Національний університет
водного господарства
та природокористування

Міністерство освіти і науки, молоді та спорту України
Національний університет водного господарства та природокористування
Кафедра електротехніки та автоматики

043- 39

Методичні вказівки і завдання

до виконання розрахунково-графічної роботи з дисципліни „Теорія автоматичного управління спеціальними системами" студентами денної форми навчання, за напрямом підготовки 6.050202 „Автоматизація та комп'ютерно-інтегровані технології"

Рекомендовано до друку методичною комісією за напрямком «Автоматизація та комп'ютерно інтегровані технології»
Протокол № 6 від 18 травня 2001 р.

Рівне 2011

Національний університет
водного господарства
та природокористування

Методичні вказівки і завдання до виконання розрахунково-графічної роботи з дисципліни „Теорія автоматичного управління спеціальними системами” студентами денної форми навчання, за напрямом підготовки 6.050202 „Автоматизація та комп’ютерно-інтегровані технології” / А.О. Христюк. – Рівне: НУВГП, 2011. - 22 с.

Упорядник: А.О. Христюк, ст. викладач.

Відповідальний за випуск: Б. О. Баховець, к. т. н., професор, завідувач кафедри електротехніки і автоматики

Національний університет
водного господарства
та природокористування

© Христюк А.О. 2011 р.
© НУВГП, 2011 р.

Національний університет
водного господарства
та природокористування

Передмова

Для кращого засвоєння і розуміння теоретичного матеріалу з дисципліни «Теорія автоматичного управління спеціальними системами», передбачено виконання розрахунково-графічної роботи студентами денної форми навчання.

Розрахунково-графічна робота складається з двох задач. Варіанти завдань студенти визначають за останніми цифрами номера (шифру) залікової книжки.

При виконанні контрольної роботи студенти закріплюють матеріал, викладений на лекціях, вчаться досліджувати та аналізувати нелінійні та імпульсні системи.

Контрольна робота виконується у виді пояснювальної записки. Записку оформляють на аркушах паперу формату А4.

При виконанні контрольної роботи необхідно дотримуватись таких вимог:

- на титульній сторінці вказуються зверху назви навчального закладу, факультету і кафедри;
- повна назва роботи;
- нижче з правої сторони потрібно написати “Контрольну роботу виконав...” і далі прізвище, ім’я і по батькові, номер залікової книжки;
- прізвище та ініціали викладача;
- внизу сторінки проставляють рік виконання;
- на другій сторінці записують завдання.

В кінці роботи приводиться список використаної літератури.

Пояснювальна записка має бути в представлена у друкованому або рукописному вигляді.

Національний університет
водного господарства
та природокористування

Задача 1

Задача 1 складається з її розв'язку трьома методами та порівняльного аналізу отриманих результатів . Для цього потрібно:

- побудувати фазовий портрет системи на підставі диференціальних рівнянь;
- побудувати фазовий портрет систми методом ізокін;
- побудувати фазовий портрет системи за допомогою модуля Simulink системи MatLab;
- провести порівняльний аналіз побудованих різними методами фазових портретів; оцінити їх точність, витрати часу та визначити доцільність використання кожного з методів для розв'зування поставленої задачі.

Структурна схема САУ наведена на рис.1.

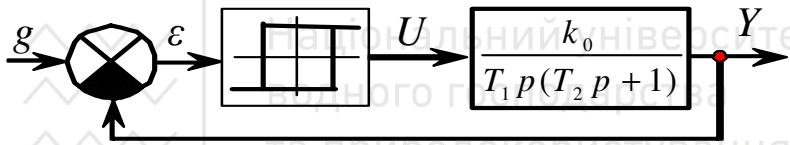

Рис.1. Структурна схема системи автоматичного управління до розв'язку задачі 1

Параметри ланок та початкові умови (x1; x2) вибираються з табл.1 та табл.2.

Таблиця 1

Остання цифра шифру	k_0	T_1	T_2
0	0,5	0,50	0,35
1	1,0	0,25	0,32
2	2,0	0,70	0,27
3	2,5	0,10	0,23
4	3,0	0,40	0,19
5	1,5	1,00	0,15
6	4,0	0,65	0,11
7	5,0	0,90	0,14
8	4,5	0,35	0,18
9	3,5	0,85	0,25

Національний університет
водного господарства
та природокористування

Таблиця 2

Остання цифра суми двох останніх цифр шифру	*B*	*a*	Початкові умови	
			x_1	x_2
0	1	1,0	0	0
1	2	1,5	1,5	0
2	3	2,5	0	0
3	4	3,0	3,0	0
4	5	2,0	2,0	0
5	1	3,5	3,5	0
6	2	4,5	0	0
7	3	5,0	5,0	0
8	4	4,0	4,0	0
9	5	0,5	0	0

Пояснення до розв'язування задачі 1

Розглянемо виконання поставленого завданння для таких параметрів ланок: $T_1=1,\ T_2=1,\ B=1,\ a=1,\ k_0=1$.

Побудову фазового портрету системи на підставі диференціальних рівнянь проводять зазвичай наступним чином.

На основі структурної схеми записують рівняння розімкнутої САУ:

$$Y(p)=\frac{k_0}{T_1 p(T_2 p+1)}\cdot U(\varepsilon). \qquad (1)$$

Тоді диференціальне рівняння в операторній формі буде мати вигляд:

$$Y(p)T_1T_2p^2+Y(p)T_1p=k_0U(\varepsilon). \qquad (2)$$

Використавши обернене перетворення Лапласа, перейдемо до оригіналів і отримаємо:

$$T_1T_2\frac{d^2y}{dt^2}+T_1\frac{dy}{dt}=k_0U(\varepsilon). \qquad (3)$$

Статична характеристика нелінійного елемента описується наступною системою рівнянь:

Національний університет
водного господарства
та природокористування

$$U(\varepsilon)=\begin{cases} B, & \text{ï ðè} \quad \varepsilon > a \\ B, & \text{ï ðè} \quad |\varepsilon| < a, \quad \dfrac{d\varepsilon}{dt} < 0 \\ -B, & \text{ï ðè} \quad \varepsilon < -a \\ -B, & \text{ï ðè} \quad |\varepsilon| < a, \quad \dfrac{d\varepsilon}{dt} > 0. \end{cases} \tag{4}$$

Оскільки функція $U(\varepsilon)$ може приймати значення $+B$ та $-B$, то матимемо:

$$T_1T_2\frac{d^2y}{dt^2}+T_1\frac{dy}{dt}=k_0B \tag{5}$$

та

$$T_1T_2\frac{d^2y}{dt^2}+T_1\frac{dy}{dt}=-k_0B\,. \tag{6}$$

В нашому випадку нелінійність складається з двох відрізків прямих ліній, яким відповідають рівняння (5) та рівняння (6).

Запишемо в 1-ій нормальній формі Коші:
розв'яжемо рівняння (5) та (6) відносно старшої похідної

$$\frac{d^2y}{dt^2}=\frac{k_0}{T_1T_2}B-\frac{1}{T_2}\frac{dy}{dt}; \tag{7}$$

$$\frac{d^2y}{dt^2}=-\frac{k_0}{T_1T_2}B-\frac{1}{T_2}\frac{dy}{dt}; \tag{8}$$

та введемо нові змінні:

$$x_1\equiv y\,; \tag{9}$$

$$\frac{dx_1}{dt}=x_2\,; \tag{10}$$

отримаємо для рівняння (7)

$$\frac{dx_2}{dt}=\frac{k_0}{T_1T_2}B-\frac{1}{T_2}x_2\,, \tag{11}$$

та для рівняння (8):

$$\frac{dx_2}{dt}=-\frac{k_0}{T_1T_2}B-\frac{1}{T_2}x_2\,. \tag{12}$$

Національний університет
та природокористування

Розділивши рівняння (11) на рівняння (10), отримаємо:

$$\frac{dx_2}{dx_1} = \frac{k_0 B - T_1 x_2}{T_1 T_2 x_2}, \tag{13}$$

та, відповідно, розділивши рівняння (12) на рівняння (10), отримаємо:

$$\frac{dx_2}{dx_1} = \frac{-k_0 B - T_1 x_2}{T_1 T_2 x_2}, \tag{14}$$

або, розділивши змінні в рівняннях (13) та (14) відповідно, отримаємо:

$$dx_1 = \frac{T_1 T_2 x_2}{k_0 B - T_1 x_2} dx_2, \tag{15}$$

$$dx_1 = \frac{T_1 T_2 x_2}{-k_0 B - T_1 x_2} dx_2. \tag{16}$$

Проінтегрувавши рівняння (15) та (16), знайдемо x_1 для рівнянь (7) та (8) відповідно:

$$x_1 = -T_2 x_2 - \frac{T_2 B k_0}{T_1} \ln\left|T_1 x_2 - B k_0\right| + C_1, \tag{17}$$

$$x_1 = -T_2 x_2 + \frac{T_2 B k_0}{T_1} \ln\left|T_1 x_2 + B k_0\right| + C_2. \tag{18}$$

Національний університет
водного господарства
та природокористування

Врахувавши вихідні дані, а саме $T_1=1$, $T_2=1$, $B=1$, $a=1$, $k_0 = 1$. маємо :

$$x_1 = -x_2 - \ln\left|x_2 - 1\right| + C_1, \tag{19}$$

$$x_1 = -x_2 + \ln\left|x_2 + 1\right| + C_2. \tag{20}$$

Маємо дві лінії переключення та дві області побудови, які описуються:

$$\begin{cases} 1, & \text{ï ðè} \quad \tilde{o}_1 < -a \quad \tilde{o}_2 < 0 \\ 1, & \text{ï ðè} \quad \tilde{o}_1 < a \quad \tilde{o}_2 > 0 \\ -1, & \text{ï ðè} \quad \tilde{o}_1 > -a \quad \tilde{o}_2 < 0 \\ -1, & \text{ï ðè} \quad \tilde{o}_1 < a \quad \tilde{o}_2 > 0. \end{cases} \tag{21}$$

З початкових умов (приймаємо нульові початкові умови) знайдемо з рівняння (19):

Національний університет
водного господарства
та природокористування

$$C_1 = x_1 + x_2 + \ln|x_2 - 1| = 0$$

Будуємо табл. 3 залежності x_1 від x_2 за рівнянням (19). Таблиця формується наступним чином. Розпочинаючи з прийнятих початкових умов, задаємося значеннями x_2 (чим менший крок зміни – тим вищою буде точність побудови) та визначаємо відповідні їм величини x_1 за рівнянням (19). Розрахунки продовжуємо до моменту, коли отримана точка потрапить на лінію переключення, величина x_1 стане рівною величині *a=1*.

Таблиця 3

X_2	X_1
0	0
0,4	0,111
0,6	0,316
0,8	0,809
0,8415	1

Коли x_1 стало рівним *a=1,* то приймаємо кінцеві значення x_1 та x_2 як початкові умови для розрахунку C_2:

$$C_2 = x_1 + x_2 - \ln|x_2 + 1| = 1,23.$$

Будуємо табл. 4 залежності x_1 від x_2 за рівнянням (20) для $\tilde{N}_2 = 1,23$, аналогічно тому, як показано вище.

Таблиця 4

X_2	X_1
0,8415	1,000
0,600	1,100
0,400	1,167
0	1,231
-0,400	1,120
-0,600	0,915
-0,900	-0,172
-0,95	-0,815
-0,9588	-1,000

Коли x_1 стало рівним *a=-1* – крива нашого фазового портрету дійшла до лінії переключення, то приймаємо кінцеві значення x_1 та

x_2 як початкові умови для розрахунку C_1' :

$$C_1' = x_1 + x_2 + \ln|x_2 - 1| = -1,286 .$$

Будуємо табл. 5 залежності x_1 від x_2 за рівнянням (19) для $\tilde{N}_1' = -1,286$, аналогічно тому, як показано вище.

Таблиця 5

X_2	X_1
-0,9588	-1,000
-0,500	-1,192
0	-1,286
0,200	-1,263
0,500	-1,093
0,800	0,477
0,900	0,116
0,960	0,972
0,9612	1,000

Коли x_1 стало рівним *a=1* – крива нашого фазового портрету дійшла до лінії переключення, то приймаємо кінцеві значення x_1 та x_2 як початкові умови для розрахунку $\tilde{N}_2'$:

$$C_2' = x_1 + x_2 - \ln|x_2 + 1| = 1,288 .$$

Будуємо табл. 6 залежності x_1 від x_2 за рівнянням (20) для $\tilde{N}_2' = 1,288$, аналогічно тому, як показано вище.

Таблиця 6

X_2	X_1
0,9612	1
0,600	1,158
0,400	1,224
0	1,288
-0,200	1,264
-0,600	0,971
-0,900	-0,115
-0,950	-0,758
-0,9611	-1,000

Національний університет

За даними таблиць 3-6 послідовно будуємо графік. Для цього беремо дані послідовно таблиця за таблицею і наносимо точки на осі координат $x_2(x_1)$.

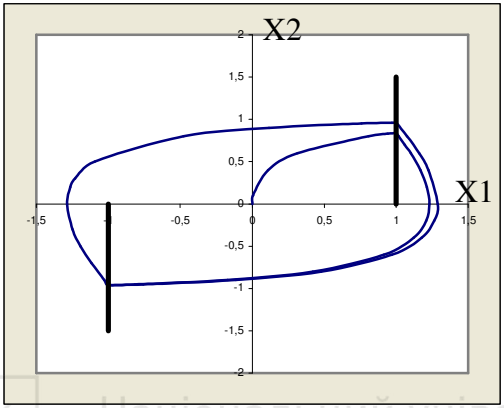

Рис. 2. Фазовий портрет

Графік на рис. 2 і є шуканим фазовим портретом.

Національний університет
водного господарства
та природокористування

Побудову фазового портрету системи методом ізоклін проводять зазвичай наступним чином.

Динамічні властивості нелінійної системи описуються як послідовне з'єднання елементів, і в операторній формі передаточна функція має наступний вигляд:

$$Y(p) = U(\varepsilon) \cdot \frac{k_0}{T_1 p(T_2 p + 1)}, \tag{22}$$

або

$$Y(p) T_1 p(T_2 p + 1) = k_0 U(\varepsilon). \tag{23}$$

Диференціальне рівняння (23) в розгорнутому виді буде мати вигляд:

$$T_1 T_2 p^2 Y(p) + T_1 p Y(p) = k_0 U(\varepsilon). \tag{24}$$

Застосувавши обернене перетворення Лапласа отримаємо:

$$T_1 T_2 \frac{d^2 y(t)}{dt^2} + T_1 \frac{dy(t)}{dt} = k_0 U(\varepsilon). \tag{25}$$

Статична характеристика нелінійного елемента має вигляд:

$$U(\varepsilon) = \begin{cases} B & \text{ïðè } \varepsilon \geq -a \text{ i } \dot{\varepsilon} < 0 \text{ àáî } \varepsilon \geq a \text{ ³ } \dot{\varepsilon} > 0 \quad (I) \\ -B & \text{ïðè } \varepsilon < -a \text{ i } \dot{\varepsilon} < 0 \text{ àáî } |\varepsilon| < a \text{ i } \dot{\varepsilon} > 0 \quad (II) \end{cases} \tag{26}$$

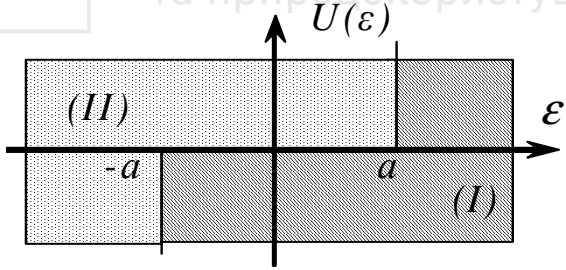

Рис.3. Статична характеристика нелінійного елемента

На рис.3 показано залежність вихідного сигналу нелінійного елемента (реального двопозиційного реле) від сигналу розузгодження що подається на його вхід. На графіку маємо два поля, які визначаються параметрами нелінійного елемента.

Для заданих умов (26) диференціальне рівняння руху системи буде мати вигляд:

Національний університет
водного господарства
та природокористування

$$\begin{cases} T_1T_2\dfrac{d^2y(t)}{dt^2}+T_1\dfrac{dy(t)}{dt}=k_0B & (27) \\ T_1T_2\dfrac{d^2y(t)}{dt^2}+T_1\dfrac{dy(t)}{dt}=-k_0B & (28) \end{cases}$$

Так як фазова площина, відповідно до можливих станів неінійного елемента, може бути розбита на дві області, то необхідно визначити рівняння ізоклін для кожної області.

Знайдемо рівняння ізоклін для області *(I)* на рис. 3. Введемо позначення

$x_1 = y;\ \dfrac{dy}{dt} = x_2;$

$\dfrac{dx_2}{dx_1} = N$ – для рівняння (27);

$\dfrac{dx_2}{dx_1} = M$ – для рівняння (28).

Останні вирази визначають нахил фазової траєкторії в даній точці.

Рівняння (27) і (28) запишемо в наступному вигляді:

$$T_1T_2\frac{dx_2}{dt}+T_1x_2=k_0B, \qquad (29)$$

$$T_1T_2\frac{dx_2}{dt}+T_1x_2=-k_0B, \qquad (30)$$

або

$$\frac{dx_2}{dt}=\frac{k_0B}{T_1T_2}-\frac{x_2}{T_2}, \qquad (31)$$

$$\frac{dx_2}{dt}=-\frac{k_0B}{T_1T_2}-\frac{x_2}{T_2}. \qquad (32)$$

Для виключення часу *t* розділимо рівняння (31) та (32) на $\dfrac{dx_1}{dt}=x_2$.

В результаті отримаємо:

$$\frac{dx_2}{dx_1}=\frac{k_0B}{T_1T_2x_2}-\frac{1}{T_2}, \qquad (33)$$

Національний університет
водного господарства
та природокористування

$$\frac{dx_2}{dx_1} = -\frac{k_0 B}{T_1 T_2 x_2} - \frac{1}{T_2}. \quad (34)$$

Звідси

$$N = \frac{dx_2}{dx_1} = \frac{k_0 B - T_1 x_2}{T_1 T_2 x_2}, \quad (35)$$

$$M = \frac{dx_2}{dx_1} = \frac{-k_0 B - T_1 x_2}{T_1 T_2 x_2}. \quad (36)$$

Оримуємо рівняння ізоклін. Для цього з (35) та (36) маємо:

$$N = \frac{k_0 B - T_1 x_2}{T_1 T_2 x_2}, \quad (37)$$

$$M = \frac{-k_0 B - T_1 x_2}{T_1 T_2 x_2}. \quad (38)$$

Звідки після нескладних перетворень отримаємо, відповідно, для (27) та (28):

$$x_2 = \frac{k_0 B}{N T_1 T_2 + T_1}, \quad (39)$$

$$x_2 = \frac{-k_0 B}{N T_1 T_2 + T_1}. \quad (40)$$

Ізокліни представляють собою прямі, паралельні до осі *Ox* і знаходяться від початку координат на відстанях, що залежать від величини нахилу *N* та *M* при заданих параметрах системи. Задаючи значення *N* та *M* від 0 до нескінченності, отримаємо сім'ю ізоклін.

Для побудови фазового портрета зручніше спочатку виразити параметри *N* та *M* через координату x_2.

Пля підстановки числових значень параметрів: $T_1=1$, $T_2=1$, $B=1$, $a=1$, $k_0 = 1$, отримаємо:

$$N = \frac{-x_2 + 1}{x_2}, \quad (41)$$

$$M = \frac{-x_2 - 1}{x_2}. \quad (42)$$

Для рівнянь (41) та (42) при зміні x_2 обчислимо *N, M*, *arctgN* та *arctgM*. Значення x_2 обираються в межах від $-\frac{k_0 B}{T_1}$ до $\frac{k_0 B}{T_1}$ (ці межі отримуються з рівнянь (37) (38) за умови, що нахил ізоклін у верхньому та нижньому положеннях рівний нулю).

Таблиця 7

x_2	1,25	1	0,75	0,5	0,25	0	-0,25	-0,5	-0,75	-1	-1,25
N	-1,8	-2	-2,33	-3	-5	0	3	1	0,33	0	-0,2
arctgN	-60,94	-63,43	-66,80	-71,56	-78,69	90	71,56	45	18,43	0	-11,30

Таблиця 8

x_2	1,25	1	0,75	0,5	0,25	0	-0,25	-0,5	-0,75	-1	-1,25
N	-0,2	0	0,33	1	3	0	-5	-3	-2,33	-2	-1,8
arctgM	-11,30	0	18,43	45	71,56	90	-78,69	-71,56	-66,80	-63,43	-60,94

Згідно таблиць 7 і 8 на фазовій площині проводимо ізокліни. На кожній ізокліні наносимо лінії, що вказують нахил фазової траєкторії *arctgN* і *arctgM*, коли вона перетинає дану ізокліну. Далі, починаючи з початкової точки (визначається початковими умовами (приймаємо точку (1;0))) проводимо побудову фазового портрета, шляхом послідовного проведення відрізків між ізоклінами, з умовою, що відрізок перетинає ізокліну під вказаним кутом.

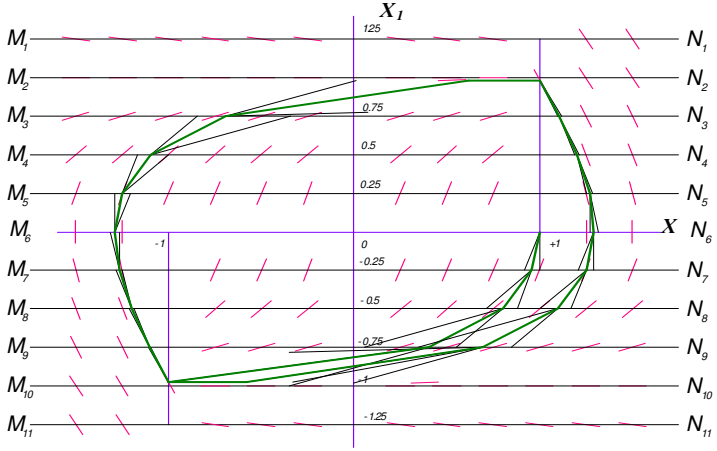

Рис.4. Фазовий портрет, отриманий побудовою методом ізоклін

Для побудови фазового портрету в системі MatLab складемо структурну схему заданої системи використавши бібліотеки модуля Simulink. Виходячи з визначення фазового портрету, сигнал з виходу системи подаємо на два елементи: на вхід X моделі осцилографа та на вхід диференціатора. На другий вхід моделі осцилографа подати сигнал з виходу диференціатора.

Задавши в програмі MathLab вихідні значення параметрів наступним чином:

- одинична ступінчаста функція – встановлюємо нульове значення вхідного сигналу (рис.5).

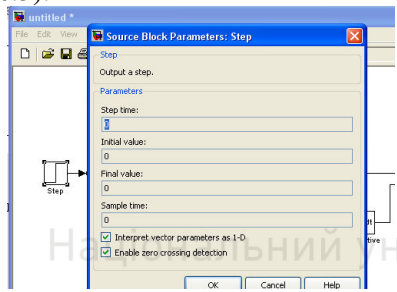

Рис.5. Настроювання блока "Step"

- нелінійний елемент (реальне двопозиційне реле) – встановлюємо параметри реле його елемента $B=1$, $a=1$.

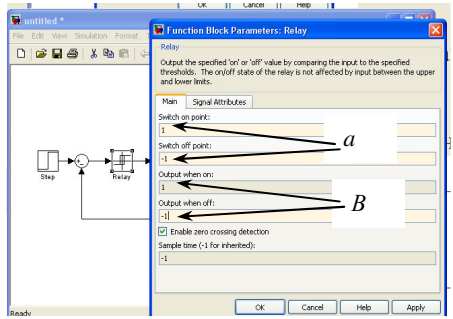

Рис. 6. Настроювання блока "Relay"

- блоки що формують лінійну частину – встановлюємо параметри $T_1=1$, $T_2=1$, $k_0=1$.

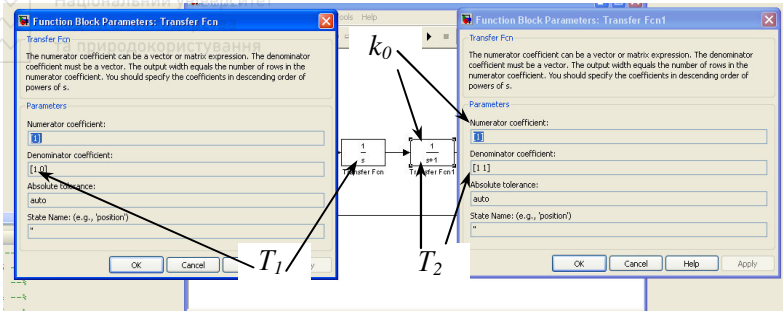

Рис. 7. Настроювання блоків лінійної частини

Настроювання блоку диференціатора ("Derivative") залишаємо без змін, а для осцилографа ("XY Graph") встановлюємо максимальні та мінімальні значеннях за осями:

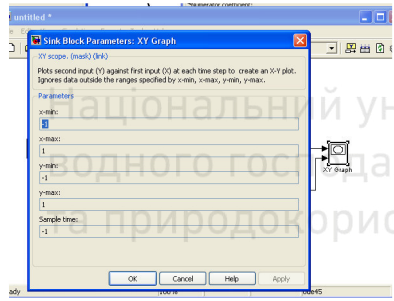

Рис. 8. Настроювання блоку осцилографа

Отримуємо структурну схему (рис.9), готову до моделювання.

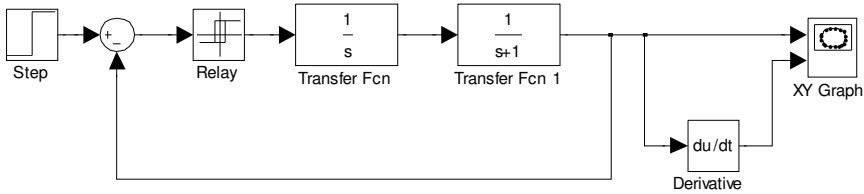

Рис. 9. Структурна схема системи

Обравши тривалість часу моделювання у вікні модуля Simulink (рис. 10), отримаємо фазовий портрет (рис.11).

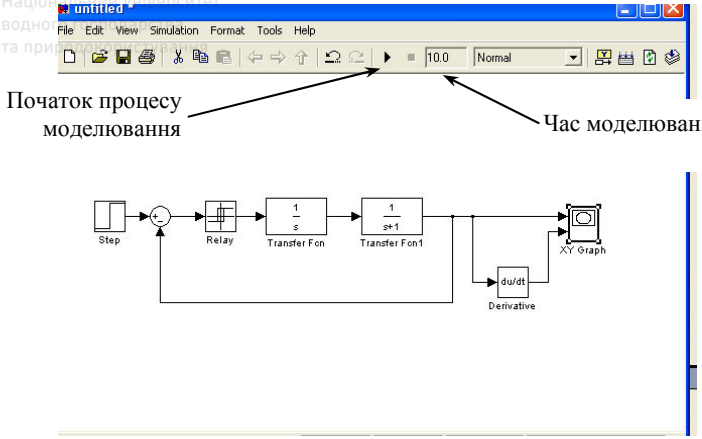

Рис. 10. Вікно модуля Simulink

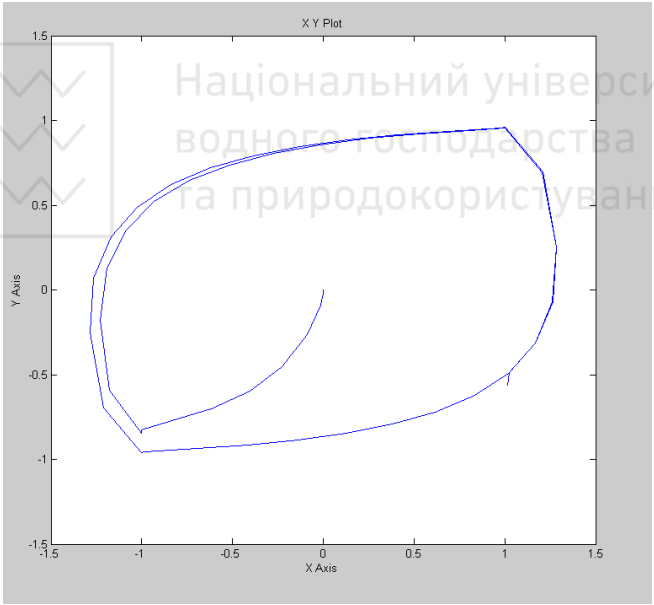

Рис. 11. Фазовий портрет, отриманий шляхом моделювання

Після того як отримано всі три зображення фазового портрету, доцільно звести їх на одній фазовій площині з метою отримання візуальної можливості оцінки подібності отриманих результатів. Після цього необхідно провести аналіз того, коли і який спосіб доцільно використовувати, про їх точність та трудоємкість.

Національний університет
водного господарства
та природокористування

Задача 2

Необхідно розрахувати та побудувати перехідну характеристику імпульсної системи, а також перевірити на стійкість задану імпульсну систему. Систему задано виразом передаточної функції замкнутої системи:

$$\Phi(z)=\frac{a_0(z+a_1)(z+a_2)}{b_0z^3+b_1z^2+b_2z+b_3}. \qquad (43)$$

Коефіцієнти рівнянь обираються студентом самостійно з табл. 9 та табл. 10 за номером залікової книжки (шифром).

Таблиця 9

Остання цифра шифру	a_0	a_1	a_2	T
0	0,5	0,50	1,35	0,1
1	1,0	0,25	0,32	0,2
2	2,0	0,70	1,27	0,3
3	2,5	0,10	0,23	0,4
4	3,0	0,40	2,19	0,5
5	1,5	1,00	0,15	0,1
6	4,0	0,65	2,11	0,2
7	5,0	0,90	0,14	0,3
8	4,5	0,35	0,18	0,4
9	3,5	0,85	0,25	0,5

Таблиця 10

Остання цифра суми двох останніх цифр шифру	b_0	b_1	b_2	b_3
0	1	-1,0	0	0,15
1	2	1,5	1,5	0,23
2	3	-2,5	0	0,64
3	4	3,0	3,0	0,38
4	5	-2,0	2,0	0,20
5	1	3,5	3,5	0,56
6	2	-4,5	0	0,90
7	3	5,0	5,0	0,76
8	4	4,0	-4,0	0,41
9	5	-0,5	0	0,35

Національний університет
водного господарства
та природокористування

Пояснення до розвязування задачі 2

На стійкість задану систему можна перевірити, скориставшись критерієм стійкості Гурвіца. Для цього для заданої передаточної функції (43) визначаємо характеристичне рівняння, воно буде таким:

$$b_0 z^3 + b_1 z^2 + b_2 z + b_3 = 0. \qquad (44)$$

Після цього здійснимо білінійне перетворення даного рівняння, тобто виконаємо заміну $z = \dfrac{1+w}{1-w}$. В результаті отримаємо:

$$b_0\left(\frac{1+w}{1-w}\right)^3 + b_1\left(\frac{1+w}{1-w}\right)^2 + b_2\left(\frac{1+w}{1-w}\right) + b_3 = 0. \qquad (45)$$

Далі, виконавши математичні операції над кожним з доданків (піднесення до степеню та розкриття дужок в чисельнику, та зведення до спільного знаменника), отримаємо перетворене характеристичне рівняння виду $a_0' w^3 + a_1' w^2 + a_2' w + a_3' = 0$, яке являє собою чисельник вище наведеного виразу.

Далі перевіряємо виконання умови стійкості за Гурвіцом, а саме система стійка, тоді коли $a_0' > 0$; $a_1' > 0$; $a_2' > 0$; $a_3' > 0$ і $\Delta = \begin{vmatrix} a_1' & a_3' \\ a_0' & a_2' \end{vmatrix} > 0$.

Нехай задано: $a_0 = 1$, $a_1 = 2$, $a_2 = 3$, $b_0 = 3$, $b_1 = 2$, $b_2 = 1$, $b_3 = 1$.

Тоді для (43) матимемо:

$$\Phi(z) = \frac{1\cdot(z+2)(z+3)}{3\cdot z^3 + 2\cdot z^2 + 1\cdot z + 1}. \qquad (46)$$

З (46) отримуємо характеристичне рівняння:

$$3z^3 + 2z^2 + z + 1 = 0. \qquad (47)$$

Застосувавши до (47) білінійне перетворення отримаємо:

$$3\cdot\left(\frac{1+w}{1-w}\right)^3 + 2\cdot\left(\frac{1+w}{1-w}\right)^2 + \left(\frac{1+w}{1-w}\right) + 1 = 0, \qquad (48)$$

або

$$3\cdot\frac{(1+w)^3}{(1-w)^3} + 2\cdot\frac{(1+w)^2}{(1-w)^2} + \frac{(1+w)}{(1-w)} + 1 = 0,$$

звідки, звівши до спільного знаменника отримаємо:

Національний університет водного господарства та природокористування

$$3\cdot\frac{(1+w)^3}{(1-w)^3}+2\cdot\frac{(1+w)^2\cdot(1-w)}{(1-w)^3}+\frac{(1+w)\cdot(1-w)^2}{(1-w)^3}+\frac{(1-w)^3}{(1-w)^3}=0,$$

піднісши до степеня та розкривши дужки отримаємо (у знаменнику дужки можна не розкривати, оскільки нам потрібен лише чисельник):

$$\frac{w^3+9w^2+7w+7}{(1-w)^3}=0. \qquad (49)$$

Перетворене характеристичне рівняння (чисельник виразу (49)) має вигляд:

$w^3+9w^2+7w+7=0$.

Перевіримо виконання умови стійкості Гурвіца:

$a_0'=1>0$, $a_1'=9>0$, $a_2'=7>0$, $a_3'=7>0$ і

$$\Delta=\begin{vmatrix}9 & 7\\ 1 & 7\end{vmatrix}=9\cdot7-1\cdot7=56>0.$$

Національний університет водного господарства та природокористування

Тобто, з отриманих результатів робимо висновок що система **стійка.**

Перехідна характеристика це реакція системи на одиничну ступінчасту дію: $1(t)\to\frac{z}{z-1}$. Тоді зображення перехідної функції матиме вигляд

$$H(z)=\hat{O}(z)\frac{z}{z-1}=\frac{B(z)}{A(z)}. \qquad (50)$$

Дискретні значення перехідного процесу можуть бути знайдені шляхом розкладання зображення ***H(z)*** в ряд Лорана, яке реалізується простим діленням чисельника зображення перехідної функції на її знаменник. Після ділення отримаємо

$$H(z)=C_0+C_1z^{-1}+C_2z^{-2}+...+C_iz^i+....=\sum_{i=0}^{\infty}C_iz^{-i}. \qquad (51)$$

З іншого боку, за визначенням Z–перетворення $H(z)=\sum_{i=0}^{\infty}h(iT)z^{-i}$. Порівнюючи да останні вирази, можна зробити

висновок, що коефіцієнти розкладання C_i дорівнюють дискретним значенням ***h(iT)*** перехідної функції.

Нехай передаточна функція замкнутої системи задана виразом

$$\Phi(z)=\frac{1\cdot(z+2)(z+3)}{3\cdot z^3+2\cdot z^2+1\cdot z+1}. \qquad (52)$$

Приймемо, що T=0.1, та побудуємо перехідну функцію. Для зображення перехідної функції з (50) та (52) отримаємо

$$H(z)=\frac{z}{z-1}\cdot\hat{O}(z)=\frac{z}{z-1}\cdot\frac{1\cdot(z+2)(z+3)}{3\cdot z^3+2\cdot z^2+1\cdot z+1}=\frac{z^3+5z^2+6z}{3z^4-z^3-z^2-1}.$$

Розділимо чисельник на знаменник:

$$\begin{array}{l|l}
z^3+5z^2+6z & 3z^4-z^3-z^2-1 \\
\hline
z^3-0,33z^2-0,33z-0-0,33z^{-1} & 0,33z^{-1}+1,78z^{-2}+2,7z^{-3}+1,49z^{-4}+1,51z^{-5} \\
\hline
0+5,33z^2+6,33z+0+0,33z^{-1} & \\
\quad 5,33z^2-1,78z-1,78-0-1,78z^{-2} & \\
\quad\hline
\quad 0+8,11z+1,78+0,33z^{-1}+1,78z^{-2} & \\
\quad\quad 8,11z-2,7-2,7z^{-1}-0-2,7z^{-3} & \\
\quad\quad\hline
\quad\quad 0+4,48+3,03z^{-1}+1,78z^{-2}+2,7z^{-3} & \\
\quad\quad\quad 4,48-1,49z^{-1}-1,49z^{-2}-0-1,49z^{-4} & \\
\quad\quad\quad\hline
\quad\quad\quad 0+4,52z^{-1}+3,27z^{-2}+2,7z^{-3}+1,49z^{-4} & \\
\quad\quad\quad ..... &
\end{array}$$

Ділення доцільно продовжувати до моменту виходу системи на усталений рівень, тобто коли значення частки майже не змінюватимуться.

Внаслідок ділення отримали перехідну характеристику:

$$H(z)=0,33z^{-1}+1,78z^{-2}+2,7z^{-3}+1,49z^{-4}+1,51z^{-5}+...$$

Відклавши на графіку ординати дискретних значень і з'єднавши їх плавною кривою, отримаємо перехідну функцію системи (рис.12).

Національний університет
водного господарства
та природокористування

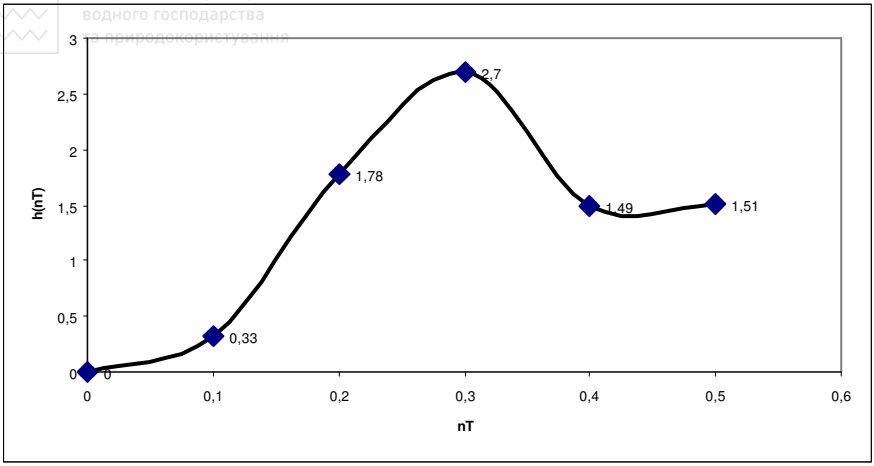

Рис. 12. Розрахована перехідна характеристика

На підставі отриманої перехідної характеристики можна визначити прямі показники якості.

Національний університет
водного господарства
та природокористування

Література

1. М.Г.Попович, О.В.Ковальчук. Теорія автоматичного керування: Підручник.-Київ: Либідь, 1997.-525с

2. Попов Е.П. Теория нелинейных систем автоматического регулирования и управления: Учебное пособие. - М.:Наука, 1979. - 256 с.

3.Избранные главы теории автоматического управления с примерами на языке MATLAB. Б.Р.Андриевский, А.Л. Фрадков – СПб.: Наука, 2000. -475 с.

4. Ким Д.П. Теория автоматического управления Т.1. Линейные системы.- М.: ФИЗМАТЛИТ, 2003.-288 с.

5. Ким Д.П. Теория автоматического управления Т.2. Многомерные, нелинейные, оптимальные и адаптивные системы.- М.: ФИЗМАТЛИТ, 2004.-464 с.

6. Методичні вказівки до виконання практичних робіт з дисципліни "Теорія автоматичного управління спеціальнгими системами".