



Національний університет

Міністерство освіти і науки, молоді та спорту України

*Національний університет водного господарства та природокористування*

**Кафедра опору матеріалів і будівельної механіки**

**084-39**

## **МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ**

**до виконання розрахунково-проектувальних робіт  
із навчальної дисципліни “Опір матеріалів”  
для студентів за напрямом підготовки 6.060101  
„Будівництво” денної форми навчання**

Рекомендовано  
методичною комісією за напрямом  
підготовки 6.060101 „Будівництво”  
Протокол № 3 від 24. 11. 2010 р.

**Рівне - 2011**



Національний університет

водного господарства

та природокористування

Методичні вказівки до виконання розрахунково-проектувальних робіт із навчальної дисципліни “Опір матеріалів” для студентів за напрямом підготовки 6.060101 „Будівництво” денної форми навчання / Андрушков В.І., Гуртовий О.Г., Тинчук С.О., – Рівне: НУВГП, 2011, – 27 с.

Упорядники: Андрушков В.І., к.т.н., доцент;  
Гуртовий О.Г., к.т.н., доцент;  
Тинчук С.О., ст. викладач.



Національний університет

водного господарства

та природокористування

Відповідальний за випуск – Трач В.М., доктор техн. наук, професор,  
завідувач кафедри опору матеріалів і  
будівельної механіки.

© Андрушков В.І.,  
Гуртовий О.Г.,  
Тинчук С.О., 2011

© НУВГП, 2011



## З М І С Т

	стор.
1. ПЕРЕДМОВА. Загальні вказівки до виконання та оформлення розрахунково-проектувальних робіт.....	4
2. ГЕОМЕТРИЧНІ ХАРАКТЕРИСТИКИ ПЕРЕРІЗІВ.....	5
3. РОЗРАХУНКИ НА МІЦНІСТЬ ТА ЖОРСТКІСТЬ ПРИ ЦЕНТРАЛЬНОМУ РОЗТЯЗІ (СТИСКУ).....	7
4. ЗУСИЛЛЯ В БАЛКАХ. ПОВНИЙ РОЗРАХУНОК БАЛКИ НА МІЦНІСТЬ ТА ЖОРСТКІСТЬ З АНАЛІЗОМ ЇЇ НАПРУЖЕНОГО СТАНУ .....	13
5. СКЛАДНИЙ ОПІР.....	18
6. СТІЙКІСТЬ ЦЕНТРАЛЬНО СТИСНУТИХ СТЕРЖНІВ.....	21
7. РОЗРАХУНОК БАЛКИ ПРИ ПОПЕРЕЧНОМУ УДАРІ.....	24
ЛІТЕРАТУРА.....	27



## 1. ПЕРЕДМОВА. Загальні вказівки до виконання та оформлення розрахунково-проектувальних робіт

Навчальною програмою з дисципліни „Опір матеріалів” для студентів за напрямом підготовки „Будівництво” передбачено виконання двох розрахунково-проектувальних робіт (РПР). Кожна з них містить декілька задач, що охоплюють пов’язані між собою теми та питання розрахунку елементів конструкцій на міцність, жорсткість, стійкість від дії статичного або динамічного навантаження.

Виконання РПР повинне сприяти розвитку в студентів навичок проведення названих розрахунків та належного інженерного оформлення виконаної роботи.

Кожний студент самостійно виконує завдання, варіант та вихідні дані до якого він вибирає за індивідуальним шифром із трьох цифр, який йому видає викладач, та першими трьома літерами алфавіту, розташованими під шифром, наприклад,  $312$  абв. Числові значення вихідних даних до кожного варіанту потрібно вибирати із вказаної в тексті задачі таблиці на перетині відповідних цифр і літер шифру (рис. 1.1).

№ рядка	○	○	○
1		•	
2			•
3	•		
	а	б	в

Рис. 1.1. Схема вибору із таблиць даних до задач згідно із шифром.

Виконання завдання рекомендується розпочати з ретельного вивчення відповідного теоретичного матеріалу, умови задачі, послідовності її розв’язку та методичних вказівок до неї.

Розв’язок потрібно обов’язково супроводжувати відповідними поясненнями та малюнками. У розрахунках використовується міжнародна система одиниць *SI*.

Оформлення закінченої роботи здійснюється на аркушах формату А4.



## 2. ГЕОМЕТРИЧНІ ХАРАКТЕРИСТИКИ ПЕРЕРІЗІВ

**Задача №1.** Визначення геометричних характеристик плоских перерізів.

*Умова задачі.*

Для заданого, складеного із декількох простих фігур поперечного перерізу елемента конструкції (рис. 2.1.) потрібно визначити геометричні характеристики, які в подальшому використовуватимуться в розрахунках на міцність, жорсткість та стійкість.

*Послідовність розв'язання задачі.*

1. Виділити прості фігури в заданому перерізі. Визначити положення центра маси перерізу.
2. Ввести систему паралельних власних центральних осей для простих фігур та загальних центральних осей перерізу.
3. Обчислити осьові та відцентрові моменти інерції відносно власних центральних осей для кожного елемента складного перерізу.
4. Обґрунтувати положення головних центральних осей інерції заданого перерізу. Обчислити головні центральні моменти інерції заданого перерізу.
5. Обчислити головні центральні радіуси інерції перерізу.
6. Обчислити осьові моменти опору перерізу.
7. Відносно головної центральної осі, яка не являється віссю симетрії перерізу, обчислити статичний момент частини перерізу над цією віссю.

Дані для задачі взяти з таблиці 2.1.

*Примітка.* 1. Допоміжну систему координат найраціональніше вибрати так, щоб одна з її осей збігалася з віссю симетрії перерізу.

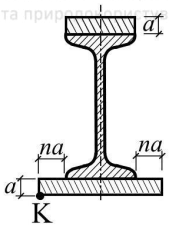
2. Відцентровий момент інерції кутика відносно власних центральних осей, які паралельні до полиць, обчислювати за формулою

$$I_{z_c y_c} = \pm \frac{I_{\max} - I_{\min}}{2} \sin 2\alpha_0 .$$

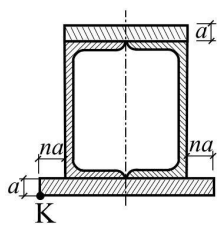
Він буде додатнім, якщо більша частина площі кутика розташована в 1-й та 3-й чвертях системи координат, і навпаки.



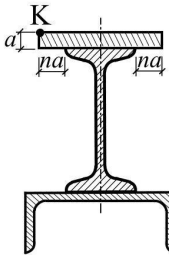
①



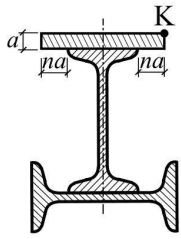
②



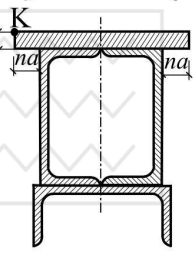
③



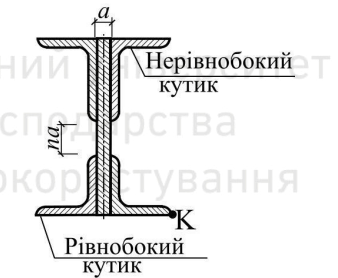
④



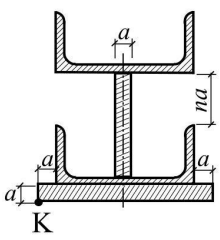
⑤



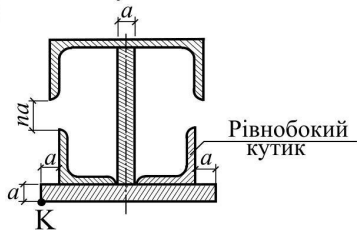
⑥



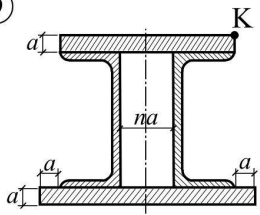
⑦



⑧



⑨



⑩

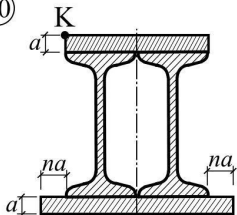


Рис. 2.1. Схеми перерізів (до задач №1; №7 та №9)



Таблиця 2.1. Дані до задач №1, №7 та №9.

№ рядка	Форма перерізу (рис. 2.1)	Двотавр	Швелер	Кутик		Розмір $a$ (мм)	$n$
		№ за сортаментами для сталевого прокату					
1	1	16	16	90×90×8	75×50×8	8	1,5
2	2	18	18	100×100×12	80×50×6	10	2,0
3	3	20	20	110×110×8	90×56×8	12	2,5
4	4	22	22	125×125×14	110×63×10	14	3,0
5	5	24	24	140×140×12	110×70×8	16	3,5
6	6	27	27	160×160×14	125×80×10	18	4,0
7	7	30	30	180×180×12	140×90×10	20	4,5
8	8	33	33	200×200×20	160×100×12	22	5,0
9	9	36	36	220×220×14	180×110×12	24	6,0
0	10	40	40	250×250×22	200×125×14	26	6,5
	в	в	б	а	б	б	а

### 3. РОЗРАХУНКИ НА МІЦНІСТЬ ТА ЖОРСТКІСТЬ ПРИ ЦЕНТРАЛЬНОМУ РОЗТЯЗІ (СТИСКУ)

**Задача №2.** Розрахунок центрально стиснутого східчастого бруса.

*Умова задачі та послідовність її розв'язання.*

Для східчастого бруса (рис.3.1), який знаходиться під дією зосереджених сил  $F_1$ ,  $F_2$ ,  $F_3$  та власної ваги, необхідно:

1. Визначити з умови міцності площі  $A_1$ ,  $A_2$ ,  $A_3$  та розміри поперечних перерізів бруса заданої форми (рис.3.2).
2. Побудувати епюру поздовжніх зусиль  $N$ .
3. Побудувати для бруса епюру нормальних напруг  $\sigma$ .
4. Побудувати епюру нормальних напруг у найнебезпечнішому перерізі бруса.
5. Знайти переміщення перерізу I-I відносно опорної поверхні.

Дані до задачі взяти з табл. 3.1.

*Примітка.* Питома вага, модуль пружності, розрахунковий опір матеріалів наведені в табл. 3.2.

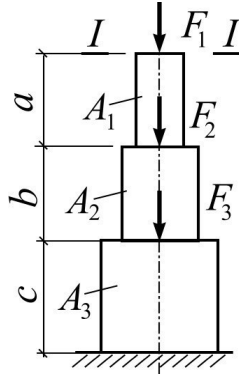


Рис. 3.1. Схема навантаження східчастого бруса

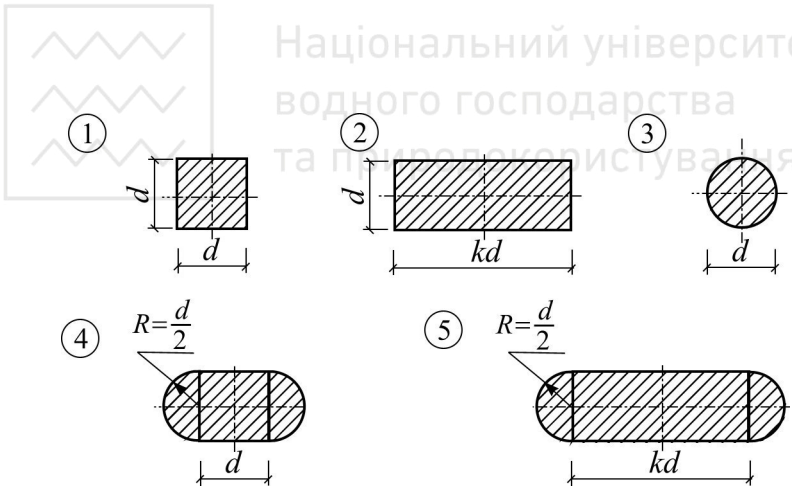


Рис. 3.2. Форми поперечних перерізів бруса



Таблиця 3.1. Дані до задачі №2.

№ рядка	Форма перерізу (рис. 3.2)	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	$F_1$	$F_2$	$F_3$	Матеріал ділянок бруса			<i>k</i>
		м			кН			<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	
1	1	2,5	3	2,7	300	350	370	Б	К	Ц	1,2
2	2	2,6	2,9	2,8	380	220	400	Б	Ц	К	1,3
3	3	2,7	2,8	2,9	250	370	380	К	К	Б	1,4
4	4	2,8	2,7	3,0	320	410	270	Ц	Б	Ц	1,5
5	5	2,9	2,6	2,5	350	380	250	К	Ц	К	1,6
6	1	3,0	2,5	2,6	270	370	360	Б	К	Б	1,7
7	2	2,5	3,0	2,7	200	240	560	Ц	Б	Ц	1,8
8	3	2,6	2,9	2,8	400	350	300	К	Ц	К	1,9
9	4	2,7	2,8	2,9	420	330	230	Б	К	Б	2,0
0	5	2,8	2,7	3,0	360	280	360	Ц	Б	Ц	2,1
	<b>в</b>	<b>а</b>	<b>б</b>	<b>в</b>	<b>в</b>			<b>в</b>			<b>б</b>

Таблиця 3.2. Фізико-механічні характеристики матеріалів.

Фізико-механічні характеристики	Матеріал		
	Цегляна кладка "Ц"	Кам'яна кладка "К"	Бетон "Б"
Розрахунковий опір стиску $R_c$ , (МПа)	1,0 ÷ 2,5	0,8 ÷ 3,5	1,5 ÷ 7,0
Модуль пружності $E$ , (МПа)	2700	4000	$(1,4 ÷ 2,4) \cdot 10^4$
Питома вага $\gamma$ , (кН/м <sup>3</sup> )	19 ÷ 20	20 ÷ 22	22 ÷ 24

*Примітка:* меншим значенням розрахункового опору  $R$  відповідають менші значення питомої ваги  $\gamma$  та модуля пружності  $E$  даного будівельного матеріалу.



### Задача №3. Розрахунок на міцність статично невизначних стержневих систем.

*Умова задачі.*

Виконати розрахунок статично невизначних стержневих систем (рис. 3.3), навантажених силою  $F$ . Брус  $AB$  вважати абсолютно жорстким, опори – шарнірно-нерухомими, з'єднання стержнів 1 і 2 з брусом та з опорними поверхнями – шарнірними.

Дані для розрахунку взяти з табл. 3.3.

Таблиця 3.3. Дані до задачі №3.

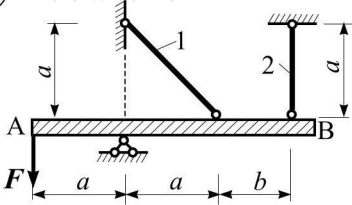
№ рядка	№ схеми (рис. 3.3)	$F$ , кН	Розміри		$k = \frac{A_1}{A_2}$	Матеріал	
			$a$ , м	$b$ , м		Стержень 1	Стержень 2
1	1	260	1,7	1,7	0,5	чавун	чавун
2	2	280	1,8	1,8	0,2	сталь Ст.3	сталь Ст.3
3	3	300	1,9	1,9	0,3	мідь	мідь
4	4	320	2,0	2,0	0,4	чавун	чавун
5	5	340	2,1	2,1	1	сосна	сосна
6	6	380	2,2	2,2	2	мідь	мідь
7	7	400	2,3	2,3	3	бронза	бронза
8	8	420	2,4	2,4	1,5	дюралюм.	дюралюм.
9	9	440	2,5	2,5	2,5	сталь Ст.3	сталь Ст.3
0	10	460	2,6	2,6	0,7	сосна	сосна
	в	б	а	в	а	б	в

*Примітка.* Розрахункові опори та модулі пружності матеріалів стержнів взяти з табл. 3.4.

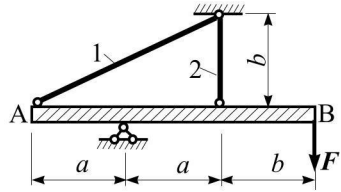
Таблиця 3.4. Фізико-механічні характеристики матеріалів.

Матеріал	Модуль пружності $E$ , МПа	Розрахунковий опір $R$ , МПа	
		розтягу	стиску
Сталь Ст.3	$2,0 \cdot 10^5$	210	210
Чавун	$1,6 \cdot 10^5$	50	140
Мідь	$1,0 \cdot 10^5$	80	80
Бронза	$1,1 \cdot 10^5$	90	90
Сосна	$1,0 \cdot 10^4$	8	14
Дюралюмін	$7,1 \cdot 10^4$	110	110

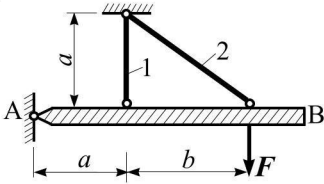
1



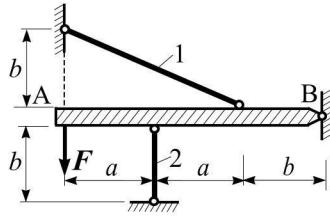
2



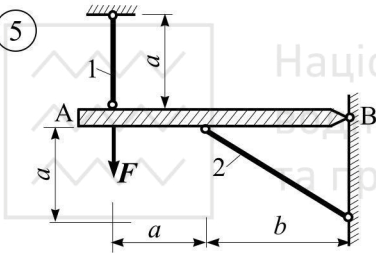
3



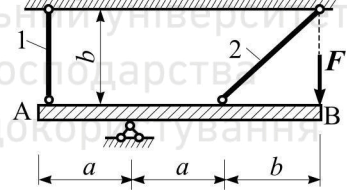
4



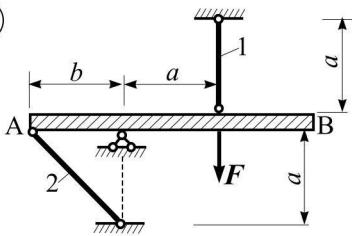
5



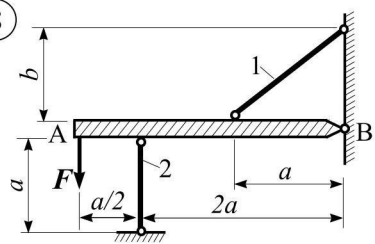
6



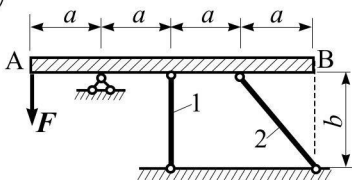
7



8



9



10

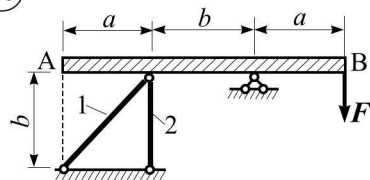


Рис.3.3 Схеми статично невизначних стержневих систем.



1. Визначити ступінь статичної невизначності стержневої конструкції.
2. Скласти рівняння рівноваги для абсолютно жорсткого бруса  $AB$  (статичний бік задачі).
3. Скласти рівняння сумісності деформацій (геометричний бік задачі). При цьому застосувати гіпотезу про малі деформації, згідно з якою можна вважати, що:
  - а) вузли приєднання стержнів 1 та 2 до бруса  $AB$  зміщуються лише вертикально при малому можливому зміщенні бруса;
  - б) кути нахилу стержнів залишаються незмінними (змінюються нехтовно мало).
4. Виразити за законом Гука абсолютні позовжні деформації стержнів 1 та 2 через позовжні зусилля  $N_i$ , що виникатимуть у стержнях внаслідок навантаження (фізичний бік задачі).
5. Розв'язати систему статичних, геометричних та фізичних рівнянь відносно позовжніх зусиль  $N_1$  та  $N_2$ .
6. Із умови міцності при розтязі (стиску), знаючи розрахунковий опір матеріалу (табл. 3.2), визначити необхідні площі  $A_{1, adm}$  і  $A_{2, adm}$  поперечних перерізів стержнів.

**Зауваження:** необхідно пам'ятати, що силовий стан системи залежить від співвідношення жорсткостей стержнів  $EA$ , а задане умовою задачі співвідношення  $k$  між площами  $A_i$  перерізів не є оптимальним за витратою матеріалу.

7. Визначити площі поперечних перерізів стержнів  $A_1$  та  $A_2$  такі, що одночасно задовольняють:
  - а) умови міцності ( $A_1 \geq A_{1, adm}$ ;  $A_2 \geq A_{2, adm}$ );
  - б) умови співвідношення площ перерізів ( $A_1 = kA_2$ );
  - в) умову найменшої витрати матеріалу.Задовольняються ці умови наступним простим методом:
  - приймаємо  $A_1 = A_{1, adm}$ ;
  - визначаємо  $A_2 = A_1 / k$ ;
  - перевіряємо виконання умови  $A_2 \geq A_{2, adm}$ .



Якщо остання умова виконується то задачу розв'язано, а якщо ні, то приймаємо  $A_2 = A_{2, adm}$  та визначаємо  $A_1 = kA_2$ .

8. Визначити перевитрату матеріалу (в %) на стержень, для якого умова міцності виконується як нерівність.

#### 4. ЗУСИЛЛЯ В БАЛКАХ. ПОВНИЙ РОЗРАХУНОК БАЛКИ НА МІЦНІСТЬ ТА ЖОРСТКІСТЬ З АНАЛІЗОМ ЇЇ НАПРУЖЕНОГО СТАНУ

**Задача №4.** Побудова епюр поперечних сил та згинних моментів для статично визначних балок і розрахунок їх на міцність.

*Умова задачі.*

Для заданих статично визначних балок (рис. 4.1) побудувати епюри поперечних сил та згинних моментів і виконати розрахунок балок на міцність.

*Послідовність розв'язання задачі.*

1. Визначити опорні реакції.
2. Побудувати епюри поперечних сил та згинних моментів.
3. Для сталеві балки (рис. 4.1, б) з умов міцності за нормальними напруженнями ( $R = 210$  МПа) добрати поперечні перерізи: двотавровий, прямокутний (із заданим співвідношенням сторін  $h/b$ ), круглий. Задовольнити міцність балок з цими перерізами за максимальними дотичними напруженнями ( $R_s = 110$  МПа).
4. Вибрати з підібраних поперечних перерізів найраціональніший, порівнявши їхні питомі моменти опору  $\omega$ , де  $\omega = \sqrt{W_z^2 / A^3}$ .
5. Виконати повну перевірку міцності добраного раціонального перерізу балки за рис. 4.1, б. Використати четверту теорію міцності. Забезпечити виконання умови міцності балки за четвертою теорією міцності.

Дані взяти з табл. 4.1.



Таблиця 4.1. Дані до задачі №4.

№ рядка	Схема балки (рис. 4.1)	$a$	$b$	$c$	$F$ (кН)	$M$ (кНм)	$q$ (кН/м)	$h/b$
		м						
1	1	1,0	0,8	1,2	40	15	20	3
2	2	1,4	2,0	1,6	25	50	21	4
3	3	1,5	2,4	0,8	50	25	22	2
4	4	1,2	1,6	1,4	30	35	23	1,5
5	5	1,6	2,6	2,4	10	55	24	1,8
6	6	1,8	3,0	1,8	15	20	25	2,2
7	7	2,0	1,4	0,7	20	15	26	3,5
8	8	2,4	1,0	2,0	35	10	27	3,3
9	9	1,7	1,0	0,6	45	30	28	1,2
0	10	1,5	1,2	1,0	20	28	29	1,0
	<b>В</b>	<b>В</b>			<b>б</b>	<b>а</b>	<b>б</b>	<b>В</b>

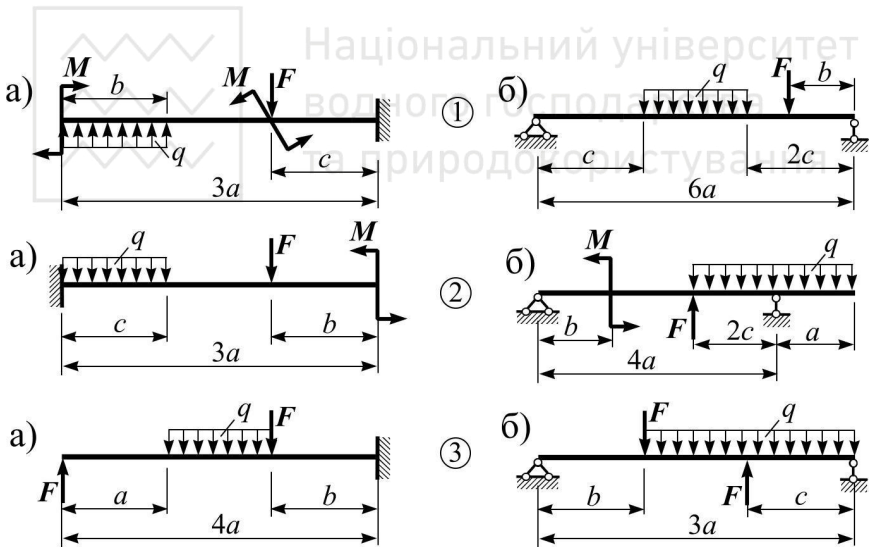


Рис. 4.1. Схеми балок.

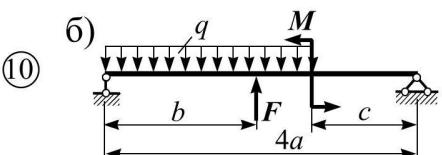
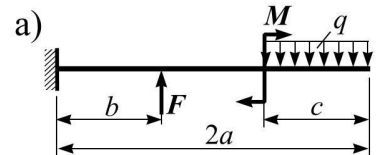
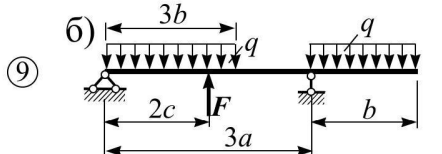
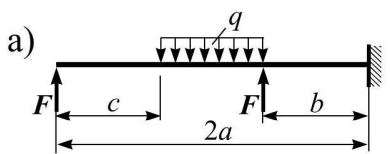
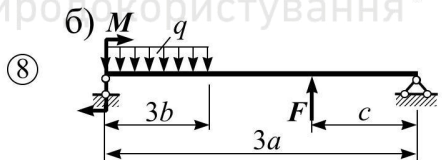
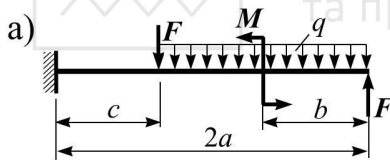
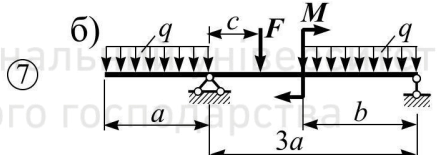
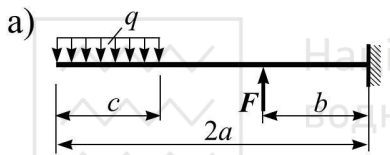
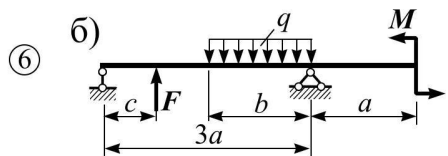
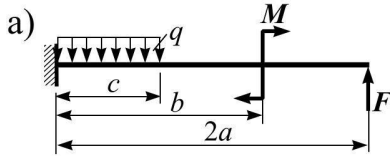
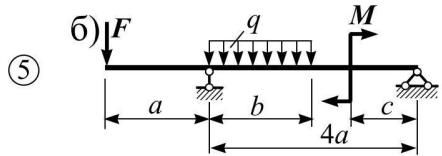
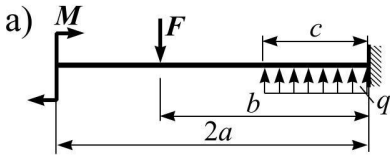
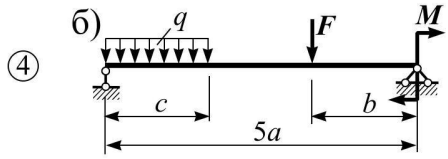
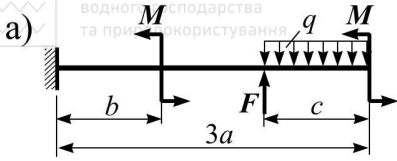


Рис. 4.1. Схеми балок (продовження).

**Задача №5.** Розрахунок статично визначної балки на міцність і жорсткість з аналізом її напруженого стану.

*Умова задачі.*

Для заданої сталїної балки (рис. 4.2, а або рис. 4.2, б) побудувати епюри поперечних сил та згинних моментів, добрати двотавровий переріз, виконати аналіз напруженого стану балки в небезпечному перерізі, побудувати епюри прогинів та кутів повороту поперечних перерізів балки і дати оцінку її жорсткості.

Дані взяті з табл. 4.2. Знак мінус означає, що напрямок дії навантаження протилежний показаному на рисунку.

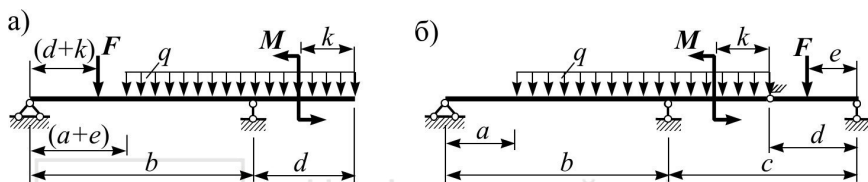


Рис. 4.2. Схеми навантаження двотаврових сталїних балок.

Таблиця 4.2. Дані до задачі №5.

№ рядка	$q$ (кН/м)	$F$ (кН)	$M$ (кНм)	$a$	$b$	$c$	$d$	$e$	$k$
1	20	20	10	0,5	3,0	3,0	1,0	0,5	2,5
2	30	-30	-12	0,8	3,5	3,5	1,2	0,6	3,0
3	-20	100	14	1,1	4,0	4,0	1,4	0,7	4,0
4	40	-60	-16	1,4	4,5	4,5	1,6	0,8	1,0
5	-10	40	18	0,6	5,0	5,0	1,8	0,9	3,5
6	25	-50	-20	0,9	5,5	5,5	2,0	0,8	1,5
7	-25	25	22	1,0	6,0	6,0	1,9	0,7	1,8
8	10	35	-24	1,3	3,8	3,8	1,7	0,6	2,0
9	35	-35	26	0,7	4,8	4,8	1,5	0,5	3,0
0	-45	60	28	1,5	5,8	5,8	1,3	0,4	2,5
	в	б	а	а	в	б	а	б	в

*Послідовність розв'язання задачі.*

1. Визначити опорні реакції. Перевірити правильність їх обчислень.



2. Побудувати епюри поперечних сил та згинних моментів.
3. Добрати двотавровий переріз балки ( $R = 210$  МПа).
4. Перевірити міцність балки за дотичними напругами ( $R_s = 110$  МПа).
5. Забезпечити виконання умов міцності балки за четвертою теорію міцності.
6. Провести повний аналіз напруженого стану балки в небезпечному перерізі, визначивши в семи точках двотаврового перерізу головні напруги та положення головних площинок, а також в кожній з цих точок максимальні дотичні напруги.
7. Побудувати для небезпечного перерізу балки епюри нормальних, дотичних, головних та максимальних дотичних напруг.
8. У кожній з семи точок небезпечного перерізу показати головні площинки та головні напруги, що діють на них.
9. Побудувати епюри кутів повороту  $\theta(x)$  та прогинів  $v(x)$  перерізів балки. Забезпечити виконання умови жорсткості, приймаючи для прогону балки довжиною  $l$  допустимий прогин

$$v_{adm} = \frac{1}{250} l.$$

*Примітка:* 1. Головні напруги та положення головних площинок визначаються за формулами:

$$\sigma_{1,3} = \frac{\sigma}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma}{2}\right)^2 + \tau^2}; \quad \operatorname{tg} 2\alpha_0 = -\frac{2\tau}{\sigma},$$

де  $\sigma$  та  $\tau$  – нормальні та дотичні напруги в розглядуваній точці перерізу, а  $\alpha_0$  – кут між віссю  $x$  балки та вектором напруги  $\sigma_1$ .

Максимальні дотичні напруги можна визначити за формулою

$$\tau_{\max} = \pm \frac{1}{2} \sqrt{\sigma^2 + 4\tau^2}.$$

2. Ординати епюр  $\theta(x)$  і  $v(x)$  слід визначати в усіх характерних перерізах, але відстань між двома сусідніми перерізами не повинна перевищувати  $b/4$  та  $c/4$  у відповідних прогонах з довжинами  $b$  та  $c$ .

3. Координати  $x$  точок екстремумів прогинів  $v(x)$  визначити за епюрою  $\theta(x)$  наближено, використовуючи лінійну апроксимацію  $\theta$  між сусідніми обчисленими значеннями кутів  $\theta$  в перерізах балки.



## 5. СКЛАДНИЙ ОПІР

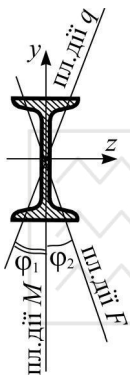
**Задача №6.** Розрахунок статично визначної балки на міцність і жорсткість для випадку деформації косоного згину.

*Умова задачі.*

Для двотаврової балки (рис.5.1) добрати поперечний переріз, побудувати епюру нормальних напруг для небезпечного перерізу балки, визначити прогин перерізу  $C$  балки.

Дані взяти з табл. 5.1.

Таблиця 5.1. Дані до задачі №6.



№ рядка	Схема балки (рис.5.1)	$q$ (кН/м)	$F$ (кН)	$M$ (кНм)	$l$ (м)	$\alpha$	$\beta$	$\varphi_1$ $\varphi_2$	
								град.	
1	1	4	20	15	2,0	0,5	0,4	5	0
2	2	5	22	30	3,5	0,6	0,1	0	6
3	3	6	24	10	1,6	0,7	0,2	6	0
4	4	7	26	28	2,6	0,8	0,3	0	5
5	5	8	28	20	4,0	0,9	0,4	7	0
6	6	9	30	8	1,8	0,5	0,2	0	7
7	7	10	32	25	2,2	0,4	0,3	8	0
8	8	11	34	26	2,4	0,3	0,4	0	8
9	9	12	36	18	3,6	0,7	0,2	9	0
0	10	13	38	12	3,0	0,6	0,3	0	10
	в	б	б	а	в	б	б	в	

*Послідовність розв'язання задачі.*

1. Побудувати епюри згинних моментів в головних площинах балки та встановити небезпечні перерізи за комбінаціями цих моментів.
2. Добрати двотавровий поперечний переріз балки ( $R = 210$  МПа).
3. Визначити положення нейтральної лінії в небезпечному перерізі балки та побудувати для цього перерізу епюру нормальних напруг шляхом геометричного складання епюр  $\sigma$  від роздільної дії вертикального  $M_z$  і горизонтального  $M_y$  згинних моментів.

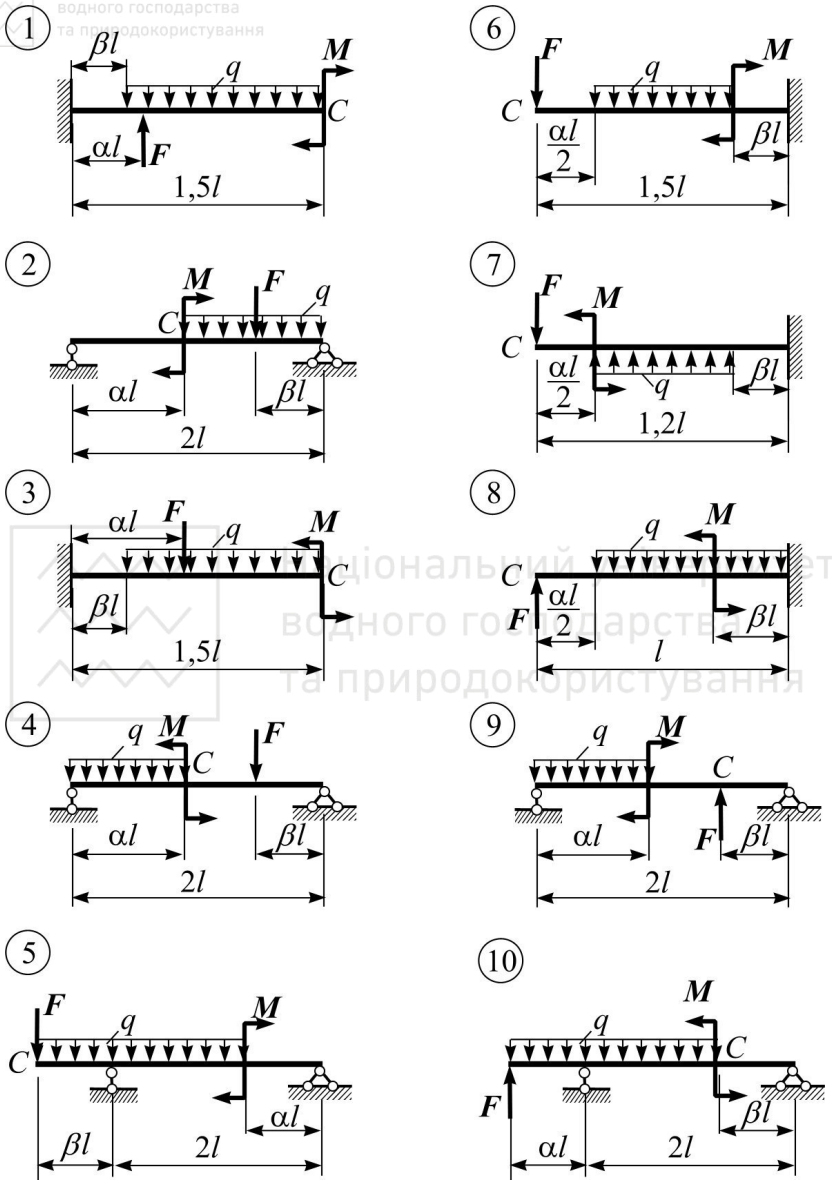


Рис. 5.1. Схеми балок до задачі № 6.



4. Перевірити міцність стінки та полиць двотавра за дотичними напругами ( $R_s = 110$  МПа).
5. Визначити повний прогин перерізу  $C$  балки.

*Примітка:* 1. Якщо епюри згинних моментів в головних площинах такі, що вказати одразу небезпечний переріз не можна, то вибирають кілька небезпечних („підозрілих”) перерізів і для них здійснюють підбір розмірів перерізу.

2. Підбір перерізу прокатних балок здійснюють способом послідовних спроб. В першій спробі можна рекомендувати виконати підбір перерізу при дії окремо тільки  $M_{z, \max}$ , а потім окремо тільки  $M_{y, \max}$ . Взявши більший із двох отриманих перерізів, потрібно перевірити його міцність при одночасній дії обох моментів  $M_z$ ,  $M_y$ . Якщо умова міцності не виконується, номер профілю послідовно збільшують, доки не буде забезпечена його міцність в даному перерізі. Далі отриманий переріз перевіряють на міцність в інших небезпечних перерізах.

**Задача №7.** Розрахунок бруса на міцність при позацентровому стиску.

*Умова задачі.*

Короткий сталевий брус, поперечний переріз якого показано на рис. 2.1., стискається силою  $F$ , що прикладена в точці  $K$  і направлена паралельно до поздовжньої осі бруса. Визначити максимально допустиме навантаження  $F_{adm}$ , якщо  $R = 210$  МПа.

Побудувати ядро перерізу.

Дані взяти з табл. 2.1.

*Послідовність розв’язання задачі.*

1. Визначити площу поперечного перерізу бруса, положення центра маси перерізу, головних центральних осей інерції та координати полюса сили в головній системі координат.
2. Обчислити осьові моменти інерції відносно головних центральних осей та головні радіуси інерції перерізу.
3. Встановити положення нейтральної лінії.



4. Знайти координати найвіддаленіших від нейтральної лінії точок поперечного перерізу та записати формулу для визначення нормальних напруг в цих точках.
5. З умови міцності за нормальними напругами визначити допустиму величину позacentрової сили  $F = F_{adm}$ .
6. Побудувати для поперечного перерізу бруса епюру нормальних напруг від дії  $F_{adm}$ .
7. Побудувати ядро перерізу.

## 6. СТІЙКІСТЬ ЦЕНТРАЛЬНО СТИСНУТИХ СТЕРЖНІВ

**Задача №8.** Розрахунок центрально стиснутого стержня на стійкість за допомогою коефіцієнта поздовжнього згину.

*Умова задачі.*

Добрати поперечний переріз заданої форми (рис. 6.2.) для центрально стиснутого стержня (рис. 6.1.) та визначити для нього коефіцієнт запасу стійкості. Стержень сталевий.

Дані взяті з табл. 6.1.

*Примітка:* необхідний коефіцієнт поздовжнього згину вибрати із табл. 6.2. (подано за додатком 6 із СНІП II-23-81), де  $R_y$  – розрахунковий опір за границею текучості.

Таблиця 6.1. Дані до задачі №8.

№ рядка	Схема перерізу (рис. 6.2)	Схема закріпл. стержня (рис. 6.1)	$F$ (кН)	$l$ (м)	$R_y$ (МПа)	$\delta$ (мм)
1	1	4	150	3,8	200	8
2	2	2	160	3,2	240	10
3	3	3	170	3,4	280	12
4	4	1	180	2,6	320	8
5	5	2	190	3,6	200	10
6	6	1	200	3,5	240	12
7	7	3	210	2,4	280	8
8	8	4	220	4,0	320	10
9	9	3	230	2,7	200	12
0	10	1	240	3,0	240	8
	в	б	а	б	в	а

Таблиця 6.2. Коефіцієнт  $\varphi$  поздовжнього згину центрально стиснутих сталевих стержнів.

Гнучкість $\lambda$	Коефіцієнт $\varphi$ для сталі з розрахунковим опором за границю текучості $R_y$ , МПа			
	200	240	280	320
10	0,988	0,987	0,985	0,984
20	0,967	0,962	0,959	0,955
30	0,939	0,931	0,924	0,917
40	0,906	0,894	0,883	0,873
50	0,869	0,852	0,836	0,822
60	0,827	0,805	0,785	0,766
70	0,782	0,754	0,724	0,687
80	0,734	0,686	0,641	0,602
90	0,665	0,612	0,565	0,522
100	0,599	0,542	0,493	0,448
110	0,537	0,478	0,427	0,381
120	0,479	0,419	0,366	0,321
130	0,425	0,364	0,313	0,276
140	0,376	0,315	0,272	0,240
150	0,328	0,276	0,239	0,211
160	0,290	0,244	0,212	0,187
170	0,259	0,218	0,189	0,167
180	0,233	0,196	0,170	0,150
190	0,210	0,177	0,154	0,136
200	0,191	0,161	0,140	0,124
210	0,174	0,147	0,128	0,113
220	0,160	0,135	0,118	0,104

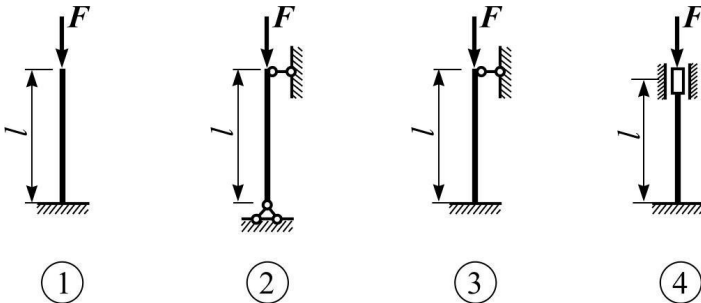


Рис. 6.1. Схеми закріплення центрально стиснутих стержнів.

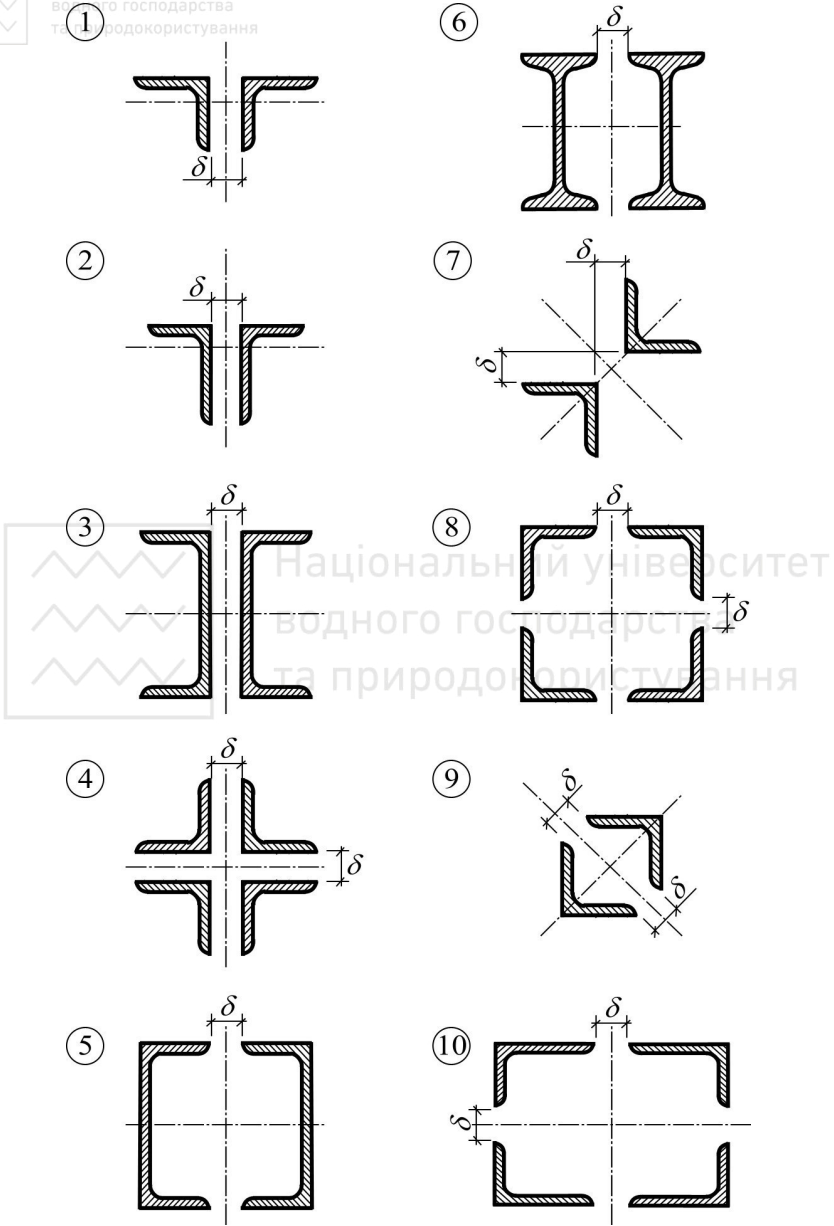


Рис. 6.2. Схеми поперечних перерізів стиснутих стержнів.  
*Примітка:* в схемах 2 та 10 кутики – нерівнобікі.



*Послідовність розв'язання задачі.*

1. Шляхом послідовних наближень добрати поперечний переріз стиснутого стержня, виготовленого із сталюого прокату.
2. Визначити критичне значення сили  $F$  та коефіцієнт запасу стійкості  $n_s$ .
3. Встановити максимальну відстань між поперечними планками, що з'єднують окремі гілки стержня із умови рівності стійкості стержня та його окремої гілки.

**Задача №9.** Визначення несної здатності центрально стиснутого стержня.

*Умова задачі.*

Знайти допустиме навантаження на центрально стиснутий стержень. Довжину стержня  $l$  та схему його закріплення вибрати з табл. 6.1 та рис. 6.1, а поперечний переріз вибрати з табл. 2.1. та рис. 2.1.

*Послідовність розв'язання задачі.*

1. Визначити площу поперечного перерізу, положення його центра маси, головні центральні моменти інерції.
2. Обчислити мінімальний радіус інерції.
3. Знайти гнучкість стержня і за знайденим значенням вибрати із табл. 6.2. коефіцієнт поздовжнього згину.
4. Обчислити допустиме навантаження на стержень із умови стійкості.
5. Визначити критичне значення сили  $F_{cr}$  та коефіцієнт запасу стійкості.

## 7. РОЗРАХУНОК БАЛКИ ПРИ ПОПЕРЕЧНОМУ УДАРІ

**Задача №10.** Розрахунок балки при поперечному ударі.

*Умова задачі.*

Визначити динамічні нормальні напруги, які виникають в небезпечному перерізі сталюї балки, а також стрілу динамічного прогину від вертикального поперечного удару по балці внаслідок падіння з висоти  $H$  вантажу масою  $m$  (рис.7.1). Визначити статичне навантаження, що призвело б до виникнення напруг та деформацій, що дорівнюють динамічним.

Дані для розв'язку задачі взяти з табл. 7.1.



*Послідовність розв'язання задачі.*

1. Для заданої балки, рахуючи, що навантаження  $F = mg$  прикладено статично в точці та у напрямку удару, побудувати епюру згинних моментів та визначити максимальну статичну напругу.
2. Від статичної дії навантаження методом початкових параметрів визначити прогин балки в точці статичної дії вантажу масою  $m$ , а також максимальний прогин балки.
3. Визначити динамічний коефіцієнт  $k_d$ , знехтувавши вагою балки.
4. Визначити максимальну напругу та максимальний прогин від дії динамічного навантаження.
5. Перевірити міцність сталюї балки. У випадку невиконання умови міцності, збільшити переріз балки, врахувавши при цьому і зміну величини  $k_d$ .

Таблиця 7.1. Дані до задачі №10.

№ рядка	Схема балки (рис. 7.1)	Двотавр	Швелер	$m$ (кг)	$l$ (м)	$H$ (мм)
		№ за ГОСТ				
1	1	24	16	50	2,0	50
2	2	27	18	55	2,5	55
3	3	30	20	60	3,0	60
4	4	33	22	65	3,5	65
5	5	36	24	70	4,0	70
6	6	40	27	75	4,5	75
7	7	45	30	80	5,0	80
8	8	50	33	85	5,5	85
9	9	55	36	90	6,0	90
0	10	60	40	95	6,5	95
	<b>в</b>	<b>б</b>	<b>б</b>	<b>в</b>	<b>б</b>	<b>в</b>

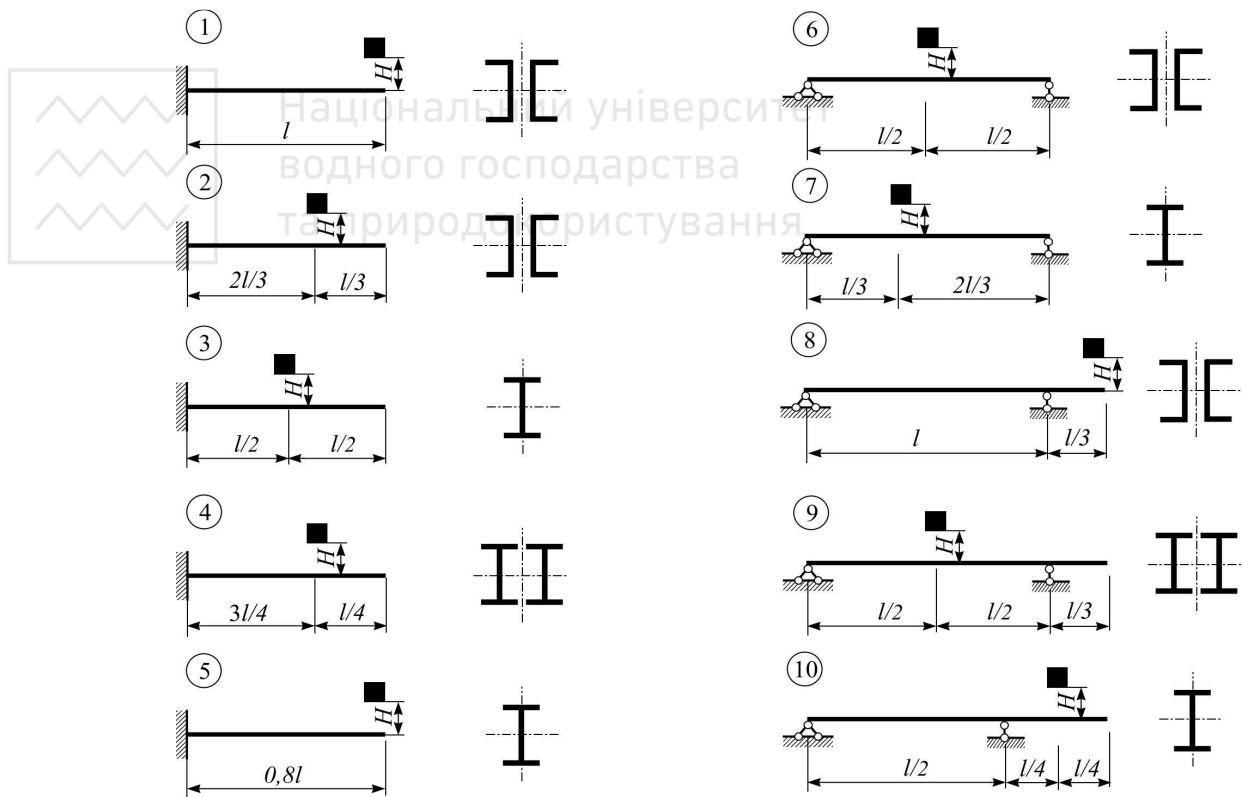


Рис.7.1. Схеми вертикального поперечного удару по балках із вказаними перерізами.



1. Писаренко Г.С. та ін. Опір матеріалів: Підручник – 2-ге вид., доповн. і переробл. – К.: Вища шк., 2004. – 655 с.
2. Мошинський С.І., Примак О.П., Гуртовий О.Г. Задачі і приклади з опору матеріалів / Навчальний посібник. – К.: „Освіта України”, 2009. – 400с.
3. Опір матеріалів з основами теорії пружності й пластичності у 2-х ч., 5кн. – Ч.1, кн.1. Загальні основи курсу: Підручник / В.Г.Піскунов, В.К. Присяжнюк; За ред. В.Г. Піскунова.– К.: Вища школа , 1994. – 204 с.
4. Опір матеріалів з основами теорії пружності й пластичності у 2-х ч., 5кн. – Ч.1, кн.2. Опір бруса: Підручник / В.Г.Піскунов, Ю.М. Федоренко, В.Д. Шевченко та ін.; За ред. В.Г. Піскунова.– К.: Вища школа , 1994. – 335 с.

