

Чернюк В. В., д.т.н., доцент (Національний університет “Львівська політехніка”, м. Львів)

ЗВЕДЕННЯ ДО ДВОХ ЗМІННИХ ДИФЕРЕНЦІАЛЬНОГО РІВНЯННЯ ДЛЯ НАПІРНИХ РОЗПОДІЛЬНИХ ТРУБОПРОВОДІВ, ПРОКЛАДЕНИХ У ПОТОЦІ РІДИНИ

У диференціальному рівнянні течії рідини змінної витрати для напірних розподільних трубопроводів (РТ) ураховано силу гідродинамічного тиску зовнішнього потоку рідини. Рівняння зведено до двох змінних: повного робочого напору, під дією якого витікають струмені з РТ, і незалежної змінної відстані уздовж РТ.

Ключові слова: напірні розподільні трубопроводи, диференційне рівняння, гідродинамічний тиск, повний робочий напір, змінна відстань.

В дифференциальном уравнении движения жидкости переменного расхода для напорных распределительных трубопроводов (РТ) учтена сила гидродинамического давления внешнего потока жидкости. Уравнения приведены к двум переменным: полного рабочего объема, под действием которого вытекают струи из РТ, и независимого переменного расстояния вдоль РТ.

Ключевые слова: напорные распределительные трубопроводи, дифференциальное уравнение, гидродинамическое давление, полный рабочий напор, переменное расстояние.

In the differential equation of variable flow rate fluid flow for enforced distributive pipelines (DP), the force of hydrodynamic pressure of the external fluid stream is taken into account. The equation is reduced to the two variables: full operating pressure under which jets run out of the DP, independent distance along the DP.

Keywords: enforced distributive pipelines, differential equation, hydrodynamic pressure, full operating pressure, variable distance.

Вступ. Напірні потоки з дискретною шляховою роздачею рідини поширені в іригації, вентиляції, водопостачанні, водовідведенні та ін. Точний гідралічний розрахунок напірних розподільних трубопроводів (РТ) досягається за допомогою теорії гідраліки змінної маси [1, С. 4].

На основі рівнянь, отриманих проф. І.В. Мещерським для точки змінної маси, проф. І.В. Маккавеев у 1928 р. вперше вивів загальне диференціальне рівняння руху рідини змінної витрати (ДРРРЗВ) і застосував його до розв'язування задачі про гідралічний стрибок. У 1937 р. проф. Я.Т. Ненько одержав ДРРРЗВ для цілого потоку і застосував його до задач з розрахунку дірчастих РТ з безперервною шляховою роздачею рідини [2, С. 3-4].

1. Аналіз ДРРРЗМ. Для циліндричного розподільного трубопроводу ДРРРЗВ, що його подає проф. Г.А. Петров [2, С. 17], зводиться до такого виду

$$\frac{\alpha_o (v \cos \varphi - 2V) \cdot dV}{g} + \frac{dp}{\rho g} + \sin \psi \cdot dx + dh_l = 0, \quad (1)$$

де φ – кут між векторами швидкостей основного потоку \vec{V} у середині перфорованого трубопроводу та струменя \vec{v} , що від'єднуються;

ψ – кут нахилу осі РТ до обрїю;

dh_l – втрати напору на тертя по довжинї трубопроводу.

На практицї зустрїчається робота РТ, прокладеного у потоцї рїдини, що омиває його зовнї. Наприклад, розосереджене випускання очищених стокїв у рїку [3, 4]. У рївняннї (1) не урахується гїдродинамїчний тиск зовнїшнього потоку рїдини. Неповне врахування конструкцїйних параметрїв перфорованого трубопроводу та гїдродинамїчних особливостей потоку змїнної витрати супроводжується серйозними прорахунками при проектуваннї РТ, якї спричиняють пониження ефективностї роботи РТ [5, С. 3].

Мета роботи – для пїдвищення точностї розрахунку напїрних РТ включити у ДРРРЗВ компоненту гїдродинамїчного тиску зовнїшнього потоку рїдини та звести ДРРРЗВ до виду, зручного для інтегрування.

2. Доповнення ДРРРЗВ (1). Г.А. Петров вважає, що рух рїдини у мїсцях розгалуження є досить складним явищем і не усї елементи його можуть бути врахованими [2, С. 55]. Тим бїльш, розв'язати поставлену задачу точними методами гїдромеханїки поки не уявляється можливим [2, С. 44-45]. Зобразимо вїдсїк напїрного розподїльного трубопроводу, що звужується, на дїлянцї вїдгалуження струменя (рис. 1). Г.А. Петров видїляє силу S , яка замїняє дїю вїдкиненої частини струменя, що вїд'єднується [2, С. 47-52]. Вїн виражає її через тиск P_1 у розрахунковому перерїзі 3-3 цього струменя: $S = p_1 \omega_o$, де ω_o – площа поперечного перерїзу струменя. Приймемо, що $P_1 = P_{out}$, де P_{out} – гїдродинамїчний тиск зовнїшнього потоку рїдини у перерїзі 3-3. Тодї диференцїал сили S можемо представити так:

$$dS = p_{out} \frac{dQ}{v}, \quad (2)$$

де dQ/v – площа поперечного перерїзу струменя, що вїд'єднується.

Для нескїнченно короткої дїлянки dx потоку в РТ з урахуванням сили dS (2), яка замїняє дїю вїдкиненої у перерїзі 3-3 частини струменя, що вїд'єднується (рис. 1), запишемо гїдравлїчне рївняння змїни кїлькостї руху за алгоритмом, поданим проф. Ю.М. Константїновим для трубопроводїв-збирачїв у [6, С. 122-124]:

$$\begin{aligned} & \alpha_0 \rho (Q - dQ) \cdot (V - dV) + \alpha_0 \rho dQ v \cos \varphi - \alpha_0 \rho Q V = \rho \omega - \\ & - (p + dp) \cdot (\omega - d\omega) - \left(p + \frac{dp}{2} \right) d\omega + p_{out} \frac{dQ}{v} \cos \theta - \\ & - \rho g \left(\omega - \frac{d\omega}{2} \right) \sin \psi \cdot dx - \rho g \left(\omega - \frac{d\omega}{2} \right) dh_x. \end{aligned} \quad (3)$$

де $p_{out} \frac{dQ}{v} \cos \theta$ – проекція на вісь x сили dS , яка заміняє дію відкиненої у перерізі 3-3 частини струменя, що від’єднується (рис. 1); θ – кут між напрямком руху основного потоку рідини усередині РТ (вісь x) і напрямком дії сили dS . Інші складові рівняння (3) докладно описані для трубопроводів-збирачів у підручнику [6, С. 122-124], а для РТ у статтях [7-9].

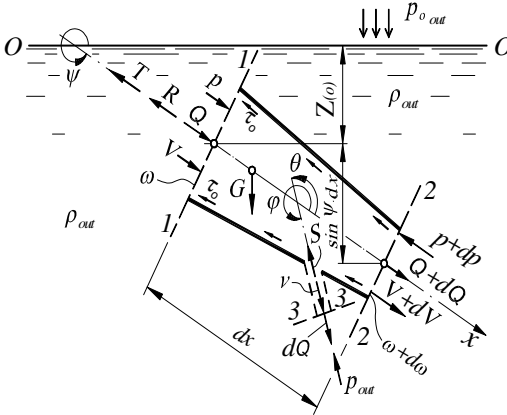


Рис. 1. Розрахункова схема напірного потоку із відділенням струменя

Із (3) отримано доповнене ДРРРЗВ. Для циліндричних труб, коли $\omega = const$, а $dQ = \omega dV$ воно має такий вигляд:

$$\frac{\alpha_0 (v \cos \varphi - 2V) dV}{g} + d \frac{p}{\rho g} + \frac{p_{out}}{\rho g} \frac{dV}{v} \cos \theta + \sin \psi \cdot dx + dh_x = 0. \quad (4)$$

У рівнянні (4) сила dS урахована доданком $\frac{p_{out}}{\rho g} \frac{dV}{v} \cos \theta$. У попередніх роботах автора [7, 8] $dS = \alpha_0 \rho v dQ$, тобто визначалась як сила тиску на плоску стінку струменя, що від’єднується, направленою зі швидкістю V нормально до цієї стінки. Виведення рівняння (4) подано в роботі [9].

3. Приведення рівняння (4) до однієї невідомої. Основний потік усередині РТ формується від'єднанням від нього окремих струменів. Виразимо змінні V , dV , v , dp , dh_l , dx у рівнянні (4) через повний напір $H_{(x)}$, під дією якого витікають струмені, і через незалежну змінну відстань x . Прийmemo, що $0^\circ \leq \varphi \leq 360^\circ$, $0^\circ \leq \theta \leq 360^\circ$, $0^\circ \leq \psi \leq 360^\circ$, а $m_{(x)} = v_{(x)} \cos \beta / V_{(x)} \neq const$.

Отож, середня швидкість витікання струменів крізь отвір у стінці РТ

$$v_{(x)} = \varphi \sqrt{2gH_{(x)}} = aH_{(x)}^{1/2}, \quad (5)$$

де

$$a = \varphi \sqrt{2g} = const, \quad \frac{M^{0,5}}{c}; \quad (6)$$

φ – коефіцієнт швидкості; $H_{(x)}$ – повний напір, під дією якого витікають струмені, рівний різниці повних напорів потоків рідин усередині та зовні РТ.

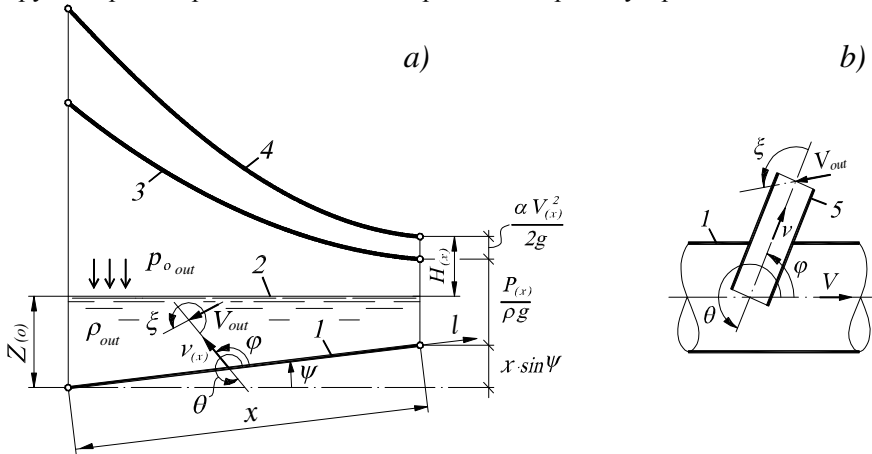


Рис. 2. Розрахункові схеми РТ: а) напори, що діють на РТ; б) кути між напрямками швидкостей рідин: 1 – РТ; 2 – рівень рідини зовні РТ; 3 – п'єзометрична лінія для потоку усередині РТ; 4 – те саме, лінія повного напору; 5 – вихідний насадок; l – вісь РТ; v , V , V_{out} – швидкості відповідно струменя, що від'єднується, внутрішнього та зовнішнього потоків рідин

Повний тиск внутрішнього потоку рідини у кінці ділянки РТ довжиною x

$$P_{in(x)} = -\rho g \sin \psi \cdot x + p_{(x)} + \frac{\alpha \rho V_{(x)}^2}{2} \cos \varphi, \quad (7)$$

де $P_{(x)}$ – п'єзометричний тиск рідини, що усередині РТ.

Повний тиск зовнішнього потоку рідини у кінці ділянки РТ довжиною x

$$P_{out(x)} = \rho_{out} g (Z_{(0)} - \sin \psi \cdot x) + p_{o_{out}} + \frac{\alpha \rho_{out} V_{out}^2}{2} \cos \xi, \quad (8)$$

де ρ – густина рідини усередині РТ; ρ_{out} – те саме, зовні РТ; $Z_{(0)}$ – глибина занурення осі РТ на початку розрахункової ділянки при $dx = 0$ (див. рис. 1); $p_{o_{out}}$ – п'єзометричний тиск рідини, що зовні РТ; ξ – кут між векторами швидкостей від'єднуваного струменя $\overrightarrow{v_{(x)}}$ (у вихідному перерізі вихідного отвору) та швидкості зовнішнього потоку $\overrightarrow{V_{out}}$, $0^\circ \leq \psi \leq 360^\circ$ (див. рис. 2, б). Для забезпечення роботи РТ мусить дотримуватись умова: $P_{in(x)} > P_{out(x)}$.

Різницю внутрішнього та зовнішнього тисків рідин, які діють на струмені, що від'єднуються, виражаємо через напір стовпа тієї рідини, що наповнює РТ

$$H_{(x)} = \left(\frac{\rho_{out}}{\rho} - 1 \right) \sin \psi \cdot x - \frac{\rho_{out}}{\rho} Z_{(0)} + \frac{p_{(x)} - p_{o_{out}}}{\rho g} + \frac{\alpha}{2g} \left(V_{(x)}^2 \cos \varphi - \frac{\rho_{out}}{\rho} V_{out}^2 \cos \xi \right). \quad (9)$$

Приймаємо, що $V_{out} \neq f(x)$, $p_{o_{out}} \neq f(x)$. Із виразу (9) знаходимо диференціал п'єзометричного напору потоку рідини усередині РТ

$$d \left(\frac{p_{(x)}}{\rho g} \right) = \left(1 - \frac{\rho_{out}}{\rho} \right) \sin \psi \cdot dx - \frac{\alpha V_{(x)} dV_{(x)}}{g} \cos \varphi + dH_{(x)}, \quad (10)$$

де множник $\cos\varphi$ враховує дію динамічного напору основного потоку, що тече усередині РТ, на поверхню живого перерізу струменя на вході у отвір-випуск. Суть множника $\cos\varphi$ зрозуміла з рис. 3.

Диференціал шляхової витрати рідини, що роздається з РТ

$$dQ_{distrib(x)} = n\mu\omega_{hole} \sqrt{2gH(x)} \cdot dx = bH(x)^{1/2} dx, \quad (11)$$

де n – кількість вихідних отворів, яка припадає на одиницю довжини РТ, M^{-1} ; ω_{hole} – площа одного вихідного отвору; μ – коефіцієнт його витрати;

$$b = n\mu\omega_{hole} \sqrt{2g} = const, \quad \frac{M^{1.5}}{c}. \quad (12)$$

Диференціал витрати основного потоку рідини усередині РТ

$$dQ_{(x)} = -dQ_{distrib(x)} = -bH(x)^{1/2} dx. \quad (13)$$

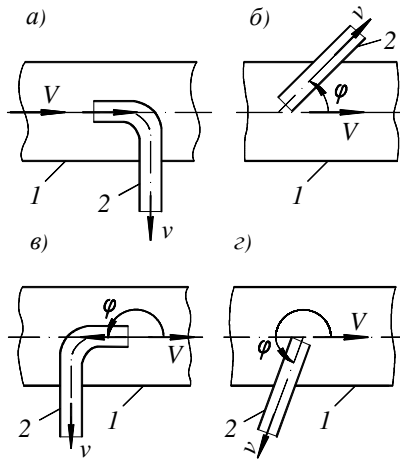


Рис. 3. Схема дії динамічного напору основного потоку, що тече усередині РТ, на живий переріз отвору-випуску при різних значеннях кута φ : 0° – (а);

$0^\circ \div 90^\circ$ – (б); 180° – (в); $180^\circ \div 270^\circ$ – (з)

Витрата рідини, що тече усередині розподільного трубопроводу,

$$Q_{(x)} = \int_0^x dQ_{(x)} + C = -b \int_0^x H_{(x)}^{1/2} dx + C. \text{ При } x = 0, C = Q_0. \text{ Отож,}$$

$$Q_{(x)} = Q_0 - b \int_0^x H_{(x)}^{1/2} dx, \quad (14)$$

де Q_0 – витрата рідини на вході в РТ, у загальному випадку для РТ довжиною L можна записати $Q_{(0)} = Q_{tr} + b \int_0^L H_{(x)}^{1/2} dx$, де Q_{tr} – транзитна витрата на виході з РТ.

Диференціал середньої швидкості потоку усередині РТ визначається з (13)

$$dV_{(x)} = \frac{dQ_{(x)}}{\omega} = -\frac{dQ_{distrib(x)}}{\omega} = -\frac{bH_{(x)}^{1/2} dx}{\omega}, \quad (15)$$

де ω – площа поперечного перерізу РТ.

Середня швидкість потоку рідини усередині РТ

$$V_{(x)} = \frac{Q_{(x)}}{\omega} = \frac{1}{\omega} \left(Q_0 - b \int_0^x H_{(x)}^{1/2} dx \right). \quad (16)$$

Диференціал втрат напору $dh_{l(x)}$ на нескінченно короткій ділянці довжиною dx циліндричного РТ, розміщеній між сусідніми випускними отворами у стінці РТ, з достатнім ступенем точності можна визначити так само, як при рівномірному русі з формули Дарсі-Вайсбаха [6, С. 124]

$$dh_{l(x)} = d \left(\lambda_{(x)} \frac{x}{D} \frac{V_{(x)}^2}{2g} \right) = \frac{1}{2g\omega^2 D} d \left[\lambda_{(x)} \left(Q_0 - b \int_0^x H_{(x)}^{1/2} dx \right)^2 x \right], \quad (17)$$

де D – діаметр розподільного трубопроводу.

Залежності (5), (8), (10), (15), (16) і (17) підставили у (4). Одержали нелінійне інтегро-диференціальне рівняння напірної течії рідини з дискретним шляховим зменшенням її витрати для нахилених до обрію циліндричних розподільних трубопроводів відносно невідомої функції $H_{(x)}$ з урахуванням гідродинамічного тиску зовнішнього потоку рідини

$$\begin{aligned} & \frac{1}{2g\omega^2 D} d \left[\lambda_{(x)} \left(Q_0 - b \int_0^x H_{(x)}^{1/2} dx \right)^2 x \right] - \frac{\alpha_o abc \cos \varphi}{g\omega} H_{(x)} dx + dH_{(x)} + \\ & + \frac{2\alpha_o + a \cos \varphi}{g\omega^2} \left(Q_0 - b \int_0^x H_{(x)}^{1/2} dx \right) b H_{(x)}^{1/2} dx + \left(2 - \frac{\rho_{out}}{\rho} \right) \sin \psi \cdot dx + \quad (18) \\ & + \frac{b \cos \varphi}{a\omega} \left[\frac{\rho_{out}}{\rho g} + \frac{\rho_{out}}{\rho} \left(Z_{(0)} - \sin \psi \cdot x + \frac{\alpha V_{out}^2}{2g} \cos \zeta \right) \right] dx = 0, \end{aligned}$$

де $\lambda_{(x)} = f(H_{(x)})$, залежно від ділянок гідравлічного опору потоку в РТ. Гідродинамічний тиск зовнішнього потоку рідини ураховується у (18)

многочленом:
$$\frac{b \cos \varphi}{a\omega} \left[\frac{\rho_{out}}{\rho g} + \frac{\rho_{out}}{\rho} \left(Z_{(0)} - \sin \psi \cdot x + \frac{\alpha V_{out}^2}{2g} \cos \zeta \right) \right] dx .$$

Методом, запропонованим у статті [7], рівняння (18) розв'язано для ламінарної течії й усіх трьох ділянок опору турбулентного режиму руху рідини, для яких одержано однаковий розв'язок (у цій роботі не представлено). Отримані розрахункові залежності підтверджені експериментально. На відміну від відомих методик розрахунку РТ у отриманих залежностях береться до уваги гідродинамічний тиск зовнішнього потоку рідини. Цим підвищується точність проектування РТ.

Висновки. З метою підвищення точності проектування напірних розподільних трубопроводів (РТ) у диференціальному рівнянні для течії рідини зі шляховим дискретним зменшенням витрати урахувано силу гідродинамічного тиску потоку рідини, що омиває РТ зовні. Рівняння зведено до зручного для інтегрування виду, з двома змінними, що ними є повний робочий напір, під дією якого струмені витікають з РТ, і незалежна змінна відстань уздовж РТ.

1. Навоян Х. А. Примеры гидравлических расчётов водопропускных сооружений / Х. А. Навоян. – К. : Будівельник, 1975. – 148 с. 2. Петров Г. А. Гидравлика переменной массы (Движение жидкости с изменением расхода вдоль пути) / Г. А. Петров. – Харьков: ХГУ, 1964. – 224 с. 3. А. с. 1756483 СССР, МКИ Е 03F 1/00, 5/12. Устройство для выпуска сточных вод / Б. Ф. Левицкий, В. В. Чернюк (СССР). – № 4806326/29; заявл. 30.03.90; опубл. 23.08.92, Бюл. № 31. 4. Чернюк Володимир. Водовипуск періодичної дії / Володимир Чернюк // Problemy budownictwa i inżynierii środowiska. Cz. II. Inżynieria Środowiska: pracy IV naukowej konferencji Rzeszowsko-Lwowskiej. 15-16 wrzesień 1995. – Rzeszów (Poland): Politechnika Rzeszowska, 1995. – S. 9-14. 5. Егоров А. И. Гидравлика напорных трубчатых систем в водопроводных очистных сооружениях / А. И. Егоров. – М. : Стройиздат, 1984. – 95 с. 6. Константинов Ю. М. Гидравлика: Ученик / Ю. М. Константинов. – К. : Вища школа, 1988. – 398 с. 7. Чернюк В. В. Метод розрахунку напірних розподільчих трубопроводів / В. В. Чернюк // Прикладна гідромеханіка (Ін-т гідромеханіки НАН України, Київ). – 2008.– Т. 10 (82), № 3. – С. 65-76. 8. Чернюк В. В. Розв'язок диференційного рівняння руху рідини змінної маси для напірних розподільчих трубопроводів / В. В. Чернюк // Гідромеліорація та гідротехнічні споруди: збірн. наук. праць. – Вип. 31. – Рівне: НУВГП, 2006. – С. 293-302. 9. Чернюк В. В. Урахування зовнішнього гідродинамічного тиску у диференціальному рівнянні руху рідини змінної маси для напірних розподільчих трубопроводів / В. В. Чернюк // Вісн. Нац. ун-ту “Львівська політехніка”. Теорія і практика будівництва. – Львів: НУ “Львівська політехніка”, 2010. – № 664. – С. 307-311.

Рецензент: д.т.н., професор Рябенко О. А. (НУВГП)