УДК 556.536: 626.21

Галич О.О., аспірант (Національний університет водного господарства та природокористування, м. Рівне)

ПОБУДОВА КРИВОЇ ВІЛЬНОЇ ПОВЕРХНІ НА ВОДОЗЛИВІ З ШИРОКИМ ПОРОГОМ ЧИСЕЛЬНИМИ МЕТОДАМИ

У статті описуються два методи побудови кривої вільної поверхні на водозливі з широким порогом. Для умов конкретної задачі побудовані криві вільної поверхні за цими методами. Порівняння результатів розрахунків з експериментальними даними показало їх хорошу збіжність.

In the article two methods of construction of crooked free-form are described on a spillway with a wide threshold. For concrete problem specifications the curves of free-form are built after these methods. Comparing of results of calculations to experimental information rotined them good convergence.

Гідравлічні розрахунки водозливів при проектуванні гідротехнічних споруд здійснюється досить часто, а особливо у випадку водозливу з широким порогом. На рис. 1. зображені основні схеми водозливу з широким порогом для випадку вільного витікання [1].

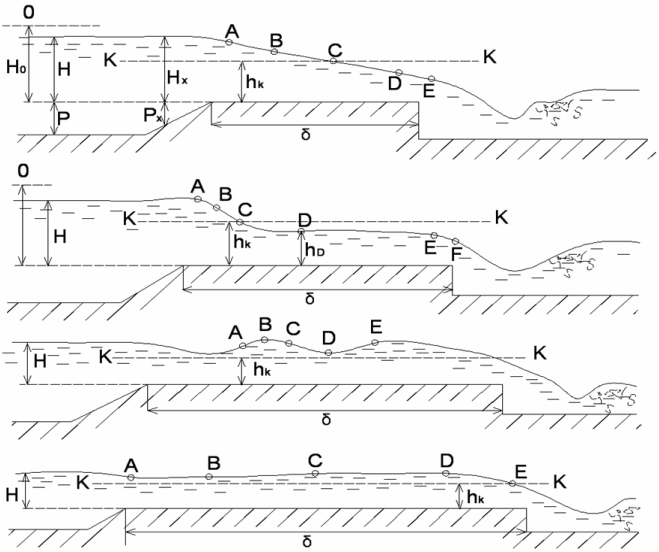

Рис. 1. Основні схеми водозливу з широким порогом для випадку вільного витікання: а) незатоплений водозлив з безперервним пониженням глибини; б) незатоплений водозлив з приблизно паралельною ділянкою; в) водозлив з хвилеподібною течією; г) горизонтальний канал

Дослідження обрисів кривої вільної поверхні є досить важливим, оскільки в деяких випадках на водозливах можуть виникати несприятливі гідравлічні режими, які в свою чергу, будуть негативно впливати на роботу самого водозливу. Серед різноманітних гідравлічних режимів виділяють особливу область потоків рідини з вільною поверхнею – так звані білякритичні течії рідини, тобто усталені та неусталені в часі безнапірні потоки, характерні параметри яких (глибина, швидкість тощо) є близькими до критичних значень [2].

Існує багато як аналітичних, так і чисельних методів розрахунку кривих вільної поверхні. До аналітичних методів можна віднести методи Чарномського, Бахмєтєва, Павловського та ін. [3]. Чисельні методи полягають в побудові кривих вільної поверхні внаслідок розв'язання диференціальних рівнянь, що описують вільну поверхню.

Розглянемо чисельний метод розрахунку кривої вільної поверхні на водозливі з широким порогом з використанням диференціальних рівнянь В.В. Смислова [1].

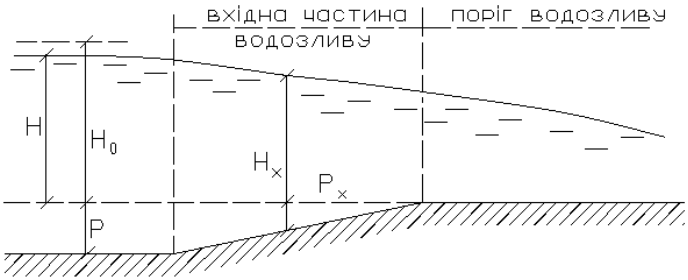

Рис. 2. Поздовжній переріз водозливу з широким порогом

На вхідній частині водозливу друга похідна глибини знаходиться за наступним диференційним рівнянням:

$$\frac{d^2h}{dx^2} = \chi\left[\frac{H_x\left(H_0 - H_x - h_f\right)\cdot g}{q^2\cdot v_x^2} - \frac{1}{2\cdot h}\right], \qquad (1)$$

де χ – коефіцієнт, який характеризує відношення кривизни поверхні струмини до кривизни потоку, H_x – глибина над площиною порога, H_0 – повний напір, h_f – втрати напору на водозливі, q – питома витрата на водозливі, v_x – коефіцієнт, який характеризує відношення живого перерізу водозливного отвору до даного живого перерізу, h – глибина потоку в даному живому перерізі [1].

Переходячи до безрозмірних величин відносно повного напору отримаємо наступне рівняння:

$$h^{II} = \frac{\chi}{2}\left[\frac{H_x^{'}\left(1 - H_x^{'} - h_f^{'}\right)}{m^2 \cdot \nu_x^2} - \frac{1}{h^{'}}\right], \qquad (2)$$

де h^{II} – безрозмірне значення другої похідної, H'_x, h', h'_f – відповідно відносні глибини і втрати напору, m – коефіцієнт витрати [1].

Даний метод полягає в тому, що за рівнянням (2) визначається відносне значення другої похідної від глибини, а сама відносна глибина визначається шляхом розкладання функції в ряд Тейлора:

$$h' = h' + h^{I}(x' - x'_0) + \frac{h^{II}}{2}(x' - x_0)^2 + \ldots, \qquad (3)$$

де h^{I} – перша похідна глибини, яка знаходиться за приростом:

$$\Delta h^{I} = \Delta x'\left[h^{II} + \frac{1}{2}\Delta_1 h^{II} + \frac{5}{12}\Delta_2 h^{II} + \frac{3}{8}\Delta_3 h^{II}\right], \qquad (4)$$

де $\Delta_1 h'$, $\Delta_2 h'$, $\Delta_3 h'$ – перші, другі та треті різниці других похідних, $\Delta x'$ – зміна заданого інтервалу вздовж споруди [1].

Для визначення глибини в наступному перерізі заданого інтервалу $\Delta x'$ беремо значення h' попереднього перерізу і повторюємо розрахунок по залежності (2) вже для даного інтервалу.

Слід зауважити, що розрахунок кривої вільної поверхні на порозі водозливу спрощується, оскільки в даному випадку ширина є сталою, а глибина $H_x = h$ і коефіцієнт $v_x = 1$. Тому диференціальне рівняння (2) можна записати у вигляді:

$$h^{II} = \frac{\chi}{2}\left[\frac{h'\left(1 - h' - h_f^{'}\right)}{m^2} - \frac{1}{h^{'}}\right]. \qquad (5)$$

Інший метод побудови кривої вільної поверхні основується на використанні рівняння енергії, тобто рівняння Бернулі:

$$z = \frac{p}{\gamma} + \frac{v^2}{2 \cdot g} = const = E, \qquad (6)$$

де z – висота деякої точки M над дном, p – тиск у даній точці, v – швидкість у цій точці [4].

Після деяких математичних перетворень і з врахуванням кривизни вільної поверхні, Смислов В.В. отримав рівняння енергії для неплавнозмінного руху:

$$E = h - \frac{1}{4}tg^2\theta_n \cdot \frac{q^2}{2gh^2} \pm \frac{1}{3}\frac{q^2}{agh^2} + \frac{q^2}{2gh^2}, \qquad (7)$$

де $tg\theta_n$ – тангенс кута нахилу поверхні потоку до дна, q – питома витрата, що протікає через русло, g – прискорення вільного падіння, a – радіус кривизни поверхні струминки в частках глибини h [4].

Таким чином другу похідну можна знайти з наступного рівняння:

$$h'h^{II} = A \cdot f(x') \cdot h'^2 \cdot (1 - h') - \frac{3}{2}, \tag{8}$$

де h' – відносна глибина перерізу, A – параметр, який дорівнює:

$$A = \frac{81}{8 \cdot q'^2}, \tag{9}$$

$f(x')$ – квадрат відношення відносної ширини водозливу в даному перерізі (b_x) до відносної ширини найвужчого перерізу водозливу (b), тобто:

$$f(x') = \left(\frac{b_x}{b}\right)^2. \tag{10}$$

Зміну похідної $\Delta h'$ знаходимо за залежністю:

$$\Delta h' = \Delta x' \left[h^I + \Delta x' \left(\frac{1}{2} h^{II} + \frac{1}{6} \Delta_1 h^{II} + \frac{1}{8} \Delta_2 h^{II} + \frac{1}{10} \Delta_3 h^{II} \right) \right]. \tag{11}$$

Далі розрахунок аналогічний розрахунку першого методу, тобто відносну глибину знаходимо, розкладаючи функцію у ряд Тейлора.

Побудуємо криві вільної поверхні при заданих умовах за двома методами: за допомогою диференціальних рівнянь та рівняння енергії для моделі споруди, що мала плавний вхід, ділянку постійної ширини і плавний вихід (рис. 3) [4]. Для даної задачі використовуємо наступні вихідні дані: повний напір H_0 = 1,7 дм, витрата Q = 11 л/с, коефіцієнт витрати m = 0,385, довжина вхідної частини l = 1,25 дм, довжина ділянки з постійною шириною δ = 0,95 дм, ширина лотка B = 2,25 дм, ширина найвужчої частини b = 0,92 дм, похил вільної поверхні θ_n = 22º, коефіцієнт β = 0,930, значення тиску на дні h_p = 1,04 дм [4].

Розрахунки проводимо в табличній формі. Результати розрахунків для методу побудови кривої вільної поверхні за диференціальними рівняннями заносимо в табл. 1, а для методу побудови кривої вільної поверхні за рівнянням енергії заносимо в табл. 2.

Таблиця 1

Результати числового інтегрування за першим методом

x'	$1/(\nu_x)^2$	h^{II}	Δh'	h'	h, дм
0	2,81	0	0	0,9705	1,65
0,1	2,60	-0,436	-0,0058	0,9647	1,64
0,2	2,45	-0,601	-0,0117	0,9588	1,63
0,3	2,25	-0,690	-0,0059	0,9529	1,62

продовження табл.1

x'	$1/(\nu_x)^2$	h^{II}	Δh'	h'	h, дм
0,6	1,70	-0,619	-0,0411	0,8824	1,50
0,7	1,50	-0,548	-0,0295	0,8529	1,45
0,8	1,30	-0,451	-0,0235	0,8294	1,41
0,9	1,00	-0,033	-0,0529	0,7765	1,32
1,0	1,00	-0,090	-0,0471	0,7294	1,24
1,1	1,00	-0,004	-0,0469	0,6824	1,16
1,2	1,00	-0,001	-0,0294	0,6529	1,11
1,3	1,00	-0,001	-0,0588	0,5941	1,01
0,4	2,05	-0,660	-0,0058	0,9471	1,61
0,5	1,85	-0,643	-0,0236	0,9235	1,57

Таблиця 2

Результати числового інтегрування за другим методом

x′	x, дм	f(x′)	h^{II}	Δh′	h′	h, дм
0	0	6,0	0	0	0,975	1,66
0,1	0,17	4,4	-0,44	-0,002	0,973	1,65
0,2	0,34	3,1	-0,64	-0,007	0,966	1,64
0,3	0,51	2,3	-0,73	-0,009	0,957	1,63
0,4	0,68	1,7	-0,66	-0,013	0,944	1,60
0,5	0,85	1,3	-0,61	-0,021	0,923	1,57
0,6	1,02	1,15	-0,57	-0,029	0,894	1,52
0,7	1,19	1,05	-0,48	-0,034	0,860	1,46
0,8	1,36	1,0	-0,35	-0,039	0,821	1,40
0,9	1,53	1,0	-0,19	-0,040	0,781	1,33
1,0	1,70	1,0	-0,10	-0,042	0,739	1,26
1,1	1,87	1,0	-0,08	-0,044	0,695	1,18
1,2	2,04	1,0	-0,003	-0,044	0,651	1,07
1,3	2,21	1,0	0	-0,045	0,606	1,03

За даними табл. 1 та 2 будуємо криві вільної поверхні, які зображені на рис. 4.

Отримані результати за двома методами порівнюємо з експериментальними даним, які були отримані Смисловим В.В. в гідравлічній лабораторії Київського гідромеліоративного інституту. Дані експерименти проводилися при вільному витіканні, тобто піл час дослідів модель споруди не була затоплена [4].

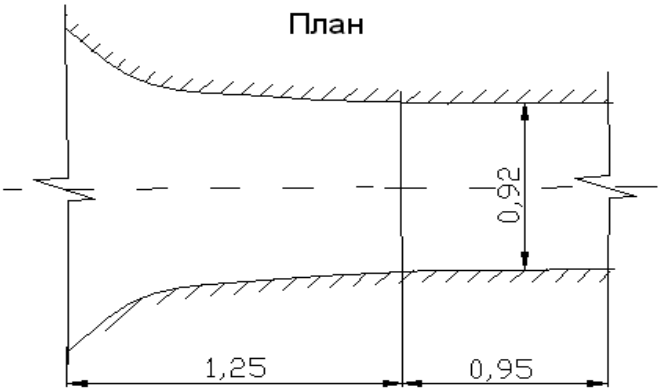

Рис. 3. Схематичне зображення водозливу з широким порогом

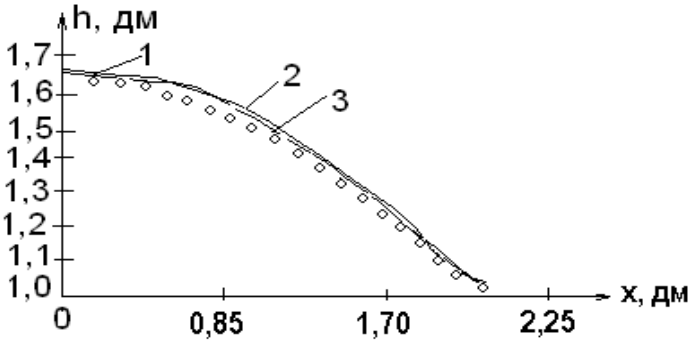

Рис. 4. Криві вільної поверхні: 1 – крива, отримана за диференціальними рівняннями, 2 – крива, отримана за рівнянням енергії, 3 – експериментальні дані В.В. Смислова

Висновок. Порівнюючи результати розрахунків між собою та з експериментальними даними, можна сказати, що результати є близькими між собою, тому і перший, і другий методи можна використовувати для побудови кривих вільної поверхні у практичних розрахунках.

1. Смыслов В.В. Теория водослива с широким порогом. **2.** Чугаєв Р.Р. Гидравлика. – Л.:Энергоиздат, 1982. – 672 с. **3.** Рябенко О.А. Визначення параметрів білякритичних течій в нижньому б′єфі низьконапірних ГЕС. – Гідромеліорація та гідротехнічне будівництво. – Вип.31. – Рівне, 2007. – С. 199 – 204. **4.** Смислов В.В. Дослідження руху води через споруди з урахуванням кривизни та похилу вільної поверхні // Вісті Інституту гідрології і гідротехніки АН УРСР. – Т. 6 (XIII). – К., 1950. – С. 37 – 53.

Рецензент: д.т.н., професор Рябенко О.А. (НУВГП)