

УДК 669.539

Кундрат М.М., д.т.н., професор (Національний університет водного господарства та природокористування, м. Рівне)

РОБОЧА ДОВЖИНА ВИСОКОМОДУЛЬНОГО ВКЛЮЧЕННЯ ЗА СИЛОВОГО ТА ТЕМПЕРАТУРНОГО НАВАНТАЖЕННЯ

За умов плоскої задачі термопружності отримано значення робочої довжини тонкого нагрітого до заданої температури включення при навантаженні циклічними напруженнями. Відшаруванню включення передують розвиток в околах його кінців локалізованих зон передруйнування, яким можуть відповідати області накопичення пошкоджень, пластичного деформування, часткового розриву зв'язку тощо.

Ключові слова: плоска задача, включення, робоча довжина, відшарування, зона передруйнування.

The value working length of thin and heated to given temperature inclusion under loading cyclical tension in condition of a plane problem thermoelasticity are obtained. The development of localized zones of prefracture (weakened contact) precedes to separation the inclusion in vicinities of its ends. They can correspond to regions of damages, plastic deformation, partial break of connection etc.

Key word: plane problem, inclusion, working length, separation, zone of prefracture.

В условиях плоской задачи термоупругости получены значения рабочей длины тонкого нагретого к заданной температуре включения при нагрузке циклическими напряжениями. Отслоению включения предшествует развитие в окрестностях его концов локализованных зон предразрушения, которым могут соответствовать области накопления повреждений, пластического деформирования, частичного разрыва связи.

Ключевые слова: плоская задача, включение, рабочая длина, отслоение, зона предразрушения.

Конструювання композиційних матеріалів з високою питомою міцністю та в'язкістю руйнування досягається армуванням матриці високоміцними та жорсткими включеннями у вигляді волокон чи стрічок. Для теоретичного з'ясування руйнування таких композитів під статичним чи змінюваним нава-

нтаженням необхідний поглиблений аналіз полів напружень та деформацій біля включень.

Поля напружень і переміщень біля вершин включень та їх асимптотичні подання досліджувалися в широкому колі праць, найбільш повно їх огляд подано в монографії [1]. Їх розподіли за статичного навантаження докладно вивчено в працях [2-4]. Внаслідок підвищеної неоднорідності напруженого стану біля включень [4, 5] слід очікувати більших пластичних деформацій порівняно з тріщинами чи іншими гострокінцевими отворами. Дослідні дані свідчать, що пластичне течіння починається біля кутів на торцях включення і зі збільшенням навантаження поширюється уздовж поверхні поділу до його центральної частини (див., напр., [6, 7]). Це підтверджують оптичні [8] та мікролазерні [9] дослідження полів напружень біля армувальних елементів. Методами скінченних елементів та локальних варіацій виявлено [10], що пластична зона біля тонкого включення зміщена в бік його центральної частини. Отримано також аналітичні розв'язки плоских задач для лінійного включення із зонами передруйнування, що змодельовані локалізованими тонкими прошарками пластично деформованого матеріалу за статичного [11-14] та циклічного [15, 16] навантажень. Особливість напружень в околі вершин включення у цих розв'язках змінилася із кореневої на логарифмічну, що є певним покращенням фізичної адекватності моделі. Пізніше із застосуванням нової двофазної моделі зони передруйнування [17-19] вдалося удосконалити формулювання крайових умов, позбутися необхідності використовувати особливості напружень та отримати механічно коректні обмежені значення напружень в усіх точках композиції. У межах цієї концепції для аналізу гранично рівноважного стану ізотропного тіла зі стрічковими включеннями використано відомі [20] положення δ_c -моделі Леонова – Панасюка – Вітвицького – Дагдейла.

За результатами [18, 19] на рис. 1 за умов плоскої задачі подано значення нормованих $\tilde{\sigma}_{xy} = \sigma_{xy} / \tau_s^*$ дотичних напружень (лінія 1) на межі включення-матриця та розривних $\tilde{\sigma}_{xx}^c = \sigma_{xx}^c / (2\tau_s^*)$ по довжині включення (лінія 2) при одновісному розтягу сталими напруженнями на нескінченності $\tilde{q} \equiv q / (2\tau_s^*) = 0,25$. Тут і далі σ_{xx} , σ_{yy} , σ_{xy} – компоненти тензора напружень; $2a$ – довжина включення. Параметр τ_s^* трактуємо як теоретичну зсувну міцність межі поділу, тобто сили притягання двох атомних площин контактної межі пластина – включення, або як технічну зсувну міцність межі поділу з урахуванням її структурних недосконалостей, чи за пластичного деформування – як зсувний поріг пластичності.

Максимального значення дотичні напруження $\sigma_{xy} = \tau_s^*$ досягають в околах кінців включення і саме тут йому передається більша частина навантаження від матриці. За межами деякого околу біля країв включення дотичні

напруження швидко зменшуються і в середній частині рівні нулю. Прийнята схема і результати за нею узгоджуються як з експериментальними даними [21, 6] так і чисельним експериментом [22-24] на основі методу скінченних елементів.

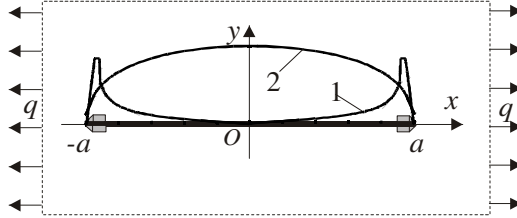


Рис. 1. Розподіл дотичних та розривних напружень по довжині включення

Зображені на рис. 1 напруження визначають [18, 19] два найбільш очікувані механізми локального руйнування в композиції: розрив включення або його відшарування від матриці. Конкретний з них залежить від механічних та міцнісних характеристик включення, матриці, контактної межі та від довжини включення. Якщо міцнісні та пружні характеристики композиції відомі, то існує довжина включення $2a = 2a_{cr}^*$ зміни характеру руйнування в композиції: при довжині включення меншій від $2a_{cr}^*$ руйнування проходить методом його відшарування, при більшій від $2a_{cr}^*$ – шляхом його розриву. Аналіз особливостей втомного руйнування поблизу тонких включень практично відсутній, що робить актуальними дослідження кінетики їх відшарування. В розвиток підходу [15, 16] у цій праці відповідна модельна схема застосована до аналізу процесу відшарування включення за температурного і силового навантажень.

Постановка задачі. За умов плоскої задачі теорії термопружності розглядаємо тіло, що містить жорстке тонке включення завдовжки $2a$ (рис. 1), нагріте до заданої температури T . Тепловий контакт між включенням та тілом ідеальний, а температура їх складання $T = T_0$. Осі декартової системи координат xOy збігаються з осями геометричної симетрії. Така композиція розтягується на нескінченності циклічними зусиллями паралельно лінії включення. Вважаємо, що частота зміни навантажень невелика, тож інерційні та теплотворчі ефекти неістотні.

Приймаємо, що енергія відшарування одиниці довжини включення відома, і побудуємо аналітичні залежності для зміни робочої довжини включення $a_{wr} = a_{wr}(q, n, \tau_s^*, \kappa)$ від кількості циклів, амплітуди силового та темпера-

турного навантажень, міцнісних та пружних характеристик системи.

Спочатку розглянемо відповідну крайову задачу термопружності за сталого навантаження. Пластина розтягується паралельно лінії включення напруженнями на нескінченності

$$\sigma_{xx}^{\infty} = q. \quad (1)$$

Приймаючи на себе дію зовнішнього навантаження, включення одночасно є й потужним концентратором напружень, а околиці його вершин – місцями найбільш інтенсивного локального деформування. Вважаємо, що саме тут зароджуються зони передруйнування, просуваючись від кожного краю до центральної частини вздовж межі пластина – включення і охоплюють вершини включення. Зони передруйнування моделюємо тріщинами ковзання вздовж межі розділу матриця – включення при заданих на їх поверхнях значеннях дотичних напружень, тобто включення відшаровується від матриці шляхом розвитку в околицях його вершин тріщин за механізмом поперечного зсуву.

Ділянки $L_1 \approx c_{wr} \leq |x| \leq a_{wr}$ ($a_{wr} = a$) відповідають зонам передруйнування, на берегах яких діють дотичні напруження

$$\sigma_{xy} = \tau_s^* \text{sign}(x) \quad (x \in L_1). \quad (2)$$

Тут $\text{sign}(x) = \{1 \text{ для } x > 0; -1 \text{ для } x < 0; 0 \text{ для } x = 0\}$.

На ділянці $L_0 \approx |x| \leq c_{wr}$ зберігається ідеальний контакт включення з тілом і тому позовжні переміщення на ній дорівнюють

$$u(x) = (T - T_0) \alpha_p x \quad (x \in L_0), \quad (3)$$

де α_p – температурний коефіцієнт лінійного видовження матеріалу включення.

Для розв'язування задачі використаємо відомі [2, 25] подання для напружень і деформацій:

$$\sigma_{xx} + \sigma_{yy} = 4 \text{Re} \Phi(z), \quad (4)$$

$$\sigma_{yy} - i\sigma_{xy} = \Phi(z) + \Omega(\bar{z}) + (z - \bar{z}) \overline{\Phi'(z)},$$

$$2G(u' + iv') = \kappa \Phi(z) - \Omega(\bar{z}) - (z - \bar{z}) \overline{\Phi'(z)} + \beta_0 \Psi_0(z), \quad (5)$$

де $\beta_0 = 4G\alpha_0$, $\kappa = (3 - \nu)/(1 + \nu)$ для плоского напруженого стану; $\beta_0 = 4G(1 + \nu)\alpha_0$, $\kappa = 3 - 4\nu$ в умовах плоскої деформації; α_0 , G , ν – температурний коефіцієнт лінійного розширення, модуль зсуву та коефіцієнт Пуассона матеріалу матриці. Значимо, що при плоскому напруженому стані вільні поверхні півплощини вважаються теплоізольованими.

Невідома функція $\Psi_0(z)$ визначається співвідношенням [25]

$$\Psi_0(z) = 0,5T.$$

Функцію напружень $\Phi(z)$ знайдемо після підстановки формул (4), (5) у крайові умови (2)-(3). З урахуванням умов на нескінченності (1) загальним розв'язком крайової задачі буде

$$\Phi(z) = \frac{1}{2\kappa} \left(\frac{\kappa-1}{4} q + f_0^T(z) \right) - \frac{\tau_s^*}{\pi(\kappa+1)} \ln \Gamma_1(z, a_{wr}, c_{wr}), \quad (6)$$

де

$$f_0^T(x) = 2G\alpha_p(T - T_0) - \beta_0 \operatorname{Re} \Psi_0^+(x),$$

$$\Gamma_1(z, a, c) = \left[\zeta^-(z) / \zeta^+(z) \right],$$

$$\zeta^\pm(z) = a_{wr} \sqrt{z^2 - c_{wr}^2} \pm z \sqrt{a_{wr}^2 - c_{wr}^2}.$$

У формулах (6) уже враховано умову обмеженості напружень у вершинах зон передруйнування ($z = \pm c$), яка дає можливість пов'язати довжину зон з характеристиками композиції та навантаженням:

$$q \frac{\kappa+1}{2} - 4G\alpha_p(T - T_0) + \beta_0 T - \frac{8\kappa\tau_s^*}{\pi(\kappa+1)} \ln \frac{a_{wr} + \sqrt{a_{wr}^2 - c_{wr}^2}}{c_{wr}} = 0. \quad (7)$$

Формули (4)-(7) цілком описують поля напружень та деформацій у тілі з включенням за заданим навантаженням і дають можливість дослідити умови його відшарування.

Відшарування включення. Нехай у деякий момент, що відповідає значенням параметрів довжини включення a_{wr} та навантаження q , величини переміщень $u(x, a_{wr})$ на відрізках смуг передруйнування ($a_{wr} - c_{wr}, a_{wr}$) схематично зображаються умовним трикутником A_0, B_0, C_0 згідно рис. 2. Через

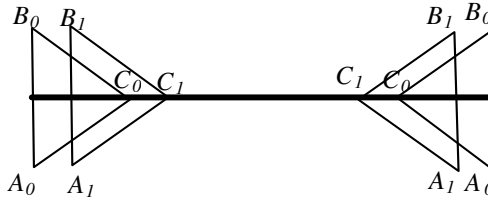


Рис. 2. Схема переміщень у зонах передруйнування

деякий час, що відповідає зміні робочої довжини включення a_{wr} та навантаження q на деякі малі величини δa_{wr} та δq відповідно, розглядуваний відрі-

зок займе зсунуте в напрямку центру включення положення, яке умовно можна зобразити трикутником A_1, B_1, C_1 . Точки C_0 та C_1 відповідають кінцям локалізованих зон переддруйнування, а точки A_0, B_0 та A_1, B_1 – кінцям робочої частини включення до і після його відшарування на величину δa_{wr} .

Нехай γ_τ^* – енергія, необхідна для відшарування включення на одиницю довжини і яку вважаємо відомою характеристикою композиції. Для зменшення робочої довжини включення на деяку малу величину Δa_{wr} необхідно виконати роботу

$$\gamma_\tau^* \Delta a_{wr} = 2 \int_{a_{wr} - \Delta a_{wr}}^{a_{wr} - d - \Delta a_{wr}} \sigma_{xy}(x) [u(x, a_{wr} - \Delta a_{wr}) - u(x, a_{wr})] dx, \quad (8)$$

де $d = a_{wr} - c_{wr}$.

За схемою [26, 15] подамо функцію $u(x, a_{wr} - \Delta a_{wr})$ у вигляді ряду Тейлора за степенями Δa_{wr} , знехтуємо доданками порядку $(\Delta a_{wr})^2$ та спрямуємо Δa_{wr} до нуля, вважаючи, що параметр a_{wr} залежить від навантаження. Після перетворень отримаємо:

$$\gamma_\tau^* = 2\tau_s^* \left[\frac{d}{da_{wr}} \int_{a_{wr} - d}^{a_{wr}} u(x, a_{wr}) dx - u(a_{wr}, a_{wr}) \right], \quad (9)$$

де згідно з формулами (5), (6)

$$u(x, a_{wr}) = \alpha_p (T - T_0)x + \frac{\kappa \tau_s^*}{\pi G (\kappa + 1)} \{ a_{wr} \ln \Gamma_2(x, a_{wr}, c_{wr}) - x \Gamma_1(x, a_{wr}, c_{wr}) \}, \quad (10)$$

$$\Gamma_2(x, a, c) = \ln \left[\frac{\eta^-(x)}{\eta^+(x)} \right],$$

$$\eta^\pm(x) = \sqrt{a_{wr}^2 - c_{wr}^2} \pm \sqrt{x^2 - c_{wr}^2}.$$

Переміщення точок тіла біля вершини робочої частини включення дорівнюють

$$\begin{aligned} u(a_{wr}, a_{wr}) &= \lim_{x \rightarrow a_{wr}} u(x, a_{wr}) = \\ &= (T - T_0) \alpha_p a_{wr} + \frac{2\kappa \tau_s^* a_{wr}}{\pi G (\kappa + 1)} \ln \frac{a_{wr}}{c_{wr}}. \end{aligned} \quad (11)$$

Зазначимо, що за умови $4G\alpha_p = \beta_0$ (чи при плоскому напруженому стані

$\alpha_p = \alpha_0$) температура нагрівання включення не впливає на розмір зон передруйнування. Але переміщення точок матеріалу тіла є залежними від температури нагрівання.

З урахуванням поданих виразів повна дисипація енергії відшарування включення

$$\begin{aligned} \gamma_{\tau}^* &= 2a_{wr}\tau_s^* \left\{ T_{10}\alpha_p [\text{th}^2(H) - 1] + \right. \\ &+ \frac{2\kappa\tau_s^*}{\pi G(\kappa+1)} [\ln(\text{ch}(H)) - H\text{th}(H)] + \\ &\left. + a_{wr} \left[T_{10}\alpha_p \frac{\text{th}(H)}{\text{ch}^2(H)} + \frac{\kappa\tau_s^*}{\pi G(\kappa+1)} \left(\text{th}(H) - \frac{H}{\text{ch}^2(H)} \right) \right] \frac{dH}{da_{wr}} \right\}, \end{aligned} \quad (12)$$

де

$$\begin{aligned} T_{10} &= T - T_0, \quad H = \frac{\pi(\kappa+1)^2}{8\kappa} \frac{q}{2\tau_s^*} - \frac{1}{2}(S_p - S_0), \\ S_p &= \frac{\pi(\kappa+1)}{\kappa\tau_s^*} G\alpha_p T_{10}, \quad S_0 = \frac{\pi(\kappa+1)}{4\kappa\tau_s^*} \beta_0 T. \end{aligned}$$

Введемо безрозмірну робочу довжину включення λ_{wr} і подамо (12) у вигляді:

$$\begin{aligned} \frac{d\lambda_{wr}}{dH} &= \lambda_{wr}^2 f_2(\lambda_{wr}, H, S_p), \quad (13) \\ f_2(\lambda_{wr}, H, S_p) &= \frac{[\text{th}(H) + (S_p \text{th}(H) - H)/\text{ch}^2(H)]}{0,5 + \lambda_{wr} [2(H \cdot \text{th}(H) - \ln(\text{ch}(H))) + S_p/\text{ch}^2(H)]}, \\ \lambda_{wr} &= \frac{\kappa\tau_s^{*2} a_{wr}}{\pi G(\kappa+1)\gamma_{\tau}^*}. \end{aligned}$$

Диференційне рівняння (13) використовуємо для аналізу відшарування включення за циклічного навантаження, нехтуючи впливом залишкових напружень. Приймаємо, що відшарування включення відбувається під час кожного періоду навантаження, а під час розвантаження його робоча довжина не змінюється. Співвідношення (13) описує відшарування включення за час одного циклу, тому, інтегруючи його від мінімального H_{\min} до максимального H_{\max} навантаження та вважаючи параметр λ_{wr} сталим упродовж одного циклу, отримуємо зменшення робочої довжини включення на

$$\delta\lambda_{wr} = \lambda_{wr}^2 \int_{H_{\min}}^{H_{\max}} f_2(\lambda_{wr}, H, S_p) dH \equiv F_2(\lambda_{wr}, H_{\min}, H_{\max}, S_p).$$

Звідси швидкість відшаровування включення подається виразом

$$\frac{d\lambda_{wr}}{dn} = F_2(\lambda_{wr}, H_{\min}, H_{\max}, S_p), \quad (14)$$

де n – кількість циклів навантаження. Після поділу змінних у формулі (14) та інтегрування залежність між робочою довжиною включення та кількістю циклів матиме вигляд:

$$n = \int_{\lambda_0}^{\lambda_n} \frac{d\lambda_{wr}}{F_2(\lambda_{wr}, H_{\min}, H_{\max}, S_p)}, \quad (15)$$

де λ_0, λ_n – значення параметрів робочої довжини включення до та після n циклів. Зв'язок між значенням параметра λ_{wr} та робочою довжиною a_{wr} включення задано формулами (13). Вираз (15) подає шукану залежність між робочою довжиною включення та кількістю циклів навантаження.

Числові результати. На рис. 3 подані результати розрахунків за формулою (15) робочої довжини включення залежно від кількості циклів навантаження для чотирьох різних його робочих довжин λ_{wr} за відсутності нагрівання: їх початкові значення читаємо на осі ординат за нульової кількості циклів ($n = 0$). Мінімальне та максимальне значення навантаження за цикл задаємо через параметр $\tilde{q} = q/(2\tau_s^*)$, які прийнято на рівні $\tilde{q}_{\min} = q_{\min}/(2\tau_s^*) = 0$, $\tilde{q}_{\max} = q_{\max}/(2\tau_s^*) = 0,1$; при цьому $\kappa = 2,2$, $H_{\min} = 0,091$, $H_{\max} = 0,183$, $S_p = S_0 = 0$. Зі збільшенням максимального навантаження за цикл швидкість відшарування включення також зростає.

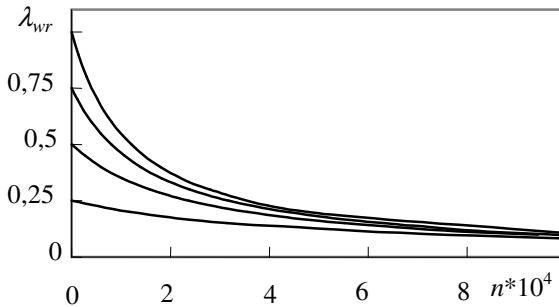


Рис. 3. Робоча довжина включення за силового навантаження

На рис. 4 подано такі ж залежності за нагрівання включення робочої дов-

жини $\lambda_{wr} = 0,25$ при умовах $S_p = S_0$ і $T_0 = 0$, тобто коли за сталого розтягу на безмежності у такій же задачі температура включення не впливає на розмір зони передруйнування. Мінімальне та максимальне значення навантаження за цикл $\tilde{q}_{\min} = 0$, $\tilde{q}_{\max} = 0,1$; для лінії 1 параметр $S_p = 0$; лінії 2 – $S_p = 0,1$; 3 – $S_p = 0,2$.

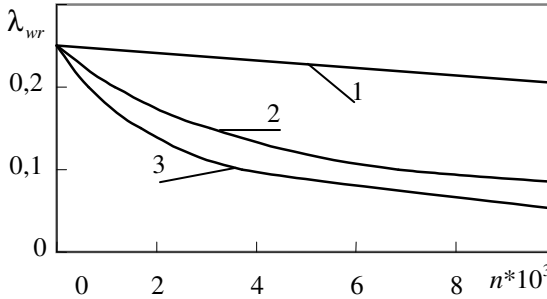


Рис. 4. Робоча довжина включення за температурного навантаження

Висновки. Запропоновано математичну модель явища відшарування тонкого жорсткого включення від основного матеріалу матриці. З її використанням сформульовано постановку та отримано аналітичний розв'язок задачі відшарування включення за циклічних силового та температурного навантажень.

Для заданого фіксованого навантаження за цикл та наперед відомій кількості циклів за допомогою формули (15) завжди можна підібрати довжину включення чи його характеристики таким чином, щоб відшарування не перевищувало заданого наперед значення (чи не відбувалося). Швидкість відшарування істотно залежить як від початкової робочої довжини включення, так і максимального навантаження за цикл.

1. Сулим Г.Т. Основи математичної теорії термопружної рівноваги деформівних твердих тіл з тонкими включеннями. – Львів: Дослідно-видавничий центр НТШ, 2007. – 716 с.
2. Мухелишвили Н.И. Некоторые основные задачи математической теории упругости. – М.: Наука, 1966. – 707 с.
3. Sih G.C. Plane extension of rigidly embedded line inclusions // Developments in mechanics. – V. 3, Pt. 1. Solid. mech. and mater. – New York: Wiley, 1965. – P. 61-79.
4. Панасюк В.В., Бережницький Л.Т., Труш И.И. Распределение напряжений около дефектов типа жестких остроугольных включений // Проблемы прочности. – 1972. – № 7. – С. 3-9.
5. Бережницький Л.Т., Громьяк Р.С. К оценке предельного состояния матрицы в окрестности остроугольного жесткого включения // Физико-химическая механика материалов. – 1977. – Т. 13, № 2. – С. 39-47.
6. Эберт Л.Дж., Райт П.К. Механические поверхности раздела. – Композиционные материалы. Т. 1. Поверхности раздела в металлических композитах / редактор

- A. Меткалф. – М.: Мир, 1978. – С. 42-76. **7.** Fukuda Hiroshi, Chou Tsu-Wei. Stiffness and strength of short fibre composites as affected by crack and plasticity // *Fibre Sci. and Technol.* – 1981. – Т. 15, № 4. – P. 243-256. **8.** Iremonger M.J., Ulood W.G. Effects of geometry on stress in discontinuous composite materials // *Strain Anal.* – 1969. – Т. 4, № 2. – P. 121-126. **9.** Paipetis A., Galiotis C. Modeling the stress-transfer efficiency of carbon-epoxy interfaces // *Proc. Roy. Soc. London. A.* – 2001. – Т. 457, № 2011. – P. 1555-1577. **10.** Бережницький Л.Т., Сенюк М.Н. Применение метода локальных вариаций для определения зон пластичности возле дефектов // Тез. докл. 3 Респ. конф. “Вычислительная математика в современном научно-техническом прогрессе”. – Киев, 1982. – С. 113-114. **11.** Brussat T.R., Westmann R.A. Interfacial slip around rigid fiber inclusions // *J. Comp. Mater.* – 1974. – Т. 8, № 4. – P. 364-377. **12.** Shioiri J., Inoue K. Micromechanics of interfacial failure in short fiber reinforced composite materials // *Rep. 1-st Soviet-Japanese Symp. on Composite Materials.* – Moscow, 1979. – P. 286-295. **13.** Berezhnitskii L.T. and Kundrat N.M. Local elastoplastic failure of one class of composites // *Materials Science.* – 1984. – V. 20, № 5. – P. 460-466. **14.** Кундрат Н.М. Полосы скольжения в окрестности жестких волокон, включений и трещин: Автореф. дис... канд. физ.-мат. наук: 01.02.04 / Ин-т прикладных проблем механики и математики АН Украины. – Львов, 1984. – 18 с. **15.** Кундрат М.М. Про відшарування жорсткого лінійного включення // *Доповіді НАН України.* – 2001. – № 2. – С. 60-65. **16.** Sulym H.T., Kundrat M.M. Odseparowywanie gietkiej nakładki na krawędzi polplaszczyzny sprzystej w płaskim zagadnieniu termospreszystosci // *Materiały III Sympozjum Mechaniki Zniszczenia Materiałów i Konstrukcji (Augustów 1-4 czerwca 2005).* – Białystok, 2005. – S. 401-404. **17.** Кундрат Н.М. Локальное разрушение в композиции с жестким линейным включением // *Механика композиционных материалов и конструкций.* – 1998. – Т. 4, № 4. – С. 115-127. **18.** Кундрат М.М. Композиція з жорстким лінійним включенням в модельному формулюванні // *Вісник Львівського Університету. Серія прикладна математика та інформатика.* – 1999. – Вип. 1. – С. 146-151. **19.** Кундрат М.М. Моделі і методи прогнозу локального руйнування у пластинчастих елементах конструкцій з тонкими включеннями та підкріпленнями при сталому й циклічному навантаженнях // Автореф. дис... д-ра техн. наук: 01.02.04 / Луцьк. держ. техн. ун-т. – Луцьк, 2007. – 38 с. **20.** Панасюк В.В. Предельное равновесие хрупких тел с трещинами. – Киев: Наук. думка, 1968. – 248 с. **21.** Шами К. Механизм передачи нагрузки через поверхность раздела / *Композиционные материалы. Т.6. Поверхности раздела в полимерных композитах.* – М.: Мир, 1978. – С. 42-87. **22.** Thomason P.F. Plastic flow and fracture in fibre composites // *J. Mech. Phys. Solids.* – 1972. – V. 20. – P. 19-32. **23.** Сулим Г.Т., Рокач И.В. Метод конечных элементов в задаче о тонкостенном включении / “Материалы 10 Конф. мол. ученых Физ.-мех. ин-та АН УССР. Секц. физ.-хим. мех. материалов. Львов, 12-16 окт., 1981”. Львов, 1983. – 3 с. – Деп. в ВИНТИ 12 апр. 1983 г. № 1948-83 Деп. **24.** Gdouts E.E., Giannakopoulou A. Stress and failure analysis of brittle matrix composites. Part1: Stress analysis // *Int. J. of Fracture.* – 1999. – V. 98. – P. 263-277. **25.** Прусов И.А. Некоторые задачи термоупругости. – Минск: Белорус. гос. ун-т, 1972. – 200 с. **26.** Черепанов Г.П. Механика хрупкого разрушения. – М.: Наука, 1974. – 640 с.

Рецензент: д.т.н., професор Бабич Є.М. (НУВГП)