

УДК 514. 18

Літницький С. І., асистент (Національний університет водного господарства та природокористування, м. Рівне)

НАБЛИЖЕНЕ ВИЗНАЧЕННЯ ТВІРНОЇ ДИСКРЕТНО ПРЕДСТАВЛЕНОЇ ПОВЕРХНІ ОБЕРТАННЯ

Розроблено алгоритм наближеного визначення плоскої твірної дискретно представленої поверхні обертання. Точки твірної впорядковувалися за відстанями між цими точками і зв'язками сіткових ліній у відповідних їм точках. Наведений приклад роботи розробленого алгоритму.

Ключові слова: дискретно представлена поверхня обертання, твірна.

Нехай поверхня обертання представлена точковим каркасом в межах деякого відсіку і координати осі обертання цієї поверхні є відомими. Обертаючи точки відсіка навколо осі, ми зможемо отримати координати точок поверхні за межами заданого відсіка. Проте інформація про поверхню буде відома лише в межах кіл, які опишуть точки відсіка навколо осі обертання. Якщо ж вдалося б певним чином отримати дискретно представлену твірну поверхні, то це дозволило б відтворити поверхню обертання більш детально. Для цього можна використати методи дискретної інтерполяції [2] і загустити точковий ряд до необхідної точності. Також для дискретно представленої твірної можна виконати згладжувальну сплайн-інтерполяцію. В такому випадку ми зможемо отримати апроксимуюче рівняння континуально заданої твірної.

Розроблений алгоритм наближеного визначення осі обертання дискретно представленої поверхні був описаний у статті [1]. Якщо провести будь-яку площину через цю вісь і обертати навколо неї точки відсіку, суміщаючи їх з площиною, то в результаті отримаємо певну кількість точок. Ці точки будуть належати плоскій твірній поверхні обертання. Проте у роботі [1] не пояснюється як саме ці точки впорядковувати.

В роботі поставлено мету – розробити алгоритм наближеного визначення твірної дискретно представленої поверхні обертання.

Визначаємо апроксимуючу дискретно представлену плоску твірну поверхні обертання. Впорядковувати точки твірної будемо, враховуючи відстані між цими точками і зв'язки сіткових ліній у відповідних їм точках заданої дискретно представленої поверхні.

Алгоритм наближеного визначення дискретно представленої плоскої твірної поверхні обертання складається з таких дій.

1. Через наближену вісь обертання проводимо довільну площину. Повертаємо кожну точку дискретно представленої поверхні навколо нерухомої наближеної осі обертання, суміщаючи точку з побудованою площиною.

2. Впорядковуємо точки апроксимуючої твірної поверхні обертання, отримані у пункті 1, і відповідні їм точки заданої дискретно представленої поверхні. Процес впорядкування точок дискретно представленої поверхні буде показаний на прикладі відсіку з трикутними комірками на прямокутному плані. Він для більшої наочності зображений у вигляді плоскої дискретно представленої поверхні з пронумерованими вершинами (рис. 1).

2.1. Визначаємо найбільш віддалену від інших точку твірної. Для цього для кожної точки обчислюємо суму відстаней між цією точкою і усіма іншими точками. На рис. 1 точка заданого відсіку поверхні, що відповідає найбільш віддаленій від інших точці твірної, має номер 3 (на рис. 2 позначена квадратом). Призначаємо цій точці перше місце (рис. 2) у впорядкованому ряді точок апроксимуючої дискретно представленої твірної.

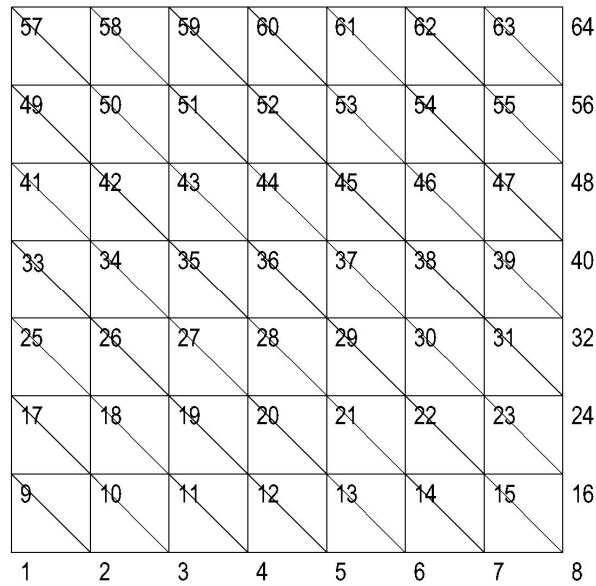


Рис. 1. Відсік дискретно представленої поверхні з пронумерованими вершинами

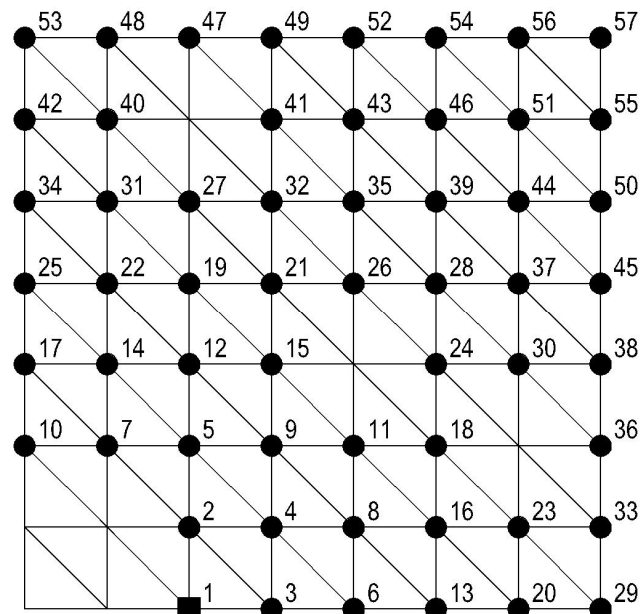


Рис. 2. До визначення плоскої дискретно представленої твірної з пропущеними точками

2.2. Кривина вздовж твірної поверхні обертання змінюється плавно, тому відстань між сусідніми точками, якщо вони не осцилюють, буде невеликою. Використовуючи цю властивість, впорядковуємо усі інші точки апроксимуючої твірної і відповідні для них точки дискретно представленої поверхні: точки твірної впорядковуються за відстанню між крайньою впорядкованою точкою і точками, які відповідають вершинам дискретно представленої поверхні, що мають сітковий зв'язок з уже впорядкованими вершинами дискретно представленої поверхні. Кожну впорядковану точку дискретно представленої поверхні позначаємо кружечком і призначаємо їй порядковий номер (рис. 2). Якщо під час цих дій умовно ділити вершини відсіку на впорядковані і не впорядковані, то окремі вершини або групи вершин можуть бути пропущені. Ці вершини не мають жодної сіткової лінії, яка була б інцидентна частині відсіку з не впорядкованими точками. Якщо таке трапляється, то у даному підпункті алгоритму точки твірної, що відповідають цим вершинам, більше не використовуються. На рис. 1 ці точки мають номери 1, 2, 9, 10, 23, 29, 51. Це найчастіше трапляється у випадках, коли вершини відсіку не належать якійсь певній

поверхні обертання. Також точки можуть бути пропущені, коли найбільш віддалена від інших точка твірної, визначена у підпункті 2.1, не є крайньою. На рис. 1 такі точки мають номери 1, 2, 9, 10. Отже, після виконання підпункту 2.2 точки розмістилися в такому порядку: 3, 11, 4, 12, 19, 5, 18, 13, 20, 17, 21, 27, 6, 26, 28, 14, 25, 22, 35, 7, 36, 34, 15, 30, 33, 37, 43, 38, 8, 31, 42, 44, 16, 41, 45, 24, 39, 32, 46, 50, 52, 49, 53, 47, 40, 54, 59, 58, 60, 48, 55, 61, 57, 62, 56, 63, 64.

2.3. Доповнюємо дискретно представлену плоску твірну, пропущеними точками. На рис. 1 цим точкам відповідають точки твірної, отримані для вершин 1, 2, 9, 10, 23, 29, 51 (на рис. 3 позначені квадратами).

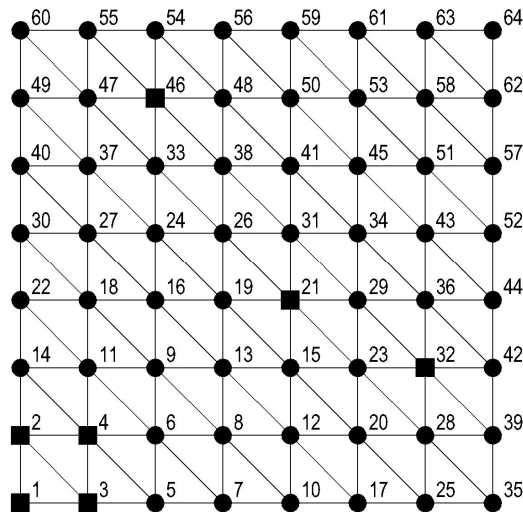


Рис. 3. До визначення плоскої дискретно представленної твірної

2.3.1. Даний підпункт виконується тоді, коли перша впорядкована точка дискретно представленної поверхні (на рис. 1 має номер 3, а на рис. 2 позначена квадратом) має сітковий зв'язок з пропущеними точками. В іншому випадку переходимо одразу до підпункту 2.3.2.

Впорядковуємо пропущені вершини, що мають сітковий зв'язок з вершиною дискретно представленної поверхні, яка є найбільш віддаленою від інших точок твірної. На рис. 1 такі точки мають номери 1, 2, 9, 10. Розглядаємо трикутні сіткові комірки, до яких входять вершини з даними номерами. Фрагмент відсіку, який містить дані точки, показано на рис. 4. Впорядковуємо точки, які відповідають пропущеним вершинам виділеної частини дискретно представленної поверхні (на рис. 2 позначені квадратами). Процес впорядкування є аналогічним описаному у підпункті 2.2. При цьому першою за порядком вважаємо точку, що є найпершою для твірної, отриманої у підпункті 2.2. Після виконання підпункту 2.3.1 точки розмістилися в такому порядку: 3, 10, 2, 9, 1.

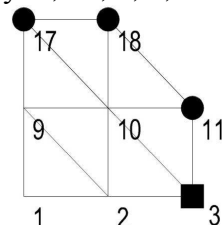


Рис. 4. До впорядкування пропущених точок дискретно представленної поверхні

Після виконання цих дій доповнюємо впорядковані точки, отримані у підпункті 2.2, впорядкованими точками, отриманими у підпункті 2.3.1. Додаємо по черзі відповідні підпункту 2.3.1 точки (починаючи з другої точки) на початок списку точок, підпункту 2.2. Після цих дій точки розмістилися в такому порядку: 1, 9, 2, 10, 3, 11, 4, 12, 19, 5, 18, 13, 20, 17, 21, 27, 6, 26, 28, 14, 25, 22, 35, 7, 36, 34, 15, 30, 33, 37, 43, 38, 8, 31, 42, 44, 16, 41, 45, 24, 39, 32, 46, 50, 52, 49, 53, 47, 40, 54, 59, 58, 60, 48, 55, 61, 57, 62, 56, 63, 64.

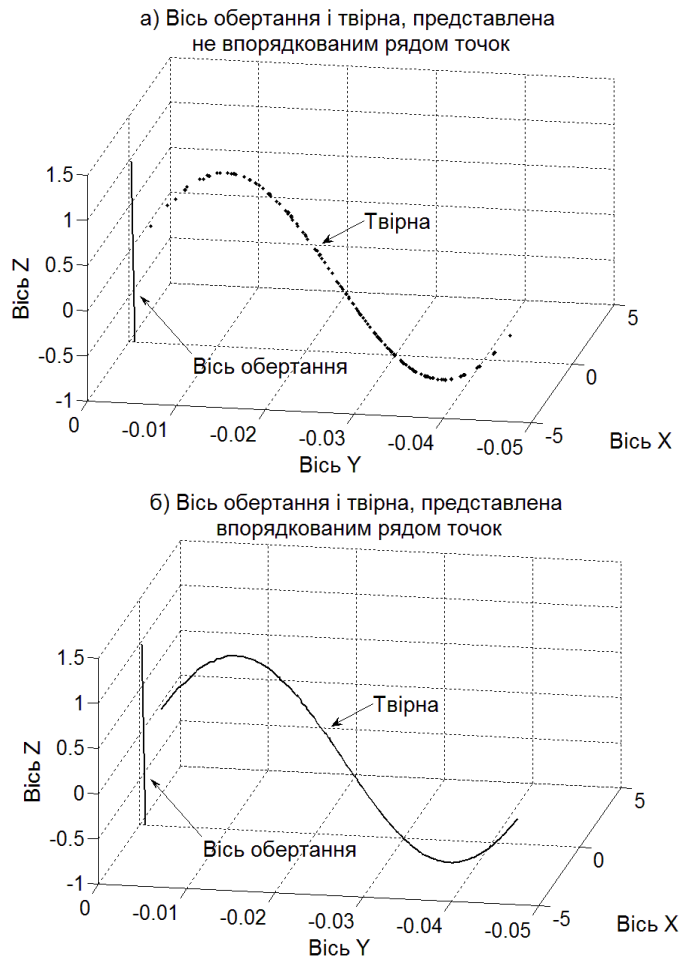


Рис. 5. Результати роботи розробленого алгоритму

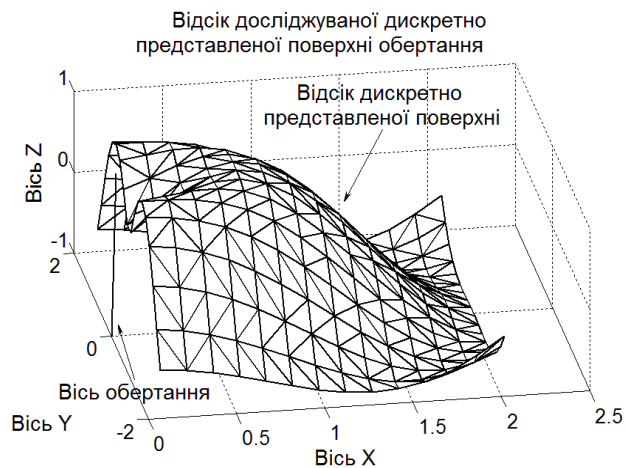


Рис. 6. Відсік досліджуваної дискретно представленої поверхні

2.3.2. Впорядковуємо решту пропущених у підпункті 2.2 точок. На рис. 1 ці точки мають номери 23, 29 і 51, а на рис. 3 – позначені квадратами. Серед точок, пропущених у підпункті 2.2, визначаємо точку з найбільшою кількістю інцидентних їй не пропущених точок відсіку дискретно представленої поверхні. Серед точок твірної визначаємо пари суміжних точок, у яких фігурують точки, що відповідають точкам околу вибраної вершини дискретно представленої поверхні. Для кожної вибраної пари точок обчислюємо суму відстаней між кожною з двох точок і точкою, що відповідає досліджуваній вершині. Визначаємо мінімальну суму відстаней. Розміщуємо досліджувану точку між точками, що

відповідають цій найменшій сумі. Ця операція виконується по черзі для кожної з пропущених точок. На рис. 3 показано приклад відсіку дискретно представленої поверхні з номерами точок, що відповідають порядку розміщення точок дискретно представленої плоскої твірної. Отже, після виконання підпункту 2.3, точки розмістилися в такому порядку: 1, 9, 2, 10, 3, 11, 4, 12, 19, 5, 18, 13, 20, 17, 21, 27, 6, 26, 28, 14, 29, 25, 22, 35, 7, 36, 34, 15, 30, 33, 37, 23, 43, 38, 8, 31, 42, 44, 16, 41, 45, 24, 39, 32, 46, 51, 50, 52, 49, 53, 47, 40, 54, 59, 58, 60, 48, 55, 61, 57, 62, 56, 63, 64.

Ефективність і працездатність розробленого алгоритму була перевірена на десяти відсіках різних поверхонь обертання. При цьому поверхні задавалися континуально, після чого на них розбивалась сітка з трикутними комірками, тобто формувалась дискретно представлена поверхня. На рис. 5, а-б продемонстровані результати роботи алгоритму на прикладі відсіку поверхні обертання, описаної рівнянням $z = \sin(0,7 \cdot \pi \cdot \sqrt{x^2 + y^2})$ (рис. 6).

В статті розроблено алгоритм наближеного визначення апроксимуючої плоскої твірної дискретно представленої поверхні обертання. Надалі твірну можна загустити методами дискретної інтерполяції. Також для твірної можна виконати згладжувальну сплайн-інтерполяцію і отримати рівняння апроксимуючої континуально заданої поверхні. В подальшому планується розробити алгоритми наближеного визначення визначників інших дискретно представлених поверхонь.

1. Літницький С. І. Наближене визначення осі обертання і твірної дискретно представленої поверхні обертання [Текст] / С. І. Літницький, Є. В. Пугачов // Прикладна геометрія та інженерна графіка. Праці / Таврійський державний агротехнологічний університет. – Вип. 4, т. 56. – Мелітополь : ТДАТУ, 2013. – С. 118–125.

2. Найдиш В. М. Основи прикладної дискретної геометрії / В. М. Верещага, А. М. Найдиш, В. М. Малкіна. – Мелітополь : Люкс, 2007. – 193 с.

Рецензент: д.т.н., професор Хлапук М. М. (НУВГП)

Litnitskyi S. I., Assistant (National University of Water Management and Nature Resources Use, Rivne)

GENERATRIX OF DISCRETELY PRESENTED ROTATION SURFACE APPROXIMATE DEFINITION

The algorithm of generatrix of discretely presented rotation surface approximate definition is made. Generatrix points are ordered for length between these points and grid lines connections of these points. Example of algorithm work is shown.

Keywords: discretely presented rotation surface, generatrix.

Литницький С. І., ассистент (Национальный университет водного хозяйства и природопользования, г. Ровно)

ПРИБЛИЖЕННОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОБРАЗУЮЩЕЙ ДИСКРЕТНО ПРЕДСТАВЛЕННОЙ ПОВЕРХНОСТИ ВРАЩЕНИЯ

Разработан алгоритм приближенного определения плоской образующей дискретно представленной поверхности вращения. Точки образующей упорядочивались по расстояниям между этими точками и связями сетевых линий в соответствующих им точках. Приведен пример работы разработанного алгоритма.

Ключевые слова: дискретно представленная поверхность вращения, образующая.