

**Кривцов В.В., к.т.н., доцент** (Національний університет водного господарства та природокористування, м. Рівне), **Кривцов В.В., к.ф.-м.н., доцент** (Рівненський державний гуманітарний університет)

## **ЗАСТОСУВАННЯ ІНТЕРАКТИВНИХ МЕТОДІВ НАВЧАННЯ ПРИ ВИКЛАДАННІ ПРИРОДНИЧО-МАТЕМАТИЧНИХ ДИСЦИПЛІН**

**В статті на прикладах вивчення тем з курсу нарисної геометрії розглянуто окремі методичні аспекти застосування інтерактивних методів навчання .**

**Ключові слова:** інтерактивні методи навчання, нарисна геометрія, епюр.

Впровадження інтерактивних форм і методів навчання – один з найважливіших напрямків удосконалення підготовки студентів у сучасному вищому навчальному закладі. Особливістю цих форм і методів є те, що студенти одержують інформацію не у вигляді готової системи, а в процесі власної активної діяльності, що дозволяє їм самим відкривати, здобувати та конструювати знання, уміння та формувати компетентності. Серед різних інтерактивних методів навчання слід виокремити такий метод як «Ажурна пилка», який дозволяє студентам засвоїти велику кількість інформації за короткий проміжок часу. Цей метод стає актуальним в умовах скорочення у вищих навчальних закладах аудиторних годин і збільшення годин на самостійне опанування студентами навчального матеріалу. Слід також виділити метод аналізу конкретних практичних ситуацій, який дозволяє навчити студентів аналізувати інформацію, визначати головні місця, вибирати альтернативні шляхи розв'язування, оцінювати їх та знаходити оптимальний варіант дій.

Покажемо практичне застосування інтерактивного методу навчання «Ажурна пилка» під час вивчення теми «Перпендикулярність геометричних елементів» з курсу нарисної геометрії. В результаті вивчення цієї теми студент повинен вміти розв'язувати дві основні задачі: 1 – визначати відстань від точки до

площини шляхом проведення перпендикуляра з точки до площини; 2 – визначити відстань від точки до прямої шляхом проведення перпендикуляра з точки до прямої. Задачі на проведення перпендикуляра до площин і прямих, які займають часткове положення, студенти можуть розв'язати самостійно (1 група задач). Найскладніші випадки, коли площини та прямі займають загальне положення, і студенту для розв'язку таких задач знадобиться допомога викладача (2 група задач). Метод «Ажурна пилка» сприяє самостійному опануванню студентами розв'язку 1-ої групи задач. Вміючи розв'язувати задачі цієї групи, студенти за допомогою викладача швидше та ефективніше усвідомлять розв'язок 2-ої групи задач.

З метою самостійного розв'язку та взаємного пояснення 1-ої групи задач викладач об'єднує студентів у групи по 4 особи в окремій групі. Кожний студент в групі отримує індивідуальне завдання, яке є однаковим із завданням одного із студентів в інших групах. Зміст індивідуальних завдань наведено в таблицях 1-4. Під час підготовки до розв'язування задач або відповідей на запитання, які містяться в таблицях, студентам пропонуємо попередньо відповісти на запитання чи виконати завдання, які наводять на правильний розв'язок або відповідь і є своєрідною підказкою, що спонукає думати у правильному напрямку.

*Запитання та завдання до індивідуального завдання № 1:*

- 1) як відносно площин проєкцій  $\pi_1, \pi_2$  розміщені прямі  $a$  і  $b$  на рис. 1.1-1.4?
- 2) визначити на рис. 1.1-1.3 відстань від точки  $A$  до прямої  $b$  і від точки  $B$  до прямої  $a$ ;
- 3) як ви думаете, чому в задачі, наведеної в пункті 2, не вказано рис. 1.4?
- 4) чи можна на рис. 1.1-1.4 без додаткових побудов визначити відстань від точки  $A$  до прямої  $b$  і від точки  $B$  до прямої  $a$ ?

*Запитання до індивідуального завдання № 2:*

- 1) як відносно площин проєкцій  $\pi_1, \pi_2$  розміщено пряму  $l$  на рис. 2.1-2.4?
- 2) яку з проєкцій перпендикуляра (горизонтальну чи фронтальну) слід спочатку проводити на рис. 2.1-2.3 для визначення відстані від точки  $A$  до прямої  $l$ ?
- 3) чи має значення черговість проведення проєкцій перпендикуляра з точки  $A$  до прямої  $l$  на рис. 2.4?

4) на яких епюрах (рис. 2.1-2.6) можна визначити відстань від точки  $A$  до прямої  $l$  без додаткових побудов і чому?

Індивідуальне завдання № 1

Таблиця 1

На яких рисунках можна без додаткових побудов побачити, що зображено взаємно перпендикулярні прями? Поясніть чому.

Рис. 1.1                      Рис. 1.2                      Рис. 1.3                      Рис. 1.4

Індивідуальне завдання № 2

Таблиця 2

Визначити відстань від точки  $A$  до прямої  $l$

Рис. 2.1                      Рис. 2.2                      Рис. 2.3

Рис. 2.4                      Рис. 2.5                      Рис. 2.6

Запитання та завдання до індивідуального завдання № 3:

- 1) які площини задано на рис. 3.1-3.5?
- 2) які з слідів площин (рис. 3.1, 3.2) є слідами-проекцій?
- 3) побудувати горизонтальний та фронтальний сліди для площин, заданих на рис. 3.3, 3.4;
- 4) чи потрібно для проведення з точки  $A$  перпендикуляра до площин, заданих на рис. 3.1-3.5, виконувати додаткові побудови?
- 5) точка  $K$  – точка перетину перпендикулярів, проведених з точки  $A$  на площини, зображені на рис. 3.1-3.5. На яких епюрах (рис. 3.1-3.5) без додаткових побудов можна зазначити одну з проекцій точки  $K$  після того, як будуть проведені перпендикуляри?

Індивідуальне завдання № 3

Таблиця 3

Визначити відстань від точки  $A$  до площин, заданих слідами або трикутником

Рис. 3.1      Рис. 3.2      Рис. 3.3      Рис. 3.4      Рис. 3.5

Індивідуальне завдання № 4

Таблиця 4

Доведіть, що площини, задані на рис. 4.1 – 4.4, є взаємно перпендикулярними

Рис. 4.1      Рис. 4.2      Рис. 4.3      Рис. 4.4

Запитання та завдання до індивідуального завдання № 4:

- 1) яка умова перпендикулярності двох площин?
- 2) які площини задано на рис. 4.1-4.4?
- 3) проведіть в площинах  $\alpha$ , заданих на рис. 4.1-4.4, прямі  $l$ , перпендикулярні до площин  $\beta$ ;
- 4) як прямі  $l$  будуть розміщені відносно площин проєкцій при їх проведенні відповідно до пункту 3?

Для кожного індивідуального завдання вказуються сторінки навчальної літератури, які містять інформацію, необхідну студентам для розв'язку задач і відповідей на запитання. Студент, за яким закріплено індивідуальне завдання, вважається «експертом» із свого завдання. Після самостійної роботи студенти, наприклад на консультації, об'єднуються в групи (їх часто називають «домашніми» групами), де обмінюються інформацією, розв'язують задачі з інших індивідуальних завдань за допомогою «експертів», проводять взаємоопитування, шукають відповіді на запитання або розв'язок задач, якщо «експерт» із свого індивідуального завдання не зміг з ним впоратися.

Після роботи в групах студенти об'єднуються в так звані «експертні» групи, в яких зустрічаються разом чотири студента з однаковим індивідуальним завданням. В «експертних» групах (а всього їх чотири за кількістю індивідуальних завдань) перевіряють відповіді та розв'язок, виконані кожним студентом, і остаточно «затверджують» правильні відповіді та розв'язки.

Таким чином, студенти, озброєні новими знаннями з теми, що вивчається, готові свідомо сприйняти більш складний матеріал – розв'язок задач 2-ої групи. Викладач, пояснюючи цей матеріал, спирається на знання, здобуті студентами під час їх роботи над індивідуальним завданням. Без попередньої підготовки, яку мали студенти, таке пояснення зайняло б набагато більше часу і було б менш ефективним.

Розглянемо приклади завдань з різних тем курсу нарисної геометрії із застосуванням інтерактивного методу навчання – методу аналізу конкретних ситуацій. Він передбачає перехід від накопичення знань до їх практичного застосування.

### **Тема «Проекціювання точки»**

**Завдання.** На епюрі точки  $M$  провести відсутню вісь  $x$  (рис. 1).

**Актуалізація теоретичних знань студентів:**

- що розуміємо під осями проєкцій?

- як на епюрі можна визначити відстань точки від площин проекцій  $\pi_1, \pi_2, \pi_3$  ?

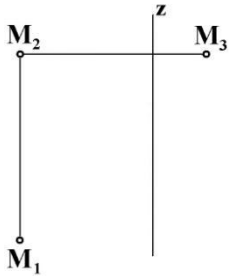


Рис. 1. Умова задачі з теми «Проекціювання точки»

**Проблемне питання.** Як відстані між  $M_1$  і  $M_2, M_2$  і  $M_3$  зв'язані з координатами  $x, y, z$  точки  $M$  ?

**Проблемне питання.** Чи можна за епюром точки  $M$ , наведеним на рис. 6, визначити, чи належить або не належить площинам проекцій точка  $M$  ?

**Рекомендації:** Якщо виникають труднощі з відповідями, доцільно виконати епюри точок, що належить площинам проекцій і не належать площинам проекцій, а також побудувати наочне зображення цих точок. На наочному

зображенні показати, що відстань  $M_1$  до осі  $x$  дорівнює відстані  $M_3$  до осі  $z$ . Ці відстані чисельно дорівнюють координаті  $y_M$ .

Після цих пояснень студент свідомо проведе вісь  $x$ , вимірявши попередньо відстань від  $M_3$  до осі  $z$ .

### Тема «Проекціювання прямої»

**Завдання.** Побудувати фронтальну проекцію відрізка  $AB$  прямої  $l$ , якщо відомо, що він нахилений до площини проекцій  $\pi_1$  під кутом  $30^\circ$  і має довжину 40 о.д. (рис. 2).

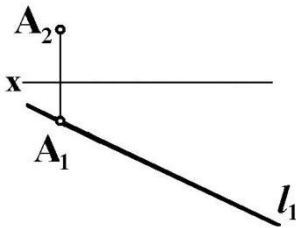


Рис. 2. Умова задачі з теми «Проекціювання прямої»

**Актуалізація теоретичних знань студентів:**

- який кут нахилу до площин проекцій має пряма загального положення, проекціуюча та пряма рівня ?

- якщо кут нахилу прямої до площини проекцій дорівнює  $30^\circ$ , чи можна визначити за цією ознакою, яке положення цієї прямої відносно площин проекцій – загальне, проекціуюче або рівня ?

- яким способом визначають натуральну величину відрізка прямої загального положення ?

- якщо потрібно визначити кут нахилу прямої до площини проекцій  $\pi_1$ , то на якій площині проекцій будують прямокутний трикутник, з якого можна знайти шуканий кут ?

**Аналіз отриманих від студентів відповідей.** Задана пряма є прямою загального положення, оскільки кут її нахилу до  $\pi_1$  відрізняється від  $0^\circ$  і  $90^\circ$ . Для визначення кута нахилу прямої до  $\pi_1$  прямокутний трикутник потрібно будувати саме на  $\pi_1$ .

**Проблемне питання.** Якщо був би відомий напрямок фронтальної проекції прямої  $AB$ , чи це сприяло б розв'язку задачі.

**Відповідь.** Ні. Навпаки, за такою умовою задача не мала б розв'язку, оскільки задання і горизонтальної, і фронтальної проекцій прямої загального положення визначає певний кут нахилу прямої до площин проекцій. А у даній задачі кут нахилу вже заданий –  $30^\circ$ .

**Творче завдання.** Знайдіть зв'язок між  $\Delta z$  – різницею координат  $z$  точок кінців відрізка  $AB$  і кутом нахилу  $\alpha$  прямої до  $\pi_1$ . При виникненні труднощів запропонувати студентам знайти правильну відповідь із наступного переліку:

- із збільшенням кута  $\alpha$  зменшується  $\Delta z$ ;
- зміна величини кута  $\alpha$  не впливає на зміну  $\Delta z$ ;
- із збільшенням кута  $\alpha$  збільшується  $\Delta z$ .

Якщо студент, озброєний отриманою інформацією, все ще не може знайти розв'язок цієї задачі, потрібно йому запропонувати розв'язати задачу на визначення кута нахилу прямої  $l$  до  $\pi_1$  за відомими горизонтальною і фронтальною проекціями  $l$ . Розв'язок цієї задачі наведено на рис. 3. Маючи перед собою рис. 3, студент зможе розв'язати задачу, наведену на рис. 2, оскільки побудови на ньому потрібно вести в оберненому порядку порівняно з рис. 3. Послідовність виконання побудов студенту потрібно записати у зошит, щоб скористатися ним при підготовці до екзамену:

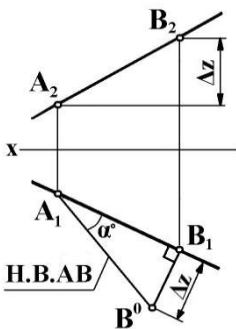


Рис. 3. Розв'язок задачі з початковою умовою на рис. 2

1) з точки  $A_1$  проводимо гіпотенузу прямокутного трикутника  $A_1B_1B^0$  під кутом  $\alpha$  до  $l_1$ , що дорівнює  $30^\circ$ ;

2) від  $A_1$  відкладаємо відрізок  $A_1B^0$ , що дорівнює  $40$  о.д., тобто натуральну величину відрізка  $AB$ , і фіксуємо  $B^0$ ;

3) з  $A^0$  проводимо пряму, перпендикулярну до  $l_1$ , фіксуємо  $B_1$ ;

4) знаходимо  $\Delta z$  відрізка  $AB$ :  $\Delta z = B^0B_1$ ;

5) з  $B_1$  проводимо вертикальну лінію проєкційного зв'язку, а з  $A_2$  – горизонтальну пряму. Від точки перетину цих прямих відкладаємо по лінії проєкційного зв'язку відрізок, що дорівнює  $\Delta z$ , фіксуємо  $B_2$ .

**Творча робота студентів.** Скільки розв'язків має дана задача ?

Відповідь: Два, оскільки відрізок, що дорівнює  $\Delta z$ , можна відкладати не тільки вгору, але і вниз.

### Тема «Площина»

**Завдання.** В площині  $\alpha$ , що задана слідами, знайти точку  $D$ , яка віддалена від  $\pi_2$  на 25 о.д., а від  $\pi_1$  на 20 о.д. (рис. 4).

**Слово викладача.** Викладач розповідає, що геометричним місцем точок (ГМТ) простору називається сукупність точок, які задовольняють задану умову. Наводяться приклади найбільш характерних ГМТ.

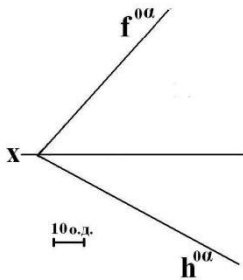


Рис. 4. Умова задачі з теми «Площина»

### Актуалізація теоретичних знань студентів:

- що є ГМТ, рівновіддалених від  $\pi_2$  на 25 о.д. ?

- що є ГМТ, рівновіддалених від  $\pi_1$  на 20 о.д. ?

### Творча робота студентів:

- що є ГМТ заданої площини  $\alpha$ , віддалених від  $\pi_2$  на 25 о.д. ?

- що є ГМТ заданої площини  $\alpha$ , віддалених від  $\pi_1$  на 20 о.д. ?

При виникненні труднощів з наданням відповідей запропонувати студентам розв'язати такі задачі: Задача № 1. Побудувати лінію перетину площини  $\alpha$  з фронтальною площиною рівня, віддаленою від  $\pi_2$  на 25 о.д. Задача № 2. Побудувати лінію перетину площини  $\alpha$  з горизонтальною площиною рівня, віддаленою від  $\pi_1$  на 20 о.д.

Дати відповідь на запитання:

- як розміщена лінія перетину (пряма лінія) в задачі № 1 і № 2 ?

Відповідь: в задачі № 1 – це фронтальна пряма рівня, в задачі № 2 – це горизонтальна пряма рівня.

**Аналіз отриманих результатів.** ГМТ, рівновіддалених від  $\pi_2$  на 25 о.д., є фронтальна площина, віддалена від  $\pi_2$  на 25 о.д. Але ці точки повинні знаходитися в площині  $\alpha$ , тому будуємо лінію перетину



площини  $\alpha$  з площиною рівня. Цією лінією перетину буде фронтальна пряма площини  $\alpha$ , всі точки якої віддалені від  $\pi_2$  на 25 о.д. і належать площині  $\alpha$ . Аналогічно визначаємо, що у горизонтальній прямій, яка є лінією перетину площини  $\alpha$  з горизонтальною площиною рівня, всі точки віддалені від  $\pi_1$  на 20 о.д.

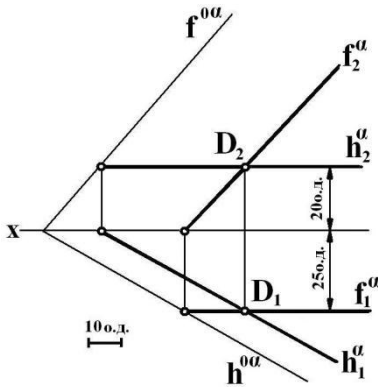


Рис. 5. Розв'язок задачі з початковою умовою на рис. 4

Після отриманої інформації студенти впевнено знайдуть шукану точку  $D$ , що є точкою перетину горизонтальної прямої  $h^{\alpha}$  і фронтальної прямої  $f^{\alpha}$  площини  $\alpha$  (рис. 5).

Таким чином, застосування інтерактивних методів навчання допомагає студентам краще сприймати програмовий матеріал та водночас скоротити час на його опанування.

**Krivtsov V.V., Candidate of Engineering, Associate Professor** (National University of Water and Environmental Engineering, Rivne), **Krivtsov V.V., Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor** ( Rivne State Humanitarian University)

## TEACHING NATURAL AND MATHEMATICAL DISCIPLINES USING INTERACTIVE METHODS

**Some methodological aspects of interactive teaching methods are considered in the article. The model of the study is the descriptive geometry aspects.**

**Keywords:** interactive teaching methods, descriptive geometry, epure.