

624.04
M-98

Müller-Breslau,
профессоръ политехникума въ Берлинъ.

Выпускъ VIII.

Трафическая статика сооруженій.

Переводъ съ послѣдняго нѣмецкаго изданія.

Т. Т. Кривошеинъ,

Военный инженеръ, преподаватель Николаев-
ской Инженерной Академіи и Училища.

Л. Н. Казинъ,

Военный инженеръ.

Томъ II.

СОДЕРЖАНІЕ выпуска VIII:

II. формулы, правила и примѣры расчета важнѣйшихъ стати-
чески неопредѣлимыхъ рѣшетокъ.

§ 7. Двухшарнирная арка.

§ 8. Двухшарнирная арка съ затяжкой и другія сложныя фермы.

Изданіе инженера Л. Н. Казина.



С.-ПЕТЕРБУРГЪ.

Типо-литографія и переплетная Ю. А. Мансфельда, Малая Морская, № 9.

1900.

HP-M

2192

У 624, 04
м-98

Müller-Breslau,
профессоръ политехникума въ Берлинъ.

Выпускъ VIII.

Трафическая статика сооруженій.

Переводъ съ послѣдняго нѣмецкаго изданія.

Т. Т. Кривошеинъ,

Военный инженеръ, преподаватель Николаев-
ской Инженерной Академіи и Училища.

Л. Н. Казинъ,

Военный инженеръ.

Томъ II.

СОДЕРЖАНІЕ выпуска VIII:

II. формулы, правила и примѣры расчета важнѣйшихъ стати-
чески неопредѣлимыхъ рѣшетокъ.

§ 7. Двухшарнирные арки.

§ 8. Двухшарнирные арки съ затяжкой и другія сложныя фермы.

Изданіе инженера Л. Н. Казина



С.-ПЕТЕРБУРГЪ.

Типо-литографія и переплетная Ю. А. Мансфельда, Малая Морская, № 9.

1900.

с/а
2192
Царскоселовская
Библиотека
Листовъ в Кн. 81

Дозволено цензурою, С.-Петербургъ, 15 Февраля 1900 года.

ОТДѢЛЪ II.

формулы, правила и примѣры расчета важнѣйшихъ статически неопредѣлимыхъ рѣшетокъ

На основаніи изслѣдованій, описанныхъ въ § 5, можно произвести расчетъ всякой плоской статически неопредѣлимой рѣшетки, находящейся подъ дѣйствіемъ силъ, произвольно направленныхъ. Цѣль настоящаго отдѣла будетъ заключаться въ выводѣ формулъ и правилъ для расчета главныхъ родовъ фермъ для случая *вертикальной нагрузки* и притомъ въ такомъ видѣ, чтобы этими формулами могли удобно пользоваться тѣ изъ инженеровъ, которые не имѣютъ достаточно времени для изученія общей теоріи рѣшетки: *Причемъ для упрощенія расчета мы сдѣлаемъ нѣкоторыя предположенія, которыя возможно допустить, и затѣмъ проверимъ результаты приближенной теоріи на численныхъ примѣрахъ.*

§ 7.

Двухшарнирная арка.

а) Опредѣленіе горизонтальнаго распора.

77. Общій приемъ. Если на рѣшетчатую арку съ 2 опорными шарнирами, но безъ шарнира въ вершинѣ, дѣйствуетъ сосредоточенный грузъ P , находящийся на разстояніяхъ a и b отъ опорныхъ вертикалей (фиг. 201), то сопротивления опоръ, вызываемыя этимъ грузомъ, можно разложить на составляющія вертикальныя A и B и на составляющія H' , направленные по замыкающей линіи AB . Горизонтальная составляющая силы H' (т. е. *горизонтальный распоръ*) равняется

$$H = H' \cos \alpha,$$

гдѣ α — уголъ наклона замыкающей линіи къ горизонту.

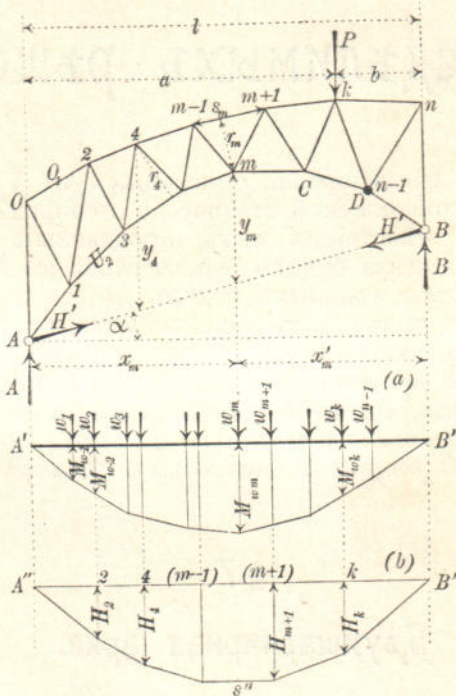
Силы A и B соотвѣтствуютъ сопротивленіямъ опоръ простой балки; онѣ равны:

$$A = \frac{Pb}{l}; \quad B = \frac{Pa}{l}.$$

Статически неопредѣлимая сила H зависитъ отъ измѣненій длины всѣхъ стержней; эта сила, *если пренебречь незначительными деформациями промежуточныхъ стержней*, опредѣляется слѣдующимъ образомъ.

Для каждаго стержня пояса надо вычислить выраженія

$$(I) \quad w_m = \frac{s_m y_m}{r_m^2} \cdot \frac{F_c}{F_m} \quad \text{и} \quad z_m = y_m w_m,$$



Фиг. 201.

гдѣ означаютъ s_m — длину стержня пояса,
 m — номеръ противоположащаго узла,
 r_m — длину перпендикуляра изъ m на s_m ,
 y_m — вертикальное разстояніе точки m отъ замыкающей линіи,
 F_m — площадь поперечнаго сѣченія стержня s_m ,
 F_c — произвольная, но одинаковая для всѣхъ стержней площадь поперечнаго сѣченія, которая обыкно-

венно принимается равной площади поперечнаго сѣченія, взятой для большинства стержней поясовъ; дѣлается это для того, чтобы имѣть по возможности больше отношеній $F_c : F_m = 1$.

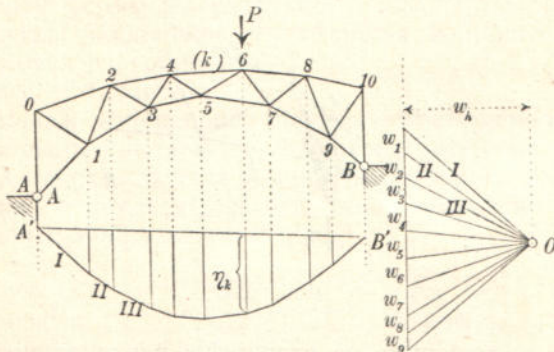
Теперь опредѣлимъ (вычисленіемъ или графически) изгибающіе моменты $M_{w_1}, M_{w_2}, \dots, M_{w_k}, \dots$ для *простой* (т. е. свободно лежащей на опорахъ A', B' , фиг. 201^a) балки, точки опоръ которой находятся на вертикаляхъ подъ A и B и на которую дѣйствуютъ вертикальные грузы $w_1, w_2, \dots, w_m, \dots$, проходящіе черезъ соотвѣтствующие узлы арки; горизонтальный распоръ, вызываемый грузомъ P , приложеннымъ къ узлу k арки, будетъ равняться

$$(2) \quad H_k = P \frac{M_{w_k}}{\sum z_m},$$

гдѣ $\sum z_m = z_0 + z_1 + z_2 + \dots + z_n$.

Этотъ способъ вытекаетъ изъ разсмотрѣнія уравненій V (стр. 68, выпускъ VII), откуда имѣемъ $H_k = P \frac{\delta'_k}{\sum S'^2 \rho}$, гдѣ $\rho = \frac{s}{EF}$, δ' —ордината линіи прогибовъ для состоянія $H = -1$ и S' —усиліе въ стержнѣ для состоянія $H = -1$. Для стержня верхняго пояса и соотвѣтственно для стержня нижняго пояса получимъ: $S' = -\frac{y}{r}$ и $S' = +\frac{y}{r}$; причеиъ знаменатель дроби въ выраженіи для H_k послѣ умноженія на EF_c переходитъ въ $EF_c \sum S'^2 \frac{s}{EF} = \sum \frac{y^2 s}{r^2} \cdot \frac{F_c}{F} = \sum z$. Линію прогибовъ δ' можно разсматривать (по № 74, выпускъ VII) какъ линію моментовъ для простой балки, находящейся подъ дѣйствіемъ грузовъ $w_m = \frac{M'_m s_m}{r^2 m} \cdot \frac{F_c}{F}$, гдѣ $M'_m = y_m$ есть изгибающій моментъ для состоянія нагрузки $H = -1$. Такимъ путемъ получаются величины для грузовъ w_m , приведенныя выше.

Вычисленныя подобнымъ образомъ количества H_2, H_4, \dots опредѣляютъ на фиг. 201^b линію вліянія, состоящую изъ прямолинейныхъ участковъ, для случая грузовъ, дѣйствующихъ сверху; точно также количества H_1, H_3, \dots могли бы опредѣлить линію вліянія для грузовъ, дѣйствующихъ снизу. Въ большинствѣ случаевъ



Фиг. 202.

имѣемъ дѣло съ первымъ распределеніемъ грузовъ; кромѣ того большую часть можно допустить распределеніе постоянной на-

грузки исключительно по верхнимъ узламъ. Въ такомъ случаѣ достаточно воспользоваться линіей вліянія $A''S''B''$, фиг. 201^b.

При графическомъ построеніи H —линіи надо построить веревочный многоугольникъ съ такимъ полюснымъ разстояніемъ w_h , чтобъ ордината веревочнаго многоугольника η_k (фиг. 202) представляла собой величину горизонтальнаго распора H_k . Если единица грузовъ была представлена отрѣзкомъ c , то получимъ такое условіе

$$H_k = \frac{c w_h \eta_k}{\sum z_m} = \eta_k,$$

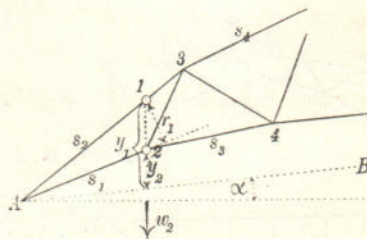
причемъ $M_{wk} = w_h \eta_k$; изъ этого равенства находимъ величину полюснаго разстоянія

$$w_h = \frac{\sum z_m}{c}.$$

Если при вычисленіи величинъ z_m всѣ измѣренія были выражены въ метрахъ, то необходимо и c выразить въ метрахъ. Если, напр., масштабъ для силъ составляетъ 50 мм. = 1 т., а ферма вычерчена въ масштабѣ 1:75, то единица грузовъ должна изобразиться отрѣзкомъ длиной $c = 75 \cdot 0,050 = 3,75$ м., а для количества w_h надо выбрать значеніе $w_h = \frac{\sum z_m}{3,75}$. w_h и w_m измѣряются однѣми и тѣми же единицами; если примѣняются уравненія (1), то эти количества суть числа, для которыхъ требуется составленіе отдѣльнаго численнаго масштаба *).

Выраженіе $\sum z_m = \sum y_m w_m$ можно было бы представить въ видѣ суммы моментовъ силъ w_m , параллельныхъ линіи AB , относительно оси AB и построить это выраженіе съ помощью веревочнаго многоугольника; тѣмъ не менѣе вычисленіе величинъ $\sum z_m$ гораздо проще и нагляднѣе. Точно также нѣтъ никакой цѣли опредѣлять графически грузы w_m .

Относительно количествъ w и z надо замѣтить слѣдующее. Если оба пояса сходятся въ опорѣ, фиг. 203, то для стержня s_1



Фиг. 203.

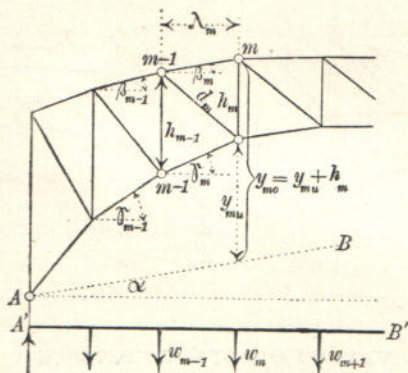
беруть точку 1, лежащую на стержнѣ s_2 вертикально надъ узломъ 2; пусть r_1 —длина перпендикуляра, опущеннаго изъ 1 на s_1 , тогда

*) Иногда, ради сокращеній, для количествъ w_h и w_m будутъ выбираться разныя единицы.

для точки 2 балки AB находимъ грузъ, соответствующій стержнямъ s_1 и s_2 :

$$(3) \quad \begin{cases} w_2 = \frac{y_1 s_1}{r_1^2} \cdot \frac{F_c}{F_1} + \frac{y_2 s_2}{r_2^2} \cdot \frac{F_c}{F_2} \text{ и затѣмъ} \\ z_2 = \frac{y_1^2 s_1}{r_1^2} \cdot \frac{F_c}{F_1} + \frac{y_2^2 s_2}{r_2^2} \cdot \frac{F_c}{F_2}. \end{cases}$$

Въ рѣшеткѣ съ вертикальными стойками, фиг. 204, узлы, лежаще одинъ надъ другимъ, будутъ имѣть одинъ и тотъ же номеръ;



Фиг. 204.

обозначимъ вертикальныя разстоянія между узлами и замыкающей линіей черезъ

y_{m0} — для нижняго узла m
 y_{m1} — „ верхняго узла m ;

затѣмъ назовемъ буквами:

h_m — высоту фермы въ узлѣ m ,

β_m, γ_m — углы наклоненія m -го стержня верхняго или нижняго пояса къ горизонту,

λ_m — длину m -ой панели,

F_{om} — площадь поперечнаго сѣченія m -го стержня верхняго пояса,

F_{um} — площадь поперечнаго сѣченія m -го стержня нижняго пояса.

Тогда для верхняго узла m , противъ котораго лежитъ $(m+1)$ -ый стержень нижняго пояса, получимъ такое выраженіе (изъ уравн. 1 послѣ простаго преобразованія):

$$w_m = y_{m0} \frac{\lambda_{m+1}}{h_m^2 \cos^3 \gamma_{m+1}} \cdot \frac{F_c}{F_{u(m+1)}}; \quad z_m = \frac{y_{m0}^2 \lambda_{m+1}}{h_m^2 \cos^3 \gamma_{m+1}} \cdot \frac{F_c}{F_{u(m+1)}},$$

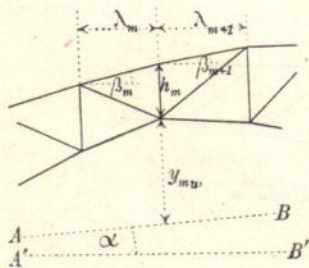
а для нижняго узла:

$$w_m = \frac{y_{m1} \lambda_m}{h_m^2 \cos^3 \beta_m} \cdot \frac{F_c}{F_{om}}; \quad z_m = \frac{y_{m1}^2 \lambda_m}{h_m^2 \cos^3 \beta_m} \cdot \frac{F_c}{F_{om}}.$$

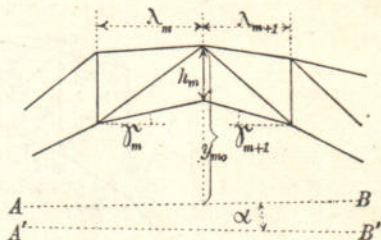
Отъ сложенія грузовъ w , совпадающихъ съ общою вертикалью, получимъ:

$$(4) \quad \begin{cases} w_m = \frac{I}{h_m^2} \left\{ \frac{y_{mu} \lambda_m}{\cos^3 \beta_m} \cdot \frac{F_c}{F_{om}} + \frac{y_{mo} \lambda_{m+1}}{\cos^3 \gamma_{m+1}} \cdot \frac{F_c}{F_{u(m+1)}} \right\} \\ z_m = \frac{I}{h_m^2} \left\{ \frac{y_{mu}^2 \lambda_m}{\cos^3 \beta_m} \cdot \frac{F_c}{F_{om}} + \frac{y_{mo}^2 \lambda_{m+1}}{\cos^3 \gamma_{m+1}} \cdot \frac{F_c}{F_{u(m+1)}} \right\}. \end{cases}$$

Если стойка у узла m , фиг. 205, лежитъ на границѣ между раскосами, поднимающимися влѣво, и раскосами, поднимающимися



Фиг. 205.



Фиг. 206.

вправо, то противъ узла m будутъ лежать два стержня верхняго пояса, тогда получимъ:

$$(5) \quad w_m = \frac{y_{mu}}{h_m^2} \left\{ \frac{\lambda_m}{\cos^3 \beta_m} \cdot \frac{F_c}{F_{om}} + \frac{\lambda_{m+1}}{\cos^3 \beta_{m+1}} \cdot \frac{F_c}{F_{o(m+1)}} \right\}; \quad z_m = y_{mu} w_m.$$

Точно такимъ же образомъ для фиг. 206 получимъ:

$$(6) \quad w_m = \frac{y_{mo}}{h_m^2} \left\{ \frac{\lambda_m}{\cos^3 \gamma_m} \cdot \frac{F_c}{F_{um}} + \frac{\lambda_{m+1}}{\cos^3 \gamma_{m+1}} \cdot \frac{F_c}{F_{u(m+1)}} \right\}; \quad z_m = y_{mo} w_m.$$

Если вертикальная прямая, проходящая через узелъ r , лежитъ правѣе $r+1$ (или лѣвѣе $r-1$)—ср. фиг. 99 (выпускъ VII)—то при графическомъ опредѣленіи моментовъ M_m надо наблюдать, чтобъ грузы соединялись веревочнымъ многоугольникомъ въ такомъ порядкѣ w_{r-1} , w_r , w_{r+1} . Желая опредѣлить необходимые величины вычисленіемъ, мы должны при дѣйствіи нагрузки сверху

распредѣлить всѣ грузы по верхнимъ узламъ.

На точки $r-1$ и $r+1$ придутся, напр., при разложеніи w_r части:

— $w_r \frac{\lambda_{r+1}}{\lambda_r - \lambda_{r+1}}$ и $+ w_r \left(1 - \frac{\lambda_{r+1}}{\lambda_r - \lambda_{r+1}} \right)$. Этотъ способъ полезно примѣнять иногда и въ тѣхъ случаяхъ, когда r лежитъ между $r-1$ и $r+1$.

78. Вліяніе температуры. Если температура, при которой производилась установка арки, увеличится на величину t , одинаковую для всей арки, то горизонтальный распоръ измѣнится на величину

$$(7) \quad H_t = \frac{\varepsilon E t l F_c}{\cos^2 \alpha \cdot \Sigma z_m}.$$

Въ большинствѣ случаевъ достаточно принять для $t = \pm 35^{\circ} \text{С.}^*$). Тогда для сварочнаго желѣза и для стали (при $\varepsilon E = 240 \text{ т./м.}^2$) получимъ:

$$(8) \quad H = \pm 8400 \frac{l F_c}{\cos^2 \alpha \cdot \Sigma z_m} \text{ тоннъ,}$$

причемъ всѣ измѣренія должны быть выражены въ метрахъ.

Формула (7) получается изъ уравн. (V), стр. 68 — выпускъ VII, — откуда имѣемъ $H_t = \frac{\Sigma S' \varepsilon t s}{\Sigma S' r^2 \rho} = \frac{E F_c \Sigma S' \varepsilon t s}{\Sigma z_m}$.

Примѣняя теперь къ состоянію $H = -1$ законъ возможныхъ перемѣщений и принимая за возможные деформации измѣненія длины стержней $\Delta s = \varepsilon t$, а также соответствующее имъ измѣненіе $\frac{\varepsilon t l}{\cos \alpha}$ длины пролета $\overline{AB} = \frac{l}{\cos \alpha}$, получимъ: $\frac{1}{\cos \alpha} \cdot \frac{\varepsilon t}{\cos \alpha} = \Sigma S' \varepsilon t s$ и затѣмъ придемъ къ формулѣ (7).

79. Серповидныя фермы, фиг. 207. При опредѣленіи H — линии для серповидныхъ фермъ слѣдуетъ принять для поясовъ всюду одинаковыя поперечныя сѣченія. Тогда подъ F_c будетъ подразумѣваться среднее значеніе всѣхъ величинъ F_o и F_u ; въ уравненіяхъ (1), (3), (4) отношенія площадей поперечныхъ сѣченій будутъ такимъ образомъ равняться 1. Если всѣ панели равны между собой (или приблизительно равны), то и стержни поясовъ (при не очень большой стрѣлкѣ) мало отличаются другъ отъ друга по своей длинѣ; въ такомъ случаѣ для величины $s_m \frac{F_c}{F_m}$ слѣдуетъ принять постоянное значеніе и всѣ количества w и z надо раздѣлить на эту величину. Такъ, напр., для фермы, данной на фиг. 207, положимъ:

$$(9) \quad w_m = \frac{y_m}{r^2_m}, \quad z_m = y_m w_m;$$

количество же H_t опредѣлится по формулѣ:

$$(10) \quad H_t = \frac{\varepsilon E l F_c}{\lambda \cos^2 \alpha \cdot \Sigma z_m} t^{**}.$$

Численный примѣръ. I. Узлы поясовъ серповидной фермы, фиг. 207, лежатъ на параболахъ со стрѣлками 4,0 и 2,5 м. Пролетъ = 20 м., длина панели $\lambda = 2$ м. Ординаты y , отрѣзки r , грузы w и величины z даны въ таблицѣ. Для количествъ w_2 до w_{10} и для z_2 до z_{10} примѣнены уравн. (9); количества же w_1 и z_1 вычислены по уравн. (5). Первый стержень нижняго пояса разсматривался какъ половина стержня.

*) Для сѣвера Россіи слѣдуетъ принять увеличеніе температуры на 35°С. , а пониженіе на 50°С. , отсчитывая отъ 10°С. , т. е. отъ температуры установившагося моста.

Примѣчаніе переводчиковъ.

***) Точнѣе было бы замѣнить величину λ среднимъ значеніемъ $\left(s_m \frac{F_c}{F_m} \right)$, но чтобы не усложнять вопроса въ особенности при выборѣ величины для t , слѣдуютъ вести расчетъ по возможности проще. На этомъ основаніи при весьма маломъ углѣ α надо положить $\cos^2 \alpha = 1$.

m	y_m	r_m	$w_m = \frac{y_m}{r^2_m}$	$z_m = y_m w_m$	Исключенія.
1	0,475	0,20	—	—	$w_1 = \frac{0,475}{0,20^2} + \frac{1}{2} \frac{0,72}{0,22^2} = 19,31^*)$ $z_1 = \frac{0,475^2}{0,20^2} + \frac{1}{2} \frac{0,72^2}{0,22^2} = 11,00$
2	1,440	0,52	5,33	7,67	
3	1,275	0,63	3,21	4,10	
4	2,560	0,94	2,90	7,42	
5	1,875	1,01	1,84	3,45	
6	3,360	1,26	2,12	7,11	
7	2,275	1,29	1,37	3,11	
8	3,840	1,45	1,83	7,01	
9	2,475	1,44	1,19	2,95	
10	4,000	1,525	1,72	6,88	

$$\sum z_m = 2 \sum_{1}^9 z + z_{10} = 2 \cdot 53,82 + 6,88 = 114,52.$$

Надо опредѣлить теперь для балки AB , находящейся подъ дѣйствіемъ грузовъ w , перерѣзывающія силы, начиная съ середины, по формулѣ $Q_m = Q_{m-1} + w_m$, затѣмъ моменты $M_m = M_{m-1} + Q_m \lambda'$ и наконецъ ординаты $H_m = \frac{M_m}{\sum z_m}$ (***) линіи вліянія для количества H . Такъ какъ $\lambda' = 1$, то $M_m = M_{m-1} + Q_m$. Если бы λ' не равнялось 1, но было бы постояннымъ, то мы всетаки могли бы положить $\lambda' = 1$, раздѣливъ количество $\sum z_m$ на λ' . Выпишемъ здѣсь соответствующую часть расчета.

$Q_{10} = \frac{1}{2} w_{10} =$	$M_1 = 39,96 = Q_1$	$H_2 = \frac{60,61}{114,52} = 0,53$	
$\begin{array}{r} 0,86 \\ + 1,19 \\ \hline 2,05 \\ + 1,83 \\ \hline 3,88 \\ + 1,37 \\ \hline 5,25 \\ + 2,12 \\ \hline 7,37 \\ + 1,84 \\ \hline 9,21 \\ + 2,90 \\ \hline 12,11 \\ + 3,21 \\ \hline 15,32 \\ + 5,33 \\ \hline 20,65 \\ + 19,31 \\ \hline 39,96 \end{array}$	$\begin{array}{r} + 20,65 \\ \hline 60,61 \\ + 15,32 \\ \hline 75,93 \\ + 12,11 \\ \hline 88,04 \\ + 9,21 \\ \hline 97,25 \\ + 7,37 \\ \hline 104,62 \\ + 5,25 \\ \hline 109,87 \\ + 3,88 \\ \hline 113,75 \\ + 2,05 \\ \hline 115,80 \\ + 0,86 \\ \hline 116,66 \end{array}$		
$Q_9 =$	$M_2 =$		
$Q_8 =$	$M_3 =$		$H_4 = \frac{88,04}{114,52} = 0,77$
$Q_7 =$	$M_4 =$		$H_6 = \frac{104,62}{114,52} = 0,91$
$Q_6 =$	$M_5 =$		$H_8 = \frac{113,75}{114,52} = 0,99$
$Q_5 =$	$M_6 =$		$H_{10} = \frac{116,66}{114,52} = 1,02$
$Q_4 =$	$M_7 =$		
$Q_3 =$	$M_8 =$		
$Q_2 =$	$M_9 =$		
$Q_1 =$	$M_{10} =$		

Пусть постоянная равномерно распределенная нагрузка равняется $g = 1,45$ т./м., или на панель: $g\lambda = 2,90$ т.; она вызываетъ:

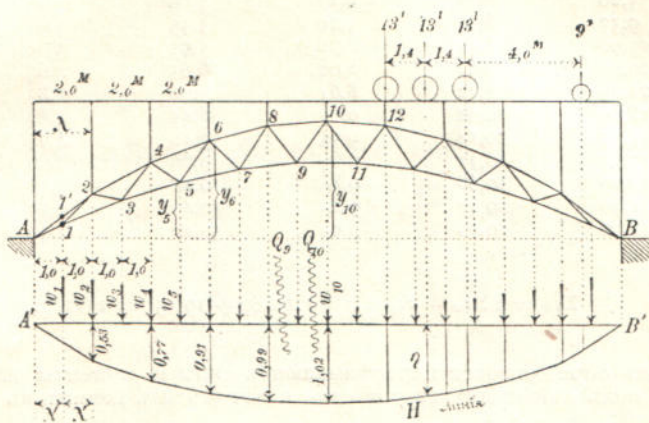
$$H_g = g\lambda [2 (H_2 + H_4 + H_6 + H_8) + H_{10}] = 2,90 \cdot 7,42 = 21,5 \text{ т.}$$

*) Ордината точки $1'$, лежащей на верхнемъ поясѣ по вертикали надъ 1, равняется 0,72, а перпендикуляръ, опущенный изъ $1'$ на продолженіе перваго стержня нижняго пояса, равняется 0,22.

**) Въ обозначеніяхъ M_m и Q_m мы пропускаемъ указатель w .

Поѣздъ, продвинутый отъ правой опоры до поперечной фермы 12 (на чертежѣ указаны разстоянія между осями и давления на ось), вызываетъ:

$$H = \Sigma P\eta = 39,0 \text{ т.}$$



Фиг. 207.

Вліяніе равномернаго возвышенія температуры на $t = 35^\circ \text{ C}$. опредѣлится по уравн. 10:

$$H_t = \frac{240 \cdot 20}{2,0 \cdot 114,52} \cdot F_c \cdot 35 = 7,33 F_c,$$

гдѣ F_c означаетъ среднюю площадь поперечнаго сѣченія поясовъ въ м^2 .

II. Въ последнее время часто возводятъ серповидныя фермы съ весьма большой стрѣлкой, напр. мостъ черезъ р. Дуру у Опорто и Гарабитъ-виадукъ. Здѣсь, ради упрощенія расчета, возможно будетъ сдѣлать допущенія, а именно отнести величины y_m , s_m и z_m къ оси арки проведенной черезъ середины высоты h_m и замѣнить уравненія 4 слѣдующими (см. фиг. 208):

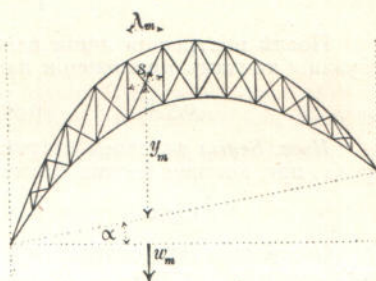
$$w_m = \frac{2y_m}{h_m^2} \cdot \frac{s_m^3}{l_m^2} \cdot \frac{F_c}{F_m}; \quad z_m = y_m w_m.$$

Сокративъ всѣ величины w на 2 и принявъ для F_m постоянное среднее значеніе F_c , получимъ;

$$(11) \quad w_m = \frac{y_m}{h_m^2} \cdot \frac{s_m^3}{l_m^2}; \quad z_m = y_m w_m$$

и для вліянія измѣненія температуры на t :

$$(12) \quad H_t = \frac{\varepsilon E F_c}{2 \cos^2 \alpha \cdot \Sigma z_m} \cdot t.$$



Фиг. 208.

Примѣнимъ формулы (11) и (12) къ опредѣленію горизонтальнаго распора въ фермахъ желѣзнодорожнаго моста черезъ р. Дуру у Опорто. Фиг. 109 представляетъ половину серповидной арочной фермы моста. Въ нижеслѣдующей таблицѣ указаны:

- вертикальныя высоты, измѣренныя въ серединѣ панелей.
- длина s_m прямыхъ, соединяющихъ середины двухъ сосѣднихъ стоекъ.
- ординаты серединъ отрѣзковъ s_m ,
- длина панелей l_m , грузы w_m и количества z_m .

m	y_m	s_m	h_m	λ_m	$w_m = \frac{y_m s_m^3}{h^2 m^2 m}$	$z_m = y_m w_m$
1	3,20	8,51	2,17	5,60	13,35	42,74
2	9,33	8,07	5,19	5,55	5,91	55,14
3	15,06	8,17	6,79	5,95	5,03	75,78
4	20,61	8,62	8,02	6,65	4,64	95,65
5	24,45	8,72	8,64	3,00	1,87	45,70
6	28,23	10,01	9,01	8,45	4,88	137,90
7	33,15	10,14	9,38	9,10	4,74	157,25
8	37,13	10,31	9,63	9,70	4,66	173,15
9	40,09	10,68	9,80	10,40	4,71	188,92
10	41,90	10,47	9,80	10,40	4,55	190,46
11	42,50	10,40	9,93	10,40	4,48	190,51

$$\sum z_m = 2 \sum_{m=1}^{10} z_m + z_{11} = 2 \cdot 1162,69 + 190,51 = 2515,89.$$

Затѣмъ опредѣляются перерѣзывающія силы и моменты для балки, находящейся подъ дѣйствиемъ грузовъ w_m , а потомъ изъ моментовъ вычисляются количества H :

m	Перерѣзывающія силы.	m	Моменты.	$H = \frac{M}{2515,89}$
11	$Q_{11} = \frac{1}{2} w_{11} = 2,24$	1	$M_1 = Q_1 \cdot 2,8 = 158,42$	0,063
10	$Q_{10} = Q_{11} + w_{10} = 6,79$	2	$M_2 = M_1 + Q_2 \cdot 5,58 = 399,65$	0,159
9	$Q_9 = Q_{10} + w_9 = 11,50$	3	$M_3 = M_2 + Q_3 \cdot 5,74 = 613,86$	0,244
8	$Q = 16,16$	4	$M = 817,29$	0,325
7	20,90	5	950,84	0,378
6	25,78	6	1098,56	0,437
5	27,65	7	1281,85	0,509
4	32,29	8	1433,76	0,570
3	37,32	9	1549,33	0,615
2	43,23	10	1619,95	0,644
1	56,58	11	1643,24	0,653

Послѣ построения линіи вліянія для H измѣряемъ ординаты, соотвѣтствующія точкамъ приложенія нагрузокъ C, D, E, F :

$$0,378 \quad 0,592 \quad 0,630 \quad 0,649$$

Инж. Seyrig въ своей статьѣ: *Le pont sur le Douro à Porto* (Paris 1878) на стр. 31, при помощи весьма сложнаго расчета находитъ величины

$$0,370 \quad 0,592 \quad 0,637 \quad 0,650.$$

Оба результата отличаются между собой весьма мало. При полной нагрузкѣ моста въ точкахъ C, D, E, F арки приходятся отъ временной нагрузки слѣдующія давленія 126,8 т.; 62,4 т.; 47,0 т.; 40,5 т. (см. предыдущій источникъ, стр. 34). Эти давленія вызываютъ по нашему расчету—

$$H = 2 [126,8 \cdot 0,378 + 62,4 \cdot 0,592 + 47,0 \cdot 0,630 + 40,5 \cdot 0,649] = 281,53 \text{ т.}$$

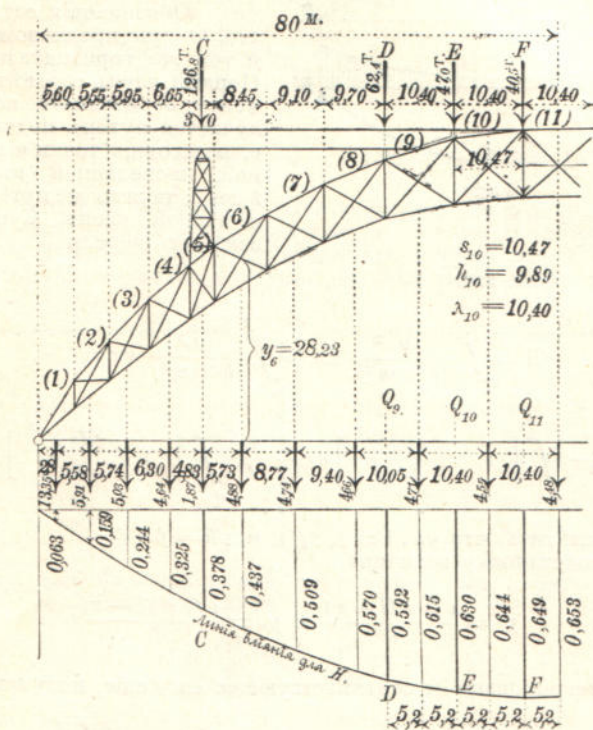
Seyrig находитъ 280,62 т. *) Эта цифра относится къ суммѣ горизонтальныхъ распоровъ *обмилъ* арочныхъ фермъ, поддерживающихъ путь.

При вычисленіи H , можно принять для средней площади поперечнаго сѣченія одного пояса одной арки величину $F_c = 0,0560 \text{ м.}^2$ (см. тотъ же источникъ).

*) Проф. Weyrauch (*Die elastischen Bogensträger*, 1897, München, стр. 95) даетъ $H = 283,97 \text{ т.}$ Примѣчаніе переводчиковъ.

никъ. стр. 26, среднее значение $\frac{1}{4} \omega_1$); слѣдовательно, для каждой арочной фермы при $t = 30^\circ$ находимъ:

$$H_t = \frac{\varepsilon E t l F_c}{2 \sum \varepsilon_m} = \frac{240 \cdot 30 \cdot 160 \cdot 0.0560}{2 \cdot 2515,86} = 12,82 \text{ т.}$$



Фиг. 209.

При этомъ было принято $E = 2\,000\,000 \text{ к/см.}^2$ Положивъ же, какъ это было сдѣлано при расчетѣ моста черезъ р. Дуро, $E = 1\,600\,000$, получимъ $H_t = \frac{16}{20} \cdot 12,82 = 10,26 \text{ т.}$ Сейригъ же (стр. 41) находить значение $H_t = \frac{1}{2} \cdot 17,74 = 8,87 \text{ т.}$ *)

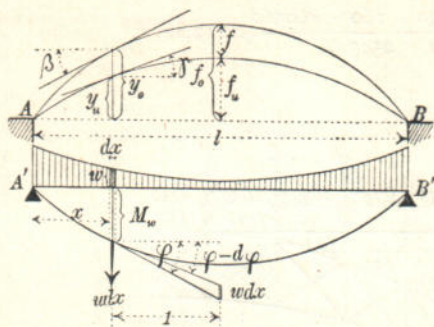
Здѣсь слѣдуетъ замѣтить, что количество $\sum z$, составленное изъ выражений $\sum S'^2 \frac{s}{EF}$, когда пренебрегаемъ деформациями промежуточныхъ стержней, доставляетъ всегда нѣсколько большую величину для количества H_t , такъ какъ въ вышеприведенную сумму входятъ только квадраты значений S' . Но при приблизительномъ опредѣленіи измѣненія температуры t полезно будетъ всегда вычислять количество H_t съ нѣкоторымъ запасомъ.

80. Формула для горизонтального распора параболическихъ серповидныхъ арокъ. Если узлы обоихъ поясовъ лежатъ на параболахъ, то для количества H можно легко вывести весьма простое выраженіе, которое приводитъ къ очень точнымъ результатамъ. Съ этой цѣлью возьмемъ бесконечно малыя панели и замѣнимъ сосредоточенные грузы w , опредѣ-

*) У проф. Weurauch при $E = 2\,000\,000$ получилось $H_t = 11,23 \text{ т.}$ и при $E = 1\,600\,000$: $H_t = 8,98 \text{ т.}$ (тамъ-же).

Примѣчаніе переводчиковъ.

ляемые по уравн. (9), нагрузкой непрерывной, которая подчиняется такому закону:



$$w = \frac{y_u}{h^2 \cos^2 \beta} + \frac{y_o}{h^2 \cos^2 \gamma}$$

Обозначения сдѣланы на фиг. 210. Опоры предположены на одной и той же горизонтальной прямой. Первый членъ соответствуетъ элементу ds верхняго пояса; онъ получается путемъ подстановки r_u (т. е. разстоянія точки u отъ касательной, проведенной въ точкѣ o) = $h \cos \beta$; такимъ же путемъ получены и второй членъ. Сумму ΣM_w надо замѣнить черезъ

Фиг. 210.

$$\begin{aligned} \mathfrak{M} &= \int_0^l \frac{y_u^2}{h^2 \cos^2 \beta} dx + \int_0^l \frac{y_o^2}{h^2 \cos^2 \gamma} dx = \\ &= \frac{f_u^2}{f^2} \int_0^l \left[1 + \left(\frac{dy_u}{dx} \right)^2 \right] dx + \frac{f_o^2}{f^2} \int_0^l \left[1 + \left(\frac{dy_o}{dx} \right)^2 \right] dx, \end{aligned}$$

причемъ надо замѣтить, что $y_u : h = f_u : f$ и $y_o : h = f_o : f$.

Сдѣлавъ подстановку величинъ

$$y_o = \frac{4 f_o x (l-x)}{l^2} \quad \text{и} \quad y_u = \frac{4 f_u x (l-x)}{l^2}$$

и произведя интегрирование и соответствующее сложение, получимъ:

$$\begin{aligned} w &= \frac{f_o + f_u}{l^2} \left[\frac{1}{4} (l^2 + 16 f_o f_u) \frac{1}{x(l-x)} - \frac{16 f_o f_u}{l^2} \right] \\ \mathfrak{M} &= \frac{1}{3 l^2} \left[3 l^2 (f_o^2 + f_u^2) + 32 f_o^2 f_u^2 \right]. \end{aligned}$$

Такъ какъ кривая моментовъ (M_w) будетъ веревочнымъ многоугольникомъ, построеннымъ для взятой площади нагрузки, при полномъ разстоянн l , то дифференціальное уравненіе этой кривой напишется такъ:

$$(13) \quad -d(\operatorname{tg} \varphi) = w dx, \text{ или } \frac{d^2 M_w}{dx^2} = -w.$$

гдѣ φ — уголъ наклоненія къ горизонту касательной къ веревочному многоугольнику, построенному при горизонтальной замыкающей сторонѣ, такъ какъ двѣ смежныя касательныя должны отсѣкать на вертикали, проведенной на разстоянн l отъ (x), отрѣзокъ, равный элементу нагрузки $w dx$.

Интегрируя два раза дифференціальное уравненіе

$$\frac{d^2 M_w}{dx^2} = - \frac{f_o + f_u}{f^2} \left[\frac{1}{4} (l^2 + 16 f_o f_u) \frac{1}{x(l-x)} - \frac{16 f_o f_u}{l^2} \right]$$

и опредѣляя обѣ произвольныя постоянныя изъ условий, что при $x=0$ и $x=l$ должно получиться $M_w=0$ (одно изъ условий можно замѣнить третьимъ, а именно, что при $x = \frac{1}{2} l$ значеніе $\frac{dM_w}{dx} = 0$), мы найдемъ:

$$M_w = \frac{f_o + f_u}{f} \left[\frac{1}{4} (l^2 + 16 f_o f_u) \left(\frac{x}{l} \log. nat. \frac{l}{x} + \frac{l-x}{l} \log. nat. \frac{l}{l-x} \right) - 8 f_o f_u \frac{x}{l} \cdot \frac{l-x}{l} \right]$$

Теперь для груза P , приложеннаго на разстояніяхъ a и b отъ опоръ A и B , получимъ (по формулѣ $H = P \frac{M_w}{\Sigma z} = P \frac{M_w}{\mathfrak{H}}$):

$$(14) \quad \left\{ \begin{aligned} H &= \frac{3 Pl (f_o + f_u) [l^2 + 16 f_o f_u \alpha_1 - f_o f_u \alpha_2]}{3l^2 (f_o^2 + f_u^2) + 32 f_o^2 f_u^2}, \\ \text{гдѣ } \alpha_1 &= \frac{1}{4} \left(\frac{a}{l} \log. nat. \frac{l}{a} + \frac{b}{l} \log. nat. \frac{l}{b} \right); \alpha_2 = 8 \frac{a}{l} \frac{b}{l} \end{aligned} \right.$$

Съ цѣлью облегчить пользование этой формулой составлена слѣдующая таблица, при помощи которой легко построить 10 точекъ H -линіи между опорами и вершиной. Эти точки придется соединить кривой линіей и въ нее вписать многоугольникъ, вершины котораго соответствовали бы поперечнымъ фермамъ.

$\frac{a}{l}$	α_1	α_2	$\frac{a}{l}$	α_1	α_2
0,05	0,0496	0,38	0,30	0,1527	1,68
0,10	0,0815	0,72	0,35	0,1619	1,82
0,15	0,1057	1,02	0,40	0,1683	1,92
0,20	0,1251	1,28	0,45	0,1720	1,98
0,25	0,1406	1,50	0,50	0,1733	2,00

Такъ напр., для параболической серповидной арки, фиг. 207, имѣемъ $f_o = 4,0$ м.; $f_u = 2,5$ м.; $l = 20$ м.; а также

$$H = \frac{2184}{299} \alpha_1 - \frac{39}{299} \alpha_2,$$

поэтому для $\frac{a}{l} = 0,1 \quad 0,2, \quad 0,3, \quad 0,4, \quad 0,5$ получимъ значенія

$$H = 0,50 \quad 0,75 \quad 0,89 \quad 0,97 \quad 1,01,$$

которыя отличаются отъ прежде вычисленныхъ:

$$H = 0,53 \quad 0,77 \quad 0,91 \quad 0,99 \quad 1,02$$

весьма мало.

Для горизонтальнаго распора параболической арки, происходящаго отъ измѣненія температуры, мы можемъ получить весьма простую формулу, если въ

уравн. (10) замѣнить количество $\lambda \Sigma z_m$ выраженіемъ $\int_0^l \left(\frac{y_u^2}{h^2 \cos^2 \beta} + \frac{y_o^2}{h^2 \cos^2 \gamma} \right) dx$,

а именно:

$$(15) \quad H_t = \varepsilon E F_c t \frac{3l^2 (f_o - f_u)^2}{3l^2 (f_o^2 + f_u^2) + 32 f_o^2 f_u^2}$$

напр., для арочной фермы, представленной на фиг. 207 (при $\varepsilon E = 240$; $t = 35^0$), найдемъ:

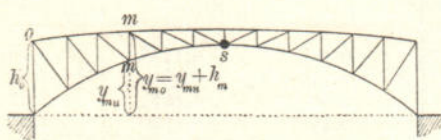
$$H_t = 240 F_c 35 \frac{3 \cdot 20^2 (4,0 - 2,5)^2}{3 \cdot 20^2 (4,0^2 + 2,5^2) + 32 \cdot 4,0^2 \cdot 2,5^2} = 759 F_o \text{ тоннъ.}$$

Раньше было получено значеніе для $H_t = 733 F_c$, отличающееся отъ вновь найденнаго на сравнительно небольшую величину.

81. Арочныя фермы съ почти горизонтальнымъ верхнимъ поясомъ. Весьма часто примѣняются арочныя фермы съ верхнимъ поясомъ, горизонтальнымъ или почти горизонтальнымъ, фиг. 211. Большею частью высота въ вершинѣ фермы назначается весьма малой, поэтому отношенія площадей поперечныхъ сѣченій въ поясахъ вблизи вершины имѣютъ существенное влияние на результатъ расчета. Грузы w для узловъ вблизи опоръ играютъ второстепенную роль. При построении H — линии слѣдуетъ сдѣлать такія предположенія.

Примѣнимъ уравненія (4), замѣнимъ въ нихъ переменные члены $\frac{1}{\cos^3 \beta_m} \cdot \frac{F_c}{F_{om}}$ и $\frac{1}{\cos^3 \gamma_{m+1}} \cdot \frac{F_c}{F_{u(m+1)}}$ постоянными значеніями $\frac{F_c}{F_o}$ и соответственно $\frac{F_c}{F_u}$, возьмемъ произвольную площадь поперечнаго сѣченія $F_c = F_o$ и сократимъ выраженія для w и z на величину панели λ (считаемую постоянной). Тогда получимъ:

$$(16) \quad w_m = \left(y_{mu} + y_{mo} \frac{F_o}{F_u} \right) \frac{1}{h_m^2} \quad \text{и} \quad z_m = \left(y_{mu}^2 + y_{mo}^2 \frac{F_o}{F_u} \right) \frac{1}{h_m^2},$$



Фиг. 211.

гдѣ вмѣсто $F_o : F_u$ надо поставить отношеніе между площадями поперечныхъ сѣченій въ верхнемъ и нижнемъ поясахъ вблизи вершины.

Для узла o и для вершины s получимъ:

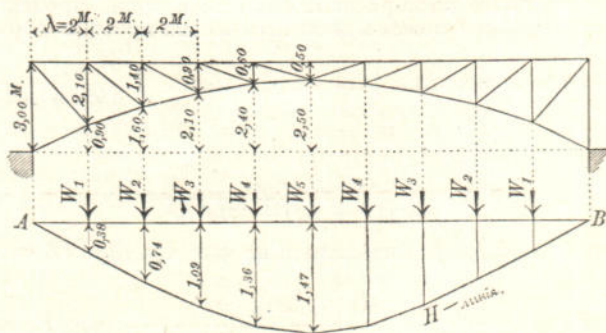
$$(17) \quad w_o = \frac{F_o}{F_u} \cdot \frac{1}{h_o}; \quad z_o = \frac{F_o}{F_u};$$

$$(18) \quad w_s = \frac{2 y_{su}}{h_s^2} \cdot \frac{F_o}{F_u}; \quad z_s = \frac{2 y_{su}^2}{h_s^2} \cdot \frac{F_o}{F_u} \quad (\text{ср. формулу 5}).$$

Вліяніе измѣненія температуры выразится формулой:

$$(19) \quad H_t = \frac{\epsilon E F_o l t}{\lambda \Sigma z_m}.$$

Численный примѣръ I. Для арочной фермы изъ сварочнаго же



Фиг. 212.

лѣза, фиг. 212, при $F_o : F_u = 1$ получимъ (при этомъ отношеніи площадей по-

перечныхъ сѣченій авторъ получилъ вполне удовлетворительные результаты для цѣлаго ряда примѣровъ):

$$w_1 = \frac{0,9 + 3,0}{2,1^2} = 0,88 \quad z_1 = \frac{0,9^2 + 3,0^2}{2,1^2} = 2,224 \quad z_0 = 1,000$$

$$w_2 = \frac{1,6 + 3,0}{1,4^2} = 2,35 \quad z_2 = \frac{1,6^2 + 3,0^2}{1,4^2} = 5,898$$

точно также $w_3 = 6,30$; $w_4 = 15,00$ $z_3 = 16,556$; $z_4 = 41,000$ $\sum z_m = 66,678$

* наконецъ $w_5 = \frac{2 \cdot 2,5}{0,5^2} = 20,00$ $z_5 = \frac{2 \cdot 2,5^2}{0,5^2} = 50,00$

$$\Sigma z_m = 2 \cdot 66,678 + 50,000 = 183,356.$$

Изгибающіе моменты для балки $A'B'$, нагруженной грузами w , если положить длину панели $\lambda = 1$, будутъ равны (ср. численный примѣръ на стр. 10):

$$M_1 = 34,53; M_2 = 68,18; M_3 = 99,48; M_4 = 124,48; M_5 = 134,48.$$

Количество Σz_m , раздѣленное на λ , будетъ равняться $\frac{183,356}{2,0} = 91,678$, поэтому получимъ:

$$H_1 = \frac{34,53}{91,678} = 0,38; H_2 = \frac{68,18}{91,678} = 0,74;$$

точно также $H_3 = 1,09$; $H_4 = 1,36$; $H_5 = 1,47$.

При постоянной нагрузкѣ $g = 1,45$ т. на пог. м. на узелъ придется:

$$g\lambda = 1,45 \cdot 2,0 = 2,9 \text{ т.}$$

Горизонтальный распоръ отъ собственного вѣса будетъ равняться тогда

$$H_g = g\lambda [2(H_1 + H_2 + H_3 + H_4) + H_5] = 2,9 \cdot 8,61 = 25,0 \text{ т.}$$

Вліяніе измѣненія температуры на $t = 35^\circ$ выразится такъ:

$$H_t = \frac{\varepsilon E t l F_o}{\lambda \Sigma z_m} = \frac{240 \cdot 35 \cdot 20 \cdot F_o}{2,0 \cdot 183,356} = 460 F_o \text{ (округляя).}$$

II. Желая произвести изслѣдованіе для различныхъ отношеній площадей поперечныхъ сѣченій $F_o : F_u$, придется вычислить (предполагая $\lambda = 1$) изгибающіе моменты M'_m , вызываемые грузами: $w'_m = \frac{y_m}{h_m^2}$ и моменты M''_m , вызываемые грузами $w''_m = \frac{h_o}{h_m^2}$, и затѣмъ опредѣлить H_m посредствомъ формулы:

$$(20) \quad H_m = \frac{M'_m + \frac{F_o}{F_u} M''_m}{\frac{1}{\lambda} \left(\Sigma z'_m + \frac{F_o}{F_u} \Sigma z''_m \right)}$$

Для вершины имѣемъ $w'_s = \frac{2y_s}{h_s^2}$ и $w''_s = 0$; $z'_s = y_s w'_s$ и $z''_s = 0$. Вліяніе измѣненія температуры t таково:

$$(21) \quad H_t = \frac{\varepsilon E t l F_o}{\lambda \left(\Sigma z'_m + \frac{F_o}{F_u} \Sigma z''_m \right)}$$

Такимъ образомъ получимъ:

m	w'_m	w''_m	z'	z''	M'_m	M''_m	
0			0	1,000			
1	0,20	0,68	0,184	2,041	20,29	14,24	$\Sigma z' = 95,868$
2	0,82	1,53	1,306	4,592	40,38	27,80	
3	2,60	3,70	5,444	11,111	59,65	39,83	$\Sigma z'' = 87,488$
4	6,67	8,33	16,000	25,000	76,32	48,16	
5	20,00	0	50,000	0	86,32	48,16	

Значенія H_m , вычисленныя по уравн. (20) при различныхъ отношеніяхъ $F_o : F_n$, вписаны въ слѣдующей таблицѣ:

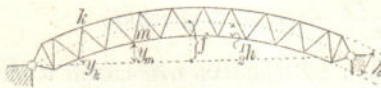
m	0,7	0,8	0,9	1,0	1,1	1,2
1	0,39	0,39	0,38	0,38	0,37	0,37
2	0,77	0,76	0,75	0,74	0,73	0,73
3	1,13	1,11	1,10	1,09	1,07	1,06
4	1,42	1,40	1,38	1,36	1,34	1,32
5	1,55	1,52	1,49	1,47	1,44	1,42

Вліяніе измѣненія температуры на $t = 35^\circ \text{C}$, будетъ равняться по порядку (числа округлены):

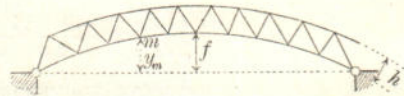
$$H_1 = 540 F_o; 510 F_o; 480 F_o; 460 F_o; 440 F_o; 420 F_o.$$

Вблизи вершины H -линіи значительно отличаются другъ отъ друга. О вліяніи этой разницы на усилія будетъ сказано ниже, ср. № 85.

82. Арочныя фермы съ приблизительно одинаковой высотой. Арочныя фермы, приведенныя на фиг. 213 и 214 имѣютъ приблизительно постоянное r_m ; узловыя точки этихъ фермъ, называемыхъ краткости ради *арочными фермами съ параллельными поясами*, располагаютъ большею частью по дугамъ круговъ съ



Фиг. 213.



Фиг. 214.

общимъ центромъ. Если h означаетъ разность обоихъ радиусовъ, то r_m можно замѣнить черезъ h ; тогда при равныхъ (или приблизительно равныхъ) панеляхъ можно примѣнить формулы:

$$w_m = \frac{y_m}{h_m^2} \cdot \frac{F_c}{F_m}; z = y_m w_m;$$

$$H_t = \frac{\varepsilon E I F_c}{\lambda \Sigma z_m} t.$$

Ср. образованіе формулъ (9) и (10). Сокративъ всѣ величины w и z на $1 : h_m^2$ и принявъ всюду одинаковое поперечное сѣченіе,

мы получимъ весьма простыя формулы:

$$(22) \quad w_m = y_m; \quad z_m = y_m^2; \quad H_i = \frac{\varepsilon E F_c l h^2}{\lambda \Sigma y_m^2} t.$$

Въ формулѣ для H_i количество F_c означаетъ среднюю площадь поперечнаго сѣченія пояса.

Уравненія (22) доставляютъ также тогда вполне возможные результаты, когда высота фермы h нѣсколько измѣняется отъ вершины къ опорамъ. Въ выраженіе для H_i придется тогда подставить среднее значеніе h .

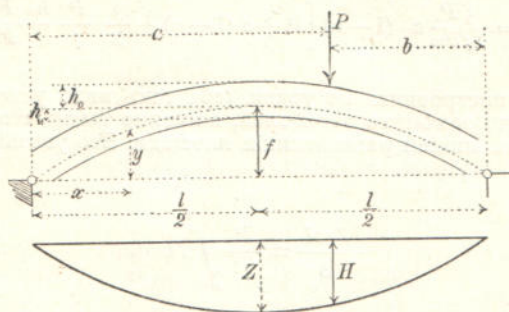
Если желаемъ подобрать для верхняго и нижняго пояса различныя среднія площади поперечныхъ сѣченій F_o и F_u , то надо выбрать $F_c = F_o$ и принять для узла m нижняго пояса и для узла k верхняго пояса соответственно:

$$(23) \quad w_m = y_m; \quad z_m = y_m^2 \text{ и } w_k = y_k \frac{F_o}{F_u}; \quad z_k = y_k^2 \frac{F_o}{F_u}.$$

Для *параболическихъ* арокъ полученныя формулы становятся еще проще. Для этого примемъ, фиг. 215, что пояса удовлетворяютъ условіямъ

$$y_o = y + h_o \quad \text{и}$$

$$y_u = y - h_u.$$



Фиг. 215.

гдѣ

$$y = \frac{4fx(l-x)}{l^2}$$

есть уравненіе параболы со стрѣлкой f . Замѣнимъ затѣмъ (подобно тому, какъ это было сдѣлано въ № 80) сосредоточенные грузы w нагрузкой непрерывной, имѣющей для абсциссы x высоту

$$w = y_u + y_o \frac{F_o}{F_u} = y - h_u + (y + h_o) \frac{F_o}{F_u} \text{ и которой}$$

соотвѣтствуетъ уравненіе кривой моментовъ

$$\frac{d^2 M_w}{dx^2} = -w = -\frac{4fx(l-x)}{l^2} \left(1 + \frac{F_o}{F_u} \right) - h_o \frac{F_o}{F_u} + h_u.$$

Послѣ двукратнаго интегрированія этого уравненія получимъ

$$M_w = \frac{f}{3l^2} (xl^3 - 2lx^3 + x^4) \left(1 + \frac{F_o}{F_u}\right) + \frac{1}{2} \left(h_o \frac{F_o}{F_u} - h_u\right) x(l-x),$$

причемъ постоянныя опредѣлены на основаніи того условія, что при $x=0$ и $x=l$ значеніе M должно обратиться въ нуль. Раздѣлимъ выраженіе для M_w на выраженіе

$$\mathfrak{M} = \int_0^l \left[(y-h_u)^2 + (y+h_o)^2 \frac{F_o}{F_u} \right] dx = \frac{8f^2 l}{15} \cdot \frac{F_o + F_u}{F_u} \omega, \text{ гдѣ}$$

$$(24) \quad \omega = 1 + \frac{5}{2} \cdot \frac{h_o F_o - h_u F_u}{f(F_o + F_u)} + \frac{15}{8} \cdot \frac{h_o^2 F_o + h_u^2 F_u}{f^2 (F_o + F_u)}.$$

Количество H , зависящее отъ измѣненія температуры t , равно:

$$H_t = \frac{\varepsilon E F_o l h^2 t}{\mathfrak{M}}, \text{ т. е.}$$

$$(25) \quad H_t = \frac{15 \varepsilon E t h^2 F_o F_u}{8 f^2 (F_o + F_u) \omega}.$$

Замѣнивъ наконецъ x черезъ a , мы получимъ выраженіе вліянія сосредоточеннаго груза P на величину H :

$$(26) \quad H = P \frac{M_w}{\mathfrak{M}} = \frac{5 P}{8 f l^3 \omega} a(l-a) \left[l^2 + a(l-a) + \frac{3}{2} \frac{l^2}{f} \frac{h_o F_o - h_u F_u}{F_o + F_u} \right].$$

H —линія, построенная по уравн. (26), такъ мало уклоняется отъ *параболы*, что ее можно замѣнить параболой, а именно такой, чтобъ обѣ линіи образовали съ нулевой линіей равновеликія площади. Это условіе напишется въ такой формѣ:

$$\frac{Z}{3} = \frac{P}{\mathfrak{M}} \int_0^l M_w dx,$$

откуда получимъ для Z выраженіе:

$$(27) \quad Z = \frac{3Pl}{16f} \nu, \text{ гдѣ}$$

$$(28) \quad \nu = \frac{f(F_o + F_u) + 1,25(h_o F_o - h_u F_u)}{f(F_o + F_u) + 2,5(h_o F_o - h_u F_u) + \frac{15}{8f}(h_o^2 F_o + h_u^2 F_u)}.$$

Уравненіе параболической H —линіи напишется такъ:

$$(29) \quad H = \frac{3P}{4} \frac{ab}{fl} \nu;$$

это уравненіе съ достаточной точностью можно примѣнить также и къ *крюковымъ* аркамъ.

Для случая, представленнаго на фиг. 213, $h_o = h$ и $h_u = 0$. Поэтому най-

демь:

$$(30) \quad \left\{ \begin{array}{l} \nu = \frac{f(F_o + F_u) + 1,25 h F_o}{f(F_o + F_u) + 2,5 h F_o \left(1 + 0,75 \frac{h}{f}\right)} \\ H_t = \frac{15 \varepsilon E t h^2 F_o F_u}{8f \left[f(F_o + F_u) + 2,5 h F_o \left(1 + 0,75 \frac{h}{f}\right) \right]} \end{array} \right.$$

Положивъ одинъ разъ $F_o = F_u$, другой разъ $F_o = 2F_u$, мы получимъ при $f = 4h$ одинъ разъ $\nu = 0,85$, другой разъ $\nu = 0,81$, а отсюда заключаемъ, что отношенія площадей поперечныхъ сѣченій $F_o : F_u$ обыкновенно не оказываютъ существеннаго вліянія на количество H . При возможномъ предположеніи $F_o = F_u$ уравненія (28) для фермы, показанной на фиг. 213, обратятся въ слѣдующія:

$$(31) \quad \text{Фиг. 213.} \quad \left\{ \begin{array}{l} \nu = \frac{8f + 5h}{8f + 2,5h \left(4 + 3 \frac{h}{f}\right)}; \\ H_t = \frac{15 \varepsilon E t h^2 F_c}{2f \left[8f + 2,5 h \left(4 + 3 \frac{h}{f}\right) \right]} \end{array} \right.$$

гдѣ F_c означаетъ теперь среднюю величину площадей поперечныхъ сѣченій F_o и F_u *).

Для втораго важнаго случая, фиг. 214, при $F_o = F_u = F_c$, получаемъ (на томъ основаніи, что $h_o = h_u = \frac{1}{2} h$):

$$(32) \quad \text{Фиг. 214.} \quad \nu = \frac{1}{1 + \frac{15}{32} \cdot \frac{h^2}{f^2}} \quad \text{и} \quad H_t = \frac{15 \varepsilon E t h^2 F_c}{16f^2} \cdot \nu.$$

Авторъ настоятельно рекомендуетъ примѣнять параболическую H -линію. Ср. соч. автора: Theorie und Berechnung der eiserner Bogenbrücken, Berlin 1880 стр. 34.

б) Опредѣленіе усилий.

83. Общіе выводы. Изгибающій моментъ M_m относительно узла m послѣ опредѣленія H можно представить (фиг. 201) въ такой формѣ:

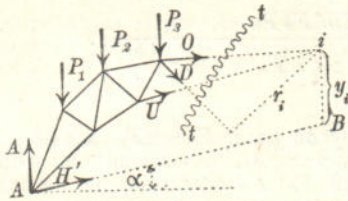
$$(33) \quad M_m = M_{om} - H' y_m \cos \alpha = M_{om} - H y_m,$$

гдѣ M_{om} есть значеніе момента при $H = 0$, т. е. значеніе изгибающаго момента для узла m простой балки AB . Помощью количества M_m опредѣляется усиліе въ стержнѣ пояса, лежащемъ противъ узла m . Такимъ образомъ для усилий въ поясахъ O_1 и U_2 , фиг. 201, получимъ значенія:

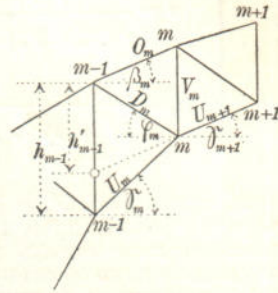
$$O_1 = -\frac{M_1}{r_1} \quad \text{и} \quad U_2 = +\frac{M_2}{r_2}.$$

*) Главнымъ образомъ имѣются въ виду сѣченія вблизи вершины.

Если желаемъ опредѣлить усиліе D на фиг. 216 изъ уравненія



Фиг. 216.



Фиг. 217.

моментовъ относительно i — точки пересѣченія усилій въ поясахъ U и O , то найдемъ:

$$(34) \quad M_i - Dr_i = 0, \text{ гдѣ } M_i = M_{oi} - Hy_i,$$

а M_{oi} — есть сумма моментовъ *вертикальныхъ* силъ A и P , приложенныхъ лѣвѣ сѣченія $t-t$, взятыхъ относительно точки i ; членъ: $-Hy_i$ опредѣляетъ вліяніе силы H' ; r_i — есть плечо для D .

При вычисленіи суммы моментовъ и усилій для *рѣшетки съ вертикальными стойками* (фиг. 217) мы введемъ слѣдующія обозначенія.

M_m^o — для суммы моментовъ относительно верхняго узла m ,
 M_m^u — " " " " нижняго " m ;

тогда найдемъ:

$$(35) \quad O_m = - \frac{M_m^u}{h_m \cos \beta_m}; \quad U_m = + \frac{M_{m-1}^o}{h_{m-1} \cos \gamma_m}.$$

Усилія въ промежуточныхъ стержняхъ можно опредѣлить какъ, и раньше, посредствомъ формулы (34), выражающей уравненіе моментовъ по Риттеру, или же слѣдующимъ путемъ.

Проведемъ черезъ O_m, D_m, U_m вертикальное сѣченіе и приравняемъ нулю сумму горизонтальныхъ проекцій силъ, дѣйствующихъ лѣвѣ сѣченія, тогда получимъ

$$D_m \cos \varphi_m + O_m \cos \beta_m + U_m \cos \gamma_m + H = 0;$$

выразимъ теперь O и U при помощи уравн. (35) и примемъ, наконецъ, во вниманіе, что

$$M_m^o = M_m^u - Hh_m,$$

такъ какъ при переходѣ отъ нижняго узла къ верхнему на величину момента вліяетъ только количество H .

Такимъ образомъ получимъ весьма наглядную группу формулъ:

$$(36) \quad \begin{cases} O_m \cos \beta_m = -\frac{M_m^u}{h_m}; & U_m \cos \gamma_m = +\frac{M_{m-1}^o}{h_{m-1}} \\ D_m \cos \varphi_m = \frac{M_m^o}{h_m} - \frac{M_{m-1}^o}{h_{m-1}} = \frac{M_m^u}{h_m} - \frac{M_{m-1}^u}{h_{m-1}}. \end{cases}$$

Теперь при помощи линий вліянія для количествъ $M^u : h$ и $M^o : h$ можемъ опредѣлить всѣ усиія O , U , D .

Точно также усиія въ стойкахъ можно выразить въ зависимости отъ моментовъ M^u и M^o . Если нагрузка дѣйствуетъ на верхній поясъ, этимъ случаемъ мы здѣсь и ограничимся, то условіе равновѣсія нижняго узла m напишется такъ:

$$V_m + D_m \sin \varphi_m + U_{m+1} \sin \gamma_{m+1} - U_m \sin \gamma_m = 0,$$

а отсюда, опредѣляя D_m , U_{m+1} и U_m посредствомъ уравненій (36) и принимая во вниманіе равенства

$$\operatorname{tg} \varphi_m + \operatorname{tg} \gamma_m = \frac{h_{m-1}}{\lambda_m} \quad \text{и} \quad \operatorname{tg} \varphi_m + \operatorname{tg} \gamma_{m+1} = \frac{h'_{m-1}}{\lambda_m},$$

получимъ простую формулу:

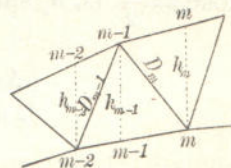
$$(37) \quad V_m = \frac{h'_{m-1}}{\lambda_m} \left(\frac{M_{m-1}^o}{h_{m-1}} - \frac{h_{m-1}}{h'_{m-1}} - \frac{M_m^o}{h_m} \right).$$

Здѣсь h'_{m-1} означаетъ длину верхняго отрѣзка стойки h_{m-1} отсѣкаемаго продолженіемъ стержня U_{m+1} .

Подобнымъ же образомъ составляются выраженія усиій D въ рѣшеткѣ съ наклонными раскосами безъ стоекъ. Вообразимъ, что пунктирные стойки существуютъ, фиг. 218, тогда найдемъ:

$$(38) \quad \begin{cases} D_m \cos \varphi_m = \frac{M_m^o}{h_m} - \frac{M_{m-1}^o}{h_{m-1}} = \frac{M_m^u}{h_m} - \frac{M_{m-1}^u}{h_{m-1}} \\ D_{m-1} \cos \varphi_{m-1} = \frac{M_{m-2}^o}{h_{m-2}} - \frac{M_{m-1}^o}{h_{m-1}} = \frac{M_{m-2}^u}{h_{m-2}} - \frac{M_{m-1}^u}{h_{m-1}}. \end{cases}$$

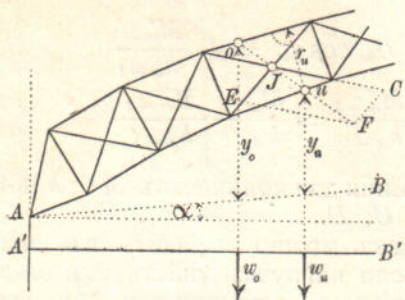
Если въ каждой панели расположены жесткія перекрестныя діагонали, фиг. 219, то точное вычисленіе усиій становится чрезвычайно труднымъ, такъ какъ къ одной статически неопредѣлимой величинѣ H , прибавляется въ каждой панели еще по одной статически неопредѣлимой величинѣ, именно усиіе въ одной изъ обѣихъ діагоналей. Поэтому здѣсь удовольствуемся приблизительнымъ способомъ *).



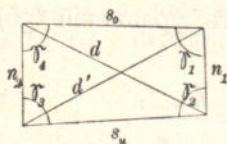
Фиг. 218.

*) Точный расчетъ находится въ сочиненіи Müller-Breslau: Theorie und Berechnung der eisernen Bogenbrücken (Berlin 1880), стр. 72. Въ большинствѣ случаевъ слѣдовало бы производить добавочный болѣе точный расчетъ, который вообще труднѣе. Поэтому форму рѣшетки, показанной на фиг. 219, слѣдуетъ примѣнять по возможности рѣже.

Обозначимъ буквами: D —напряженіе, d —длину и F —площадь поперечнаго сѣченія діагонали, поднимающейся влѣво, а буквами D' , d' , F' соответствующія значенія для діагонали, поднимающейся вправо, въ той же панели; остальные обозначенія длины стержней и угловъ указаны на фиг. 220. На измѣненіе $\Delta\gamma$ угла γ оказываютъ преимущественное влияние измѣненія длины Δd и $\Delta d'$; поэтому, пренебрегая въ уравненіи



Фиг. 219.



Фиг. 220

$$d^2 = s_0^2 + n_1^2 - 2 s_0 n_1 \cos \gamma_1$$

величинами Δs_0 , Δn_1 , можемъ получить такую зависимость

$$2d \Delta d = 2s_0 n_1 \Delta \gamma_1 \cdot \sin \gamma_1,$$

а затѣмъ уже отсюда найдемъ по порядку:

$$\Delta \gamma_1 = \frac{d \Delta d}{s_0 n_1 \sin \gamma_1}; \quad \Delta \gamma_2 = \frac{d' \Delta d'}{s_u n_1 \sin \gamma_2}; \quad \Delta \gamma_3 = \frac{d \Delta d}{s_u n_2 \sin \gamma_3}; \quad \Delta \gamma_4 = \frac{d' \Delta d'}{s_0 n_2 \sin \gamma_4}.$$

Такъ какъ сумма угловъ четырехугольника $\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3, \gamma_4$ и послѣ деформации = 360° , то получимъ, что $\Delta \gamma_1 + \Delta \gamma_2 + \Delta \gamma_3 + \Delta \gamma_4 = 0$, а отсюда слѣдуетъ, что

$$d \Delta d \frac{s_u n_2 \sin \gamma_3 + s_0 n_1 \sin \gamma_1}{\sin \gamma_1 \sin \gamma_3} = -d' \Delta d' \frac{s_0 n_2 \sin \gamma_4 + s_u n_1 \sin \gamma_2}{\sin \gamma_2 \sin \gamma_4},$$

но такъ какъ площадь четырехугольника = $\frac{1}{2} (s_u n_2 \sin \gamma_3 + s_0 n_1 \sin \gamma_1)$,

а также = $\frac{1}{2} (s_0 n_2 \sin \gamma_4 + s_u n_1 \sin \gamma_2)$, то будемъ имѣть

$$\frac{\Delta d}{\Delta d'} = -\frac{d'}{d} \cdot \frac{\sin \gamma_1 \sin \gamma_3}{\sin \gamma_2 \sin \gamma_4}.$$

Сдѣлавъ подстановку $\Delta d = \frac{Dd}{EF}$ и $\Delta d' = \frac{D'd'}{EF'}$

получимъ

$$\frac{D}{D'} = -\frac{d'^2}{d^2} \cdot \frac{F}{F'} \cdot \frac{\sin \gamma_1 \sin \gamma_3}{\sin \gamma_2 \sin \gamma_4},$$

а если $s_0 \parallel s_u$, т. е. если $\sin \gamma_1 = \sin \gamma_2$ и $\sin \gamma_3 = \sin \gamma_4$, то оконча-

тельно получимъ

$$(39) \quad \boxed{\frac{D}{D'} = -\frac{d'^2}{d^2} \cdot \frac{F}{F'}}$$

При расчетъ (по крайней мѣрѣ при предварительномъ) слѣдуетъ принять $F = F'$ и воспользоваться даннымъ уравненіемъ, даже если s_o и s_u только приблизительно параллельны.

Если отъ точки пересѣченія діагоналей J отложить по направле- ніямъ діагоналей отрѣзки JS и JE (фиг. 219), удовлетворяющіе условію $\overline{JS} : \overline{JE} = d'^2 F : d^2 F'$, и построить параллелограммъ JF , то линия JF дастъ направле- ніе равнодѣйствующей \mathfrak{D} усилій D и D' . Найдемъ точки пересѣченія o и u прямой JF съ поясами, затѣмъ обозначимъ черезъ M^o и M^u изгибающіе моменты относительно точекъ o и u , тогда усилія въ поясахъ будутъ равны:

$$(40) \quad O = -\frac{M_u}{r_u} \text{ и } U = +\frac{M_o}{r_o},$$

гдѣ r_o — длина перпендикуляра, опущеннаго изъ точки o на нижній поясъ, а r_u — длина перпендикуляра, опущеннаго изъ точки u на верхній поясъ.

Усилія D и D' находятся путемъ разложенія усилія \mathfrak{D} ; при вычисленіи же \mathfrak{D} поступаютъ такъ, какъ будто въ разсматриваемой панели находится только одна діагональ, соединяющая точки o и u .

При построеніи H — линіи по № 77 къ точкамъ o и u прикла- дываютъ грузы $w_o = \frac{s_u y_o}{r_o^2} \frac{F_c}{F_u}$ и $w_u = \frac{s_o y_u}{r_u^2} \frac{F_c}{F_o}$ и опредѣляютъ значе- нія $z_o = w_o y_o$ и $z_u = w_u y_u$. Вычисленіе H_i производится тогда по уравн. (7). Обыкновенно бываетъ возможно допустить упрощенія $w_o = y_o$ и $w_u = y_u$, выведенныя въ № 82, и кромѣ того особенно реко- мендуется пользоваться параболической H — линіей.

При отысканіи предѣльныхъ значений усилій пѣлесообразнѣе всего примѣнять линіи вліянія.

84. Линіи вліянія для изгибающихъ моментовъ и для усилій. Площадь вліянія для *изгибающаго момента*

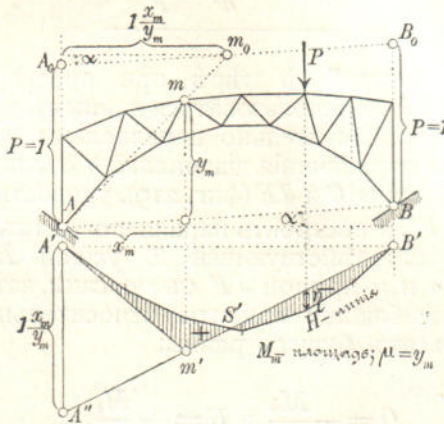
$$(41) \quad M_m = M_{om} - Hy_m = y_m \left(\frac{M_{om}}{y_m} - H \right)$$

получится какъ разность между двумя площадями вліянія—для коли- чества ($M_{om} : y_m$) и для H , причеиъ y_m будетъ множителемъ для этой площади *).

Построимъ сначала линію $A'S'B'$, представляющую собой H — линію (фиг. 221), отложимъ на вертикали точки A отрѣзокъ

*) См. № 71 и 72 (выпускъ VII). Множители для площадей вліянія мы бу- демъ обозначать буквой μ и этотъ множитель будемъ всегда ставить возлѣ соответствующей площади.

$A'A'' = i \frac{x_m}{y_m}$ *), соединимъ A'' и B' прямой, найдемъ на этой прямой точку m' , лежащую на вертикали подъ m , и проведемъ прямую $A'm'$.



Фиг. 221.

Заштрихованная площадь представить тогда площадь влияния для количества M_m **); по этой площади возможно найти предельныя значенія $max M_m$ и $min M_m$ въ такой формѣ:

$$max M_m = \mu \left[\sum_+ P\eta + g \left(\frac{F}{+} - \frac{F}{-} \right) + H_i \right],$$

$$min M_m = -\mu \left[\sum_- P\eta - g \left(\frac{F}{+} - \frac{F}{-} \right) + H_i \right],$$

гдѣ $\sum_+ P\eta$, $\sum_- P\eta$, $\frac{F}{+}$ и $\frac{F}{-}$ представляютъ количества, значеніе которыхъ было объяснено въ № 73 (выпускъ VII); тамъ было показано, что въ случаѣ равныхъ панелей можно положить:

$$g \left(\frac{F}{+} - \frac{F}{-} \right) = g\lambda \left(\frac{\Sigma}{+} - \frac{\Sigma}{-} \right).$$

На фиг. 221 было предположено, что точка m принадлежитъ верхнему нагруженному поясу. Если точка m будетъ принадлежать ненагруженному поясу (фиг. 222), то въ каждой панели F_1F_2 мы получимъ для линіи влияния прямолинейный участокъ L_1L_2 :

Зная моменты, легко можемъ опредѣлить усилія въ поясахъ.

При изслѣдованіи усилія въ промежуточномъ стержнѣ мы, принимая во вниманіе фиг. 216, будемъ исходить изъ уравненія $Dr_i = \pm M_i$, имѣющаго значеніе при всякомъ углѣ наклона стержня, и сначала опредѣлимъ площадь влияния для количества $M_i = M_{oi} - Hy_i$.

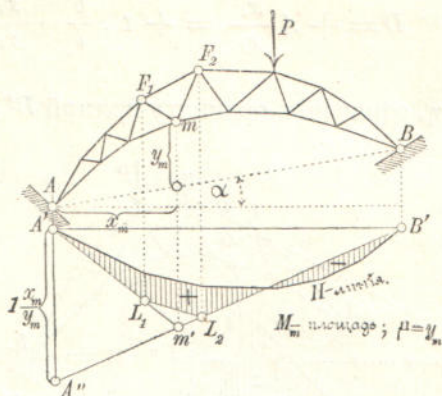
*) Графическое построеніе величины $i \cdot \frac{x_m}{y_m}$ показано на фиг. 221. Авторъ предпочитаетъ опредѣлять эту величину путемъ вычисленій.

**) Если бы $A'A'' = i \cdot x_m$, то треугольникъ $A'm'B'$ былъ бы площадью влияния для момента M_{om} (см. № 72, I томъ, выпускъ II).

Послѣ построения H — линіи откладываемъ отрезокъ $A' A'' = r \cdot \frac{x_i}{y_i}$,

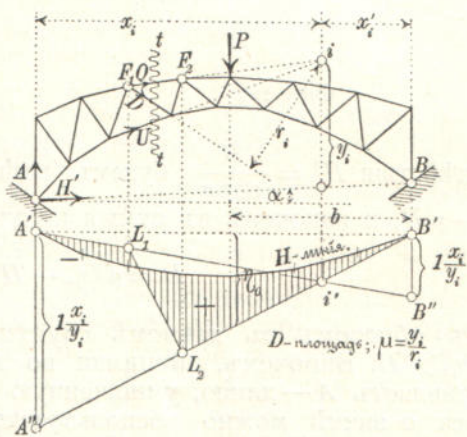
фиг. 223, проводимъ прямую $A'' B'$, находимъ на этой прямой точку i' , лежащую на вертикали подъ точкой i , соединяемъ точку i' съ A' и на концѣ проводимъ прямую $L_1 L_2$, соответствующую панели $F_1 F_2$. Если разсматривать заштрихованную на фиг. 223 площадь, какъ площадь вліянія для количества D , то множитель этой площади будетъ

$$\mu = \frac{y_i}{r_i}$$

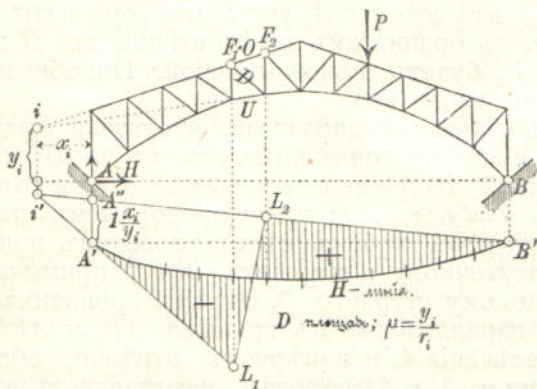


Фиг. 222.

Площади вліянія для D и M_i имѣютъ равные или противоположные знаки, смотря по тому, происходитъ ли вращеніе усилія D на фиг. 216 влѣво или вправо вокругъ i . Для избѣжанія ошибокъ при опредѣленіи этого знака можно примѣнить слѣдующій приемъ. Возьмемъ грузъ P , лежащій вправо отъ F_2 , и положимъ сначала $H = 0$, т. е. будемъ разсматривать ферму, какъ простую балку. Тогда къ лѣвой опорѣ будетъ приложено сопротивление $A = P \frac{b}{l}$;



Фиг. 223.

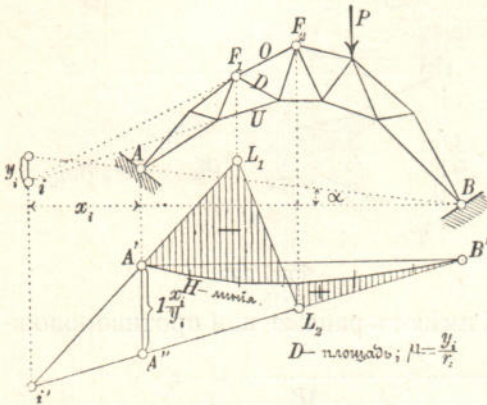


Фиг. 224.

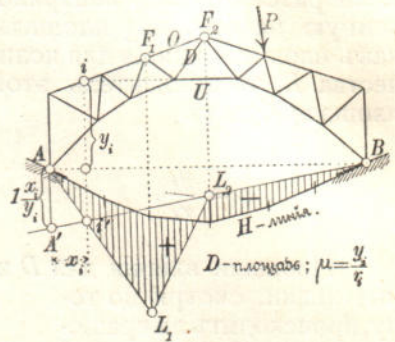
изъ уравненія $Ax_i - Dr_i = 0$ при $P = 1$ получимъ значеніе:

$$D = + A \frac{x_i}{r_i} = + 1 \cdot \frac{b}{l} \cdot \frac{x_i}{r_i} = \mu \cdot 1 \cdot \frac{b}{l} \cdot \frac{x_i}{y_i} = \mu \eta_0,$$

гдѣ η_0 означаетъ ординату прямой $B'A''$, измѣренную подѣ грузомъ P .



Фиг. 225.



Фиг. 226.

Отъ дѣйствія $H' = \frac{H}{\cos \alpha}$ будемъ имѣть: $H y_i + D r_i = 0$, откуда $D = -\mu H$, и наконецъ въ суммѣ получится

$$D = \mu (\eta_0 - H);$$

такимъ образомъ въ данномъ случаѣ D будетъ положительно, пока $\eta_0 > H$. Впрочемъ, принимая во вниманіе, что прямая $B'A''$ представляетъ A -линію, умноженную на $x_i : y_i$, то для рѣшенія вопроса о знакѣ можно воспользоваться только вліяніемъ величинъ A и $H' = \frac{H}{\cos \alpha}$. Такимъ образомъ для случая, представленнаго на фиг. 224, находимъ, что A , а также и H вызываютъ растягивающее усиліе D , а изъ этого слѣдуетъ, что ординаты прямой $B''A''$ надо прибавить къ ординатамъ лініи вліянія для H и что площадь вліянія правѣе F_2 будетъ положительной. Подобнымъ же путемъ изслѣдуются фиг. 225 и 226.

До сихъ поръ мы предполагали, что точка i лежитъ на чертежной доскѣ. Если эта точка выходитъ за предѣлы доски, то для проведенія прямой $B'A''$ можно воспользоваться отношеніемъ $x_i : y_i$ и множителемъ $\mu = y_i : r_i$. Для этого продолжаемъ стержни поясовъ O и U (фиг. 227) и въ любомъ мѣстѣ проводимъ прямую ST параллельно промежуточному стержню F_1F' , примыкающему слѣва къ разсматриваемому стержню D . Затѣмъ проводимъ черезъ точки S и T прямыя, параллельныя къ прямымъ AF_1 и AF' , определяемъ ихъ точку пересѣченія i_0 и измѣряемъ отрѣзки, обозначенные на фиг. 227 буквами η_i, ξ_i, ρ_i . Отрѣзокъ ρ_i представляетъ перпендикуляръ, опущенный изъ точки S на стержень D .

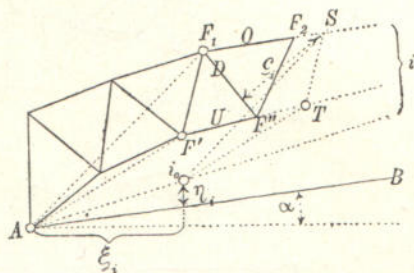
Тогда получимъ

$$\frac{x_i}{y_i} = \frac{\xi_i}{\eta_i} \text{ и } \frac{y_i}{r_i} = \frac{\eta_i}{\rho_i}.$$

Точка i лежитъ на прямой Ai_0 , на что надо обратить вниманіе при опредѣленіи знака.

Подобнымъ же образомъ можно опредѣлить отрѣзки $i \cdot \frac{x_i'}{y_i}$

отсѣкаемые прямой $A'B''$ (фиг. 223) на вертикали, проходящей через B ; но въ этомъ впрочемъ нѣтъ необходимости, такъ какъ прямую $A'B''$ можно опредѣлить гораздо скорѣе другимъ путемъ. Слѣдуетъ только помнить, что ломанная $A'L_1L_2B'$ есть линия вліянія для усилія D въ простой балкѣ AB .



Фиг. 227.

Напр., на фиг. 228 построена площадь вліянія для усилія D въ раскосѣ, подымающемся вправо. Точка i лежитъ внѣ доски, поэтому мы нашли $x_i : y_i = \xi_i : \eta_i$. Вспомогательныя линіи, служащія для опредѣленія точки i_0 , могутъ быть стерты. Точка i_0 получается выше прямой AB , поэтому точка i лежитъ также выше AB . Силы A и $H' = \frac{H}{\cos \alpha}$ вызываютъ въ стержнѣ D

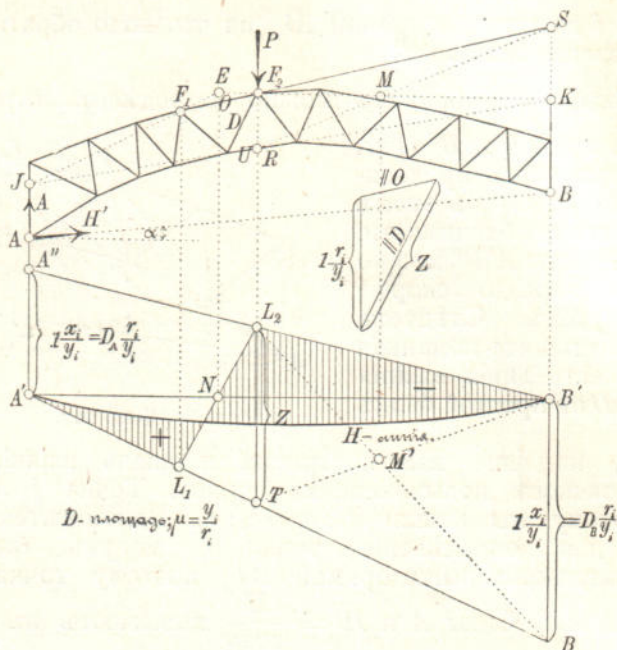
сжатіе, почему отрѣзокъ $A'A'' = i \frac{x_i}{y_i}$ отложенъ кверху *). Для нанесенія прямыхъ L_2L_1 и $A'L_1$ примѣняются два способа; по первому способу опредѣляютъ нулевую точку N , какъ это было объяснено въ I томѣ (фиг. 225, выпускъ IV), по второму способу опредѣляютъ отрѣзокъ L_2T , отсѣкаемый прямыми $B'A''$ и $A'B''$ на вертикали, проходящей через ту конечную точку F_2 стержня D , которая лежитъ на нагруженномъ поясѣ. Мы доказали раньше такое предположеніе: если разложить грузъ $P = 1$ по направлениямъ O и D и если при этомъ составляющая, параллельная стержню D , равняется $[D]$, то получимъ, что $L_2T = [D]$, предполагая, что множитель для площади вліянія равняется 1^{**}). Такъ какъ въ данномъ случаѣ множитель равняется $\mu = \frac{y_i}{r_i}$, то вмѣсто $P = 1$ надо подставить $\frac{1}{\mu} = i \frac{r_i}{y_i}$. Вмѣсто $[D]$ теперь явится значеніе Z , полученное изъ фиг. 228. Второй способъ опредѣленія прямыхъ $A'L_1$ и L_2L_1 имѣетъ, конечно, больше преимуществъ.

Кромѣ этого имѣется еще нѣсколько другихъ способовъ проведенія ломанной линіи $A'L_1L_2B'$, такъ напр., посредствомъ точекъ M и M' , нанесенныхъ на фигурѣ, которая послѣ нахождения величины Z , быстро опредѣляютъ отрѣзокъ $B'B''$. Особеннаго вниманія заслуживаетъ также способъ, показанный на фиг. 200 (выпускъ VII)

*) Линію вліянія для H будемъ всегда строить ниже горизонтальной прямой.

***) См. фиг. 199 (выпускъ VII).

причемъ на этой фигурѣ вмѣсто отрѣзковъ \overline{SR} и $\overline{VW} = P = 1$ надо отложить отрѣзки $= \frac{1}{\mu} = 1 \frac{r_i}{y_i}$ *). Здѣсь, впрочемъ, получается сна-



Фиг. 228.

чала наклонная нулевая линия $A' B'$, поэтому, пользуясь для всѣхъ стержней одной и той же линіей влияния для H , намъ придется строить ломанную линію $A' L_1 L_2 B'$ дважды.

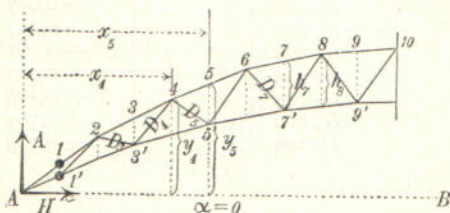
Затѣмъ слѣдуетъ замѣтить, что отрѣзокъ $\overline{A' A''} = 1 \cdot \frac{x_i}{y_i} = D_A \frac{r_i}{y_i}$, гдѣ D_A означаетъ абсолютную величину усилія, вызываемаго въ разсматриваемомъ раскосѣ сопротивленіемъ опоры $A = 1$; точно такимъ же способомъ вычисляется величина $\overline{B' B''} = D_B \frac{r_i}{y_i}$ изъ усилія D_B , вызываемаго сопротивленіемъ опоры $B = 1$; наконецъ количество $1 \frac{r_i}{y_i} = D_H$ равняется абсолютной величинѣ усилія отъ дѣйствія нагрузки $\frac{1}{\cos \alpha}$, приложенной къ точкѣ A и направленной отъ A къ B . Послѣ этого ломанная линія $A' L_1 L_2 B'$ опредѣляется при помощи двухъ изъ слѣдующихъ трехъ отрѣзковъ: $A' A'' = D_A : D_H$, $B' B'' = D_B : D_H$ и Z^{**}).

*) Фиг. 200 соответствуетъ раскосу, поднимающемуся влѣво. Если D подымается вправо, то придется рассмотреть зеркальное изображеніе.

***) См. томъ I фиг. 266 (выпускъ IV). тамъ отрѣзки D_A и D_B были обозначены буквами D' и D'' ,

Пользуясь усилиями D_A, D_B, D_H мы получим очень наглядные и точные чертежи, предполагая, конечно, что эти количества определены *вычислением*, на что не требуется много труда. При этом надо воспользоваться уравнениями (36) и (38).

Для примѣра приведемъ здѣсь опредѣленіе количествъ D_A, D_B, D_H для серповидной арки, фиг. 207, такъ какъ этотъ способъ весьма пригоденъ для данного рода фермъ. Проведемъ черезъ нижніе узлы 1', 3', 5', 7', ... вертикальныя прямыя, которыя пересѣкутъ верхній поясъ въ точкахъ 1, 3, 5, 7, ...*. При помощи моментовъ $M_1, M_2, M_3, \dots, M_5, \dots$ можно найти усилие въ раскосѣ, поднимающемся влѣво, при всякомъ состояніи нагрузки:



Фиг. 229.

$$D_m \cos \varphi_m = \frac{M_m}{h_m} - \frac{M_{(m-1)}}{h_{m-1}}, \text{ такъ напр. } D_5 \cos \varphi_5 = \frac{M_5}{h_5} - \frac{M_4}{h_4},$$

а въ раскосѣ, поднимающемся вправо:

$$D_m \cos \varphi_m = \frac{M_{(m-1)}}{h_{m-1}} - \frac{M_m}{h_m}, \text{ такъ напр. } D_4 \cos \varphi_4 = \frac{M_3}{h_3} - \frac{M_4}{h_4}.$$

Слѣдующія значенія будутъ соответствовать теперь узламъ m при состояніяхъ нагрузки $A = 1, B = 1, H = 1$:

$$M_m = 1 \cdot x_m, M_m = 1 \cdot x'_m, M_m = -1 \cdot y_m,$$

поэтому получимъ слѣдующія уравненія, соответствующія, напр., количествамъ D_5 и D_4 :

$$\begin{aligned} \text{влияніе количества } A = 1; D_5 \cos \varphi_5 &= \frac{x_5}{h_5} - \frac{x_4}{h_4}; D_4 \cos \varphi_4 = \frac{x_3}{h_3} - \frac{x_4}{h_4} \\ \text{,, ,, } B = 1; D_5 \cos \varphi_5 &= \frac{x'_5}{h_5} - \frac{x'_4}{h_4}; D_4 \cos \varphi_4 = \frac{x'_3}{h_3} - \frac{x'_4}{h_4} \\ \text{,, ,, } H = 1; D_5 \cos \varphi_5 &= \frac{y_4}{h_4} - \frac{y_5}{h_5}; D_4 \cos \varphi_4 = \frac{y_4}{h_4} - \frac{y_3}{h_3} \end{aligned}$$

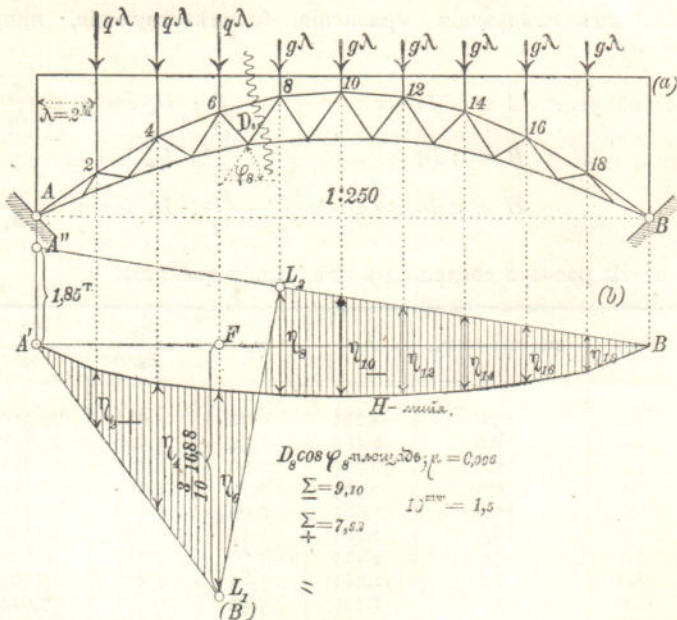
Результаты расчета сведены въ слѣдующія таблицы:

m	x_m	$x'_m = l - x_m$	h_m	y_m	$\frac{x_m}{h_m}$	$\frac{x'_m}{h_m}$	$\frac{y_m}{h_m}$
1	1,0	19,0	0,245	0,72	4,082	77,550	2,939
2	2,0	18,0	0,565	1,44	3,540	31,858	2,549
3	3,0	17,0	0,725	2,00	4,138	23,448	2,759
4	4,0	16,0	0,985	2,56	4,061	16,244	2,599
5	5,0	15,0	1,085	2,96	4,608	13,825	2,728
6	6,0	14,0	1,285	3,36	4,669	10,895	2,615
7	7,0	13,0	1,325	3,60	5,283	9,811	2,717
8	8,0	12,0	1,465	3,84	5,461	8,191	2,621
9	9,0	11,0	1,445	3,92	6,228	7,612	2,713
10	10,0	10,0	1,525	4,00	6,557	6,557	2,623

*) Ради болѣе удобнаго обозначенія моментовъ здѣсь выбрано другое обозначеніе нижнихъ узловъ, чѣмъ на фиг. 207.

	Вліяніе количествъ		
	A = 1	B = 1	H = 1
$D_2 \cos \varphi_2 =$	+ 0,542	+ 45,692	- 0,390
$D_3 \cos \varphi_3 =$	- 0,598	- 8,410	- 0,210
$D_4 \cos \varphi_4 =$	+ 0,977	+ 7,204	- 0,160
$D_5 \cos \varphi_5 =$	+ 0,547	- 2,419	- 0,129
$D_6 \cos \varphi_6 =$	- 0,061	+ 2,930	- 0,113
$D_7 \cos \varphi_7 =$	+ 0,614	- 1,084	- 0,102
$D_8 \cos \varphi_8 =$	- 0,178	+ 1,620	- 0,096
$D_9 \cos \varphi_9 =$	+ 0,767	- 0,579	- 0,092
$D_{10} \cos \varphi_{10} =$	- 0,329	+ 1,055	- 0,090

При помощи этихъ значенийъ можно легко построить линіи вліянія для усилій D или — это будетъ цѣлесообразнѣе — для количествъ $D \cos \varphi$. На фигурѣ 230 b построена площадь вліянія для $D_8 \cos \varphi$. Количества A и H оказываютъ вліянія одинаковыя по знаку, поэтому отрѣзокъ $A'A'' = 1 \cdot \frac{0,178}{0,096} = 1,85$ откладывается въ противоположную сторону отъ площади вліянія для H , для того чтобъ можно было суммировать вліянія количествъ A и H . Прямая $A'B''$ опредѣляется здѣсь не съ помощью отрѣзка $B'B'' = \frac{1,620}{0,096} = 16,88$, такъ какъ это построеніе потребовало бы много мѣста, а посредствомъ отрѣзка $\overline{FL_1} = \frac{3}{10} \cdot 16,88 = 5,06$. Множитель построенной площади вліянія равняется $\mu = 0,096$.



Фиг. 230.

Объяснимъ еще на данной фигурѣ способъ опредѣленія усилія отъ равномерно распределенной нагрузки; пусть постоянная нагрузка составляетъ $g = 1,45$ т. на пог. метръ пролета, а временная $p = 2,6$ т. Тогда узловая нагрузка будетъ: $g\lambda = 1,45 \cdot 2,0 = 2,9$ т. и $p\lambda = 2,6 \cdot 2,0 = 5,2$ т. Для того чтобъ

получить $\max D_8$, надо нагрузить узлы вправо отъ D_8 по $g\lambda$, а узлы влѣво отъ D_8 — по $q\lambda = (g + p)\lambda = 8,1$ т.

По измѣреніи находимъ:

$$\sum_{+} = r_2 + r_4 + r_6 = 7,92; \quad \sum_{-} = r_8 + r_{10} + r_{12} + r_{14} + r_{16} + r_{18} = 9,10,$$

и затѣмъ получимъ:

$$\max D_8 \cos \varphi_8 = \mu \left(\frac{q\lambda \sum_{+}}{+} - \frac{g\lambda \sum_{-}}{-} \right) = 0,096 (8,1 \cdot 7,92 - 2,9 \cdot 9,10) = +3,6 \text{ т.}$$

Переставивъ буквы g и q , найдемъ:

$$\min D_8 \cos \varphi_8 = \mu \left(\frac{g\lambda \sum_{+}}{+} - \frac{q\lambda \sum_{-}}{-} \right) = 0,096 (2,9 \cdot 7,92 - 8,1 \cdot 9,10) = -4,9 \text{ т.}$$

Къ этимъ значеніямъ надо прибавить еще значеніе, соотвѣтствующее нагреванію или охлажденію $D_8 \cos \varphi = \pm \mu H_i$ **).

Въ предыдущихъ изслѣдованіяхъ всѣ площади вліянія получались изъ одной той же площади вліянія для H посредствомъ проведенія нѣсколькихъ прямыхъ. Этотъ простой способъ, пригодный всегда для стержней поясовъ, иногда не годится для вычисленій напряженій въ промежуточныхъ стержняхъ, потому что когда точки i лежатъ близко къ прямой AB , то отношенія $x_i : y_i$ (и соотвѣтственно $D_A : D_H$) при конечномъ x_i и при $y_i = 0$ становятся весьма большими; вслѣдствіе этого площади вліянія потребовали бы слишкомъ много мѣста. Вотъ почему необходимо пока не производить умноженія на множителя μ ; сначала строится площадь вліянія при $H = 0$, а затѣмъ ужъ прибавляется вліяніе H съ соотвѣтствующимъ знакомъ. Въ послѣднемъ примѣрѣ (фиг. 230) отложено $\overline{A'A''} = 0,178$ (вмѣсто $\frac{0,178}{0,096}$) и $\overline{FL_1} = \frac{3}{10} \cdot 1,62$ (вмѣсто $\frac{3}{10} \cdot \frac{1,62}{0,096}$), а линія вліянія для H замѣнена линіей вліянія для количества (0,096H), причеиъ умноженіе ординатъ H на 0,096 произведено весьма просто при помощи угла, тангенсъ котораго = 0,096 (см. № 72—выпускъ VII).

Авторъ рекомендуетъ при примѣненіи послѣдняго способа построения строить линіи вліянія для H по двумъ различнымъ масштабамъ (иногда приходится прибѣгать еще и къ третьему очень мелкому масштабу). причеиъ линіи вліянія для H въ болѣе крупномъ масштабѣ могутъ быть примѣнены для изслѣдованія усилій въ поясахъ, а въ болѣе мелкомъ масштабѣ—для расчета раскосовъ. Эти правила могутъ иногда оказаться непригодными при расчетѣ усилій въ промежуточныхъ стержняхъ серповидныхъ арокъ.

Относительно примѣненія горизонтальной нулевой оси и болѣе нагляднаго сопоставленія площадей вліянія и результатовъ расчета укажемъ на сказанное въ № 73 (выпускъ VII).

С) Подробный численный примѣръ. Расчетъ железнодорожнаго моста съ арочными фермами.

(Листы чертежей 3 и 4).

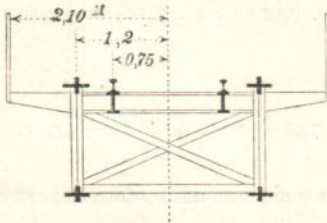
85. Железнодорожный мостъ въ одинъ путь имѣетъ двѣ главныхъ фермы, размѣры которыхъ даны на фиг. 231 (листъ чертежей 3). Узлы нижняго пояса расположены по параболѣ; верхній

* См. конецъ № 73 (выпускъ VII). Точнѣе будетъ $\max D \cos \varphi = \mu \left(\frac{qF}{+} - \frac{gF}{-} \right)$; тѣмъ не менѣе вышеприведенный приемъ проще и результаты, доставляемые имъ достаточно точны.

** Какииъ образомъ ввести въ расчетъ вліяніе H' будетъ показано въ подробномъ численномъ примѣрѣ, см. № 85.

поясъ горизонталенъ. Въсь мостоваго полотна (фиг. 232) составляетъ 700 к. на пог. метръ пути; въсь обѣихъ главныхъ фермъ съ поперечными связями опредѣленъ по формулѣ $150 + 30l = 150 + 30 \cdot 20 = 750$ к. (см. таблица *d* приложения къ выпуску V, томъ I).

На каждую главную ферму придется $g = \frac{1}{2} (700 + 750)$ к., а по-



Фиг. 232.

стоянная нагрузка на одну панель $g \lambda = 1450$ к. = 1,45 т. Давления на колеса и разстоянія между колесами въ поѣздѣ указаны на фиг. 242 (листъ чертежей 3). Требуется опредѣлить усилія и размѣры поперечныхъ сѣченій для главной фермы.

1. Линія вліянія для H была уже опредѣлена для данной фермы въ № 81 (стр. 16, фиг. 212). Отношеніе площадей поперечныхъ сѣ-

ченій $F_o : F_u$ взято равнымъ 1; на фиг. 240 вписаны соответствующія значенія для H .

2. Усилія S_o отъ постоянной нагрузки опредѣлены на фиг. 233 при помощи діаграммы напряженій Кремоны по вычисленіи величины $H_o = 12,5$ т. *); результаты вычисленій вписаны на фиг. 234.

3. Усилія S_p отъ временной нагрузки опредѣляются при помощи линій вліянія по способу, изложенному въ № 84. При этомъ возможны нѣкоторыя упрощенія, которыя получаются вслѣдствіе выбранной формы для главной фермы.

Если точка m нижняго пояса, фиг. 222, лежитъ на параболѣ, уравненіе которой $y_m = \frac{4f x_m x_m'}{l^2}$, то для разстоянія точки m' отъ

прямой $A'B'$ получаемъ выраженіе: $\overline{A'A''} \cdot \frac{x_m'}{l} = 1 \cdot \frac{x_m}{y_m} \cdot \frac{x_m'}{l} =$

$= 1 \cdot \frac{l}{4f}$; поэтому геометрическое мѣсто точекъ m' будетъ прямая,

параллельная $A'B'$. Въ данномъ примѣрѣ $l = 20$ м., $f = 2,5$ м. и

$= \frac{l}{4f} = 2,0$ т., а при помощи этого значенія опредѣляются всѣ площади вліянія для O ; см. фиг. 240, гдѣ заштрихована площадь вліянія для O_3 ; ординаты этой площади будутъ служить ординатами площади вліянія для O_3 , отнесенной къ горизонтальной нулевой оси.

На фиг. 241 показано построеніе площадей вліянія для количествъ U_2, U_3, U_4, U_5 . При опредѣленіи, напр., площади вліянія для U_5 (на фиг. заштриховано) отложено $A4''$ равнымъ значенію $x_4 : y_{o4} = x_4 : h_o = \frac{8}{3}$ т., вычисленному для верхняго узла 4, затѣмъ

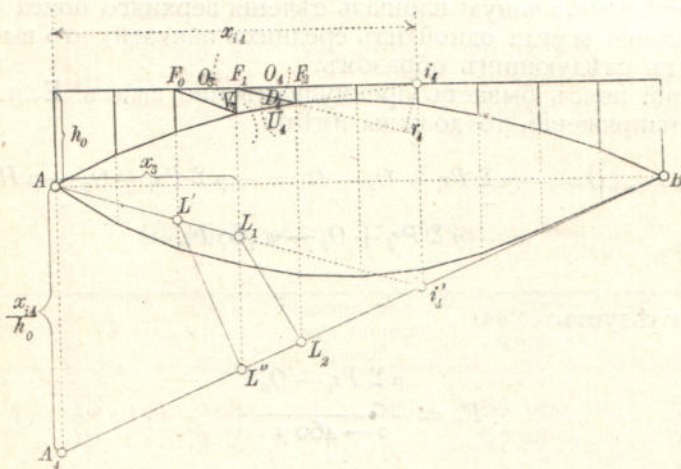
опредѣлена на прямой $4''B$ точка $4'$, лежащая на вертикали подъ точкой 4, и затѣмъ проведена прямая $A4'$. Такъ какъ значеніе y_o сохраняетъ постоянную величину h_o и длина панели одинакова по всей фермѣ, то точки $1'', 2'', 3''$, соответствующія узламъ 1, 2, 3, раздѣляютъ отрѣзокъ $A4''$ на равныя части **), а этого достаточно

*) См. стр. 17, гдѣ было найдено значеніе $H_o = 25,0$ т. для $g \lambda = 2,90$ т.

***) Изъ этого слѣдуетъ, что точки $1', 2', 3', 4'$ лежатъ на параболѣ, стрѣлка которой $= 1 \frac{l}{4h_o}$.

для опредѣленія линий вліянія для количествъ U_2, U_3, U_4 . Для пер-
 ваго стержня нижняго пояса получимъ $U_1 = \frac{H}{\cos \gamma_1} = 1,096 H$, а такъ
 какъ положеніе поѣзда, показанное на фиг. 241 выше H —линии,
 вызываетъ горизонтальный распоръ $H_p = \Sigma P \eta = 43,2$ т., то
 $U_{1p} = 1,096 \cdot 43,2 = 47,4$ т.

Опредѣленіе усилий въ промежуточныхъ стержняхъ упрощается
 вслѣдствіе того, что стержни поясовъ O_{m-1} и U_m пересекаются въ
 той же точкѣ i , что и стержни O_m и U_m . Такъ, напр., если площадь
 вліянія для D_4 получена на фиг. 243 при помощи отрѣзка $AA_4 = x_{i4} : h_0$
 какъ разность между площадью AL_1L_2BA и площадью вліянія для H ,
 то площадь вліянія для количества V_3 (причемъ L_1L_2 надо замѣнить
 черезъ $L'L''$) найдется какъ разность между площадью $AL'L''BA$
 и площадью вліянія для H . Такимъ образомъ площади вліянія для
 количествъ D_4 и V_3 лѣвѣ F_0 и правѣ F_2 одинаковы между собой;
 знаки же ихъ противоположны и множители различны, а именно
 для площади вліянія для количества D_4 множитель $\mu = h_0 : r_4$, а для
 площади вліянія для V_3 : $-\mu = h_0 : (x_{i4} - x_3)$. Всѣ площади вліянія для V
 можно получить изъ фиг. 244, гдѣ вычерчены площади вліянія для D ,
 отнесенныя къ линии вліянія для H , какъ къ ломанной оси *).



Фиг. 243.

Послѣ построенія площадей вліянія опредѣляются путемъ по-
 пытокъ самыя опасныя положенія поѣздовъ (нанесены на листахъ
 чертежей 3 и 4) и вычисляются соответствующія значенія $\Sigma P \eta$
 и $\Sigma P \eta$; послѣднія значенія вмѣстѣ съ множителями даны на черте-
 жяхъ 3 и 4. Умноженіе ординатъ η на P сдѣлано при помощи мас-
 штабовъ. Такъ, напр., на листѣ чертежей 3 линия вліянія для H
 построена въ масштабѣ 1 т. = 25 мм., ординаты же линий вліянія,

*) Площадь вліянія для V_0 можно получить еще какъ разность между
 площадями вліянія для количествъ $A \cot \gamma_1$ и H , такъ какъ $V_0 = A - H \operatorname{tg} \gamma_1 =$
 $= \operatorname{tg} \gamma_1 (A \cot \gamma_1 - H)$; множитель этой площади будетъ $\mu = 1 \operatorname{tg} \gamma_1 = 3,0 : 6,67 =$
 $= 0,45$. Площадь вліянія для количества $A \cot \gamma_1$ есть треугольникъ, опредѣляе-
 мый отрѣзкомъ $AA_1 = 1 \cot \gamma_1 = 6,67 : 3,0 = 2,22$.

соотвѣтствующія давленія въ колесъ въ 6,5 т. и 4,5 т. измѣрены въ масштабахъ 6,5 т. = 25 мм. и 4,5 т. = 25 мм. Для промежуточныхъ стержней на листъ черт. 4 масштабы выбраны небольшими.

Вычисленіе усилий S_p , зависящихъ отъ подвижной нагрузки, сдѣлано по формулѣ:

$$\max S_p = \mu \Sigma P \eta; \quad \min S_p = -\mu \Sigma P \eta.$$

Результаты сопоставлены на фиг. 236.

4. *Вліянія измѣненія температуры.* Кромѣ усилий S_g и S_p могутъ появиться еще усилия S_t отъ измѣненія температуры установки на t° (здѣсь будемъ считать это измѣненіе равномернымъ); абсолютная величина этихъ усилий равняется

$$S_t = \mu H_t.$$

Относительно знака надо замѣтить, что положительное H_t вызываетъ растягивающія усилия въ верхнемъ поясѣ и въ вертикаляхъ, и сжимающія усилия въ остальныхъ стержняхъ. Если $t = \pm 35^\circ \text{C.}$, то (по стр. 17) $H_t = \pm 460 F_o$, гдѣ вмѣсто F_o надо подставить для безопасности наибольшую площадь сѣченія верхняго пояса (которая соотвѣтствуетъ всегда одной изъ среднихъ панелей); это вычисленіе происходитъ слѣдующимъ образомъ.

Верхній поясъ бываетъ преимущественно сжатъ. Если σ — допустимое напряженіе, то должны имѣть:

$$\begin{aligned} -\sigma F_o = \min O &= -\mu \Sigma P \eta + O_g + O_t = -\mu \Sigma P \eta + O_g - \mu H_t = \\ &= -\mu \Sigma P \eta + O_g - \mu 460 F_o, \end{aligned}$$

а отсюда слѣдуетъ:

$$F_o = \frac{\mu \Sigma P \eta - O_g}{\sigma - 460 \mu}.$$

Для 5-й панели $\mu = 5,0$; $\Sigma P \eta = 8,9$; $O_g = -10,0$, и если $\sigma = 700 \text{ к./см.}^2 = 7000 \text{ т./м.}^2$, то

$$F_o = \frac{5,0 \cdot 8,9 + 10,0}{7000 - 460 \cdot 5,0} = 0,0116 \text{ м}^2.$$

Для 4-й панели получается:

$$F_o = \frac{4,0 \cdot 10,5 + 8,0}{7000 - 460 \cdot 4,0} = 0,0097 < 0,0116,$$


поэтому находимъ:

$$H_t = \pm 460 F_o \max = \pm 460 \cdot 0,0116 = \pm 5,3 \text{ т. и } S_t = \pm 5,3 \mu.$$


Усилия S_i , вычисленные по этой формулѣ, нанесены на фиг. 235; *верхній* знакъ относится къ случаю *возвышенія* температуры.

5. *Полныя усиія*, полученные отъ сложения отдѣльныхъ вліяній постоянной и временной нагрузки, а также вліянія измѣненія температуры, вписаны на фиг. 237.

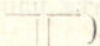
6. Нижеслѣдующая таблица даетъ понятіе о *выбранныхъ поперечныхъ сѣченіяхъ стержней* и о величинѣ наибольшихъ напряженій на 1 кв. см. Здѣсь надо замѣтить, что нижній поясъ вблизи вершины долженъ получить то же сѣченіе, что и верхній поясъ; это нужно для того, чтобъ удовлетворить положенію $F_o : F_u = 1$, введенному въ расчетъ. Отверстія заклепокъ не вычитались въ поясныхъ стержняхъ и въ стойкахъ, т. е. въ тѣхъ стержняхъ, которые по преимуществу сжаты; въ раскосахъ же, при наибольшихъ растягивающихъ усиліяхъ, отверстия заклепокъ вычитались.

Верхній поясъ. (Сѣченіе )

Панели.	Уголки.	Полная площадь попер. сѣч. F .	Наибольшее усиліе S .	$\sigma = \frac{S}{F}$
5 и 4	10 . 15 . 1,2 см.	114 см ² .	81 000 к.	710 к./см ² .
3	10 . 10 . 1,0 "	76 "	50 000 "	660 "
2 и 1	7 . 7 . 0,9 "	47 "	30 000 "	640 "

Нижній поясъ. (Сѣченіе )

Панели.	Уголки.	Полная площадь попер. сѣч. F .	Наибольшее усиліе S .	$\sigma = \frac{S}{F}$
5 и 4	10 . 15 . 1,2 см.	114 см ² .	66 000 к.	580 к./см ² .
3,2 и 1	10 . 13 . 1,3 "	97 "	67 000 "	690 "

Раскосы. (Сѣченіе )

Панели.	Уголки.	Полная площадь попер. сѣч. F .	Наибольшее усиліе S .	$\sigma = \frac{S}{F - 2 d \delta}$ *)
5 и 4	14 . 14 . 1,4 см.	74 см ² .	39 000 к.	580 к./см ² .
3	11 . 11 . 1,3 "	54 "	29 000 "	600 "
2	9 . 9 . 1,3 "	43 "	27 000 "	720 "
1	9 . 9 . 1,1 "	37 "	21 000 "	650 "

*) $d = 2,2$ см. — діаметръ заклепки; $\delta = 1,4$ и соотв. 1,3 и 1,1 см. — толщина желѣза.

Стойки. (Съченіе $\square \square$).

Всѣ уголки $7,5 \cdot 7,5 \cdot 1,2$; $F = 33 \text{ см}^2$; $S = 21 \text{ 000 к.}$

$$\sigma = \frac{21 \text{ 000}}{33} = 640 \text{ к./см}^2.$$

Прочность сжатыхъ стержней на продольный изгибъ провѣрена по формулѣ Эйлера. По этой формулѣ наименьшій моментъ инерціи J площади поперечнаго сѣченія, при 5 кратномъ запасѣ прочности, не долженъ быть менѣе:

$$J = \frac{5 S s^2}{\pi^2 E} = \frac{5 S s^2}{10 \cdot 2 \text{ 000 000}},$$

гдѣ s длина стержня въ см. Напр., для перваго раскоса требуется:

$$J = \frac{5 \cdot 10 \text{ 000} \cdot 290^2}{10 \cdot 2 \text{ 000 000}} = 210,$$

имѣемъ же: $J = 2 \cdot 139,7 = 279,4$. Подобнымъ же путемъ мы можемъ убѣдиться, что и остальные стержни обладаютъ достаточной прочностью на продольный изгибъ.

7. *Вліяніе отношенія площадей поперечныхъ сѣченій $F_o : F_u$.* Сообщимъ еще нѣкоторые результаты расчета, которые выясняютъ вліяніе отношенія $F_o : F_u$ на величины усилий. Если вмѣсто $F_o : F_u = 1$ взять разъ $F_o : F_u = 0,7$, потомъ $F_o : F_u = 1,2$, то получимъ слѣдующія величины ординатъ линіи вліянія для H_g и H_l *):

$$H_1 = \begin{pmatrix} 0,39 \\ 0,37 \end{pmatrix} **); H_2 = \begin{pmatrix} 0,77 \\ 0,73 \end{pmatrix}; H_3 = \begin{pmatrix} 1,13 \text{ т.} \\ 1,06 \end{pmatrix}; H_4 = \begin{pmatrix} 1,42 \\ 1,32 \end{pmatrix}; H_5 = \begin{pmatrix} 1,55 \\ 1,42 \end{pmatrix};$$

$$H_g = \begin{pmatrix} 8,97 \\ 8,38 \end{pmatrix} g\lambda = \begin{pmatrix} 13,0 \text{ т.} \\ 12,2 \end{pmatrix}; H_l = \begin{pmatrix} 54^0 \\ 41^0 \end{pmatrix} F_o,$$

а отсюда для наиболѣе напряженнаго стержня верхняго пояса O_5 получаемъ значенія:

$$\Sigma P \eta = \begin{pmatrix} 7,0 \\ 10,1 \end{pmatrix}; S_g = \begin{pmatrix} 7,5 \\ 12,5 \end{pmatrix}.$$

Поэтому требуемая площадь поперечныхъ сѣченій F_o равны (см. стр. 36):

$$\text{для } \frac{F_o}{F_u} = 0,7 \quad F_o = \frac{5,0 \cdot 7,0 + 7,5}{7 \text{ 000} - 5 \cdot 54^0} = 0,0099 \text{ м}^2.$$

*) См. № 81, стр. 18.

**) Верхнія числа относятся къ $F_o : F_u = 0,7$, нижнія къ $F_o : F_u = 1,2$.

$$\text{для } \frac{F_o}{F_u} = 1,2 \quad F_o = \frac{5,0 \cdot 10,1 + 12,5}{7000 - 5 \cdot 410} = 0,0127 \text{ м}^2,$$

а для $F_o : F_u = 1$ было получено $F_o = 0,0116 \text{ м}^2$.

Горизонтальный распоръ отъ измѣненія температуры равняется:

$$H_t = \pm \left(\frac{540 \cdot 0,0099}{420 \cdot 0,0127} \right) = \pm \left(\frac{5,3}{5,3} \right)^T,$$

что соотвѣтствуетъ значенію $H_t = 5,3 \text{ т.}$, вычисленному для $F_o : F_u = 1$, поэтому таблица значеній усилий S_i на фиг. 235 остается здѣсь безъ измѣненій.

Для стержня нижняго пояса U_4 (который сильнѣе напряженъ чѣмъ U_3) находимъ:

$$\Sigma P\eta = \left(\frac{14,3}{11,7} \right); S_g = - \left(\frac{9,6}{6,9} \right); S_i = -17,9; \mu = 3,37;$$

$$\min U_4 = -\mu \Sigma P\eta + S_g + S_i = - \left(\frac{76}{64} \right)^T.$$

Этимъ усилямъ при допускаемомъ напряженіи $\sigma = 700 \text{ к./см}^2$ будутъ соотвѣтствовать сѣченія

$$F_u = \frac{76}{0,700} = 109 \text{ см}^2. \text{ и соотв. } F_o = \frac{64}{0,700} = 91 \text{ см}^2.$$

Слѣдуетъ замѣтить, что *отношеніе сѣченій $F_o : F_u$, принятое при расчетѣ, необходимо соблюсти и при исполненіи сооруженія, и во всякомъ случаѣ отклоненія отъ него должны быть не велики*, такъ какъ это отношеніе имѣетъ существенное вліяніе на усиліе въ верхнемъ поясѣ; поэтому только что вычисленныя площади поперечныхъ сѣченій F_u необходимо замѣнить слѣдующими:

$$F_u = \frac{F_o}{0,7} = \frac{99}{0,7} = 142 \text{ см}^2. \text{ и } F_o = \frac{F_o}{1,2} = \frac{127}{1,2} = 106 \text{ см}^2.$$

При исполненіи сооруженія необходимо, конечно, опредѣлить тѣ значенія $F_o : F_u$, которыя доставили бы наиболѣе дешевую ферму, или, иначе говоря, наиболѣе легкую ферму. Но точное изслѣдованіе этого вопроса требуетъ много труда и времени, поэтому ограничимся приблизительнымъ методомъ. Легко замѣтить, что изъ внѣшнихъ силъ отъ $F_o : F_u$ зависитъ только горизонтальный распоръ H и что вліяніе измѣненія H тѣмъ больше, чѣмъ больше μ . Такъ какъ значенія μ для стержней поясовъ уменьшаются къ опорамъ, то разниця въ усиляхъ для различныхъ $F_o : F_u$ будетъ меньше въ крайнихъ панеляхъ, чѣмъ въ среднихъ. Это показываетъ также слѣдующая таблица, гдѣ вписаны абсолютныя величины наибольшихъ усилий.

$F_o : F_u$	O_5	O_4	O_3	O_2	O_1	U_5	U_4	U_3	U_2	U_1
0,7	69	63	46	29	13	69	76	73	70	72
1,0	81	71	50	30	13	61	66	65	64	67
1,2	89	73	50	32	14	57	64	64	63	65

Т о н н ы.

Такъ какъ измѣненіе количества H имѣеть значительно меньшее вліяніе на усилія въ промежуточныхъ стержняхъ, чѣмъ на усилія въ поясахъ, то, очевидно, что придется сравнивать только вѣса поясовъ въ среднихъ панеляхъ. Этотъ вѣсъ пропорціоналенъ выраженію $F_o + F_u$, вслѣдствіе чего мы можемъ получить слѣдующую таблицу:

$F_o : F_u$	F_o	F_u	$F_o + F_u$
0,7	99	142	241
0,8	105	131	236
0,9	111	123	234
1,0	116	116	232
1,2	127	106	233

кв. см.

изъ которой видно, что для четырехъ послѣднихъ отношеній площадей поперечныхъ сѣченій рассчитанной фермы разница въ вѣсахъ весьма незначительна *).

Авторъ изъ ряда примѣровъ убѣдился, что небольшое измѣненіе отношенія $F_o : F_u = 1$ вызываетъ незначительное измѣненіе суммы $F_o + F_u$; это обстоятельство заставило автора отдать преимущество отношенію $F_o : F_u = 1$, тѣмъ болѣе, что одинаковое образованіе обоихъ поясовъ вблизи вершины (примѣненіе тѣхъ же сортовъ желѣза) имѣеть значительныя выгоды.

8. *Вліяніе деформаций промежуточныхъ стержней на опредѣленіе линіи вліянія для H .* При опредѣленіи линіи вліянія для количества H мы пренебрегали деформациями промежуточныхъ стержней, а относительно измѣненія сѣченій въ поясахъ мы дѣлали предположенія, которыя не совсѣмъ соотвѣтствуютъ дѣйствительности. Поэтому не будетъ лишнимъ провѣрить примѣнимость подобныхъ предположеній. Мы сдѣлаемъ точное опредѣленіе линіи вліянія для H тремя различными способами.

*) Надо замѣтить, что при разработкѣ проекта могутъ получиться отклоненія выбранныхъ величинъ поперечныхъ сѣченій отъ вычисленныхъ. Такъ напр., мы замѣнили $F = 116$ черезъ $F = 114$.

Первый способъ. Вычислимъ усилия S' при состояннн нагрузки $H = -1$ (фиг. 246, листъ черт. 4) и соотвѣтствующія имъ измѣненія длины $\Delta s = \frac{S' s}{EF}$ *) (фиг. 247), лучше всего для $E = 1$, и затѣмъ построимъ для этого состояннн диаграмму перемѣщеннй по Виллю. Неподвижными будемъ считать узелъ V и направленн стержня $V5$ (см. фиг. 245); тогда точка V' , а также точка $5'$ совпадутъ съ полюсомъ O (стержень $V5$ не напряженъ). По опредѣленн точекъ $4'$, IV' , $3'$, III' , . . . O' , A' , что дѣлается по правиламъ № 32 (выпускъ VI), мы будемъ имѣть возможность построить линню прогибовъ для состоянн $H = -1$ и найти измѣненн длины пролета δ_A . Это измѣненн въ два раза больше горизонтальнаго перемѣщенн точки A относительно узла V , а именно

$$\delta_A = 2 \cdot 2200 = 4400 \text{ дцм.}$$

Изъ ординатъ $\delta_0, \delta_1, \dots$ линнн прогибовъ, фиг. 245, мы получимъ теперь ординаты

$$H_m = 1 \frac{\delta_m}{\delta_A}$$

линнн влнннн для количества H , а именно

$$H_0 = \frac{41}{4400} = 0,01; H_1 = \frac{1750}{4400} = 0,40; H_2 = \frac{3350}{4400} = 0,76;$$

$$H_3 = \frac{4790}{4400} = 1,09; H_4 = \frac{5930}{4400} = 1,35; H_5 = \frac{6400}{4400} = 1,46;$$

эти величины отличаются линнь весьма немногимъ отъ прежде найденныхъ значеннй:

$$0; 0,38; 0,74; 1,09; 1,36; 1,47.$$

Затѣмъ находимъ $H_9 = 12,6$ т. (вмѣсто 12,5 т.) и для стержня $O_5: \Sigma P\eta = 8,3$ т. (вмѣсто 8,9 т.), т. е. получаютъ почти тѣ же усилия S_9 и S_p , что и раньше.

Только для H_1 мы находимъ нѣсколько другое значенн, а именно (по № 57—выпускъ VII):

$$H_1 = \pm 1 \frac{E \delta_1}{\delta_A} ** = \pm \frac{E \varepsilon tl}{\delta_A} = \frac{200 \ 000 \cdot 0,000 \ 012 \cdot 35^0 \cdot 200}{4400} = \pm 3,8 \text{ т. (вмѣсто 5,3 т.).}$$

*) Въ эту формулу надо ввести полныя поперечныя сѣченн; сѣченн эти записаны на фиг. 238 (листъ черт. 3), длина стержней—на фиг. 239.

**) Здѣсь требуется умноженн числителя на E , потому что δ_A было вычислено для $E = 1$. Забѣгнмъ, что надо выражать l въ дециметрахъ, а E въ тоннахъ на кв. дециметръ.

Такимъ образомъ измѣненіе температуры на $t = 35^{\circ}$ С. вызываетъ въ стержнѣ верхняго пояса O_5 усиленіе: $S_1 = \pm 5 \cdot 3,8 = \pm 19$ т. (вмѣсто $\pm 26,5$ т.). О причинахъ этихъ уклоненій было сказано въ № 79 при изслѣдованіи моста черезъ р. Дуру; преимущество приближительной теоріи заключается именно въ томъ, что для H_i , получается всегда весьма большія значенія H_i , а такъ какъ выборъ величины t основывается на приближительныхъ данныхъ, то нѣкоторый запасъ будетъ весьма желательнымъ. Замѣтимъ также, что отклоненіе опоры на величину Δl вызываетъ измѣненіе H на величину $\Delta H = -\tau \frac{E \Delta l}{\delta_4}$, такъ что, напр., небольшому значенію $\Delta l = 5$ мм. = 0,05 дм. соотвѣтствуетъ

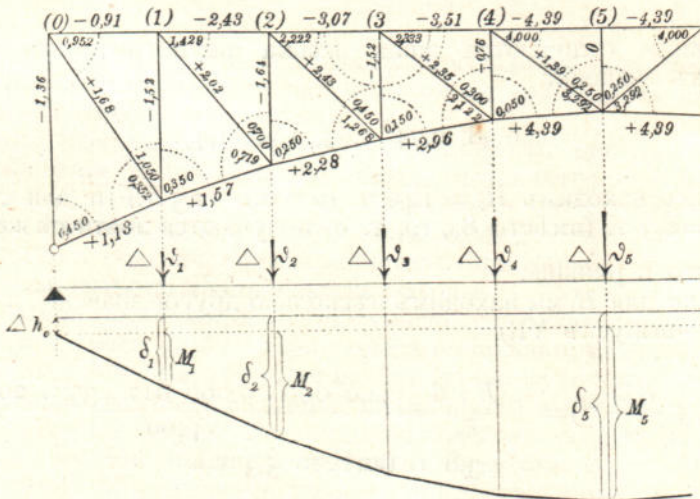
$$\Delta H = - \frac{200\,000 \cdot 0,05}{4400} = 2,3 \text{ т.}$$

Для втораго способа мы выберемъ способъ шарнирнаго многоугольника, описанный въ § 2 (выпускъ VI) и съ этой цѣлью вычислимъ сначала измѣненія $\Delta \vartheta$ верхнихъ угловъ ϑ . На фиг. 248 числа, стоящія у стержней, означаютъ напряженія $\sigma' = \frac{S'}{F}$ для состоянія $H = -\tau$ въ тоннахъ на кв. дециметръ, а числа, вписанныя въ углахъ, означаютъ котангенсы этихъ угловъ *). Напр., измѣненіе ϑ_3 (для $E = 1$) равно:

$$\Delta \vartheta_3 = 2,222 (2,43 + 3,07) + 0,450 (2,43 + 1,52) + 0,150 (2,96 + 1,52) + 2,122 (2,96 - 2,35) + 0,300 (-0,76 - 2,35) = +15,03;$$

подобнымъ же путемъ получимъ:

$$\Delta \vartheta_0 = -2,42; \Delta \vartheta_1 = +5,33; \Delta \vartheta_2 = +7,93; \Delta \vartheta_3 = +15,03;$$



Фиг. 248.

*) Фиг. 248 вычерчена въ искаженномъ видѣ ради удобства постановки чиселъ вблизи вершинъ угловъ.

$$\Delta \vartheta_4 = +33,54; \Delta \vartheta_5 = +46,94.$$

Если принять неподвижнымъ стержень V 5, то углы вращения ψ стержней верхняго пояса (5) (4) . . . (1), а также крайней стойки (h_0) будутъ равняться:

$$\psi_5 = \frac{1}{2} \Delta \vartheta_5 = 23,47; \psi_4 = \psi_5 + \Delta \vartheta_4 = 57,01; \psi_3 = \psi_4 + \Delta \vartheta_3 = 72,04 \text{ и т. д.}$$

$$\psi_2 = 79,97; \psi_1 = 85,30; \psi_0 = 82,88,$$

а значенія ρ [т. е. величина угла вращения, умноженная на длину стержня *)], соотвѣтствующія стержнямъ, будутъ равняться:

$$\rho_5 = 20 \cdot 23,47 = 469,4 \text{ дцм.}; \rho_4 = 20 \cdot 57,01 = 1140,2 \text{ дцм.};$$

$$\rho_3 = 20 \cdot 72,04 = 1440,8 \text{ дцм.}; \rho_2 = 20 \cdot 79,97 = 1599,4 \text{ дцм.};$$

$$\rho_1 = 20 \cdot 85,30 = 1706,0 \text{ дцм.}; \rho_0 = 30 \cdot 82,88 = 2486,4 \text{ дцм.}$$

Если еще вычислить измѣненія длины (записано на фиг. 247)

$$\Delta(5) = -87,7; \Delta(4) = -70,2; \dots \Delta(1) = -18,3; \Delta h_0 = -40,9$$

стержней (5), (4), . . . (1), h_0 и отложить другъ за другомъ отрѣзки

$$\Delta(5), \rho_5, \Delta(4), \rho_4, \Delta(3), \rho_3, \dots \Delta h_0, \rho_0,$$

то получимъ тѣ же точки 4', 3', . . . A', положеніе которыхъ было опредѣлено раньше посредствомъ способа Вилліо. Способъ шарнирнаго многоугольника требуетъ нѣсколько больше времени, но за то онъ доставляетъ наиболѣе наглядные и точные чертежи.

Третій способъ заключается въ построеніи линіи прогибовъ изъ моментовъ M простой балки, нагруженной грузами $\Delta \vartheta_1, \Delta \vartheta_2, \dots \Delta \vartheta_5$. Для этихъ моментовъ мы найдемъ значенія

$$M_1 = 1706,0; M_2 = 3305,4; M_3 = 4746,2; M_4 = 5886,4; M_5 = 6355,8;$$

прибавимъ къ нимъ величину сжатія (40,9) крайней стойки (фиг. 248), тогда получимъ:

$$\delta_1 = 1746,9; \delta_2 = 3346,3; \delta_3 = 4787,0; \delta_4 = 5927,3; \delta_5 = 6396,7.$$

Измѣненіе длины пролета, соотвѣтствующее состоянію $H = -1$, опредѣлится по уравн. (4) (см. № 44—выпускъ VI) (при $E = 1$):

$$\delta_4 = h_0 \Sigma \Delta \vartheta + \lambda \Sigma \delta' = 30 [46,94 + 2(33,54 + 15,03 + 7,93 + 5,33 - 2,42)] -$$

$$- 20 (4,39 + 3,51 + 3,07 + 2,43 + 0,91) \times 2 = 4400,4,$$

поэтому получимъ:

*) См. № 39 (выпускъ VII). Не смѣшивать съ обозначеніемъ $\rho = \frac{s}{ET}$ принятымъ въ § 5.

$$H_0 = \frac{\delta_0}{\delta_A} = \frac{40,9}{4400,4} = 0,01; H_1 = \frac{1746,8}{4400,4} = 0,40; \text{ и т. д.}$$

Четвертый способъ состоитъ въ вычисленіи δ —линіи по правиламъ, описаннымъ въ № 47 (выпускъ VII). Грузы w вычисляются здѣсь непосредственно изъ измѣненій длины стержней, а опредѣленіе δ_A производится по § 48 (выпускъ VII). Здѣсь мы не приводимъ численнаго примѣра, такъ какъ способъ этотъ былъ описанъ въ примѣненіи къ частному примѣру въ № 50 (выпускъ VII).

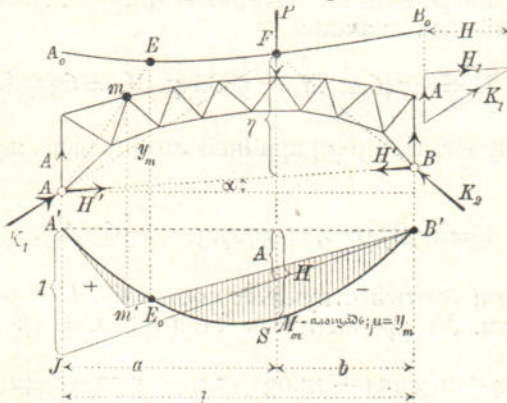
d. Примѣненіе ліній пересѣченія опорныхъ сопротивленій и второй H—линіи.

86. Лінія пересѣченія опорныхъ сопротивленій

есть геометрическое мѣсто точекъ F , въ которыхъ пересѣкается направленіе сосредоточеннаго груза съ направленіями вызываемыхъ имъ опорныхъ сопротивленій K_1 и K_2 , фиг. 249; для опредѣленія этой лінии строимъ лініи вліянія для сопротивленій опоръ A и H и затѣмъ складываемъ A съ $H' = \frac{H}{\cos \alpha}$ въ равнодѣйствующую K_1 . Разстояніе η точки F отъ прямой AB , измѣренное въ вертикальномъ направленіи, опредѣляется уравненіемъ $\eta : a = A : H$. Изъ этого уравненія, подставивъ въ него $A = \frac{Pb}{l}$, получимъ

$$(42) \quad \eta = \frac{P}{H} \cdot \frac{ab}{l}.$$

На фиг. 249 ради простоты мы вычертили H —лінію и лінію пересѣченія опорныхъ сопротивленій въ видѣ непрерывныхъ кривыхъ. Большею частью H —лінія бываетъ многоугольникомъ, углы котораго соответствуютъ поперечнымъ фермамъ; тогда и лінія пересѣченія опорныхъ сопротивленій $A_0 B_0$ (фиг. 251) слагается изъ отдѣльныхъ отрѣзковъ кривыхъ, которыя не имѣютъ общихъ касательныхъ въ точкахъ дѣленія $2_0, 4_0, \dots$



Фиг. 249.

Если для лінії вліянія для горизонтальнаго распора H фермы съ почти постоянной высотой h принять параболу, уравненіе которой по стр. 20 читается такъ

$$H = \frac{3 P a b}{4 f l} \nu,$$

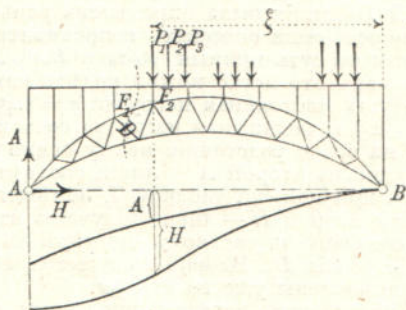
то получимъ

$$(43) \quad \eta = \frac{4f}{3v},$$

а отсюда слѣдуетъ, что линия пересѣченія опорныхъ сопротивленій есть *прямая, параллельная замыкающей линіи АВ.*

87. Раздѣлы нагрузки. Въ I томѣ для опредѣленія раздѣла нагрузки въ трехшарнирной аркѣ мы пользовались линіей пересѣченія опорныхъ сопротивленій; съ помощью этой линіи мы получали извѣстныя отличительныя точки на линіяхъ вліянія, что значительно облегчало самое построение этихъ линій. Подобнымъ же путемъ мы можемъ примѣнить линіи пересѣченія опорныхъ сопротивленій и къ двухшарнирной аркѣ. Если, напр., требуется найти линію вліянія для изгибающаго момента M_m , то черезъ лѣвый шарниръ и черезъ узелъ m проводимъ прямую и опредѣляемъ точку пересѣченія ея E съ линіей пересѣченія опорныхъ сопротивленій. Грузу, проходящему черезъ E , соотвѣтствуетъ опорное сопротивление, проходящее черезъ m , и моментъ $M_m = 0$; а отсюда слѣдуетъ, что на вертикали подъ E должна лежать нулевая точка E_0 искомой линіи вліянія, а этимъ самымъ опредѣляется ломанная $A'm'B'$ и заштрихованная площадь вліянія для M_m . Слѣдуетъ замѣтить здѣсь, что опредѣленіе площадей вліянія по способу, описанному въ № 84, имѣетъ вообще больше преимуществъ, потому что построение линіи пересѣченія опорныхъ сопротивленій для двухшарнирной арки обыкновенно значительно сложнее, чѣмъ для трехшарнирной арки. Точно также прежній способъ даетъ болѣе точные чертежи.

88. Вторая Н—линія. Пусть подвижная нагрузка продвинулась отъ B на протяженіе ξ и пусть сопротивленія лѣвой опоры двухшарнирной арки, вызываемыя подобнымъ расположеніемъ нагрузки, будутъ A и H' . Отложимъ эти сопротивленія опоръ какъ ординаты подъ концомъ протяженія ξ ; конечныя точки ординатъ, по мѣрѣ передвиженія грузовъ отъ B до A , опишутъ двѣ линіи, которыя, въ отличіе отъ линій вліянія для количествъ A и H , будемъ называть *второй А—линіей* и *второй Н—линіей*; эти линіи можно примѣнять иногда съ большою пользою для вычисленія наибольшихъ усилій въ промежуточныхъ стержняхъ. Вторая А—линія примѣнялась раньше (подъ названіемъ A — многоугольникъ, или многоугольникъ опорныхъ сопротивленій



Фиг. 250.

A) въ I томѣ при расчетѣ балочныхъ мостовъ; графическое и аналитическое опредѣленіе ея находятся въ № 76, 80 и 105 (уравн. 6) выпуска II. Вторая Н—линія опредѣляется вычисленіемъ величины H для различныхъ положеній поѣзда при помощи линіи вліянія для H .

Примѣненіе обѣихъ этихъ линій можно рекомендовать въ тѣхъ

случаяхъ, когда для большаго числа промежуточныхъ стержней имѣется только одна точка раздѣла нагрузки, лежащая въ панели $F_1 F_2$ (фиг. 223 до 226), въ которой проведено сѣченіе черезъ рассматриваемый стержень и черезъ два стержня поясовъ; бываетъ это именно въ параболическихъ серповидныхъ аркахъ. Законы распределения нагрузки здѣсь остаются большею частью такими какъ и для простыхъ балокъ, потому что вліяніе количества H сравнительно ничтожно; слѣдовательно, въ раскосѣ D (фиг. 250), — подымающемся влѣво, вызывается растяжение или сжатіе, смотря по тому какъ распределена нагрузка, начиная отъ B до F_2 или начиная отъ A до F_1 .

Основное положеніе подвижныхъ грузовъ, принятое нами въ I томѣ, при сравнительно небольшихъ панеляхъ арочныхъ мостовъ будетъ самое неблагоприятное; при этомъ положеніи *первую* ось поѣзда, идущаго изъ B , надо ставить надъ F_2 , а *первую* ось поѣзда, идущаго изъ A , надо ставить надъ F_1 . При панеляхъ большей длины слѣдуетъ, осторожности ради, нѣсколько увеличить нагрузку на *первую* ось. См. по этому предмету сказанное о расчетѣ балочныхъ мостовъ въ №№ 154 и 152 (I томъ—выпускъ IV).

Если D_A и D_H будутъ усилями, которыя вызываются въ рассматриваемомъ промежуточномъ стержнѣ D отъ причинъ $A = 1$ и соответственно $H = 1$, то вліяніе поѣзда, продвинутаго отъ B до F_2 , выразится такъ:

$${}_{max} D = AD_A + HD_H,$$

точно такимъ же путемъ опредѣлимъ вліяніе нагрузки, распределенной отъ A до F_1 :

$${}_{min} D = BD_B + HD_H,$$

гдѣ B и H означаютъ соответственно составляющія сопротивленій правой опоры, а D_B — усилие, вызванное причиной $B = 1$.

89. Численный примѣръ. Имѣемъ арочную ферму, фиг. 251, для которой H —линія была опредѣлена раньше на стр. 11. $A_0 2_0 4_0 \dots B_0$ есть линия пересѣченія опорныхъ сопротивленій; она опредѣляется по № 86; внѣшнія части ея суть прямыя $A_0 2_0$ и $B_0 18_0$. Проходящія соответственно черезъ B и A , какъ это легко можно видѣть изъ уравненія 42

Пусть постоянная нагрузка $g = 1,45$ т./м., т. е. на панель: $g^l = 1,45 \cdot 2,0 = 2,9$ т; подвижная нагрузка состоитъ изъ желѣзнодорожнаго поѣзда; нагрузка на ось и разстоянія между осями показаны на фиг. 251. Нанесенныя на фиг. ординаты второй A — линіи, соответствующія узламъ верхняго пояса, вычислены при помощи таблицы I, помѣщенной въ № 80 (выпускъ II — томъ I); ординаты второй H — линіи получены изъ линіи вліянія для H , построение которой показано на частномъ примѣрѣ въ № 79. Требуется найти предѣльные значенія усилія D_8 . Вліяніе количества D_A , D_B , D_H отъ причины $A = 1$, $B = 1$, $H = 1$ вычислены уже на стр. 32.

Сначала надо указать, при какихъ положеніяхъ грузовъ получаютъ эти предѣльные значенія. Если сосредоточенный грузъ передвигается по фермѣ отъ B до 8, то соответствующее сопротивленіе дѣвой опоры описываетъ уголь $B_0 A 6_0$; это сопротивленіе производитъ все время вращеніе i — точки пересѣченія стержней O и U противъ направленія движенія часовой стрѣлки вокругъ; поэтому для равновѣсія требуется, чтобы усилие D_8 , могущее вызвать вращеніе вокругъ i по направленію движенія часовой стрѣлки, было бы *сжатіемъ*. Если нагрузка заняла мѣсто отъ A до 6, то сопротивленіе правой опоры опишетъ уголь $A_0 B 6_0$; это сопротивленіе производитъ вращеніе вокругъ i противъ, направленія движенія часовой стрѣлки и вызываетъ въ стержнѣ D_8 *растяженіе* которое, дѣйствуя на правую часть фермы, будетъ вращать ее вокругъ i по

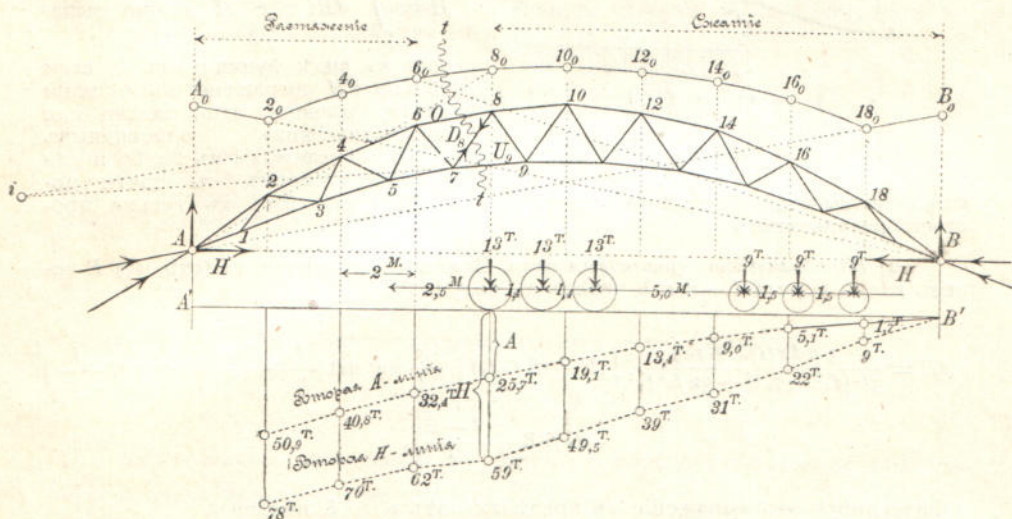
направленію движенія часовой стрѣлки. Тогда получимъ $\min D$ и соответственно $\max D$, смотря по тому, занимаетъ поѣздъ мѣсто отъ B до 8 или отъ A до 6.

Поѣздъ, прошедшій отъ B до узла 8, вызываетъ въ лѣвой опорѣ реакціи: $A=25,7$ и $H=59$ т. Причина $A=1$ вызываетъ $D_8 \cos \varphi_8 = -0,178$, а причина $H=1$ вызываетъ $D_8 \cos \varphi_8 = -0,096$. Поэтому отъ дѣйствія подвижной нагрузки получимъ:

$$\min D_8 \cos \varphi_8 = -0,178 \cdot 25,7 - 0,096 \cdot 59 = -10,24 \text{ т.}$$

Для получения $\max D_8$ поѣздъ необходимо продвинуть отъ A до 6; тогда въ правой опорѣ реакціи будутъ: $A=9,0$ т., $H=31$ т. *) , а такъ какъ причина $B=1$ вызываетъ $D_8 \cos \varphi_8 = +1,620$, то получимъ

$$\max D_8 \cos \varphi_8 = +1,620 \cdot 9,0 - 0,096 \cdot 31 = +11,60 \text{ т.}$$



Фиг. 251.

Вліяніе постоянной нагрузки опредѣляется теперь слѣдующимъ образомъ. Грузы $g\lambda$, приложенные къ узламъ 8 до 18 правѣ сѣченія tt , вызываютъ:

$$A = g\lambda \left(\frac{1}{10} + \frac{2}{10} + \frac{3}{10} + \frac{4}{10} + \frac{5}{10} + \frac{6}{10} \right) = 2,1 g\lambda = 6,2 \text{ т.},$$

а грузы $g\lambda$, приложенные лѣвѣ сѣченія tt , вызываютъ $B = g\lambda \left(\frac{1}{10} + \frac{2}{10} + \frac{3}{10} + \frac{4}{10} \right) = 1,0 g\lambda = 2,9 \text{ т.}$, затѣмъ по стр. 10, горизонтальный распоръ, вызываемый полной постоянной нагрузкой, равняется $H_g = 21,5 \text{ т.}$, поэтому вліяніе g на D_8 выразится такъ:

$$D_8 \cos \varphi_8 = -0,178 \cdot 6,2 + 1,620 \cdot 2,9 - 0,096 \cdot 21,5 = +1,53 \text{ т.}$$

Итакъ въ суммѣ нагрузка вызываетъ:

$$\min D_8 \cos \varphi_8 = -10,24 + 1,53 + -8,7 \text{ т.}$$

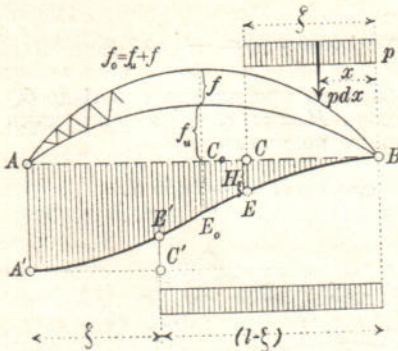
$$\max D_8 \cos \varphi_8 = +11,60 + 1,53 = +13,1 \text{ т.};$$

къ этому надо прибавить еще вліяніе измененія температуры: $D_8 \cos \varphi_8 =$

*) Эти значенія можно получить, рассматривая зеркальное изображеніе линій, вычерченныхъ на фиг. 251; на фиг. 251 эти значенія соответствуютъ узлу 14.

— 0,096 $H_1 = \mp 0,096 \cdot 733 F_c$, где F_c означает среднюю величину площади поперечного сечения поясов.

Подобным же образом можно вычислить и усилия $D_4, D_5, D_6, D_7, D_8, D_{10}$. Для D_2 и D_3 требуется применить другие законы нагрузки; в этом случае больше пользы принесет способ линий влияния *).



Фиг. 252.

стоянной высотой h , исследованных в № 82, приводить к весьма простым результатам.

а) *Параболическия серповидныя арки.* Замѣнивъ в уравн. 14 (стр. 15) P через pdx , а через $l-x$ и b через x , получимъ:

$$dH = \frac{3pdxl(f_0 + f_u)}{3l^2(f_0^2 + f_u^2) + 32f_0^2f_u^2} \left\{ (l^2 + 16f_0f_u) \frac{1}{4} \left(\frac{x}{l} \log \text{nat.} \frac{l}{x} + \frac{l-x}{l} \log \text{nat.} \frac{l}{l-x} \right) - f_0f_u 8 \frac{x}{l} \frac{l-x}{l} \right\}$$

а интегрируя это выражение въ предѣлахъ отъ 0 до ξ , найдемъ:

$$(44) \quad \left\{ \begin{aligned} H &= \frac{3p^2l^2(f_0 + f_u)[(l^2 + 16f_0f_u)x' - f_0f_u\alpha'']}{3l^2(f_0^2 + f_u^2) + 32f_0^2f_u^2}, \\ \text{гдѣ } \alpha' &= \frac{1}{8} \left\{ \frac{\xi}{l} + \frac{\xi^2}{l^2} \log \text{nat.} \frac{l}{\xi} - \frac{(l-\xi)^2}{l^2} \log \text{nat.} \frac{l}{l-\xi} \right\} \\ \text{и } \alpha'' &= \frac{4}{3} \frac{\xi^2}{l^2} \left(3 - 2 \frac{\xi}{l} \right). \end{aligned} \right.$$

Для облегченія вычисления служить слѣдующая таблица, гдѣ входятъ значенія α' и α'' для $\xi = 0$ до $\xi = 0,5 l$, а именно для 10 точекъ дѣленія половины пролета. Построеніе второй H -линии для $\xi > 0,5 l$ основывается на слѣдующемъ разсужденіи.

Если $C_0 E_0$ (фиг. 252) представляетъ ординату искомой линии для $\xi = 0,5 l$, то полной нагрузкѣ будетъ соответствовать ордината $AA' = 2 C_0 E_0$. Если же нагрузка, начинающаяся отъ B , занимаетъ протяженіе $l - \xi$, то надо взять сначала полную нагрузку фермы и вычесть вліяніе нагрузки, продвинутой отъ A на протяженіе ξ , откладывая отъ прямой, проведенной черезъ A' параллельно AB , отрѣзокъ $C'E' = CE$. Тогда E' будетъ принадлежать второй H -линии.

*) Вычисленіе D_2 излишне, такъ какъ въ концѣ арки располагаютъ сплошной листъ.

90. Приблизительныя формулы для второй H -линии въ случаѣ равномерно распределенной нагрузки. Пусть подвижная нагрузка p на единицу длины пролета l занимаетъ протяженіе ξ , фиг. 252; элементу нагрузки pdx соответствуетъ горизонтальный распоръ dH . Тогда

$$H = \int_0^{\xi} dH, \text{ т. е. } H \text{ можно выразить въ видѣ функции отъ } \xi,$$

если только dH выражено въ функции отъ x ; рѣшеніе этой задачи для параболическихъ серповидныхъ арокъ, описанныхъ въ № 80 и для арочныхъ фермъ съ почти постоянной высотой h , изслѣдованныхъ въ № 82, приводитъ къ весьма простымъ результатамъ.

$\frac{\xi}{l}$	α'	α''	$\frac{\xi}{l}$	α'	α''
0,05	0,00 140	0,0 097	0,30	0,02 920	0,2 880
0,10	0,00 471	0,0 373	0,35	0,03 707	0,3 757
0,15	0,00 941	0,0 810	0,40	0,04 534	0,4 693
0,20	0,01 520	0,1 387	0,45	0,05 386	0,5 670
0,25	0,02 185	0,2 083	0,50	0,06 250	0,6 667

При полной нагрузкѣ ($\xi = l$) получимъ:

$$(45) \quad H = \frac{pl^2(f_0 + f_u)(3l^2 + 16f_0f_u)}{8[3l^2(f_0^2 + f_u^2) + 32f_0^2f_u^2]}$$

Замѣнивъ въ этой формулѣ p черезъ g , получимъ вліяніе постоянной нагрузки. Такъ напр., для серповидной фермы, которая была изслѣдована въ № 70 другимъ путемъ, получимъ при $g = 1,45$ т.:

$$H_g = \frac{1,45 \cdot 20^2(4,0 + 2,5)(3 \cdot 20^2 + 16 \cdot 4,0 \cdot 2,5)}{8[3 \cdot 20^2(4,0^2 + 2,5^2) + 32 \cdot 4,0^2 \cdot 2,5^2]} = 21,4 \text{ т.}$$

значеніе, которое почти не отличается отъ прежде найденнаго $H_g = 21,5$ т.

b. Арочныя фермы съ почти постоянной высотой h (фиг. 213 и 214 на стр. 18). Здѣсь рекомендуется, принимая для H параболическую линію вліянія, воспользоваться уравн. 29 на стр. 21. Тогда для элемента pdx нагрузки получимъ:

$$dH = \frac{3p dx \cdot x(l-x)v}{4fl}$$

а интегрируя это выраженіе въ предѣлахъ отъ 0 до ξ , найдемъ:

$$(46) \quad H = \frac{pl^2 v}{8f} \frac{\xi^2}{l^2} \left(3 - 2 \frac{\xi}{l} \right).$$

Для облегченія вычисленія H — линіи служитъ слѣдующая таблица, значенія которой надо умножить еще на $\frac{pl^2}{8f} v$:

$\frac{\xi}{l}$	H	$\frac{\xi}{l}$	H
0,05	0,00 725	0,30	0,21 600
0,10	0,02 800	0,35	0,28 175
0,15	0,06 075	0,40	0,35 200
0,20	0,10 400	0,45	0,42 525
0,25	0,15 625	0,50	0,50 000
	$\frac{pl^2}{8f} v$		$\frac{pl^2}{8f} v$

При полной загрузкѣ арки получается

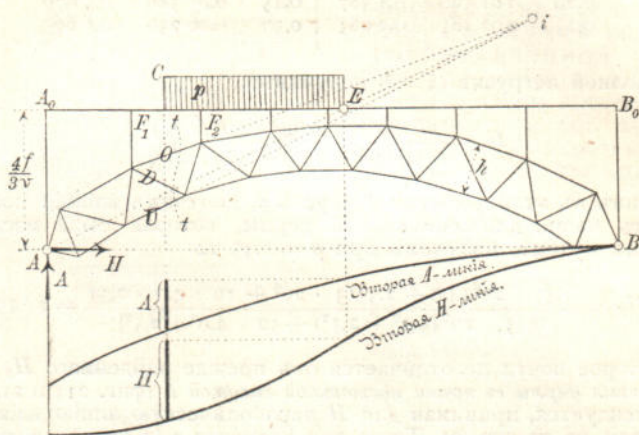
$$(47) \quad H_p = \frac{pl^2}{8f} v$$

и отъ постоянной нагрузки

$$(48) \quad H_g = \frac{gl^2}{8f} v.$$

Коэффициентъ v надо вычислить по одному изъ уравненій 28, 30, 31, 32 (стр. 20 и 21).

Задача. Требуется найти усилие $\max D_p$ въ промежуточномъ стержнѣ поднимающемся влѣво, отъ равномерно распределенной нагрузки p для фермы съ почти постоянной высотой h , фиг. 253. Воспользуемся вторыми линиями для A и H , а также линіей пересѣченія опорныхъ сопротивленій, причемъ разрѣшается принять, что грузы дѣйствуютъ на арочную ферму непосредственно ^{а)}.



Фиг. 253.

Линія пересѣченія опорныхъ сопротивленій изобразится по № 86 горизонтальной прямой, проведенной въ разстояніи $4f:3v$ отъ AB ; она пересѣкается въ точкѣ E прямой, проведенной черезъ шарниръ A и черезъ i —точку пересѣченія стержней O и U . Вертикаль точки E будетъ линіей раздѣла нагрузки, потому что грузы, проходящіе черезъ E , вызываютъ въ лѣвой опорѣ сопротивленіе, которое имѣетъ направленіе Ai и которое вызываетъ моментъ $M_i = 0$. Грузы правѣе E вызываютъ въ A сопротивленія, которыя вращаютъ вокругъ i противъ направленія движенія часовой стрѣлки и вызываютъ въ разсматриваемъ стержнѣ D сжимающія усилія, потому что растягивающая сила, дѣйствующая на часть фермы лѣвѣе сѣченія tt , имѣетъ вращеніе вокругъ i также противъ направленія движенія часовой стрѣлки. Грузы, лежащіе между E и F_2 , вызываютъ въ D растяженіе, грузы же лѣвѣе F_1 вызываютъ опять сжатіе. Для всѣхъ это, составимъ теперь уравненіе моментовъ силъ, приложенныхъ правѣе сѣченія tt , относительно точки i . Опредѣленія мѣста раздѣла нагрузки между F_1, F_2 можно не дѣлать; расчетъ будетъ достаточно точенъ, если при опредѣленіи $\max D$ нагрузить ферму между E и серединой C панели F_1, F_2 , а часть нагрузки въ панели F_1, F_2 , приходящуюся на поперечную балку F_1 , не принимать во вниманіе, т. е. считать, что лѣвѣе tt находятся только внѣшнія силы A и H . Причемъ A равно разности ординатъ второй A —линіи, измѣренныхъ подъ C и E ; такимъ же образомъ найдѣмъ и H . Наконецъ, вводя обозначенія D_A и D_H , принятыя на стр. 30, получимъ:

$$\max D = D_A A + D_H H \text{ **).}$$

A и H можно было бы сложить въ равнодѣйствующую опорнаго сопротивленія; въ остальномъ можно руководствоваться правилами № 195 I тома (выпускъ V).

Если требуется найти $\min D$, то опредѣляютъ сначала отдѣльно вліяніе нагрузокъ, лежащихъ на обоихъ отрицательныхъ протяженіяхъ $A_0 C$ и $E B_0$, и затѣмъ ихъ складываютъ. При нагрузкѣ участка $A_0 C$ придется опредѣлить сопротивленія правой опоры B и H .

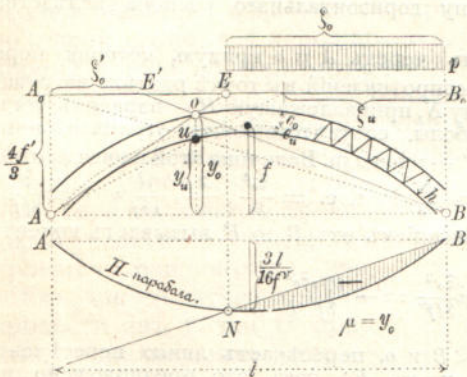
^{а)} При расчетѣ на равномерно распределенную нагрузку всегда возможно допустить непосредственное распределеніе ея. Тогда изслѣдованіе становится весьма простымъ.

^{**)} Напомнимъ здѣсь, что часто бываетъ удобнѣе вычислять $D \cos \varphi$

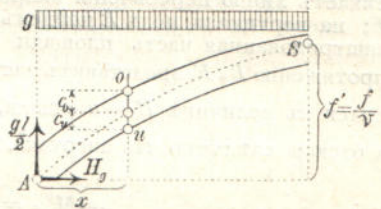
е) Формулы для моментовъ равномерно нагруженной арочной фермы, для которой H — линия представляетъ параболу.

91. Разсмотримъ арочную ферму съ почти постоянной высотой h (фиг. 213 и 214, стр. 18), для которой H — линия представляетъ (по стр. 20) параболу со стрѣлкой $\frac{3l}{16f} v = \frac{3l}{16f'}$, причѣмъ для сокращения положено

$$\frac{f}{v} = f',$$



Фиг. 254.



Фиг. 255.

Линія пересѣченія опорныхъ сопротивленій представляетъ прямую, проведенную на разстояніи $\frac{4}{3} f'$ отъ AB *).

Требуется найти предѣльные значенія моментовъ M^o и M^u для узловъ o верхняго пояса и u — нижняго пояса.

Опредѣлимъ сначала вліяніе постоянной нагрузки g , которая вызываетъ горизонтальный распоръ $H_g = \frac{gl^2}{8f}$ v, затѣмъ проведемъ черезъ опорные шарниры A и B параболу ASB , стрѣлка которой равняется

$$= \frac{gl^2}{8H_g} = \frac{f}{v} = f' \quad (\text{фиг. 255}).$$

и измеримъ вертикальныя разстоянія c_o и c_u точекъ o и u отъ этой параболы. Если точка o лежитъ выше, а точка u ниже параболы ASB , то получимъ

$$(49) \quad \begin{cases} M^o_g = -H_g c_o = -\frac{gl^2}{8f'} c_o \\ M^u_g = +H_g c_u = +\frac{gl^2}{8f'} c_u. \end{cases}$$

Если теперь представить моменты $\min M^o_p$ и $\min M^u_p$ въ такой формѣ

$$\min M^o_p = -C_o p; \quad \min M^u_p = -C_u p,$$

то предѣльныя значенія M_o и M_u будутъ равняться (по изслѣдованіямъ, сдѣланнымъ на стр. 89—выпускъ VII):

* Здѣсь мы сдѣлаемъ допущеніе о непосредственной нагрузкѣ, принятое раньше въ задачѣ на стр. 50.

$$\left\{ \begin{array}{l} \min M^o = -g \frac{l^2}{8f'} c_o - pC_o - H_t y_o \\ \max M^o = -g \frac{l^2}{8f'} c_o + pC_o + H_t y_o \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \min M^u = +g \frac{l^2}{8f'} c_u - pC_u - H_t y_u \\ \max M^u = +g \frac{l^2}{8f'} c_u + pC_u + H_t y_u, \end{array} \right.$$

гдѣ H_t означаетъ абсолютную величину горизонтальнаго распора вслѣдствіе измѣненія температуры.

Для опредѣленія $\min M_p^o$ проведемъ черезъ A и o прямую, которая пересѣкаетъ линію пересѣченія опорныхъ сопротивленій въ точкѣ раздѣла нагрузки E ; на вертикали подѣ E найдемъ точку N , принадлежащую H — параболѣ; тогда заштрихованная часть площади параболы, соответствующая отрицательному протяженію $B_o E$, представитъ часть M^o — площади. Величина этой площади относительно къ величинѣ H — площади, какъ $\xi_o^3 : l^3$, т. е. $= \frac{\xi_o^3}{l^3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{3l}{16f} \cdot l = \frac{\xi_o^3}{8lf'}$, а отсюда слѣдуетъ, что нагрузка, протяженіемъ отъ B до E , вызываетъ моментъ

$$(53) \quad \min M_p^o = -p \mu \frac{\xi_o^3}{8lf'} = -\frac{py_o \xi_o^3}{8f' l}$$

Если прямая, проходящая черезъ B и o , пересѣкаетъ линію пересѣченія опорныхъ сопротивленій внутри пролета въ E' , какъ это предположено на фиг. 254, то необходимо нагрузить еще участокъ $A_o E'$, тогда получимъ:

$$(54) \quad \min M_p^o = -\frac{py_o}{8f' l} (\xi_o^3 + \xi_o'^3).$$

Въ данномъ случаѣ

$$(55) \quad C_o = \frac{y_o}{8f' l} (\xi_o^3 + \xi_o'^3).$$

Если E' лежитъ лѣвѣе A_o , то въ данномъ уравненіи надо положить $\xi_o' = 0$.

Точно такимъ же образомъ получаемъ выраженіе для C_u :

$$(56) \quad C_u = \frac{y_u}{8f' l} (\xi_u^3 + \xi_u'^3).$$

Примѣчаніе. Дальнѣйшія теоретическія изслѣдованія по этому предмету можно найти въ сочиненіи автора: «Theorie und Berechnung der eisernen Bogenbrücken», Berlin, 1880. Впрочемъ тамъ разобранъ только случай, когда $\nu = 1$, поэтому полученныя тамъ формулы отличаются отъ выведенныхъ здѣсь тѣмъ, что вмѣсто f поставлено f' . А потому не представляетъ никакого труда преобразовать приведенныя въ названной выше книгѣ простыя и удобныя формулы для *сосредоточенныхъ грузовъ* и для того случая, когда ν отличается отъ единицы.

§ 8.

Двухшарнирные арки съ затяжкой и другія сложныя фермы.

92. На фиг. 256 показана двухшарнирная арка въ примѣненіи къ стропильной фермѣ. Опоры *A* и *B* соединены затяжкой, которая поддерживается рѣшетчатой аркой посредствомъ вертикальныхъ подвѣсокъ; опора *A* неподвижно закрѣплена, другая опора *B* можетъ перемѣщаться по горизонтальной прямой. Для опредѣленія сопротивленій опоръ достаточно однихъ условий равновѣсія; въ этомъ отношеніи данная ферма подобна балкѣ; *внутреннимъ же образомъ* ферма *статически неопредѣлима*. За статически неопредѣлимую величину удобнѣ всего принять горизонтальную проекцію *H* усилия въ затяжкѣ; эта проекція равновелика для всѣхъ частей затяжки. Если провести изъ точки *O* прямая, параллельная стержнямъ I, II, III, . . . , то эти прямая на вертикали, проведенной на разстояніи *H* отъ *O*, отсекутъ отрѣзки, равныя усилямъ *Z* въ подвѣскахъ; лучи же, исходящіе изъ *O*, представляютъ по величинѣ усилия *S*_I, *S*_{II}, *S*_{III}, . . . стержней I, II, III, . . . Такимъ образомъ всѣ силы, дѣйствующія на рѣшетчатую арку, извѣстны.

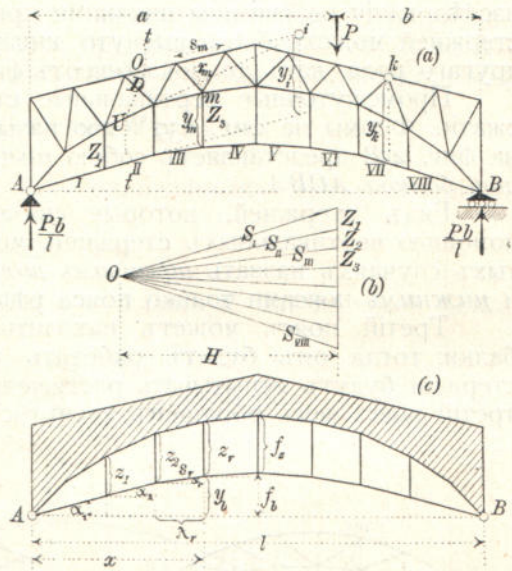
Если желаемъ вычислить усилия изъ моментовъ *M*, то проводимъ черезъ *m* вертикальное сѣченіе и разлагаемъ усилие въ разсѣченной затяжкѣ на составляющія вертикальную и горизонтальную; первая проходитъ черезъ точку вращения *m*, а послѣдняя даетъ моментъ — *Hu*_{*m*}. Такъ какъ внѣшнія силы соответствуютъ внѣшнимъ силамъ простой балки, то получимъ

(1)

$$M_m = M_{0m} - Hu_m,$$

т. е. то же самое уравненіе, которое было найдено на стр. 21 для арки съ неподвижными опорными шарнирами. Только величина *u* обозначаетъ здѣсь не разстояніе разсматриваемаго узла до прямой *AB*, а разстояніе до затяжки.

Если при вычисленіи усилия *D* потребуется опредѣлить моментъ относительно *i* — точки пересѣченія стержней поясовъ *O* и *U*, огра-



Фиг. 256.

ничивающихъ стержень D , то для этого надо измѣрить вертикальное разстояніе y_i точки i отъ того стержня затяжки, черезъ который проходитъ сѣченіе tt , встрѣчающее стержни O, D, U , и тогда получимъ:

$$(2) \quad M_i = M_{oi} - Hy_i$$

или вообще

$$M_i = M_{oi} + Hy_i,$$

гдѣ знакъ зависитъ отъ положенія точки i .

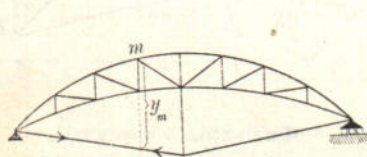
Кромѣ всего сказаннаго придется еще указать на то обстоятельство, что способы построения площадей вліянія (см. № 84) для вертикальной нагрузки изъ одной и той же H —линіи, *опредѣленіе которой будетъ объяснено въ № 93*, могутъ быть примѣнимы и въ данномъ случаѣ; здѣсь придется только дать другое значеніе для y .

Относительно формы соединенія стержней I, II, III, . . . данныя изслѣдованія не связаны никакими предположеніями. Это соединеніе стержней можетъ быть выгнуто книзу, тогда получаются фермы другаго рода, какъ то показывають фиг. 257 до 260.

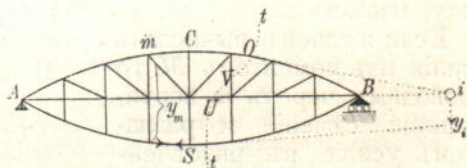
Промежуточные вертикальные стержни работаютъ здѣсь на сжатіе. Фермы на фиг. 259 и 260 называются *подпружными*, а ферма на фиг. 258 представляетъ собою *цѣпь ASB съ жесткой рѣшетчатой балкой ACBA*.

Рядъ стержней, которые связаны съ рѣшетчатой балкой помощью вертикальныхъ стержней, можно во всѣхъ вышеупомянутыхъ случаяхъ назвать *третьимъ поясомъ*, понимая подъ *верхнимъ* и *нижнимъ* поясами только пояса рѣшетчатой балки.

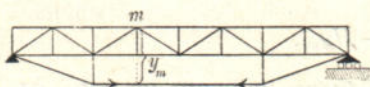
Третій поясъ можетъ находиться также выше рѣшетчатой балки; тогда онъ будетъ работать на сжатіе, вертикальные же стержни будутъ испытывать растяженіе (при этомъ считаемъ, что третій поясъ весь обращенъ вогнутостью книзу). Обозначимъ для



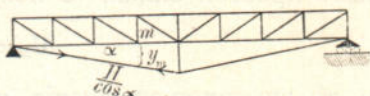
Фиг. 257.



Фиг. 258.



Фиг. 259.



Фиг. 260.

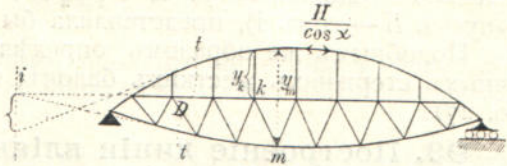
этого случая, фиг. 261, буквой H горизонтальную составляющую *сжатія*, испытываемаго третьимъ поясомъ; тогда будетъ имѣть мѣсто уравненіе $M_m = M_{om} - Hy_m$. Для M_i получимъ, смотря по по-

ложенію точки i относительно стержня третьяго пояса, пересѣкаемаго сѣченіемъ tt :

$$M_i = M_{oi} + Hy_i.$$

Ферму, представленную на фиг. 261, называютъ также *шарнирною аркой, усиленную жесткой балкой* ^{*)}.

Эта балка, предназначенная для принятія горизонтальнаго распора арки, дѣлается большею частью съ параллельными поясами (за исключеніемъ крайнихъ панелей). Изслѣдование промежуточныхъ стержней становится тогда чрезвычайно простымъ.



Фиг. 261.

Разсмотримъ, напр., раскосъ D , поднимающійся влѣво, фиг. 262. Проведемъ сѣченіе tt , разложимъ сжатіе $\frac{H}{\cos \alpha}$ въ стержнѣ третьяго пояса, пересѣкаемомъ сѣченіемъ tt , на составляющія H (горизонтальную) и $H \operatorname{tg} \alpha$ (вертикальную) и приравняемъ нулю сумму всѣхъ вертикальныхъ силъ, приложенныхъ лѣвѣе сѣченія tt , тогда получимъ:

$$A - \sum_0^t P - D \sin \varphi - H \operatorname{tg} \alpha = 0,$$

гдѣ $\sum_0^t P$ означаетъ сумму грузовъ, приложенныхъ лѣвѣе сѣченія t .

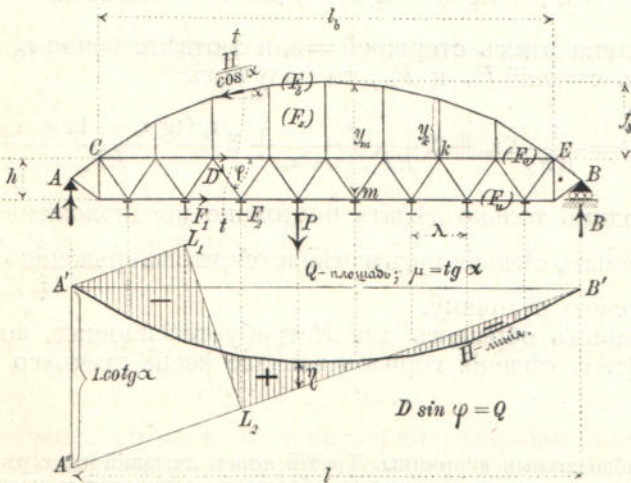
Затѣмъ

$$A - \sum_0^t P = Q_0$$

означаетъ перерѣзывающую силу въ сѣченія tt для *простой балки* AB , поэтому получимъ:

$$D \sin \varphi = Q, \text{ гдѣ}$$

$$(3) \quad Q = Q_0 - H \operatorname{tg} \alpha = \operatorname{tg} \alpha (Q_0 \operatorname{cotg} \alpha - H).$$



Фиг. 262.

^{*)} Впервые этотъ родъ фермъ предложенъ былъ инженеромъ *Лангеромъ* (Langer), а потому эти фермы можно назвать *фермами Лангера*.

Подъ Q подразумѣваютъ перерѣзывающую силу въ сѣченіи жесткой балки, подъ $\operatorname{tg} \alpha$ — множитель; тогда площадь вліянія для Q получится какъ разность между площадями вліянія для количествъ $Q_0 \cotg \alpha$ и H . Отложимъ поэтому (фиг. 262) $A' A'' = 1 \cotg \alpha$, проведемъ $A'' B'$, затѣмъ $A' L_1 \parallel B' A''$, наконецъ $L_1 L_2$, тогда заштрихованная площадь будетъ площадью вліянія для Q , потому что при $A' A'' = 1$ ломанная линия $A' L_1 L_2 B'$, по доказанному въ № 70 (выпускъ II — томъ I), представляла бы линію вліянія для Q_0 .

Подобнымъ же образомъ опредѣляются усилія въ промежуточныхъ стержняхъ жесткихъ балокъ, представленныхъ на фиг. 259, 260, 271.

93. Построеніе линіи вліянія для H отличается отъ способа вычисленія H — линіи для двухшарнирной арки, описаннаго въ № 77, только тѣмъ, что сумма $\Sigma \frac{S'^2 s}{EF}$, которая распространялась раньше только на стержни арки и для которой было найдено выраженіе $\frac{1}{EF_c} \Sigma z_m$, должна быть увеличена на члены, соответствующіе третьему поясу и вертикальнымъ промежуточнымъ стержнямъ. Если $\alpha_1, \alpha_2, \dots$ означаютъ углы наклоненія стержней третьяго пояса, то усилія S и Z будутъ равняться:

$$(4) \quad S_1 = \frac{H}{\cos \alpha_1}; S_2 = \frac{H}{\cos \alpha_2}; \dots^*)$$

$$(5) \quad Z_1 = H (\operatorname{tg} \alpha_1 - \operatorname{tg} \alpha_2); Z_2 = H (\operatorname{tg} \alpha_2 - \operatorname{tg} \alpha_3); \dots$$

для усилій, обозначаемыхъ обыкновенно черезъ S' , получимъ для состоянія $H = -1$ слѣдующія абсолютныя величины:

$$(6) \quad \begin{cases} S'_r = \frac{1}{\cos \alpha_r} \text{ для } r\text{-го звена затяжки} \\ S'_r = (\operatorname{tg} \alpha_r - \operatorname{tg} \alpha_{r+1}) \text{ для } r\text{-ой подвѣски.} \end{cases}$$

Если длина этихъ стержней $= s_r$ и соответственно z_r , а площади поперечныхъ сѣченій F_{sr} и F'_{sr} , то получимъ:

$$(7) \quad \Sigma \frac{S'^2 s}{EF} = \frac{1}{EF_c} \Sigma z_m + \Sigma \frac{s_r}{EF_{sr} \cos^2 \alpha_r} + \Sigma \frac{z_r (\operatorname{tg} \alpha_r - \operatorname{tg} \alpha_{r+1})^2}{EF'_{sr}}$$

Необходимо только дѣлать постоянно предположеніе, что площадь поперечнаго сѣченія такъ измѣняется, что напряженіе $\sigma = \frac{H}{F_{sr} \cos \alpha_r}$ сохраняетъ свою величину.

Если такимъ образомъ для H требуется площадь поперечнаго сѣченія F_b (т. е. сѣченія горизонтальнаго звена третьяго пояса), то

*) Это абсолютныя величины. Третій поясъ, лежащій ниже рѣшетки (фиг. 256—260), будетъ растянутъ; если онъ обращенъ выпуклостью къверху, то вертикальные промежуточные стержни испытываютъ растяженіе, а если выпуклость книзу, — то стержни сжаты. Когда третій поясъ лежитъ выше рѣшетки, фиг. 261, то онъ будетъ сжатъ; промежуточные стержни будутъ тогда растянуты.

будемъ имѣть $F_{sr} = \frac{F_b}{\cos \alpha_r}$, а затѣмъ, принявъ для всѣхъ промежуточныхъ стержней одну и ту же площадь поперечнаго сѣченія F_s , получимъ:

$$(8) \quad \Sigma \frac{S'^2 s}{EF} = \frac{1}{EF_c} \left\{ \Sigma z_m + \frac{F_c}{F_b} \Sigma \frac{\lambda_r}{\cos^2 \alpha_r} + \frac{F_c}{F_s} \Sigma z_r (\operatorname{tg} \alpha_r - \operatorname{tg} \alpha_{r+1})^2 \right\},$$

гдѣ λ_r означаетъ горизонтальную проекцію величины s_r (фиг. 256 с.)

Опредѣленіе H — линіи основывается такимъ образомъ на слѣдующемъ правилѣ:

Надо вычислить сначала моменты $M_{w,m}$ для простой балки $A'B'$, нагруженной грузами $w_m = \frac{y_m s_m}{r_m^2} \frac{F_c}{F_m}$ (ср. фиг. 201), а затѣмъ раздѣлить ихъ на

$$(9) \quad \mathfrak{K} = \Sigma z_m + \frac{F_c}{F_b} \Sigma \frac{\lambda_r}{\cos^2 \alpha_r} + \frac{F_c}{F_s} \Sigma z_r (\operatorname{tg} \alpha_r - \operatorname{tg} \alpha_{r+1})^2,$$

гдѣ $z_m = y_m w_m$. Въ результатѣ получится: $H_m = \frac{M_{w,m}}{\mathfrak{K}}$.

Два послѣднихъ члена выраженія для \mathfrak{K} оказываютъ сравнительно незначительное вліяніе на H и поэтому это выраженіе въ большинствѣ случаевъ значительно упрощается. Такъ, напр., когда узлы третьяго пояса лежатъ на параболѣ, уравненіе которой

$$y_b = 4f_b \frac{x(l-x)}{l^2} \text{ (фиг. 256),}$$

а длина промежуточныхъ стержней опредѣляется изъ выраженія:

$$z = 4f_s \frac{x(l-x)}{l^2},$$

то всегда можно съ достаточною точностью положить:

$$\Sigma \frac{\lambda_r}{\cos^2 \alpha_r} = \int_0^l dx \left[1 + \left(\frac{dy_b}{dx} \right)^2 \right] = l \left[1 + \frac{16f_b^2}{3l^2} \right]$$

$$\begin{aligned} \Sigma z_r (\operatorname{tg} \alpha_r - \operatorname{tg} \alpha_{r+1})^2 &= \lambda_b \Sigma z_r \frac{(\operatorname{tg} \alpha_r - \operatorname{tg} \alpha_{r+1})^2}{\lambda_b} = \lambda_b \int_0^l dx \left[\frac{d(\operatorname{tg} \alpha)}{dx} \right]^2 \\ &= \lambda_b \int_0^l dx \frac{d^2 y_b}{dx^2} = \lambda_b \left(\frac{8f_b}{l^2} \right)^2 \int_0^l z dx = \frac{128}{3} \lambda_b \frac{f_b^2 f_s}{l^3}, \end{aligned}$$

гдѣ λ_b означаетъ среднее значеніе приблизительно равныхъ панелей λ_r ; тогда получаемъ легко вычисляемое выраженіе:

$$(10) \quad \mathfrak{K} = \Sigma z_m + \frac{F_c}{F_b} l \left(1 + \frac{16f_b^2}{3l^2} \right) + \frac{128}{3} \frac{F_c}{F_s} \lambda_b \frac{f_b^2 f_s}{l^3}.$$

Для случая *двухшарнирной арки съ горизонтальной затяжкой* ($f_b = 0$, фиг. 256) получимъ:

$$(11) \quad \mathfrak{N} = \Sigma z_m + \frac{F_c}{F_b} l,$$

значение, которое достаточно точно даже при незначительномъ подъемѣ затяжки и которое поэтому можно примѣнить къ фиг. 257 и 276. При расчетѣ подобнаго рода стропильныхъ фермъ возможно даже положить $\mathfrak{N} = \Sigma z_m$, такъ какъ опредѣленіе наибольшаго давленія снѣга и въ особенности вѣтра основывается на довольно невѣрныхъ приближеніяхъ.

Сокращенія значений w_m и z_m ведутъ за собой, конечно, также соответствующее измѣненіе въ обоихъ послѣднихъ членахъ выраженія \mathfrak{N} . Такъ, напр., если принять при изслѣдованіи фермы, представленной на фиг. 262, одно и то же сѣченіе F_o для всѣхъ стержней верхняго пояса, а для всѣхъ стержней нижняго пояса одно и то же сѣченіе F_u и приравнять произвольную площадь поперечнаго сѣченія $F_c = F_o$, то къ узлу m нижняго пояса надо приложить грузъ.

$$(12) \quad \dots w_m = y_m \left(\text{вмѣсто } w_m = \frac{y_m s_m}{r^2_m} = \frac{y_m \lambda}{h^2} \right),$$

а къ узлу k верхняго пояса грузъ:

$$(13) \quad \dots w_k = y_k \frac{F_o}{F_u} \left(\text{вмѣсто } w_k = \frac{y_k \lambda}{h^2} \frac{F_o}{F_u} \right).$$

Эти особенныя значенія w получились отъ раздѣленія общихъ выраженій на $\lambda : h^2$; поэтому необходимо будетъ раздѣлить на $\lambda : h^2$ оба послѣднихъ члена выраженія для \mathfrak{N} . Такимъ образомъ получимъ:

$$(14) \quad \mathfrak{N} = \Sigma y_m^2 + \frac{F_o}{F_u} \Sigma y_k^2 + \frac{h^2}{\lambda} \left[\frac{F_o}{F_b} \Sigma \frac{\lambda_r}{\cos^2 \alpha_r} + \frac{F_o}{F_c} \Sigma z_r (\text{tg } \alpha_r - \text{tg } \alpha_{r+1}) \right],$$

поэтому всегда можно положить:

$$(15) \quad \mathfrak{N} = \Sigma y_m^2 + \frac{F_o}{F_u} \Sigma y_k^2 + \frac{h^2}{\lambda} \left[\frac{F_o}{F_b} l_b \left(1 + \frac{16 f_b^2}{3 l_b^2} + \frac{128}{3} \cdot \frac{F_o}{F_c} \lambda \frac{f_b^3}{l_b^3} \right) \right];$$

обыкновенно пренебрегаютъ вторымъ членомъ выраженія въ скобкахъ, а также множителемъ $\left(1 + \frac{16 f_b^2}{3 l_b^2} \right)$. Тогда получится:

$$(16) \quad \mathfrak{N} = \Sigma y_m^2 + \frac{F_o}{F_u} \Sigma y_k^2 + \frac{h^2 l_b}{\lambda} \frac{F_o}{F_u}.$$

94. Вліяніе на количество N измѣненія температуры опредѣляется по общему уравненію, имѣющему значеніе для всякой простой статически опредѣлимой рѣшетки:

$$(17) \quad H_t = \frac{\Sigma S' \epsilon t s}{\Sigma \frac{S'^2 s}{EF}}$$

* Для стержней AC и EB , усилія въ которыхъ зависятъ только отъ сопротивленій опоръ, получимъ $S' = 0$; третій поясъ считается только между C и E . Стрѣлка его $= f_b$, пролетъ его $= l_b$.

гдѣ S' означаетъ усилие въ стержнѣ для состоянія $H = -1$. Если величины ε и t одинаковы для всѣхъ стержней, то $H_t = 0$; потому что, если составить уравненіе работы, соответствующее состоянію напряженій для $H = -1$

$$\Sigma S' \Delta s = 0,$$

которое имѣетъ значеніе для всевозможныхъ произвольныхъ величинъ Δs , или $\Delta s = \omega s$, гдѣ ω — постоянная величина, т. е., если принять, что измѣненная форма рѣшетки подобна первоначальной, то найдемъ

$$\Sigma S' s = 0.$$

Если теперь предположить, что температура стержней рѣшетки и промежуточныхъ стержней, соответствующая начальному ненапряженному состоянію, измѣнилась на t^0 , а температура третьяго пояса на $t + \Delta t$, то для H_t получимъ значеніе

$$H_t = \frac{\varepsilon t \Sigma_1 S' s + \varepsilon \Delta t \Sigma_{II} S'_r s_r}{\Sigma \frac{S'^2 s}{EF}},$$

гдѣ сумма Σ_1 распространяется на всѣ стержни, сумма же Σ_{II} только на третій поясъ. Первая сумма равна 0, а послѣдняя при третьемъ *растянутомъ* поясѣ обращается въ $-\Sigma \cdot \frac{\lambda_r}{\cos^2 \alpha_r}$ [такъ какъ $S_r = + \frac{H}{\cos \alpha_r}$ и $S'_r = - \frac{1}{\cos \alpha_r}$], поэтому получимъ:

$$(18) \quad H_t = - \frac{\varepsilon \Delta t \Sigma \frac{\lambda_r}{\cos^2 \alpha_r}}{\Sigma \frac{S'^2 s}{EF}} =$$

$$= - \frac{\varepsilon EF_c \Delta t \Sigma \frac{\lambda_r}{\cos^2 \alpha_r}}{\Sigma z_m + \frac{F_c}{F_b} \Sigma \frac{\lambda_r}{\cos^2 \alpha_r} + \frac{F_c}{F_r} \Sigma z_r (\operatorname{tg} \alpha_r - \operatorname{tg} \alpha_{r+1})^2},$$

а отсюда слѣдуетъ, что когда третій поясъ сильнѣе нагружается чѣмъ остальные части арки, то горизонтальное *растяженіе* уменьшается; въ противномъ случаѣ величина H увеличивается на положительную величину H_t . Для фермы, изображенной на фиг. 261, находимъ, что горизонтальное *сжатіе* H увеличивается или уменьшается, смотря по тому нагружается ли третій поясъ сильнѣе или слабѣе чѣмъ, жесткая балка.

Формулу, (18) всегда возможно замѣнить болѣе простой:

$$(19) \quad H_t = + \frac{\varepsilon EF_c l \Delta t}{\Sigma z_m},$$

потому что при грубомъ выборѣ величины Δt , нѣтъ никакой цѣли слишкомъ точно вычислять остальные члены. Для z_m надо ввести

въ формулу (19) значение $z_m = \frac{y_m^2 s_m}{r^2} \cdot \frac{F_c}{F_m}$. Сокращение z_m обусловливаетъ также соответствующее измѣненіе числителя H_i . Положимъ, напр., для фермы на фиг. 262, $w_m = y_m$ и $w_k = y_k \frac{F_o}{F_u}$, затѣмъ $z_m = y_m^2$; $z_k = y_k^2 \frac{F_o}{F_u}$, тогда числитель H_i въ уравн. (16) надо раздѣлить на $\frac{s}{r^2} = \frac{\lambda}{h^2}$; въ этомъ случаѣ получимъ:

$$(20) \quad H_i = \mp \frac{\varepsilon E F_c l h^2 \Delta t}{\lambda \left[\Sigma y_m^2 + \frac{F_o}{F_u} \Sigma y_k^2 \right]}$$

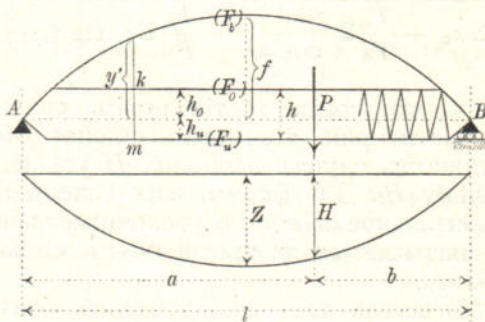
95. Приблизительныя формулы для параболической арки, усиленной балкой съ параллельными поясами. Обозначимъ буквами h_o и h_u разстоянія поясовъ отъ горизонтальной прямой, соединяющей концы арки AB , буквой y' — ординату арки въ разстояніи x ; затѣмъ будемъ разсматривать арку какъ непрерывную кривую; для сосредоточеннаго груза (пренебрегая расгяженіями вертикальныхъ подвѣсокъ *), получимъ:

$$H = P \frac{M_w}{\Sigma y_m^2 \lambda + \frac{F_o}{F_u} \Sigma y_k^2 \lambda + h^2 \frac{F_o}{F_b} l \left(1 + \frac{16f^2}{3l^2} \right)}$$

$$= P \frac{M_w}{\int_0^l (y' + h_u)^2 dx + \int_0^l (y' - h_o)^2 dx + h^2 \frac{F_o}{F_b} l \left(1 + \frac{16f^2}{3l^2} \right)}$$

гдѣ $\frac{d^2 M_w}{dx^2} = y_m + y_k \frac{F_c}{F_u} = y' + h_u + (y' - h_o) \frac{F_o}{F_u}$

$$\text{и } y' = \frac{4fx(l-x)}{l^2}$$



Фиг. 263.

*) Забѣнимъ количества h_b и f_b нѣсколько большими величинами и :

Сравни подобныя же изслѣдованія въ № 82 (стр 19); точно такимъ же путемъ получится и здѣсь:

$$(21) \begin{cases} H = \frac{5P}{8f^2\omega} a(l-a) \left[l^2 + a(l-a) + \frac{3}{2} \frac{l^2}{f} \frac{h_u F_u - h_o F_o}{F_u + F_o} \right], \text{ гдѣ} \\ \omega = 1 + \frac{5}{2} \frac{h_u F_u - h_o F_o}{f(F_u + F_o)} + \frac{15}{8} \frac{h_u^2 F_u + h_o^2 F_o}{f^2(F_u + F_o)} + \frac{15h^2}{8f^2} \left(1 + \frac{16f^2}{3l^2} \right) \frac{F_u F_o}{F_b(F_u + F_o)} \end{cases}$$

H — линия, построенная по этой формулѣ весьма немногимъ отличается отъ параболы; ее возможно замѣнить параболой со стрѣлкой

$$(22) \quad Z = \frac{3Pl}{16f} \nu,$$

гдѣ

$$(23) \quad \nu = \frac{f(F_u + F_o) + 1,25(h_u F_u - h_o F_o)}{f(F_u + F_o) + 2,5(h_u F_u - h_o F_o) + \frac{15}{8f}(h_u^2 F_u + h_o^2 F_o) + \frac{15h^2}{8f} \left(1 + \frac{16f^2}{3l^2} \right) \frac{F_u F_o}{F_b}}$$

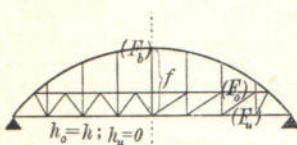
Если требуется принять во вниманіе измѣненія длины въ подвѣскахъ, то въ знаменатель войдетъ еще членъ

$$+ \frac{15}{8} \frac{h^2}{f} \frac{128}{3} \frac{F_u F_o \lambda f^3}{F_z l^4} = 90 \frac{h^2 l f^2 F_u F_o}{l^4 F_z}$$

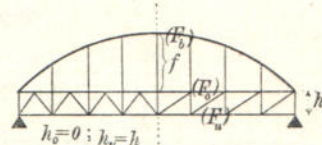
Для частныхъ примѣровъ, изображенныхъ на фиг. 264 и 265, получимъ:

$$(25) \quad \nu = \frac{f \left(\frac{F_u}{F_o} + 1 \right) - 1,25 h}{f \left(\frac{F_u}{F_o} + 1 \right) - 2,5 h + \frac{15}{8} \frac{h^2}{f} \left[1 + \left(1 + \frac{16f^2}{3l^2} \right) \frac{F_u}{F_b} \right]} \quad (\text{Фиг. 264}).$$

$$(26) \quad \nu = \frac{f \left(\frac{F_o}{F_u} + 1 \right) + 1,25 h}{f \left(\frac{F_o}{F_u} + 1 \right) + 2,5 h + \frac{15}{8} \frac{h^2}{f} \left[1 + \left(1 + \frac{16f^2}{3l^2} \right) \frac{E_o}{F_b} \right]} \quad \text{Фиг. 265}.$$



Фиг. 264.



Фиг. 265.

Отъ равномерно распределенной нагрузки p , продвинутой отъ l на длину ξ , получится:

$$(27) \quad H = \frac{pl^2}{8f} \nu \frac{\xi^2}{l^2} \left(3 - 2 \frac{\xi}{l} \right)^2.$$

Вліяніе равномерно распределенной нагрузки, покрывающей всю ферму выражается такъ:

$$(28) \quad H_p = \frac{pl^2}{8f} \nu.$$

*) См. стр. 49, уравненіе 46

Постоянная нагрузка вызываетъ:

$$(29) \quad H_g = \frac{gl^2}{8f} \nu.$$

Отъ измѣненія температуры получается:

$$(30) \quad H_I = \frac{15}{8} \frac{h^2}{f} \frac{\varepsilon E F_o F_u \Delta t \nu}{f(F_o + F_u) + 1,25(h_u F_u - h_o F_o)} \quad *)$$

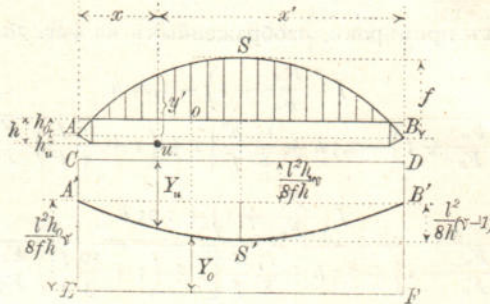
причемъ надо замѣтить, что горизонтальное сжатіе въ третьемъ поясъ увеличивается въ томъ случаѣ, когда этотъ поясъ нагрѣтъ на Δt больше чѣмъ остальные части рѣшетки.

Для случая *равномерно распределенной* постоянной и временной нагрузокъ получаются весьма простыя формулы, подобныя формуламъ, которыя выведены были въ № 91 для двухшарнирныхъ арокъ.

1. *Изгибающіе моменты.* Если-бы имѣли $H = 0$, то для узла u (фиг. 266) получился-бы отъ постоянной нагрузки изгибающій моментъ $M_g^u = g \frac{xx'}{2}$, а принимая во вниманіе величину $H_g = \frac{gl^2}{8f} \nu$, получимъ моментъ:

$$(31) \quad M_g^u = g \frac{xx'}{2} - \frac{gl^2}{8f} \nu (y' + h_u),$$

откуда, подставивъ вмѣсто $y' = 4f \frac{xx'}{l^2}$ и раздѣливъ на h (**), найдемъ:



Фиг. 266.

$$(32) \quad \frac{M_g^u}{h} = - \frac{gl^2}{8fh} \nu h_u - g \frac{xx'}{2h} (\nu - 1).$$

Точно также для узла верхняго пояса получимъ:

$$(33) \quad \frac{M_g^o}{h} = \frac{gl^2}{8fh} \nu h_o - g \frac{xx'}{2h} (\nu - 1).$$

Построимъ параболу $A'S'B'$, стрѣлка которой $= \frac{l^2}{8h} (\nu - 1)$, проведемъ прямыя CD и EF параллельно $A'B'$ въ разстояніяхъ $\frac{l^2 \nu h_u}{8fh}$ и соответственно $\frac{l^2 \nu h_o}{8fh}$

*) Выведено изъ $H_I = \frac{15 \varepsilon E \Delta t h^2 F_o F_u}{8f^2 (F_o + F_u) \omega}$, что соответствуетъ уравненію (25) на стр. 20.

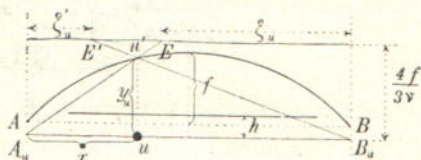
***) Мы вычисляемъ $\frac{M}{h}$, такъ какъ усилія въ стержняхъ поясовъ пропорціональны этимъ величинамъ.

отъ прямой $A'B'$ и измѣримъ разстоянія Y_u и Y_o , соответствующія точкамъ o и u , отъ параболы до этихъ прямыхъ, тогда получимъ:

$$(34) \quad \frac{M_u''}{h} = -g Y_u, \quad \frac{M_o''}{h} = +g Y_o,$$

такъ какъ ордината параболы, отнесенной къ оси $A'B'$, при абсциссѣ x равняется $= \frac{4}{l^2} : \frac{l^2(\nu-1)}{8h} xx' = \frac{xx'(\nu-1)}{2h}$. На фиг. 266 предположено, что $\nu > 1$. Если получается $\nu < 1$, то точка S' лежитъ выше прямой $A'B'$.

При опредѣленіи M_p'' находимъ въ точкахъ A_u и B_u пересѣченія нижняго пояса жесткой балки съ вертикалями точекъ опоръ, опредѣляемъ точку u' арки лежащую надъ точкой u , исходя изъ уравненія $M_u = M_o - H y_u$, гдѣ M_o означаетъ моментъ для сѣченія x простой балки; затѣмъ находимъ, что M_u имѣетъ ту же форму, что и моментъ для точки u' двухшарнирной арки, опирающейся въ точкахъ A_u и B_u . Конечно, для этой двухшарнирной арки должно быть принято во вниманіе значеніе ν , найденное для жесткой арки (уравн. 23, стр. 61). Линія пересѣченія опорныхъ сопротивленій представляетъ прямую, проведенную въ разстояніи $\frac{4f}{3\nu}$ отъ прямой $A_u B_u$; она пересѣкается прямыми $A_u u'$ и $B_u u'$ въ точкахъ E, E' , разстоянія которыхъ отъ опорныхъ вертикалей равны ξ_u и ξ'_u , фиг. 267.



Фиг. 267.

Тогда получается $\min \frac{M_p''}{h} = p C_u$, гдѣ

$$(35) \quad C_u = \frac{y_u (\xi_u^3 + \xi'_u{}^3) \nu}{8flh}.$$

Оба предѣльные значенія $M'' : h$ равняются теперь:

$$(36) \quad \begin{cases} \min \frac{M''}{h} = -g Y_u - p C_u \\ \max \frac{M''}{h} = -g Y_u + p C_u; \end{cases}$$

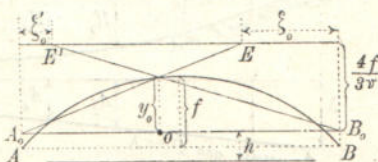
точно также получится:

$$(37) \quad \begin{cases} \min \frac{M''}{h} = +g Y_o - p C_o, \\ \max \frac{M''}{h} = +g Y_o + p C_o, \text{ гдѣ} \end{cases}$$

$$(38) \quad C_o = \frac{y_o (\xi_o^3 + \xi_o'{}^3) \nu}{8flh}.$$

Опредѣленіе величинъ ξ_o и ξ_o' понятно безъ дальнѣйшихъ объясненій изъ фиг. 268. Если точка E' лежитъ лѣвѣе A , то надо положить $\xi_o' = 0$; если же E лежитъ правѣе B , то $\xi_o = 0$. При помощи предыдущихъ формулъ опредѣляются всѣ усилія въ поясахъ.

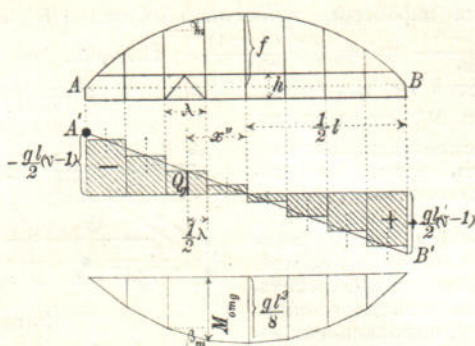
2. *Перерывающія силъ.* Принявъ сначала $H_g = 0$, получимъ что моменты M_{og} въ этомъ случаѣ будутъ равняться ординатамъ многоугольника, вписан-



Фиг. 268.

наго въ параболу со стрѣлкой $\frac{g}{8}$ и что перерѣзывающая сила въ m -ой панели будетъ равна:

$$Q_{omg} = \frac{M_{omg} - M_o(m-1)g}{\lambda} = \text{tg } \beta_m \cdot \text{Фиг. 26о.}$$



Фиг. 269.

Принимая же во вниманіе H_g , найдемъ:

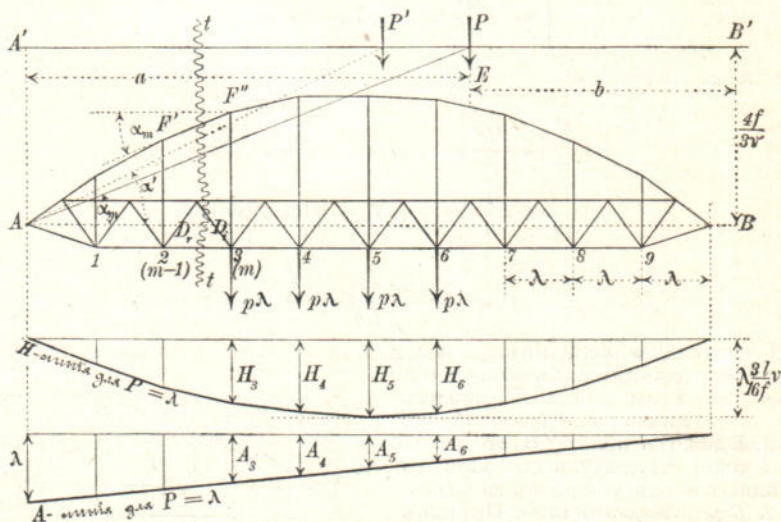
$$Q_{mg} = Q_{omg} - H_g \text{tg } \alpha_m = \text{tg } \beta_m - \frac{gl^2}{8f} \nu \text{tg } \alpha_m;$$

а такъ какъ $\text{tg } \alpha_m : \text{tg } \beta_m = f : \frac{gl^2}{8}$, то

$$(39) \quad Q_{mg} = - Q_{omg} (\nu - 1);$$

Такимъ образомъ значенія Q_{og} перерѣзывающихъ силъ для простой балки, полученныя въ I томѣ (№ 67 — выпускъ II), необходимо будетъ умножить на $-(\nu - 1)$; тогда получимъ площадь перерѣзывающихъ силъ, построенную на фиг. 269. Если требуется вычисленіе, то надо положить

$$(40) \quad Q_{mg} = - gxm^{\nu} (\nu - 1).$$



Фиг. 270.

Определение вліянія подвижной нагрузки p проще всего сдѣлать по нижеслѣдующему.

Проведемъ горизонтальную прямую $A'B'$ въ разстояніи $\frac{4f}{3v}$ отъ AB и черезъ точку A прямую, параллельную m -ой стержню ($F'F''$) третьяго пояса (фиг. 270), которая пересѣчетъ $A'B'$ въ точкѣ E . Грузъ P , проходящій черезъ E , вызываетъ

$$H = \frac{3Pab}{4fl} v = \frac{Pb}{l} \cdot \frac{a}{\frac{4f}{3v}} = \frac{Pb}{l} \cotg \alpha_m = A \cotg \alpha_m$$

(причемъ предполагается, что H — линия имѣетъ непрерывную кривизну); этотъ грузъ вызываетъ перерѣзывающую силу

$$Q_m = A - H \tg \alpha_m = 0.$$

Грузъ P' , лежащій лѣвѣе E , вызываетъ $H = A \cotg \alpha'$ и перерѣзывающую силу $Q_m = A - A \cotg \alpha' \tg \alpha_m = A \left(1 - \frac{\tg \alpha_m}{\tg \alpha'} \right)$, которая положительна, такъ какъ $\tg \alpha_m < \tg \alpha'$; грузы же, лежащіе правѣе E , вызываютъ отрицательныя перерѣзывающія силы, Q_m . Но если P лежитъ лѣвѣе $m-1$, то получается

$$Q_m = A - P - H \tg \alpha_m = -B - H \tg \alpha_m,$$

а отсюда можно заключить, что для полученія $\max Q_m$ необходимо нагрузить только узлы (по $p\lambda$), лежащіе между сѣченіемъ tt и вертикалью, проходящей черезъ E *). Построивъ теперь линіи вліянія для количествъ H и A въ предположеніи, что по фермѣ перемѣщается грузъ $1 \cdot \lambda$, и сложивъ ординаты H и A , измѣренныя подъ нагруженными узлами, найдемъ

$$\max Q_m = (\Sigma A - \tg \alpha_m \Sigma H) p,$$

причемъ для фермы на фиг. 270 имѣемъ

$$\Sigma A = A_3 + A_4 + A_5 + A_6; \quad \Sigma H = H_3 + H_4 + H_5 + H_6.$$

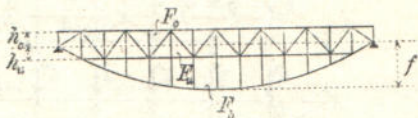
Оба предѣльныхъ значенія Q такимъ образомъ равны:

$$\max Q_m = -gx_m'' (v-1) + p (\Sigma A - \tg \alpha_m \Sigma H)$$

$$\min Q_m = -qx_m'' (v-1) - p (\Sigma A - \tg \alpha_m \Sigma H);$$

съ помощью этихъ формулъ определяются усилія въ обоихъ раскосахъ D_r и D_l

Только что выведенными формулами можно воспользоваться также для вычисленія усилій въ фермѣ, изображенной на фиг. 271. Въ уравненіяхъ (31) до (39) при опредѣленіи H необходимо переставить значенія h_0 и h_u , F_0 и F_u одно вмѣсто другаго.



Фиг. 271.

96. Численный примѣръ. Опредѣлимъ H — линію для фермы на фиг. 272 сначала приблизительно, а потомъ принимая во вниманіе измѣненія длинъ всѣхъ стержней. Узловые точки третьяго пояса лежатъ на параболѣ, стрѣлка которой $f = 6,12$ м. **).

1) Измѣненія длинъ промежуточныхъ стержней во вниманіе не приматы. Сначала надо вычислить грузы w для отдѣльныхъ узловъ жесткой балки по уравн. (12) и (13), а затѣмъ опредѣлить \mathfrak{N} по уравн. (16) и H по формулѣ

$$H = P \frac{M_w}{\mathfrak{N}}$$

*) Мы дѣлаемъ болѣе цѣлесообразное предположеніе (нѣсколько невыгодное) о постоянствѣ узловыхъ нагрузокъ $p\lambda$. См. томъ I, выпускъ II, № 60.

**) Фиг. 272 представляетъ главную ферму городского моста черезъ рѣку Име (Имте), построеннаго по проекту автора въ 1889 г. въ Ганноверѣ.

Пусть будетъ выбрано:

$$\frac{F_o}{F_u} = 0,37; \quad \frac{F_o}{F_b} = 0,40.$$

Найдемъ,

для нижняго узла m ; $w_m = y_m$

для верхняго узла k ; $w_k = y_k \frac{F_o}{F_u} = 0,37 y_k$,

а затѣмъ, распредѣливъ грузы w , соответствующіе узламъ 1, 3, 5, 7, ... по точкамъ 2, 4, 6, ... , гдѣ прикрѣплены поперечныя фермы, получимъ

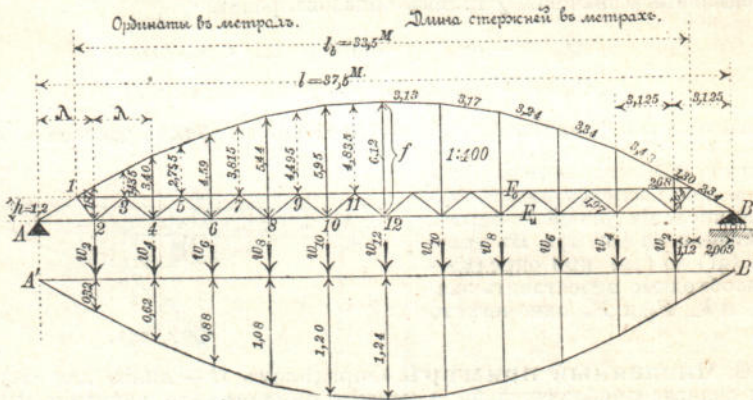
$$\begin{aligned} w_2 &= 1,87 + \frac{1}{2} \cdot 1,435 \cdot 0,37 = 2,14 \\ w_4 &= \frac{1}{2} \cdot 1,435 \cdot 0,37 + 3,40 + \frac{1}{2} \cdot 2,795 \cdot 0,37 = 4,18 \\ w_6 &= \frac{1}{2} \cdot 2,795 \cdot 0,37 + 4,59 + \frac{1}{2} \cdot 3,815 \cdot 0,37 = 5,80 \\ w_8 &= \frac{1}{2} \cdot 3,815 \cdot 0,37 + 5,44 + \frac{1}{2} \cdot 4,495 \cdot 0,37 = 6,95 \\ w_{10} &= \frac{1}{2} \cdot 4,495 \cdot 0,37 + 5,95 + \frac{1}{2} \cdot 4,835 \cdot 0,37 = 7,64 \\ w_{12} &= \frac{1}{2} \cdot 4,835 \cdot 0,37 + 6,12 + \frac{1}{2} \cdot 4,835 \cdot 0,37 = 7,88. \end{aligned}$$

Изгибающіе моменты M_w для балки $A'D'$, нагруженной грузами w , при панеляхъ $\lambda = 1$, *) будутъ равняться:

$$\begin{array}{|l} M_{w_2} = 30,65 \\ M_{w_4} = 59,16 \end{array} \quad \begin{array}{|l} M_{w_6} = 83,49 \\ M_{w_8} = 102,02 \end{array} \quad \begin{array}{|l} M_{w_{10}} = 113,60 \\ M_{w_{12}} = 117,54 \end{array}$$

Такимъ образомъ найдемъ:

$$\begin{aligned} \mathcal{H} = \Sigma y_m^2 + \frac{F_o}{F_u} \Sigma y_k^2 + \frac{l^2 l b}{\lambda} \cdot \frac{F_o}{F_b} &= 2 (1,87^2 + 3,40^2 + 4,59^2 + 5,44^2 + \\ &+ 5,95^2) + 6,12^2 + 0,37 \cdot 2 (1,435^2 + 2,795^2 + 3,815^2 + 4,495^2 + 4,835^2) + \\ &+ \frac{1,2^2 \cdot 3,125}{3,125} \cdot 0,40 = 296,20, \end{aligned}$$



Иг. 272.

а также при $P = 1$ (причемъ величины M_w были вычислены раньше для $\lambda = 1$)

$$H = \frac{M_w \cdot \lambda}{296,20} = \frac{M_w \cdot 3,125}{296,20} = \frac{M_w}{94,78}, \text{ или}$$

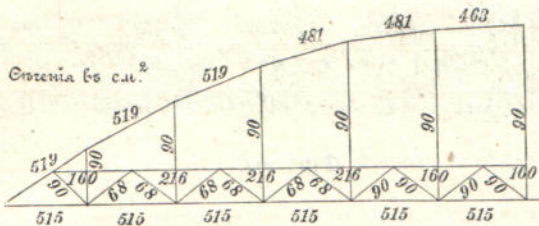
$$H_2 = \frac{30,65}{94,78} = 0,32; \quad H_4 = 0,62; \quad H_6 = 0,88; \quad H_8 = 1,08; \quad H_{10} = 1,20; \quad H_{12} = 1,24.$$

*) См. стр. 12. Численное опредѣленіе M_w необходимо предпочесть графическому опредѣленію.

2) Приняты во внимание изменения длины стержней. Величины площадей поперечных сечений (без вычета заклепочных дыръ) указаны на фиг. 273. Для опредѣленія H — линии надо воспользоваться уравненіемъ (V) (№ 166 — выпускъ VII), изъ котораго получимъ

$$H_m = P_m \frac{\delta_m}{\sum \frac{S'^2 s}{EF}}$$

гдѣ S' означаетъ усиліе отъ причины $H = -1$, а δ_m — вертикальное перемѣненіе узла m , произведенное этимъ состояніемъ нагрузки. Въ сумму \sum входятъ всѣ стержни рѣшетки. Диаграмма усилій для $H = -1$ построена на фиг. 274 а. Затѣмъ надо предположить, что въ стержняхъ третьяго пояса вызваны растягивающія усилія S'_1, S'_2, \dots , горизонтальная составляющая которыхъ равна 1, потому слѣдуетъ опредѣлить вызванныя этимъ состояніемъ сжимающія усилія въ вертикальныхъ подвѣскахъ $S' = Z'$ (которыя въ параболической аркѣ при равныхъ панеляхъ принимаютъ постоянное значеніе $-\frac{8fl}{l^2} = -\frac{8 \cdot 6,12}{37,5 \cdot 12} = -0,11$), и наконецъ необходимо построить диаграмму Кремоны для жесткой балки, находящейся подъ дѣйствіемъ силъ S'_1 и Z' .



Фиг. 273.

Результаты записаны на фиг. 274 б; тамъ же вписаны (въ скобкахъ) значенія $\frac{S'^2 s}{EF}$, соответствующія стержнямъ третьяго пояса. При вычисленіи этихъ значеній коэффициентъ упругости E , величина котораго не оказываетъ вліянія на отношеніе $\delta_m : \sum \frac{S'^2 s}{EF}$, былъ взятъ равнымъ 1, одинаковымъ для всѣхъ стержней. За единицы выбраны тонны и сантиметры; такъ напр. для третьей панели получилось значеніе

$$\frac{S'^2 s}{EF} = \frac{1,07^2 \cdot 334}{1 \cdot 519} = 0,738$$

Затѣмъ надо вычислить измененія длины стержней $\Delta s = \frac{S' s}{EF}$ для жесткой балки при состояніи нагрузки $H = -1$; результаты сопоставлены на фиг. 275 *) (числа безъ скобокъ); потомъ вычислены значенія $\frac{S'^2 s}{EF} = S' \Delta s$ (числа въ скобкахъ). Такъ напр., для втораго стержня нижняго пояса получимъ:

$$\Delta s = \frac{1,20 \cdot 312,5}{1 \cdot 515} = 0,7282 = 0,73 \text{ и } S' \Delta s = 1,20 \cdot 0,7282 = 0,874 \text{ **}$$

Прогибы δ_m можно опредѣлить, какъ моменты M_m для простой балки $A' B'$ (фиг. 272), находящейся подъ дѣйствіемъ грузовъ w ; для вычисленія этихъ грузовъ служатъ уравненія (6) и (7) на стр. 12 (выпускъ VII). Такъ какъ

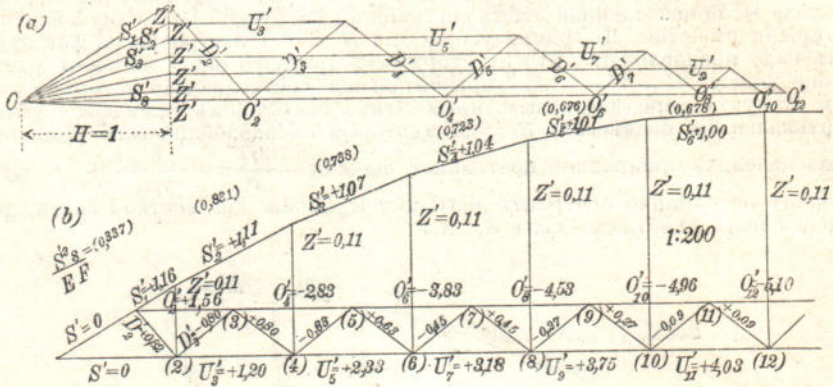
$$\frac{1}{\cos^2 \varphi_1} = \frac{1,64}{2 \cdot 3,125} = 1,46 \text{ и } \frac{1}{\cos^2 \varphi} = \frac{1,97}{2 \cdot 3,125} = 1,26, \text{ то для нижнихъ узловъ,}$$

*) Эта фигура представлена въ искаженномъ видѣ ради отчетливости записанныхъ чиселъ.

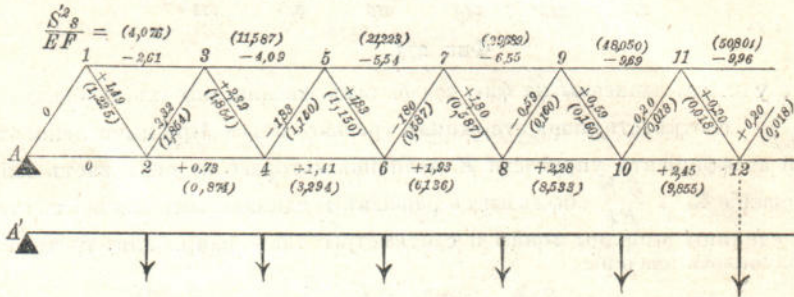
**) Длины стержней (въ метрахъ) записаны на фиг. 272.

положив сначала всюду одинаковую высоту $h = 1$, получим следующие значения:

$$\begin{aligned} w_2 &= 2,61 + 1,49 \cdot 1,46 - 2,32 \cdot 1,26 = 1,8622 \\ w_4 &= 4,09 + (2,32 - 1,83) \cdot 1,26 = 4,7074 \\ w_6 &= 5,54 + (1,83 - 1,30) \cdot 1,26 = 6,2078 \\ w_8 &= 6,55 + (1,30 - 0,59) \cdot 1,26 = 7,4446 \\ w_{10} &= 9,69 + (0,59 - 0,20) \cdot 1,26 = 10,1814 \\ w_{12} &= 9,96 + (0,20 + 0,20) \cdot 1,26 = 10,4640 \end{aligned}$$



Фиг. 274.



Фиг. 275.

а также для верхних узлов:

$$\begin{array}{l|l} w_1 = -1,49 \cdot 1,46 = -2,18 & w_7 = 1,93 \\ w_3 = 0,73^*) & w_9 = 2,28 \\ w_5 = 1,41 & w_{11} = 2,45 \end{array}$$

Если грузы верхних узлов распределены в точках прикрѣпления поперечных ферм 2, 4, 6, . . . , то для них получим следующие значения:

$$\begin{array}{l|l} w_2 = 1,8622 - 2,18 \frac{2,005}{3,125} + \frac{1}{2} \cdot 0,73 = 0,83 & w_8 = 7,4446 + \frac{1}{2}(1,93 + 2,28) = 9,55 \\ w_4 = 4,7074 + \frac{1}{2}(0,73 + 1,41) = 5,78 & w_{10} = 10,1814 + \frac{1}{2}(2,28 + 2,45) = 12,55 \\ w_6 = 6,2078 + \frac{1}{2}(1,41 + 1,93) = 7,88 & w_{12} = 10,4640 + \frac{1}{2}(2,45 + 2,45) = 12,91; \end{array}$$

*) Въ каждомъ узлѣ 3, 5, 7, . . . сходятся двѣ діагонали, измѣненія длины которыхъ взаимно равны, но противоположны по знаку, поэтому эти измѣненія взаимно уничтожаются.

этимъ значеніямъ при $\lambda = 1$ соответствують моменты:

$$\begin{array}{l|l|l} M_{w_2} = 43,045 & M_{w_6} = 121,695 & M_{w_{10}} = 169,255 \\ M_{w_4} = 85,260 & M_{w_8} = 150,250 & M_{w_{12}} = 175,710 \end{array}$$

Сложене количествъ, вписанныхъ на фиг. 274 и 275 (въ скобкахъ), даетъ для обѣихъ половинъ фермы:

$$\Sigma \frac{S'^2 s}{EF} = 362,937 ;$$

сюда долженъ войти еще одинъ членъ, соответствующій подвѣскамъ, для которыхъ всюду $S' = -0,11$ и $F = +90$ см.²:

$$\frac{0,11^2}{1 \cdot 90} [2(1,87 + 3,40 + 4,59 + 5,44 + 5,95) + 6,12] = 0,654^* ;$$

такимъ образомъ будемъ имѣть:

$$\Sigma \frac{S'^2 s}{EF} = 362,937 + 0,654 = 363,59.$$

Такъ какъ при вычисленіи M_w было положено $h = 1$ и $\lambda = 1$, то при $P = 1$ получимъ

$$H = \frac{M_w}{363,59} \cdot \frac{\lambda}{h} = \frac{M_w \cdot 312,5}{363,59 \cdot 120} = \frac{M_w}{139,62} \text{ или}$$

$$H_2 = \frac{43,045}{139,62} = 0,31; H_4 = 0,61; H_6 = 0,87; H_8 = 1,08; H_{10} = 1,21; H_{12} = 1,26.$$

Эти точныя значенія отличаются весьма мало отъ прежде вычисленныхъ.

Для упражненія въ построеніи δ_m — линіи полезно опредѣлить ее при помощи диаграммы по Виллію или при помощи способа шарнирнаго многоугольника.

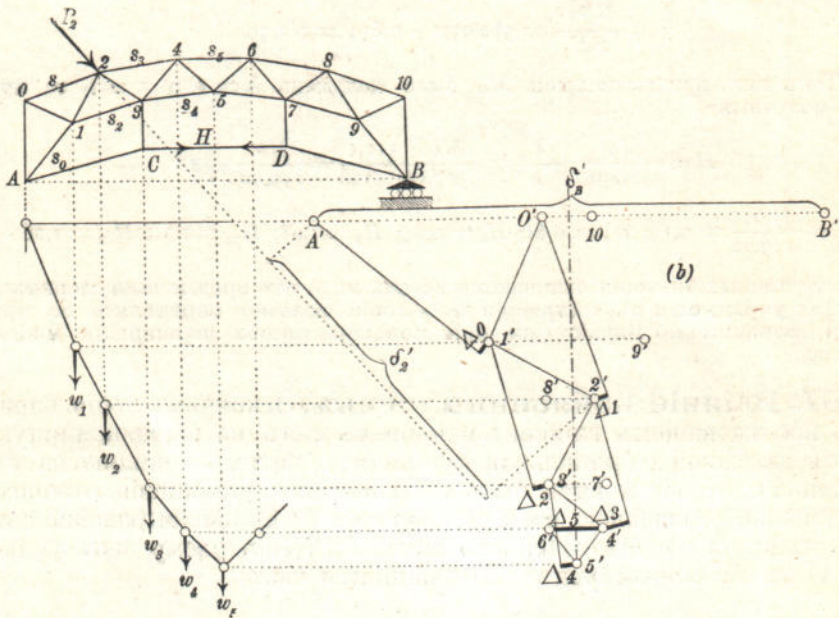
97. Вліяніе наклонныхъ силъ. Закончимъ этотъ параграфъ изслѣдованіемъ вліянія наклонныхъ силъ на двухшарнирную арку съ затяжкой (стропильная ферма) и обратимъ вниманіе на тѣ допущенія, которыя могутъ быть сдѣланы для упрощенія точнаго изслѣдованія, описаннаго въ § 5 (выпускъ VII). Общее выраженіе для H отъ дѣйствія сосредоточеннаго груза P_m (по первому изъ уравненій V въ № 66—выпускъ VII) напишется такъ:

$$(41) \quad H = P_m \frac{\delta'_m}{\Sigma \frac{S'^2 s}{EF}},$$

гдѣ S' означаетъ усиліе въ какомъ либо стержнѣ рѣшетки, соответствующее состоянію нагрузки $H = -1$, а δ'_m означаетъ перемѣщеніе точки приложенія m груза P_m въ направленіи силы P_m , когда существуетъ только причина $H = -1$. Опредѣленіе перемѣщеній δ'_m , которое сдѣлано на фиг. 276 по способу Виллію, необходимо вести въ предположеніи жесткости промежуточныхъ стержней; также возможно допустить одно и то же сѣченіе F_c для всѣхъ стержней поясовъ. Если при вычисленіи измѣненій длины $\Delta s = \frac{S' s}{EF}$ стержней поясовъ положить $E = 1$ и $F_c = 1$, то въ уравненіи (41) знаменатель-

*) Отсюда мы видимъ, насколько ничтожно вліяніе этого члена,

придется замѣнить количествомъ $\Sigma S'^2 s \frac{F_c}{F}$. На фиг. 276 представлена симметричная ферма. При построении диаграммы перемѣщений приняты были неподвижными средняя точка стержня s_5 и его направление, затѣмъ отложено $6' 4' = \Delta 5$ *) и проведено $5' 4' \perp 54$, $5' 6' \perp 56$. Присоединение точекъ $3', 1', 0', A'$ сдѣлано по № 32 (выпускъ VI). Точки $8', 10', B'$ по отношенію къ вертикали точки $5'$ лежатъ симметрично съ точками $2', 1', A'$; если къ узламъ 1, 3, 5, 7, 9, C, D будутъ приложены грузы, то точки $7', 9'$ наносятся симметрично относительно точекъ $3'$ и $1'$; наконецъ опредѣляютъ точки C', D' , которыя на фиг. 276 не нанесены. Относительно исполненія условий дѣйствительныхъ опорныхъ закрѣпленій необходимо соблюсти, чтобъ полюсъ перемѣщенія былъ бы переведенъ изъ середины $\Delta 5$ въ точку A' , соответствующую неподвижной опорѣ A; тогда мы полу-



Фиг. 276.

чимъ, что, напр., перемѣщеніе $\delta'_{2'}$ узла 2 по теченію силы P_2 равно проекціи луча $A' 2'$ на направленіе P_2 *).

Если бы не имѣлось ни затяжки, ни подвѣсокъ, то получили бы:

$$\Sigma S'^2 s \frac{F_c}{F} = \delta'_{B'} = \overline{A' B'}$$

что равно перемѣщенію точки B при состояніи нагрузки $H = -1$. Но въ данномъ случаѣ

$$\Sigma S'^2 s \frac{F_c}{F} = \delta'_{B'} + \Sigma_s S'^2 s \frac{F_c}{F}$$

*) Вспомнимъ здѣсь о сокращенномъ обозначеніи $\Delta s_5 = \Delta 5$.

*) Фигура $A'' 0'' 1'' \dots B''$, построенная для несимметричныхъ фермъ по № 33 (выпускъ VI), обращается здѣсь въ точку, совпадающую съ A' .

гдѣ знакъ Σ_z распространяется на части затяжки и на подвѣски; наконецъ, можно всегда положить

$$\Sigma S'^2 s \frac{F_c}{F} = \delta'_B + l \frac{F_c}{F_b} *);$$

тогда получается

$$H = P_m \frac{\delta'_m}{\delta'_B + l \frac{F_c}{F_b}},$$

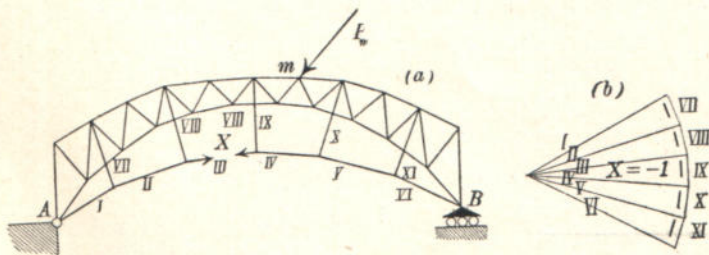
или, когда единица груза представлена отрѣзкомъ длиною $\delta'_B + l \frac{F_c}{F_b}$, получимъ

$$H = P_m \delta'_m.$$

Если желаемъ получить точки $5', 6', 4', \dots$ на фиг. 276 b изъ линіи прогибовъ, построенной по № 93 для грузовъ вертикальнаго направленія, то необходимо взять такую зависимость $w_m \frac{\Delta s_m}{r_m}$ (по абсолютному значенію). Если такимъ образомъ грузы w вычислены не съ помощью уравненій, приведенныхъ на стр. 56, а при помощи сдѣланныхъ позднѣе упрощеній, то при построеніи ломанной линіи $5', 4', 2', 0', 1', A'$, надо отложить измѣненія длины $\Delta s = wr$ и соответствующимъ образомъ измѣнить членъ $l \frac{F_c}{F_b}$. Такъ, напр., если имѣемъ серповидную

арку и грузы приняты равными (по стр. 9) $w_m = \frac{y_m}{r^2_m} \left(\text{вмѣсто} \frac{y_m s_m}{r^2_m} \right)$, то для стержня пояса, противолежащаго узлу m , будемъ имѣть: $\Delta s_m = \frac{y_m}{r_m}$ и вмѣсто количества $l \frac{F_c}{F_b}$ надо взять $\frac{l}{s_c} \cdot \frac{F_c}{F_b}$, гдѣ s_c означаетъ среднюю длину стержней пояса. Если всѣ промежуточные стержни, кромѣ крайнихъ стоекъ, наклонны, то опредѣляемъ точки $4', 3', 2', 0'$, проводя $5' - 4' \perp 5 - 4$, $4' - 3' \perp 4 - 3$, $3' - 2' \perp 3 - 2$, $2' - 1' \perp 2 - 1$ и $1' - 0' \perp 1 - 0$, а затѣмъ точку A' находимъ бы- стрѣе всего при посредствѣ условія $\Delta s_0 = \Delta 0$.

Напомнимъ, наконецъ, еще о томъ, что точки $4', 2', 0', A'$ можно опредѣлить также при помощи способа шарнирнаго много- угольника, какъ это показываетъ примѣръ, приведенный въ № 85.



Фиг. 277.

*) См. стр. 58, уравн. (11).

Если затяжка связана съ рѣшетчатой аркой при помощи наклонныхъ стержней, фиг. 277^{*)}, то за статически неопредѣлимую величину X можно принять усиліе въ какой нибудь части затяжки; потомъ опредѣляютъ усилія и измѣненія длины, вызываемыя причиною $X = -1$ и строятъ, также какъ и на фиг. 276, — диаграмму перемѣщеній по Вилліо. Опредѣленіе количествъ S' для частей затяжки и для подвѣсокъ сдѣлано здѣсь при помощи фиг. 277^b ^{**}). Надо замѣтить еще, что всѣ прежнія допущенія имѣютъ мѣсто и при наклонныхъ подвѣскахъ; вычисленіе количества X при употребительныхъ небольшихъ подъемахъ затяжки можно сдѣлать съ помощью формулы

$$X = P_m \frac{\delta'_m}{\delta'_B + l \frac{F_c}{F_b}} \quad (\text{ср. стр. 71}).$$

Различные случаи нагрузокъ, принимаемыхъ при расчетѣ стропильныхъ фермъ, приведены въ томѣ I, § 43 (выпускъ IV).



^{*)} Подобными фермами перекрытъ вокзалъ Quenns-Street сѣверо-британской дороги въ Глазго.

^{**}) Разница въ усиліяхъ отдѣльныхъ частей затяжки бываетъ всегда незначительна; соответствующимъ наклоненіемъ подвѣсокъ можно достигнуть того, что во всѣхъ частяхъ затяжки будетъ существовать одно и тоже усиліе X .

ОГЛАВЛЕНІЕ.

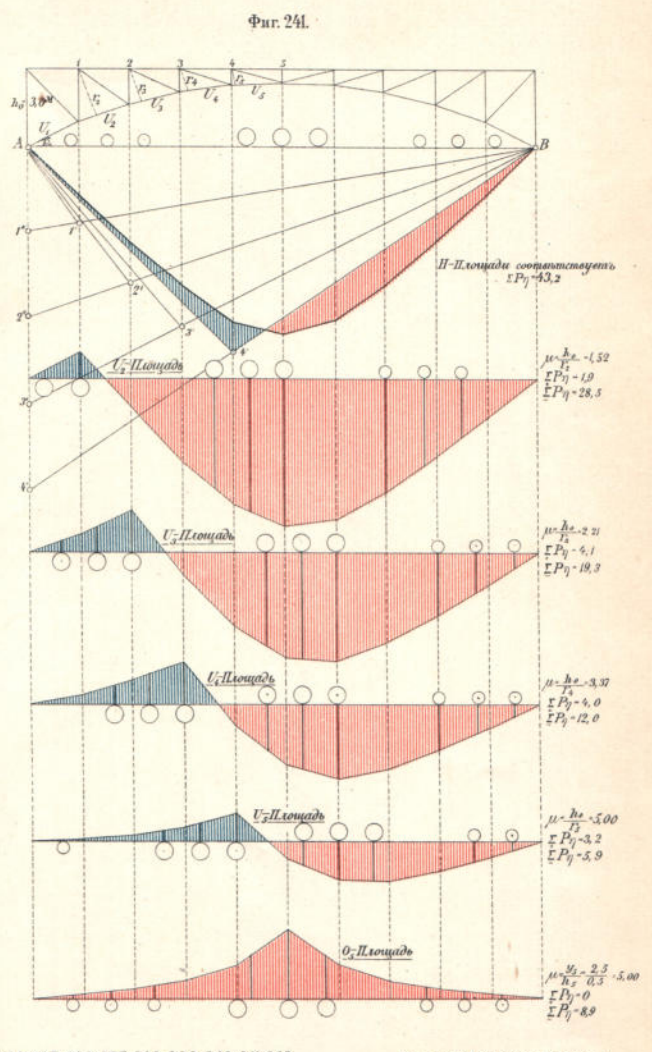
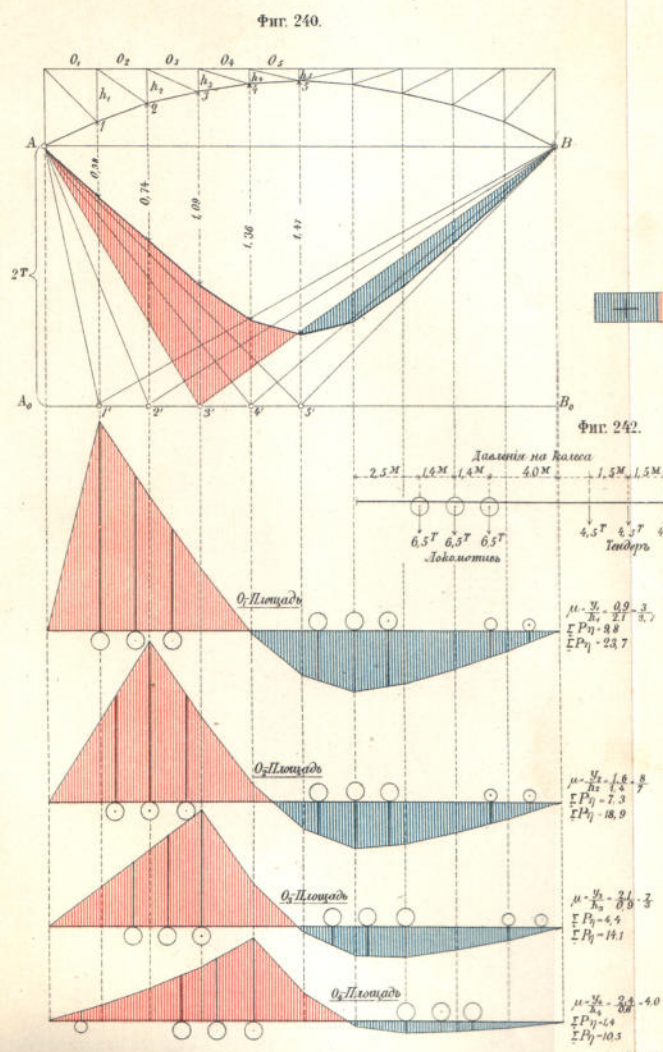
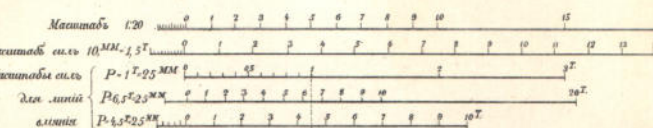
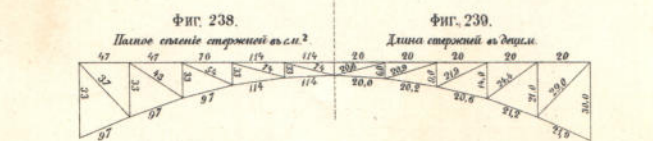
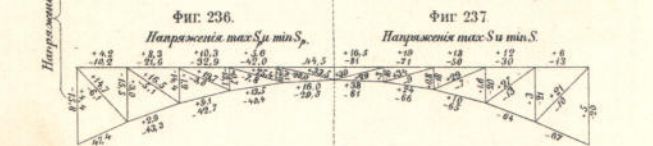
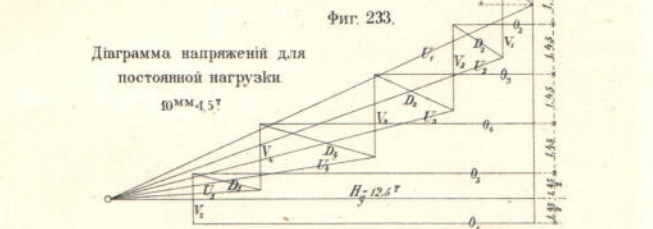
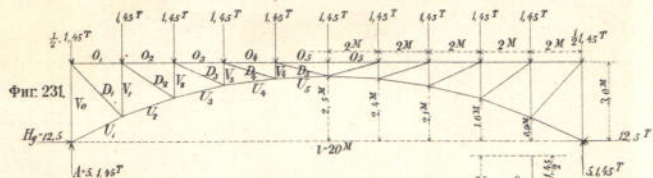
ВЫПУСКА VIII.

ОТДѢЛЪ II.

**Формулы, правила и примѣры расчета важнѣйшихъ
статически неопредѣлимыхъ рѣшетокъ.**

§ 7. Двухшарнирные арки	3
§ 8. Двухшарнирные арки съ затяжкой и другія сложныя фермы	53



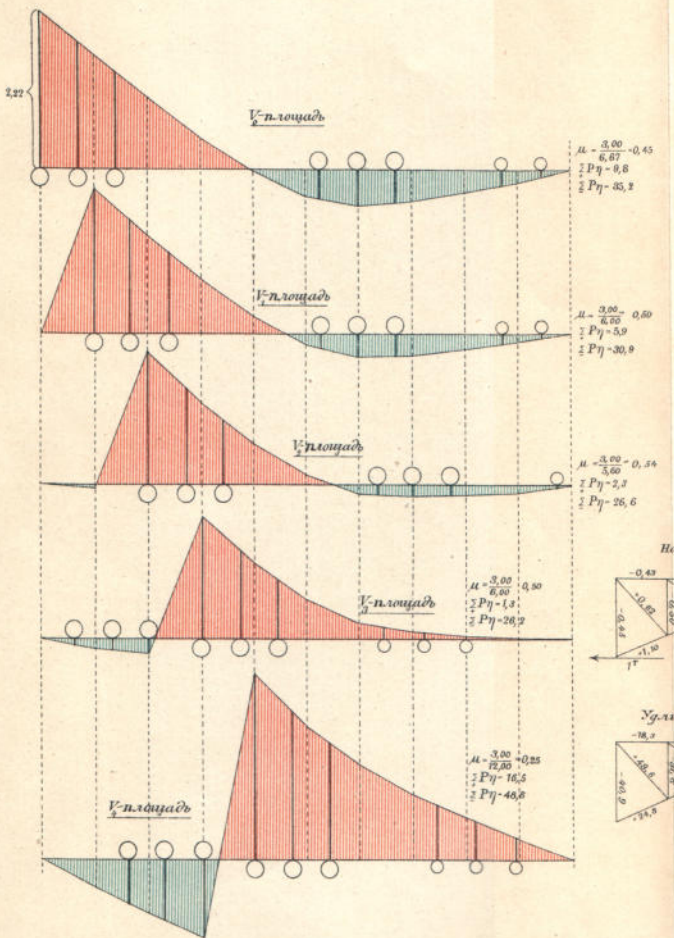
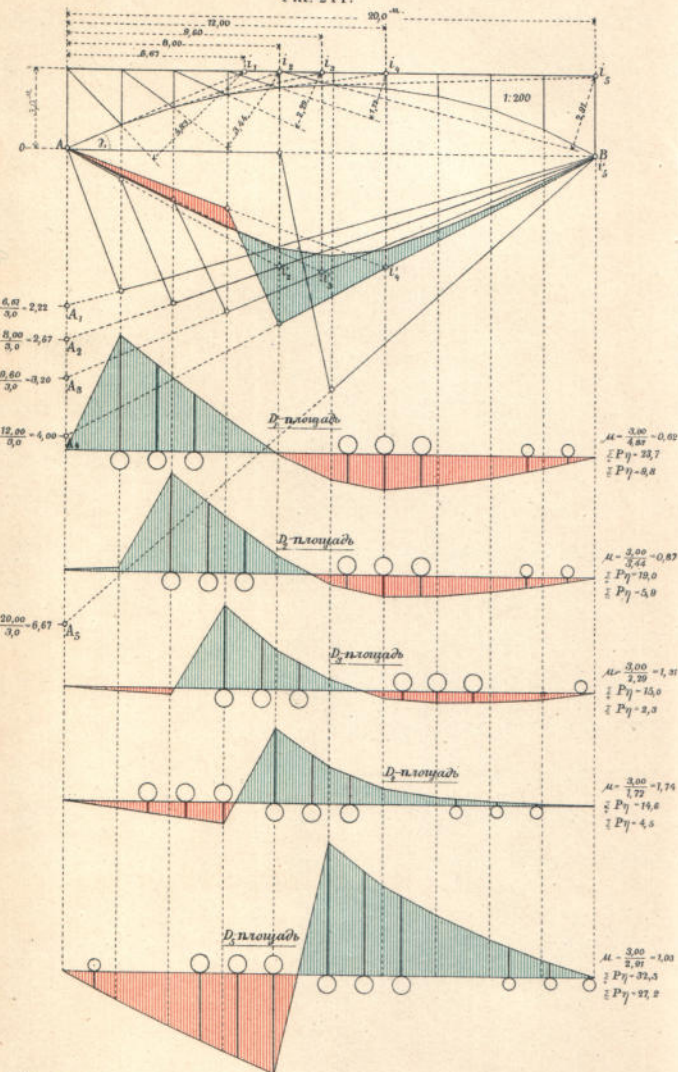


Н. Müller-Breslau Графическая статика. II т.
Г. Кривошеинъ и П. Казинъ.

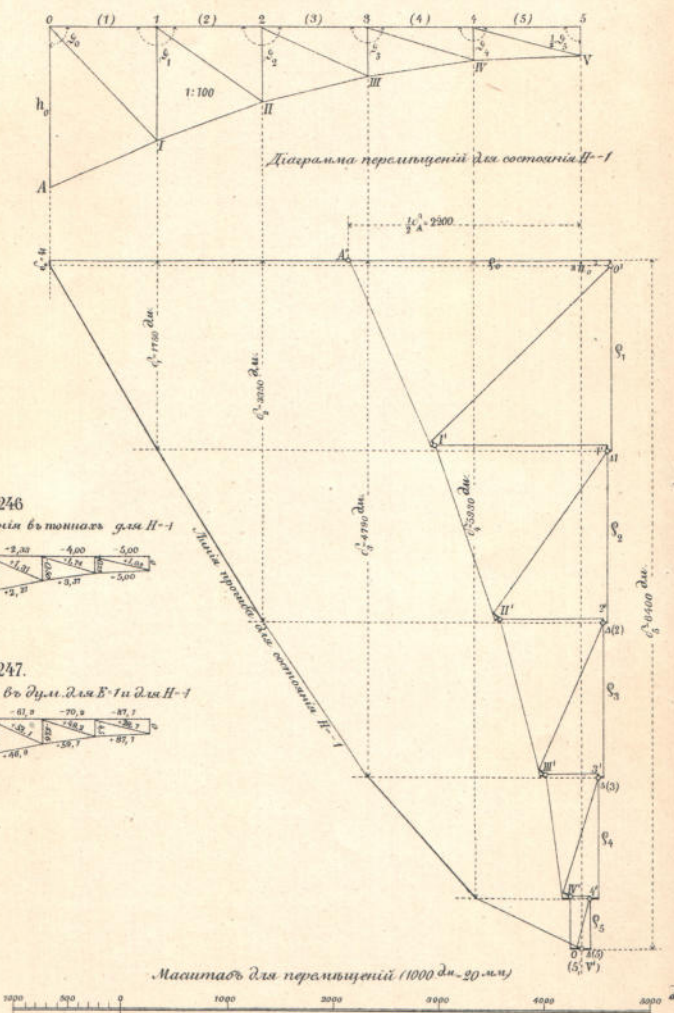
Фиг. 231, 233, 234, 235, 236, 237, 238, 239, 240, 241, 242.

Издание Инженера П. Казина.

Фиг. 244.



Фиг. 245.



Фиг. 246.



Фиг. 247.



Фиг. 244, 245, 246 и 247.

ЦѢНА ПОЛНАГО ИЗДАНІЯ

(2 тома—10 выпусковъ, объемъ около 65 печатныхъ листовъ съ 1000 чертежами въ текстъ и 15 литографированными таблицами)

по подпискѣ въ книжныхъ магазинахъ — **12** рублей.

Для гг. студентовъ техническихъ заведеній по подпискѣ у издателя—(С.-Петербургъ, Фонтанка 24, кв. 9)—
8 рублей.

При полученіи перваго выпуска вносится **3** руб., при послѣдующихъ по **1** руб. **50** коп. до полной уплаты (Для студентовъ **3** руб. при полученіи перваго выпуска и по **1** руб. при слѣдующихъ).

За пересылку по вѣсу и разстоянію налагается платежъ.

Отдѣльные выпуски продаваться не будутъ.

ИЗДАНИЕ БУДЕТЪ ОКОНЧЕНО КЪ 1-му ЮЛЯ 1900 ГОДА.

НАПЕЧАТАНЫ СЛѢДУЮЩІЕ ВЫПУСКИ. I, II, III, V (томъ I),
VI, VII, VIII (томъ II).

