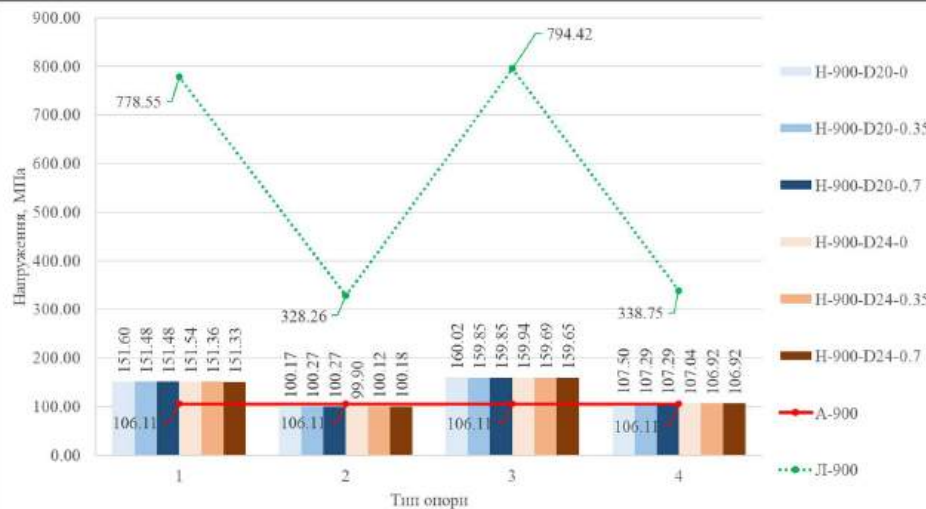
Точка 9

Точка 10



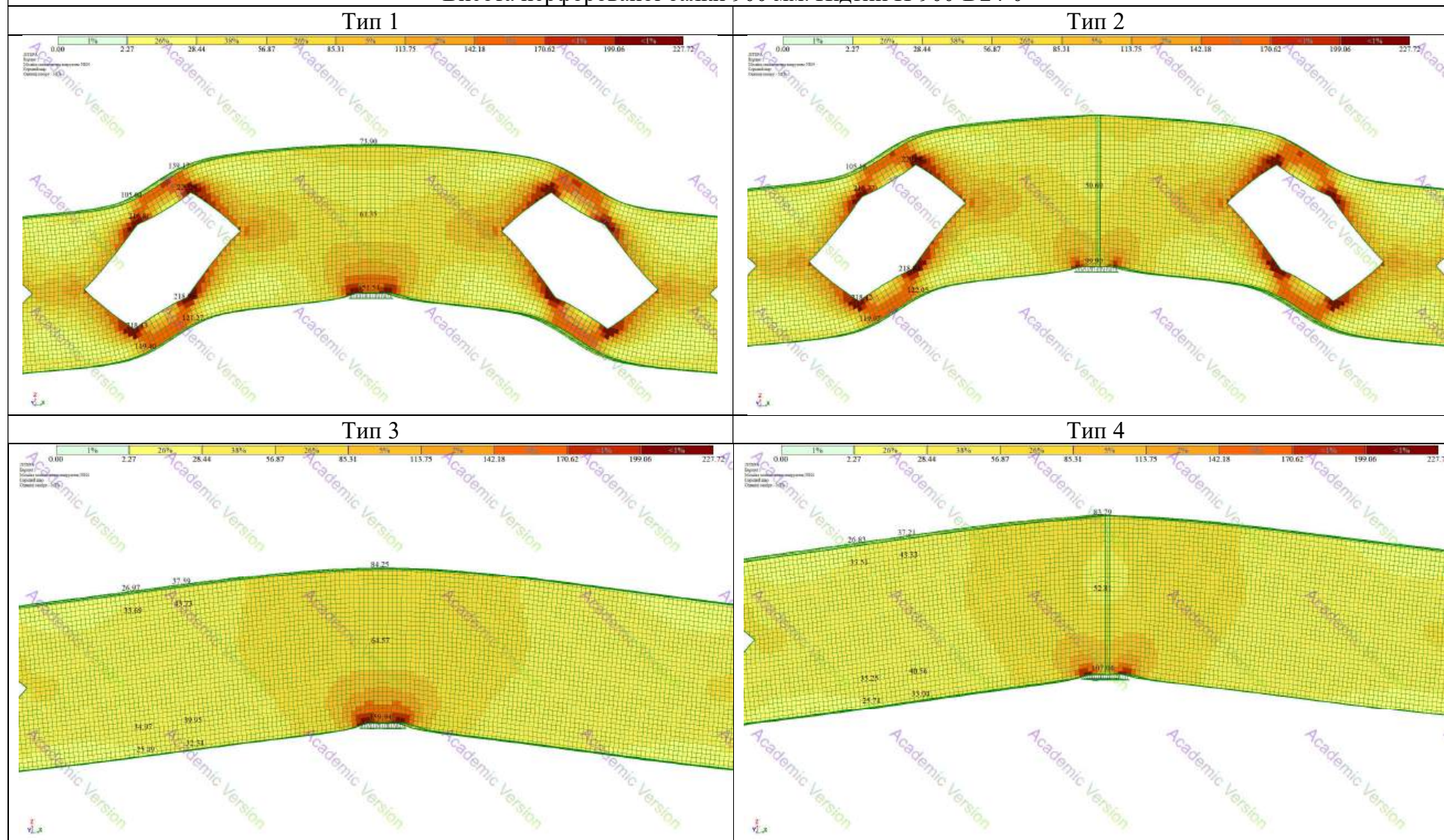
Точка 11

Характеристика опор за найменшими напруженнями в точках



	Тип 1	Тип 2	Тип 3	Тип 4
T1				+
T2				+
T3			+	
T4			+	
T5				+
T6				+
T7			+	
T8			+	
T9		+		
T10		+		
T11		+		
Всього	0	3	4	4

Мозаїка приведених напружень.
 Висота перфорованої балки 900 мм. Підтип Н-900-D24-0

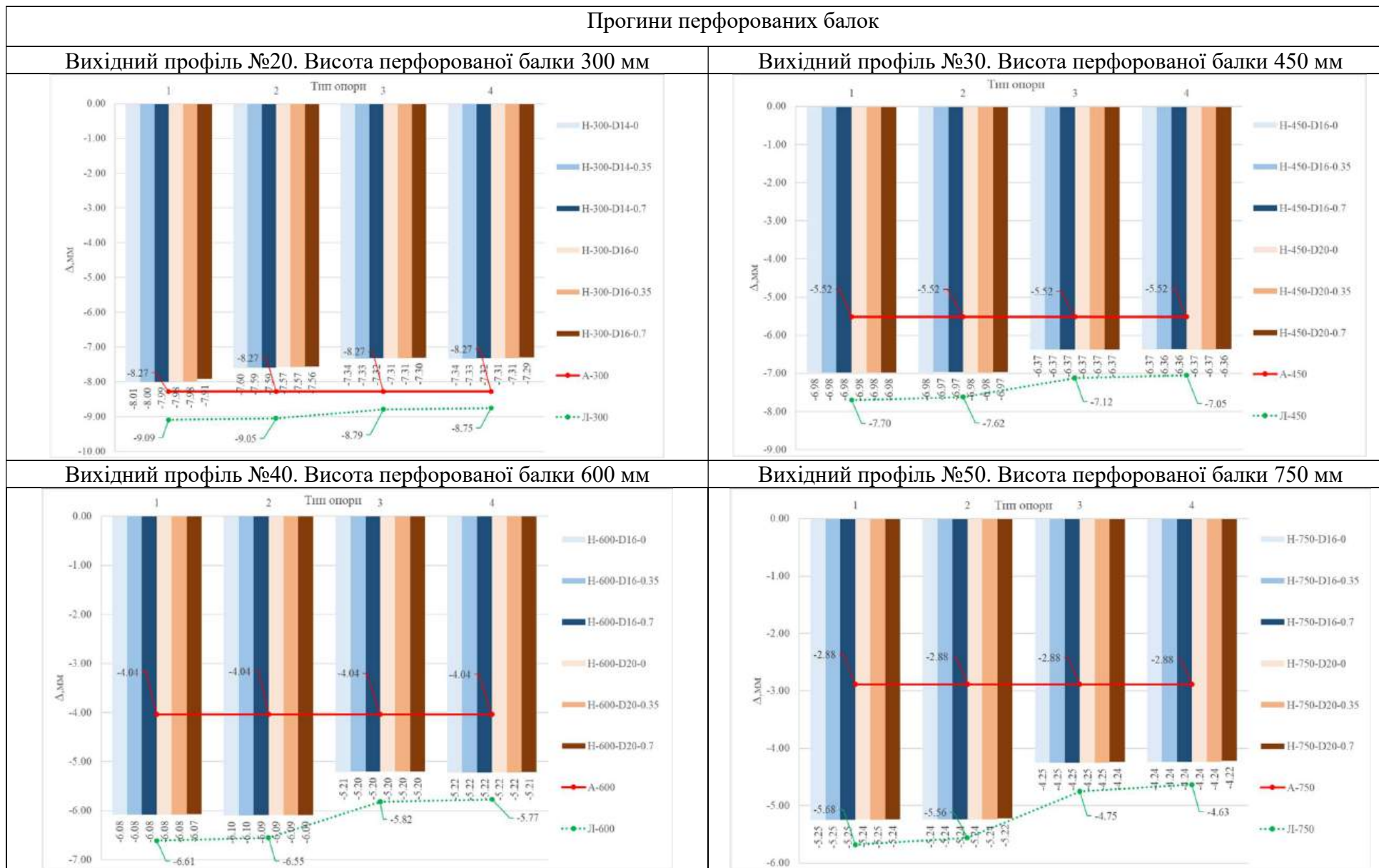


Таблиця 16

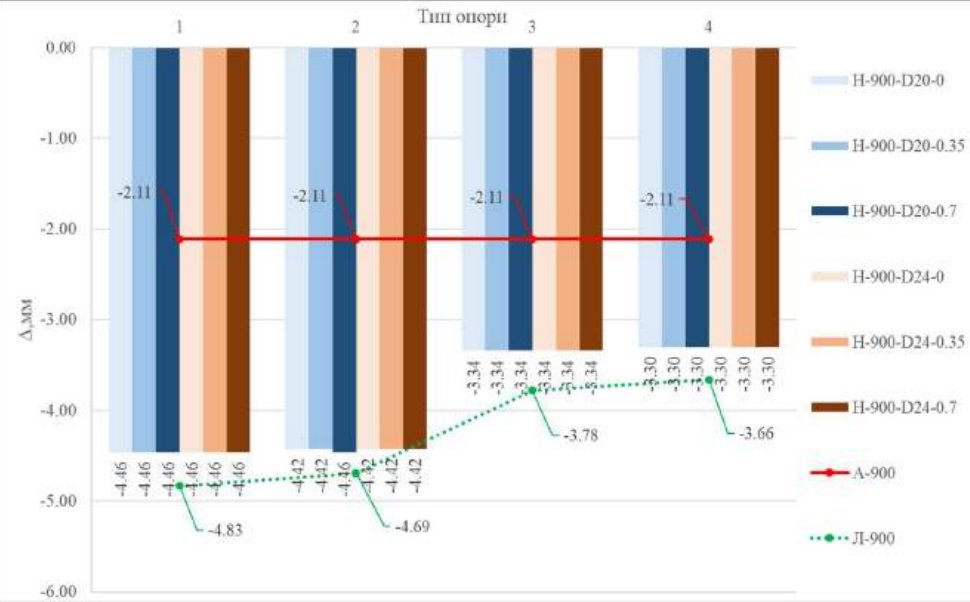
Прогини балок

Висота перерізу, мм	Тип опори	Теоретичні за формулами ДБН	Лінійний розрахунок	Нелінійний розрахунок					
				Натяг болтів на проміжній опорі					
				0	0,35	0,7	0	0,35	0,7
				Діаметр болтів D = 14мм			Діаметр болтів D = 16мм		
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
300	1	-8,27	-9,09	-8,01	-8,00	-7,99	-7,98	-7,98	-7,91
	2	-8,27	-9,05	-7,60	-7,59	-7,59	-7,57	-7,57	-7,56
	3	-8,27	-8,79	-7,34	-7,33	-7,32	-7,31	-7,31	-7,30
	4	-8,27	-8,75	-7,34	-7,33	-7,32	-7,31	-7,31	-7,29
				Діаметр болтів D=16мм			Діаметр болтів D=20мм		
450	1	-5,52	-7,70	-6,98	-6,98	-6,98	-6,98	-6,98	-6,98
	2	-5,52	-7,62	-6,98	-6,97	-6,97	-6,98	-6,98	-6,97
	3	-5,52	-7,12	-6,37	-6,37	-6,37	-6,37	-6,37	-6,37
	4	-5,52	-7,05	-6,37	-6,36	-6,36	-6,37	-6,37	-6,36
600	1	-4,04	-6,61	-6,08	-6,08	-6,08	-6,08	-6,08	-6,07
	2	-4,04	-6,55	-6,10	-6,10	-6,09	-6,09	-6,09	-6,09
	3	-4,04	-5,82	-5,21	-5,20	-5,20	-5,20	-5,20	-5,20
	4	-4,04	-5,77	-5,22	-5,22	-5,22	-5,22	-5,22	-5,24
750	1	-2,88	-5,68	-5,25	-5,25	-5,25	-5,24	-5,25	-5,24
	2	-2,88	-5,56	-5,24	-5,24	-5,24	-5,24	-5,24	-5,22
	3	-2,88	-4,75	-4,25	-4,25	-4,25	-4,25	-4,25	-4,24
	4	-2,88	-4,63	-4,24	-4,24	-4,24	-4,24	-4,24	-4,22
				Діаметр болтів D = 20мм			Діаметр болтів D = 24мм		
900	1	-2,11	-4,83	-4,46	-4,46	-4,46	-4,46	-4,46	-4,46
	2	-2,11	-4,69	-4,42	-4,42	-4,46	-4,42	-4,42	-4,42
	3	-2,11	-3,78	-3,34	-3,34	-3,34	-3,34	-3,34	-3,34
	4	-2,11	-3,66	-3,30	-3,30	-3,30	-3,30	-3,30	-3,30

Прогини перфорованих балок



Вихідний профіль №60. Висота перфорованої балки 900 мм



Додаток В

Таблиця 1

Напруження в характерних перерізах балок по довжині для різних коефіцієнтів розвитку висоти перерізу (матеріал балки - сталь С235)

№№ вихідного профілю/ розрахункове навантаження (табл. 2.4)	Діаметр болтів, мм	k	Нове навантаження, кН/м	№№ профілів, необхідні для прийняття навантаження		Максимальні напруження у точках перерізів, МПа									Прогини, мм
				розрахункового	нового	біля проміжної опори			у прольоті			опорного на відстані			
						точка	σ	σ_{red}	точка	σ	σ_{red}	m від крайньої опори	n від проміжної опори		
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	15	13	14	15	
20/9,73	16	1,10	10,4	20	22	т11.	228,27	206,96	т1. т4.	131,93	119,91	85,12	96,64	16,60	
		1,15	11,0	20	22	т11.	228,08	207,02	т1. т4.	134,32	121,95	82,32	95,47	15,92	
		1,20	11,7	20	22	т11.	229,69	208,72	т1. т4.	138,63	125,66	80,42	95,31	15,43	
		1,25	12,3	20	22	т11.	229,09	208,41	т1. т4.	142,70	129,08	75,36	94,44	14,88	
		1,30	12,9	18	24	т11.	228,38	208,00	т1. т4.	148,05	133,56	75,62	93,71	14,39	
		1,35	13,6	18	24	т2. т3.	229,26	209,05	т2. т3.	159,21	143,01	73,10	93,79	14,07	
		1,40	11,4	20	22	т2. т3.	229,98	204,65	т2. т3.	162,99	144,64	57,65	74,87	10,99	
		1,45	9,3	22	20	т2. т3.	227,78	200,92	т2. т3.	163,69	144,15	43,83	58,32	8,40	
		1,50	7,6	24	20	т2. т3.	229,72	201,50	т2. т3.	166,95	146,29	34,28	45,63	6,46	
30/24,91	16	1,10	26,6	30	33	т11.	224,08	210,60	т1. т4.	134,42	126,18	114,69	133,00	11,02	
		1,15	28,6	30	33	т11.	227,20	214,04	т1. т4.	140,12	131,18	111,31	133,37	10,74	
		1,20	30,5	30	33	т11.	228,97	216,23	т1. т4.	146,23	136,38	107,57	133,31	10,44	
		1,25	32,3	27	33	т11.	229,61	217,36	т1. т4.	153,12	142,12	99,94	132,92	10,14	
		1,30	34,1	27	36	т11.	229,96	218,23	т1. т4.	161,69	149,24	99,69	132,64	9,88	
		1,35	31,8	27	33	т2. т3.	229,60	209,88	т2. т3.	175,11	158,64	79,87	116,95	8,52	
		1,40	26,1	30	30	т2. т3.	229,49	205,74	т2. т3.	178,81	159,42	63,80	91,62	178,81	
		1,45	21,3	33	30	т2. т3.	229,93	203,62	т2. т3.	182,34	160,96	44,80	71,35	5,01	
		1,50	17,0	36	27	т2. т3.	228,96	201,22	т2. т3.	184,24	161,64	33,45	54,48	3,77	

Продовження табл. 1

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
40/48,92	16	1,10	44,6	45	40	т11.	179,34	175,02	т1. т4.	116,84	112,05	112,44	133,25	6,87
		1,15	47,9	45	40	т11.	180,70	177,15	т1. т4.	122,70	117,08	107,46	133,17	6,68
		1,20	51,1	40	40	т11.	181,22	178,49	т1. т4.	129,34	122,63	102,34	132,91	6,49
		1,25	54,5	40	45	т11.	182,03	180,16	т1. т4.	137,88	129,75	100,11	133,24	6,35
		1,30	57,6	40	45	т11.	181,51	180,54	т1. т4.	147,49	137,64	92,55	132,90	6,19
		1,35	61,0	40	45	т2. т3.	225,59	208,28	т2. т3.	191,42	173,97	78,24	133,33	5,78
		1,40	51,0	40	40	т2. т3.	229,85	207,15	т2. т3.	199,92	178,50	65,99	105,94	4,51
		1,45	41,4	45	36	т2. т3.	229,87	204,10	т2. т3.	204,09	180,28	48,05	81,98	3,44
50/72,84	16	1,10	65,9	55	50	т11.	147,34	150,42	т1. т4.	111,77	107,89	106,30	133,20	4,61
		1,15	71,0	55	50	т11.	147,47	151,91	т1. т4.	119,04	114,06	100,17	133,23	4,50
		1,20	76,1	50	50	т11.	147,08	152,95	т1. т4.	127,55	121,16	100,17	133,32	4,39
		1,25	81,1	50	55	т11.	146,08	153,42	т1. т4.	137,51	129,38	90,99	133,30	4,29
		1,30	86,1	50	55	т2. т3.	154,47	153,62	т1. т4.	149,58	139,33	81,87	133,35	4,20
		1,35	91,0	45	55	т2. т3.	198,12	184,57	т2. т3.	191,92	174,34	69,67	133,32	4,13
		1,40	86,6	50	55	т2. т3.	229,97	208,22	т2. т3.	228,66	204,08	57,43	120,43	3,67
		1,45	69,1	55	50	т2. т3.	226,08	201,18	т2. т3.	229,76	202,89	49,83	91,50	2,75
60/102,81	20	1,10	93,9	-	60	т11.	124,32	133,65	т1. т4.	104,18	101,91	107,64	133,40	3,40
		1,15	101,2	-	60	т11.	123,64	134,75	т1. т4.	111,98	108,45	100,17	133,28	3,31
		1,20	108,6	60	-	т11.	122,58	135,58	т1. т4.	121,29	116,14	92,87	133,37	3,24
		1,25	115,9	60	-	т2. т3.	121,02	135,96	т1. т4.	132,28	125,15	81,89	133,39	3,17
		1,30	123,1	55	-	т2. т3.	138,36	136,76	т1. т4.	145,46	135,95	78,18	133,38	3,10
		1,35	129,9	55	-	т2. т3.	177,02	166,10	т2. т3.	189,15	171,97	52,55	133,03	3,04
		1,40	125,6	55	-	т2. т3.	208,35	189,32	т2. т3.	229,83	205,18	58,11	122,01	2,75
		1,45	99,5	-	60	т6. т7.	202,63	180,61	т2. т3.	229,97	203,08	23,76	91,97	2,05
	1,50	77,9	-	55	т6. т7.	207,64	183,35	т2. т3.	229,87	201,69	14,01	68,72	1,52	

Примітка. Відстані: $m = (c + s - 0,5 a)$; $n = L - (0,5c_{\text{cep}} + s - 0,5a)$

Таблиця 2

Напруження в характерних перерізах балок по довжині для різних коефіцієнтів розвитку висоти перерізу (матеріал балки - сталь С375)

№№ вихідного профілю/ розрахункове навантаження	Діаметр болтів, мм	k	Нове навантаження, кН/м	№№ профілів, необхідні для сприйняття навантаження		Максимальні напруження у точках перерізів, МПа								Прогини, мм
				розрахункового	нового	біля проміжної опори			у прольоті			опорного на відстані		
						точка	σ	σ_{red}	точка	σ	σ_{red}	m від крайньої опори	n від проміжної опори	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
20/15,2	16	1,10	12,5	20	22	т11.	274,36	248,75	т1. т4.	158,57	144,12	102,31	116,15	19,96
		1,15	13,8	20	22	т11.	286,14	259,72	т1. т4.	168,51	152,99	103,28	119,77	19,97
		1,20	15,1	20	24	т11.	296,44	269,37	т1. т4.	178,91	162,18	103,79	123,00	19,92
		1,25	16,5	18	24	т11.	307,32	279,58	т1. т4.	191,43	173,15	101,10	126,69	19,96
		1,30	17,9	18	24	т11.	316,90	288,63	т1. т4.	205,43	185,33	104,93	130,04	19,97
		1,35	19,3	18	24	т11.	325,35	296,66	т2. т3.	225,94	202,95	103,73	133,11	19,97
		1,40	18,0	18	24	т2. т3.	363,12	323,12	т2. т3.	257,35	228,38	91,02	118,21	17,36
		1,45	14,9	22	22	т2. т3.	364,93	321,90	т2. т3.	262,26	230,95	70,23	93,44	13,46
		1,50	12,0	24	22	т2. т3.	362,71	318,15	т2. т3.	263,60	230,99	54,13	72,05	10,20
30/39,6	16	1,10	40,0	30	33	т11.	336,96	316,69	т1. т4.	202,13	189,75	172,47	200,00	16,57
		1,15	42,9	30	33	т11.	340,80	321,06	т1. т4.	210,18	196,76	166,96	200,05	16,11
		1,20	45,7	30	33	т11.	343,09	323,99	т1. т4.	219,11	204,34	161,18	199,75	15,65
		1,25	48,5	27	33	т11.	344,77	326,38	т1. т4.	229,92	213,41	150,07	199,59	15,23
		1,30	51,1	27	36	т11.	344,60	327,02	т1. т4.	242,30	223,64	149,38	198,76	14,81
		1,35	47,6	27	33	т2. т3.	344,76	315,16	т2. т3.	262,95	238,21	119,94	175,61	12,80
		1,40	39,2	33	30	т2. т3.	344,67	309,01	т2. т3.	268,56	239,43	95,82	137,61	9,83
		1,45	31,9	40	30	т2. т3.	344,35	304,95	т2. т3.	273,08	241,06	67,09	106,86	7,50
		1,50	25,6	40	27	т2. т3.	344,78	303,01	т2. т3.	277,44	243,41	50,37	82,05	5,67
40/77,4	16	1,10	66,9	45	40	т11.	269,01	262,53	т11.	175,26	168,07	168,66	199,88	10,30
		1,15	71,9	45	40	т11.	271,24	265,91	т11.	184,18	175,74	161,30	199,90	10,03
		1,20	76,9	45	40	т11.	272,71	268,61	т11.	194,65	184,55	154,02	200,02	9,77

Продовження табл. 2

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
		1,25	81,8	40	45	т11.	273,21	270,40	т1. т4	206,95	194,74	150,26	199,98	9,53
		1,30	86,7	40	45	т11.	273,22	271,74	т1. т4	222,01	207,17	139,30	200,05	9,32
		1,35	91,5	40	45	т2. т3.	338,38	312,42	т2. т3.	287,14	260,95	117,35	199,99	8,68
		1,40	76,5	45	40	т2. т3.	344,77	310,73	т2. т3.	299,87	267,76	98,98	158,92	6,77
		1,45	62,1	45	36	т2. т3.	344,81	306,16	т2. т3.	306,13	270,42	72,08	122,97	5,16
		1,50	49,6	50	33	т2. т3.	344,56	303,19	т2. т3.	311,33	273,21	44,77	93,89	3,89
50/115,3	20	1,10	98,9	55	50	т11.	232,05	233,91	т1. т4.	160,18	156,01	159,52	199,91	6,92
		1,15	106,6	55	50	т11.	233,69	237,17	т1. т4.	170,00	164,39	150,40	200,03	6,75
		1,20	114,2	55	50	т11.	234,36	239,54	т1. т4.	181,41	173,89	150,32	200,06	6,59
		1,25	121,7	50	55	т11.	234,22	241,16	т1. т4.	194,98	185,04	136,54	200,03	6,44
		1,30	129,1	50	55	т2. т3.	235,42	242,16	т1. т4.	211,40	198,49	122,75	199,95	6,30
		1,35	136,4	50	55	т2. т3.	300,93	279,88	т2. т3.	280,15	255,05	104,43	199,83	6,18
		1,40	128,5	50	55	т2. т3.	344,75	311,91	т2. т3.	330,99	295,78	85,21	178,70	5,44
		1,45	104,6	55	50	т2. т3.	344,79	306,71	т2. т3.	340,00	300,44	75,43	138,51	4,16
60/162,7	20	1,10	140,8	-	60	т11.	186,42	200,40	т1. т4	156,21	152,80	161,40	200,03	5,10
		1,15	151,9	-	60	т11.	185,58	202,26	т1. т4	168,08	162,78	150,35	200,05	4,97
		1,20	162,9	60	-	т11.	183,87	203,37	т1. т4	181,93	174,21	139,30	200,05	4,86
		1,25	173,8	60	-	т2. т3.	181,48	203,88	т1. т4	198,36	187,67	122,80	200,03	4,75
	22	1,30	184,6	60	-	т2. т3.	209,44	210,80	т2. т3.	209,20	196,66	117,24	200,02	4,66
		1,35	195,3	55	-	т2. т3.	268,02	251,25	т2. т3.	278,73	253,84	79,00	200,01	4,57
		1,40	192,1	55	-	т2. т3.	320,22	290,86	т2. т3.	344,89	308,21	88,88	186,60	4,21
		1,45	151,0	60	60	т2. т3.	308,42	274,86	т2. т3.	342,90	302,97	36,06	139,58	3,11
		1,50	118,7	-	55	т6. т7.	315,09	278,26	т2. т3	344,73	302,54	21,34	104,71	2,31

Примітка. Відстані: $m = (c + s - 0,5 a)$; $n = L - (0,5c_{\text{сеп}} + s - 0,5a)$.

Додаток Г

Список опублікованих праць за темою дисертації

Статті у наукових фахових виданнях України:

1. Романюк В. В., Супрунюк В. В., Безнюк Л. І. Calculation of intermediate supporting parts of inseparable perforated beams in the software complex «Lira». *Збірник наукових праць "Сучасні будівельні конструкції з металу та деревини"*. Одеса : ОДАБА. Випуск XXV. 2021. С. 130 – 138. <https://odabamdipk.wixsite.com/sbornik/252021> (0,56/0,25 д.а.; моделювання нерозрізної перфорованої балки, побудова епюр напружень).
2. Романюк В. В., Супрунюк В. В., Безнюк Л. І. Напружено-деформований стан проміжних опор нерозрізних перфорованих балок за дії симетричного навантаження. *Збірник наукових праць. Ресурсоекономні матеріали, конструкції, будівлі та споруди*. Рівне : НУВГП, 2021. Випуск 40. С. 182 – 190. (0,28/0,125 д.а.; розробка креслень проміжних опорних ділянок нерозрізних перфорованих балок, побудова епюр напружень).
3. Романюк В. В., Супрунюк В. В., Безнюк Л. І. Напружено-деформований стан нерозрізних перфорованих балок біля проміжних опор. *Вісник НУВГП. Серія «Технічні науки»*. Рівне : НУВГП, 2021. Випуск №1(93). С. 405 – 416. (0,38/0,16 д.а.; розробка конструктивних схем проміжної опорної частини балки, побудова епюр напружень). <http://ep3.nuwm.edu.ua/id/eprint/22716>
4. Романюк В. В., Супрунюк В. В., Фурсович М. О., Зятюк Ю. Ю., Безнюк Л. І. Вибір раціональної конструкції ригеля надземного пішохідного переходу. *Вісник НУВГП. Серія «Технічні науки»*. Рівне: НУВГП, 2022. Випуск №2(98). С. 44 – 54. (0,34/0,12 д.а.; аналіз існуючих досліджень, побудова графіків/діаграм).
5. Романюк В. В., Супрунюк В. В., Безнюк Л. І., Баран Д. Я., Конончук О. П. Вибір оптимальних параметрів розвитку висоти поперечного профілю перфорованих елементів. *Збірник наукових праць. Ресурсоекономні матеріали, конструкції, будівлі та споруди*. Рівне : НУВГП, 2023. Випуск 43. С. 182 – 190. (0,41/0,14 д.а.; приклад підбору перерізу перфорованої балки).

6. Безнюк Л. І., Романюк Є. В., Романюк В. В., Супрунюк В. В. Напружено-деформований стан нерозрізних перфорованих балок біля проміжних опор за дії симметричного у прольотах навантаження. *Збірник наукових праць. Ресурсоекономні матеріали, конструкції, будівлі та споруди*. Рівне : НУВГП, 2024. Випуск 45. С. 116 – 125. (0,31/0,10 д.а.; постановка мети і завдань досліджень, побудова епюр/графіків).

7. Безнюк Л. І., Романюк Є. В., Романюк В. В., Супрунюк В. В., Зятюк Ю. Ю. Особливості розподілення напружень біля проміжних опор нерозрізних перфорованих балок за дії несиметричного навантаження. *Збірник наукових праць. Ресурсоекономні матеріали, конструкції, будівлі та споруди*. Рівне : НУВГП, 2024. Випуск 46. С. 153 – 161. (0,28/0,09 д.а.; постановка мети і завдань досліджень, побудова епюр/графіків).

8. Безнюк Л. І., Романюк Є. В., Романюк В. В., Супрунюк В. В., Зятюк Ю. Ю. Нелінійне моделювання обпирання перфорованих балок на оголовки колон. *Збірник наукових праць "Сучасне будівництво та архітектура"*. Одеса : ОДАБА. Збірник 13. 2025. С. 57 – 67. (0,31/0,10 д.а.; розробка методики розрахунку проміжної опорної частини балки з урахуванням нелінійної роботи).

Статті у наукових періодичних виданнях інших держав, у тому числі ті, що входять до міжнародних наукометричних баз даних:

1. V. V. Romaniuk, V. V. Supruniuk, L. I. Bezniuk, T. Y. Misyuk. The Effect Of The Actual Stiffness Of Bolted Hinged Joints On The Bearing Capacity Of The Elements. *Strength of Materials and Theory of Structures: Scientific-and-technical collected articles*. К.: KNUBA, 2021. Issue 107. P. 324 – 333. (0,31/0,10 д.а.; розробка методики урахування фактичної жорсткості болтових з'єднань). <https://doi.org/10.32347/2410-2547.2021.107.323-332> (Web of Science)
2. V. Romaniuk, V. Supruniuk, L. Bezniuk, M. Fursovych, Yu. Ziatiuk. Determination of rigidity of node bolt joints. *AIP Conference Proceedings*. Volume 2678, Issue 1. 020016 (2023). <https://doi.org/10.1063/5.0119015> (Scopus).

(0,5/0,12 д.а.; аналіз технічної літератур, використання методу початкових параметрів для дослідження деформування опорної частини балки).

3. V. Romaniuk, V. Supruniuk, L. Bezniuk, O. Kononchuk, O. Meshcheryakova, A. Sorochak. Experimental studies of a steel rafter arch with a perforated upper band. *Procedia Structural Integrity*. Volume 59, 2024, Pages 479-486. [https://authors.elsevier.com/sd/article/S2452-3216\(24\)00384-6](https://authors.elsevier.com/sd/article/S2452-3216(24)00384-6) (Scopus). (0,5/0,12 д.а.; обробка результатів експериментальних досліджень/побудова графіків).

4. V. Romaniuk, V. Supruniuk, L. Bezniuk, O. Kononchuk, O. Meshcheryakova, A. Sorochak. Features of the work of continuous perforated beams near intermediate supports. *Procedia Structural Integrity*. Volume 59, 2024, Pages 471-478. [https://authors.elsevier.com/sd/article/S2452-3216\(24\)00383-4](https://authors.elsevier.com/sd/article/S2452-3216(24)00383-4) (Scopus). (0,44/0,15 д.а.; обробка та аналіз результатів числових досліджень).

Тези наукових доповідей:

1. Романюк В. В., Безнюк Л. І., Місюк Т. Я. Конструкція нерозрізної перфорованої балки на проміжній опорі. *Матеріали міжнародної науково-практичної конференції «Problems of Emergency Situations»*. м. Харків : НУЦЗУ. 20 травня 2021 р. С. 81 – 82. (0,125/0,044 д.а.; опис конструкцій проміжних опорних частин нерозрізних перфорованих балок).

2. Романюк В. В., Безнюк Л. І., Місюк Т. Я. Мета та завдання дослідження місцевої стійкості елементів перфорованих балок *Матеріали міжнародної науково-практичної конференції «Problems of Emergency Situations»*. м. Харків : НУЦЗУ. 20 травня 2021 р. С. 83 – 84. (0,125/0,044 д.а.; аналіз конструктивних рішень перфорованих балок, формулювання мети досліджень).

3. Романюк В. В., Супрунюк В. В., Місюк Т. Я., Безнюк Л. І. Вплив фактичної жорсткості болтових шарнірних з'єднань на несучу здатність елементів. *Матеріали міжнародної науково-практичної конференції «Problems of Emergency Situations»*. м. Харків : НУЦЗУ. 20 травня 2021 р. С. 85 – 86. (0,125/0,032 д.а.; аналіз чинних нормативних документів щодо розрахунку болтових з'єднань).

4. Безнюк Л. І., Романюк В. В., Супрунюк В. В. Моделювання проміжних опорних частин нерозрізних перфорованих балок в ПК «Ліра». Матеріали міжнародної науково-технічної конференції «Сучасні будівельні конструкції з металу та деревини». Одеса : ОДАБА. 10–12 червня 2021 р. С. 7 – 8. (0,0625/0,03 д.а.; розробка основних принципів моделювання перфорованої балки в ПК «Ліра»). <https://odabamdipk.wixsite.com/sbornik/arhiveconf>

5. Романюк В. В. Супрунюк В. В., Безнюк Л. І. Вплив жорсткості вузлових болтових з'єднань на напружено-деформований стан елементів в приопорних зонах. Матеріали XIX міжнародної науково-практичної конференції «Інноваційні технології у будівництві, цивільній інженерії та архітектурі». м. Чернігів : НУ «Чернігівська політехніка». 19-22 вересня 2021 р. С. 258 – 261. (0,125/0,045 д.а.; аналіз літературних джерел щодо оцінки податливості болтових вузлів).

6. Безнюк Л. І., Романюк Є. В., Романюк В. В., Супрунюк В. В. Несуча здатність нерозрізних перфорованих балок біля проміжних опор. Матеріали 10-ї Міжнародної науково-практичної конференції "Актуальні проблеми інженерної механіки". м. Одеса : ОДАБА. 5–7 червня 2024 р. С. 24–27. (0,125/0,063 д.а.; формулювання мети та основних висновків дослідження перфорованої балки в ПК «Ліра»).

7. Безнюк Л. І., Романюк Є. В., Романюк В. В., Супрунюк В. В. Моделювання проміжних опорних частин нерозрізних перфорованих балок в ПК «Ліра». Матеріали VII Міжнародної науково-технічної конференції «Ефективні технології і конструкції в будівництві та архітектура села». м. Дубляни : ЛНАУ. 6–7 червня 2024 р. С. 5–6. <https://lnup.edu.ua/uk/7610> (0,125/0,041 д.а.; формулювання основних умов моделювання перфорованої балки в ПК «Ліра»).

8. Безнюк Л. І., Романюк Є. В., Романюк В. В., Супрунюк В. В., Зятюк Ю. Ю. Лінійне моделювання обпирання перфорованих балок на оголовки колон. Матеріали 11-ї Міжнародної науково-практичної конференції "Актуальні

проблеми інженерної механіки". Одеса : ОДАБА. 21-23 травня 2025 р. С. 150-153.
(0,125/0,045 д.а.; розробка етапів лінійного моделювання).

Додаток Д

Довідки про впровадження



ТОВ «АРХІТОП-ПЛЮС»
35342, Рівненська обл., Рівненський р-н,
с. БілаКриниця, вул. Рівненська, буд. 94.
Код ЄДРПОУ 45232848

Вих. № 12/05-03 від 12.05.2025 року

Довідка

про впровадження результатів дисертаційної роботи

Безнюка Леоніда Івановича

**«Напружено-деформований стан багатопрольотних нерозрізних
перфорованих балок біля проміжних опор та їх розрахунок»**

на здобуття наукового ступеня доктора філософії за спеціальністю

192 “Будівництво та цивільна інженерія”

Програму розрахунку проміжних опорних частин нерозрізних перфорованих балок, розроблену Безнюком Леонідом Івановичем у табличному процесорі Microsoft Excel, яку представлено у дисертаційній роботі на тему «Напружено-деформований стан багатопрольотних нерозрізних перфорованих балок біля проміжних опор та їх розрахунок» використано під час розрахунку та конструювання несучих елементів перекриття у робочому проєкті “Нове будівництво комплексу з приймання, доведення до товарних кондицій, зберігання та відвантаження зернових та олійних культур за межами населеного пункту с. Грабів на території Зорянської сільської ради Рівненського району Рівненської області на ділянці з кадастровим номером: 5624684900:21:025:0089 ”

Довідку видано для подання до спеціалізованої вченої ради із захисту дисертацій.

Директор



В.В. Ярошик



проект як по нотах

ТОВАРИСТВО З ОБМЕЖЕНОЮ ВІДПОВІДАЛЬНІСТЮ «ГРАНДПРОЕКТБУД»
 Юридична адреса: Україна, м. Рівне, вул. Студентська, буд. 8, 2-й поверх.
 Поштова адреса: Україна, м. Рівне, вул. Ст. Бандери, 41, офіс. 24
 тел.: +38 (050) 387-86-54, +38 (068) 842-58-30 +38 (050) 150-51-11
 e-mail: grandprojektbud@gmail.com

12 червня 2025 р.

Довідка

про впровадження результатів дисертаційної роботи

Безнюка Леоніда Івановича

«Напружено-деформований стан багатопрольотних нерозрізних перфорованих балок біля проміжних опор та їх розрахунок»

на здобуття наукового ступеня доктора філософії за спеціальністю

192 “Будівництво та цивільна інженерія”

Методику проектування проміжних опорних частин нерозрізних перфорованих балок та програму розрахунку таких конструкцій, реалізовану у табличному процесорі Microsoft Excel, запропоновані Безнюком Леонідом Івановичем, які представлено у дисертаційній роботі на тему «Напружено-деформований стан багатопрольотних нерозрізних перфорованих балок біля проміжних опор та їх розрахунок» використано під час варіантного проектування несучих конструкцій перекриття у робочому проєкті «Капітальний ремонт будівлі цеху ТОЗ тепловозів по локомотивному депо Коростень вул. Кузьмінського, 47-А в м. Коростені Житомирської області».

Довідку видано для подання до спеціалізованої вченої ради із захисту дисертацій.

Директор

ТОВ «ГРАНДПРОЕКТБУД»



Юрій МУЛЯР

Вих №250512-1-КБ
 від 12.05.2025р.

Довідка

про впровадження результатів дисертаційної роботи

Безнюка Леоніда Івановича

«Напружено-деформований стан багатопрольотних нерозрізних перфорованих балок біля проміжних опор та їх розрахунок»

на здобуття наукового ступеня доктора філософії за спеціальністю

192 “Будівництво та цивільна інженерія”

Програму розрахунку проміжних опорних частин нерозрізних перфорованих балок, розроблену Безнюком Леонідом Івановичем у табличному процесорі Microsoft Excel, яку представлено у дисертаційній роботі на тему «Напружено-деформований стан багатопрольотних нерозрізних перфорованих балок біля проміжних опор та їх розрахунок» використано під час розрахунку та конструювання несучих елементів перекриття у робочому проекті «Нове будівництво захисної споруди цивільного захисту на території закладу дошкільної освіти (ясел-садка) комбінованого типу "Зірочка" Броварської міської ради Броварського району Київської області по вул. Ярослава Мудрого, 3 в м. Бровари Броварського району Київської області»

Довідку видано для подання до спеціалізованої вченої ради із захисту дисертацій.

Директор ТОВ «КБ «КОРВЕТ»



Гурський А.В.

ДОВІДКА

про впровадження результатів дисертаційної роботи

Безнюка Леоніда Івановича

на тему

**«Напружено-деформований стан багатопрольотних нерозрізних
перфорованих балок біля проміжних опор та їх розрахунок»**

на здобуття наукового ступеня доктора філософії за спеціальністю
192 “Будівництво та цивільна інженерія”

Результати теоретичних та числових експериментальних досліджень за темою дисертаційної роботи впроваджено у навчальний процес для студентів 3-го і 4-го курсів навчально-наукового інституту будівництва, архітектури та дизайну Національного університету водного господарства та природокористування, які навчаються за спеціальністю 192 «Будівництво та цивільна інженерія», під час викладання дисциплін “Будівельні конструкції” і “Металеві конструкції” та для студентів 5-го курсу за освітньо-професійною програмою «Промислове та цивільне будівництво» під час викладання дисципліни “Металеві конструкції інженерних споруд”.

Зокрема використано удосконалену методику розрахунку та конструювання проміжних опорних частин нерозрізних перфорованих балок з урахуванням дійсної роботи вузлів кріплення їх до нижче розташованих конструкцій та розроблену програму розрахунку таких конструкцій у табличному процесорі Microsoft Excel, що значно скорочує трудомісткість проектування балок.

В.о. директора навчально-наукового інституту
будівництва, архітектури та дизайну
професор, к.т.н.



Р.М. Макаренко



МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
**НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ВОДНОГО ГОСПОДАРСТВА ТА
 ПРИРОДОКОРИСТУВАННЯ
 (НУВГП)**

вул. Соборна, 11, м. Рівне, 33028, тел. (0362) 63 30 98, факс (0362) 63 32 09,
 e-mail: mail@nuwm.edu.ua, web: https://nuwm.edu.ua
 код ЄДРПОУ 02071116

Від 15.10.2025 № 011-15 На № _____ від _____

ДОВІДКА

**про використання у навчальному процесі
 Національного університету водного господарства та природокористування
 результатів досліджень і розробок, одержаних під час виконання дисертації
 БЕЗНЮКА ЛЕОНІДА ІВАНОВИЧА
 на здобуття ступеня доктора філософії за спеціальністю
 192 – Будівництво та цивільна інженерія**

Результати наукових досліджень щодо застосування та розробки сталевих нерозрізних перфорованих балок у будівлях різного призначення, а також особливостей проектування конструкцій їх проміжних опорних частин, що викладені у дисертації здобувача третього (освітньо-наукового) рівня вищої освіти за спеціальністю 192 «Будівництво та цивільна інженерія» (галузь знань 19 «Архітектура та будівництво») Безнюка Леоніда Івановича, забезпечують здобуття студентами освітніх рівнів бакалавр і магістр відповідних компетенцій, сприяють отриманню практичних навичок та використовуються у навчальному процесі Національного університету водного господарства та природокористування, зокрема під час викладання таких навчальних дисциплін:

- «Будівельні конструкції»: Тема 1М-6. «Балки та балкові конструкції», Лекція 10 «Загальна характеристика балок»;
- «Металеві конструкції»: Тема 15 «Компонування покриттів, в'язей та фахверку каркасів промислових будівель»;
- «Металеві конструкції інженерних споруд»: Тема 5 «Легкі металеві конструкції одноповерхових виробничих будівель».

Проректор з наукової роботи та міжнародних зв'язків, доктор економічних наук, професор



Наталія САВІНА