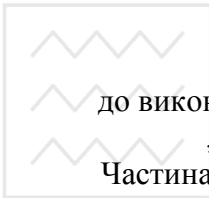




Національний університет
водного господарства та природокористування

Міністерство освіти і науки України
Національний університет водного господарства та
природокористування
Кафедра геодезії та картографії

05-04-66



Методичні вказівки

до виконання практичних робіт з дисципліни

„Основи системного аналізу”

Частина 1. Основи опису систем та їх аналіз,
студентами спеціальності 193 «Геодезія та землеустрій»
денної форми навчання

Рекомендовано науково-
методичною комісією
зі спеціальності
193 «Геодезія та землеустрій»
Протокол № від 24.01.17

Рівне 2017



Методичні вказівки до виконання практичних робіт з дисципліни „Основи системного аналізу” Частина 1. Основи опису систем та їх аналіз, студентами спеціальності 193 «Геодезія та землеустрій» денної та заочної форм навчання / А.М. Кундрат – Рівне: НУВГП, 2017. – 29 с.

Упорядник: Кундрат Андрій Миколайович, кандидат фізико-математичних наук, доцент.

Відповідальний за видання:

Янчук Р.М., кандидат технічних наук, доцент, завідувач кафедри геодезії та картографії.

Зміст

Передмова.....	3
Тема № 1. Опис систем у вигляді блок-схем	4
1.1. Складання блок-схеми побудови топографічного плану місцевості.....	8
1.2. Складання блок-схеми системи управління територією населеного пункту.....	9
1.3. Складання блок-схеми функціонування геодинамічного полігону (ГДП) та геодезичного моніторингу на ГДП.....	10
1.4. Складання блок-схеми проведення сучасного землеустрою.....	11
Тема № 2. Теоретико-множинний опис систем	11
Тема № 3. Графічний опис систем	13
Тема № 4. Складання логічного опису системи	16
4.1. Аксиоми, теореми та функції алгебри логіки.....	16
4.2. Опис системи та зв'язок між її елементами	20
Тема № 5. Складання лінгвістичного опису системи	23
Література.....	29



Передмова

Сучасний світ постає перед нами складною системою, з поглибленням знань про який приходить розуміння взаємопов'язаності об'єктів та процесів у ньому. Інструментом, який дає можливість аналізувати взаємозв'язки та й самі їх елементи, є методологія системного аналізу, сфера дії якого в теперішній час досить різноманітна і постійно розширюється: від постановки наукових досліджень і теоретичних узагальнень до проектування технічних об'єктів і керування суспільними інститутами. Системний підхід – це, насамперед, організація мислення, яка полягає в умінні сприймати навколишній світ і його проблеми не через вузький вибірковий фільтр вигоди й устремлінь, а через багатогранну призму всебічної оцінки наслідків прийнятих рішень для усіх, кого вони стосуються, що дає змогу бачити проблему в цілому та у всій її складності й повноті.

Як наслідок, розвиток навичок системного мислення набуває особливої значимості, будучи необхідною умовою успішної роботи за обраною спеціальністю. Згадуючи про важливість системного аналізу для підготовки спеціалістів, треба мати на увазі наступні аспекти.

Системний аналіз, як навчальна дисципліна, є основою для спеціальних курсів, що стосуються вивченню систем різної природи: вимірювальних, промислових, транспортних, економічних, соціальних і т.п. Системний аналіз як науковий напрям ґрунтується на системному підході, а також на ряді математичних дисциплін та сучасних методах управління. Нарешті, системний аналіз, системний підхід – це ще й життєва філософія, володіння якою дає можливість успішно вирішувати проблеми повсякденного життя, знаходити нестандартні рішення, дотримуючись “золотої середини” й уникаючи надмірності.

Розвиток системного мислення – процес важкий, що потребує інтелектуальних зусиль, тому не можна обмежуватися



тільки готовими схемами, а їй потрібно мати глибину мислення, інтуїцію та здоровий глузд. Однак, деякі навички, як і у будь-якій галузі знань, здобуваються практикою і досвідом. Для студентів, які вперше знайомляться із викладеними питаннями, вказівки служитимуть розширенню кругозору, стануть вступом у велике коло нових завдань і методів їхнього вирішення. Для фахівців вони виконують функцію довідкового посібника.

Дисципліна «Основи системного аналізу» є методологічною основою інформаційних технологій і охоплює широке коло знань та навичок, починаючи від опису вже існуючих систем, їх декомпозицію та агрегування до створення, аналізу, верифікації та "втління в життя" нових. Враховуючи значні обсяги відомостей, дана частина вказівок присвячена широко вживаним описам систем.

Тема № 1. Опис систем у вигляді блок-схем

Перш ніж приступати до складання блок-схеми алгоритму поведінки, потрібно дати визначення поняттю «система», розглянути умови існування системи та розділити досліджуваний процес на етапи. Потім ці етапи можна вже поділити на більш дрібні складові, а ці складові – на ще дрібніші і т.д. Іншими словами, при складанні блок-схем алгоритмів слід дотримуватись деревоподібної структури (семантичної сітки).

Блок-схема (англ. *block scheme, flow chart, block diagram, flow diagram*) – фізичне представлення аналізу або розв'язування задачі за допомогою спеціальних символів (геометричних образів), які позначають такі елементи як операції, потік, дані тощо та зв'язки між ними.

Блок вхідних та вихідних даних прийнято позначати паралелограмом, блок обчислень (обробки) даних – прямокутником, блок прийняття рішень – ромбом, еліпсом – початок та кінець алгоритму.






Функціональна схема, або блок-схема складається з функціональних блоків, які є конструктивно відособленими частинами (елементи або пристрої) автоматичних систем і які передбачають виконання певних функцій (табл. 1.1). Функціональні блоки на схемі позначають прямокутниками, всередині яких надписують їх найменування відповідно до функцій, що виконуються. Зв'язки між функціональними блоками (внутрішні впливи) позначаються лініями зі стрілками, які вказують напрями впливів.



Схеми можуть виконуватися в укрупненому і розгорненому вигляді. У першому випадку на схемі зображають найбільш важливі блоки системи і зв'язки між ними.

Таблиця 1.1

Найменування	Фігура	Функція
Початок (завершення)		Елемент відображає вхід в систему із зовнішнього середовища або вихід з неї (найбільш часто застосування – початок і кінець алгоритму). Всередині записується відповідна дія.
Процес		Виконання однієї або кількох операцій, обробка даних будь-якого виду (зміна значення даних, форми подання, розташування). Всередині записують безпосередньо самі операції.
Рішення		Показує розв'язання або функцію перемикального типу з одним входом і двома або більше альтернативними виходами, з яких лише один може бути обраний після обчислення умов, визначених всередині цього елемента. Вхід в елемент позначається лінією, що входить зазвичай у верхню верши-



		<p>ну елементу. Якщо виходів два чи три, то зазвичай кожен вихід позначається лінією, яка виходить з решти вершин (бічних і нижній). Якщо виходів більше трьох, то їх слід показувати однією лінією, що виходить з вершини (частіше нижній) елемента, яка потім розгалужується. Відповідні результати обчислень можуть записуватися поруч з лініями, що відображають ці шляхи.</p>
Зумовлений процес		<p>Відображає виконання процесу, що складається з однієї або кількох операцій визначених в іншому місці програми (підпрограми, модулі). Всередині записується назва процесу і передачі в нього дані.</p>
Дані		<p>Перетворення даних у форму, придатну для обробки (введення) або відображення результатів обробки (висновок). Символ не визначає носія даних (для вказівки типу носія даних використовуються специфічні символи).</p>
Межі циклу		<p>Символ складається з двох частин, відповідно, початок і кінець циклу операції, що виконуються всередині циклу та розміщується між ними. Умови циклу і збільшення записуються всередині символу початку або кінця циклу, в залежності від типу організованого циклу. Часто замість цього символу використовують символ розв'язання, вказуючи в ньому умову, а одну з ліній виходу замикають вище в блок-схемі (перед операціями цик-</p>

З'єднувач		лу). Символ відображає вихід в частину схеми і вхід з іншої частини цієї схеми. Використовується для обриву лінії та продовження її в іншому місці (наприклад, поділ блок-схеми, що не поміщається на листі). Відповідні сполучні символи повинні мати одне (при тому унікальне) позначення.
Коментар		Використовується для більш детальної інформації про кроки процесу або групи процесів. Опис поміщається з боку квадратної дужки і охоплюється по всій її висоті. Пунктирна лінія йде до описуваного елемента або групи елементів (при цьому група виділяється замкнутою пунктирною лінією). Символ коментаря також слід використовувати у випадках, коли обсяг тексту в будь-якому іншому символі (наприклад, символ процесу, символ даних та ін.) перевищує його обсяг.

Завдання. Розвиваючи творчий підхід та системне мислення пропонуємо побудувати блок-схеми для процесів і явищ, які вивчалися студентами на попередніх курсах напряму "Геодезія, картографія та землеустрій". Після виконання запропонованих блок-схем студенти отримують від викладача віршець виконання відповідної роботи, порівнюють його із власною роботою, виявляють та виправляють помилки та недоліки.

Практичні роботи підлягають захисту, який має проводитися згідно із взірцями. Якщо студент виявить кращі знання ніж ті, що подано у зразках хоча б в одному з питань, то така робота зараховується без захисту.



Питання, що виносяться на захист.

1. Що розуміють під поняттям "система"?
2. Дайте визначення поняттю "блок-схема".
3. Які геометричні фігури прийнято використовувати при побудові функціональних схем чи блок-схем?
4. Що вважається складовими блок-схеми?

1.1. Складання блок-схеми побудови топографічного плану місцевості

При зніманні великих територій, залежно від попередньо отриманого технічного завдання та масштабу знімання, складається проект виконання робіт. Перед складанням проекту робіт потрібно вивчити, проаналізувати та систематизувати всі вихідні дані, які стосуються даної території. При розробці блок-схеми слід вказати які саме дані вивчаються.

Одним з етапів мають бути польові роботи. Тут слід якомога детальніше вказати, які роботи входять та глибше розписати ці етапи і підетапи, вміти пояснити суть і мету кожного з них.

Окремою складовою є роботи з камеральної обробки отриманих польових даних, де залишаються в силі всі рекомендації подані вище. Крім того, слід вказати на яких носіях можна створювати топоплани і якомога детальніше відобразити це в блок-схемі.

Завдання. Скласти блок-схему побудови топографічного плану місцевості, враховуючи подані рекомендації.

Питання, що виносяться на захист.

1. Які матеріали вивчаються та аналізуються перед виїздом в поле?
2. На які основні етапи можна поділити польові роботи?
3. Суть та мета рекогносцировки. Які роботи сюди входять?
4. Класифікація геодезичних знаків за тривалістю зберігання.



5. Способи визначення координат та висот пунктів геодезичного обґрунтування, їх класифікація.
6. Які є методи знімання місцевості?
7. Суть камеральних робіт. На яких носіях можна створювати топоплан?

1.2. Складання блок-схеми системи управління територією населеного пункту

Для ефективного управління об'єктом чи їх сукупністю необхідна достовірна у всіх відношеннях інформація. Отже, для ефективного управління ресурсами населеного пункту (міста, селища, села) потрібно створити муніципальну географічну інформаційну систему (МГІС). Найдоцільніше МГІС слід створити на базі місцевих центрів державного земельного кадастру (ДЗК), оскільки вони відображають автоматизоване ведення державного земельного кадастру (облік власників та користувачів землі, земельних ділянок та прав на них). Для створення МГІС потрібна не тільки інформація, яка міститься в центрах ДЗК, але і інформація про об'єкти нерухомості на земельних ділянках, інженерні комунікації, водний, містобудівний, міський кадастри, тощо.

Оскільки МГІС створюється для потреб населених пунктів, то координувати процес створення і функціонування МГІС повинні органи управління цих населених пунктів на чолі з головами відповідних рад.

Користувачами МГІС можуть бути як державні так і місцеві органи управління, а також місцеві служби, які водночас є постачальниками вхідної інформації.

Завдання. Скласти відповідну блок-схему, враховуючи, що в цілому ГІС складається з двох основних типів інформації.

Питання, що виносяться на захист.

1. Який орган повинен координувати процес створення та функціонування МГІС?

2. Хто може бути користувачем МГІС?
3. Хто може бути постачальником інформації для МГІС?
4. Які два види інформації слід об'єднати для створення ГІС?
5. Як розшифрувати зміст слів семантичний та атрибутивний?

1.3. Складання блок-схеми функціонування геодинамічного полігону (ГДП) та геодезичного моніторингу на ГДП

ГДП – це територія на якій проводяться комплексні дослідження, які об'єднують геофізичні, гідрологічні, інженерно-геологічні, геодезичні, екологічні та інші вимірювання. Сукупність таких вимірювань дає повну картину геодинамічних змін і послужить ефективному запобіганню аварії.

За **масштабами** ГДП бувають: глобальні, регіональні та локальні.

ГДП за **класифікацією** поділяють на:

- 1) власне геодинамічний полігон, який охоплює всю територію вимірювання, де отримують дані про стан земної поверхні та споруд;
- 2) техногенний, призначений для визначення руху споруд, будівель та інженерних комунікацій;
- 3) технологічний, призначений для визначення рухів технологічного обладнання об'єкту.

За точністю всі полігони будуються за принципом “від загального до часткового”.

Завдання. Скласти блок-схему та орієнтуватися на власне геодинамічні полігони, на яких отримується найповніша картина про стан всіх складових даної території.

Питання, що виносяться на захист.

1. Що таке ГДП?
2. Які вимірювання можуть проводитись при геодезичному моніторингу території? Які з них визначають планове, а які висотне положення марок?



3. Рухи яких об'єктів (за територіальними ознаками) визначаються при моніторингу?
4. Що відбувається після внесення інформації в банк даних?

1.4. Складання блок-схеми проведення сучасного землеустрою

Землеустрій – сукупність соціально-економічних та екологічних заходів, спрямованих на регулювання земельних відносин чи раціональної організації території адміністративно-територіальних утворень та суб'єктів господарювання, яке здійснюється під впливом суспільно-виробничих відносин і розвитку продуктивних сил.

Мета землеустрою – забезпечення раціонального використання та охорони земель, створення сприятливого екологічного середовища та поліпшення природних ландшафтів.

Оскільки часто буває важко точно та в повній мірі класифікувати заходи проведення землеустрою, наведемо їх перелік: технічні, організаційно-правові, соціально-економічні, естетичні, екологічні.

Завдання. Самостійно вказати перелік робіт, які входять до кожної з вищенаведених складових (мінімум по три види робіт на кожному) та побудувати відповідну блок-схему.

Питання, що виносяться на захист.

1. Перерахувати основні складові сучасного землеустрою.
2. Записати хоча б по три види робіт для кожної складової.
3. Що таке землеустрій?
4. Яка мета землеустрою?

Тема № 2. Теоретико-множинний опис систем

Більшість з розглядуваних нами систем можна описати декількома способами, вибір якого залежить від мети дослідження (прикладного чи теоретичного) та рівня складності



системи. Теоретико-множинний опис (ТМО) системи є найзагальнішим і використовується для дослідження загальнотеоретичних закономірностей побудови та функціонування абстрактних систем.

В основі ТМО системи лежить поняття множини, яка є сукупністю певних та можливо цілком різних об'єктів, із спільними властивостями. Окремі об'єкти, з яких складається множина, називають елементами.

Множину задають за допомогою перерахування, властивістю належності чи характеристичною функцією. Якщо в деякому розгляді приймають участь лише підмножини деякої множини ε , то ця множина називається універсальною.

Розглянемо як систему фермерське господарство. Розділимо систему на вхідні елементи $X(x_i)$, вихідні елементи $Y(y_j)$ та внутрішні елементи системи $A(a_k)$. Для полегшення та наочності роботи подамо перелік всіх цих елементів (табл. 2.1).

Таблиця 2.1
Поелементний опис системи

Вхідні елементи $X(x_i)$	Внутрішні елементи $A(a_k)$	Вихідні елементи $Y(y_j)$
x_1 – міндобрива; x_2 – паливно-мастильні матеріали; x_3 – насіння, саджанці; x_4 – с/г техніка; x_5 – закупка елітних порід тварин; x_6 – запчастини; x_7 – будматеріали; x_8 – спецодяг; x_9 – робочий інвентар (лопата, граблі, вила, сапа);	a_1 – польова сівозміна; a_2 – ґрунтозахисна сівозміна; a_3 – овочева сівозміна; a_4 – багаторічні насадження; a_5 – природні кормові угіддя; a_6 – ставки, річки; a_7 – ферма; a_8 – літній табір; a_9 – тракторна бригада;	y_1 – зернові (пшениця, ячмінь, кукурудза, жито, овес); y_2 – технічні (цукровий буряк, соняшник, картопля); y_3 – овочі; y_4 – фрукти; y_5 – кормові (багаторічні трави, кукурудза на зелений корм, сіно); y_6 – тваринна продукція (м'ясо, молоко, риба);

x_{10} – жом; x_{11} – електроенергія; x_{12} – наймана робоча сила; x_{13} – медичні засоби; x_{14} – засоби від шкідників;	a_{10} – склади, погребі; a_{11} – силосні ями; a_{12} – водонапірна башта; a_{13} – млин; a_{14} – пекарня;	y_7 – вторинна продукція (орг. добрива); y_8 – борошно; y_9 – хлібобулочні вироби.
--	--	--

Зв'язки між елементами будемо визначати з наступних типів: вхідні $(X_i; A_k) \in Q_1$, вихідні $(A_k; Y_j) \in Q_2$, зворотні $(Y_j; A_k) \in Q_3$ та внутрішні $(A_k; A_k) \in R$ зв'язки. Наприклад, $(X_1; A_1-A_5; A_{10}) \in Q_1$, що означає використання міндобрив на всі с/г угіддя та постачання на склади.

Завдання. Блок-схеми систем (Тема № 1) описати теоретико-множинним способом.

Питання, що виносяться на захист.

1. На які елементи слід поділити систему на початковому етапі розгляду?
2. Які типи зв'язків між елементами прийнято виділяти в системі?
3. Які два види елементів слід використати для того, щоб утворити вхідні (вихідні, зворотні, внутрішні) зв'язки?

Тема № 3. Графічний опис систем

Наглядним способом представлення структури системи та дослідження властивості її будови є графічний опис – один з найзручніших форм, який легко сприймається людиною. Його недоліки виявляються при побудові складних мереж чи намаганні врахувати особливості природних умов.

Як приклад, складемо графічний опис системи на основі теоретико-множинного. Для цього поставимо у відповідність кожному елементу системи $a_i \in A$ коло чи прямокутник на площині. Якщо елемент a_i впливає на елемент a_j ($a_i; a_j) \in R$, то



відповідні кола (квадрати) з'єднують стрілкою ($a_i; a_j$). Отриманий таким чином графічний опис системи (її внутрішньої структури) називається орієнтованим графом, кола (квадрати) – вершинами графа, стрілки – дугами графа. Шляхом в графі називають таку послідовність дуг, в якій кінець попередньої дуги співпадає з початком наступної. Контур – це шлях m , в якого початкова вершина співпадає з кінцевою.

Інформаційну модель предметної області можна представити семантичною мережею, яка має вигляд орієнтованого графа, вершини якого відповідають об'єктам предметної області, а ребра задають відношення між ними. Об'єктами можуть бути поняття, події, властивості чи процеси. Таким чином, семантична мережа є одним із способів представлення знань.

Що стосується опису фермерського господарства, то найдоцільніше на одному малюнку показати вхідні та вихідні зв'язки (відповідності Q_1 та Q_2), на інших малюнках – окремо зворотні Q_3 та внутрішні зв'язки R відповідно.

Завдання. Побудувати сітковий графік виконання робіт та паралельно графік сіткових ресурсів з побудови топографічного плану місцевості для майбутнього будівництва двох житлових мікрорайонів використовуючи графічний опис системи, теорію графів та семантичних мереж. Для першого мікрорайону – 70%, для другого – 30% запланованих робіт. Термін виконання $20 + n$ робочих днів (n – порядковий номер в журналі), при невиконанні остаточного контролю побудови топографічного плану тривалість робіт складатиме $20 + 2n$ робочих днів. Субота, неділя і державні святкові дні не враховуються. Дата початку і завершення побудови топографічного плану для будівництва обох мікрорайонів однакова. В роботі можуть приймати участь не більше $n + 10$ чоловік. Пік використання трудових ресурсів повинен припадати на середину терміну виконання робіт. Хід виконання робіт працівниками



не повинен перериватися. Дата початку робіт $n.k.2011$ р. (k – друга цифра номеру групи).

Перед виконанням графіків потрібно визначити не менше 12 робіт, які будуть включені в побудову топографічного плану.

Вихідні дані.

Таблиця 3.1.

Позначення	Назва	Значення
n	порядковий номер в журналі;	
$20 + n$	термін виконання запланованих робіт (днів);	
$20 + 2n$	термін виконання запланованих робіт при невиконанні остаточного контролю;	
$n + 10$	кількість працівників, які можуть брати участь в роботі;	
$n.k.2011$ р.	дата початку робіт;	
$n.k.2011$ р. + $20 + n$	дата закінчення робіт;	
$n.k.2011$ р. + $20 + 2n$	дата закінчення робіт при невиконанні остаточного контролю.	

Роботи, що можуть бути включені:

- a) підготовчі роботи;
- b) рекогносцирування (ознайомлення з місцевістю);
- c) обстеження існуючих точок геодезичної основи;
- d) визначення видимості;
- e) закладання нових точок геодезичної основи;
- f) визначення координат і висот точок геодезичної основи;
- g) польовий контроль;
- h) знімання місцевості;
- i) обрахунок журналів;
- j) побудова топографічного плану;
- k) остаточний контроль.



Питання, що виносяться на захист.

1. Які зв'язки називають зворотніми?
2. Що таке внутрішні зв'язки?
3. Що таке контур?
4. Яка відмінність між орієнтованим та неорієнтованим графом?

Тема № 4. Складання логічного опису системи

Логічний опис систем ефективно застосовується для аналізу та синтезу з використанням ЕОМ. Такий опис оснований на теорії булевої алгебри, яка в свою чергу базується на сукупності деяких припущень та аксіом, що визначаються для двох логічних значень 1 ("ІСТИНА") і 0 ("НЕПРАВДА"), операцій кон'юнкції (логічного множення), яка позначається ".", "&", "^", "and", "i" або у вигляді пропуску, диз'юнкції (логічного додавання), яка позначається "or", "v", "+", та заперечення (інверсії), що позначається горизонтальною рискою над змінною, чи виразом, наприклад, \bar{x} . Булевою змінною x_i називають змінну яка набуває одне з двох значень $\{0, 1\}$.

4.1. Аксіоми, теореми та функції алгебри логіки

Аксіоми булевої алгебри щодо диз'юнкції, кон'юнкції та заперечення:

1. Аксіоми кон'юнкції: $0 \wedge 0 = 0$; $1 \wedge 1 = 1$; $0 \wedge 1 = 1 \wedge 0 = 0$.

2. Аксіоми диз'юнкції: $0 \vee 0 = 0$; $1 \vee 1 = 1$; $0 \vee 1 = 1 \vee 0 = 1$.

3. Аксіоми заперечення: якщо $x = 0$, то $\bar{x} = 1$; якщо $x = 1$, то $\bar{x} = 0$.

Деякі теореми, що випливають із зазначених аксіом:

1. Комутативності: $x \wedge y = y \wedge x$, $x \vee y = y \vee x$.

2. Асоціативності: $(x \wedge y) \wedge z = x \wedge (y \wedge z)$,
 $(x \vee y) \vee z = x \vee (y \vee z)$.
3. Дистрибутивності: $(x \vee y) \wedge z = x \wedge z \vee y \wedge z$,
 $x \wedge y \vee z = (x \vee z) \wedge (y \vee z)$.
4. Поглинання: $x \wedge x = x$, $x \vee x = x$.
5. Властивості констант: $x \& 0 = 0$, $x \& 1 = x$.
6. Інвартивності (подвійного заперечення): $\overline{\overline{x}} = x$.
7. Доповнення: $x \cdot \overline{x} = 0$, $x \vee \overline{x} = 1$.
8. Закони подвійності: $\overline{x \cdot y} = \overline{x} \vee \overline{y}$, $\overline{x \vee y} = \overline{x} \cdot \overline{y}$.

Для доведення справедливості теорем булевої алгебри використовують спосіб підстановки відповідних значень аргументів функції в доказуване твердження. Відмінність від звичайної алгебри в невеликій кількості можливих значень.

При описі систем можуть застосовуватися не лише змінні, а й логічні функції, які можуть задаватися наступними способами.

Словесний – при цьому способі опис однозначно визначає всі випадки, при яких функція приймає значення 0 або 1. Наприклад: функція приймає значення 1, якщо хоча б один з аргументів приймає значення 1, інакше – 0.

Числовий – функція задається у вигляді десяткових (або восьмеричних, чи шістнадцятиричних) еквівалентів номерів тих наборів аргументів, на яких функція приймає значення 1. Умова, що функція $f(x_1, x_2, x_3) = 1$ на наборах 1, 3, 5, 6, 7 записується як $f(1, 3, 5, 6, 7) = 1$. Аналогічним способом булева функція може бути задана за нульовим значенням. При нумерації наборів змінним x_1, x_2, x_3 ставляться у відповідність ваги $2^2, 2^1, 2^0$, тобто 6-му набору відповідає двійковий еквівалент 110, а 1-му набору – 001.



Табличний – функція задається у вигляді таблиці істинності (відповідності), що містить 2^n рядків (по числу наборів аргументів), n стовпців по числу змінних й один стовпець значень функції. У такій таблиці кожному набору аргументів відповідає значення функції. При $n = 3$ число рядків $2^3 = 8$.

$X_1 X_2 X_3$	$f(X_1 X_2 X_3)$
0 0 0	0
0 0 1	1
0 1 0	0
0 1 1	1
1 0 0	0
1 0 1	1
1 1 0	1
1 1 1	1

Аналітичний – функція задається у вигляді алгебраїчного виразу, одержуваного шляхом застосування визначених логічних операцій до змінних алгебри логіки. Наприклад застосовуючи операції кон'юнкції й диз'юнкції можна задати функцію виразом $f(x_1, x_2, x_3) = x_1 \wedge x_2 \vee x_3$.

Координатний – при цьому способі задання таблиця істинності функції подається у вигляді координатної карти станів, яку часто називається *картою Карно*. Така карта містить 2^n клітин по числу наборів довільних значень n змінної функції. Змінні функції розбиваються на дві групи так, що одна група визначає координати стовпця, а друга – координати рядка. При такому способі побудови клітка визначається координатами, які відповідають двійковому набору. В середині клітки карти Карно ставиться значення функції на даному наборі. Змінні в рядках і стовпцях розташовуються так, щоб сусідні клітки карти Карно розрізнялися тільки в одному розряді змінних, тобто були сусідніми. Такий спосіб подання дуже зручний для наочності при мінімізації булевих функцій.

		$x_2 x_3$			
		00	01	11	10
x_1	0	0	1	1	0
	1	0	1	1	1

Діаграмний – є способом подання функціонування схеми, яка реалізує булеву функцію у часі. Зображується у вигляді системи графіків, у яких вісь X відповідає автоматному часу



(моментом часу), а вісь Y відповідає напрузі дискретних рівнів сигналів: "логічний 0" і "логічна 1".

Графічний – функція задається у вигляді n -мірного одиничного куба, вершинам якого відповідають набори значень аргументів і приписані значення функції на цих наборах. Куб названий одиничним, тому що кожне ребро з'єднує вершини, набори яких розрізняються лише по одній змінній, тобто є сусідніми. Такий спосіб завдання булевих функцій іноді називають геометричним, але найчастіше кубічним. Кубічне подання найбільш придатне для машинних методів аналізу булевих функцій, тому що дає можливість компактно представити булеві функції від великої кількості змінних.

Довільний набір змінних у кубічному поданні булевих функцій прийнято називати кубом або вектором. Змінні куба називають координатами. Кількість змінних у кубі визначає його мірність (3-мірний, ..., n -мірний). Кількість символів X у кубі визначає його ранг. Куб нульового рангу називають 0-куб, першого рангу 1-куб і т.д. 1-куб (ребро) покриває 2 набори, 2-куб (грань) покриває 4 набори й т.д. Набір кубів, що покривають всі набори функції, називається покриттям. Куби, на яких функція дорівнює 0, називають 0-покриттям, дорівнює 1 – 1-покриттям.

Завдання.

1. Опишіть різними способами задану таблично логічну функцію

x, y, z	f
0, 0, 0	0
0, 0, 1	0
0, 1, 0	0
0, 1, 1	0
1, 0, 0	1
1, 0, 1	1
1, 1, 0	1
1, 1, 1	1

Питання, що виносяться на захист.

1. На чому базується логічний опис системи?
2. Які способи подання логічних функцій Ви знаєте?
3. Наведіть приклад одного із способів подання булевої функції.



2. Доведіть чи спростуйте наступне твердження:

$$\bar{x}_1 \vee f(x_1, x_2, \dots, x_n) = \bar{x}_1 \cdot f(1, x_2, \dots, x_n).$$

3. Мінімізуйте (спростіть) наступні функції:

$$f(x_1, f_1) = x_1 \vee x_1 f_1,$$

$$f(x_1, f_2) = \bar{x}_1 \vee \bar{x}_1 f_2,$$

$$f(x_1, f_2) = \bar{x}_1 \cdot (x_1 \vee f_2),$$

$$f(x_1, f_1) = x_1 \cdot (x_1 \vee f_1),$$

$$f(x_1, f_2) = \bar{x}_1 \cdot (\bar{x}_1 \vee f_2),$$

$$f(x_1, f_2) = x_1 \cdot (\bar{x}_1 \vee f_2).$$

4. Розв'яжіть системи логічних рівнянь

$$\text{а) } \begin{cases} x \wedge y = 1 \\ x \vee y = 0 \end{cases} \quad \text{б) } \begin{cases} x \vee y = 1 \\ x \vee y = 0 \end{cases} \quad \text{в) } \begin{cases} x \wedge y = 1 \\ x \wedge y = 0 \end{cases}$$

5. Розглянемо побудову топографічного плану місцевості як деяку логічну систему з заданими параметрами (кліматичних умов, геологічних умов, роботи приладів, видимості між точками, методу зйомки, камеральних обрахунків тощо). Для прикладу вважатимемо, що система описується булевою функцією лише від трьох змінних $f(x_1, x_2, x_3)$. Нехай топографічний план побудований коректно, якщо функція на наборах x , y , z , набуває позитивного значення (тобто топографічний план будується), де y , z – відповідно кількість букв в імені та прізвищі, $x = |z - y|$. Необхідно записати різними способами задану логічну функцію. Мінімізувати аналітичний вираз та вяснити чи залежить побудова топографічного плану від заданих параметрів.

4.2. Опис системи та зв'язок між її елементами

Розглянемо деякий теоретико-множинний опис системи у вигляді відповідностей $Q_1 \subseteq X \times A$ та $Q_2 \subseteq A \times Y$, що описують зовнішні взаємодії та відношення $R \subseteq A \times A$, які характеризують внутрішню структуру. Для отримання логічного опи-



су потрібно подати відповідності Q_1, Q_2 та відношення R у вигляді булевих матриць, які складаються з одиниць при наявності зв'язку між елементами та нулів при їх відсутності.

Над відношеннями R можна проводити операції кон'юнкції, диз'юнкції та заперечення.

Нехай булеві матриці $(\alpha_{ij})_{n,m}$ та $(\beta_{jk})_{m,l}$ описують відповідності $Q_1 \subseteq A_1 \times A_2$ та $Q_2 \subseteq A_2 \times A_3$. Тоді операції обернення відповідає операція транспонування матриці $(\alpha_{ij})_{n,m}^T = (\alpha_{ji})_{m,n}$; композиції $Q_1 * Q_2$ ($*$ – декартовий добуток) відповідає операція логічного множення матриць

$$(\alpha_{ij} \cdot \beta_{jk})_{n,m},$$

де $\alpha_{ij} \cdot \beta_{jk} = \bigcup_{j=1}^m (\alpha_{ij} \cap \beta_{jk}) = \max_{j=1, m} \min \{ \alpha_{ij}, \beta_{jk} \}$ для всіх $i = \overline{1, n}$, $k = \overline{1, l}$.

Розглянемо приклад. Нехай внутрішня структура деякої системи задана відношенням $R = (a_1, a_2)$ та булевою матрицею

$$\begin{bmatrix} a_1 & a_2 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{matrix} a_1 \\ a_2, \end{matrix}$$

де одиниця означає однонаправлений зв'язок елемента a_1 з елементом a_2 .

Вплив зовнішнього середовища на систему заданий відповідністю $Q_1 \subseteq X \times A$ та булевою матрицею

$$\begin{bmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_4 & x_5 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{matrix} a_1 \\ a_2. \end{matrix}$$

Вплив системи на зовнішнє середовище задано відповідністю $Q_2 \subseteq A \times Y$ та булевою матрицею:

$$\begin{bmatrix} y_1 & y_2 & y_3 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{matrix} a_1 \\ a_2. \end{matrix}$$



Безпосередня взаємодія між множинами вхідних та вихідних елементів визначається композицією відповідностей $Q_1 * Q_2$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{matrix} y_1 & y_2 & y_3 \\ \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{matrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{matrix} \end{matrix}$$

Опосередкована (через внутрішню структуру системи) взаємодія між множинами вхідних та вихідних елементів визначається композицією $Q_1 * R * Q_2$:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} = \begin{matrix} y_1 & y_2 & y_3 \\ \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix} \begin{matrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \end{matrix} \end{matrix}$$

Таким чином, входи X безпосередньо впливають на вихід y_3 та опосередковано (через внутрішню структуру системи) на виходи y_1 та y_2 .

Завдання: На основі виконаного теоретико-множинного опису топографічного плану (Тема № 1.1) у вигляді відповідностей Q_1, Q_2, R , які описують внутрішню структуру системи, виконати логічний опис системи.

Знайти безпосередню взаємодію між множинами вхідних та вихідних елементів, яка визначається комбінацією відповідностей Q_1 і Q_2 , $(Q_1 \wedge Q_2)$.

Знайти опосередковану взаємодію (через внутрішню структуру системи) між множинами вхідних та вихідних елементів, яка визначається композицією $Q_1 \wedge R \wedge Q_2$.



Знайти взаємозв'язок внутрішніх елементів системи як умову транзитивності внутрішньої структури $R \wedge R = R$.

Питання, що виносяться на захист.

1. Що таке булеві матриці?
2. Як пояснюються нулі та одиниці в булевих матрицях?
3. Що розуміють під операціями кон'юнкції, диз'юнкції та заперечення?
4. Як здійснити композицію відповідностей Q_1 та Q_2 ?
5. Що таке транзитивність?
6. На чому базується алгебра логіки?

Тема № 5. Складання лінгвістичного опису системи

В основі лінгвістичного опису лежить введене математиком Л. Заде поняття нечіткої множини (НМ), яке утворюється шляхом узагальнення поняття належності, тобто розширенням двоелементної множини значень характеристичної функції $\{0, 1\}$ до множини $[0, 1]$. Це означає, що перехід від повної належності елемента a множині A ($\chi_A(a) = 1$) до повної його неналежності ($\chi_A(a) = 0$) відбувається поступово, причому належність елемента множині виражається числом в інтервалі $[0, 1]$. Нечіткою множиною A називається сукупність впорядкованих пар, складених з елементів a універсальної множини ε і відповідних степенів належності $\mu_A(a)$: $A = \{a, \mu_A(a)\}$.

Ступінь належності елемента $a \in \varepsilon$ значенням функції належності $\mu_A: \varepsilon \rightarrow [0, 1]$ де ε – універсальна множина нечіткої множини A , яка називається областю визначення μ_A . Наприклад, нехай нечітка множина A універсальної множини станів системи Z описує ціль її функціонування у вигляді

$$A = \{(z_1, 0,2), (z_2, 0,5), (z_3, 0,9), (z_4, 0,8)\}.$$

Тоді в якості оптимального необхідно вибрати стан z_3 , якому відповідає найбільша ступінь належності до мети системи.

Нечітка множина A називається пустою, тобто $A = 0$, якщо $\mu_0(a) = 0$ для всіх $a \in \varepsilon$. Множиною рівня α НМ A називається-



чїтка пїдмножина універсальної множини ε , визначеної у вигляді:

$$A_\alpha = \{a \dots a \in \varepsilon, \mu_\alpha(a) \geq \alpha\}.$$

Якщо у вищенаведеній формулі $\alpha \neq 0$, то $A_\alpha = \sup A$ (supremum – точна верхня межа) називається носієм НМ A .

Приклад. Нехай у вигляді табл. 5.1 задана множина альтернатив.

Таблиця 5.1.

x_i	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7
$\mu_A(x)$	0	0,1	1	0,5	0	0,8	0,2

Тоді $A_{0,3} = \{x_3, x_4, x_6\}$; $A_{0,55} = \{x_3, x_6\}$;

$$\sup A = \{x_2, x_3, x_4, x_6, x_7\}.$$

Нечїтка множина A_1 є пїдмножиною НМ A_2 , тобто $A_1 \subseteq A_2$, якщо для будь-яких $a \in \varepsilon$ виконується нерївність $\mu_{A_1}(a) \leq \mu_{A_2}(a)$.

Перерїзом НМ A_1 та A_2 називається НМ $A_1 \cap A_2$ з функцією належності виду:

$$\mu_{A_1 \cap A_2} = t(\mu_{A_1}(a), \mu_{A_2}(a)),$$

де t – трикутна норма (t -норма).

Приклади трикутних норм:

- 1) нечїтка рїзниця $\mu_1 \Delta \mu_2 = \max\{0, \mu_1 + \mu_2 - 1\}$;
- 2) їмовїрнїсне множення $\mu_1 \otimes \mu_2 = \mu_1 \cdot \mu_2$;
- 3) логїчне множення $\mu_1 \wedge \mu_2 = \min\{\mu_1, \mu_2\}$.

Доповненням НМ A називається НМ \bar{A} з функцією належності виду:

$$\mu_{\bar{A}} = c(\mu_A(a)),$$

де c – операція заперечення.

Приклади операцій заперечення:

- 1) $c_\omega(\mu) = (1 - \mu^\omega)^{1/\omega}$, $\omega = 1, 2, n$;
- 2) $c_r(\mu) = (1 - \mu)/(1 - r\mu)$, $-1 \leq r < \infty$.



Об'єднанням НМ A_1 та A_2 називається НМ $A_1 \cup A_2$ з функцією належності виду

$$\mu_{A_1 \cup A_2} = s(\mu_{A_1}(a), \mu_{A_2}(a)),$$

де s – трикутна конорма (s -норма).

Приклади трикутних конорм:

- 1) логічне додавання $\mu_1 \vee \mu_2 = \max\{\mu_1, \mu_2\}$;
- 2) імовірнісне додавання $\mu_1 \oplus \mu_2 = \mu_1 + \mu_2 - \mu_1 \mu_2$;
- 3) нечітке додавання $\mu_1 \nabla \mu_2 = \min\{1, \mu_1 + \mu_2\}$.

Нечіткою відповідністю ψ називається НМ з областю визначення $X_1 \times X_2$ та функцією належності $\mu_\psi(x_1, x_2) : X_1 \times X_2 \rightarrow [0, 1]$, де X_1 та X_2 – множини.

Оберненою нечіткою відповідністю ψ^{-1} називається нечітка відповідність з функцією належності $\mu_{\psi^{-1}}(x_2, x_1) = \mu_\psi(x_1, x_2)$ та областю визначення $X_2 \times X_1$.

Нехай ψ_1 та ψ_2 – дві нечіткі відповідності з функціями належності $\mu_{\psi_1}(x, y) : X \times Y \rightarrow [0, 1]$ та $\mu_{\psi_2}(y, z) : Y \times Z \rightarrow [0, 1]$ відповідно. Композицією ψ_1 та ψ_2 називається нечітка відповідність $\psi_3 = \psi_1 \circ \psi_2$ з функцією належності

$$\mu_{\psi_3}(x, z) = \bigvee_{j=1}^m (\mu_{\psi_1}(x, y_j) \cdot \mu_{\psi_2}(y_j, z)), \quad (5.1)$$

де $X = \{x_i\}_n$, $Y = \{y_j\}_m$, $Z = \{z_k\}_k$ – скінченні множини; T – t -норма ($T = t$) або s -норма ($T = s$), причому

$\bigvee_{j=1}^m (\mu_j) = T(T(\dots T(T(\mu_1, \mu_2), \mu_3), \dots, \mu_{m-1}), \mu_m))$ для будь-якого

$$\mu_j = \mu_{\psi_1}(x, y_j) \cdot \mu_{\psi_2}(y_j, z) \in [0, 1].$$

Якщо $T = t$, то маємо визначення t -композиції ($\psi_3 = \psi_1 \circ_t \psi_2$), а якщо $T = s$, то s -композиції ($\psi_3 = \psi_1 \circ_s \psi_2$).

Нечітким відношенням R на множині X називається НМ з носієм $X \times X$, тобто $\mu_R(x, x) : X \times X \rightarrow [0, 1]$.



Прообразом відношення $R: X_1 \times X_1 \rightarrow [0, 1]$ стосовно відпо-
відності $\psi: X_1 \times X_2 \rightarrow [0, 1]$ називається відношення
 $R: X_2 \times X_2 \rightarrow [0, 1]$ виду:

$$\hat{R} = \psi^{-1} * R * \psi.$$

Властивості нечіткого відношення R на множині X .

Нечітке відношення R називається рефлексивним, якщо для
будь-яких $x \in X$, $\mu_R(x, x) = 1$ і антирефлексивним, якщо
 $\mu_R(x, x) = 0$. Нечітке відношення R називається симетричним,
якщо для будь-яких $x, y \in X$ виконується рівність
 $\mu_R(x, y) = \mu_R(y, x)$ і антисиметричним, якщо з нерівності
 $\mu_R(x, y) > 0$ випливає $\mu_R(y, x) = 0$.

Лінгвістичною змінною U називається вираз виду:

$$U = \langle N, T(U), V, M \rangle,$$

де N – назва лінгвістичної змінної; $T(U) = \{t_i\}_r$ – терм, тобто
множина лінгвістичної змінної; t_i – первинний за змістом
терм; $V = V_1 \times V_2 \times \dots \times V_n$ – універсальна множина лінгвістич-
ної змінної (простір оцінок альтернатив); M – семантичне пра-
вило (формула, характеристична функція і т.д.), що формалі-
зує розуміння термів з $T(U)$ у вигляді нечітких множин $M(t_i)$,
 $i = 1, r$.

Лінгвістична змінна U_j приймає відповідне значення терма
із $T(U_j)$, для якого значення функції належності найбільше:

$$U_j = \begin{cases} t_1, & \text{якщо } 0,9 \leq V(x) \leq 1; \\ \text{майже } t_2, & \text{якщо } 0,7 \leq V(x) < 0,9; \\ \text{не дуже } t_3, & \text{якщо } 0,4 \leq V(x) < 0,7; \\ \text{майже не } t_4, & \text{якщо } 0,2 \leq V(x) < 0,4; \\ \text{не } t_5, & \text{якщо } 0 \leq V(x) < 0,2. \end{cases} \quad (5.2)$$

Вищенаведена формула є операцією дефазифікації (перехід
від числових характеристик до вербальних).



Обернена залежність подає значення функції належності первинного за змістом терма для кожного значення лінгвістичної змінної

$$\mu_{U(x)} = \begin{cases} 1, & \text{якщо } U_j = t_1; \\ 0,8, & \text{якщо } U_j = \text{майже } t_2; \\ 0,6, & \text{якщо } U_j = \text{не дуже } t_3; \\ 0,3, & \text{якщо } U_j = \text{майже не } t_4; \\ 0, & \text{якщо } U_j = \text{не } t_5. \end{cases} \quad (5.3)$$

Остання формула є прикладом операції фазифікації (перехід від вербальних до числових характеристик).

Приклад. Нехай деяка альтернатива X забезпечує досягнення мети G (або відповідає меті) з мірою належності $\mu_G(x)$, а також задовольняє обмеженням C (або є допустимою) з мірою $\mu_C(x)$.

Нечітким розв'язком задачі досягнення нечіткої мети називається перетин нечітких множин мети та обмежень, тобто функція належності розв'язку D має вигляд:

$$\mu_D(x) = \min\{\mu_G(x), \mu_C(x)\}.$$

Нехай $X = \{1, 10\}$, нечіткі цілі G_1, G_2 , обмеження C_1, C_2 задані в табл. 5.2.

Таблиця 5.2.

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
μ_{G1}	0	0,1	0,4	0,8	1,0	0,7	0,4	0,2	0	0
μ_{G2}	0,1	0,6	1,0	0,9	0,8	0,6	0,5	0,3	0	0
μ_{C1}	0,3	0,6	0,9	1,0	0,8	0,7	0,5	0,3	0,2	0,1
μ_{C2}	0,2	0,4	0,6	0,7	0,9	1,0	0,8	0,6	0,4	0,2

Розв'язок

x	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
μ_D	0	0,1	0,4	0,7	0,8	0,6	0,4	0,2	0	0

$$D = \{(2; 0,1), (3; 0,4), (4; 0,7), (5; 0,8), (6; 0,6), (7; 0,4), (8; 0,2)\}.$$

Максимізуючий розв'язок

$$\max_{x \in X} \mu_D(x) = \max_{x \in X} \min\{\mu_G(x), \mu_C(x)\}.$$



В числовому прикладі $\max_{x \in X} \mu_D(x) = 0,8$ тобто $D_{max} = (5; 0,8)$.

Завдання. Знайти нечіткий розв'язок задачі для системи фермерського господарства, описаної теоретико-множинним способом. Для цього вхідним елементам (x_i) необхідно обчислити міру приналежності до мети в межах від 0 до 1, виконавши інтерполяцію стосовно кількості зв'язків. Ступінь обмежень прийняти 0,5 якщо наявні зворотні зв'язки та 0,7 при їх відсутності.

Питання, що виносяться на захист.

1. Що таке нечітка множина (НМ)?
2. Наведіть приклади трикутних норм та конорм.
3. Що таке НМ рівня a ?
4. Що називається доповненням НМ?
5. Що виражає функція приналежності μ ?
6. Визначте основні властивості нечіткого відношення R на множині X ?
7. Що виражають операції фазифікації та дефазифікації?
8. Що таке нечітка відповідність?



Література

1. Згуровський М.З., Панкратова Н.Д. Основи системного аналізу: Підручник / За заг. ред. М.З. Згуровського. – Київ: Видавнича група ВНУ, 2007. – 544 с.
2. Катренко А.В. Системний аналіз об'єктів та процесів комп'ютеризації: Навч. посіб. – Львів: Новий світ–2000, 2003. – 424 с.
3. Ладанюк А.П. Основи системного аналізу: Навч. посібник. – Вінниця: Нова книга, 2004. – 176 с.
4. Сорока К.О. Основи теорії систем і системного аналізу: Навч. посіб. – 2-ге вид., перероб. та випр. – Харків: Тимченко, 2005. – 288 с.
5. Тимченко А.А. Основи системного проектування та системного аналізу складних об'єктів. 2: Основи системного підходу та системного аналізу об'єктів нової техніки : Навч. посібник / За ред. Ю.Г. Леги. – Київ: Либідь, 2004. – 288 с.
6. Шарапов О.Д. Системний аналіз: Навч.-метод. посібник / О.Д. Шарапов, В.Д. Дербенцев, Д.Є. Семьонов. – Київ: КНЕУ, 2003. – 154 с.
7. Спицнадель В.Н. Основы системного анализа. – С.-П. «Бизнес-пресса», 2000. – 203 с.
8. Roussopoulos N.D. A semantic network model of data bases. – TR № 104, Department of Computer Science, University of Toronto, 1976.