

**УДК 699.812.2**

**Кусковець С.Л., к.т.н., доцент** (Національний університет водного господарства та природокористування, м. Рівне), **Половко А.П., к.т.н., Борис О.П.** (Львівський державний університет безпеки життєдіяльності), **Величко Л.Д., к. ф.-м. н., доцент** (Академія сухопутних військ ім. Петра Сагайдачного, м. Львів)

### **РОЗПОДІЛ ТЕМПЕРАТУРНОГО ПОЛЯ В ДВОХШАРОВІЙ ПЛОСКІЙ КОНСТРУКЦІЇ ПРИ УМОВІ НЕІДЕАЛЬНОГО ТЕПЛОВОГО КОНТАКТУ МІЖ ШАРАМИ ТА НАЯВНОСТІ ГРАНИЧНИХ УМОВ ТРЕТЬОГО ТИПУ**

У статті розглянуто задачі нестационарного температурного поля в двошаровій конструкції при неідеальному тепловому контакті між шарами і запропоновано метод її розв'язку, який може використовуватись при розрахунку товщини вогнезахисного покриття.

**Ключові слова:** металеві конструкції, вогнезахист, вогнестійкість.

В статье рассмотрено задачу нестационарного температурного поля в двухшаровой конструкции при неидеальном тепловом контакте между шарами и предложен метод ее решения, какой может использоваться при расчете огнезащитного слоя покрытия.

**Ключевые слова:** металлические конструкции, огнезащита, огнестойкость.

The consideration of task of the non-stationary temperature field is conducted in a double-layer construction at a non-perfect thermal contact between layers and the method of her decision, which can be used for the calculation of thickness of fireproof coverage, is offered in the article.

**Keywords:** metal construction, fire protection, fire resistance.

**Характерною особливістю** сучасного будівництва є застосування у великій кількості металевих конструкцій різних типів.

При дії високих температур пожежі металеві конструкції, швидко прогріваються або руйнуються, тобто не мають достатньої вогнестійкості за ознакою несучої здатності, чи теплоізолюючої здатності. Тобто застосування незахищених металевих конструкцій дуже обмежене і майже не можливе. Для того, щоб можна було їх широко використовувати необхідно здійснювати вогнезахист різними вогнезахисними засобами [1].

**Аналіз останніх досягнень та публікацій.** Для обмеження зменшення міцності металевих конструкцій в умовах пожежі необхідно зменшити швидкість їх нагріву. З цією метою використовують спеціальний вогнезахист. Для

металевих конструкцій використовують два методи вогнезахисту тепловідвід і теплоізоляцію.

Для вогнезахисту методом теплоізоляції, як правило, застосовують три способи:

- облицювання металу негорючими матеріалами;
- встановлення теплоізолюючих облицювань (екранів);
- нанесення вогнезахисних покриттів [2].

На ринку України широко представлені як вітчизняні, так і закордонні вогнезахисні матеріали. Згідно діючого законодавства вогнезахисні засоби повинні обов'язково пройти сертифікацію. В основу сертифікації покладено проведення натурних вогневих випробувань у відповідності до нормативних документів [3], які визначають товщину вогнезахисного покриття залежно від необхідної межі вогнестійкості.

Окрім експериментального визначення області застосування [4] металевих конструкцій, можуть застосовуватись теоретичні методики розрахунку їх межі вогнестійкості.

При цьому необхідно вирішувати питання, пов'язані із забезпеченням довгої і надійної експлуатації металевих конструкцій, в тому числі при дії високих температур під час пожежі, а фахівці з пожежної безпеки, в свою чергу повинні бути впевнені в їхній вогнестійкості.

Виробники вогнезахисних матеріалів, як правило рекомендують методики розрахунку товщини вогнезахисного покриття для металевих конструкцій залежно від їхніх характеристик та умов експлуатації конструкції в цілому. Але дані методики можуть застосовуватись лише для певного виду вогнезахисного покриття, які, як правило, при дії високих температур змінюють свої геометричні та теплофізичні параметри (товщину, теплопровідність, густину).

**Метою даної роботи** є спроба удосконалення існуючих методик розрахунку вогнезахисного покриття для вогнезахисних матеріалів, які під час пожежі зберігають теплофізичні та геометричні параметри постійними.

**В практиці розрахунків температурної задачі**, як правило, необхідно вирішувати задачу нестационарної теплопровідності. В умовах пожежі найчастіше зустрічається ситуація нагрівання конструкції з однієї сторони і конвекційний теплообмін з навколишнім середовищем з іншої [5].

Нестационарне температурне поле спостерігається при нагріванні огорожувальних конструкцій споруд в умовах реальної пожежі. Для розв'язування нестационарної задачі теплопровідності використовують різні аналітичні (метод розділення змінних, метод джерел, перетворення Лапласа) і чисельні методи, про що буде описано в подальшому.

В умовах реальної або стандартної пожежі на будівельні конструкції діє нестационарне температурне поле з постійною зміною інтенсивності зовнішнього джерела енергії. Тому подальші дослідження будуть присвячені розгляду описаного вище випадку нагріву двошарової плоскої конструкції нестационарним температурним полем [6].

**Результати досліджень.** Розглядається задача визначення температурного поля в двохшаровій плоскій конструкції при неідеальному тепловому контакті між шарами та наявності граничних умов третього типу. Рівняння теплопровідності для кожного з шарів має вигляд:

$$\frac{\partial^2 t_1(x, \tau)}{\partial x^2} = \frac{1}{a_1} \frac{\partial t_1(x, \tau)}{\partial \tau}, \quad (0 < x < l_1; \tau > 0), \quad (1)$$

$$\frac{\partial^2 t_2(x, \tau)}{\partial x^2} = \frac{1}{a_2} \frac{\partial t_2(x, \tau)}{\partial \tau}, \quad (l_1 < x < l_2; \tau > 0), \quad (2)$$

де  $l_1$  – товщина першого шару плоскої конструкції;  $l_2 - l_1$  – товщина другої плоскої конструкції;  $[l_i] = m$ ;  $x$  – координата,  $[x] = m$ ;  $\tau$  – час,  $[\tau] = c$ ;  $t$  – температура,  $[t] = ^\circ C$ ;  $a_1$  – коефіцієнт теплопровідності першого шару конструкції;  $a_2$  – коефіцієнт теплопровідності другого шару конструкції;  $[a_i] = \frac{m^2}{c}$ .

В початковий момент часу розподіл температурного поля по товщині двохшарової конструкції відомий, тобто

$$t(x, 0) = f(x), \quad (0 \leq x \leq l_2). \quad (3)$$

Вважаємо, що на зовнішніх поверхнях двохшарової конструкції існує конвекційний теплообмін з навколишнім середовищем, тобто виконуються умови

$$\lambda_1 \frac{\partial t_1(0, \tau)}{\partial x} = -\alpha_0 (t_{p0}(\tau) - t_1(0, \tau)), \quad (4)$$

та

$$\lambda_2 \frac{\partial t_2(l_2, \tau)}{\partial x} = \alpha_2 (t_{p2}(\tau) - t_2(l_2, \tau)), \quad (5)$$

де  $\lambda_1, \lambda_2$  – коефіцієнти теплопровідності першого і другого шарів конструкції;  $\alpha_0, \alpha_2$  – коефіцієнт тепловіддачі від поверхонь конструкцій в навколишнє середовище;  $t_{p0}(\tau), t_{p2}(\tau)$  – температури навколишнього середовища за межами при поверхневих теплових шарів.

Між шарами існує неідеальний тепловий контакт, тобто виконуються умови:

$$\lambda_1 \frac{\partial t_1(l_1, \tau)}{\partial x} = \lambda_2 \frac{\partial t_2(l_1, \tau)}{\partial x}, \quad (6)$$

$$\lambda_1 \frac{\partial t_1(l_1, \tau)}{\partial x} = \alpha_1 (t_2(l_1, \tau) - t_1(l_1, \tau)). \quad (7)$$

Для розв'язування задачі теплопровідності (1)-(7) використовуємо перетворення Лапласа по параметру  $\tau$ , тоді рівняння (1) і (2) наберуть вигляду:

$$\frac{d^2 t_1(x, \omega)}{dx^2} - \frac{\omega}{a_1} t_1(x, \omega) = -\frac{1}{a_1} f(x), \quad (0 < x < l_1) \quad (8)$$

$$\frac{d^2 t_2(x, \omega)}{dx^2} - \frac{\omega}{a_2} t_2(x, \omega) = -\frac{1}{a_2} f(x), \quad (l_1 < x < l_2), \quad (9)$$

$$\text{де } t_i(x, \omega) = \int_0^{\infty} t_i(x, \tau) e^{-\omega \tau} d\tau, \quad (i = 1, 2). \quad (10)$$

Розв'язки диференціальних рівнянь (8) і (9) наступні:

$$t_1(x, \omega) = C_{11} sh \sqrt{\frac{\omega}{a_1}} x + C_{21} ch \sqrt{\frac{\omega}{a_1}} x + \frac{1}{\sqrt{\omega a_1}} \int_0^x f(\xi) sh \sqrt{\frac{\omega}{a_1}} (\xi - x) d\xi, \quad (0 \leq x \leq l_1) \quad (11)$$

$$t_2(x, \omega) = C_{12} sh \sqrt{\frac{\omega}{a_2}} x + C_{22} ch \sqrt{\frac{\omega}{a_2}} x + \frac{1}{\sqrt{\omega a_2}} \int_{l_1}^x f(\xi) sh \sqrt{\frac{\omega}{a_2}} (\xi - x) d\xi \quad (l_1 \leq x \leq l_2). \quad (12)$$

Сталі інтегрування необхідно визначати використовуючи граничні умови і умови неідеального теплового контакту між шарами, які після дії на них перетворенням Лапласа наберуть вигляду:

$$\lambda_1 \frac{dt_1(0, \omega)}{dx} = -\alpha_0 (t_{p0}(\omega) - t_1(0, \omega)), \quad (13)$$

$$\lambda_2 \frac{dt_2(l_2, \omega)}{dx} = \alpha_2 (t_{p2}(\omega) - t_2(l_2, \omega)), \quad (14)$$

$$\lambda_1 \frac{dt_1(l_1, \omega)}{dx} = \lambda_2 \frac{dt_2(l_1, \omega)}{dx}. \quad (15)$$

$$\lambda_1 \frac{dt_1(l_1, \omega)}{dx} = \alpha_1 (t_2(l_1, \omega) - t_1(l_1, \omega)). \quad (16)$$

Здійснюючи математичні перетворення, отримано характеристичне рівняння, яке дійсних коренів не має, а має тільки нульові або уявні корені.

Враховуючи розклади в степеневі ряди характеристичного рівняння чисельників, можна твердити, що характеристичне рівняння має подвійний нульовий корінь. Здійснюючи перехід до оригіналу, дані розклади дадуть наступні доданки:

$$t_{10}(x, \tau) = \frac{k_{01}}{k_2} \tau + \frac{k_{11}}{k_2} - \frac{k_{01}k_3}{k_2^2},$$

$$t_{20}(x, \tau) = \frac{k_{02}}{k_2} \tau + \frac{k_{12}}{k_2} - \frac{k_{02}k_3}{k_2^2}.$$

Наявність уявних коренів характеристичного рівняння дає доданки

$$t_{11}(x, \tau) = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{e^{-\gamma_i^2 \tau}}{\Delta'(\gamma_i)} \left( \left( \frac{t_{p01}}{\gamma_i^4} - \frac{t_{p00}}{\gamma_i^2} \right) \left( \frac{\lambda_1 \gamma_i}{\alpha_2 \sqrt{a_1}} \cos \frac{\gamma_i(x-l_1)}{\sqrt{a_1}} \cos \frac{\gamma_i(l_2-l_1)}{\sqrt{a_2}} - \right. \right.$$

$$- \frac{\lambda_1 \lambda_2 \gamma_i^2}{\alpha_1 \alpha_2 \sqrt{a_1 a_2}} \cos \frac{\gamma_i(x-l_1)}{\sqrt{a_1}} \sin \frac{\gamma_i(l_2-l_1)}{\sqrt{a_2}} + \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \sqrt{\frac{a_2}{a_1}} \cos \frac{\gamma_i(x-l_1)}{\sqrt{a_1}} \sin \frac{\gamma_i(l_2-l_1)}{\sqrt{a_2}} +$$

$$+ \frac{\lambda_1 \gamma_i}{\alpha_1 \sqrt{a_1}} \cos \frac{\gamma_i(x-l_1)}{\sqrt{a_1}} \cos \frac{\gamma_i(l_2-l_1)}{\sqrt{a_2}} + \frac{\lambda_2 \gamma_i}{\alpha_2 \sqrt{a_2}} \sin \frac{\gamma_i(x-l_1)}{\sqrt{a_1}} \sin \frac{\gamma_i(l_2-l_1)}{\sqrt{a_2}} -$$

$$- \left. \sin \frac{\gamma_i(x-l_1)}{\sqrt{a_1}} \cos \frac{\gamma_i(l_2-l_1)}{\sqrt{a_2}} \right) + \left( \sin \frac{\gamma_i x}{\sqrt{a_1}} + \frac{\lambda_1 \gamma_i}{\alpha_0 \sqrt{a_1}} \cos \frac{\gamma_i x}{\sqrt{a_1}} \right) \left( \frac{t_{p21}}{\gamma_i^4} - \frac{t_{p20}}{\gamma_i^2} + \right.$$

$$+ \left( \frac{\lambda_1}{\alpha_2} \cos \frac{\gamma_i(l_2-l_1)}{\sqrt{a_2}} - \frac{\lambda_1 \lambda_2 \gamma_i}{\alpha_1 \alpha_2 \sqrt{a_2}} \sin \frac{\gamma_i(l_2-l_1)}{\sqrt{a_2}} + \frac{\lambda_1 \sqrt{a_2}}{\lambda_2 \gamma_i} \sin \frac{\gamma_i(l_2-l_1)}{\sqrt{a_2}} + \right.$$

$$+ \left. \frac{\lambda_1}{\alpha_1} \cos \frac{\gamma_i(l_2-l_1)}{\sqrt{a_2}} \right) \frac{1}{a_1} \int_0^{l_1} f(\xi) \cos \frac{\gamma_i(\xi-l_1)}{\sqrt{a_1}} d\xi + \left( \frac{\lambda_2 \gamma_i}{\alpha_2 \sqrt{a_2}} \sin \frac{\gamma_i(l_2-l_1)}{\sqrt{a_2}} - \right.$$

$$- \left. \cos \frac{\gamma_i(l_2-l_1)}{\sqrt{a_2}} \right) \frac{1}{\gamma_i \sqrt{a_1}} \int_0^{l_1} f(\xi) \sin \frac{\gamma_i(\xi-l_1)}{\sqrt{a_1}} d\xi + \frac{\lambda_2}{\alpha_2 a_2} \int_{l_1}^{l_2} f(\xi) \cos \frac{\gamma_i(\xi-l_2)}{\sqrt{a_2}} d\xi -$$

$$- \left. \frac{1}{\gamma_i \sqrt{a_2}} \int_{l_1}^{l_2} f(\xi) \sin \frac{\gamma_i(\xi-l_2)}{\sqrt{a_2}} d\xi \right) \left. \right).$$

$$t_{21}(x, \tau) = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{e^{-\gamma_i^2 \tau}}{\Delta'(\gamma_i)} \left( \left( \frac{t_{p01}}{\gamma_i^4} - \frac{t_{p00}}{\gamma_i^2} \right) \left( \frac{\lambda_1 \gamma_i}{\alpha_2 \sqrt{a_1}} \cos \frac{\gamma_i(l_2-x)}{\sqrt{a_2}} + \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \sqrt{\frac{a_2}{a_1}} \sin \frac{\gamma_i(l_2-x)}{\sqrt{a_2}} \right) + \right.$$

$$\begin{aligned}
 & + \left( \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \sqrt{\frac{a_2}{a_1}} \sin \frac{\gamma_i(x-l_1)}{\sqrt{a_2}} \cos \frac{\gamma_i l_1}{\sqrt{a_1}} - \frac{\lambda_1^2 \sqrt{a_2} \gamma_i}{\alpha_0 \lambda_2 a_1} \sin \frac{\gamma_i(x-l_1)}{\sqrt{a_2}} \sin \frac{\gamma_i l_1}{\sqrt{a_1}} + \right. \\
 & + \frac{\lambda_1 \gamma_i}{\alpha_1 \sqrt{a_1}} \cos \frac{\gamma_i(x-l_1)}{\sqrt{a_2}} \cos \frac{\gamma_i l_1}{\sqrt{a_1}} + \cos \frac{\gamma_i(x-l_1)}{\sqrt{a_2}} \sin \frac{\gamma_i l_1}{\sqrt{a_1}} + \frac{\lambda_1 \gamma_i}{\alpha_0 \sqrt{a_1}} \cos \frac{\gamma_i(x-l_1)}{\sqrt{a_2}} \cos \frac{\gamma_i l_1}{\sqrt{a_1}} - \\
 & - \frac{\lambda_1^2 \gamma_i^2}{\alpha_0 \alpha_1 a_1} \cos \frac{\gamma_i(x-l_1)}{\sqrt{a_2}} \sin \frac{\gamma_i l_1}{\sqrt{a_1}} \left. \right) \left( \frac{t_{p21}}{\gamma_i^4} - \frac{t_{p20}}{\gamma_i^2} + \left( \frac{\lambda_1}{\alpha_1} \cos \frac{\gamma_i(l_2-l_1)}{\sqrt{a_2}} + \frac{\lambda_1}{\alpha_2} \cos \frac{\gamma_i(l_2-l_1)}{\sqrt{a_2}} + \right. \right. \\
 & + \frac{\lambda_1 \sqrt{a_2}}{\lambda_2 \gamma_i} \sin \frac{\gamma_i(l_2-l_1)}{\sqrt{a_2}} - \frac{\lambda_1 \lambda_2 \gamma_i}{\alpha_1 \alpha_2 \sqrt{a_2}} \sin \frac{\gamma_i(l_2-l_1)}{\sqrt{a_2}} \left. \right) \frac{1}{a_1} \int_0^{l_1} f(\xi) \cos \frac{\gamma_i(\xi-l_1)}{\sqrt{a_1}} d\xi + \\
 & + \left( \frac{\lambda_2 \gamma_i}{\alpha_2 \sqrt{a_2}} \sin \frac{\gamma_i(l_2-l_1)}{\sqrt{a_2}} - \cos \frac{\gamma_i(l_2-l_1)}{\sqrt{a_2}} \right) \frac{1}{\gamma_i \sqrt{a_1}} \int_0^{l_1} f(\xi) \sin \frac{\gamma_i(\xi-l_1)}{\sqrt{a_1}} d\xi + \\
 & + \left. \frac{\lambda_2}{\alpha_2 a_2} \int_{l_1}^{l_2} f(\xi) \cos \frac{\gamma_i(\xi-l_2)}{\sqrt{a_2}} d\xi - \frac{1}{\gamma_i \sqrt{a_2}} \int_{l_1}^{l_2} f(\xi) \sin \frac{\gamma_i(\xi-l_2)}{\sqrt{a_2}} d\xi \right),
 \end{aligned}$$

де  $\gamma_i$  – корені характеристичного рівняння

$$\begin{aligned}
 \Delta(\gamma) &= \frac{\lambda_1 \gamma}{\alpha_2 \sqrt{a_1}} \cos \frac{\gamma l_1}{\sqrt{a_1}} \cos \frac{\gamma(l_2-l_1)}{\sqrt{a_2}} - \frac{\lambda_1 \lambda_2 \gamma^2}{\alpha_1 \alpha_2 \sqrt{a_1 a_2}} \cos \frac{\gamma l_1}{\sqrt{a_1}} \sin \frac{\gamma(l_2-l_1)}{\sqrt{a_2}} + \\
 & + \frac{\lambda_1}{\lambda_2} \sqrt{\frac{a_2}{a_1}} \cos \frac{\gamma l_1}{\sqrt{a_1}} \sin \frac{\gamma(l_2-l_1)}{\sqrt{a_2}} + \frac{\lambda_1 \gamma}{\alpha_1 \sqrt{a_1}} \cos \frac{\gamma l_1}{\sqrt{a_1}} \cos \frac{\gamma(l_2-l_1)}{\sqrt{a_2}} - \\
 & - \frac{\lambda_2 \gamma}{\alpha_2 \sqrt{a_2}} \sin \frac{\gamma l_1}{\sqrt{a_1}} \sin \frac{\gamma(l_2-l_1)}{\sqrt{a_2}} + \sin \frac{\gamma l_1}{\sqrt{a_1}} \cos \frac{\gamma(l_2-l_1)}{\sqrt{a_2}} - \frac{\lambda_1^2 \gamma^2}{\alpha_0 \alpha_2 a_1} \sin \frac{\gamma l_1}{\sqrt{a_1}} \cos \frac{\gamma(l_2-l_1)}{\sqrt{a_2}} + \\
 & + \frac{\lambda_1^2 \lambda_2 \gamma^3}{\alpha_0 \alpha_1 \alpha_2 a_1 \sqrt{a_2}} \sin \frac{\gamma l_1}{\sqrt{a_1}} \sin \frac{\gamma(l_2-l_1)}{\sqrt{a_2}} - \frac{\lambda_1^2 \gamma \sqrt{a_2}}{\alpha_0 \lambda_2 a_1} \sin \frac{\gamma l_1}{\sqrt{a_1}} \sin \frac{\gamma(l_2-l_1)}{\sqrt{a_2}} - \frac{\lambda_1^2 \gamma^2}{\alpha_0 \alpha_1 a_1} \sin \frac{\gamma l_1}{\sqrt{a_1}} \cdot \\
 & \cdot \cos \frac{\gamma(l_2-l_1)}{\sqrt{a_2}} - \frac{\lambda_1 \lambda_2 \gamma^2}{\alpha_0 \alpha_2 \sqrt{a_1 a_2}} \cos \frac{\gamma l_1}{\sqrt{a_1}} \sin \frac{\gamma(l_2-l_1)}{\sqrt{a_2}} + \frac{\lambda_1 \gamma}{\alpha_0 \sqrt{a_1}} \cos \frac{\gamma l_1}{\sqrt{a_1}} \cos \frac{\gamma(l_2-l_1)}{\sqrt{a_2}} \\
 \Delta'(\gamma) &= \frac{\lambda_1 l_1}{2 \alpha_2 a_1} \sin \frac{\gamma l_1}{\sqrt{a_1}} \cos \frac{\gamma(l_2-l_1)}{\sqrt{a_2}} - \frac{0,5 \lambda_1}{\alpha_2 \gamma \sqrt{a_1}} \cos \frac{\gamma l_1}{\sqrt{a_1}} \cos \frac{\gamma(l_2-l_1)}{\sqrt{a_2}} +
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & + \frac{\lambda_1(l_2 - l_1)}{2\alpha_2\sqrt{a_1a_2}} \cos \frac{\gamma_1}{\sqrt{a_1}} \sin \frac{\gamma(l_2 - l_1)}{\sqrt{a_2}} + \frac{\lambda_1\lambda_2}{\alpha_1\alpha_2\sqrt{a_1a_2}} \cos \frac{\gamma_1}{\sqrt{a_1}} \sin \frac{\gamma(l_2 - l_1)}{\sqrt{a_2}} - \\
 & - \frac{\lambda_1\lambda_2\gamma_1}{2\alpha_1\alpha_2a_1\sqrt{a_2}} \sin \frac{\gamma_1}{\sqrt{a_1}} \sin \frac{\gamma(l_2 - l_1)}{\sqrt{a_2}} + \frac{\lambda_1\lambda_2\gamma(l_2 - l_1)}{2\alpha_1\alpha_2\sqrt{a_1a_2}} \cos \frac{\gamma_1}{\sqrt{a_1}} \cos \frac{\gamma(l_2 - l_1)}{\sqrt{a_2}} + \\
 & + \frac{\lambda_1\sqrt{a_2}l_1}{2\lambda_2\gamma a_1} \sin \frac{\gamma_1}{\sqrt{a_1}} \sin \frac{\gamma(l_2 - l_1)}{\sqrt{a_2}} - \frac{\lambda_1(l_2 - l_1)}{2\lambda_2\gamma\sqrt{a_1}} \cos \frac{\gamma_1}{\sqrt{a_1}} \cos \frac{\gamma(l_2 - l_1)}{\sqrt{a_2}} - \\
 & - \frac{0,5\lambda_1}{\alpha_1\gamma\sqrt{a_1}} \cos \frac{\gamma_1}{\sqrt{a_1}} \cos \frac{\gamma(l_2 - l_1)}{\sqrt{a_2}} + \frac{\lambda_1l_1}{2\alpha_1a_1} \sin \frac{\gamma_1}{\sqrt{a_1}} \cos \frac{\gamma(l_2 - l_1)}{\sqrt{a_2}} + \frac{\lambda_1(l_2 - l_1)}{2\alpha_1\sqrt{a_1a_2}} \cos \frac{\gamma_1}{\sqrt{a_1}} \cdot \\
 & \cdot \sin \frac{\gamma(l_2 - l_1)}{\sqrt{a_2}} + \frac{0,5\lambda_2}{\alpha_2\gamma\sqrt{a_2}} \sin \frac{\gamma_1}{\sqrt{a_1}} \sin \frac{\gamma(l_2 - l_1)}{\sqrt{a_2}} + \frac{\lambda_2l_1}{2\alpha_2\sqrt{a_1a_2}} \cos \frac{\gamma_1}{\sqrt{a_1}} \sin \frac{\gamma(l_2 - l_1)}{\sqrt{a_2}} + \\
 & + \frac{\lambda_2(l_2 - l_1)}{2\alpha_2a_2} \sin \frac{\gamma_1}{\sqrt{a_1}} \cos \frac{\gamma(l_2 - l_1)}{\sqrt{a_2}} - \frac{l_1}{2\gamma\sqrt{a_1}} \cos \frac{\gamma_1}{\sqrt{a_1}} \cos \frac{\gamma(l_2 - l_1)}{\sqrt{a_2}} + \frac{l_2 - l_1}{2\gamma\sqrt{a_2}} \sin \frac{\gamma_1}{\sqrt{a_1}} \cdot \\
 & \cdot \sin \frac{\gamma(l_2 - l_1)}{\sqrt{a_2}} + \frac{\lambda_1^2}{\alpha_0\alpha_2a_1} \sin \frac{\gamma_1}{\sqrt{a_1}} \cos \frac{\gamma(l_2 - l_1)}{\sqrt{a_2}} + \frac{\lambda_1^2\gamma_1}{2\alpha_0\alpha_2a_1\sqrt{a_1}} \cos \frac{\gamma_1}{\sqrt{a_1}} \cos \frac{\gamma(l_2 - l_1)}{\sqrt{a_2}} - \\
 & - \frac{\lambda_1^2\gamma(l_2 - l_1)}{2\alpha_0\alpha_2a_1\sqrt{a_2}} \sin \frac{\gamma_1}{\sqrt{a_1}} \sin \frac{\gamma(l_2 - l_1)}{\sqrt{a_2}} - \frac{3\lambda_1^2\lambda_2\gamma}{2\alpha_0\alpha_1\alpha_2a_1\sqrt{a_2}} \sin \frac{\gamma_1}{\sqrt{a_1}} \sin \frac{\gamma(l_2 - l_1)}{\sqrt{a_2}} - \\
 & - \frac{\lambda_1^2\lambda_2\gamma^2l_1}{2\alpha_0\alpha_1\alpha_2a_1\sqrt{a_1a_2}} \cos \frac{\gamma_1}{\sqrt{a_1}} \sin \frac{\gamma(l_2 - l_1)}{\sqrt{a_2}} - \frac{\lambda_1^2\lambda_2\gamma^2(l_2 - l_1)}{2\alpha_0\alpha_1\alpha_2a_1a_2} \sin \frac{\gamma_1}{\sqrt{a_1}} \cos \frac{\gamma(l_2 - l_1)}{\sqrt{a_2}} + \\
 & + \frac{\lambda_1^2\sqrt{a_2}}{2\alpha_0\lambda_2a_1\gamma} \sin \frac{\gamma_1}{\sqrt{a_1}} \sin \frac{\gamma(l_2 - l_1)}{\sqrt{a_2}} + \frac{\lambda_1^2\sqrt{a_2}l_1}{2\alpha_0\lambda_2a_1\sqrt{a_1}} \cos \frac{\gamma_1}{\sqrt{a_1}} \sin \frac{\gamma(l_2 - l_1)}{\sqrt{a_2}} + \frac{\lambda_1^2(l_2 - l_1)}{2\alpha_0\lambda_2a_1} \cdot \\
 & \cdot \sin \frac{\gamma_1}{\sqrt{a_1}} \cos \frac{\gamma(l_2 - l_1)}{\sqrt{a_2}} + \frac{\lambda_1^2}{\alpha_0\alpha_1a_1} \sin \frac{\gamma_1}{\sqrt{a_1}} \cos \frac{\gamma(l_2 - l_1)}{\sqrt{a_2}} + \frac{\lambda_1^2\gamma_1}{2\alpha_0\alpha_1a_1\sqrt{a_1}} \cos \frac{\gamma_1}{\sqrt{a_1}} \cdot \\
 & \cdot \cos \frac{\gamma(l_2 - l_1)}{\sqrt{a_2}} - \frac{\lambda_1^2\gamma(l_2 - l_1)}{2\alpha_0\alpha_1a_1\sqrt{a_2}} \sin \frac{\gamma_1}{\sqrt{a_1}} \sin \frac{\gamma(l_2 - l_1)}{\sqrt{a_2}} + \frac{\lambda_1\lambda_2}{\alpha_0\alpha_2\sqrt{a_1a_2}} \cos \frac{\gamma_1}{\sqrt{a_1}} \sin \frac{\gamma(l_2 - l_1)}{\sqrt{a_2}} -
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & - \frac{\lambda_1 \lambda_2 \gamma_1}{2\alpha_0 \alpha_2 a_1 \sqrt{a_2}} \sin \frac{\gamma_1}{\sqrt{a_1}} \sin \frac{\gamma(l_2 - l_1)}{\sqrt{a_2}} + \frac{\lambda_1 \lambda_2 \gamma(l_2 - l_1)}{2\alpha_0 \alpha_2 \sqrt{a_1} a_2} \cos \frac{\gamma_1}{\sqrt{a_1}} \cos \frac{\gamma(l_2 - l_1)}{\sqrt{a_2}} - \\
 & - \frac{\lambda_1}{2\alpha_0 \gamma \sqrt{a_1}} \cos \frac{\gamma_1}{\sqrt{a_1}} \cos \frac{\gamma(l_2 - l_1)}{\sqrt{a_2}} + \frac{\lambda_1 l_1}{2\alpha_0 a_1} \sin \frac{\gamma_1}{\sqrt{a_1}} \cos \frac{\gamma(l_2 - l_1)}{\sqrt{a_2}} + \\
 & + \frac{\lambda_1 (l_2 - l_1)}{2\alpha_0 \sqrt{a_1} a_2} \cos \frac{\gamma_1}{\sqrt{a_1}} \sin \frac{\gamma(l_2 - l_1)}{\sqrt{a_2}}.
 \end{aligned}$$

Отже, розв'язок задачі теплопровідності (1)-(7) за умови, що

$$t_{p0}(\tau) = t_{p00} + t_{p01}\tau \text{ і } t_{p2}(\tau) = t_{p20} + t_{p21}\tau, \quad (17)$$

наступний:

$$\begin{aligned}
 t_1(x, \tau) &= t_{10}(x, \tau) + t_{11}(x, \tau), \quad (0 \leq x \leq l_1); \\
 t_2(x, \tau) &= t_{20}(x, \tau) + t_{21}(x, \tau), \quad (l_1 \leq x \leq l_2). \quad (18)
 \end{aligned}$$

**Висновки.** 1. Запропонований метод розв'язування задачі визначення одномірного нестационарного температурного поля в багатошаровій конструкції при неідеальному тепловому контакті між шарами та заданому на границях тіла температур ґріючого середовища або конвективного теплообміну

2. Отримані залежності для розрахунку температурного поля для n- шарової конструкції дає можливість дослідити величину температури в будь-якій точці конструкції.

3. Використовуючи отримані залежності можна розрахувати товщини шарів і вибрати такі матеріали, що оптимально забезпечать необхідну межу вогнестійкості конструкції.

1. НАПБ Б.01.012-2007 Правила з вогнезахисту. 2. Застосування пінобетону як вогнезахисного матеріалу / О. П. Борис, Б. Г. Демчина, А. П. Половко // Пожежна безпека: зб. наук. праць ЛДУБЖД. – Львів, 2010. – №16. – С. 25-29. 3. ДСТУ 1.1-17:2007 Захист від пожежі. Вогнезахисті покриття для будівельних несучих металевих конструкцій. Метод визначення вогнезахисної здатності. 4. ДБН В.1.1-7-2002 Пожежна безпека об'єктів будівництва. 5. Кошмаров Ю. А. Теплотехника: учебник для вузов. – М.: ИКЦ “Академкнига”, 2006. – 501 с.: ил. 6. Лыков Н. Н. Теория теплопроводности. – М.: Высшая школа, 1967. – 559 с.

Рецензент: д.т.н., професор Филипчук В.Л. (НУВГП)