Міністерство освіти і науки, молоді та спорту України

Національний університет водного господарства
та природокористування

Кафедра землеустрою, геодезії та геоінформатики

076-121

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

до виконання лабораторних робіт
з дисципліни «Геодезія»

Частина II: «Геодезичні засічки»

студентами напряму підготовки6.080101«Геодезія, картографія та землеустрій» денної та заочної форм навчання

Рекомендовано методичною
комісією за напрямом підготовки
6.080101«Геодезія, картографія та
землеустрій»
Протокол №2 від 25.10.2011 р.

м. Рівне – 2012 р.

Методичні вказівки для виконання лабораторних робіт з дисципліни «Геодезія». Частина 2: «Геодезичні засічки» студентами напряму підготовки6.080101«Геодезія, картографія, землеустрій» денної та заочної форм навчання / О.А. Лагоднюк, Р.С. Німкович, - Рівне. – НУВГП. – 2012. – 48 с.

Упорядники: О.А. Лагоднюк, к.т.н., доцент кафедри землеустрою, геодезії та геоінформатики НУВГП; Р.С. Німкович, асистент кафедри землеустрою, геодезії та геоінформатики НУВГП.

Відповідальний за випуск: П.Г. Черняга, д.т.н., професор, завідувач кафедри землеустрою, геодезії та геоінформатики НУВГП.

ЗМІСТ

Вступ…………………………………………………………………… 3
1. Лабораторна робота №1. **Вимірювання горизонтальних кутів способом кругових прийомів**…………………………………… 4
2. Лабораторна робота №2. **Вимірювання горизонтальних кутів способом повторень**…………………………………………… 11
3. Лабораторна робота №3. **Обернена кутовазасічка**………. 13
4. Лабораторна робота №4. **Задача Ганзена**……………………. 22
5. Лабораторна робота №5. **Знесення координат на землю**… 27
6. Лабораторна робота №6. **Пряма кутова засічка**……………. 31
7. Лабораторна робота №7. **Зрівноваження багатократнихзасічок в програмному комплексі Credo** ………………………………………. 39
Рекомендована література……………………………………… 41
Додатки…………………………………………………………………… 42

ВСТУП

Методичні вказівки призначені для студентів денної та заочної форм навчання та складені відповідно до робочої програми з дисципліни «Геодезія».

В перших двох лабораторних роботах студенти повинні вивчити та засвоїти навички вимірювання горизонтальних кутів різними способами, вміти обирати найдоцільніший спосіб, залежновід кількості напрямків та заданої точності.

Наступні три роботи мають на меті ознайомити студентів зі способами прив’язки, коли вихідні пункти геодезичного обґрунтування є недоступними або віддаленими.

Передостання робота представлена прямою засічкою, яка використовується для визначення координат недоступної точки в умовах достатньої кількості доступних вихідних пунктів геодезичного обґрунтування.

Остання робота покликана сформувати навички зрівноваження засічок на ПЕОМ в спеціалізованому програмному комплексі.

Вказівки мають за мету сприяти самостійній роботі студентів при опануванніспособів кутових вимірювань та прив’язочних робіт в геодезії.

ЛАБОРАТОРНА РОБОТА №1

Вимірювання горизонтальних кутів способом кругових прийомів

Мета: засвоїти методику та навчитись вимірювати горизонтальні кути способом кругових прийомів.

Завдання: виміряти горизонтальні кути на три або більше напрямків теодолітом типу Т2 або рівноточним.

Теоретичні відомості

Найпростішим способом, який дозволяє представити результат вимірювань на станції у вигляді одного ряду незалежних напрямків, є спосіб напрямків. Суть способу полягає в тому, що, залишаючи лімб теодоліта нерухомим і обертаючи алідаду за годинниковою стрілкою, наводять зорову трубу послідовно на всі візирні цілі (від першої до останньої) і кожного разу фіксують при цьому відліки з лімба і мікрометрів. Вказаний комплекс вимірювань складає перший півприйом. Потім трубу переводять через зеніт і наводять її на ті ж візирні цілі, але в зворотному порядку (від останньої до першої), обертаючи алідаду проти годинникової стрілки і знову фіксуючи відліки з лімба і мікрометрів. Цей комплекс вимірювань складає другий півприйом,а два півприйоми — один прийом.

Якщо в кожному півприйомі трубу повторно наводять на початковий напрям і знову беруть відліки з лімба і мікрометра (при обертанні алідади в тому ж напрямі, в якому вона оберталася в даному півприйомі), тобто проводиться «замикання горизонту», то такий окремий випадок способу напрямків носить назву способу кругових прийомів (спосіб Струве).

Програма і порядок спостережень на пунктах

Перш ніж приступити до кутових вимірювань на пункті, необхідно: захистити інструмент від дії прямих сонячних променів і від вітру, переконатися в стійкості і міцності башмаків та головки штативу. При виявленні недоліків,їх потрібно усунути. Потім слід скласти програму вимірювань. Для цього необхідно розшукати всі пункти, які підлягають спостереженням і записати на них напрями з точністю до однієї мінути, прийнявши напрям на добре видимий віддалений пункт за початковий. Скласти таблицю робочих установок лімба, маючи на увазі, що в способі кругових прийомів лімб між прийомами переставляється на кут

$$\sigma = \frac{360^0}{2m} + i, \qquad (1.1)$$

де m— число прийомів; i— ціна найменшої поділки на лімбі.

Інструмент встановлюють над пунктом не менше ніж за півгодини до початку вимірювань, щоб він прийняв температуру оточуючого повітря. З настанням доброї видимості і чітких зображень візирних цілей приступають до вимірювання горизонтальних напрямів.

За результатамивиміряних напрямів вводять поправки за рен і за нахил основної осі інструменту (при кутах нахилу 1° і більше).

Контроль результатів кутових вимірів, виконаних способом кругових прийомів, здійснюється в кожному півприйоміза розбіжностями між результатами спостережень на початковий напрям на початку і в кінці півприйому, а в прийомах — за коливаннями напрямів в окремих прийомах, відрахованих від спільного нульового напряму. Ці допуски даються в інструкціях.

Для мереж згущення (4 клас, 1 та 2 розряди) Інструкція[1] встановлює таку кількість прийомів, залежно від класу (розряду) та точності приладу, яка наведена в табл. 1.1.

Таблиця 1.1

Кількість прийомів, залежно від точності приладу та класу (розряду) полігонометрії

Точність приладів та їх марки	Кількість прийомів		
	4 клас	1 розряд	2 розряд
1” (ОТ-02, Т1 і рівноточні)	4	-	-
2” (Т2, Theo-010, ТБ-1 і т.д.)	6	2	2
5” (Т5 і рівноточні)	-	3	2

Допустимі розходження в мережах згущення для окремих кутів або напрямів наведені в табл. 1.2.

Таблиця 1.2

Допустимі розходження при вимірюванні кутів різними приладами

Елементи вимірювань до яких відносяться допуски	Типи інструментів		
	ОТ-02, Т1	Т2, ТБ1, OTG, Theo-010 та їм рівноточні	Т5 і йому рівноточні
1	2	3	4
Розходження між значеннями одного й того ж кута, отриманого з двох півприйомів	6”	8”	0,2’
Коливання значень кута, отриманих з різних прийомів	5	8	0,2

Продовження табл. 1.2

1	2	3	4
Розходження між результатами спостережень на початковий напрям на початку і в кінці півприйому	6	8	0,2
Коливання значень 2*С* в прийомах	6	8	0,2
Коливання напрямів в окремих прийомах, приведених до спільного нуля	5	8	0,2

Спосіб кругових прийомів застосовують тоді, коли на пункті є три та більше напрямів.

Порядок спостережень на станції

Розглянемо цей спосіб на прикладі вимірювання трьох напрямків в одній з навчальних аудиторій (рис. 1.1). Теодоліт встановлений на пункті (стовпі)ст.4. Необхідно виміряти кути між напрямками на пункти (віхи) 8, 2, 5.

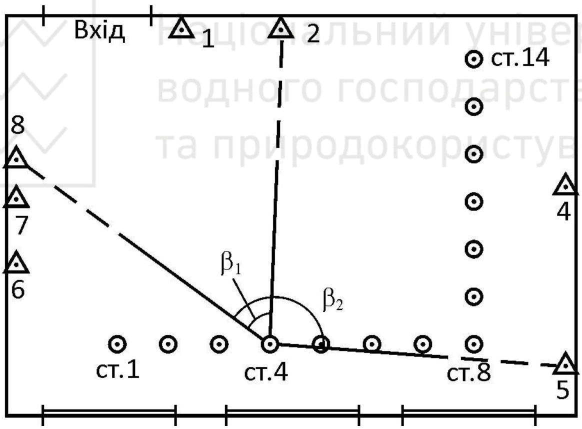

Рис. 1.1. Схема способу кругових прийомів на прикладі ауд. 702:

– пункт з відомими координатами;

– пункт з невідомими координатами.

Примітка: наведені позначення є однаковими для всіх наступних рисунків.

Перший прийом вимірювання:

а) наводять візирну вісь зорової труби при КЛ на віху8(напрям ст.4-8), напрям на яку при вимірюваннях приймають за початковий;

б) встановлюють лімб і оптичний мікрометр на відлік, близький до нуля; для цього спочатку прокручуючи рукоятку мікрометра встановлюємо відлік на шкалі останнього, близький до нуля, потім прокручуючи рукоятку перестановки лімба ретельно суміщають зображення штрихів протилежних країв лімба 0 і 180^0, після чого беруть відлік і записують у журнал (графи 3, 4табл. 1.3);

в) зміщують рукояткою мікрометра зображення суміщених штрихів і знову їх суміщають, беруть відлік і записують у журнал(графа5 табл. 1.3); різниця двох відліків не повинна перевищувати 3”; рекомендується кінцеве суміщення штрихів виконувати прокручуванням рукоятки мікрометра за ходом годинникової стрілки (на вгвинчування);

г) відкріпляють алідаду і провертають її декілька разів за ходом годинникової стрілки, після чого наводять візирну вісь труби на другу (напрям ст.4-2), а потім на третю (напрям ст.4-5)віхи; кожен раз при двох суміщеннях беруть відліки, які записують у журнал;

д) наводять візирну вісь труби знову на початковий напрям ст.4-8, при двох суміщеннях беруть відліки та записують в журнал. На цьому закінчують вимірювання у першому півприйомі.

Повторне наведення на першу візирну ціль називається замиканням горизонту. Цю дію проводять для того, щоб визначити, чи зберіг лімб в процесі роботи нерухомий стан. Розходження між результатами спостережень на початковий напрям на початку і в кінці півприйому наведено в табл. 1.2 і не повинно перевищувати 8”.

Після переведення зорової труби через зеніт (при КП) проводять виміри другого півприйому (відліки записують знизу вгору);

е) обертаючи алідаду за годинниковою стрілкою, наводимо вісь зорової труби на початковий напрямок і при двох суміщеннях знімають відліки, які записують в журнал в рядок, що відповідає другому наведенню на цей напрям в попередньомупівприйомі;

є) відкріпляють алідаду і повертають її декілька разів проти ходу годинникової стрілки, після чого наводять зорову вісь труби (обертаючи алідаду також проти ходу годинникової стрілки) на третю, другу і знову на першу віху. Знімають відліки кожен раз при двох суміщеннях штрихів і записують в журнал.

Другий і наступні прийоми вимірювання напрямків проводять в тій же послідовності, як і перший, але для послаблення впливу систематичних похибок поділок лімба, його повертають на кут, який обчислюється за (1.1)причому $i = 5'$або 10’. При вимірюванні кутів в полігонометрії 4 класу теодолітами Т2 чи 2Т2 шістьма прийомами, в другому прийомі встановлюють відлік при наведенні на початкову марку близьким до $30^0 05'$, в третьому – до $60^0 10'$ і т.д.

Опрацювання вимірів в польовому журналі. Приклад запису і обчислень в журналі при вимірюванні кутів способом кругових прийомів (перший прийом) наведені в табл.1.3.

Таблиця 1.3

ЖУРНАЛ вимірювання кутів способом кругових прийомів

Пункт ст.4 — Прийом 1

Теодоліт 2Т2 №103115 — Погода: ясна, слабкий вітер

Дата: 20 червня 2008 р. — Видимість: хороша

Спостерігач: М. Вознюк — Обчислювач: М.Гурій

Назва напрям-ку	Круг	Відліки з штрихів лімба	Відліки з мікрометра a_1	Відліки з мікрометра a_2	$\frac{a_1 + a_2}{2}$	2*C*=КЛ-КП	$\frac{(КЛ + КП)}{2}$	Значення напрямків
1	2	3	4	5	6	7	8	9
ст.4-8	КЛ КП	$0^0 01'$ $180^0 01'$	08,3" 26,0	09,2" 28,3	08,8" 27,2	-18,4"	0,0" 18,0"	$0^0 00'00,0"$
ст.4-2	КЛ КП	76 09 256 09	29,8 48,1	31,0 49,0	30,4 48,6	-18,2	-0,4 39,5	76 08 21,1
ст.4-5	КЛ КП	170 08 350 08	39,6 54,0	40,9 55,0	40,2 54,5	-14,3	-0,7 47,4	170 07 28,7
ст.4-8	КЛ КП	0 01 180 01	10,5 27,0	10,0 29,1	10,2 28,0	-17,8	-1,1 19,1	0 00 00,0

$\Delta_{КЛ} = +1{,}4;\ \Delta_{КП} = +0{,}8;\ \Delta_{ср} = +1{,}1"$

В кожному прийомі виконують наступні обчислення. В графі 6 обчислюють середні значення з першого і другого суміщення за кожним напрямком. В графі 7 знаходять величину подвійної колімаційної похибки 2*C*. Стабільність величини 2*C* (допуск ± 8") є показником якості вимірів. В графі 8 отримують середні значення з величин, що отримали в графі 6. В графі 9 обчислюють приведенні до спільного нуля напрямки.

Для цього отримують спочатку величини незамиканняпочаткових напрямків в прийомі при КЛ – $\Delta_{КЛ} = 10{,}2 - 8{,}8 = +1{,}4"$, при КП– $\Delta_{КП} = 28{,}0 - 27{,}2 = +0{,}8"$ і середнє$\Delta_{ср} = 19{,}1 - 18{,}0 = +1{,}1"$, як різниця між повторним вимірюванням і першим. Ці величини записують в журнал в кінці спостережень прийому.

Якщо величина$\Delta_{ср}$виходитьбільшою 0,1", то її необхідно розподілити з протилежним знаком на всі напрямки пропорційно їх номерам. Поправки в середні значення напрямківпри незамиканні обчислюються

$$\sigma_i = \frac{-\Delta_{ср}}{n'}(i - 1), \tag{1.2}$$

деn' – число напрямків,i– порядковий номер рядка в прийомі.

В прикладі (табл. 1.1)

$$\sigma_2 = \frac{-1{,}1}{3}(2 - 1) = -0{,}4"$$

$$\sigma_3 = \frac{-1{,}1}{3}(3-1) = -0{,}7''$$

Значення приведених до спільного нуля напрямків отримують, віднімаючи відлік на перший напрям з кожного наступного, виправленого на поправкуσ_i. Коливання напрямків в окремих прийомах не повинно перевищувати 8”.

При невиконанні допусків, вказаних в табл. 1.2 відповідні прийоми або всі прийоми перероблюються. Повторні вимірювання виконують після закінчення спостережень основної програми. Якщо напрямки, отримані з різних прийомів, відрізняються на більші похибки, то спостереження перероблюють як за максимальними так і за мінімальнимизначеннями. Вся програма вимірювання кутів на пункті виконується заново, якщо кількість прийомів, що підлягають переробці, буде більше 30%.

Кінцеве значення напрямків отримують як середньоарифметичне виміряне в окремих прийомах.

С п о с і бп р и й о м і в (спосіб виміру окремого кута). Порядок спостережень при вимірюванні одного кута між двома напрямками залишається таким же, як і в способі кругових прийомів. Різниця полягає в тому, щоне виконують повторне наведення на початкову точку, а обертають алідаду і в першому, і в другому півприйомі, або тільки за ходом,або тільки проти ходу годинникової стрілки[1, п. 4.1.8].

Приклад запису і обчислень в журналі при вимірюванні окремого кута в першому прийомі наведений в табл.1.4. Значення кутів в півприйомах, а також в окремих прийомах не повинні відрізнятися більш ніж на ±8”.

Таблиця 1.4

ЖУРНАЛ
вимірювання кутів способом прийомів

Пункт 95 — Прийом 1
Теодоліт 2Т2 №103115 — Погода: хмарно, вітер помірний
Дата: 21 липня 2008 р. — Видимість: задовільна
Спостерігач:А.Шумейко — Обчислювач: М.Сільковський

№ прийому	Назва напр.	Круг	Відліки з лімба	Відліки з мікрометра		$\frac{a_1 + a_2}{2}$	2С= КЛ-КП	(КЛ+КП) /2	Значення кутів
				a_1	a_2				
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
I	95-4	КЛ КП	$0^0$00’ 180 00	46,2” 57,4	47,2” 58,4	46,7” 57,9	-11,2”	52,3”	$113^0$52’41,0”
	95-6	КЛ КП	113 53 293 53	27,1 39,6	26,5 40,0	26,8 39,8	-13,0	33,3	

Кінцеве значення кута обчислюють як середнє арифметичне з кутів, виміряних в окремих прийомах. Допуски вказані в табл. 1.2.

Як відомо, збільшення кількості прийомів покращує точність виміряного кута. Тому похибка кута, виміряного n прийомами буде

$$m_{\beta} = \frac{m'_{\beta}}{\sqrt{n}}, \tag{1.3}$$

де m'_{β} – похибка виміряного кута з одного прийому.

Запитання для самоконтролю.

1. В якій послідовності відбувається візування на візирні цілі в способі кругових прийомів?
2. Як визначити, на який кут зміщувати лімб між прийомами?
3. Що таке незамикання горизонту?
4. Чим відрізняється спосіб напрямків від способу кругових прийомів?
5. Яка мінімальна кількість напрямків може бути при вимірюванні горизонтальних кутів способом кругових прийомів?
6. Стабільність якої величини свідчить про якість кутових вимірювань?
7. Як обчислюються поправки в напрямки за незамикання горизонту?
8. Яке допускається граничне розходження між прийомами для теодолітів типу Т2?
9. В якому випадку програма спостережень на пункті виконується заново?
10. Скількома прийомами потрібно вимірювати кути теодолітом 2Т2 або рівноточним в полігонометрії 4 класу?
11. Яке відхилення 2C допускається в прийомі для теодолітів типу Т2?
12. Що таке напрямок і чим він відрізняється від кута?
13. Як зміниться точність кута, виміряного 9 прийомами в порівнянні з тим же кутом, виміряним одним прийомом?

ЛАБОРАТОРНА РОБОТА №2
Вимірювання горизонтальних кутів способом повторень

Мета: навчитись вимірювати горизонтальні кути з точністю вищою, ніж в повторювальному теодоліті.

Завдання: теодолітом типу Т30 або рівноточним виміряти горизонтальний кут з чотирикратним повторенням.

Теоретичні відомості

В геодезичній практиці іноді виникають випадки, коли потрібно виміряти кут на станції з точністю вищою, ніж дає теодоліт, який є в розпорядженні виконавця. Суть способу полягає у тому, що шляхом переміщення лімба відкладають *n*-кратний кут, а значення кута утворюється шляхом ділення різниці *n*-кратних відліків на *n*. Таким способом можна виміряти лише окремий кут.

Точність кута буде рівна $m_\beta/\sqrt{n}$, де m_β – точність вимірювання горизонтального кута одним прийомом, *n* – кількість повторень. Якщо кут вимірювати теодолітом 2Т30 чотирма повтореннями, то отримаємо точність $30''/\sqrt{4} = 15''$.

Робота на станції

1. При одному положенні ВК (наприклад, КЛ) виконують наведення на ліву точку та беруть відлік (1) (табл. 2.1, рис. 2.1);
2. Відкріпляють <u>алідаду</u> і наводять трубу на праву точку, беруть контрольний відлік, який записують в дужках (2);
3. Відкріпляють <u>лімб</u> і наводять трубу на ліву точку, за допомогою закріпного та навідного гвинтів лімба;
4. Відкріпляють <u>алідаду</u> і за допомогою закріпного та навідного гвинтів алідади візують на праву точку. Таким чином, отримано двократний кут.
5. Пункти 3 та 4 повторюють, доки буде отримано *n*-кратний кут. Після останнього наведення на праву точку беруть відлік (3);
6. При іншому положенні ВК (КП) відкріпляють <u>алідаду</u> і візують на <u>праву</u> точку за допомогою закріпного та навідного гвинтів алідади. Беруть відлік (4);
7. Відкріпляють <u>алідаду</u> і наводять трубу на <u>ліву</u> точку;
8. Відкріпляють <u>лімб</u> і наводять трубу на <u>праву</u> точку;
9. Пункт 7 повторюють (отримаємо двократний кут);
10. Пункти 8 та 9 повторюють для отримання *n*-кратного кута. Після останнього наведення на ліву точку беруть відлік (5).

Опрацювання: *n*-кратний кут визначається як різниця відліків (3) та (1) (при КЛ) і (4) та (5) (при КП).

<u>Примітка:</u> *при відкладанні n-кратного кута, буває, що один чи декілька разів можна пройти через нуль лімба, тому потрібно до різниці відліків додати при потребі один чи декілька разів* 360^0.

<u>Контроль:</u> середнє значення кута повинне бути рівним (в межах точності приладу) різниці відліків (2) та (1).

Таблиця 2.1

ЖУРНАЛ

вимірювання горизонтальних кутів способом повторень

Дата: 19.11.2010 р. Погода: (ауд. 708)

Теодоліт: 2Т30, №18195 Спостерігач: М. Вознюк

№ ст.	№ т.	Відліки	К-ть повторень	*n*-кратний кут	Кут	Середній кут
1	2	3	4	5	6	7
ст.4	3 1	$4^0 45'$ (1) ($124^0 24'$)(2) $123^0 26'$ (3)	4	$478^0 41'$	$119^0 40{,}2'$	$119^0 40{,}5'$
	3 1	$184^0 41'$ (5) $303^0 24'$ (4)		$478^0 43'$	$119^0 40{,}8'$	

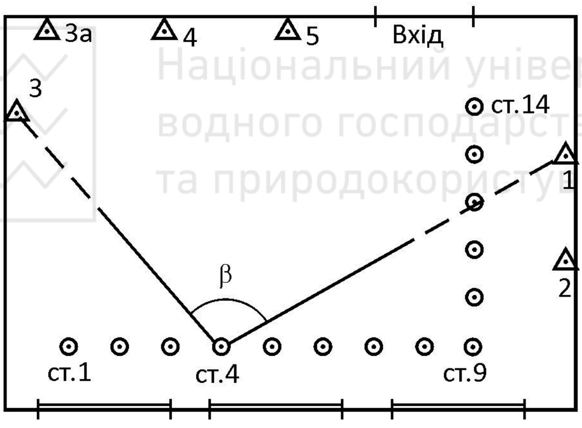

Рис. 2.1. Схема виміру кута способом повторень в ауд. 701

Запитання для самоконтролю.

1. В яких випадках застосовується спосіб повторень?
2. Послідовність дій на станції при КЛ.
3. Послідовність дій на станції при КП.
4. Скільки потрібно повторень, щоб точність виміряного кута зросла в три рази?
5. Відлік на ліву точку при КЛ $5^0 41'$, на праву – $38^0 58'$. Контрольний відлік $89^0 23'$. Визначити, яка кратність виміряного кута?
6. Чи можливо способом повторень виміряти два кути одночасно?
7. Чи можна теодолітом типу Т2 виміряти кут способом повторень?

8. Відліки на ліву та праву точки після чотирикратного відкладання кута рівні КЛ$_1$=4^{0}08’,КЛ$_2$=94^{0}52’. Знайти значення кута при КЛ, коли відомо, що $90^0 < \beta < 180^0$.
9. Скільки всього відліків потрібно взяти при вимірюванні кута способом повторень?
10. Як відбувається опрацювання результатів вимірів в журналі?

ЛАБОРАТОРНА РОБОТА №3
Обернена кутовазасічка

Мета: вивчити та оволодіти таким способом прив’язки, як обернена кутова засічка.

Завдання: виміряти горизонтальні кути способом кругових прийомів на чотири вихідні пункти (задаються викладачем); обчислити наближені координати з однократної засічки; визначити остаточні координати з багатократної засічки; виконати оцінку точності.

Теоретичні відомості

Принцип прив'язки ходу оберненоюзасічкою полягає в тому, що за трьома твердими точками 1, 2, 3 (однократна засічка)з координатами $x_1, y_1, x_2, y_2, x_3, y_3$(рис. 3.1) потрібно визначити координатиx_4, y_4точки 4 ідирекційний кут лінії 4-5. Для цього на визначуваній точці 4 теодолітом вимірюють горизонтальні кути $1-4-2 = \beta$і $1-4-3 = \gamma$. Крім того, для передачі дирекційного кута на лінію 4-5 потрібно виміряти кут β_0.

Дирекційні кути ліній 1-4, 2-4, 3-4 позначимо через $\alpha_{14}, \alpha_{24}, \alpha_{34}$. Зв'язок дирекційних кутів і координат виражається формулами

$$\tan\alpha_{14} = \frac{y_4-y_1}{x_4-x_1};\ \tan\alpha_{24} = \frac{y_4-y_2}{x_4-x_2};\ \tan\alpha_{34} = \frac{y_4-y_3}{x_4-x_3}$$

звідки

$$\begin{cases} y_4-y_1 = (x_4-x_1)\tan\alpha_{14} \\ y_4-y_2 = (x_4-x_2)\tan\alpha_{24} \\ y_4-y_3 = (x_4-x_3)\tan\alpha_{34} \end{cases} \tag{3.1}$$

Після віднімання другого і третього рівняння з першого отримаємо

$$\begin{cases} y_2-y_1 = (x_4-x_1)\tan\alpha_{14} - (x_4-x_2)\tan\alpha_{24} \\ y_3-y_1 = (x_4-x_1)\tan\alpha_{14} - (x_4-x_3)\tan\alpha_{34} \end{cases}, \tag{3.2}$$

тут $\alpha_{24} = \alpha_{14} + \beta$; $\alpha_{34} = \alpha_{14} + \gamma$ (рис. 3.1), отже є два невідомих x_4 і $\tan\alpha_{14}$.

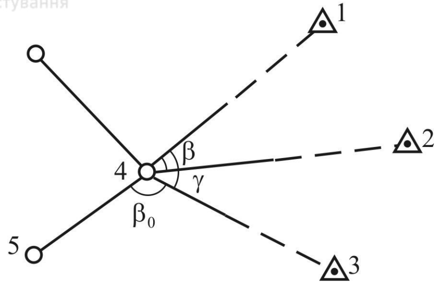

Рис. 3.1. Прив’язка методом оберненої кутової засічки.

Абсциса x_4з першого і другого рівняння виражається так

$$x_4 = \frac{x_1 \tan\alpha_{14} - x_2 \tan\alpha_{24} + y_2 - y_1}{\tan\alpha_{14} - \tan\alpha_{24}} = \frac{x_1 \tan\alpha_{14} - x_3 \tan\alpha_{34} + y_3 - y_1}{\tan\alpha_{14} - \tan\alpha_{34}}$$

Після віднімання координат x_1 і x_2правої і лівої частин цієї формули отримаємо прирости координат:

$$\Delta x_1 = x_4 - x_1 = \frac{(x_1 - x_2)\tan\alpha_{24} + y_2 - y_1}{\tan\alpha_{14} - \tan\alpha_{24}} = \frac{(x_1 - x_3)\tan\alpha_{34} + y_3 - y_1}{\tan\alpha_{14} - \tan\alpha_{34}} \quad (3.3)$$

$$\Delta x_2 = x_4 - x_2 = \frac{(x_1 - x_2)\tan\alpha_{14} + y_2 - y_1}{\tan\alpha_{14} - \tan\alpha_{24}} \quad (3.4)$$

тоді

$$x_4 = x_1 + \Delta x_1 = x_2 + \Delta x_2$$

Тангенс суми двох кутів виражається так:

$$\tan\alpha_{24} = \tan(\alpha_{14} + \beta) = \frac{\tan\alpha_{14} + \tan\beta}{1 - \tan\beta\tan\alpha_{14}} = \frac{\tan\alpha_{14}\cot\beta + 1}{\cot\beta - \tan\alpha_{14}} \quad (3.5)$$

Аналогічнодля напрямку 3-4

$$\tan\alpha_{34} = \tan(\alpha_{14} + \gamma) = \frac{\tan\alpha_{14}\cot\gamma + 1}{\cot\gamma - \tan\alpha_{14}} \quad (3.6)$$

На основі формул (3.5) і (3.6) знаменники рівняння (3.3) приймуть вигляд

$$\tan\alpha_{14} - \tan\alpha_{24} = \frac{-(1 + \tan^2\alpha_{14})}{\cot\beta + \tan\alpha_{14}}; \ \tan\alpha_{14} - \tan\alpha_{34} = \frac{-(1 + \tan^2\alpha_{14})}{\cot\gamma - \tan\alpha_{14}}$$

Підставляючи ці формули в рівняння (3.3), отримаємо

$$[(x_1 - x_2)\tan\alpha_{24} - (y_1 - y_2)](\cot\beta - \tan\alpha_{14})$$
$$= [(x_1 - x_3)\tan\alpha_{34} - (y_1 - y_3)](\cot\gamma - \tan\alpha_{14})$$

Це рівняння після заміни $\tan\alpha_{24}$і $\tan\alpha_{34}$з формул (3.5) і (3.6) прийме вигляд

$$(x_1 - x_2)(\tan\alpha_{14}\cot\beta + 1) - (y_1 - y_2)(\cot\beta - \tan\alpha_{14})$$
$$= (x_1 - x_3)(\tan\alpha_{14}\cot\gamma + 1) - (y_1 - y_3)(\cot\gamma - \tan\alpha_{14})$$

звідки $\tan\alpha_{14}$виражається формулою

$$\tan\alpha_{14} = \frac{(y_1 - y_2)\cot\beta + (y_3 - y_1)\cot\gamma + (x_2 - x_3)}{(x_1 - x_2)\cot\beta + (x_3 - x_1)\cot\gamma + (y_3 - y_2)} = \frac{\Delta y}{\Delta x} \quad (3.7)$$

Введемо такі позначення:

$$\begin{cases} k_1 = (x_2 - x_1)\cot\beta + (y_2 - y_1); k_2 = (y_2 - y_1)\cot\beta - (x_2 - x_1); \\ k_3 = (x_3 - x_1)\cot\gamma + (y_3 - y_1); k_4 = (y_3 - y_1)\cot\gamma - (x_3 - x_1); \end{cases} \quad (3.8)$$

Згідно вищенаведених позначень, формула (3.7) набуде вигляду

$$\tan\alpha_{14} = \frac{k_4 - k_2}{k_3 - k_1} \quad (3.9)$$

Тоді прирости координат будуть виражатись формулами

$$\Delta x = \frac{k_1 \tan\alpha_{14} - k_2}{1+\tan^2\alpha_{14}} = \frac{k_3 \tan\alpha_{14} - k_4}{1+\tan^2\alpha_{14}}; \ \Delta y = \Delta x \tan\alpha_{14} \quad (3.10)$$

Таким чином, координати x_4, y_4 четвертої точки за трьома даними і виміряними кутами β, γ обчислюються в такій послідовності:

1. За формулою (3.7)або (3.9) обчислюється $\tan\alpha_{14}$;
2. За формулами (3.3), (3.4) або (3.10) обчислюються прирости $\Delta x_1, \Delta x_2$і абсциса $x_4 = x_1 + \Delta x_1 = x_2 + \Delta x_2$.
3. За формулою (3.1)або (3.10) обчислюється ордината

$$y_4 = y_1 + (x_4 - x_1)\tan\alpha_{14} = y_2 + (x_4 - x_2)\tan\alpha_{24}.$$

Приклад рішення задачі подано в табл. 3.1 (за формулами (3.8-3.10)).

Таблиця 3.1

Обчислення координат т.*Р*оберненоюоднократноюзасічкою (рис. 3.3)

Пункт	Координати		Виміряні кути (напрямки),β, γ
	***X*, м**	***Y*, м**	
Гори (1)	5145,359	3987,423	$0^0 00'00''$
Шубків (2)	5041,132	4704,770	102 10 53
Коти (3)	4383,335	4737,044	175 20 16
x_2-x_1	y_2-y_1	x_3-x_1	y_3-y_1
-104,227	717,347	-762,024	749,621
$\cot\beta$ =	-0,215868	$cot\ \gamma$ =	-12,262236
k_1=	739,8463	k_3=	10093,7391
k_2=	-50,6253	k_4=	-8430,0056
$\tan\alpha_{1P}$ =	-0,895817	Δx_{1F}=	-339,609
$\Delta x'_{1F}$=	-339,607	Δy_{1F}=	304,228
X_P=	**4805,750**	Y_P=	**4291,651**

Обернена багатократна засічка за кутами

Визначити координати пункту *ст.4*($x_{ст.4}$,$y_{ст.4}$), якщо відомі координати не менше чотирьох твердих пунктів 1(x_1,y_1); 3(x_3,y_3); 5(x_5,y_5); 7(x_7,y_7) і виміряно не менше трьох кутів $\beta_1, \beta_2, \beta_3$ (рис. 3.2).

Маючи наближені значення координат шуканої точки, які можуть бути обчислені за формулами оберненої однократної засічки або графічно за способом А. П. Болотова, обчислення проводять в наступному порядку.

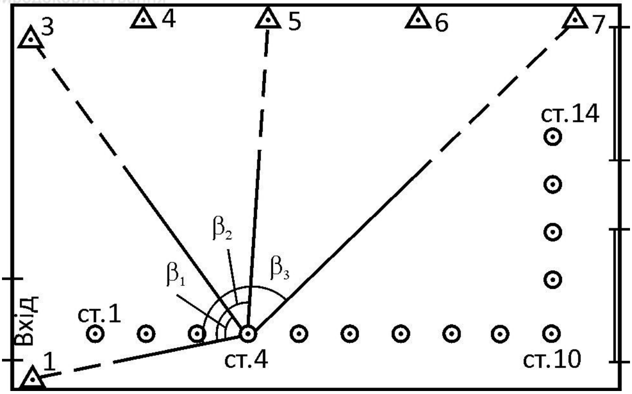

Рис.3.2. Схема оберненої багатократної засічки на прикладі ауд. 707.

1. Обчислюють наближені дирекційні кути з точки, що визначається на вихідні точки з округленням до 1” і відстані – до 0,001 м за формулами

$$\begin{cases} \tan\alpha_{0i} = \frac{y_i - y_0}{x_i - x_0} \\ s_{0i} = \frac{y_i - y_0}{\sin\alpha_{0i}} = \frac{x_i - x_0}{\cos\alpha_{0i}} = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2} \end{cases} \qquad (3.11)$$

Розбіжність допускається в межах точності обчислень.

2. Вільні члени рівнянь поправок – різниці між вирахуваними та виміряними величинами. Віднімають виміряні значення кутів β'_iвід наближених значень $\beta_{0,i}$, одержують вільні члени рівнянь поправокl_i

$$\begin{cases} \beta_{0i} = \alpha_{0i+1} - \alpha_{0i} \\ l_i = \beta_{0i} - \beta_i \end{cases} \qquad (3.12)$$

3. Використовуючи диференціальні формули дирекційного кута, за α_{0i}таs_{0i}, знаходять величини a_i, b_i.

$$\begin{cases} a_i = \frac{\sin\alpha_i \cdot \rho"}{10000 \cdot S_{\text{км}}} \\ b_i = -\frac{\cos\alpha_i \cdot \rho"}{10000 \cdot S_{\text{км}}}. \end{cases} \qquad (3.13)$$

Потім обчислюють коефіцієнти початкових рівнянь A_i, і B_iі контрольну суму $\sum_i$із заокругленням до 0,01:

$$\begin{cases} A_i = a_{i+1} - a_{01} \\ B_i = b_{i+1} - b_{01} \\ \Sigma_i = A_i + B_i + l_i \end{cases} \qquad (3.14)$$

4. Обчислюють коефіцієнти і вільні члени двох нормальних рівнянь. Контролем обчислень служать рівності:

$$\begin{cases} [AA] + [AB] + [Al] = [A\Sigma] \\ [AB] + [BB] + [Bl] = [B\Sigma] \end{cases} \qquad (3.15)$$

5. Вирішують систему нормальних рівнянь:

$$\begin{cases}[AA]\delta x + [AB]\delta y + [Al] = 0 \\ [AB]\delta x + [BB]\delta y + [Bl] = 0\end{cases} \qquad (3.16)$$

Знаходять невідомі δxі δy—поправки до наближених координат (з заокругленням до 0,01), виражені в дм за (3.17), і їх вагуp_x і p_y за (3.22):

$$\begin{cases}\delta x = \frac{[Bl][AB]-[Al][BB]}{[AA][BB]-[AB][AB]} = \frac{D_x}{D} \\ \delta y = \frac{[AB][Al]-[AA][Bl]}{[AA][BB]-[AB][AB]} = \frac{D_y}{D}\end{cases} \qquad (3.17)$$

6. Додають до наближених значень координат шуканої точки знайдені поправки до невідомих, зменшені в 10 разів, оскільки величини δxі δyотримані в дециметрах, а x_0і y_0 виражені в метрах. Для отримання остаточних значень xі y потрібноδxі δyвиразити також в метрах.

$$\begin{cases}x = x_0 + 0{,}1\delta x \\ y = y_0 + 0{,}1\delta y\end{cases} \qquad (3.18)$$

7. Визначають поправки у виміряні кути

$$v_i = A_i\delta x + B_i\delta y + l_i, \qquad (3.19)$$

а потім для контролю обчислюють

$$[vv] = [ll] + [Al]\delta x + [Bl]\delta y \qquad (3.20)$$

Розбіжності між двома отриманими значеннями допускаються в межах 2% від величини $[vv]$.

За знайденими остаточними координатами пункту *P*обчислюють α_i; s_i за формулами (3.11), а кути – як різницю дирекційних$\beta_i = \alpha_{i+1} - \alpha_i$.

Отримані значення кутівβ_i повинні співпадати з виправленими значеннями кутів, обчисленими за формулою

$$\beta_i = \beta_i' + v_i, \qquad (3.21)$$

що служить заключним контролем всіх розрахунків. Розбіжності не повинні перевищувати 0,5”.

Оцінка точності полягає в підрахунку середньої квадратичної помилки (СКП) виміряного кутаm_β,СКП абсциси і ординатиm_x, m_y та СКП планового положення точки *ст.4*$M_{ст.4}$ за формулами:

$$\begin{cases}m_\beta = \pm\sqrt{\frac{[vv]}{n-2}}; \\ m_x = \frac{m_\beta}{10\sqrt{p_x}}; \quad m_y = \frac{m_\beta}{10\sqrt{p_y}}; \\ p_x = \frac{D}{[BB]}; \quad p_y = \frac{D}{[AA]}; \\ M_{ст.4} = \sqrt{m_x^2 + m_y^2}.\end{cases} \qquad (3.22)$$

де *n*— число виміряних кутів.

Величини m_x і m_y будуть отримані в лінійних мірах (в метрах), оскільки вага координат p_x і p_y має розмірність $\left(\frac{1"}{1дм}\right)^2$ а m_β виражена в секундах.

Приклад зрівноваження оберненої багатократної кутової засічки

Знайти координати точки *P* із зрівноваження оберненої багатократної засічки параметричним способом (рис. 3.3).

Виміряні та вихідні величини представлені в табл. 3.2.

Невідомі величини x_P, y_P потрібно представити у вигляді

$$x_P = x_0 + \delta x$$
$$y_P = y_0 + \delta y$$

де x_0, y_0 – наближені координати т.*P*, $\delta x, \delta y$– невідомі поправки.

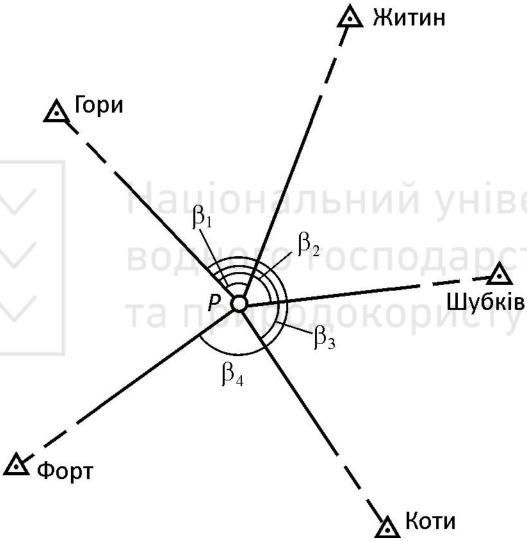

Рис. 3.3. Обернена багатократна засічка (приклад)

Таблиця 3.2

Вихідні та виміряні величини

Пункти	Координати, м		Виміряні кути, β'_i
	x	*y*	
1	2	3	4
Гори	5145,359	3987,4234325,667	$0^0$00’00”
Житин	5302,496	4704,770	45 46 16
Шубків	5041,132	4737,044	102 10 53
Коти	4383,335	3849,506	175 20 16
Форт	4605,825		287 31 33

1) Обчислення наближених координат т.*P* із рішення однократної засічки.

Для рішення однократної засічки були вибрані пункти тріангуляції Гори, Шубків, Коти (кути β_2, β_3). В результаті отримані наближені координати точки *P*: x_0=4805,750м, y_0=4291,651 м (табл. 3.1).

2) Обчислення наближених (за координатами x_0, y_0) дирекційних кутів α_{0i}та віддалейs_{0i}.

В табл. 3.3 виписуються наближені та вихідні координати пунктів (колонки 2, 3), а в колонці 4 за (3.11) обчислюються α_{0i} та s_{0i}.

Таблиця 3.3

Обчислення наближених дирекційних кутів та віддалей

Пункти *Назва* *Пункт*	y_i y_0 $\Delta y = y_i - y_0$	x_i x_0 $\Delta x = x_i - x_0$	$tan\ \alpha_{0i}$ α_{0i} s_{0i}
1	2	3	4
Гори *P*	3987,423 4291,651 -304,228	5145,359 4805,750 +339,609	-0,895818 318°08'44" 455,948
Житин *P*	4325,667 4291,651 +34,016	5302,496 4805,750 +496,746	+0,068478 3°55'03" 497,909
Шубків *P*	4704,770 4291,651 +413,119	5041,132 4805,750 +235,382	+1,755100 60°19'37" 475,470
Коти *P*	4737,044 4291,651 +445,393	4383,335 4805,750 -422,415	-1,054397 133°29'00" 613,848
Форт *P*	3849,506 4291,651 -442,145	4605,825 4805,750 -199,925	+2,211554 245°40'08" 485,244

3) Вирахування вільних членів рівнянь поправок

Обчислення виконуються в табл. 3.4. В колонці 2 виписуються наближені дирекційні кути з табл. 3.3. За (3.12) обчислюються вирахувані кути β_{0i}(колонка 3) та вільні члени рівнянь поправок l_i(колонка 5). Виміряні кути β_i' виписуються з табл. 3.2.

4)Обчислення коефіцієнтів рівнянь поправок та нормальних рівнянь

Обчислення виконується в табл. 3.5, куди виписуються дирекційні кути з точністю до мінут (колонка 2) та віддалі в км (колонка 3). За (3.13) вираховуються елементиa_i, b_i (колонки 4, 5), за (3.14) – коефіцієнти нормальних рівнянь A, B (колонки 6, 7) та контрольна сума $\sum$ (колонка 9).

Таблиця 3.4

Обчислення вільних членів рівнянь поправок

Пункти	Набл. α_{0i}	Вирах. β_{0i}	Вимір. β_i’	$l_i = \beta_{0i} - \beta_i$’	l_i^2
1	2	3	4	5	6
Гори	$318^0 08'44''$	----	----	----	----
Житин	3 55 03	$45^0 46'19''$	$45^0 46'16''$	+3”	9
Шубків	60 19 37	102 10 53	102 10 53	0	0
Коти	133 29 00	175 20 16	175 20 16	0	0
Форт	245 40 08	287 31 24	287 31 33	-9	81

$[l^2_i]$= 90

Дані в колонці 10 табл. 3.5 є добутком коефіцієнтів A самих на себе; в колонці 11 – добуток колонок 6 на 7; в колонці 12 – добуток колонок 6 на 8 і т.д. Необхідно провести контроль вирахування за рівностями (3.15).

Таблиця 3.5

Обчислення коефіцієнтів рівнянь поправок та коефіцієнтів нормальних рівнянь

Пункти	α_{0i}’	s_{0i}, км	a_i	b_i	A	B	l	Σ
1	2	3	4	5	6	7	8	9
Гори	$318^0 09'$	0,46	-29,92	-33,40	---	---	---	---
Житин	3 55	0,50	+2,82	-41,16	+32,74	-7,76	+3	27,98
Шубків	60 20	0,48	+37,34	-21,27	+67,26	+12,13	0	79,39
Коти	133 29	0,61	+24,53	+23,27	+54,45	+56,67	0	111,12
Форт	245 40	0,49	-38,36	+17,34	-8,44	+50,74	-9	33,30
Σ					+146,01	+111,78	-6	+251,79

Продовження табл. 3.5

Пункти	AA	AB	Al	$A\Sigma$	BB	Bl	$B\Sigma$
1	10	11	12	13	14	15	16
Гори	---	---	---	---	---	---	---
Житин	1071,91	-254,06	98,22	916,07	60,22	-23,28	-217,12
Шубків	4523,91	815,86	0	5339,77	147,14	0	963,00
Коти	2964,80	3085,68	0	6050,48	3211,49	0	6297,17
Форт	71,23	-428,25	75,96	-281,05	2574,55	-456,66	1689,64
Σ	8631,85	3219,23	174,18	12025,27	5993,40	-479,94	8732,69

Примітка: для умов аудиторії s_{0i}, *км* потрібно брати до 5 знака після коми.

5) Рішення нормальних рівнянь за формулами(3.16), (3.17)

$$D=8631,85\times5993,40-3219,23^2=41370688,00$$

$$D_x=3219,23\times(-479,94)-5993,40\times174,18=-2588967,66$$

$$D_y=3219,23\times174,18-8631,85\times(-479,94)=4703495,57$$

$$\delta x = -0,063 \text{ дм}; \quad p_x = 6902,71;$$

$$\delta y = +0,114 \text{ дм}; \quad p_y = 4792,80.$$

6) Зрівноважені координати точки *P*(3.18)

$$x = x_0 + 0{,}1\delta x = 4805{,}750 - 0{,}006 = 4805{,}744 \text{ м};$$

$$y = y_0 + 0{,}1\delta y = 4291{,}651 + 0{,}011 = 4291{,}662 \text{ м}.$$

7) Обчислення поправок у вимірянікутита їх зрівноважених значеньза (3.19), (3.20)

Обчислення виконуються в табл. 3.6. В колонку 2 записуються добутки коефіцієнтів A на поправку δx; в колонку 3 – B на δy. Зрівноважені значення кутів обчислюються за (3.21) і записуються в колонку 6. Колонка 7 використовується для підрахунку суми $[v_i^2]$, яка використовується в оцінці точності.

Таблиця 3.6

Обчислення поправок у виміряні кути та їх зрівноважених значень

Пункти	$A\delta x$	$B\delta y$	l_i	v_i	$\beta_i = \beta_i{}' + v_i$	v_i^2
1	2	3	4	5	6	7
Гори	---	---	---	---	---	---
Житин	-2,06	-0,88	+3	+0,06	$45^0 46'16{,}1''$	0
Шубків	-4,24	+1,38	0	-2,86	102 10 50,1	8,18
Коти	-3,43	+6,46	0	+3,03	175 20 19,0	9,18
Форт	+0,53	+5,78	-9	-2,69	287 31 30,3	7,24

$[v_i^2] =$ 24,60

8) Контроль обчислення поправок в кути (3.20)

174,18×(-0,063)+(-479,94)×0,114+90=24,31

(24,31-24,60)×100%/ 24,60=1,2%<2%

Для остаточного контролю потрібно за (3.11), використовуючи зрівноважені координати пункту, знайти дирекційні кути. Для цього можна використати шаблон табл. 3.3. За (3.12) потрібно обчислити кути β_i, які повинні співпасти з виправленими (табл. 3.6, колонка 6). Результати контрольних розрахунків представлені в табл. 3.7.

Таблиця 3.7

Контроль зрівноваження кутів

Напр. на пункти	Дирекц. кути	Обч. кути β_i	Випр. кути β_i	Різниця
1	2	3	4	5
Гори	$318^0 08'41{,}7''$	----	----	----
Житин	3 5457,8	$45^0 46'16{,}1''$	$45^0 46'16{,}1''$	0”
Шубків	60 19 32,2	102 10 50,5	102 10 50,1	0,4
Коти	133 29 00,8	175 20 19,1	175 20 19,0	0,1
Форт	245 40 12,3	287 31 30,6	287 31 30,3	0,3

9) Оцінка точностіза (3.22)

$$m_\beta = \pm\sqrt{\frac{[vv]}{n-2}} = \pm\sqrt{\frac{24{,}60}{4-2}} = \pm 3{,}5''$$

$$m_x = \pm\frac{m_\beta}{10\sqrt{p_x}} = \pm\frac{3{,}5''}{10\sqrt{6902{,}71}} = \pm 0{,}004 \text{ м}$$

$$m_y = \pm\frac{m_\beta}{10\sqrt{p_y}} = \pm\frac{3{,}5''}{10\sqrt{4792{,}80}} = \pm 0{,}005 \text{ м}$$

$$M_P = \sqrt{m_x^2 + m_y^2} = \sqrt{0{,}004^2 + 0{,}005^2} = \pm 0{,}006 \text{ м}$$

Запитання для самоконтролю.

1. Накреслити схему оберненої засічки та пояснити: які елементи вимірюються; що є вихідними даними; що потрібно вирахувати.
2. Чим відрізняється однократна засічка від багатократної?
3. З якою точністю обчислюються наближені дирекційні кути?
4. Як вирахувати вільні члени рівнянь поправок?
5. Як отримати наближені координати шуканої точки при зрівноваженні багатократної засічки?
6. Які величини отримуємо в результаті рішення нормальних рівнянь?
7. В якому випадку точність засічки вища – коли кількість вихідних пунктів більша чи коли – менша?
8. Як проконтролювати правильність обчислення поправок у виміряні кути?
9. Чому при обчисленні m_x та m_y в знаменнику формули стоїть число 10?

ЛАБОРАТОРНА РОБОТА №4

Прив'язка двох точок за двома заданими (задача Ганзена)

Мета: вивчити схеми та методики прив'язки двох точок за двома заданими.

Завдання:способом кругових прийомів виміряти горизонтальні кути на точках, що визначаються та виконати обчислення їх координат одним з нижченаведених способів.

Теоретичні відомості

Коли є дві тверді точки *A*, *B* з координатами x_A, y_A, x_B, y_B(рис. 4.1), то для обчислення координат точок *M*і *N* вимірюються горизонтальні кути $\beta_1, \beta_2, \beta_3, \beta_4$ при цих точках. Для передачідирекційного кута на лінію ходу

MK вимірюється ще кут β_0. За виміряними кутами з трикутників AMN і MBN можна обчислити кути

$$\varphi_1 = 180° — (\beta_1 + \beta_3), \quad \varphi_2 = 180° — (\beta_2 + \beta_4).$$

Крім цього, треба ще знати кути φ_4 і φ_3 необхідні для обчислення дирекційних кутів і довжин ліній від твердих пунктів на шукані. Від точки N відходять лінії d_1, d_2, d_3 як від полюса чотирикутника, тобто

$$\frac{d_1 d_2 d_3}{d_2 d_3 d_1} = \frac{\sin\varphi_1 \sin\varphi_3 \sin\beta_2}{\sin\beta_1 \sin\varphi_4 \sin\varphi_2}$$

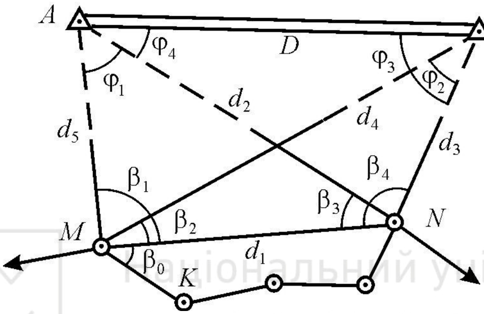

Рис.4.1. Схема до рішення задачі Ганзена.

звідки

$$\frac{\sin\varphi_3}{\sin\varphi_4} = \frac{\sin\beta_1 \sin\varphi_2}{\sin\beta_2 \sin\varphi_1} = \cot\theta = \frac{1}{\tan\theta} \tag{4.1}$$

За цією формулою можна обчислити допоміжний кут Θ.

Після перетворень пропорція (4.1) прийме вигляд

$$\frac{\sin\varphi_3 - \sin\varphi_4}{\sin\varphi_3 + \sin\varphi_4} = \frac{1-\tan\theta}{1+\tan\theta} = \cot(45^0 + \theta)$$

В цій формулі

$$\sin\varphi_3 - \sin\varphi_4 = 2\cos\frac{\varphi_3+\varphi_4}{2}\sin\frac{\varphi_3-\varphi_4}{2}$$

$$\sin\varphi_3 + \sin\varphi_4 = 2\sin\frac{\varphi_3+\varphi_4}{2}\cos\frac{\varphi_3-\varphi_4}{2}$$

Після підстановки цих величин в попередню формулу отримаємо

$$\cot\frac{\varphi_3+\varphi_4}{2}\tan\frac{\varphi_3-\varphi_4}{2} = \cot(45^0 + \theta)$$

звідки

$$\frac{\varphi_3-\varphi_4}{2} = \operatorname{atan}\left[\tan\frac{\varphi_3+\varphi_4}{2}\cot(45^0 + \theta)\right] \tag{4.2}$$

Для цієї формули з трикутника ABN

$$\frac{\varphi_3+\varphi_4}{2} = 90^0 - \frac{\beta_4-\beta_3}{2} \tag{4.3}$$

Заотриманими піврізницями і півсумамикутів можна обчислити кожен кут

$$\varphi_3 = \frac{\varphi_3+\varphi_4}{2} + \frac{\varphi_3-\varphi_4}{2}; \quad \varphi_4 = \frac{\varphi_3+\varphi_4}{2} - \frac{\varphi_3-\varphi_4}{2} \qquad (4.4)$$

Для обчислення дирекційних кутів і довжин ліній від твердих пунктів *A* і *B* до шуканих*M*, *N*застосовуються звичайні формули. Дирекційний кут α_{AB}лінії *AB* і її довжина *D*між твердими точками можуть бути обчислені за координатами. Для інших ліній формули мають вигляд

$$\begin{cases} \alpha_{AN} = \alpha_{AB} + \varphi_4; \quad \alpha_{AM} = \alpha_{AB} + \varphi_1 + \varphi_4; \\ \alpha_{BM} = \alpha_{AB} + 180^0 - (\varphi_3 - \varphi_2); \quad \alpha_{BN} = \alpha_{AB} + 180^0 - \varphi_3 \end{cases} \qquad (4.5)$$

Формули для довжин ліній, одержані з рішення трикутників за теоремою синусів, мають вигляд

$$\begin{cases} d_2 = \frac{D\sin\varphi_3}{\sin(\beta_4-\beta_3)}; \quad d_3 = \frac{D\sin\varphi_4}{\sin(\beta_4-\beta_3)}; \\ d_4 = \frac{D\sin(\varphi_1+\varphi_4)}{\sin(\beta_1-\beta_2)}; \quad d_5 = \frac{D\sin(\varphi_3-\varphi_2)}{\sin(\beta_1-\beta_2)} \end{cases} \qquad (4.6)$$

За обчисленимидирекційними кутамиі довжинамиліній можна двічі обчислити координати точок *M* і *N*

$$\begin{cases} x_M = x_A + d_5\cos\alpha_{AM} = x_B + d_4\cos\alpha_{BM} \\ y_M = y_A + d_5\sin\alpha_{AM} = y_B + d_4\sin\alpha_{BM} \\ x_N = x_A + d_2\cos\alpha_{AN} = x_B + d_3\cos\alpha_{BN} \\ y_N = y_A + d_2\sin\alpha_{AN} = y_B + d_3\sin\alpha_{BN} \end{cases} \qquad (4.7)$$

На цьому закінчується рішення задачі.

Приклад рішення задачі наведено в табл.4.1. та на рис. 4.2.

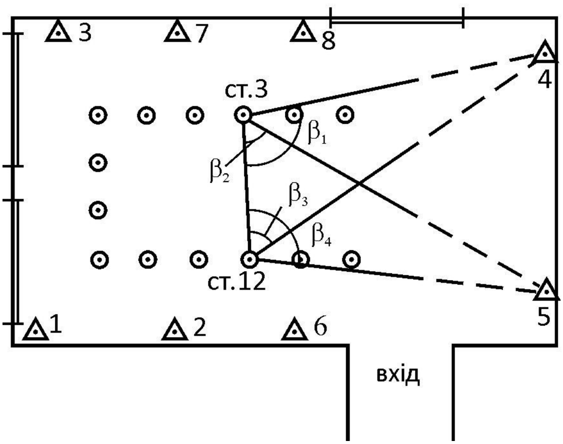

Рис. 4.2. Приклад схеми до задачі Ганзена (ауд. 708)

Таблиця 4.1

Обчислення координат точок за двома даними (задача Ганзена) (рис. 4.2)

Вихідні дані: x_4=3602,001; y_4=2165,509; x_5=3605,934; y_5=2156,276; D_{45}=10,036; α_{45}= 293°04'22"

№	Формули	Обчислення	№	Формули	Обчислення	№	Формули	Обчислення	№	Формули	Обчислення
1	β_1	71°49'20"	18	$\cot(45^0+\theta)$	-0,012150	35	$D\sin(\varphi_3-\varphi_2)$	5,777555	53	$\sin(\beta_4-\beta_3)$	0,838203
2	β_2	35°19'51"	19	$\tan((\varphi_3-\varphi_4)/2)$	-0,022347	36	$d_{4ст.3}$	9,715	59	$d_{4ст.12}$	10,394
3	β_3	62°37'29"	20	$(\varphi_3-\varphi_4)/2$	-1°17'00"	37	$\cos\alpha_{4ст.3}$	0,749723	60	$\sin\varphi_4$	0,889478
4	β_4	119°34'32"	21	φ_3	60°14'28"	38	$\sin\alpha_{4ст.3}$	0,661752	54	$D\ \sin\varphi_4$	8,926801
5	φ_1	45°33'11"	22	φ_4	62°48'28"	41	$\Delta x_{4ст.3}$	7,284	60	$d_{5ст.12}$	10,650
6	φ_2	25°05'37"	23	$\alpha_{4ст.3}$	41°26'01"	42	$\Delta y_{4ст.3}$	6,429	61	$\cos\alpha_{4ст.12}$	0,997416
7	$(\varphi_3+\varphi_4)/2$	61°31'28"	24	$\alpha_{4ст.12}$	355°52'50"	45	$x_{ст.3}$	3609,285	62	$\sin\alpha_{4ст.12}$	-0,071836
8	$\sin\beta_1$	0,950093	25	$\alpha_{5ст.3}$	77°55'32"	46	$y_{ст.3}$	2171,938	55	$\Delta x_{4ст.12}$	10,367
9	$\sin\varphi_2$	0,424098	26	$\alpha_{5ст.12}$	52°49'54"	39	$\cos\alpha_{5ст.3}$	0,209182	56	$\Delta y_{4ст.12}$	-0,747
10	$\sin\beta_1\cdot\sin\varphi_2$	0,402933	27	$\varphi_1+\varphi_4$	108°21'39"	40	$\sin\alpha_{5ст.3}$	0,977877	65	$x_{ст.12}$	3612,368
11	$\sin\beta_2$	0,578297	28	$\sin(\varphi_1+\varphi_4)$	0,949092	43	$\Delta x_{5ст.3}$	3,350	66	$y_{ст.12}$	2164,762
12	$\sin\varphi_1$	0,713899	29	$D\sin(\varphi_1+\varphi_4)$	9,525087	44	$\Delta y_{5ст.3}$	15,663	57	$\cos\alpha_{5ст.12}$	0,604159
13	$\sin\beta_2\cdot\sin\varphi_1$	0,412846	30	$\beta_1-\beta_2$	36°29'29"	47	$x_{ст.3}$	3609,284	58	$\sin\alpha_{5ст.12}$	0,796864
14	$\cot\theta$	0,975989	31	$\sin(\beta_1-\beta_2)$	0,594702	48	$y_{ст3}$	2171,939	63	$\Delta x_{5ст.12}$	6,434
15	θ	45°41'46"	32	$d_{5ст.3}$	16,017	49	$\sin\varphi_3$	0,868122	64	$\Delta y_{5ст.12}$	8,487
16	$45^0+\theta$	90°41'46"	33	$\varphi_3-\varphi_2$	35°08'51"	52	$D\ \sin\varphi_3$	8,712472	67	$x_{ст.12}$	3612,368
17	$\tan((\varphi_3+\varphi_4)/2)$	1,843646	34	$\sin(\varphi_3-\varphi_2)$	0,575683	51	$\beta_4-\beta_3$	56°57'03"	68	$y_{ст.12}$	2164,763

Спосіб умовного базису

Координати точок M і Nможна обчислювати за формулами іншого вигляду, тобто за умовним базисом. Для лінії MN(рис. 4.1)беруть умовну довжину $d_{1ум}$і за виміряними кутами вираховують умовні довжини ліній з трикутників MAN, MBN

$$d_{2ум} = \frac{d_{1ум} \sin \beta_1}{\sin \varphi_1}; \quad d_{3ум} = \frac{d_{1ум} \sin \beta_2}{\sin \varphi_2};$$

$$d_{4ум} = \frac{d_{1ум} \sin \beta_4}{\sin \varphi_2}; \quad d_{5ум} = \frac{d_{1ум} \sin \beta_3}{\sin \varphi_1}$$

Для лінії AB

$$D_{ум} = \frac{d_{5ум} \sin(\beta_1 - \beta_2)}{\sin(\varphi_3 - \varphi_2)} = \frac{d_{3ум} \sin(\beta_4 - \beta_3)}{\sin \varphi_4} \quad (4.8)$$

Остання частина формули (4.8) є контрольною.

Далі обчислюється коефіцієнт умовного значення довжин ліній

$$K = \frac{D}{D_{ум}} \quad (4.9)$$

Після цього знаходять дійсні довжини всіх ліній:

$$d_i = K d_{iум} \quad (4.10)$$

Кути φ_3 та φ_4можна обчислити з трикутника ABN за теоремою синусів

$$\varphi_3 = \operatorname{asin} \frac{d_2 \sin(\beta_4 - \beta_3)}{D}; \quad \varphi_4 = \operatorname{asin} \frac{d_3 \sin(\beta_4 - \beta_3)}{D} \quad (4.11)$$

Контроль: $\varphi_3 + \varphi_4 + \beta_4 - \beta_3 = 180^0$.

Дирекційні кути сторін трикутників і координати точокM та Nобчислюються за формулами (4.5) та (4.7).

Запитання для самоконтролю.

1. Чи є контроль вимірювань в класичній задачі Ганзена?
2. Накреслити схему задачі Ганзена та назвати: елементи, які вимірюються; вихідні пункти та пункти, координати яких потрібно визначити.
3. Навести формули для обчислення кутів φ_1 та φ_2.
4. Записати формули, за якими визначають координати точок.Навести формулу визначення коефіцієнта для обчислення довжин ліній в способі умовного базису.
5. Як обчислити дирекційні кути на точки, які визначаються, коли знайдені кути φ_3 та φ_4?
6. Чому на схемі задачі Ганзена кінці ліній ближчі до вихідних пунктів позначені штриховою лінією?
7. Для знаходження яких величин використовується допоміжний кут θ?

ЛАБОРАТОРНА РОБОТА №5
Знесення координат на землю

Мета: навчитись прив'язувати (з контролем) точки знімальних ходів та мереж до недоступних пунктів вищих класів.

Завдання: виміряти горизонтальні кути та відстані між точками, які прив'язуються; виконати обчислення координат точки, що зноситься.

Теоретичні відомості

Координати пунктів полігонометричних і теодолітних ходів нерідко необхідно обчислювати в єдиній системі з пунктами опорних мереж вищого класу, які є недоступними.

Якщо пункт *A* вищого класу розташований на недоступному (шпиль, вежа і т. д.) для роботи місці(рис. 5.1), то від цього пункту треба передати координати на точку *P* земної поверхні.

Точку *P* треба вибрати в такому місці, щоб з неї можна було бачити опорні точки *A* і *M*. Крім того, біля цієї точки вимірюють дві лінії b_1 і b_2 і горизонтальні кути 1, 2, 3, 4, 5. Рішенням трикутників *aAP*, *bAP* обчислюють два значення довжини лінії *A*-*P*=*s*, з отриманих результатів беруть середнє значення.

$$\begin{cases} s' = \dfrac{b_1 \sin 1}{\sin(1+2)} \\ s'' = \dfrac{b_2 \sin 4}{\sin(3+4)} \\ s = \dfrac{s' + s''}{2} \end{cases} \tag{5.1}$$

Дирекційний кут α_{AM} і довжину *D* лінії *AM* можна обчислити за координатами точок *A* і *M*. Для отримання дирекційного кута лінії *AP* потрібно знати горизонтальний кут γ, тоді

$$\alpha_{AP} = \alpha_{AM} + \gamma. \tag{5.2}$$

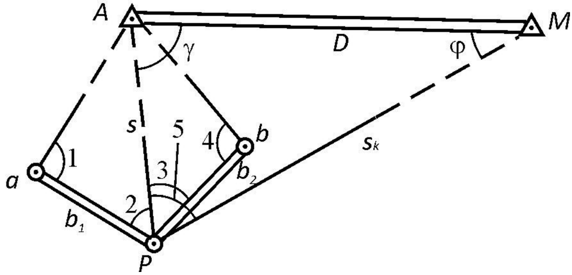

Рис. 5.1. Схема знесення координат на землю. Загальний випадок

Для отримання кута γ потрібно з трикутника APM обчислити кут φ

$$\sin\varphi = \frac{s\sin 5}{D} \tag{5.3}$$

З трикутника APM $\gamma = 180 - (\varphi + 5)$.

Координати шуканої точки P будуть:

$$x_P = x_A + s\cos\alpha_{AP}; \quad y_P = y_A + s\sin\alpha_{AP}. \tag{5.4}$$

Для перевірки результатів обчислення можна обчислити координати точки P від іншої твердої точки M

$$x_P = x_M + s_k\cos\alpha_{MP}; \quad y_P = y_M + s_k\sin\alpha_{MP}, \tag{5.5}$$

$$\begin{cases} \alpha_{MP} = \alpha_{MA} - \varphi \\ s_k = \dfrac{D\sin\gamma}{\sin 5} \end{cases}. \tag{5.6}$$

Отримані результати повинні співпадати в межах вимог точності.

Оцінка точності. Для цього потрібно знати точність польових вимірювань m_β та m_b або (m_b/b). Тоді середня квадратична похибка (СКП) обчисленої сторони *s* буде (з двох трикутників *aAP* та *bAP*)

$$\begin{cases} m_{s'}^2 = \left(\dfrac{m_b}{b_1}\right)^2 s^2 + \left[(\cot 1 + \cot\varepsilon_1)^2 + \cot^2\varepsilon_1\right]\left(\dfrac{m_\beta}{\rho}\right)^2 s^2 \\ m_{s''}^2 = \left(\dfrac{m_b}{b_2}\right)^2 s^2 + \left[(\cot 4 + \cot\varepsilon_2)^2 + \cot^2\varepsilon_2\right]\left(\dfrac{m_\beta}{\rho}\right)^2 s^2 \end{cases}, \tag{5.7}$$

де $\varepsilon_1 = 180^0 - (1 + 2)$; $\varepsilon_2 = 180^0 - (3 + 4)$.

Гранично допустиме розходження між значеннями сторони s, обчисленої з двох трикутників буде

$$_{\text{гр}}\Delta s = \pm 2\sqrt{m_{s'}^2 + m_{s''}^2} \tag{5.8}$$

СКП кінцевого (середнього) значення довжини *s* обчислюється за формулою

$$M_s = \pm\frac{1}{2}\sqrt{m_{s'}^2 + m_{s''}^2} \tag{5.9}$$

Оскільки в даній задачі (див. рис. 5.1) немає контрольного візування на додатковий вихідний пункт, то відсутній контроль передачі дирекційного кута на точку *P*. Тому СКП дирекційного кута *AP* буде $M_\alpha = m_\beta$.

Отже, СКП положення пункту *P* знайдемо за формулою

$$M_P^2 = M_S^2 + \left(\frac{m_\beta}{\rho}\right)^2 s^2 \tag{5.10}$$

Приклад знесення координат

Потрібно знайти координати точки *ст.4* (рис. 5.2). Вихідні дані: x_6 = 3628,769; y_6 = 5021,123; x_2 = 3800,982; y_2 = 5196,456(α_{62} = 45⁰30’52”; D = 245,762 м); β_1 = 85⁰13’29”; β_2 = 64⁰28’29”; β_3 = 72⁰25’27”; β_4 = 76⁰44’35”; β_5 = 52⁰44’20”; b_1 = 107,680 м; b_2 = 111,990 м. Точність вимірів: m_β = 5"; m_b = 0,010 м.

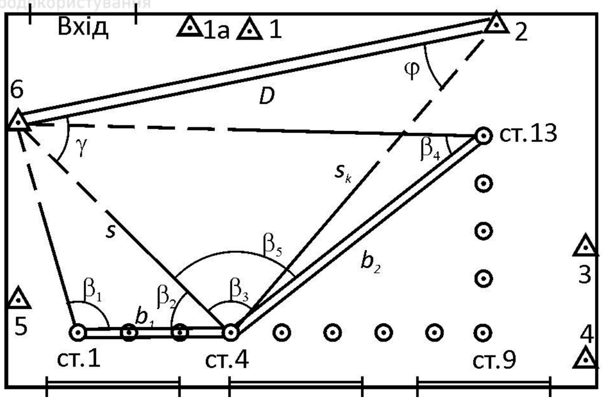

Рис. 5.2. Приклад знесення координат для умов аудиторії 710

1) Знаходження сторони *s*.

$$s' = \frac{b_1 \sin\beta_1}{\sin(\beta_1+\beta_2)} = \frac{107{,}680 \sin 85^0 13'29"}{\sin(85^0 13'29" + 64^0 28'29")} = 212{,}683 \text{ м}$$

$$s" = \frac{b_2 \sin\beta_4}{\sin(\beta_3+\beta_4)} = \frac{111{,}990 \sin 76^0 44'35"}{\sin(72^0 25'27" + 76^0 44'35")} = 212{,}680 \text{ м}$$

За остаточне приймаємо середнє арифметичне *s*=212,682 м.

2) Знаходження кутів φ та γ.

$$\sin\varphi = \frac{s \sin\beta_5}{D} = \frac{212{,}682 \sin 52^0 44'20"}{245{,}762} = 0{,}688757$$

$$\varphi = 43^0 31'54"$$

$$\gamma = 180^0 - (\varphi+\beta_5) = 180^0 - (43^0 31'54" + 52^0 44'20") = 83^0 43'46"$$

3) Знаходження дирекційного кута напряму*6ст.4*та координат *ст.4*.

$$\alpha_{6\text{ст.}4} = \alpha_{62} + \gamma = 45^0 30'52" + 83^0 43'46" = 129^0 14'38"$$

$$x_{\text{ст.}4} = x_6 + s\cos\alpha_{6\text{ст.}4}$$

$$= 3628{,}769 + 212{,}682 \cos 129^0 14'38" = 3494{,}222 \text{ м}$$

$$y_{\text{ст.}4} = y_6 + s\sin\alpha_{6\text{ст.}4}$$

$$= 5021{,}123 + 212{,}682 \sin 129^0 14'38" = 5185{,}837 \text{ м}$$

4) Контроль обчислення координат *ст.4*

Дирекційний кут напрямку *2ст.4* та відстань s_k знайдемо за (5.6)

$$\alpha_{2\text{ст.}4} = 225^0 30'52" - 43^0 31'54" = 181^0 58'58"$$

$$s_k = \frac{245{,}762 \sin 83^0 43'46"}{\sin 52^0 44'20"} = 306{,}944 \text{ м}$$

Контрольні значення координат *ст.4* знайдемо за (5.5)

$$x'_{\text{ст.}4} = 3800{,}982 + 306{,}944 \cos 181^0 58'58" = 3494{,}222 \text{ м}$$

$$y_{ст.4} = 5196{,}456 + 306{,}944 \sin 181^0 58'58'' = 5185{,}836 \text{ м}$$

5) Оцінка точності.

За формулами (5.7) обчислимо $m_{s'}^2$, та $m_{s''}^2$. Результати – в табл. 5.1.

Таблиця 5.1

Трикутник 1		Трикутник 2	
Позначення	Значення	Позначення	Значення
β_1	$85^0 13'29''$	β_4	$76^0 44'35''$
ε_1	$30^0 18'02''$	ε_2	$30^0 49'58''$
$\cot \beta_1$	0,083538	$\cot \beta_4$	0,235597
$\cot \varepsilon_1$	1,711257	$\cot \varepsilon_2$	1,675336
$(\cot \beta_1 + \cot \varepsilon_1)^2$	3,221288	$(\cot \beta_4 + \cot \varepsilon_2)^2$	3,651664
$(\cot \beta_1 + \cot \varepsilon_1)^2 + \cot^2 \varepsilon_1$	6,149689	$(\cot \beta_4 + \cot \varepsilon_2)^2 + \cot^2 \varepsilon_2$	6,458415
$(m_\beta/\rho)^2$	$5{,}876\cdot10^{-10}$	$(m_\beta/\rho)^2$	$5{,}876\cdot10^{-10}$
$(m_b/b_1)^2$	$8{,}624\cdot10^{-9}$	$(m_b/b_2)^2$	$7{,}973\cdot10^{-9}$
s^2	45233,633124	s^2	45233,633124
$m_{s'}^2$	0,000554	$m_{s''}^2$	0,000532

$$M_s^2 = (0{,}000554 + 0{,}000532)/4 = 0{,}000272$$

$$M_{ст.4} = \sqrt{0{,}000272 + (5 \cdot 212{,}682/206265)^2} = 0{,}017 \text{ м}$$

При умові, що елементи вимірювались електронним тахеометром ($m_\beta = 5''; m_b = 0{,}010$ м), то результат слід вважати задовільним.

Запитання для самоконтролю.

1. В яких випадках доцільно використовувати знесення координат на землю?
2. Чому потрібно вимірювати саме дві сторони b_1 та b_2, а не одну?
3. Як обчислити кут γ при недоступній точці *A*?
4. Яким типом лініїпозначені виміряні довжиниb_1 та b_2 на рис. 5.1?
5. Записати формули, за якими визначаються координати точки *P*.
6. Як виконати контроль правильності визначення координат точки *P*?
7. За якою формулою визначається СКП положення пункту *P*?
8. Записати формулу для визначення СКП обчисленої сторони *s* (з одного трикутника)?
9. Як обчислити M_s – СКП середнього значення вирахуваної лінії *s*?

ЛАБОРАТОРНА РОБОТА №6

Пряма кутовазасічка

Мета: навчитись визначати координати недоступної точки.

Завдання: з трьох або більше точок з відомими координатами виміряти кути на точку, яка визначається, обчислити її координати та виконати оцінку точності.

Теоретичні відомості

Однократна засічка. В загальному випадку прив'язку методом прямої засічки можна зробити, коли між точками 1і 2немає видимості (рис. 6.1). В цьому випадку вимірюють кути β_1, β_2,за якими обчислюють дирекційні кути ліній 1B і 2B, використовуючи формули

$$\begin{cases} \alpha_{1B} = \alpha_1 + \beta_1 \\ \alpha_{2B} = \alpha_2 + \beta_2 \end{cases} \quad (6.1)$$

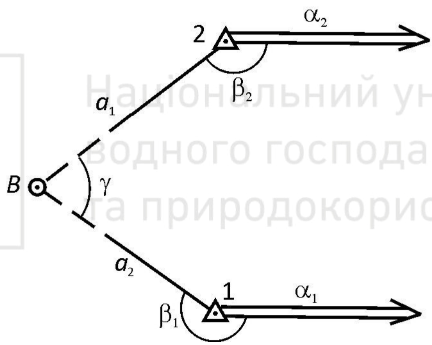

Рис. 6.1. Варіант схеми прив'язки прямою кутовою засічкою.

Координати точки Bможна отримати таким чином. Виразимо дирекційні кути лінії 1B і 2B через координати крайніх точок тобто:

$$\tan\alpha_{1B} = \frac{y_B - y_1}{x_B - x_1}; \qquad \tan\alpha_{2B} = \frac{y_B - y_2}{x_B - x_2}$$

звідки маємо

$$\begin{cases} y_B - y_1 = (x_B - x_1)\tan\alpha_{1B} \\ y_B - y_2 = (x_B - x_2)\tan\alpha_{2B} \end{cases} \quad (6.2)$$

Після віднімання останньої формули з попередньої і розкриття дужок отримаємо

$$y_2 - y_1 = x_B\tan\alpha_{1B} - x_1\tan\alpha_{1B} - x_B\tan\alpha_{2B} + x_2\tan\alpha_{2B},$$

звідки

$$x_B = \frac{y_2 - y_1 - x_2 \tan\alpha_{2B} + x_1 \tan\alpha_{1B}}{\tan\alpha_{1B} - \tan\alpha_{2B}}$$

З обох частин рівняння віднімемо x_1і x_2. Отримаємо прирости:

$$\Delta x_1 = x_B - x_1 = \frac{y_2 - y_1 - (x_2 - x_1)\tan\alpha_{2B}}{\tan\alpha_{1B} - \tan\alpha_{2B}} = \frac{A}{K} \qquad (6.3)$$

$$\Delta x_2 = x_B - x_2 = \frac{y_2 - y_1 - (x_2 - x_1)\tan\alpha_{1B}}{\tan\alpha_{1B} - \tan\alpha_{2B}} = \frac{A\prime}{K} \qquad (6.4)$$

Прирости Δy_1іΔy_2визначаються з формул (6.2). Координати шуканої точки отримують з формул

$$\begin{cases} x'_B = x_1 + \Delta x_1; \quad y'_B = y_1 + \Delta y_1 \\ x"_B = x_2 + \Delta x_2; \quad y"_B = y_2 + \Delta y_2 \\ x_B = \frac{x\prime_B + x"_B}{2}; \quad y_B = \frac{y\prime_B + y"_B}{2} \end{cases} \qquad (6.5)$$

Якщо дирекційні кути α_{1B}, α_{2B} близькі до 90° або 270°, то краще користуватися формулами

$$\begin{cases} \Delta y_1 = \frac{x_2 - x_1 - (y_2 - y_1)\cot\alpha_{2B}}{\cot\alpha_{1B} - \cot\alpha_{2B}}; \quad \Delta x_1 = \Delta y_1 \cot\alpha_{1B} \\ \Delta y_2 = \frac{x_2 - x_1 - (y_2 - y_1)\cot\alpha_{1B}}{\cot\alpha_{1B} - \cot\alpha_{2B}}; \quad \Delta x_2 = \Delta y_2 \cot\alpha_{2B} \end{cases} \qquad (6.6)$$

Геометричні умови мають бути такими, щоб кут γ при точці, що визначається був в межах $30^0 < \gamma < 150^0$. Оптимальне значення $\gamma = 90^0$.

Частковий випадок однократної засічки. Такий випадок пояснимо на прикладі однієї з навчальних аудиторій (рис. 6.2), колиміж опорними точками ст.2і ст.9є взаємна видимість. Необхідно визначити координати недоступної точки (віхи)за відомими координатами точок опори (стовпів)ст.2і ст.9$x_{ст.2}, y_{ст.2}$і $x_{ст.9}, y_{ст.9}$. В такому випадку польові роботищодо прив'язки зводяться до вимірювання кутів β_1і β_2.

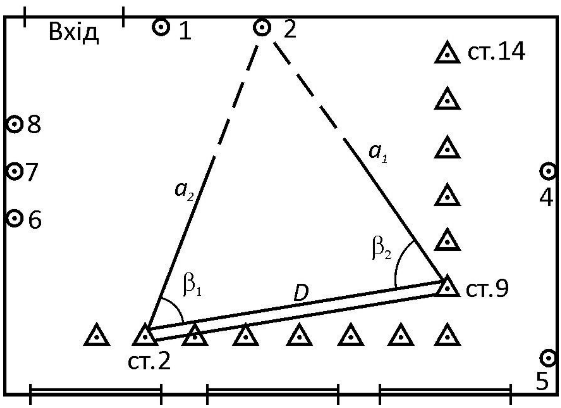

Рис. 6.2. Схема прив’язки прямою кутовою засічкою (ауд. 702)

Координати віхи2визначаються таким чином. З трикутника ст.2-2-ст.9 (за теоремою синусів) за стороноюDі кутамиβ_1, β_2 визначають довжини ліній$\text{ст}.2-2 = a_2$ і $\text{ст}.9-2 = a_1$.

$$a_1 = \frac{D \sin \beta_1}{\sin(\beta_1+\beta_2)}; \quad a_2 = \frac{D \sin \beta_2}{\sin(\beta_1+\beta_2)}. \qquad (6.7)$$

Дирекційні кути ліній ст.2-2і ст.9-2 будуть отримані за формулами:

$$\begin{cases} \alpha_{\text{ст}.9-2} = \alpha_{\text{ст}.9-\text{ст}.2} + \beta_2 \\ \alpha_{\text{ст}.2-2} = \alpha_{\text{ст}.2-\text{ст}.9} - \beta_1 \end{cases} \qquad (6.8)$$

Прирости координат ліній ст.2-2і ст.9-2наступні:

$$\begin{cases} \Delta x_{\text{ст}.2-2} = a_2 \cos \alpha_{\text{ст}.2-2}\,;\ \Delta y_{\text{ст}.2-2} = a_2 \sin \alpha_{\text{ст}.2-2} \\ \Delta x_{\text{ст}.9-2} = a_1 cos \alpha_{\text{ст}.9-2};\ \Delta y_{\text{ст}.9-2} = a_1 sin\, \alpha_{\text{ст}.9-2} \end{cases} \qquad (6.9)$$

Координати точки 2 будуть отримані двічі:

1) $x'_2 = x_{\text{ст}.2} + \Delta x_{\text{ст}.2-2}$; $\quad y'_2 = y_{\text{ст}.2} + \Delta y_{\text{ст}.2-2}$,

2) $x''_2 = x_{\text{ст}.9} + \Delta x_{\text{ст}.9-2}$; $\quad y''_2 = y_{\text{ст}.9} + \Delta y_{\text{ст}.9-2}$.

Розбіжності в координатах можуть бутитільки за рахунок заокруглень при обчисленнях.

Остаточні координати точки 2будуть:

$$x_2 = \frac{x'_2 + x''_2}{2}; \quad y_2 = \frac{y'_2 + y''_2}{2} \qquad (6.10)$$

Приклад обчислення координат прямою однократноюзасічкою (загальний випадок) даний в табл. 6.1. За вихідні вибрані пункти 1 та 2 (рис. 6.3).

Таблиця 6.1

Визначення координат точки*B* прямою кутовоюзасічкою

№	Позначення	Обчислення	№	Позначення	Обчислення
1	2	3	4	5	6
1	x_1	14471,904	13	$x_2 - x_1$	-558,491
2	y_1	4780,699	14	$y_2 - y_1$	+179,099
3	x_2	13913,413	15	$(y_2 - y_1) \cot \alpha_{2B}$	+264,871
4	y_2	4959,798	16	$(y_2 - y_1) \cot \alpha_{1B}$	+1,156
5	α_1	290°45'34”	17	$A = x_2 - x_1 - (y_2 - y_1) \cot \alpha_{2B}$	-823,362
6	β_1	158°52'15”	18	$A' = x_2 - x_1 - (y_2 - y_1) \cot \alpha_{1B}$	-559,647
7	α_{1B}	89°37'49”	19	$K = \cot \alpha_{1B} - \cot \alpha_{2B}$	-1,472455
8	α_2	308°40'36”	20	$\Delta y_1 = A/K$	+559,176
9	β_2	85°23'20”	21	$\Delta y_2 = A'/K$	+380,077
10	α_{2B}	34°03'56”	22	$y_B = y_1 + \Delta y_1 = y_2 + \Delta y_2$	5339,875
11	$\cot \alpha_{2B}$	+1,478908	23	$\Delta x_1 = \Delta y_1 \cot \alpha_{1B}$	+3,608
12	$\cot \alpha_{1B}$	+0,006453	24	$\Delta x_2 = \Delta y_2 \cot \alpha_{2B}$	+562,099
			25	$x_B = x_1 + \Delta x_1 = x_2 + \Delta x_2$	14475,512

Пряма багатократна кутова засічка

Багатократною кутова засічка буде тоді, коли на точку координати якої визначаються виміряні три та більше напрямків. Отже, виникають надлишкові виміри, тому є необхідність виконати зрівноваження способом найменших квадратів.

Для виконання обчислень потрібно знати координати, обчислені з однократної засічки, які називаються наближеними x_0, y_0 (табл. 6.1). Величини, вирахувані з використанням наближених координат теж називаються наближеними (α_{0i}, s_{0i}).

Порядок обчислень є таким(рис. 6.3):

1) За оберненими геодезичними задачами обчислюють наближені дирекційні кути α_{0i} та відстані s_{0i} до т. *B*;

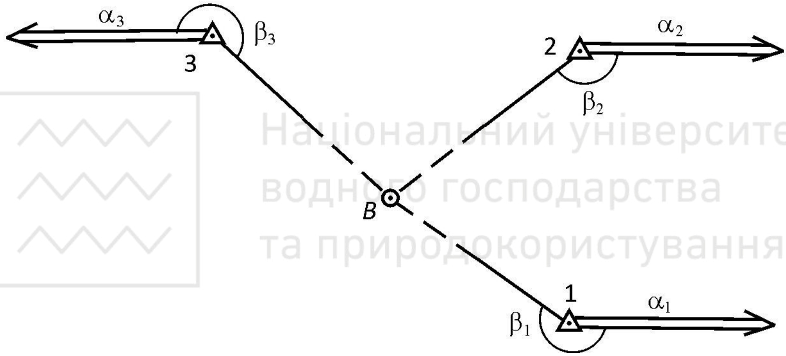

Рис. 6.3. Пряма багатократна кутова засічка.

2) Вільні члени рівнянь поправок знаходяться як різниці між наближеними та «виміряними» дирекційними кутами. «Виміряними» дирекційними кутами α'_i називаються дирекційні кути, вирахувані за виміряними кутами та вихідними дирекційними.

$$\begin{cases} l_i = \alpha_{0i} - \alpha_i \\ \alpha_i = \alpha_{вих} \pm \beta_i \end{cases} \quad (6.11)$$

3) За формулами (3.12) обчислюються величини a_i, b_i.Для прямої засічки в формулах (3.12) знаки потрібно змінити <u>на протилежні</u>.

4) Складаються нормальні рівняння поправок (6.12) та розв'язуються за формулами (6.13)

$$\begin{cases} [aa]\delta x + [ab]\delta y + [al] = 0 \\ [ab]\delta x + [bb]\delta y + [bl] = 0 \end{cases} \quad (6.12)$$

$$\begin{cases} \delta x = \frac{[bl][ab]-[al][bb]}{[aa][bb]-[ab][ab]} = \frac{D_x}{D} \\ \delta y = \frac{[ab][al]-[aa][bl]}{[aa][bb]-[ab][ab]} = \frac{D_y}{D} \end{cases} \quad (6.13)$$

Знайдені поправки будуть виражені в дм;

5) Поправки у «виміряні» напрямки та їх виправлені значення обчислюються за формулами

$$\begin{cases} v_i = a_i\delta x + b_i\delta y + l_i \\ \alpha_i = \alpha_i + v_i \end{cases} \quad (6.14)$$

Контроль знаходження $[vv]$ виконують за (3.20);

6) Зрівноважені значення координат т. *В* обчислюються за формулами (3.18);

7) Оцінка точності зрівноважених величин виконується за формулами

$$\begin{cases} m_\alpha = \pm\sqrt{\frac{[vv]}{n-2}} \\ m_x = \pm\frac{m_\alpha}{10\sqrt{p_x}};\ m_y = \pm\frac{m_\alpha}{10\sqrt{p_y}}, \\ p_x = \frac{D}{[bb]};\ p_y = \frac{D}{[aa]} \\ M_B = \pm\sqrt{m_x^2 + m_y^2} \end{cases} \quad (6.15)$$

де *n* – кількість напрямків.

Приклад зрівноваження прямої багатократної засічки

Потрібно знайти найімовірніші координати т. *В* (рис. 6.3), тобто виконати зрівноваження способом найменших квадратів. Вихідні та виміряні величини наведені в табл. 6.2.

Таблиця 6.2

Вихідні та виміряні величини прямої багатократної засічки

Пункти	Координати, м		Дирекційні вих. кути, α_i	Виміряні кути, β'_i	«Виміряні» дир. кути α'_i
	x	*y*			
1	2	3	4	5	6
1	14471,904	4780,699	290°45’34”	158°52’15”	89°37’49”
2	13913,413	4959,798	308 40 36	85 23 20	34 03 56
3	14417,150	6290,245	138 23 45	135 07 09	273 30 54

У випадку видимості між вихідними пунктами на середній точці вимірюється два кута. Тоді «виміряний» дирекційний кут з цієї точки обчислюється два рази і за остаточне приймається середнє арифметичне.

Наближені координати т. *В* візьмемо із однократної засічки (табл. 6.1) $x_0 = 14475{,}512$; $y_0 = 5339{,}875$.

Для знаходження вільних членів рівнянь поправок потрібно обчислити значення наближених дирекційних кутів (табл. 6.3).

Таблиця 6.3

Обчислення наближених дирекційних кутів та віддалей

Пункти B i	y_0 y_i $\Delta y = y_0 - y_i$	x_0 x_i $\Delta x = x_0 - x_i$	$\tan \alpha_{i0}$ α_{i0} s
1	2	3	4
B 1	5339,875 4780,699 +559,176	14475,512 14471,904 +3,608	+154,9822616 $89^0 37'49''$ 559,188
B 2	5339,875 4959,798 +380,077	14475,512 13913,413 +562,099	+0,6761745 $34^0 03'56''$ 678,538
B 3	5339,875 6290,245 -950,370	14475,512 14417,150 +58,362	-16,2840547 $273^0 30'51''$ 952,160

Вільні члени рівнянь поправок обчислюються за формулами (6.11). Обчислення наведені в табл. 6.4. Дирекційні кути виписуються з точністю до мінут, а відстані – в км. В колонці 7 – сума колонок 4, 5, 6.

Таблиця 6.4

Обчислення коефіцієнтів та вільних членів рівнянь поправок

Пункти	α'_{0i}	s, км	a_i	b_i	l	Σ
1	2	3	4	5	6	7
1	$89^0 38'$	0,559	-36,90	+0,24	0	-36,66
2	3404	0,679	-17,02	+25,16	0	+8,14
3	27331	0,952	+21,63	+1,33	-3	+19,96
Σ			-32,29	+26,73	-3	-8,56

Продовження таблиці 6.4

Пункти	aa	ab	al	bb	bl	ll	Σ
1	8	9	10	11	12	13	14
1	1361,61	-8,86	0	0,06	0	0	1352,81
2	289,68	-428,22	0	633,03	0	0	494,49
3	467,86	28,77	-64,89	1,77	-3,99	9	438,52
Σ	2119,15	-408,31	-64,89	634,86	-3,99	9	2285,82

Рішення нормальних рівнянь поправок за (6.13)

$D_x = (-3{,}99) \cdot (-408{,}31) - (-64{,}89) \cdot 634{,}86 = 42825;$

$D_y = -408{,}31 \cdot (-64{,}89) - 2119{,}15 \cdot (-3{,}99) = 34951;$

$D = 2119{,}15 \cdot 634{,}86 - (-408{,}31)^2 = 1178647.$

Обчислення поправок до наближених координат

$\delta x = \frac{42825}{1178647} = +0{,}036$ дм;

$\delta y = \frac{34951}{1178647} = +0{,}030$ дм.

Зрівноважені значення координат точки *B* за (3.18)

$x_B = 14475{,}512 + 0{,}1 \cdot (0{,}036) = \mathbf{14475{,}516}$м;

$y_B = 5339{,}875 + 0{,}1 \cdot (0{,}030) = \mathbf{5339{,}878}$ м.

Знаходження поправок в напрямки за (6.15)

$v_1 = -36{,}90 \cdot (0{,}036) + 0{,}24 \cdot (0{,}030) + 0 = -1{,}32;$

$v_2 = -17{,}02 \cdot (0{,}036) + 25{,}16 \cdot (0{,}030) + 0 = +0{,}14;$

$v_3 = 21{,}63 \cdot (0{,}036) + 1{,}33 \cdot (0{,}030) - 3 = -2{,}18;$

$$[vv] = (-1{,}32)^2 + 0{,}14^2 + (-2{,}18)^2 = 6{,}51$$

Контроль за (3.20): $[vv] = 9 + (-64{,}89) \cdot 0{,}036 + (-3{,}99) \cdot 0{,}030 = 6{,}54$

$$\frac{6{,}54 - 6{,}51}{6{,}51} 100\% = 0{,}5\% < 2\%$$

Зрівноважені значення дирекційних кутів$\alpha_i = \alpha_i + v_i$

$$\alpha_1 = 89^0 37'49'' - 1{,}3'' = 89^0 37'47{,}7''$$

$$\alpha_2 = 34^0 03'56'' + 0{,}1'' = 34^0 03'56{,}1''$$

$$\alpha_3 = 273^0 30'54'' - 2{,}2'' = 273^0 30'51{,}8''$$

Заключним контролем буде рівність виправлених дирекційних кутів та обчислених за зрівноваженими координатами т. *B*. Результати – в табл. 6.5.

Таблиця 6.5

Заключний контроль зрівноваження напрямків

Пункти	Обч. кути α_i	Випр. кути α_i	Різниця
1	2	3	4
1	$89^0 37'47{,}7''$	$89^0 37'47{,}7''$	0”
2	3403 56,1	3403 56,1	0
3	27330 51,7	27330 51,8	-0,1

Оцінка точності

$$m_\alpha = \pm\sqrt{\frac{6{,}51}{3-2}} = \pm 2{,}6''$$

$p_x = \frac{1178647}{634{,}86} = 1856{,}55;$ $p_y = \frac{1178647}{2119{,}15} = 556{,}19.$

$m_x = \pm \frac{2{,}6}{10\sqrt{1856{,}55}} = \pm 0{,}006$ м; $m_y = \pm \frac{2{,}6}{10\sqrt{556{,}19}} = \pm 0{,}011$ м.

$$M_B = \pm\sqrt{0{,}006^2 + 0{,}011^2} = \pm 0{,}013 \text{ м.}$$

Запитання для самоконтролю.

1. Накреслити схему однократної прямої засічки та позначити елементи, що вимірюються.
2. Яку мінімальну кількість напрямків повинна мати пряма засічка, щоб вона вважалась багатократною?
3. В яких межах має бути кут γ при точці, що визначається і яке його оптимальне значення?
4. Чи існує контроль обчислень в однократній прямій засічці?
5. Накреслити схему засічки, коли між твердими пунктами немає взаємної видимості.
6. В яких одиницях отримуються поправки при зрівноваженні багатократної засічки?
7. За якою формулою визначаються поправки у дирекційні кути?
8. Як виконати заключний контроль зрівноваження?
9. Навести формули для оцінки точності.
10. Як обчислити ваги точки Bp_x, p_y?

ЛАБОРАТОРНА РОБОТА №7

Зрівноваження багатократнихзасічок в програмному комплексі Credo

Мета: навчитись опрацьовувати результати вимірів засічок в спеціалізованих програмних продуктах.

Завдання:опрацювати результати вимірів багатократнихзасічок та шляхом їх зрівноваження знайти координати шуканих точок. Виконати оцінку точності.

Теоретичні відомості

Опис програми.Програмний продукт Credo_Dat може зрівноважувати або обчислювати практично будь-які планові або/та висотні окремі ходичи мережі.

Інтерфейс складається з: меню, панелі інструментів, де дублюються елементи меню, рядка стану внизу екрану.

При створенні нового проекту або відкритті існуючого, з'являється вікно, в якому є дві частини: ліва – таблична; права – графічна. Ліва частина вікна проекту містить такі закладки:

- *Пункти ПВО* – задаються координати та висоти вихідних пунктів, їх тип, можна переглядати результати зрівноважень;
- *Дирекційні кути* – задаються вихідні дирекційні кути та їх точність;
- *Вимірювання* – задається тип знімання (ПВО, тахеометрія) та описується станція стояння приладу (верхня таблиця), цілі на які виконують візування (нижня таблиця);
- *Теодолітні ходи* – у верхній таблиці описується: номер ходу, метод визначення ліній (похилі, горизонтальні прокладення) класи точності в плані та по висоті, метеоумови; у нижній таблиці описуються виміри у ходах: назви (номера) точок, горизонтальні кути, відстані і т.д.;
- *Нівелірні ходи* – у верхній таблиці: номер ходу та клас точності; у нижній: назви (номера) точок, відстані між ними, перевищення і т.д.;
- *Топографічні об'єкти* – вибирається їх тип: точкові чи лінійні; є можливість приєднання класифікатора ззовні або вибрати існуючий.

Перед початком роботи з Credo_Dat потрібно налаштувати такі загальні параметри: система координат та проекція, система висот, налаштування.

Для вибору систем координат, висот, проекції потрібно вибрати в меню «*Установки/Системы координат*» і залишити за замовчуванням; те ж для систем висот.

Зайти в меню «*Установки/Настройки*». З'явиться вікно із такими закладками: користувач (відомство, організація); одиниці вимірювання (кутові, лінійні, температура, тиск); точність (кути, відстані, абсолютні відмітки, координати, перевищення, висоти наведення та інструменту); загальні та вид точок.

При зрівноваженнізасічок для їх опису потрібно використовувати лише дві закладки: *Пункти ПВО* та *Вимірювання*.

Порядок роботи при зрівноваженні оберненої засічки

1. Відкрити Credo_Dat та створити новий проект «*Файл/Создать/Проект*» (Ctrl+N).
2. В закладці *Пункти ПВО* ввести назви та координати вихідних пунктів (перехід між клітинками –*Enter*) і задати їх тип – «*Исходный*».
3. Перейти на закладку *Вимірювання*, де у верхній таблиці вказати назву точки, координати якої визначаються. У нижній таблиці вказати назви точок візування та відліки з ГК або приведені

напрямки з польового журналу. Початковий напрям можна вводити лише один раз (без замикання горизонту). В графі «*Класс (XY)*» вказати клас (розряд) вимірів.

4. Виконати попереднє опрацювання – «*Расчеты/Предобработка/Расчет*» (Ctrl+1) або натиснути на панелі інструментів . З'явиться повідомлення про те, чи зберегти даний проект. Потрібно зберегти проект назвавши його латинськими літерами бажано без пробілів та апострофів (розширення файлу проекту **.gds*).
5. Виконати L_1-аналіз – «Расчеты/Анализ/ L_1-анализ» або натиснути на панелі інструментів . Послідовно буде видано два повідомлення про відсутність чи наявність грубих помилок вимірів (спочатку планових, потім – висотних). При наявності грубих помилок планових вимірювань необхідно ще раз ретельно перевірити номера точок візування, послідовність візування та відліки з ГК (приведені напрямки).
6. Провести зрівноваження – «Расчеты/Уравнивание/Расчет» (Ctrl+2) або натиснути на панелі інструментів . В графічному вікні має з'явитися схема, де зображуються: вихідні пункти (точка в трикутнику), пункт(и), що визначаються (точка в колі), номера точок та еліпси помилок, які характеризують точність планового положення пунктів, що визначаються і є аналогом СКП планового положення точки. Положення еліпсів помилок задається такими параметрами: велика піввісь, мала піввісь, дирекційний кут великої півосі.

Для зручного відображення підписів та самих точок у графічному вікні можна підібрати *масштаб знімання* в меню «*Данные/Свойства проекта*»в закладці «*Карточка проекта*».

Порядок роботи при зрівноваженні прямої засічки

1. Виконати п. 1 та 2, які є такими, як і для оберненої засічки;
2. Перейти на закладку *Вимірювання*, де у верхній таблиці вказати назви вихідних точок (станцій), де встановлювались прилади. У нижній таблиці послідовно для кожної із станцій вказати назви точок візування та відліки з ГК або приведені напрямки з польового журналу. Початковий напрям можна вводити лише один раз (без замикання горизонту). В графі «*Класс (XY)*» вказати клас (розряд) вимірів.

3. Виконати п. 4, 5, 6 для оберненої засічки.

До захисту роботи потрібно роздрукувати і представити такі відомості (меню «Ведомости») для кожної засічки окремо:

- Відомість координат;
- Відомість оцінки точності положення пунктів.

Запитання для самоконтролю.

1. Які закладки в Credo_Dat використовуються для введення даних?
2. Що потрібно вибрати в графі «Тип XY» при введенні вихідних координат?
3. В якій таблиці (верхній чи нижній) в закладці *Вимірювання* вводиться клас (розряд) точності?
4. Якими параметрами задається еліпс помилок планових вимірювань?
5. В якій послідовності виконується зрівноваження після введення даних?
6. Як змінити точність відображення величин, наприклад, кутових?
7. Чим відрізняється порядок введення даних для прямої засічки в порівнянні з оберненою?

Рекомендована література

1. Інструкція з топографічного знімання у масштабах 1:5000, 1:2000, 1:1000 та 1:500 (ГКНТА-2.04-02-98). – К., 1999.
2. Островський А.Л. та ін. Геодезія, частина II. Підручник, Львів, 2007. – 508 с.
3. Поклад Г.Г. Геодезия: учебное пособие для вузов / Г.Г. Поклад, С.П. Гриднев. – М.: Академический Проект, 2007. – 592 с.
4. Селиханович В.Г., Козлов В.П.,Логинова Г.П. Практикум по геодезии. Учебное пособие, 2-е издание стереотипное. М.,ООО ИД "Альянс",2006 г. – 382 с.
5. Селиханович В.Г. Задачник по геодезии. Часть II. Изд. геодез. л-ры. – М., 1962. – 272 с.
6. CREDO_DAT 3.1. Практическое пособие. НПО «Кредо-Диалог». - Минск, 2006.

ДОДАТКИ

Додаток 1

Варіанти завдань для оберненої кутової засічки

1.1. Аудиторія 701

Стовпи	Віхи (тверді пункти)			
1	3а	4	5	2
2	3	4	5	2
3	3	3а	5	1
4	3	4	5	1
5	3	4	5	2
6	3а	4	5	1
7	3	4	5	1
8	3	4	5	1
9	3	4	5	1

Примітка: для ст.10-14 існують несприятливі умови за відстанями та конфігурацією засічки.

1.2. Аудиторія 702

Стовпи	Віхи (тверді пункти)			
1	1	2	4	5
2	8	2	4	5
3	7	1	4	5
4	6	1	4	5
5	6	2	4	5
6	6	8	2	4
7	6	8	2	4
8	6	8	2	4
12	5	6	8	2
13	5	6	8	1
14	5	6	7	2

Примітка: для ст.9-11 існують несприятливі умови за відстанями та конфігурацією засічки.

1.3. Аудиторія 707

Стовпи	Віхи (тверді пункти)			
1	3	4	5	7
2	3	5	6	7

3	1	4	6	7
4	1	3	5	7
5	1	3	6	7
6	1	3	5	7
7	1	4	6	7
8	1	4	5	7
9	1	4	6	7
10	1	4	5	7
11	1	4	6	7

Примітка: для ст.12-14 існують несприятливі умови за відстанями та конфігурацією засічки.

1.4. Аудиторія 708

Стовпи	Віхи (тверді пункти)			
1	3	4	5	1
2	5	2	1	3
3	3	4	6	1
4	4	5	6	1
5	4	5	2	1
6	8	5	2	1
7	8	5	6	1
8	3	8	4	6
9	3	8	4	5
10	7	4	5	6
11	7	8	4	5
12	1	3	8	5
13	1	3	4	5
14	1	7	4	5

1.5. Аудиторія 710

Стовпи	Віхи (тверді пункти)			
1	6	1	2	4
2	6	1а	2	4
3	1а	2	3	4
4	5	1	3	4
5	5	1а	2	3
6	5	6	1	3
7	5	1а	2	3
8	5	6	1	2

9	5	6	1	2
10	5	6	1a	2
11	5	6	1	2
12	4	5	6	1
13	4	5	6	1

Додаток 2

Варіанти завдань для подвійної задачі Ганзена

2.1. Аудиторія 701

Стовпи			Віхи (тверді пункти)	
1	3	5	3а	5
6	8	11	3	5
4	**10**	**7**	**3а**	**5**
2	12	7	3	5

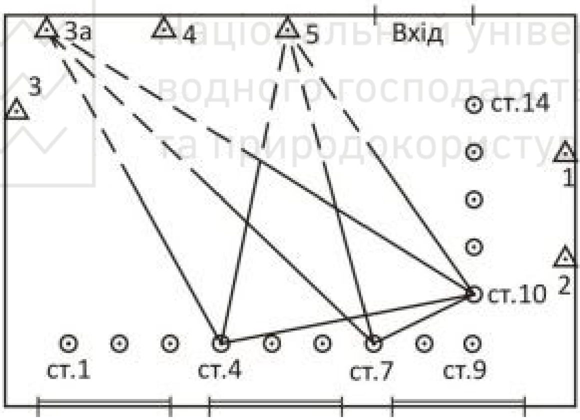

Рис. Д1 Приклад схеми до подвійної задачі Ганзена (ауд. 701)

2.2. Аудиторія 702

Стовпи			Віхи (тверді пункти)	
1	3	5	1	4
4	6	8	1	4
9	11	13	6	2
4	14	7	7	2

2.3. Аудиторія 707

Стовпи			Віхи (тверді пункти)	
1	3	5	3	5
6	8	10	5	7
2	11	7	4	6
10	12	14	1	3
4	13	9	4	6

2.4. Аудиторія 708

Стовпи			Віхи (тверді пункти)	
13	1	14	4	5
2	12	3	4	5
10	4	11	4	5
8	5	9	4	5
6	10	7	4	5

2.5. Аудиторія 710

Стовпи			Віхи (тверді пункти)	
1	3	5	1а	2
8	6	10	1	2
9	11	13	5	6
4	12	7	6	1

Додаток 3

Варіанти завдань для знесення координат на землю

3.1. Аудиторія 701

Стовпи			Віхи (тверді пункти)	
10	1	14	3	5
11	2	13	3	5
9	3	12	3а	5
12	4	13	3а	5

Примітка: в цій та наступних таблицях додатку 3 середній стовп – пункт знесення; перша віха – вихідний пункт з якого зносяться (рис. Д2).

3.2. Аудиторія 702

Стовпи			Віхи (тверді пункти)	
9	1	12	1	4
10	2	11	1	4
4	14	6	6	2
5	**13**	**7**	**2**	**5**

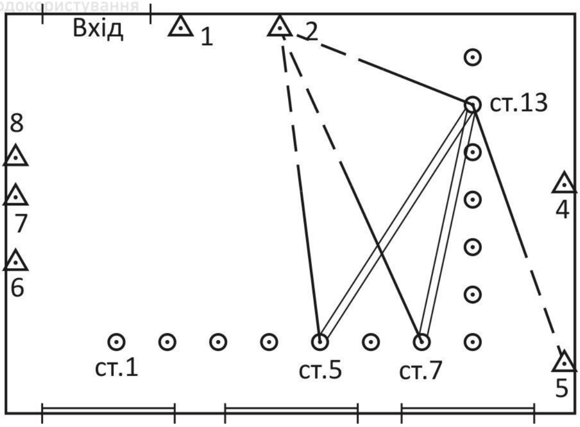

Рис. Д2 Приклад схеми знесення координат в ауд. 702

3.3. Аудиторія 707

Стовпи			Віхи (тверді пункти)	
8	14	3	5	1
2	13	4	5	1
5	12	7	5	1
1	11	6	5	1

3.4. Аудиторія 708

Стовпи			Віхи (тверді пункти)	
13	1	14	4	5
2	12	3	3	4
9	4	10	6	4
10	5	11	8	6

3.5. Аудиторія 710

Стовпи			Віхи (тверді пункти)	
7	13	8	1	4
5	12	6	1	5
3	11	4	1	3
1	10	2	1	3

Додаток 4

Варіанти завдань для прямої кутової засічки

4.1. Аудиторія 701

Стовпи (тверді пункти)			Віха
7	14	8	3
5	13	6	3а
3	12	4	4
1	11	2	4

Примітка: в таблицях додатку 4 середній стовп повинен мати видимість на два крайніх (див. рис Д3).

4.2. Аудиторія 702

Стовпи (тверді пункти)			Віха
6	14	7	8
4	13	5	1
2	12	3	1
1	11	2	1

4.3. Аудиторія 707

Стовпи (тверді пункти)			Віха
8	14	9	5
6	13	7	5
4	12	5	6
2	**11**	**3**	**7**

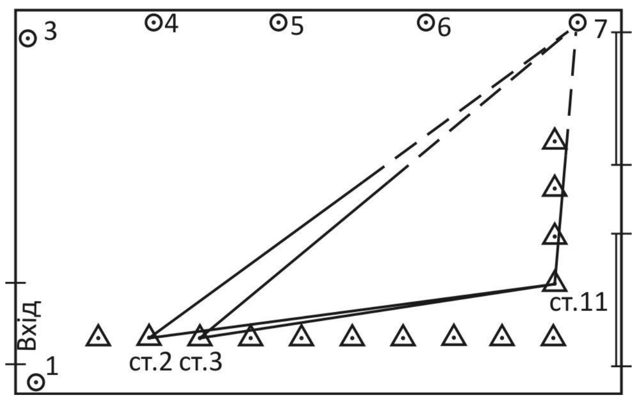

Рис. Д3 Приклад схеми прямої кутової засічки в ауд. 707

4.4. Аудиторія 708

Стовпи (тверді пункти)			Віха
13	1	14	4
2	10	3	5
11	5	12	8
8	4	9	6
6	14	7	8

4.5. Аудиторія 710

Стовпи (тверді пункти)			Віха
7	13	8	1
5	12	6	6
3	11	4	1а
1	10	2	2