

УДК 517.95

Климюк Ю. Є., к.т.н., доцент (Рівненський державний гуманітарний університет, м. Рівне)

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСІВ МАСОПЕРЕНОСУ ЗАБРУДНЮЮЧИХ РЕЧОВИН У ДВОЗВ'ЯЗНИХ ПОРИСТИХ СЕРЕДОВИЩАХ

У роботі запропонована математична модель для прогнозування процесу масопереносу забруднюючих речовин у пористих середовищах, які мають форму двозв'язних областей, обмежених двома еквіпотенціальними поверхнями і двома поверхнями течії. Отримано алгоритм числово-асимптотичного наближення розв'язку відповідної модельної задачі. Проведено числовий експеримент. *Ключові слова:* математична модель, конвективно-дифузійне масоперенесення, забруднююча речовина, пористе середовище, двозв'язна область, числовий експеримент.

Вступ. Погіршення якості підземних вод, зокрема, ґрунтових, вносить свій суттєвий вплив на загальний стан поверхневих вод, а отже, й на стан навколишнього середовища та на здоров'я самих людей. Тому моніторинг підземних вод, своєчасне прогнозування наслідків погіршення їх якості і вживання відповідних заходів є останнім часом предметом досліджень багатьох вітчизняних та закордонних вчених. Важливе місце в цих дослідженнях займають методи математичного моделювання, які дають змогу отримати відповіді на чимало запитань.

Аналіз останніх досліджень. При дослідженні процесів міграції забруднюючих речовин у пористих середовищах актуальною проблемою є врахування у повній мірі всіх найбільш вагомих внутрішніх взаємодій між їх складовими, чимало з яких носять просторовий характер. Для цього необхідно якомога детальніше розглядати внутрішню природу цих процесів і виявляти у такий спосіб усі фізичні аспекти взаємодій та всю гамму функціональних зв'язків між основними елементами і визначальними параметрами системи. При цьому виникає чимало труднощів, пов'язаних із врахуванням повздовжніх і поперечних викривленостей області, в якій шукається розв'язок, її багатозв'язності і багатозв'язності, та складністю рівнянь у частинних похідних і граничних умов відповідних модельних задач.

При розв'язанні просторових сингулярно-збурених задач для моде-

льних областей, що мають форму криволінійних паралелепіпедів, обмежених двома еквіпотенціальними (або квазіеквіпотенціальними) поверхнями і чотирма поверхнями течії, у рівняннях конвективної дифузії й граничних умовах доцільно перейти до нових незалежних змінних – координат області комплексного (квазікомплексного) потенціалу. Також, завдяки цьому, суттєво спрощується запис задачі, а її розв’язання полягає в послідовному розв’язанні фільтраційної задачі, яка в [1] зводиться до побудови просторових аналогів конформних (квазіконформних) відображень криволінійних паралелепіпедів, обмежених двома еквіпотенціальними (або квазіеквіпотенціальними) поверхнями і чотирма поверхнями течії, на відповідні прямокутні паралелепіпеди, що автоматично дозволяє вирішити проблему побудови розрахункової сітки у фізичній області, знаходженні повної витрати та поля швидкості фільтрації, і задачі типу «конвекція – фільтрація – масообмін» в області просторової комплексної змінної, наближений розв’язок якої у випадку переважання конвективних і сорбційних процесів над дифузійними та десорбційними шукається з використанням числово-асимптотичних методів [2; 3].

Методика досліджень. У [4] запропоновано числовий алгоритм розв’язання обернених крайових задач на знаходження просторових аналогів конформних відображень двозв’язних областей, обмежених еквіпотенціальними поверхнями та поверхнями течії, на відповідні прямокутні паралелепіпеди, що дозволяє поширити описану вище методику на дослідження процесів масопереносу забруднюючих речовин у однорідних водонасичених недеформівних пористих середовищах – двозв’язних модельних областях, обмежених двома еквіпотенціальними поверхнями і двома поверхнями течії.

Постановка задачі. Змодельємо процес поширення забруднюючої речовини у однорідному водонасиченому недеформівному пористому середовищі – двозв’язній області G_z , обмеженій гладкими, ортогональними між собою в кутових точках та по ребрах, двома еквіпотенціальними поверхнями S_* , S^* і двома поверхнями течії S_{**} , S^{**} (рис. 1) для випадків, коли коефіцієнт дифузії є сталим і нелінійно залежить від величин її концентрацій. При цьому для області $G_z \times (0, \infty)$ відповідна просторова модельна задача складатиметься з рівнянь, які описують процес фільтрації рідини у відповідному пористому середовищі:

$$\bar{v} = \kappa \cdot \text{grad } \phi, \quad \text{div } \bar{v} = 0 \quad (1)$$

та рівняння, що описує механізми міграції забруднюючої речовини:

$$\operatorname{div} (D \cdot \operatorname{grad} C) - \bar{v} \cdot \operatorname{grad} C = \sigma \cdot C'_t \quad (2)$$

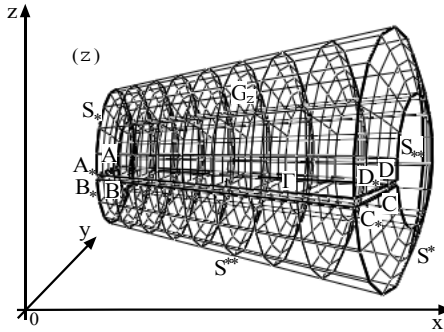


Рис. 1. Просторова фізична область G_z з розрізом Γ

Крайовими умовами для фільтраційної задачі є наступні:

$$\varphi|_{S_*} = \varphi_*, \quad \varphi|_{S^*} = \varphi^*, \quad \frac{\partial \varphi}{\partial \bar{n}} \Big|_{S_* \cup S^{**}} = 0, \quad (3)$$

а для задачі конвективної дифузії:

$$C|_{S_*} = c_*(M, t) \quad \text{або} \quad D \cdot C'_n - v_{*n} \cdot (C - c_*(M, t)) \Big|_{S_*} = 0, \quad (4)$$

$$C|_{S^*} = c^*(M, t) \quad \text{або} \quad C'_n \Big|_{S^*} = 0,$$

або

$$D \cdot C'_n - v_n^* \cdot (C - c^*(M, t)) \Big|_{S^*} = 0, \quad (5)$$

$$C|_{S^{**}} = c^{***}(M, t), \quad C|_{S^{**}} = c^{***}(M, t) \quad \text{або} \quad C'_n \Big|_{S^{**}} = 0, \quad C'_n \Big|_{S^{**}} = 0. \quad (6)$$

Крім того, задається початкова умова

$$C|_{t=0} = c_0^0(x, y, z). \quad (7)$$

Тут $C = C(x, y, z, t)$ – концентрація забруднюючої речовини у фільтраційній течії в точці (x, y, z) у момент часу t , D – коефіцієнт дифузії,

$$D = \varepsilon \cdot d_0, \quad D = \varepsilon \cdot \left(d_0 + \varepsilon \cdot \int_0^t a(x, y, z, \bar{t}) \cdot C(x, y, z, \bar{t}) d\bar{t} \right) \quad \text{і} \quad D = \varepsilon \times$$

$\times \left(d_0 + \sum_{k=1}^l \varepsilon^k \cdot d_k \cdot C^k(x, y, z, t) \right)$ відповідно для випадків сталого коефіцієнта дифузії, інтегральної і многочленної залежності величин коефіцієнта дифузії від величин концентрацій, d_k ($k = \overline{0, l}$) – деякі дійсні

числа, $d_0 > 0$, $l \in N$, $a(x, y, z, t)$ – деяка вагова обмежена функція, ε – малий параметр, $\varepsilon > 0$, σ – коефіцієнт активної пористості, $0 < \sigma < 1$, $c_*(M, t)$, $c^*(M, t)$, $c_{**}(M, t)$, $c^{**}(M, t)$, $c_{***}(M, t)$, $c^{***}(M, t)$, $c_0^0(x, y, z)$ – достатньо гладкі функції, узгоджені між собою вздовж ребер області $G_z \times (0, \infty)$ [5], M – довільна точка відповідної поверхні, v_{*n} і v_n^* – нормальні складові швидкості на поверхнях S_* і S^* .

Шляхом фіксації на поверхні S_{**} деякої лінії течії $AD = BC$ ($A = B \in S_* \cap S_{**}$, $C = D \in S^* \cap S_{**}$) та виконання умовного розрізу $\Gamma = ADD_*A_*BCC_*B_*$ вздовж відповідної поверхні течії ADD_*A_* (через ADD_*A_* та BCC_*B_* позначено відповідно верхній та нижній береги розрізу, $A_* = B_* \in S_* \cap S^{**}$, $D_* = C_* \in S^* \cap S^{**}$), задача (1) – (13) зводиться з додаванням умов «умовної непроникності» вздовж розрізу \tilde{A} :

$$\frac{\partial \varphi}{\partial \tilde{n}} \Big|_{\Gamma} = \frac{\partial \varphi}{\partial \tilde{n}} \Big|_{ADD_*A_* \cup BCC_*B_*} = 0$$

до відшукування в області $\tilde{G} = \tilde{G}_z \times (0, \infty)$, де $\tilde{G}_z = ABCDA_*B_*C_*D_*$ (однорозв'язна область $G_z \setminus \Gamma$) – криволінійний паралелепіпед, обмежений двома екіпотенціальними поверхнями ABB_*A_* , CDD_*C_* та чотирма поверхнями течії $ABCD$, $A_*B_*C_*D_*$, ADD_*A_* , BCC_*B_* , які є гладкими і ортогональними між собою в кутових точках та вздовж ребер (рис. 1), розв'язку задачі, що описується рівняннями (1), (2) з крайовими умовами:

$$\varphi \Big|_{ABB_*A_*} = \varphi_*, \quad \varphi \Big|_{CDD_*C_*} = \varphi^*, \quad \frac{\partial \varphi}{\partial \tilde{n}} \Big|_{ADD_*A_* \cup BCC_*B_* \cup ABCD \cup A_*B_*C_*D_*} = 0, \quad (8)$$

$$C \Big|_{ABB_*A_*} = c_*(M, t) \quad \text{або} \quad D \cdot C'_n - v_{*n} \cdot (C - c_*(M, t)) \Big|_{ABB_*A_*} = 0, \quad (9)$$

$$C \Big|_{CDD_*C_*} = c^*(M, t) \quad \text{або} \quad C'_n \Big|_{CDD_*C_*} = 0,$$

$$\text{або} \quad D \cdot C'_n - v_n^* \cdot (C - c^*(M, t)) \Big|_{CDD_*C_*} = 0, \quad (10)$$

$$C \Big|_{ABCD} = c_{***}(M, t), \quad C \Big|_{A_*B_*C_*D_*} = c^{***}(M, t)$$

$$\text{або} \quad C'_n \Big|_{ABCD} = 0, \quad C'_n \Big|_{A_*B_*C_*D_*} = 0 \quad (11)$$

і початковою умовою (7) та подальшого «склеювання» берегів умовного розрізу \tilde{A} із використанням умов:

$$\Phi \Big|_{ADD_s A_s} = \Phi \Big|_{BCC_s B_s}, \quad \frac{\partial \Phi}{\partial \bar{n}} \Big|_{ADD_s A_s} = \frac{\partial \Phi}{\partial \bar{n}} \Big|_{BCC_s B_s}$$

та узгодженості величин концентрацій забруднюючої речовини на «умовній поверхні розрізу» із використанням умов:

$$C \Big|_{ADD_s A_s} = C \Big|_{BCC_s B_s}, \quad C'_n \Big|_{ADD_s A_s} = C'_n \Big|_{BCC_s B_s}. \quad (12)$$

Вважаємо, що відповідна фільтраційна задача є розв'язаною, зокрема, побудована гідродинамічна сітка для модельної області, знайдені значення параметрів φ_* , Q_* , Q^* , Q , розраховане поле швидкостей \vec{v} та ряд інших величин [1]. Здійснивши заміну змінних $x = x(\varphi, \psi, \eta)$, $y = y(\varphi, \psi, \eta)$, $z = z(\varphi, \psi, \eta)$ у рівнянні (2) та умовах (9) – (11) та (7), отримаємо відповідні «дифузійні задачі» для області $G_w \times (0, \infty)$. Відповідна задача у випадку сталого коефіцієнта дифузії описується рівнянням:

$$\tilde{D} \cdot \left(\frac{\tilde{v}^2}{\kappa^2} \cdot c''_{\varphi\varphi} + b_{1,1} \cdot c''_{\psi\psi} + b_{1,2} \cdot c''_{\eta\eta} + b_{2,1} \cdot c'_{\psi} + b_{2,2} \cdot c'_{\eta} \right) - \frac{\tilde{v}^2}{\kappa} \cdot c'_{\varphi} = \sigma \cdot c'_t \quad (13)$$

з крайовими умовами:

$$c(\varphi_*, \psi, \eta, t) = \tilde{c}_*(\psi, \eta, t)$$

або
$$\tilde{D} \cdot c'_{\varphi}(\varphi_*, \psi, \eta, t) - \kappa \cdot (c(\varphi_*, \psi, \eta, t) - \tilde{c}_*(\psi, \eta, t)) = 0, \quad (14)$$

$$c(\varphi^*, \psi, \eta, t) = \tilde{c}^*(\psi, \eta, t) \quad \text{або} \quad c'_{\varphi}(\varphi^*, \psi, \eta, t) = 0,$$

або
$$\tilde{D} \cdot c'_{\varphi}(\varphi^*, \psi, \eta, t) - \kappa \cdot (c(\varphi^*, \psi, \eta, t) - \tilde{c}^*(\psi, \eta, t)) = 0, \quad (15)$$

$$c(\varphi, \psi, 0, t) = \tilde{c}_{***}(\varphi, \psi, t), \quad c(\varphi, \psi, Q^*, t) = \tilde{c}^{***}(\varphi, \psi, t)$$

або
$$c'_{\eta}(\varphi, \psi, 0, t) = 0, \quad c'_{\eta}(\varphi, \psi, Q^*, t) = 0, \quad (16)$$

початковою умовою:

$$c(\varphi, \psi, \eta, 0) = \tilde{c}_0^0(\varphi, \psi, \eta) \quad (17)$$

і умовами узгодженості величин концентрацій на «умовній поверхні розрізу»:

$$c(\varphi, 0, \eta, t) = c(\varphi, Q_*, \eta, t), \quad c'_{\psi}(\varphi, 0, \eta, t) = c'_{\psi}(\varphi, Q_*, \eta, t), \quad (18)$$

де
$$c = c(\varphi, \psi, \eta, t) = C(x(\varphi, \psi, \eta), y(\varphi, \psi, \eta), z(\varphi, \psi, \eta), t),$$

$$\tilde{c}_*(\psi, \eta, t) = c_*(x(\varphi_*, \psi, \eta), y(\varphi_*, \psi, \eta), z(\varphi_*, \psi, \eta), t),$$

$$\begin{aligned}
 \tilde{c}^* (\psi, \eta, t) &= c^* (x(\varphi^*, \psi, \eta), y(\varphi^*, \psi, \eta), z(\varphi^*, \psi, \eta), t) \\
 \tilde{c}_{**} (\varphi, \eta, t) &= c_{**} (x(\varphi, 0, \eta), y(\varphi, 0, \eta), z(\varphi, 0, \eta), t), \\
 \tilde{c}^{**} (\varphi, \eta, t) &= c^{**} (x(\varphi, Q_*, \eta), y(\varphi, Q_*, \eta), z(\varphi, Q_*, \eta), t), \\
 \tilde{c}_{***} (\varphi, \psi, t) &= c_{***} (x(\varphi, \psi, 0), y(\varphi, \psi, 0), z(\varphi, \psi, 0), t), \\
 \tilde{c}^{***} (\varphi, \psi, t) &= c^{***} (x(\varphi, \psi, Q^*), y(\varphi, \psi, Q^*), z(\varphi, \psi, Q^*), t), \\
 \tilde{c}_0^0 (\varphi, \psi, \eta) &= c_0^0 (x(\varphi, \psi, \eta), y(\varphi, \psi, \eta), z(\varphi, \psi, \eta)), \\
 \tilde{v} &= \tilde{v}(\varphi, \psi, \eta) = v(x(\varphi, \psi, \eta), y(\varphi, \psi, \eta), z(\varphi, \psi, \eta)), \\
 b_{1,1} &= b_{1,1}(\varphi, \psi, \eta) = \psi_x'^2 + \psi_y'^2 + \psi_z'^2, \quad b_{1,2} = b_{1,2}(\varphi, \psi, \eta) = \eta_x'^2 + \eta_y'^2 + \eta_z'^2, \\
 b_{2,1} &= b_{2,1}(\varphi, \psi, \eta) = \psi_{xx}'' + \psi_{yy}'' + \psi_{zz}'' , \\
 b_{2,2} &= b_{2,2}(\varphi, \psi, \eta) = \eta_{xx}'' + \eta_{yy}'' + \eta_{zz}'' , \\
 \tilde{D} &= \varepsilon \cdot d_0 \quad [6].
 \end{aligned}$$

При нелінійних залежностях коефіцієнтів дифузії від концентрації рівняння (13) перепишеться у вигляді:

$$\begin{aligned}
 \tilde{D} \cdot \left(\frac{\tilde{v}^2}{\kappa^2} \cdot c_{\varphi\varphi}'' + b_{1,1} \cdot c_{\psi\psi}'' + b_{1,2} \cdot c_{\eta\eta}'' + b_{2,1} \cdot c_{\psi}' + b_{2,2} \cdot c_{\eta}' \right) + \\
 + \frac{\tilde{v}^2}{\kappa^2} \cdot \tilde{D}'_{\varphi} \cdot c_{\varphi}' + b_{1,1} \cdot \tilde{D}'_{\psi} \cdot c_{\psi}' + b_{1,2} \cdot \tilde{D}'_{\eta} \cdot c_{\eta}' - \frac{\tilde{v}^2}{\kappa} \cdot c_{\varphi}' = \sigma \cdot c_t', \quad (19)
 \end{aligned}$$

де $\tilde{D} = \tilde{D}(\varphi, \psi, \eta, t) = D(x(\varphi, \psi, \eta), y(\varphi, \psi, \eta), z(\varphi, \psi, \eta), t)$,

$$\tilde{D} = \varepsilon \cdot \left(d_0 + \varepsilon \cdot \int_0^t \tilde{a}(\varphi, \psi, \eta, \bar{t}) \cdot c(\varphi, \psi, \eta, \bar{t}) d\bar{t} \right),$$

$$\tilde{a} = \tilde{a}(\varphi, \psi, \eta, t) = a(x(\varphi, \psi, \eta), y(\varphi, \psi, \eta), z(\varphi, \psi, \eta), t)$$

або $\tilde{D} = \tilde{D}(\varphi, \psi, \eta, t) = \varepsilon \cdot \left(d_0 + \sum_{k=1}^l \varepsilon^k \cdot d_k \cdot c^k(\varphi, \psi, \eta, t) \right) \quad (k = \overline{0, l})$.

Алгоритм розв'язання задачі. Аналогічно до [5, 6] числово-асимптотичне наближення розв'язку c задач (13)–(18) і (19), (14)–(18) з точністю $O(\varepsilon^{n+1})$ шукатимемо у вигляді ряду:

$$c = \sum_{i=0}^n \varepsilon^i \cdot c_i + \sum_{i=0}^{n+1} \varepsilon^i \cdot P_i + \sum_{i=0}^{2n+1} \varepsilon^{i/2} \cdot \widehat{P}_i + \sum_{i=0}^{2n+1} \varepsilon^{i/2} \cdot \widehat{\widehat{P}}_i + \\ + \sum_{i=0}^{2n+1} \varepsilon^{i/2} \cdot \check{P}_i + \sum_{i=0}^{2n+1} \varepsilon^{i/2} \cdot \check{\check{P}}_i + R_{n+1},$$

де $c_i = c_i(\varphi, \psi, \eta, t)$ ($i = \overline{0, n}$) – члени регулярної частини асимптотичного ряду, $P_i = P_i(\overline{\varphi}, \psi, \eta, t)$ ($i = \overline{0, n+1}$), $\widehat{P}_i = \widehat{P}_i(\varphi, \check{\psi}, \eta, t)$, $\widehat{\widehat{P}}_i = \widehat{\widehat{P}}_i(\varphi, \check{\check{\psi}}, \eta, t)$, $\check{P}_i = \check{P}_i(\varphi, \psi, \check{\eta}, t)$, $\check{\check{P}}_i = \check{\check{P}}_i(\varphi, \psi, \check{\check{\eta}}, t)$ ($i = \overline{0, 2n+1}$) – функції типу прилежового шару відповідно в околах $\varphi = \varphi^*$, $\psi = 0$, $\psi = Q_*$, $\eta = 0$, $\eta = Q^*$ (поправки на виході фільтраційної течії, «умовній поверхні розрізу» і бічних гранях модельної області), $\overline{\varphi} = \frac{\varphi^* - \varphi}{\varepsilon}$,

$$\check{\psi} = \frac{\psi}{\sqrt{\varepsilon}}, \quad \check{\check{\psi}} = \frac{Q_* - \psi}{\sqrt{\varepsilon}}, \quad \check{\eta} = \frac{\eta}{\sqrt{\varepsilon}}, \quad \check{\check{\eta}} = \frac{Q^* - \eta}{\sqrt{\varepsilon}}$$

– відповідні їм регуляризуєчі перетворення (розтяги), $R_{n+1} = R_{n+1}(\varphi, \psi, \eta, t, \varepsilon)$ – залишковий член (його оцінка здійснюється аналогічно до [5; 6]).

При цьому отримуємо такі ж, як і в [6], задачі для знаходження головної частини c_0 розв'язку, поправок c_i ($i = \overline{1, n}$), поправок на виході фільтраційної течії P_i ($i = \overline{0, n+1}$) в околі $\varphi = \varphi^*$, прилежових поправок \check{P}_i і $\check{\check{P}}_i$ ($i = \overline{0, 2n+1}$) в околах $\eta = 0$ і $\eta = Q^*$, а для знаходження функцій \widehat{P}_i і $\widehat{\widehat{P}}_i$ ($i = \overline{0, 2n+1}$) відповідно в околах $\psi = 0$, $\psi = Q_*$ (поправки на «умовній поверхні розрізу») отримуємо такі задачі:

$$\left\{ \begin{array}{l}
 d_0 \cdot b_{1,1}(\varphi, 0, \eta) \cdot \widehat{P}_{0\tilde{\psi}\tilde{\psi}}'' + \frac{\tilde{v}^2(\varphi, 0, \eta)}{\kappa} \cdot \widehat{P}'_{0\varphi} = \sigma \cdot \widehat{P}'_{0t}, \\
 d_0 \cdot b_{1,1}(\varphi, 0, \eta) \cdot \widehat{\widehat{P}}_{0\tilde{\psi}\tilde{\psi}}'' - \frac{\tilde{v}^2(\varphi, 0, \eta)}{\kappa} \cdot \widehat{\widehat{P}}'_{0\varphi} = \sigma \cdot \widehat{\widehat{P}}'_{0t}, \\
 \widehat{P}_0(\varphi, \tilde{\psi}, \eta, t) \xrightarrow{\tilde{\psi} \rightarrow \infty} 0, \widehat{\widehat{P}}_0(\varphi, \tilde{\psi}, \eta, t) \xrightarrow{\tilde{\psi} \rightarrow \infty} 0, c_0(\varphi, \tilde{\psi}, \eta, t) + P_0(\varphi, \tilde{\psi}, \eta, t) + \\
 + \widehat{P}_0(\varphi, \tilde{\psi}, \eta, t) + \widehat{\widehat{P}}_0(\varphi, \tilde{\psi}, \eta, t) + \widehat{\widehat{\widehat{P}}}_0(\varphi, \tilde{\psi}, \eta, t) \Big|_{\tilde{\psi}=0} = c_0(\varphi, \tilde{\psi}, \eta, t) + \\
 + P_0(\varphi, \tilde{\psi}, \eta, t) + \widehat{P}_0(\varphi, \tilde{\psi}, \eta, t) + \widehat{\widehat{P}}_0(\varphi, \tilde{\psi}, \eta, t) + \widehat{\widehat{\widehat{P}}}_0(\varphi, \tilde{\psi}, \eta, t) \Big|_{\tilde{\psi}=0}, \\
 c'_{0\tilde{\psi}}(\varphi, \tilde{\psi}, \eta, t) + P'_{0\tilde{\psi}}(\varphi, \tilde{\psi}, \eta, t) + \widehat{P}'_{0\tilde{\psi}}(\varphi, \tilde{\psi}, \eta, t) + \widehat{\widehat{P}}'_{0\tilde{\psi}}(\varphi, \tilde{\psi}, \eta, t) + \\
 + \widehat{\widehat{\widehat{P}}}'_{0\tilde{\psi}}(\varphi, \tilde{\psi}, \eta, t) \Big|_{\tilde{\psi}=0} = c'_{0\tilde{\psi}}(\varphi, \tilde{\psi}, \eta, t) + P'_{0\tilde{\psi}}(\varphi, \tilde{\psi}, \eta, t) + \\
 + \widehat{P}'_{0\tilde{\psi}}(\varphi, \tilde{\psi}, \eta, t) + \widehat{\widehat{P}}'_{0\tilde{\psi}}(\varphi, \tilde{\psi}, \eta, t) + \widehat{\widehat{\widehat{P}}}'_{0\tilde{\psi}}(\varphi, \tilde{\psi}, \eta, t) \Big|_{\tilde{\psi}=0},
 \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l}
 d_0 \cdot b_{1,1}(\varphi, 0, \eta) \cdot \widehat{P}_{i\tilde{\psi}\tilde{\psi}}'' + \frac{\tilde{v}^2(\varphi, 0, \eta)}{\kappa} \cdot \widehat{P}'_{i\varphi} = \sigma \cdot \widehat{P}'_{it} - \widehat{M}_i, \\
 d_0 \cdot b_{1,1}(\varphi, 0, \eta) \cdot \widehat{\widehat{P}}_{i\tilde{\psi}\tilde{\psi}}'' - \frac{\tilde{v}^2(\varphi, 0, \eta)}{\kappa} \cdot \widehat{\widehat{P}}'_{i\varphi} = \sigma \cdot \widehat{\widehat{P}}'_{it} - \widehat{\widehat{M}}_i, \\
 \widehat{P}_i(\varphi, \tilde{\psi}, \eta, t) \xrightarrow{\tilde{\psi} \rightarrow \infty} 0, \widehat{\widehat{P}}_i(\varphi, \tilde{\psi}, \eta, t) \xrightarrow{\tilde{\psi} \rightarrow \infty} 0, c_{s_{-s/2}}(\varphi, \tilde{\psi}, \eta, t) + P_{s_{-s/2}}(\varphi, \tilde{\psi}, \eta, t) + \\
 + \widehat{P}_i(\varphi, \tilde{\psi}, \eta, t) + \widehat{\widehat{P}}_i(\varphi, \tilde{\psi}, \eta, t) + \widehat{\widehat{\widehat{P}}}_i(\varphi, \tilde{\psi}, \eta, t) \Big|_{\tilde{\psi}=0} = c_{s_{-s/2}}(\varphi, \tilde{\psi}, \eta, t) + \\
 + P_{s_{-s/2}}(\varphi, \tilde{\psi}, \eta, t) + \widehat{P}_i(\varphi, \tilde{\psi}, \eta, t) + \widehat{\widehat{P}}_i(\varphi, \tilde{\psi}, \eta, t) + \widehat{\widehat{\widehat{P}}}_i(\varphi, \tilde{\psi}, \eta, t) \Big|_{\tilde{\psi}=0}, \\
 c'_{(s_{-s/2})\tilde{\psi}}(\varphi, \tilde{\psi}, \eta, t) + P'_{(s_{-s/2})\tilde{\psi}}(\varphi, \tilde{\psi}, \eta, t) + \widehat{P}'_{i\tilde{\psi}}(\varphi, \tilde{\psi}, \eta, t) + \widehat{\widehat{P}}'_{i\tilde{\psi}}(\varphi, \tilde{\psi}, \eta, t) + \\
 + \widehat{\widehat{\widehat{P}}}'_{i\tilde{\psi}}(\varphi, \tilde{\psi}, \eta, t) \Big|_{\tilde{\psi}=0} = c'_{(s_{-s/2})\tilde{\psi}}(\varphi, \tilde{\psi}, \eta, t) + P'_{(s_{-s/2})\tilde{\psi}}(\varphi, \tilde{\psi}, \eta, t) + \\
 + \widehat{P}'_{i\tilde{\psi}}(\varphi, \tilde{\psi}, \eta, t) + \widehat{\widehat{P}}'_{i\tilde{\psi}}(\varphi, \tilde{\psi}, \eta, t) + \widehat{\widehat{\widehat{P}}}'_{i\tilde{\psi}}(\varphi, \tilde{\psi}, \eta, t) \Big|_{\tilde{\psi}=0} \quad (i = \overline{1, 2n+1}).
 \end{array} \right.$$

У цих задачах при заданні в області сталого коефіцієнта дифузії

$$\widehat{M}_i = d_0 \cdot \left(\sum_{k=1}^i \widehat{B}_{1,1,k} \cdot \widehat{P}_{(i-k)\tilde{\psi}\tilde{\psi}}'' + \sum_{k=0}^{i-1} \widehat{B}_{2,1,k} \cdot \widehat{P}'_{(i-1-k)\tilde{\psi}} + I(i, 2) \cdot \sum_{k=0}^{i-2} \left(\frac{\widehat{V}_k}{\kappa^2} \cdot \widehat{P}_{(i-2-k)\varphi\varphi}'' + \right. \right. \\
 \left. \left. + \widehat{B}_{1,2,k} \cdot \widehat{P}_{(i-2-k)\eta\eta}'' + \widehat{B}_{2,2,k} \cdot \widehat{P}'_{(i-2-k)\eta} \right) \right) + \sum_{k=1}^i \frac{\widehat{V}_k}{\kappa} \cdot \widehat{P}_{(i-k)\varphi} \quad (i = \overline{1, 2n+1}), \quad \widehat{\widehat{M}}_i = d_0 \times$$

$$\begin{aligned}
 & \times \left(\sum_{k=1}^i \widehat{B}_{1,1,k} \cdot \widehat{P}''_{(i-k)} \widetilde{\psi} \widetilde{\psi} + \sum_{k=0}^{i-1} \widehat{B}_{2,1,k} \cdot \widehat{P}'_{(i-1-k)} \widetilde{\psi} + I(i, 2) \cdot \sum_{k=0}^{i-2} \left(\frac{\widehat{V}_k}{\kappa^2} \cdot \widehat{P}''_{(i-2-k)} \varphi \varphi + \right. \right. \\
 & \left. \left. + \widehat{B}_{1,2,k} \cdot \widehat{P}''_{(i-2-k)} \eta \eta + \widehat{B}_{2,2,k} \cdot \widehat{P}'_{(i-2-k)} \eta \right) + \sum_{k=1}^i \frac{\widehat{V}_k}{\kappa} \cdot \widehat{P}'_{(i-k)} \varphi \quad (i = \overline{1, 2n+1}), \text{ при} \right. \\
 & \text{інтегральній залежності коефіцієнта дифузії від концентрації забруд-} \\
 & \text{нюючої речовини } \widehat{M}_i = d_0 \cdot \left(\sum_{k=1}^i \widehat{B}_{1,1,k} \cdot \widehat{P}''_{(i-k)} \widetilde{\psi} \widetilde{\psi} + \sum_{k=0}^{i-1} \widehat{B}_{2,1,k} \cdot \widehat{P}'_{(i-1-k)} \widetilde{\psi} + \right. \\
 & \left. + I(i, 2) \cdot \sum_{k=0}^{i-2} \left(\frac{\widehat{V}_k}{\kappa^2} \cdot \widehat{P}''_{(i-2-k)} \varphi \varphi + \widehat{B}_{1,2,k} \cdot \widehat{P}''_{(i-2-k)} \eta \eta + \widehat{B}_{2,2,k} \cdot \widehat{P}'_{(i-2-k)} \eta \right) \right) + \\
 & + \sum_{k=1}^i \frac{\widehat{V}_k}{\kappa} \cdot \widehat{P}'_{(i-k)} \varphi + I(i, 2) \cdot \left(\sum_{m=0}^{i-2} \sum_{l=0}^m \sum_{k=0}^l \widehat{B}_{1,1,k} \cdot \widehat{P}''_{(l-k)} \widetilde{\psi} \widetilde{\psi} \cdot \int_0^t \widetilde{A}_{m-l} \cdot \widetilde{P}'_{i-1-m} d\widetilde{t} + \right. \\
 & \left. + \sum_{m=0}^{i-2} \sum_{l=0}^m \sum_{k=0}^l \widehat{B}_{2,1,k} \cdot \widehat{P}'_{(l-k)} \widetilde{\psi} \cdot \int_0^t \left(\widetilde{A}'_{(m-l)} \widetilde{\psi} \cdot \widetilde{P}'_{i-2-m} + \widetilde{A}_{m-l} \cdot \widehat{P}''_{(i-2-m)} \widetilde{\psi} \right) d\widetilde{t} \right) + I(i, 3) \times \\
 & \times \sum_{m=0}^{i-3} \sum_{l=0}^m \sum_{k=0}^l \widehat{B}_{1,2,k} \cdot \widehat{P}'_{(l-k)} \widetilde{\psi} \cdot \int_0^t \widetilde{A}_{m-l} \cdot \widetilde{P}'_{i-1-m} d\widetilde{t} + I(i, 4) \cdot \sum_{m=0}^{i-4} \sum_{l=0}^m \sum_{k=0}^l \left(\left(\frac{\widehat{V}_k}{\kappa^2} \cdot \widehat{P}''_{(l-k)} \varphi \varphi + \right. \right. \\
 & \left. \left. + \widehat{B}_{1,2,k} \cdot \widehat{P}''_{(l-k)} \eta \eta + \widehat{B}_{2,2,k} \cdot \widehat{P}'_{(l-k)} \eta \right) \times \int_0^t \widetilde{A}_{m-l} \cdot \widetilde{P}'_{i-1-m} d\widetilde{t} + \frac{\widehat{V}_k}{\kappa^2} \cdot \widehat{P}'_{(i-2-k)} \varphi \times \right. \\
 & \left. \times \left(\int_0^t \widetilde{A}_{m-l} \cdot \widetilde{P}'_{(i-3-m)} \varphi d\widetilde{t} + \int_0^t \widetilde{A}'_{(m-l)} \varphi \cdot \widetilde{P}'_{i-3-m} d\widetilde{t} \right) + \widehat{B}_{1,2,k} \cdot \widehat{P}'_{(l-k)} \eta \cdot \left(\int_0^t \widetilde{A}_{m-l} \cdot \widetilde{P}'_{(i-3-m)} \eta d\widetilde{t} + \right. \right. \\
 & \left. \left. + \int_0^t \widetilde{A}'_{(m-l)} \eta \cdot \widetilde{P}'_{i-3-m} d\widetilde{t} \right) \right) \quad (i = \overline{1, 2n+1}), \widehat{M}_i = d_0 \cdot \left(\sum_{k=1}^i \widehat{B}_{1,1,k} \cdot \widehat{P}''_{(i-k)} \widetilde{\psi} \widetilde{\psi} + \sum_{k=0}^{i-1} \left(\widehat{B}_{2,1,k} \times \right. \right. \\
 & \left. \left. \times \widehat{P}'_{(i-1-k)} \widetilde{\psi} \right) + I(i, 2) \cdot \sum_{k=0}^{i-2} \left(\frac{\widehat{V}_k}{\kappa^2} \cdot \widehat{P}''_{(i-2-k)} \varphi \varphi + \widehat{B}_{1,2,k} \cdot \widehat{P}''_{(i-2-k)} \eta \eta + \widehat{B}_{2,2,k} \cdot \widehat{P}'_{(i-2-k)} \eta \right) \right) + \\
 & + \sum_{k=1}^i \frac{\widehat{V}_k}{\kappa} \cdot \widehat{P}'_{(i-k)} \varphi + I(i, 2) \cdot \left(\sum_{m=0}^{i-2} \sum_{l=0}^m \sum_{k=0}^l \widehat{B}_{1,1,k} \cdot \widehat{P}''_{(l-k)} \widetilde{\psi} \widetilde{\psi} \cdot \int_0^t \widetilde{A}_{m-l} \cdot \widetilde{P}'_{i-1-m} d\widetilde{t} + \right.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & + \sum_{m=0}^{i-2} \sum_{l=0}^m \sum_{k=0}^l \widehat{B}_{2,1,k} \cdot \widehat{P}'_{(l-k)\tilde{\psi}} \cdot \int_0^t \left(\widetilde{A}'_{(m-l)\tilde{\psi}} \cdot \widetilde{P}_{i-2-m} + \widetilde{A}_{m-l} \cdot \widetilde{P}'_{(i-2-m)\tilde{\psi}} \right) d\tilde{t} \Big) + I(i,3) \times \\
 & \times \sum_{m=0}^{i-3} \sum_{l=0}^m \sum_{k=0}^l \widehat{B}_{1,2,k} \cdot \widehat{P}'_{(l-k)\tilde{\psi}} \cdot \int_0^t \widetilde{A}_{m-l} \cdot \widetilde{P}_{i-1-m} d\tilde{t} + I(i,4) \cdot \sum_{m=0}^{i-4} \sum_{l=0}^m \sum_{k=0}^l \left(\left(\frac{\widehat{V}_k}{\kappa^2} \cdot \widehat{P}''_{(l-k)\varphi\Phi} + \right. \right. \\
 & \left. \left. + \widehat{B}_{1,2,k} \cdot \widehat{P}''_{(l-k)\eta\eta} + \widehat{B}_{2,2,k} \cdot \widehat{P}'_{(l-k)\eta} \right) \times \int_0^t \widetilde{A}_{m-l} \cdot \widetilde{P}_{i-1-m} d\tilde{t} + \frac{\widehat{V}_k}{\kappa^2} \cdot \widehat{P}'_{(i-2-k)\Phi} \times \right. \\
 & \left. \times \left(\int_0^t \widetilde{A}_{m-l} \cdot \widetilde{P}'_{(i-3-m)\Phi} d\tilde{t} + \int_0^t \widetilde{A}_{(m-l)\Phi} \cdot \widetilde{P}_{i-3-m} d\tilde{t} \right) + \widehat{B}_{1,2,k} \cdot \widehat{P}'_{(l-k)\eta} \cdot \left(\int_0^t \widetilde{A}_{m-l} \cdot \widetilde{P}'_{(i-3-m)\eta} d\tilde{t} + \right. \right. \\
 & \left. \left. + \int_0^t \widetilde{A}'_{(m-l)\eta} \cdot \widetilde{P}_{i-3-m} d\tilde{t} \right) \right) \quad (i = \overline{1, 2n+1}), \text{ а при многочленній залежності}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \widehat{M}_1 & = -d_0 \cdot \left(b'_{1,1\tilde{\psi}}(\varphi, 0, \eta) \cdot \tilde{\psi} \cdot \widehat{P}''_{0\tilde{\psi}\tilde{\psi}} + b_{2,1}(\varphi, 0, \eta) \cdot \widehat{P}'_{0\tilde{\psi}} \right) + \frac{2 \cdot \tilde{v}(\varphi, 0, \eta)}{\kappa} \times \\
 & \times \tilde{v}'_{\tilde{\psi}}(\varphi, 0, \eta) \cdot \tilde{\psi} \cdot \widehat{P}'_{0\varphi}, \quad \widehat{M}_2 = -d_0 \cdot \left(\frac{\tilde{v}^2(\varphi, 0, \eta)}{\kappa} \cdot \widehat{P}''_{0\varphi\Phi} + b'_{1,1\tilde{\psi}}(\varphi, 0, \eta) \cdot \tilde{\psi} \cdot \widehat{P}''_{1\tilde{\psi}\tilde{\psi}} + \right. \\
 & \left. + \frac{b''_{1,1\tilde{\psi}\tilde{\psi}}(\varphi, 0, \eta)}{2} \cdot \tilde{\psi}^2 \cdot \widehat{P}''_{0\tilde{\psi}\tilde{\psi}} + b_{1,2}(\varphi, 0, \eta) \cdot \widehat{P}''_{0\eta\eta} + b_{2,1}(\varphi, 0, \eta) \cdot \widehat{P}'_{1\tilde{\psi}} + \right. \\
 & \left. + b'_{2,1\tilde{\psi}}(\varphi, 0, \eta) \cdot \tilde{\psi} \cdot \widehat{P}'_{0\tilde{\psi}} + b_{2,2}(\varphi, 0, \eta) \cdot \widehat{P}'_{0\eta} \right) + \frac{2 \cdot \tilde{v}(\varphi, 0, \eta) \cdot \tilde{v}'_{\tilde{\psi}}(\varphi, 0, \eta)}{\kappa} \times \\
 & \times \tilde{\psi} \cdot \widehat{P}'_{1\varphi} + \frac{(\tilde{v}(\varphi, 0, \eta) \cdot \tilde{v}'_{\tilde{\psi}}(\varphi, 0, \eta) + \tilde{v}''_{\tilde{\psi}\tilde{\psi}}(\varphi, 0, \eta))}{\kappa} \cdot \tilde{\psi}^2 \cdot \widehat{P}'_{0\varphi}, \dots, \widehat{M}_1 = -d_0 \\
 & \times \left(b'_{1,1\tilde{\psi}}(\varphi, Q_*, \eta) \cdot \tilde{\psi} \cdot \widehat{P}''_{0\tilde{\psi}\tilde{\psi}} + b_{2,1}(\varphi, Q_*, \eta) \cdot \widehat{P}'_{0\tilde{\psi}} \right) + \frac{2 \cdot \tilde{v}(\varphi, 0, \eta) \cdot \tilde{v}'_{\tilde{\psi}}(\varphi, 0, \eta)}{\kappa} \times \\
 & \times \tilde{\psi} \cdot \widehat{P}'_{0\varphi}, \quad \widehat{M}_2 = -d_0 \cdot \left(\frac{\tilde{v}^2(\varphi, Q_*, \eta)}{\kappa} \cdot \widehat{P}''_{0\varphi\Phi} + b'_{1,1\tilde{\psi}}(\varphi, Q_*, \eta) \cdot \tilde{\psi} \cdot \widehat{P}''_{1\tilde{\psi}\tilde{\psi}} + \right. \\
 & \left. + \frac{b''_{1,1\tilde{\psi}\tilde{\psi}}(\varphi, Q_*, \eta)}{2} \cdot \tilde{\psi}^2 \cdot \widehat{P}''_{0\tilde{\psi}\tilde{\psi}} + b_{1,2}(\varphi, Q_*, \eta) \cdot \widehat{P}''_{0\eta\eta} + b_{2,1}(\varphi, Q_*, \eta) \cdot \widehat{P}'_{1\tilde{\psi}} + \right. \\
 & \left. + b'_{2,1\tilde{\psi}}(\varphi, Q_*, \eta) \cdot \tilde{\psi} \cdot \widehat{P}'_{0\tilde{\psi}} + b_{2,2}(\varphi, Q_*, \eta) \cdot \widehat{P}'_{0\eta} \right) + \frac{2 \cdot \tilde{v}(\varphi, Q_*, \eta) \cdot \tilde{v}'_{\tilde{\psi}}(\varphi, Q_*, \eta)}{\kappa} \times
 \end{aligned}$$

$\times \tilde{\psi} \cdot \widehat{P}'_{1\varphi} + \frac{(\tilde{v}(\varphi, Q_*, \eta) \cdot \tilde{v}'_{\tilde{\psi}}(\varphi, Q_*, \eta) + \tilde{v}''_{\tilde{\psi}\tilde{\psi}}(\varphi, Q_*, \eta))}{\kappa} \cdot \tilde{\psi}^2 \cdot \widehat{P}'_{0\varphi}, \dots$, де \widehat{V}_k , $\widehat{B}_{1,1,k}$, $\widehat{B}_{1,2,k}$, $\widehat{B}_{2,1,k}$ і $\widehat{B}_{2,2,k}$ – коефіцієнти при k -их степенях $\sqrt{\varepsilon}$ розкладу відповідно функцій $\tilde{v}^2(\varphi, \sqrt{\varepsilon}\tilde{\psi}, \eta)$, $b_{1,1}(\varphi, \sqrt{\varepsilon}\tilde{\psi}, \eta)$, $b_{1,2}(\varphi, \sqrt{\varepsilon}\tilde{\psi}, \eta)$, $b_{2,1}(\varphi, \sqrt{\varepsilon}\tilde{\psi}, \eta)$ і $b_{2,2}(\varphi, \sqrt{\varepsilon}\tilde{\psi}, \eta)$ в ряд Тейлора в околі $\psi = 0$, а $\widehat{\widehat{V}}_k$, $\widehat{\widehat{B}}_{1,1,k}$, $\widehat{\widehat{B}}_{1,2,k}$, $\widehat{\widehat{B}}_{2,1,k}$ і $\widehat{\widehat{B}}_{2,2,k}$ – коефіцієнти при k -их степенях $\sqrt{\varepsilon}$ розкладу відповідно функцій $\tilde{v}^2(\varphi, Q_* - \sqrt{\varepsilon}\tilde{\psi}, \eta)$, $b_{1,1}(\varphi, Q_* - \sqrt{\varepsilon}\tilde{\psi}, \eta)$, $b_{1,2}(\varphi, Q_* - \sqrt{\varepsilon}\tilde{\psi}, \eta)$, $b_{2,1}(\varphi, Q_* - \sqrt{\varepsilon}\tilde{\psi}, \eta)$ і $b_{2,2}(\varphi, Q_* - \sqrt{\varepsilon}\tilde{\psi}, \eta)$ в ряд Тейлора в околі $\psi = Q_*$.

Одним із способів розв'язання відповідних задач є застосування методу сіток.

Числові розрахунки. Для комп'ютерного моделювання процесу масопереносу деякої забруднюючої речовини у однорідному пористому середовищі – області конусоподібної форми із внутрішнім вирізом, що характеризується коефіцієнтом фільтрації $\kappa = 5,6$ м/добу, пористості $\sigma = 0,7$ і дифузії $D = 0,006$ м²/добу, використано ідеальний фільтраційний фон для області G_z , обмеженої поверхнями $f_*(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2 - 100$, $f^*(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2 - 25$, $f_{**}(x, y, z) = 32,163 \cdot x^2 - y^2 - z^2$, $f^{***}(x, y, z) = 7,548 \cdot x^2 - y^2 - z^2$. При цьому побудовано розрахункову динамічну сітку при $\varphi_* = 0$, $\varphi^* = 122,2$ (що відповідає середній швидкості фільтрації через засипку фільтру $v_{сер} = 10$ м/добу), $n = 30$, $m = 44$, $l = 6$, $\varepsilon = 0,001$, отримано гідродинамічну сітку руху (рис. 2), обчислено поле швидкостей і проведено ще розрахунок ряду характеристик, зокрема, повну витрату $Q = 14,774022$.

На рис. 3 зображено розподіли середніх величин концентрацій забруднюючих речовин $c_{сер}(\varphi, t)$ для області G_z при $c_0^0(\varphi, \psi, \eta) = 0$, $c_*(\psi, \eta, t) = c^*(\psi, \eta, t) = 0,017 \cdot \sin(t) \cdot e^{-0.1 \cdot \psi^2}$.

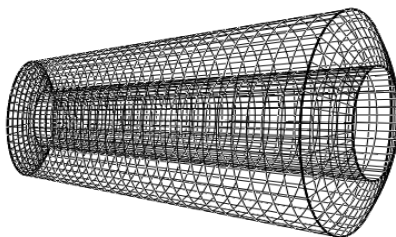


Рис. 2. Гідродинамічна сітка

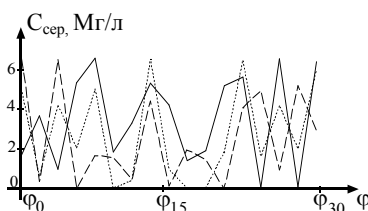


Рис. 3. Розподіли середніх величин концентрацій забруднюючої речовини вздовж пористого середовища (суцільна лінія — та штрихові --- і ---- відповідають відповідно моментам часу 100, 200 і 300 діб)

Висновки. У роботі сформовано математичну модель типу «фільтрація – конвекція – дифузія», що призначена для прогнозування процесу масопереносу забруднюючих речовин у водонасичених недеформованих пористих середовищах – двозв’язних модельних областях, обмежених двома еквіпотенціальними поверхнями і двома поверхнями течії, як при сталому коефіцієнті дифузії, так і з урахуванням різного роду залежностей коефіцієнта дифузії від величин концентрації забруднюючої речовини (многочленна, інтегральна), з урахуванням характеру конвективно-дифузійного підведення і відведення забруднюючої речовини, наявності або відсутності бічних джерел забруднень.

Завдяки методиці «розщеплення» вихідної задачі та конструкції побудови розв’язку шляхом доповнення розв’язку відповідної виродженої задачі різними поправками для отриманої моделі отримано числово-асимптотичні розвинення розв’язків відповідних сингулярно-збурених задач. Проведений числовий експеримент підтверджує коректність отриманої моделі. Водночас розвинуто числово-асимптотичний метод розв’язування просторових нелінійних сингулярно-збурених задач конвективної дифузії, а саме: отримано нового типу поправки в асимптотичних розкладах розв’язків відповідних сингулярно-збурених задач, що характеризують механізм дифузійного перерозподілу концентрацій в околі ділянки виконання умовного розрізу.

Отримані результати знайдуть своє застосування при математичному моделюванні поширення забруднюючих речовин у пористих середовищах із врахуванням процесів масообміну, сорбції та десорбції, зокрема, при прогнозуванні роботи і проектуванні засипних фільтрів з однорідними завантаженнями [2; 3].

1. Климюк Ю. Є. Числове розв'язування обернених крайових задач на знаходження просторових аналогів квазіконформних відображень криволінійних паралелепіпедів на прямокутні / Ю. Є. Климюк, Д. О. Пригорницький // Волинський математичний вісник. Серія прикладна математика. – Вип. 9 (18). – Рівне : РВВ РДГУ, 2012. – С. 73–100. 2. Бомба А. Я. Числово-асимптотичне наближення розв'язків просторових модельних задач процесу фільтрування / А. Я. Бомба, Ю. Є. Климюк, А. П. Сафоник, В. М. Сівак // Фізико-математичне моделювання та інформаційні технології. – 2010. – Вип. 11. – С. 29–39. 3. Сівак В. М. Числово-асимптотичне наближення розв'язку просторової модельної задачі процесу видалення залишкового алюмінію при фільтруванні через окислювально-відновні завантаження / В. М. Сівак, А. Я. Бомба, Ю. Є. Климюк // Гідромеліорація та гідротехнічне будівництво: Збірн. наук. праць. – Вип. 34. – Рівне : НУВГП, 2009. – С. 252–261. 4. Климюк Ю. Є. Числове розв'язання обернених крайових задач на просторові конформні відображення двоз'язних областей із розрізом на прямокутні паралелепіпеди / Ю. Є. Климюк, Д. О. Пригорницький // Волинський математичний вісник. Серія прикладна математика. Випуск 6 (15). – Рівне : РДГУ, 2009. – С. 59–71. 5. Бомба А. Я. Нелінійні сингулярно збудені задачі типу «конвекція-дифузія» / А. Я. Бомба, С. В. Барановський, І. М. Присяжнюк. – Рівне : НУВГП, 2008. – 254 с. 6. Бомба А. Я. Математичне моделювання просторових сингулярно-збудених процесів типу фільтрація-конвекція-дифузія: монографія / А. Я. Бомба, Ю. Є. Климюк. – Рівне : ТЗОВ фірма «Ассоль», 2014. – 273 с.

Рецензент: д.т.н., проф. Бомба А. Я. (РДГУ)

Klymiuk Y. Y., Candidate of Engineering, Associate Professor (Rivne State Humanitarian University, Rivne)

MATHEMATICAL MODELLING THE PROCESSES OF MASS TRANSFER POLLUTANTS IN DOUBLY-CONNECTED POROUS MEDIA

A mathematical model proposed in this paper to predict the process of mass transfer of pollutants in porous media, which are doubly-connected domains, bounded two equipotential surfaces and two surface flow. The algorithm for numerically-asymptotic approximation of solution of

the model problem is developed. Numerical experiment is made.
Keywords: mathematical model, convective-diffusive mass transfer, pollutant, porous media, doubly-connected domain, numerical experiment.

Климюк Ю. Е., к.т.н., доцент (Ровенский государственный гуманитарный университет, г. Ровно)

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ МАССОПЕРЕНОСА ЗАГРЯЗНЯЮЩИХ ВЕЩЕСТВ В ДВУХСВЯЗНЫХ ПОРИСТЫХ СРЕДАХ

В работе предложена математическая модель для прогнозирования процесса массопереноса загрязняющих веществ в пористых средах, имеющих форму двусвязных областей, ограниченных двумя эквипотенциальными поверхностями и двумя поверхностями течения. Получен алгоритм численно-асимптотического приближения решения соответствующей модельной задачи. Проведен численный эксперимент.

Ключевые слова: математическая модель, конвективно-диффузионный массоперенос, загрязняющее вещество, пористая среда, двусвязная область, численный эксперимент.
