

УДК 53.083

**ВИЗНАЧЕННЯ ГУСТИНИ РІДИН АРЕОМЕТРИЧНИМ МЕТОДОМ ЗА  
ДОПОМОГОЮ ТОРСІЙНИХ ВАГ**

**Ю. Ю. Гаврилюк**

студент 1 курсу, група АТ-12 (інт.), навчально-науковий механічний інститут,

**А. П. Нечипорук**

студент 1-го курсу, група АіКІТ-11, *Національний технічний університет, м. Луцьк*

Науковий керівник – доц. каф. хімії та фізики, к.т.н. В. Р. Гаєвський

*Національний університет водного господарства та природокористування,  
м. Рівне, Україна*

Досліджено густину водного розчину  $NaCl$  у діапазоні концентрацій  $0.5-5$  моль/дм<sup>3</sup> ареометричним методом за допомогою торсійних ваг. На основі довідникових даних встановлено аналітичну залежність густини вказаного розчину від концентрації, яка з похибкою  $0.025$  % апроксимується поліномом третього степеня. За результатами досліджень розроблена методика, яка запропонована для виконання лабораторних робіт з гідрофізики. Абсолютна похибка методики становить  $\pm 0.05$  %.

**Ключові слова:** густина рідин, ареометричний метод, торсійні ваги, поліноміальна апроксимація, розрахункова система MathCad.

Исследована плотность водного раствора  $NaCl$  в диапазоне концентраций  $0.5-5$  моль/дм<sup>3</sup> ареометрическим методом с помощью торсионных весов. На основании справочных данных получена аналитическая зависимость плотности указанного раствора от концентрации, которая с погрешностью  $0.025$  % аппроксимируется полиномом третьей степени. По результатам исследований разработана методика, предложенная для выполнения лабораторных работ по гидрофизике. Абсолютная погрешность методики составляет  $\pm 0.05$  %.

**Ключевые слова:** плотность жидкостей, ареометрический метод, торсионные веса, полиномиальная аппроксимация, вычислительная система MathCad.

Investigated the density of aqueous  $NaCl$  in the concentration range  $0.5 - 5M/dm^3$  hydrometric method using a torsion scale. On the basis of guide data obtained analytical dependence of the density of the specified solution concentration, which with an accuracy of  $0.025$  % is approximated by a polynomial of the third degree. According to the results of research developed the methodology proposed for performing laboratory works on hydrophysics. The absolute error of the method is  $\pm 0.05$  %.

**Key words:** density of liquids, hydrometric method, torsion scale, polynomial approximation, computing system MathCad.

Густина речовини є важливою фізичною характеристикою і її вимірювання необхідні для управління хіміко-технологічними процесами, виконання операцій обліку кількості сировини, палива, реагентів і готової продукції. Окрім того, вимірювання густини застосовуються для визначення концентрацій солей, кислот лугів та інших речовин, що є необхідним для виконання їх комплексних фізико-хімічних аналізів.

Існують різні методи вимірювання густини водних розчинів, які базуються на певних фізичних принципах [1].

**Метод пікнометра**, який запропонував Д. І. Менделєєв у 1859 році – принцип дії якого ґрунтується на зважуванні речовини відомого об'єму.

**Метод ваг Вестфалія-Мора**, який базується на порівнянні ваги аналізованого і зразкового розчинів на різних плечах коромисла ваг.

**Ареометричні густиноміри** принцип дії яких базується на законі Архімеда, тобто на вимірюванні виштовхувальної сили, що діє на поплавков частково або повністю занурений в аналізовану речовину і яка пропорційна вимірювальній густині рідини.

**Гідро- і аеростатичні густиноміри**, принцип дії яких полягає у використанні залежності тиску стовпчика аналізованої рідини чи газу від густини цих середовищ.

**Гідро- і газодинамічні густиноміри**, принцип дії яких базується на вимірюванні тиску, який створюється рідиною або газом, що рухаються із постійною швидкістю.

**Вібраційні густиноміри**, принцип дії яких базується на залежності частоти пружних коливань фіксованої ємності з аналізованою речовиною від густини цієї речовини.

**Радіаційні густиноміри**, принцип дії яких базується на залежності інтенсивності радіаційного випромінювання, що пройшло через шар речовини від густини цієї речовини.

Різні методи характеризуються різними похибками вимірювання:

1) характерна абсолютна похибка лабораторних денситометричних вимірювань становить  $1 - 0.1 \text{ кг/м}^3$ ,

2) абсолютна похибка прецизійних денситометричних вимірювань лежить в межах  $0.1 - 0.001 \text{ кг/м}^3$

### Теоретична частина

В даній роботі застосований ареометричний метод. Для вимірювання ваги використовуються торсійні ваги, які зважують на підвісі занурене тіло в рідину, густина якої визначається. Таким чином, рівняння для виштовхувальної сили у скалярному вигляді буде наступним:

$$F_B = F_T - F_A \pm F_{\Pi}, \quad (1)$$

де  $F_B$  – виштовхувальна сила;

$F_T$  – сила тяжіння, що діє на тіло, занурене у рідину;

$F_A$  – сила Архімеда

$F_{\Pi}$  – результуюча сила поверхневого натягу, яка залежить від форми зважувального тіла.

Для симетричного тіла  $F_{\Pi} = 0$ . Вирази для інших сил  $F_B = m_B g$ ;  $F_T = \rho_T V g$ ;  $F_A = \rho_P V g$ ,

де  $m_B$  – маса, що вимірюється торсійними вагами;

$g$  – прискорення вільного падіння;

$\rho_T$  – густина зважувального тіла;

$\rho_P$  – густина рідини;

$V$  – об'єм зважувального тіла.

Таким чином (1) запишемо у вигляді:

$$m_B g = \rho_T V g - \rho_P V g. \quad (2)$$

Згідно (3) значення густини досліджуваної рідини буде визначатись за формулою:

$$\rho_P = -\frac{1}{V} \cdot m_B + \rho_T. \quad (3)$$

Із (4) видно, що таке рівняння по відношенню до вимірювальної маси ( $m_B$ ) і невідомої густини рідини ( $\rho_P$ ) є лінійним і його можна представити у вигляді

$$\rho_P = -a \cdot m_B + b, \quad (4)$$

$$\text{де } a = \frac{1}{V}, \quad b = \rho_T \quad (5)$$

### Експериментальна частина

Перший етап досліджень полягав у визначенні степеня полінома, яким апроксимували залежність густини від молярної концентрації водного розчину  $\text{NaCl}$  згідно з даними хімічного довідника. Методом найменших квадратів за допомогою розрахункової системи MathCad знаходили коефіцієнти для поліномів першого, другого, третього, четвертого і п'ятого степенів (6.1 – 6.5).

$$y_1 = 1.001217 + (c) \cdot (0.037189); \quad (6)$$

$$y_2 = 0.998296 + (c) \cdot (0.040717) + (c)^2 \cdot (-6.617 \cdot 10^{-4}); \quad (7)$$

$$y_3 = 0.997776 + (c) \cdot (0.041959) + (c)^2 \cdot (-1.244806 \cdot 10^{-3}) + (c)^3 \cdot (7.170334 \cdot 10^{-5}); \quad (8)$$

$$y_4 = 0.997825 + (c) \cdot (0.041773) + (c)^2 \cdot (-1.089914 \cdot 10^{-3}) + (c)^3 \cdot (2.744504 \cdot 10^{-5}) + (c)^4 \cdot (4.049644 \cdot 10^{-6}); \quad (9)$$

$$y_5 = 0.997499 + (c) \cdot (0.043444) + (c)^2 \cdot (-3.185714 \cdot 10^{-3}) + (c)^3 \cdot (1.041148 \cdot 10^{-3}) + (c)^4 \cdot (-2.036742 \cdot 10^{-4}) + (c)^5 \cdot (1.515587 \cdot 10^{-5}). \quad (10)$$

Аналізували нев'язки (різниці) між модельними (поліноміальними) і табличними значеннями у формі відносних похибок у відсотках (рис. 1).

Знаходили середні значення відносних похибок і будували графік залежності середньої відносної похибки від степеня полінома (рис. 2).

Із графіка видно, що збільшення степеня полінома більше трьох не призводить до зменшення нев'язки, а отже, і похибки апроксимування і тому для опису залежності густини водних розчинів *NaCl* від молярної концентрації вибрали апроксимацію такої залежності поліномом третього степеня (8):

$$\rho(c) = 0.997776 + (c) \cdot (0.041959) + (c)^2 \cdot (-1.244806 \cdot 10^{-3}) + (c)^3 \cdot (7.170334 \cdot 10^{-5}). \quad (11)$$

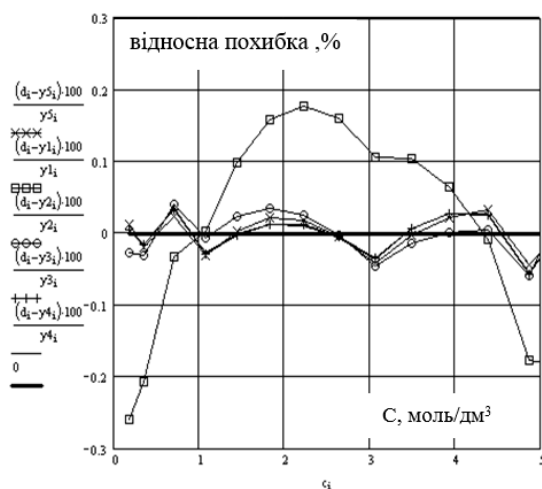


Рис. 1. Графік залежності відносних похибок від концентрації розчину для різних степенів полінома (□ – 1 степеня, ○ – другого, + – третього, — – четвертого, x – п'ятого)

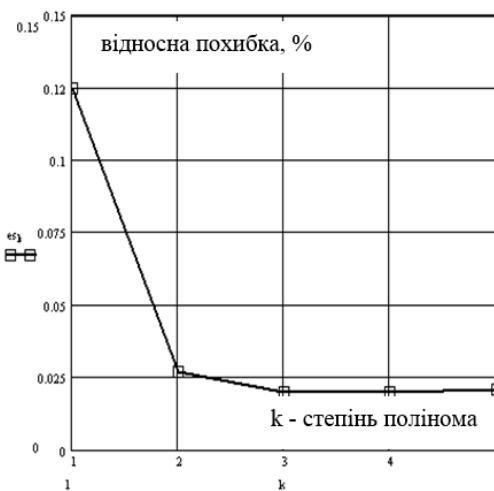


Рис. 2. Графік залежності середніх значень відносних похибок від степеня полінома

В даній залежності концентрація водного розчину *NaCl* береться у моль/дм<sup>3</sup> (М), а густина визначається у г/см<sup>3</sup> (10<sup>3</sup> кг/м<sup>3</sup>). Із графіка видно, що похибка апроксимації не перевищує 0.025 %.

Друга частина роботи полягає у перевірці залежності (4) і визначенні коефіцієнтів (5) і (6). Готувалась серія розчинів *NaCl* з лінійкою концентрацій 5.0 М, 4.5 М, 4.0 М, 3.5 М, 3.0 М, 2.5 М, 2.0 М, 1.5 М, 1.0 М, 0.5 М і для таких розчинів за (11) визначалась густина. На торсійних вагах вимірювали масу зважувального тіла для згаданих концентрацій і, таким чином, експериментально встановлювали залежність  $\rho_p(mv)$  (рис. 3). Абсолютна похибка даного методу не перевищує 0.5 кг/м<sup>3</sup>, що відповідає похибкам лабораторних денситометрів. За МНК визначались об'єм і густина зважувального тіла, далі його маса. Маса зважувального тіла перевірялась незалежно на аналітичних вагах і похибка з врахуванням корекції на силу Архімеда в повітрі становила 0.05 %.

Таким чином, для залежності  $\rho_p = -a \cdot m_B + b$  знаходили коефіцієнти  $a = \frac{1}{V}$  і  $b = \rho_T$  за МНК для лінійної регресії (див. фрагмент програми), що дало можливість визначити масу зважувального тіла і перевірити її незалежно на аналітичних вагах.

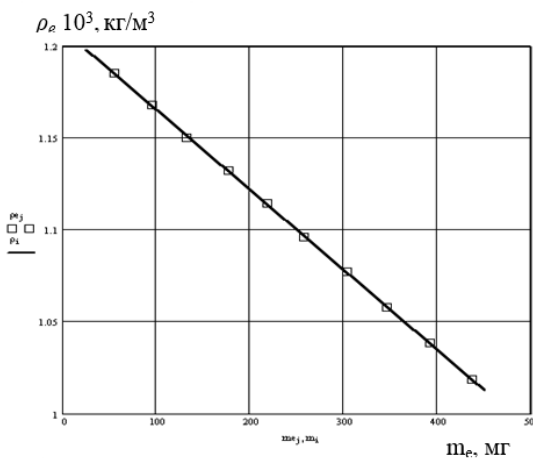


Рис. 3. Графік залежності густини рідини ( $\rho_e$ ) від маси зважувального тіла ( $m_e$ ) і побудований МНК,  $\rho(m)$ .

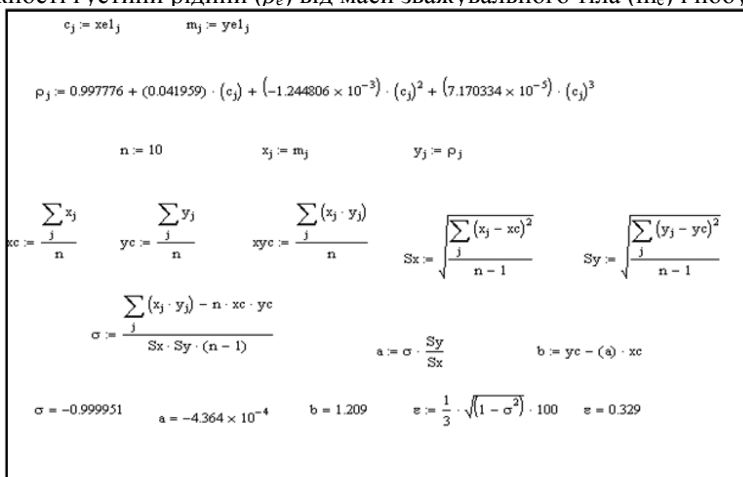


Рис. 4. Фрагмент програми MathCad по визначенню коефіцієнтів лінійної регресії ( $a=1/V$  і  $b=\rho_T$ ), коефіцієнта кореляції ( $\sigma$ ) і відносної похибки ( $\epsilon$ ) методом найменших квадратів

Будували графік залежності густини ( $\rho_e$ ) рідини від маси зважувального тіла у цій рідині для концентрацій водних розчинів  $NaCl$ : 5.0 М, 4.5 М, 4.0 М, 3.5 М, 3.0 М, 2.5 М, 2.0 М, 1.5 М, 1.0 М, 0.5 М і залежність  $\rho = -k \cdot m_B + b$  для коефіцієнтів, розрахованих за МНК для лінійної регресії. Коефіцієнт кореляції для лінійної залежності за МНК становить -0.999951, що відповідає відносній похибці лінійної апроксимації 0.329%.

**Висновки.**

1. Розроблена методика визначення густини рідин ареометричним методом за допомогою торсійних ваг.
2. Встановлена аналітична залежність густини водного розчину  $NaCl$  від його концентрації, яка з точністю 0.025 % апроксимується поліномом третього степеня.
3. Абсолютна похибка методу рівна 0.5 кг/м<sup>3</sup>, що становить 0.05% по відношенню до густини чистої (дистильованої або деіонізованої) води при 20 °С.

1. Измерения в промышленности: Справ. издание в 3-х кн. Кн. 2. Способы измерения и аппаратура : Пер. с нем. / Под редакцией Профоса П. - 2-е изд., перера. и доп. - М.: Металлургия, 1990. 384. 2. Рабинович В.А. Краткий химический справочник / Рабинович В. А., Хавин З. Я. 3-е изд., перераб. и доп. - Л.: Химия, 1991. - 432 с.