

Міністерство освіти і науки України
Національний університет водного господарства
та природокористування

Кафедра економічної кібернетики



06-11-18

**Методичні вказівки та завдання
для виконання лабораторних робіт з дисципліни
«Моделювання і прогнозування у фінансовій сфері»**

для студентів спеціальності 072 «Фінанси, банківська справа та страхування» денної та заочної форми навчання

Рекомендовано до друку методичною комісією за спеціальністю
051 «Економіка» (Економічна кібернетика)
Протокол № 5 від «23» жовтня 2017 р.,

Рекомендовано до друку методичною комісією за спеціальністю
072 «Фінанси, банківська справа та страхування»
Протокол № 3 від 30 жовтня 2017 р.

Рівне – 2017

Методичні вказівки та завдання для виконання лабораторних робіт з дисципліни «Моделювання і прогнозування у фінансовій сфері» для студентів спеціальності 072 «Фінанси, банківська справа та страхування» / Грицюк П.М. – Рівне: НУВГП, 2017. – 27 с.

Упорядник: Грицюк П.М., д.е.н., професор, завідувач кафедри економічної кібернетики

Відповідальний за випуск: Грицюк П.М., завідувач кафедри економічної кібернетики

Зміст

Вступ.....	3
Тема 1. Прості та складні відсотки. Фінансова еквівалентність.....	5
Тема 2. Побудова схем кредитних розрахунків.....	10
Тема 3. Оцінювання вартості цінних паперів.....	17
Тема 4. Моделювання часових рядів.....	22
Література.....	28

Вступ

Метою навчальної дисципліни «Моделювання і прогнозування у фінансовій сфері» є вивчення методів фінансового аналізу на основі застосування математичних методів і моделей із застосуванням інформаційних комп'ютерних технологій. Основою моделювання та прогнозування фінансових потоків є фінансова математика. Тому майбутні фінансисти повинні перш за все оволодіти прийомами розв'язування типових задач фінансової математики та планування фінансних потоків. Крім того в завдання курсу входить також оволодіння основами технології фінансових інвестицій. З цією метою розглядаються поняття прибутковості та ризику окремих цінних паперів та портфеля цінних паперів.

Після вивчення даного курсу студент повинен **знати**:

- математичні методи моделювання фінансових операцій та потоків;
- методику комп'ютерної оцінки ефективності фінансових операцій;
- методи прогнозування фінансової динаміки;
- методи оптимізації портфеля цінних паперів.

Студент повинен **вміти**:

- будувати економіко-математичні моделі задач фінансового аналізу;
- самостійно виконувати аналіз ефективності фінансових операцій та потоків із застосуванням комп'ютерної техніки;
- прогнозувати фінансові процеси та оцінювати достовірність прогнозів;
- оптимізувати портфель цінних паперів.

Методичні вказівки призначені для студентів, які навчаються за спеціальністю «Фінанси, банківська справа та страхування» освітньо-кваліфікаційного рівня «магістр». Методичні вказівки містять матеріал для проведення лабораторних робіт з дисципліни «Моделювання і прогнозування у фінансовій сфері» з використанням комп'ютерних технологій. Методичні вказівки відповідають вимогам ECTS (European Credit Transfer System) та кредитно-модульної системи організації навчального процесу.

Теоретична частина курсу «Моделювання і прогнозування у фінансовій сфері» складається з 11-ти тем, об'єднаних у три змістові модулі. Обсяг лекційних занять складає 26 год. для денної форми навчання та 6 год. для заочної форми навчання. Практична підготовка передбачає проведення лабораторних занять загальним обсягом 14 год. для денної

форми навчання та 6 год. для заочної форми навчання. На самостійну роботу передбачено 56 год. для денної форми навчання та 96 год. для заочної форми навчання. Загальний обсяг вивчення дисципліни – 108 годин, з них аудиторних занять для денної форми навчання – 40 год., для заочної форми навчання – 12 год.

ТЕМА 1. Прості та складні відсотки. Фінансова еквівалентність

Теоретичні відомості. Виконуючи фінансові розрахунки слід завжди мати на увазі, що певна сума грошей сьогодні завжди цінніша від такої ж суми у майбутньому. У *фінансовій математиці* є дві методики розрахунку змінної вартості грошей – *простих відсотків і складних відсотків*. Правило простих відсотків застосовують у короткострокових фінансових угодах (строк менше одного року) та у випадках коли відсотки не додаються до основної суми боргу, а періодично сплачуються.

Кінцева сума, яку одержить інвестор після всіх нарахувань за правилом *простих відсотків* дорівнює

$$FV = PV \cdot (1 + r \cdot n). \quad (1)$$

Тут FV - кінцева сума (майбутня величина), PV - початкова сума (теперішня величина), r - річна ставка дохідності, n - строк фінансової операції (років). Вираз $(1 + r \cdot n)$ називається множником нарощування.

Операція, яка обернена до розрахунку нарощеної суми, називається *дисконтуванням*. За правилом простих відсотків дисконтована сума розраховується наступним чином

$$PV = FV / (1 + r \cdot n). \quad (2)$$

Формула нарощування грошової суми за правилом *складних відсотків* має вигляд

$$FV = PV \cdot (1 + r)^n. \quad (3)$$

Вираз $(1 + r)^n$ називається множником нарощування. Якщо нарахування коштів здійснюється m разів на рік ($m > 1$), нарощена сума розраховується за правилом

$$FV = PV \cdot (1 + r/m)^{nm}. \quad (4)$$

За правилом складних відсотків дисконтована сума розраховується наступним чином

$$PV = FV / (1 + r)^n. \quad (5)$$

На проміжку часу до 1 року значення множника нарощування за правилом простих відсотків є більшим, ніж значення множника нарощування за правилом складних відсотків. Після одного року нарощування за правилом складних відсотків іде швидше. Саме тому, при укладанні угод кредитори використовують метод простих відсотків при терміні угоди до 1 року і метод складних відсотків, якщо термін угоди перевищує 1 рік.

У практиці фінансових операцій часто виникають ситуації, коли боргові зобов'язання треба замінити на інші з більш віддаленим терміном платежу (продлонгація або реструктуризація боргу). При цьому виникає проблема порівняння вартості таких угод в різні моменти часу. Для таких порівнянь використовують принцип фінансової еквівалентності. **Фінансова еквівалентність** – теперішня рівність різних за номіналом вартісних величин або норм дохідностей фінансових угод, які належать до різних моментів часу. Тобто дві грошові суми C_1 і C_2 , які належать до різних моментів часу n_1 і n_2 ($n_1, n_2 > 1$), будуть еквівалентними, якщо

$$C_1 / (1 + r)^{n_1} = C_2 / (1 + r)^{n_2}. \quad (6)$$

При виконанні фінансових розрахунків зручно використовувати електронні таблиці MS Excel. При цьому слід знати позначення основних фінансових функцій: БС – майбутня вартість FV ; ПС – теперішня вартість PV ; СТАВКА – ставка дохідності r ; КПЕР – кількість періодів n ; ТИП – тип нарахування (1 – на початку періоду; 0 або нічого – наприкінці періоду).

Приклад. Обчислити нарощену суму за правилом складних відсотків за період 5 років при річній ставці дохідності 12%. Початкова сума становить 10 000 грн.

Розв'язування. Використовуємо функцію БС(), яка має такі поля БС(Ставка; Кпер; Плт; Пс; Тип). Підставивши відповідні значення, отримаємо БС(0.12; 5; _; -100 000), отримуємо результат – 176 234.17 грн.

Завдання для практичного виконання.

Задача 1. На банківському рахунку знаходиться A гривень. Використовуючи методику простих відсотків розрахувати ріст рахунку на протязі 10 років, якщо річна дохідна ставка становить r відсотків. Побудувати таблицю росту рахунку по роках (сума на початку року, сума на кінець року, приріст.). Побудувати графік росту коштів (Точечная або Гистограмма). Дані для обчислень взяти з наступної таблиці:

Варіант	A , грн	r , %
1	10 000	15
2	12 500	15
3	15 000	14
4	17 500	14
5	20 000	14
6	22 500	13
7	25 000	13
8	27 500	12
9	30 000	12
10	32 500	11
11	35 000	11
12	37 500	10
13	40 000	10
14	45 000	9
15	50 000	9

Задача 2. Розв'язати попередню задачу використовуючи методику складних відсотків.

Задача 3. Розв'язати Задачу 1 за методикою складних відсотків при умові щоквартального нарахування відсотків.

Задача 4. За методикою складних відсотків визначити розмір початкового вкладу A_0 , при якому розмір кінцевого вкладу становитиме A (умова задачі 1). Побудувати таблицю та графік.

Задача 5. Порівняти, що більше R_1 гривень сьогодні, чи R_2 гривень через 8 років. Для порівняння привести суму R_2 до значення сьогоднішнього дня шляхом дисконтування.

Варіант	R_1	R_2	r , %
1	1 100	2 400	11
2	1 200	2 400	12

3	1 300	2 500	11
4	1 400	2 700	12
5	1 500	3 000	13
6	1 600	3 000	11
7	1 700	3 500	12
8	1 800	3 700	13
9	1 900	4 000	13
10	2 000	4 000	12
11	2 100	4 300	11
12	2 200	4 500	11
13	2 300	4 500	13
14	2 400	4 700	13
15	2 500	4 900	12

Задача 6. Оцінити, який з платежів є більш вигідним для платника: щорічний платіж по R_1 гривень на протязі n_1 років, чи щорічний платіж по R_2 гривень на протязі n_2 років. Відсоткова ставка $r = 10\%$.

Варіант	R_1	n_1	R_2	n_2
1	1 100	17	2 400	7
2	1 200	16	2 400	7
3	1 300	16	2 500	7
4	1 400	15	2 700	7
5	1 500	15	3 000	6
6	1 600	14	3 000	6
7	1 700	14	3 500	6
8	1 800	13	3 700	6
9	1 900	13	4 000	6
10	2 000	12	4 000	5
11	2 100	12	4 300	5
12	2 200	11	4 500	5
13	2 300	11	4 500	4
14	2 400	10	4 700	4
15	2 500	10	4 900	4

Задача 7. Оцінити більш вигідний варіант для покупця:

- 1) Купити квартиру за S_1 гривень;
- 2) Оплатити вартість квартири шляхом рівних щорічних виплат у розмірі S_2 гривень на протязі 5 років. Норма прибутковості $r\%$.

Варіант	S_1 , грн	S_2 , грн	r , %
1	30 000	4 500	15
2	35 000	5 000	15
3	40 000	6 000	14
4	45 000	6 500	14
5	50 000	7 500	14
6	55 000	8 500	13
7	60 000	9 500	13
8	65 000	10 000	12
9	70 000	11 000	12
10	75 000	12 000	11
11	80 000	13 000	11
12	85 000	14 000	10
13	90 000	15 000	10
14	95 000	16 000	9
15	100 000	17 000	9

Задача 8. Покупець запропонував два варіанти розрахунків при купівлі дачі:

- 1) R_1 \$ відразу і по R_2 \$ на протязі n років;
- 2) R_3 \$ відразу і по R_4 \$ на протязі n років.

Який з варіантів вигідніший для продавця при річній відсотковій ставці $r\%$. Для розрахунків обох варіантів використати таку послідовність: а) нарощена друга сума за n років; б) дискontована нарощена друга сума; в) початковий платіж + дискontована нарощена друга сума.

Варіант	R_1 , \$	R_2 , \$	R_3 , \$	R_4 , %	n , років	r , %
1	3 000	800	4 000	400	3	11
2	3 500	1 000	5 000	200	3	12

3	4 000	1 000	5 500	250	4	10
4	4 500	1 500	6 000	1 000	4	10
5	5 000	1 200	6 500	500	4	11
6	5 500	1 000	7 000	500	5	14
7	6 000	1 500	7 500	1 000	5	12
8	6 500	2 000	8 000	1 500	6	10
9	7 000	1 000	8 500	400	6	13
10	7 500	2 000	9 000	1 200	4	12
11	8 000	2 500	9 500	600	4	11
12	8 500	1 500	10 000	1 000	5	10
13	9 000	2 000	10 500	800	7	13
14	9 500	3 000	11 000	1 000	4	10
15	10 000	2 500	12 000	1 500	5	12

Тема 2. Побудова схем кредитних розрахунків

Теоретичні відомості.

Фінансова рента – це потік фінансових платежів, здійснюваних через однакові проміжки часу. **Ренту**, за якої платежі здійснюють *щорічно*, називають **ануїтетом**. Відрізняють два способи виплати ренти. *Рента постнумерандо* передбачає здійснення платежів в кінці періоду, *рента пренумерандо* передбачає здійснення платежів на початку періоду.

Нарощена величина S постійної (з однаковими платежами) скінченної ренти постнумерандо обчислюється за наступною формулою:

$$S = \frac{R}{r} \left((1+r)^n - 1 \right). \quad (7)$$

Тут R - розмір платежу, r - річна ставка дохідності, n - кількість періодів.

Початкова (дисконтована) вартість A звичайного ануїтету обчислюється за формулою

$$A = \frac{S}{(1+r)^n} = \frac{R}{r} \left(1 - (1+r)^{-n} \right). \quad (8)$$

Якщо відома кінцева сума звичайного ануїтету (постнумерандо), то величина щорічного платежу R обчислюється так:

$$R = \frac{S \cdot r}{(1+r)^n - 1}. \quad (9)$$

За відомої початкової величини звичайного ануїтету маємо

$$R = \frac{A \cdot r}{1 - (1+r)^{-n}}. \quad (10)$$

Для розрахунку величини платежу зручно використовувати функцію ПЛТ().

Приклад. Кредит в розмірі 100 тис. грн. під 10 % річних надано терміном на 5 років. Розрахувати величину щорічного платежу для звичайного ануїтету.

Розв'язування. Використовуємо функцію ПЛТ() з наступними параметрами ПЛТ(СТАВКА; Кпер; Пс; Бс; Тип). Підставляючи значення параметрів Ставка = 0.10; Кпер = 5; Пс = - 100 000; Бс = пропуск; Тип – пропуск, отримуємо результат 26 379.75 грн. Загальна сума платежів становить 131 898.70 грн.

Нескінченна рента постнумерандо (перпетуїтет) – це рента, послідовність платежів якої нескінченна. Нарощена величина S нескінченної ренти прямує до нескінченності, а теперішню величину нескінченної ренти знаходять з рівняння:

$$A = \frac{R}{r}. \quad (11)$$

Річна рента пренумерандо (авансовий ануїтет) – додатні, періодичні платежі, здійснювані на початку періоду. Нарощена величина S для авансових рент обчислюється так:

$$S_{pre} = S_{post} \cdot (1+r), \quad (12)$$

де S_{pre} - нарощена сума ренти пренумерандо, S_{post} - нарощена сума ренти постнумерандо. Або

$$S_{pre} = \frac{R}{r} \left((1+r)^n - 1 \right) \cdot (1+r). \quad (13)$$

Величина щорічного платежу R (пренумерандо) обчислюється за співвідношенням:

$$R = \frac{S \cdot r}{\left((1+r)^n - 1 \right) \cdot (1+r)}. \quad (14)$$

Оцінювання теперішньої вартості авансового ануїтету здійснюють за формулою

$$A_{pre} = \frac{S_{pre}}{(1+r)^n}. \quad (15)$$

Для визначення теперішньої величини авансового ануїтету за відомої вартості звичайного ануїтету використовують наступну формулу:

$$A_{pre} = A_{post} \cdot (1+r). \quad (16)$$

Теперішня вартість авансового ануїтету обчислюється за формулою

$$A_{pre} = \frac{R}{r} \left(1 - (1+r)^{-n} \right) \cdot (1+r). \quad (17)$$

У практиці фінансових розрахунків часто платежі вносяться декілька разів на рік. Нехай скінченна рента постнумерандо передбачає m платежів за рік, при цьому відсотки нараховують також m разів на рік. Нарощена сума такої ренти дорівнює

$$S = \frac{R \cdot \left((1+r/m)^{m \cdot n} - 1 \right)}{r}. \quad (18)$$

Знаючи нарощену величину ренти, можна знайти її теперішню вартість з наступного рівняння:

$$A = \frac{S}{(1+r/m)^{m \cdot n}}. \quad (19)$$

Завдання для практичного виконання.

Задача 1. Згідно договору фінансового лізингу вартість устаткування розміром C тис. грн. за термін дії договору повністю відшкодовується шляхом рівних періодичних амортизаційних відрахувань. Термін дії договору дорівнює терміну експлуатації устаткування і становить 10 років. Лізингові платежі здійснюються один раз на рік, а річна лізингова ставка дохідності $r\%$. Визначити розмір лізингових платежів у кожному періоді та загальну суму лізингових платежів.

Варіант	C , грн	r , %
---------	-----------	---------

1	1 000	14
2	1 100	14
3	1 200	13
4	1 300	13
5	1 400	13
6	1 500	12
7	1 600	12
8	1 700	11
9	1 800	11
10	1 900	10
11	2 000	10
12	2 100	9
13	2 200	9
14	2 300	8
15	2 400	8

Задача 2. Згідно договору фінансового лізингу вартість устаткування розміром C тис. грн. відшкодовується за методикою фінансових рент. Термін дії договору дорівнює терміну експлуатації устаткування і становить 10 років. Лізингові платежі здійснюються один раз на рік, а річна ставка дохідності $g\%$. Визначити розмір лізингових платежів у кожному періоді та загальну суму лізингових платежів.

Задача 3. Згідно договору фінансового лізингу вартість устаткування розміром C тис. грн. відшкодовується за методикою фінансових рент пренумерандо. Термін дії договору дорівнює терміну експлуатації устаткування і становить 10 років. Лізингові платежі здійснюються один раз на рік, а річна ставка дохідності $g\%$. Визначити розмір лізингових платежів у кожному періоді та загальну суму лізингових платежів.

Задача 4. Купуючи автомобіль вартістю C_0 тис. грн., покупець взяв у кредит у банку під $g\%$ річних терміном на 2 роки. Розрахувати загальну суму всіх виплат, та порівняти її з початковою вартістю автомобіля. Позичальник погашатиме борг за методикою фінансових рент з щомісячними виплатами.

Варіант	C_0 , грн	r , %
1	100	20

2	110	20
3	120	19
4	130	19
5	140	18
6	150	18
7	160	17
8	170	17
9	180	16
10	190	16
11	200	15
12	210	15
13	220	14
14	230	14
15	240	13

Задача 5. Купуючи автомобіль вартістю C_0 тис. грн., покупець взяв у кредит у банку під $r\%$ річних терміном на 2 роки. Крім того, при видачі позики банк утримав комісію у розмірі 5% від суми кредиту. Розрахувати загальну суму всіх виплат, та порівняти її з початковою вартістю автомобіля. Позичальник погашатиме борг за методикою фінансових рент з щомісячними виплатами. Розрахувати реальну дохідність кредитної операції

Задача 6. У зв'язку з розширенням бізнесу компанія планує відкрити новий офіс. Є вибір з двох альтернатив: купівля офісу або довгострокова оренда. Щомісячні орендні платежі складатимуть R тис. грн., а викупна ціна приміщення C млн. грн. У випадку купівлі приміщення компанія може залучити кредит під заставу цієї нерухомості на всю суму під $r\%$ річних з щомісячними виплатами за методикою фінансових рент. Плановий термін оренди співпадає з терміном можливого кредиту і становить 6 років. Яке рішення доцільно прийняти керівництву компанії?

Варіант	C , тис. грн	R , тис. грн	r , %
1	800	20	21
2	800	20	20
3	900	21	19

4	900	21	18
5	1 000	22	17
6	1 000	22	16
7	1 100	23	15
8	1 100	23	14
9	1 200	24	13
10	1 200	24	12
11	1 300	25	11
12	1 300	25	10
13	1 400	26	9
14	1 400	26	8
15	1 500	27	7

Задача 7. Відразу після народження дитини батьки вирішили відкласти кошти на здобуття нею вищої освіти. Для цього вони відкрили в надійному банку довгостроковий депозит з можливістю поповнення з фіксованою ставкою складних відсотків r % річних. Яку суму мають перераховувати батьки наприкінці кожного року, щоб до 18-річчя дитини накопичити суму величиною S ? Побудувати таблицю виплат.

Варіант	S , тис. дол.	r , %
1	10	8
2	15	8
3	20	9
4	25	10
5	30	10
6	35	11
7	40	12
8	45	12
9	50	13
10	55	14
11	60	15
12	65	16

13	70	16
14	75	17
15	80	18

Задача 8. Кредит в розмірі C тис. грн. під r_1 % річних надано терміном на 5 років. Відсотки погашають щорічно, а «тіло» кредиту повертають в кінці терміну. З метою повернення кредиту боржник створив фонд погашення боргу, на залишок якого наприкінці кожного року йому нараховують відсотки по ставці r_2 % річних. Визначити розмір річних видатків за боргом.

Варіант	C , тис. грн	r_1 , %	r_2 , %
1	45	11	7
2	50	12	8
3	55	13	9
4	60	14	10
5	65	15	11
6	70	16	12
7	75	17	13
8	80	18	14
9	85	19	14
10	90	20	15
11	95	21	16
12	100	22	17
13	105	23	18
14	110	24	19
15	120	25	20

Тема 3. Оцінювання вартості цінних паперів

Теоретичні відомості.

Інвестиційна вартість облігації дорівнює

$$V = \sum_{t=1}^n \frac{C}{(1+r)^t} + \frac{N}{(1+r)^n}. \quad (20)$$

Тут C – купонна виплата, r – ставка дисконтування, t – номер часового періоду.

Дохідність до погашення, це таке значення ставки дохідності y , для якого виконується рівність

$$P = \sum_{t=1}^n \frac{C}{(1+y)^t} + \frac{N}{(1+y)^n}. \quad (21)$$

Реальна річна ставка дисконтування r_p з врахуванням темпу інфляції π

$$r_p = \frac{r - \pi}{1 + \pi}. \quad (22)$$

При формуванні портфеля цінних паперів дотримуються принципу диверсифікації. Згідно з цим принципом до портфеля включають цінні папери, які не корелюють між собою, або ще краще – мають негативну кореляцію. Розглянемо портфель, який складається з акцій двох типів. Норма прибутку портфеля розраховується за формулою

$$m_p = x_1 m_1 + x_2 m_2, \quad x_1 + x_2 = 1, \quad 0 \leq x \leq 1. \quad (23)$$

Тут x_i - частка i -го цінного паперу у структурі портфеля; m_i - очікуване значення прибутку акції i -го типу. При нестационарному характері поведінки ціни акцій очікуване значення прибутку часто оцінюють як добуток нахилу тренду ціни на деякій базовій ділянці на довжину цієї ділянки

$$m_i = a_i d. \quad (24)$$

Ризик портфеля з двох акцій визначається за формулою

$$V_p = x_1^2 \sigma_1^2 + x_2^2 \sigma_2^2 + 2x_1 x_2 \sigma_1 \sigma_2 \rho_{12}. \quad (25)$$

Тут σ_i - середньоквадратичне відхилення ціни акції i -го типу; ρ_{12} - коефіцієнт кореляції обох акцій.

Фінансова привабливість Q_{ij} пари акцій оцінюється як відношення очікуваного прибутку до ризику портфеля

$$Q_{ij} = \frac{m_{ij}}{V_{ij}}. \quad (26)$$

Завдання для практичного виконання.

Задача 1. Оцінити інвестиційну вартість чотирирічної облігації номіналом N з купонною ставкою c річних, якщо купонні виплати здійснюють один раз на рік, а ставка дисконтування становить r .

Варіант	N, грн/	c, %	r, %
1	500	12	7
2	600	12	7
3	700	11	8
4	800	11	8
5	900	10	9
6	1000	10	9
7	1200	9	10
8	1500	9	10
9	2000	8	11
10	2500	8	11
11	3000	7	12
12	3500	7	12
13	4000	6	13
14	4500	6	13
15	5000	6	14

Задача 2. Трирічна облігація номіналом N з купонною ставкою c річних, купонні виплати здійснюють двічі на рік, придбана за P грн. Визначити дохідність до погашення.

Варіант	N, грн.	c, %	P, грн.
1	500	12	450
2	600	12	550

3	700	11	650
4	800	11	750
5	900	10	850
6	1000	10	950
7	1200	9	1150
8	1500	9	1450
9	2000	8	1900
10	2500	8	2400
11	3000	7	2900
12	3500	7	3400
13	4000	6	3900
14	4500	6	4400
15	5000	6	4900

Задача 3. Згідно з опціонним контрактом "на продаж" ціна виконання контракту становить C_0 , опціонна премія становить P . На момент закінчення контракту ринкова ціна контракту становить C_1 . Визначити прибуток (збиток) покупця.

Варіант	C_0 , грн.	P , грн.	C_1 , грн.
1	50 000	12 000	60 000
2	50 000	7 000	60 000
3	50 000	5 000	45 000
4	50 000	10 000	50 000
5	100 000	25 000	130 000
6	100 000	10 000	120 000
7	100 000	15 000	90 000
8	100 000	20 000	100 000
9	150 000	30 000	190 000
10	150 000	20 000	165 000
11	150 000	20 000	140 000
12	150 000	10 000	150 000
13	200 000	30 000	250 000
14	200 000	20 000	200 000
15	200 000	10 000	180 000

Задача 4. Річна ставка дохідності становить $r\%$, темп інфляції $\pi\%$. Визначити нарощену суму через 4 роки, якщо початкове значення вкладу становить A .

Варіант	r , %	π , %	A , грн.
1	8	4	50 000
2	8	5	50 000
3	9	5	50 000
4	9	6	50 000
5	10	6	100 000
6	10	7	100 000
7	11	7	100 000
8	11	8	100 000
9	12	8	200 000
10	12	9	200 000
11	13	9	250 000
12	13	10	250 000
13	14	10	300 000
14	14	11	300 000
15	15	11	350 000

Задача 5. Визначити темп інфляції $\pi\%$, якщо річна ставка дохідності становить $r\%$, реальна нарощена сума через 4 роки становить S , початкове значення вкладу становить A . Для визначення параметра π використати метод підбору.

Варіант	r , %	A , грн.	S , грн.
1	8	50 000	65 000
2	8	50 000	60 000
3	9	50 000	55 000
4	9	50 000	45 000
5	10	100 000	120 000
6	10	100 000	110 000
7	11	100 000	105 000
8	11	100 000	90 000
9	12	200 000	250 000
10	12	200 000	230 000
11	13	200 000	210 000
12	13	200 000	180 000
13	14	300 000	360 000
14	14	300 000	330 000
15	15	300 000	280 000

Задача 6. Ціни акцій десяти компаній на протязі 20 робочих днів представлені у наступній таблиці. Для кожної акції визначити очікувану прибутковість (функція НАКЛОН), ризик (функція СТАНДОТКЛОН) та фінансову привабливість (частка від ділення прибутковості на ризик). Вибрати акцію з максимальною фінансовою привабливістю. Побудувати для цієї акції графік динаміки ціни (Диаграмма, Точечная).

	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	A9	A10
1	198.40	31.33	10.73	30.22	18.91	467.36	81.11	20.92	43.84	17.32
2	195.36	31.48	10.52	30.16	18.61	461.21	80.40	20.83	44.12	17.42
3	194.79	31.58	10.35	30.88	18.50	458.46	84.30	20.65	44.05	17.36
4	190.26	31.44	10.32	31.50	18.63	464.90	83.20	20.74	43.24	17.53
5	195.99	33.60	10.34	31.71	18.99	479.90	85.00	20.93	42.64	18.31
6	197.63	33.27	10.41	31.74	19.12	483.15	84.34	20.41	43.44	18.34
7	196.54	30.91	10.30	31.65	18.92	478.87	84.69	20.53	43.31	18.34
8	198.80	31.18	10.35	31.77	19.49	480.12	91.70	20.72	43.11	18.45
9	199.18	33.17	10.58	31.73	19.30	483.40	96.06	21.38	42.90	18.94
10	204.25	33.19	10.97	32.38	19.53	492.99	94.80	22.09	43.84	19.37
11	208.61	33.23	11.53	32.68	19.53	497.60	93.57	22.09	44.96	19.64
12	202.44	32.68	11.13	32.66	19.34	496.20	95.97	21.93	46.57	19.86
13	199.48	32.79	10.92	32.23	19.39	488.53	93.77	22.38	46.15	18.89
14	194.27	32.63	11.07	32.32	19.33	478.41	87.86	21.62	47.20	18.64
15	187.14	32.59	10.93	30.79	19.06	479.66	87.24	21.63	47.75	18.87
16	183.97	33.05	11.19	32.14	19.35	470.07	85.48	21.62	47.10	18.94
17	196.52	32.98	11.08	31.79	19.55	467.61	84.33	21.59	48.62	18.82
18	195.78	32.99	11.51	31.97	19.53	486.96	85.27	22.63	46.02	19.15
19	198.47	33.49	11.53	32.12	19.55	475.30	84.76	22.70	44.58	19.03
20	204.18	34.77	11.88	33.02	19.79	482.38	83.83	21.13	43.98	19.06

Задача 7. Використовуючи таблицю ціни акцій, вибрати таку пару акцій для майбутнього інвестування, яка має найменший ризик. Для цього побудувати кореляційну матрицю розміром 10 x 10 (використати функцію КОРРЕЛ), та вибрати її найменший елемент.

Задача 8. Для вибраної вище пари акцій побудувати портфель за формулою $x_1 = 0.5; x_2 = 0.5$. Розрахувати прибутковість m , ризик V та фінансову привабливість Q такого портфеля. Повторити ті ж розрахунки, змінюючи формулу портфеля:

$x_1 = 0.0; 0.1; 0.2; 0.3; 0.4; 0.5; 0.6; 0.7; 0.8; 0.9; 1.0$, $x_2 = 1 - x_1$. Побудувати графік залежності фінансової привабливості портфеля двох акцій від формули портфеля (залежність Q від x_1).

Тема 4. Моделювання часових рядів

Хід виконання роботи

1. За табличними даними (табл. 4) побудувати графік (Точечная діаграма).
2. Побудувати лінію тренду (Діаграма, Права кнопка миші, Додать линию тренда, Линейная, Параметры, Показывать уравнение на диаграмме, Поместить на диаграмму величину достоверности аппроксимации R^2). Записати рівняння регресії $y_1^* = a_0 + a_1 t$ і значення коефіцієнта детермінації R^2 .
3. Використовуючи оцінки коефіцієнтів парної лінійної регресії a_0, a_1 розрахувати теоретичні значення параметра y^* за формулою $y_1^* = a_0 + a_1 t$.
4. Для побудованої моделі розрахувати суму квадратів відхилень $S_1 = \sum_{t=1}^{20} (y_t - y_{1t}^*)^2$ попередньо заповнивши стовпець $(y_t - y_{1t}^*)^2$.
5. Для побудованої моделі розрахувати середню відносну похибку $\varepsilon_c = \frac{1}{20} \sum_{t=1}^{20} |y_t - y_{1t}^*| / y_t$ попередньо заповнивши стовпець $|y_t - y_{1t}^*| / y_t$.
6. Побудувати лінію тренду (Полиномиальная, Степень 2, Параметры, Показывать уравнение на диаграмме, Поместить на диаграмму величину достоверности аппроксимации R^2). Записати рівняння регресії $y_2^* = a_0 + a_1 t + a_2 t^2$ і значення коефіцієнта детермінації R^2 .
7. Використовуючи коефіцієнти регресійного рівняння a_0, a_1, a_2 розрахувати теоретичні значення параметра y^* за формулою $y_2^* = a_0 + a_1 t + a_2 t^2$.

8. Для побудованої моделі розрахувати суму квадратів відхилень $S_2 = \sum_{t=1}^{20} (y_t - y_{2t}^*)^2$ попередньо заповнивши стовпець $(y_t - y_{2t}^*)^2$.

9. Для побудованої моделі розрахувати середню відносну похибку $\varepsilon_{2c} = \frac{1}{20} \sum_{t=1}^{20} |y_t - y_{2t}^*| / y_t$ попередньо заповнивши стовпець $|y_t - y_{2t}^*| / y_t$.

10. Побудувати лінію тренду (Степенная, Параметри, Показывать уравнение на диаграмме, Поместить на диаграмму величину достоверности аппроксимации R^2). Записати рівняння регресії $y_3^* = a_0 t^{a_1}$ і значення коефіцієнта детермінації R^2 .

11. Для побудованої моделі розрахувати суму квадратів відхилень $S_3 = \sum_{t=1}^{20} (y_t - y_{3t}^*)^2$ попередньо заповнивши стовпець $(y_t - y_{3t}^*)^2$.

12. Для побудованої моделі розрахувати середню відносну похибку $\varepsilon_{3c} = \frac{1}{20} \sum_{t=1}^{20} |y_t - y_{3t}^*| / y_t$ попередньо заповнивши стовпець $|y_t - y_{3t}^*| / y_t$.

13. Використовуючи результати розрахунків, зробити висновок щодо оптимальної моделі часового ряду за наступними критеріями:

- ◆ Максимальне значення коефіцієнту детермінації R^2 ;
- ◆ Мінімальна сума квадратів відхилень

$$S_i = \sum_{t=1}^{20} (y_t - y_{it}^*)^2 \rightarrow \min;$$

- ◆ Мінімальна середня відносна похибка

$$\varepsilon_{ic} = \frac{1}{20} \sum_{t=1}^{20} |y_t - y_{it}^*| / y_t \rightarrow \min$$

14. Якість моделі визначається її точністю та адекватністю. Модель є адекватною, якщо ряд залишків має властивості **випадковості, незалежності послідовних рівнів, нормальності розподілу і рівності нулю середнього значення залишків.**

Таблиця 1. Моделювання тренду часового ряду

					A2=	0.08042				
		a1=	0.6377		A1=	-1.051		a1=	0.1663	
		a0=	14.764		A0=	20.956		a0=	14.889	
t	y	y1	(y-y1)²	 y-y1 /y	y2	(y-y2)²	 y-y2 /y	y3	(y-y3)²	 y-y3 /y
1	15.9	15.40	0.25	0.031	19.99	16.69	0.257	15.90	0.00	0.000
2	18.6	16.04	6.56	0.138	19.18	0.33	0.031	15.90	7.29	0.145
3	20.1	16.68	11.72	0.170	18.53	2.48	0.078	17.70	5.76	0.119
4	19.8	17.31	6.18	0.126	18.04	3.10	0.089	18.20	2.56	0.081
5	17.8	17.95	0.02	0.009	17.71	0.01	0.005	19.50	2.89	0.096
6	21.4	18.59	7.89	0.131	17.55	14.86	0.180	19.23	4.69	0.101
7	21.9	19.23	7.14	0.122	17.54	19.01	0.199	19.67	4.99	0.102
8	16.1	19.87	14.18	0.234	17.69	2.54	0.099	20.37	18.20	0.265
9	14.9	20.50	31.40	0.376	18.01	9.68	0.209	19.80	24.01	0.329
10	20.9	21.14	0.06	0.012	18.49	5.82	0.115	17.63	10.67	0.156
11	13.8	21.78	63.66	0.578	19.13	28.36	0.386	17.30	12.25	0.254
12	21.9	22.42	0.27	0.024	19.92	3.90	0.090	16.53	28.80	0.245
13	20.5	23.05	6.52	0.125	20.88	0.15	0.019	18.87	2.67	0.080
14	20.9	23.69	7.79	0.134	22.00	1.22	0.053	18.73	4.69	0.104
15	20.6	24.33	13.91	0.181	23.29	7.21	0.130	21.10	0.25	0.024
16	27.9	24.97	8.60	0.105	24.73	10.06	0.114	20.67	52.32	0.259
17	28.0	25.60	5.74	0.086	26.33	2.79	0.060	23.13	23.68	0.174
18	20.5	26.24	32.98	0.280	28.09	57.67	0.370	25.50	25.00	0.244
19	32.6	26.88	32.71	0.175	30.02	6.66	0.079	25.47	50.88	0.219
20	35.1	27.52	57.49	0.216	32.10	8.98	0.085	27.03	65.07	0.230
Сума (середнє)			315.06	0.163		201.53	0.132		346.69	0.161
Коеф детермінації R ²		0.462			0.656			0.510		

15. Використовуючи результати проведених вище розрахунків побудувати ряд залишків для найкращої трендової моделі: $e_t = x_t - x_{3t}$, $t=1..N$, $N=20$. Визначити середнє значення ряду залишків e_c . **Якщо воно відмінне від нуля – модель є неадекватною. Оцінка бли-**

зкості до нуля виконується на основі t -критерію значимості. Якщо виконується умова $t < t_{kr}$, середнє значення можна вважати статистично близьким до нуля. Тут $t = e_c \cdot \sqrt{N} / S_e$, t_{kr} визначається за допомогою функції СТЬЮДРАСПОБР(α , $N-1$). Тут S_e - середньоквадратичне відхилення ряду залишків.

16. Перевірити випадковість рівнів ряду залишків e_t на основі критерію поворотних точок. Кожен рівень ряду порівнюється з двома сусідніми (попереднім і наступним). Якщо він більше чи менше їх обох, то ця точка вважається поворотною. Підраховується кількість поворотних точок P . Підраховуються критичні значення

$$P^* = \left[\frac{2 \cdot (N - 2)}{3} - 2 \sqrt{\frac{16N - 29}{90}} \right]; \quad P^{**} = \left[\frac{2 \cdot (N - 2)}{3} + 2 \sqrt{\frac{16N - 29}{90}} \right]. \quad (27)$$

Квадратні дужки означають, що від результату обчислень береться ціла частина числа. Якщо виконується нерівність $P^* < P < P^{**}$, **ряд залишків можна вважати випадковим**. Якщо виконується нерівність $P \leq P^*$, **ряд залишків вважають трендостійким**. Такий випадок є свідченням низької якості трендової моделі ряду. Якщо виконується нерівність $P \geq P^{**}$, **ряд залишків вважають реверсивним (коливним)**. Даний випадок свідчить про наявність циклічної компоненти у залишках ряду.

17. Перевірити відсутність автокореляції у ряду залишків e_t на основі критерію Дарбіна – Уотсона відповідно до якого визначається коефіцієнт:

$$d = \frac{\sum_{t=2}^N (e_t - e_{t-1})^2}{\sum_{t=1}^N e_t^2}. \quad (28)$$

Обчислена величина цього критерію порівнюється з двома табличними рівнями (нижнім $d_L = 1.20$ і верхнім $d_U = 1.41$ при $N=20$):

- ♦ якщо $d > 2$ - це свідчить про **негативну кореляцію** і перед перевіркою критерію необхідно виконати перетворення: $d' = 4 - d$;

- ◆ якщо $0 < d < d_L$ - то рівні залишків сильно автокорельовані, і модель неадекватна;
- ◆ якщо $d_U < d < 2$ - рівні ряду є незалежними і модель адекватна;
- ◆ якщо $d_L < d < d_U$ - однозначні висновки зробити не можна і необхідне застосування інших критеріїв.

Розрахунки представити у вигляді розрахункової таблиці 2.

18. Перевірити відповідність ряду залишків e_t нормальному закону розподілу. Найпростіше це зробити за допомогою RS-критерію:

$$RS = \frac{e_{\max} - e_{\min}}{S} \quad (29)$$

де e_{\max} - максимальне значення ряду залишків; e_{\min} - мінімальне значення ряду залишків; S - середньоквадратичне відхилення значень ряду залишків. Якщо розраховане значення RS потрапляє між верхньою та нижньою межею з заданим рівнем ймовірності, то гіпотеза про нормальний розподіл приймається. Відповідна статистична таблиця наведена в табл. 3.

19. Зробити загальний висновок щодо виконання всіх чотирьох критеріїв та адекватності оцінюваної трендової моделі.

Таблиця 2. Розрахунок критеріїв оцінки ряду залишків

T	Відхилення e_t	Точки повороту	e_t^2	$(e_t - e_{t-1})^2$
1				
...				
20				
Сума				

Таблиця 3. Критичні границі відношення R/S

Об'єм вибірки (N)	Нижні границі						Верхні границі					
	Ймовірність помилки											
	0,000	0,005	0,01	0,025	0,05	0,10	0,10	0,05	0,025	0,01	0,005	0,000
3	1,732	1,735	1,74	1,74	1,76	1,782	1,997	2,00	2,000	2,000	2,000	2,000
4	1,732	1,83	1,87	1,93	1,98	2,04	2,409	2,43	2,439	2,445	2,447	2,449
5	1,826	1,98	2,02	2,09	2,15	2,22	2,712	2,75	2,782	2,803	2,813	2,828
6	1,826	2,11	2,15	2,22	2,28	2,37	2,949	3,01	3,056	3,095	3,115	3,162
7	1,821	2,22	2,26	2,33	2,40	2,49	3,143	3,22	3,282	3,338	3,369	4,465
8	1,821	2,31	2,35	2,43	2,50	2,59	3,308	3,40	3,471	3,543	3,585	3,742
9	1,897	2,39	2,44	2,51	2,59	2,68	3,449	3,55	3,634	3,720	3,772	4,000
10	1,897	2,46	2,51	2,59	2,67	2,76	3,57	3,68	3,777	3,875	3,935	2,243
11	1,915	2,53	2,58	2,66	2,74	2,84	3,68	3,80	3,903	4,012	4,079	4,472
12	1,915	2,59	2,64	2,72	2,80	2,90	3,78	3,91	4,02	4,134	4,208	4,690
13	1,927	2,64	2,70	2,78	2,86	2,96	3,87	4,00	4,12	4,244	4,325	4,899
14	1,927	2,70	2,75	2,83	2,92	3,02	3,95	4,09	4,21	4,34	4,431	5,099
15	1,936	2,74	2,80	2,88	2,97	3,07	4,02	4,17	4,29	4,44	4,53	5,292
16	1,936	2,79	2,84	2,93	3,01	3,12	4,09	4,24	4,37	4,52	4,62	5,477
17	1,944	2,83	2,88	2,97	3,06	3,17	4,15	4,31	4,44	4,60	4,70	5,657
18	1,944	2,87	2,92	3,01	3,10	3,21	4,21	4,37	4,51	4,67	4,78	5,831
19	1,949	2,90	2,96	3,05	3,14	3,25	4,27	4,43	4,57	4,74	4,85	6,000
20	1,949	2,94	2,99	3,09	3,18	3,29	4,32	4,49	4,63	4,80	4,91	6,164
25					3,35			4,83				
30					3,49			5,07				
50					3,87			5,73				
56					3,95			5,87				
75					4,17			6,25				

Таблиця 4. Дані для виконання лабораторної роботи

	B1	B2	B3	B4	B5	B6	B7	B8	B9	B10
1	19.4	20.1	21.9	17.5	14.6	21.3	18.4	15.9	15	16.6
2	10.5	11.8	14.5	11.6	7.9	9.6	18.2	17.6	12	12.2
3	16.3	16.8	18	20.2	18.9	18.7	23.7	20.1	17.7	17.6
4	18.4	16.6	19.4	20.7	19	19.8	22.3	20.5	17.7	17.3
5	19.1	18.8	19	21.6	22.9	17.7	22.7	17.8	20	18.3
6	16.4	16.5	17.8	21.5	13.8	15.1	19.9	21.4	17.8	17.1
7	19.1	18.2	24.9	26.6	23.1	23.9	26.6	22.1	17.3	21.5

8	19.5	18.5	17.1	20.4	20.1	17.4	20.8	15.1	16.4	17.2
9	11.6	14.6	10.5	15.7	14.7	14.4	10.3	12.7	13.5	13.9
10	12.2	16.8	15.2	14.9	14.5	11.4	22.9	20.9	14.3	16.6
11	18.1	16.7	17.5	28.4	29.9	21.7	16	13.8	24.2	20.8
12	26.7	26	24.9	29	30	25.1	22.9	21.9	23.3	24.3
13	21.1	25.7	23.6	26	22.2	23.2	22.4	20.5	23.5	22.6
14	18.9	20.6	20.7	21.4	23	19.2	25.5	20.9	19.3	20
15	21.9	23.9	19	31.3	26.5	28.2	16.9	20.6	24.3	22.8
16	27.8	31.4	24.3	26.3	21	26.9	28.4	27.9	27.3	25.3
17	31.9	30.1	31.7	37.8	29.6	37.1	23.5	28	30.3	29.2
18	24.1	19.8	17.2	34.2	28.3	27	18	17.3	27.9	24.7
19	31	34.5	32.9	39.4	32.8	33.4	35.4	34.1	31.2	31.1
20	33.5	35.5	32.6	37.8	32.7	33.2	35.7	36.5	27.6	30.7

Література

1. Григорків В.С., Ярошенко О.І., Нікіфоров П.О. - Фінансова математика: підручник. - Чернівці : ЧНУ, 2011. - 488с.
2. Долінський Л.Б. Фінансова математика. – К.:КНЕУ, 2009. – 265 с.
3. Малыхин В.И. Финансовая математика: Учеб. пособие для вузов. – М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2003. — 237 с.
4. Мицель А.А. Математическая экономика: лабораторный практикум. – Томск: Изд-во НТЛ, 2006. – 184 с.
5. Буренин А.Н. Управление портфелем ценных бумаг. - М., Научно-техническое общество имени академика С.И. Вавилова, 2008. - 440 с.
6. Васильев А.Н. Финансовое моделирование и оптимизация средствами Excel 2007. – СПб.: Питер, 2009. – 320 с.
7. Вітлінський В.В. Аналіз, оцінка і моделювання економічного ризику. – К.: Деміург, 1996.- 199 с.
8. Ляшенко І.М., Короб М.В., Столяр А.М. Основи математичного моделювання економічних, екологічних та соціальних процесів: Навчальний посібник- Тернопіль: Навчальна книга- Богдан, 2006.-304 с.
9. Ляшенко І.М. Економіко-математичні методи та моделі сталого розвитку.- К.: Вища школа, 1999.- 236 с.
10. Минько А.А. Прогнозирование в бизнесе с помощью Excel. – М.: Эксмо, 2007. – 208 с.