

СПОСІБ ВИЗНАЧЕННЯ ПАРАМЕТРІВ РУХУ ОБ'ЄКТА НА КІНЦЕВОМУ ІНТЕРВАЛІ ЧАСУ

В статті показано, що для визначення параметрів руху об'єкта необхідна інформація про його координати (для визначення швидкості необхідно попередньо визначити значення двох координат, прискорення – трьох координат, а різкості – чотирьох координат). Для підвищення точності вимірювань запропоновано загальну кількість координат об'єкта на інтервалі часу ділити на групи з однаковою кількістю координат (дві для швидкості, три для прискорення і чотири для різкості), визначити середнє арифметичне кодів координат в групах і за цими результатами визначити середні значення параметрів руху об'єкта на заданому інтервалі часу. Проведено аналіз ефективності запропонованого способу визначення параметрів руху об'єкта по відношенню до класичного способу, яка суттєво залежить від кількості використовуваних для обчислень координат.

Ключові слова: параметри руху об'єкта, координати, швидкість, прискорення, різкість, похибка визначення, середньоквадратичне відхилення.

A.V. RUDYK

National Aviation University, Kyiv, Ukraine

METHOD FOR DETERMINING THE PARAMETERS OF MOTION OBJECT A FINITE TIME INTERVAL

The article shows that in order to determine the parameters of the object requires information about his coordinates (to determine the speed, you must first determine the values of the two coordinates, acceleration – the three coordinates and sharpness – four coordinates). To increase the accuracy of measurements suggested the total number of coordinates of the object in a time interval divided into groups with the same number of coordinates (two for speed, three for acceleration and four for the sharpness), to determine the arithmetic mean of the coordinates of the code in groups and for these results to determine the average values of the object parameters at a predetermined time interval. The analysis of the effectiveness of the proposed method of determining the motion of an object parameter with respect to the classic way, which depends essentially on the amount used for the calculation of coordinates.

Keywords: parameters of the motion object, location, speed, acceleration, sharpness, accuracy determine, standard deviation.

Вступ

Прискорення – динамічна характеристика об'єкта. Згідно з другим законом Ньютона воно виникає тільки після прикладення до об'єкта будь-якої сили. Переміщення об'єкта, його швидкість, прискорення та різкість є взаємопов'язаними фізичними величинами: швидкість – це перша похідна від переміщення, прискорення його друга похідна, а різкість – третя. Проте взяти похідну сильно зашумленого сигналу практично неможливо, оскільки це призводить до виникнення дуже великих похибок навіть при використанні порівняно складних схем обробки.

Швидкість руху може бути або кутовою, або лінійною. Вона показує, наскільки швидко об'єкт рухається по прямій лінії або наскільки швидко він обертається. Вимірювання швидкості залежить від розмірів об'єкту і може виражатися, наприклад, в мм/с або км/год.

Згідно класичного способу визначення швидкості переміщення на кінцевому інтервалі часу визначається різниця координат, які відносяться до кінця та початку інтервалу часу [1]:

$$V_{\text{сеп}} = \frac{\Delta X}{\Delta t} = \frac{X(t_i + \Delta t) - X(t_i)}{\Delta t},$$

де $V_{\text{сеп}}$ – середня швидкість на інтервалі часу Δt ; $X(t_i)$ – координата положення на початку часового інтервалу; $X(t_i + \Delta t)$ – координата положення в кінці часового інтервалу.

При реалізації даного способу величина Δt може бути задана з високою точністю, що забезпечується використанням кварцової стабілізації частоти. Тому похибка визначення $V_{\text{сеп}}$ залежить від похибки визначення величин $X(t_i)$ та $X(t_i + \Delta t)$. При представленні координат положення цифровим кодом величина $V_{\text{сеп}}$ буде визначатися як

$$V_{\text{сеп}} = K \frac{N(t_i + \Delta t) - N(t_i)}{\Delta t},$$

де $N(t_i + \Delta t)$ – цифровий код координати $X(t_i + \Delta t)$; $N(t_i)$ – цифровий код координати $X(t_i)$; K – коефіцієнт пропорційності.

Відносна похибка $\varepsilon_{V_{\text{сеп}}}$ величини $V_{\text{сеп}}$ визначається співвідношенням

$$\varepsilon_{V_{cep}} = \frac{\Delta_{V_{cep}}}{(V_{cep})_{max}} = \frac{K \left[\Delta_{N(t_i+\Delta t)} - \Delta_{N(t_i)} \right]}{(V_{cep})_{max} \Delta t}, \quad (1)$$

де $\Delta_{V_{cep}}$ – абсолютна похибка величини V_{cep} ; $(V_{cep})_{max}$ – максимальне значення V_{cep} ; $\Delta_{N(t_i+\Delta t)}$ та $\Delta_{N(t_i)}$ – похибки цифрових кодів координат положення в кінці та на початку інтервалу Δt .

Вважаючи, що в загальному випадку похибки $\Delta_{N(t_i)}$ є випадковою величиною, розподіленою за нормальним законом, зі своїм середньоквадратичним відхиленням (СКВ) $\sigma \left[\Delta_{N(t_i)} \right]$, то отримаємо, що відносна похибка $\varepsilon_{V_{cep}}$ визначення величини V_{cep} розглянутим способом має таке СКВ [2]:

$$\sigma \left[\varepsilon_{V_{cep}} \right] = \frac{\sqrt{2} K \sigma \left[\Delta_{N(t_i)} \right]}{(V_{cep})_{max} \Delta t}. \quad (2)$$

Розглянута похибка (2) приводить до зменшення точності визначення координат переміщення.

Постановка задачі

Метою даної роботи є вдосконалення відомого способу визначення швидкості переміщення [3] та розширення меж його використання для визначення на кінцевому інтервалі часу таких параметрів руху об'єкта, як прискорення та різкість.

Таким чином, в статті необхідно:

- 1) показати, що для визначення параметрів руху об'єкта необхідна інформація про декілька його координат, отриманих через фіксовані моменти часу;
- 2) визначити умови підвищення точності визначення параметрів руху об'єкта (швидкості, прискорення та різкості) на заданому інтервалі часу;
- 3) провести аналіз ефективності запропонованого способу визначення параметрів руху об'єкта по відношенню до класичного способу в залежності від кількості використовуваних для обчислень координат.

Розв'язання поставленої задачі

Для підвищення точності вимірювань в роботі пропонується інтервал часу вимірювання Δt розбити на $m-1$ рівних інтервалів часу тривалістю T , визначати координати об'єкта на границях цих дискретних інтервалів часу, а параметри руху об'єкта розраховувати за визначеними кодами координат $N(t_i)$. На рис.1 наведена часова діаграма приймання сигналів координат переміщення на кінцевому інтервалі часу вимірювання Δt .

Розглянемо методику визначення параметрів руху об'єкта за рис. 1.

Миттєву швидкість $V(t_i)$ можна визначити для всіх моментів часу від t_2 і до t_m (миттєвою її називаємо тому, що інтервал часу T між моментами визначення координат об'єкта t_{i-1} та t_i вибирається якомога меншим, однак достатнім для визначення координат з необхідною точністю):

$$V(t_2) = K \frac{N(t_2) - N(t_1)}{T}; \quad V(t_i) = K \frac{N(t_i) - N(t_{i-1})}{T}.$$

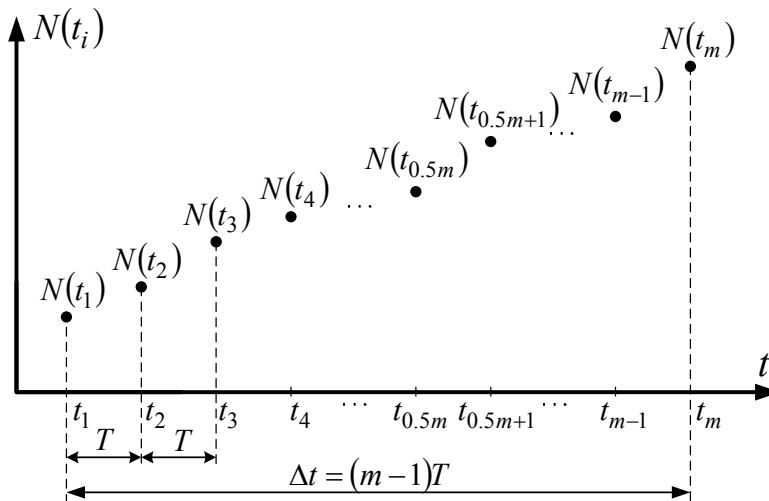


Рис. 1. Часова діаграма приймання сигналів координат переміщення на кінцевому інтервалі часу вимірювання Δt

Так, для визначення миттєвої швидкості необхідно визначити поточну та попередню координати об'єкта, а значення миттєвої швидкості визначається на інтервалі часу тривалістю T (вважаємо інтервал $T = t_i - t_{i-1}$ заданим з високою точністю для всього інтервалу часу Δt).

Миттєве прискорення $a(t_i)$ можна визначити для всіх моментів часу, починаючи від t_3 і до t_m [4]:

$$a(t_3) = \frac{V(t_3) - V(t_2)}{T} = K \frac{N(t_3) - N(t_2) - [N(t_2) - N(t_1)]}{T^2} = K \frac{N(t_3) - 2N(t_2) + N(t_1)}{T^2};$$

$$a(t_i) = \frac{V(t_i) - V(t_{i-1})}{T} = K \frac{N(t_i) - 2N(t_{i-1}) + N(t_{i-2})}{T^2}.$$

Для визначення миттєвого прискорення необхідно визначити поточну та дві попередні координати об'єкта, а значення миттєвого прискорення визначається на інтервалі часу тривалістю $2T$.

Миттєва різкість $r(t_i)$ може бути визначена для всіх моментів часу, починаючи від t_4 і до t_m [5]:

$$r(t_4) = \frac{a(t_4) - a(t_3)}{T} = \frac{V(t_4) - V(t_3) - [V(t_3) - V(t_2)]}{T^2} = \frac{V(t_4) - 2V(t_3) + V(t_2)}{T^2} =$$

$$= K \frac{N(t_4) - N(t_3) - 2[N(t_3) - N(t_2)] + N(t_2) - N(t_1)}{T^3} = K \frac{N(t_4) - 3N(t_3) + 3N(t_2) - N(t_1)}{T^3};$$

$$r(t_i) = \frac{a(t_i) - a(t_{i-1})}{T} = \frac{V(t_i) - V(t_{i-1}) - [V(t_{i-1}) - V(t_{i-2})]}{T^2} = \frac{V(t_i) - 2V(t_{i-1}) + V(t_{i-2})}{T^2} =$$

$$= K \frac{N(t_i) - N(t_{i-1}) - 2[N(t_{i-1}) - N(t_{i-2})] + N(t_{i-2}) - N(t_{i-3})}{T^3} = K \frac{N(t_i) - 3N(t_{i-1}) + 3N(t_{i-2}) - N(t_{i-3})}{T^3}.$$

Для визначення миттєвої різкості необхідно визначити поточну та три попередні координати об'єкта, а значення миттєвої різкості визначається на інтервалі часу тривалістю $3T$.

Якщо усереднити всі отримані результати за кінцевим інтервалом часу Δt , то отримаємо:

$$V_{cep}(\Delta t) = \frac{\sum_{i=2}^m V(t_i)}{m-1} = K \frac{N(t_m) - N(t_1)}{(m-1)T} = K \frac{N(t_m) - N(t_1)}{\Delta t}; \quad (3)$$

$$a_{cep}(\Delta t) = \frac{\sum_{i=3}^m a(t_i)}{m-2} = \frac{V(t_m) - V(t_2)}{(m-2)T} = K \frac{N(t_m) - N(t_{m-1}) - N(t_2) + N(t_1)}{(m-2)T^2}; \quad (4)$$

$$r_{cep}(\Delta t) = \frac{\sum_{i=4}^m r(t_i)}{m-3} = \frac{a(t_m) - a(t_3)}{(m-3)T} = K \frac{N(t_m) - 2N(t_{m-1}) + N(t_{m-2}) - N(t_3) + 2N(t_2) - N(t_1)}{(m-3)T^3}. \quad (5)$$

Отримані середні значення параметрів руху об'єкта на кінцевому інтервалі часу враховують тільки частину визначених координат переміщення, а саме: для визначення середньої швидкості використовується тільки два значення координат – початкове та кінцеве; для визначення середнього прискорення – чотири значення координат: два початкових та два кінцевих; для визначення середньої різкості – шість значень координат: три початкових та три кінцевих.

Для підвищення точності вимірювань пропонується визначити середнє арифметичне кодів координат на першій та другій половинах інтервалу Δt , а також їх різницю. Отриманий результат є достатнім для визначення швидкості переміщення на інтервалі Δt з меншою похибкою, ніж у відомих рішеннях. Згідно такого способу швидкість визначається за m значеннями координат:

$$V_{cep\Sigma}(\Delta t) = \frac{K}{\Delta t/2} \cdot \left(\frac{2}{m} \sum_{i=\frac{m}{2}+1}^m N(t_i) - \frac{2}{m} \sum_{i=1}^{\frac{m}{2}} N(t_i) \right) = \frac{4K}{m\Delta t} \cdot \left(\sum_{i=\frac{m}{2}+1}^m N(t_i) - \sum_{i=1}^{\frac{m}{2}} N(t_i) \right), \quad (6)$$

де $V_{cep\Sigma}(\Delta t)$ – середня швидкість на інтервалі часу Δt , визначена за даним способом; $\frac{2}{m} \sum_{i=1}^{\frac{m}{2}} N(t_i)$ та

$\frac{2}{m} \sum_{i=\frac{m}{2}+1}^m N(t_i)$ – середні значення кодів координат переміщення відповідно на першій та другій половинах інтервалу Δt ; $\Delta t/2$ – інтервал часу між усередненими значеннями кодів координат; m – ціле парне число,

що дорівнює кількості кодів координат $N(t_i)$.

В даній статті пропонується аналогічно визначати середні значення прискорення та різкості на інтервалі Δt , однак при визначенні прискорення повний інтервал Δt потрібно розділити на три однакові частини, а при визначенні різкості – на чотири частини (тобто при визначенні прискорення m має бути кратне 3, а при визначенні різкості – кратне 4):

$$a_{cep\Sigma}(\Delta t) = \frac{27K}{m(\Delta t)^2} \cdot \left(\sum_{i=\frac{2m}{3}+1}^m N(t_i) - 2 \cdot \sum_{i=\frac{m}{3}+1}^{\frac{2m}{3}} N(t_i) + \sum_{i=1}^{\frac{m}{3}} N(t_i) \right); \quad (7)$$

$$r_{cep\Sigma}(\Delta t) = \frac{256K}{m(\Delta t)^3} \cdot \left(\sum_{i=\frac{3m}{4}+1}^m N(t_i) - 3 \cdot \sum_{i=\frac{m}{2}+1}^{\frac{3m}{4}} N(t_i) + 3 \cdot \sum_{i=\frac{m}{4}+1}^{\frac{m}{2}} N(t_i) - \sum_{i=1}^{\frac{m}{4}} N(t_i) \right). \quad (8)$$

Запропонований спосіб визначення параметрів руху об'єкта має похибку, обумовлену похибками $\Delta_{N(t_i)}$ кодів координат $N(t_i)$. Похибки $\Delta_{N(t_i)}$ обумовлені різними причинами (такими як похибка квантування, інструментальна похибка та ін.), тому в загальному випадку можна вважати $\Delta_{N(t_i)}$ випадковою величиною, розподіленою за нормальним законом зі своїм СКВ $\sigma[\Delta_{N(t_i)}]$.

Відносна похибка визначення $V_{cep\Sigma}$ запропонованим способом дорівнює:

$$\varepsilon_{V_{cep\Sigma}} = \frac{\Delta_{V_{cep\Sigma}}}{(V_{cep\Sigma})_{\max}} = \frac{4K \cdot \Delta \left(\sum_{i=\frac{m}{2}+1}^m N(t_i) - \sum_{i=1}^{\frac{m}{2}} N(t_i) \right)}{(V_{cep})_{\max} m \Delta t} = \frac{4K \cdot \sum_{i=1}^m \Delta_{N(t_i)}}{(V_{cep})_{\max} m(m-1)T}, \quad (9)$$

де $\varepsilon_{V_{cep\Sigma}}$ – відносна похибка визначення $V_{cep\Sigma}$; $(V_{cep\Sigma})_{\max} = (V_{cep})_{\max}$ – максимальне значення швидкості; $\Delta_{V_{cep\Sigma}}$ – абсолютна похибка визначення $V_{cep\Sigma}$.

Величина $\varepsilon_{V_{cep\Sigma}}$ є випадковою величиною зі своїм СКВ

$$\sigma[\varepsilon_{V_{cep\Sigma}}] = \frac{4K\sqrt{m}\sigma[\Delta_{N(t_i)}]}{(V_{cep})_{\max} m \Delta t} = \frac{4K\sigma[\Delta_{N(t_i)}]}{\sqrt{m}(m-1)T(V_{cep})_{\max}}. \quad (10)$$

Аналогічно запишемо вирази для відносних похибок визначення середніх значень прискорення $\varepsilon_{a_{cep\Sigma}}$ і різкості $\varepsilon_{r_{cep\Sigma}}$ запропонованим способом та відповідних їм СКВ $\sigma[\varepsilon_{a_{cep\Sigma}}]$ та $\sigma[\varepsilon_{r_{cep\Sigma}}]$:

$$\varepsilon_{a_{cep\Sigma}} = \frac{\Delta_{a_{cep\Sigma}}}{(a_{cep\Sigma})_{\max}} = \frac{27K \cdot \Delta \left(\sum_{i=\frac{2m}{3}+1}^m N(t_i) - 2 \cdot \sum_{i=\frac{m}{3}+1}^{\frac{2m}{3}} N(t_i) + \sum_{i=1}^{\frac{m}{3}} N(t_i) \right)}{(a_{cep})_{\max} m(\Delta t)^2} = \frac{108K \cdot \sum_{i=1}^m \Delta_{N(t_i)}}{m^2(m-1)^2 T^2 (a_{cep})_{\max}}; \quad (11)$$

$$\sigma[\varepsilon_{a_{cep\Sigma}}] = \frac{108K\sqrt{m}\sigma[\Delta_{N(t_i)}]}{m^2(\Delta t)^2 (a_{cep})_{\max}} = \frac{108K\sigma[\Delta_{N(t_i)}]}{\sqrt{m}m(m-1)^2 T^2 (a_{cep})_{\max}}; \quad (12)$$

$$\varepsilon_{r_{cep\Sigma}} = \frac{\Delta_{r_{cep\Sigma}}}{(r_{cep\Sigma})_{\max}} = \frac{256K \cdot \frac{9}{m^2} \sum_{i=1}^m \Delta_{N(t_i)}}{m(\Delta t)^3 (r_{cep})_{\max}} = \frac{2304K \cdot \sum_{i=1}^m \Delta_{N(t_i)}}{m^3(m-1)^3 T^3 (r_{cep})_{\max}}; \quad (13)$$

$$\sigma[\varepsilon_{r_{cep\Sigma}}] = \frac{2304K\sqrt{m}\sigma[\Delta_{N(t_i)}]}{m^3(\Delta t)^3 (r_{cep})_{\max}} = \frac{2304K\sigma[\Delta_{N(t_i)}]}{\sqrt{m}m^2(m-1)^3 T^3 (r_{cep})_{\max}}. \quad (14)$$

З'ясуємо, чи забезпечує запропонований спосіб більшу точність при визначенні параметрів руху об'єкта на кінцевому інтервалі часу у порівнянні з класичним способом. Для цього порівняємо СКВ відносних похибок визначення швидкості, прискорення та різкості запропонованого та класичного способів, знайшовши їх відношення:

$$k_V = \frac{\sigma[\varepsilon_{V_{cep}}]}{\sigma[\varepsilon_{V_{cep\Sigma}}]} = \frac{\sqrt{2} K \sigma[\Delta_{N(t_i)}]}{(V_{cep})_{\max} \Delta t} \cdot \frac{(V_{cep})_{\max} m \Delta t}{4K\sqrt{m} \sigma[\Delta_{N(t_i)}]} = \sqrt{\frac{m}{8}} = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{\frac{m}{2}}; \quad (15)$$

$$k_a = \frac{\sigma[\varepsilon_{a_{cep}}]}{\sigma[\varepsilon_{a_{cep\Sigma}}]} = \frac{\sqrt{2} K \sigma[\Delta_{N(t_i)}]}{(a_{cep})_{\max} (\Delta t)^2} \cdot \frac{\sqrt{m} m (\Delta t)^2 (a_{cep})_{\max}}{108K \sigma[\Delta_{N(t_i)}]} = \frac{m}{54} \cdot \sqrt{\frac{m}{2}}; \quad (16)$$

$$k_r = \frac{\sigma[\varepsilon_{r_{cep}}]}{\sigma[\varepsilon_{r_{cep\Sigma}}]} = \frac{\sqrt{2} K \sigma[\Delta_{N(t_i)}]}{(r_{cep})_{\max} (\Delta t)^3} \cdot \frac{\sqrt{m} m^2 (\Delta t)^3 (r_{cep})_{\max}}{2304K \sigma[\Delta_{N(t_i)}]} = \frac{m^2}{1152} \cdot \sqrt{\frac{m}{2}}. \quad (17)$$

Проведемо аналіз ефективності запропонованого способу визначення параметрів руху об'єкта за (15)÷(17) по відношенню до класичного способу, в результаті чого отримаємо такі результати.

1. При визначенні швидкості руху об'єкта кількість координат m має бути парною, при визначенні прискорення – кратною 3, а при визначенні різкості – кратною 4. При одночасному визначенні швидкості та прискорення кількість координат m має бути кратною 6, а при визначенні ще й різкості – кратною 12.

2. Збільшення точності визначення швидкості запропонованим способом по відношенню до класичного способу відбувається при $m > 8$, прискорення – при $m > 18$, різкості – при $m \geq 20$. Для досягнення ефективного зменшення похибки визначення параметрів руху кількість використовуваних координат має бути: при визначенні швидкості $m \geq 2k, k \geq 5$, прискорення – $m \geq 3k, k \geq 7$, різкості – $m \geq 4k, k \geq 5$, швидкості і прискорення – $m \geq 6k, k \geq 4$, швидкості й різкості – $m \geq 4k, k \geq 5$, прискорення та різкості – $m \geq 12k, k \geq 2$, швидкості, прискорення та різкості – $m \geq 12k, k \geq 2$.

Тому що вибір величини m в загальному випадку знаходиться у компетенції розробника, то отримувана ефективність запропонованого способу реалізується з врахуванням значення m . Для ілюстрації ефективності запропонованого способу визначення параметрів руху об'єкта на рис. 2 наведені залежності коефіцієнтів k_V , k_a та k_r (співвідношення (15)÷(17)) від m (при розрахунках значення m вибиралося кратним 12, що є обов'язковою умовою одночасного визначення швидкості, прискорення та різкості руху об'єкта; пунктирними показані лінії тренду).

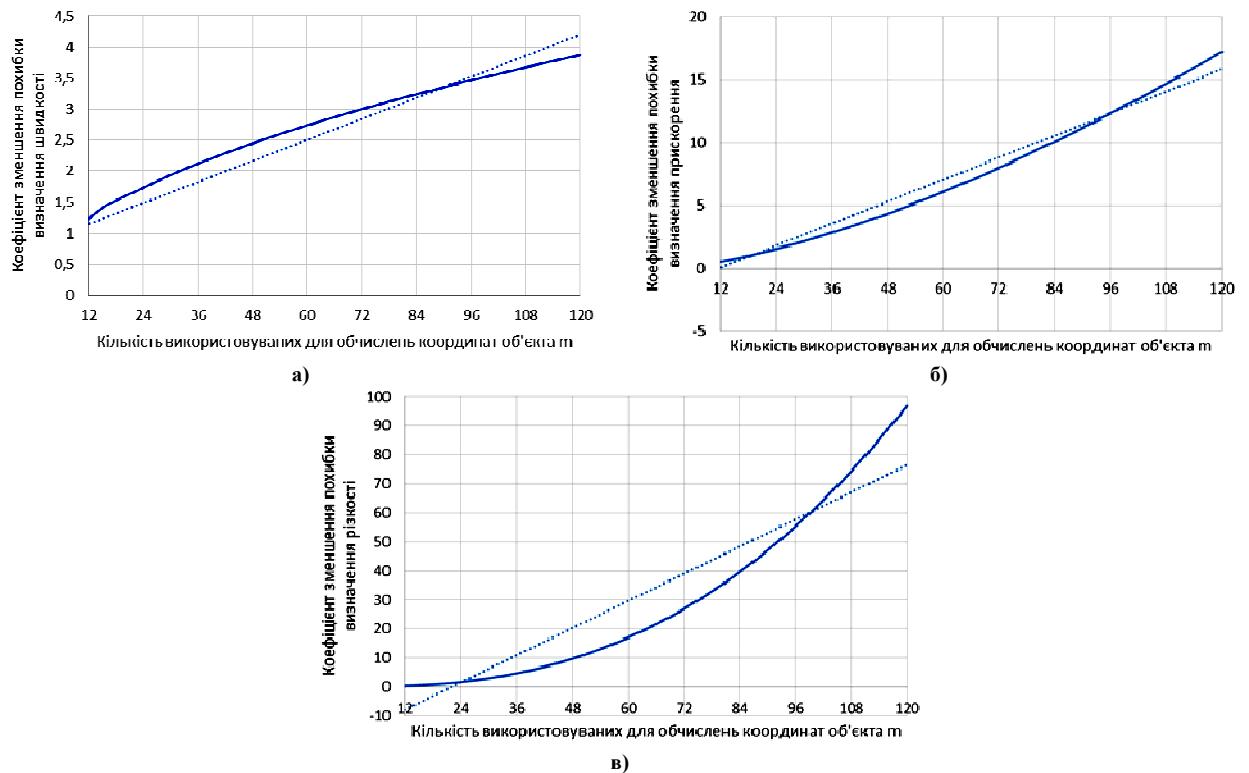


Рис. 2. Залежності коефіцієнтів зменшення похибок визначення швидкості k_V (а), прискорення k_a (б) та різкості k_r (в) від кількості використовуваних для обчислень координат об'єкта m на кінцевому інтервалі часу вимірювання Δt

Значимо, що отримані дискретності кодів швидкості переміщення

$$\sum_{i=\frac{m}{2}+1}^m N(t_i) - \sum_{i=1}^{\frac{m}{2}} N(t_i), \quad \text{прискорення} \quad \sum_{i=\frac{2m}{3}+1}^m N(t_i) - 2 \cdot \sum_{i=\frac{m}{3}+1}^{\frac{2m}{3}} N(t_i) + \sum_{i=1}^{\frac{m}{3}} N(t_i) \quad \text{та} \quad \text{різкості}$$

$$\sum_{i=\frac{3m}{4}+1}^m N(t_i) - 3 \cdot \sum_{i=\frac{m}{2}+1}^{\frac{3m}{4}} N(t_i) + 3 \cdot \sum_{i=\frac{m}{4}+1}^{\frac{m}{2}} N(t_i) - \sum_{i=1}^{\frac{m}{4}} N(t_i) \quad \text{більші дискретностей відповідних кодів класичного способу, що також є перевагою даного способу.}$$

Висновки

1. Показано, що для визначення параметрів руху об'єкта необхідна інформація про його координати (для визначення швидкості необхідно попередньо визначити значення двох координат, прискорення – трьох координат, а різкості – чотирьох координат) (рис. 1).

2. Для підвищення точності вимірювань запропоновано загальну кількість координат об'єкта на інтервалі часу ділити на групи з однаковою кількістю координат (дві для швидкості, три для прискорення і чотири для різкості), визначити середнє арифметичне кодів координат в групах і за цими результатами визначити середні значення параметрів руху об'єкта на заданому інтервалі часу.

3. Проведено аналіз ефективності запропонованого способу визначення параметрів руху об'єкта по відношенню до класичного способу (рис. 2), яка суттєво залежить від кількості використовуваних для обчислень координат.

Література

1. Маркеев А. П. Теоретическая механика: Учебник для университетов. 3-е изд. – М.; Ижевск: РХД, 2007. – 592 с. – ISBN 978-5-93972-604-7.
2. Матвеев В.В. Инерциальные навигационные системы: Учебное пособие. Издательство ТулГУ, 2012. – 199 с.
3. А. с. 1138743 СССР. Способ определения скорости перемещения / Комаров К.П. // Бюл. изобр. – 1985. – №5.
4. Янчич В.В. Пьезоэлектрические датчики вибрационного и ударного ускорения: Учебное пособие. – Ростов-на-Дону, 2008. – 77 с.
5. Rudyk A.V. Characterization of objects moving in the decomposition of functions in Fourier series // Авіація у XXI столітті. Безпека в авіації та космічні технології. Матеріали 7-го всевітнього конгресу. – Київ, НАУ, 2016. – С. 168-172.

References

1. Markeev A. P. Teoretycheskaja mehanyka: Uchebnyk dlja unyversytetov. 3-e yzd. – M.; Yzhevsk: RHD, 2007. – 592 s. – ISBN 978-5-93972-604-7.
2. Matveev V.V. Yncercyal'nyye navygacyonnyye systemyy: Uchebnoe posobyе. Yzdatel'stvo TulGU, 2012. – 199 s.
3. A. s. 1138743 SSSR. Sposob opredeleniya skorosty peremeshheniya / Komarov K.P. // Bjul. yzobr. – 1985. – №5.
4. Janchych V.V. P'ezoelektrycheskye datchyky vybracyonnogo y udarnogo uskorenyja: Uchebnoe posobyе. – Rostov-na-Donu, 2008. – 77 s.
5. Rudyk A.V. Characterization of objects moving in the decomposition of functions in Fourier series // Aviacija u XXI stolitti. Bezpeka v aviacii' ta kosmichni tehnologii'. Materialy 7-go vsesvitn'ogo kongresu. – Kyi'v, NAU, 2016. – S. 168-172.

Рецензія/Peer review : 21.1.2017 р.

Надрукована/Printed :27.2.2017 р.

Стаття рецензована редакційною колегією