



Національний університет
водного господарства
та природокористування

Міністерство освіти і науки України
Національний університет водного господарства
та природокористування

04-02-27

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ ТА ЗАВДАННЯ

до виконання самостійної роботи та підготовки до складання
за тестовою формою модулів, заліків та іспитів
з навчальної дисципліни "Вища математика"
(розділ "Звичайні диференціальні рівняння")



Національний університет
водного господарства
та природокористування

для здобувачів вищої освіти першого (бакалаврського) рівня
спеціальності 192 "Будівництво та цивільна інженерія" всіх форм
навчання

Рекомендовано науково-методичною
комісією за спеціальністю 192
"Будівництво та цивільна інженерія"
Протокол №5 від 12.03.2018 р.

Рівне — 2018



Методичні вказівки та завдання до виконання самостійної роботи та підготовки до складання за тестовою формою контрольних заходів з навчальної дисципліни "Вища математика" з розділу "Звичайні диференціальні рівняння" для студентів спеціальності 192 "Будівництво та цивільна інженерія" всіх форм навчання / Брушковський О.Л., Дубчак І.В. — Рівне: НУВГП, 2018. — 36 с.

Укладачі:

Брушковський О. Л., канд. техн. наук, доцент;

Дубчак І.В., асистент.

Відповідальна за випуск: С.П. Цецик, кандидат педагогічних наук, доцент, в.о. завідувача кафедри вищої математики.



ЗМІСТ

1.	Теоретичні питання до змістового модуля "Звичайні диференціальні рівняння".....	4
2.	Зразок типової індивідуальної роботи.....	5
3.	Тренінговий варіант типової індивідуальної роботи.....	6
4.	Завдання до індивідуальної роботи	7
5.	Самостійна робота студента.....	17
6.	Зразок білету з тестовими завданнями.....	19
7.	Тренінгові завдання для підготовки до складання контрольних заходів по тестам.....	22
8.	Рекомендована література	35



Вступ

Мета методичних вказівок — максимально допомогти здобувачам вищої освіти всіх форм навчання у вивченні важливого розділу вищої математики “Звичайні диференціальні рівняння” та полегшити їх підготовку до складання модулів, заліків або іспитів за тестовою формою в умовах обмеженої кількості аудиторних годин, внаслідок чого активна самостійна робота здобувача набуває великого значення.

Здобувач вищої освіти повинен вивчити відповідні терміни, теореми і методи розв’язання основних типів звичайних диференціальних рівнянь першого і вищих порядків та систем диференціальних рівнянь, а також знати особливості тестової форми складання модулів, заліків або іспитів.

Відповідно до робочої програми, пропонуються методичні рекомендації до вивчення курсу, завдання для самостійної роботи, особливості тестової форми оцінки знань, зразок тестів модульної контрольної роботи, зразки питань до тестів I, II і III рівнів, що охоплюють весь розділ “Звичайні диференціальні рівняння”, які можуть використовуватись як збірник для практичних занять, домашніх завдань, виконання індивідуальної роботи та підготовки до іспиту, список рекомендованої літератури та електронних видань. Методичні вказівки призначені для студентів I курсу спеціальності 192 “Будівництво та цивільна інженерія” (II семестр).

Дані методичні вказівки разом з методичними вказівками 04-02-26, в яких наведено стислий конспект лекцій і завдання для самостійної роботи, створюють єдиний комплекс методичного забезпечення з вивчення розділу “Звичайні диференціальні рівняння”, мають універсальну структуру і можуть бути використані для студентів всіх технічних спеціальностей як денної, так і заочної форм навчання. Викладачі вказують студентам ті частини матеріалу, які відповідають робочій програмі з вищої математики тієї чи іншої спеціальності. Такий підхід дає змогу суттєво скоротити кількість методичних розробок з вищої математики для різних спеціальностей і розробити універсальні тести для контролю знань студентів.



1. Теоретичні питання до змістового модуля “Звичайні диференціальні рівняння”

1. Диференціальні рівняння. Основні поняття.
2. Диференціальні рівняння I порядку.
3. Рівняння з відокремленими змінними.
4. Рівняння з відокремлюваними змінними.
5. Однорідні диференціальні рівняння I порядку.
6. Лінійні диференціальні рівняння I порядку.
7. Рівняння Бернуллі.
6. Рівняння вищих порядків, що допускають пониження порядку.
7. Лінійні диференціальні рівняння.
9. Фундаментальна система розв'язків лінійного однорідного диференціального рівняння.
10. Теорема про структуру загального розв'язку лінійного однорідного диференціального рівняння.
11. Лінійні однорідні диференціальні рівняння II порядку із сталими коефіцієнтами. Характеристичне рівняння. Загальний розв'язок у випадку, коли корені характеристичного рівняння дійсні різні.
12. Лінійні однорідні диференціальні рівняння II порядку із сталими коефіцієнтами. Характеристичне рівняння. Загальний розв'язок у випадку, коли корені характеристичного рівняння дійсні, однакові.
13. Лінійні однорідні диференціальні рівняння II порядку із сталими коефіцієнтами. Характеристичне рівняння. Загальний розв'язок у випадку, коли корені характеристичного рівняння комплексні.
14. Лінійні однорідні диференціальні рівняння n-го порядку із сталими коефіцієнтами. Характеристичне рівняння. Загальний розв'язок рівняння.
15. Лінійні неоднорідні диференціальні рівняння. Теорема про структуру загального розв'язку лінійного неоднорідного диференціального рівняння.
16. Знаходження часткового розв'язку лінійного неоднорідного диференціального рівняння II порядку із сталими коефіцієнтами і правою частиною виду $f(x) = P_n(x)e^{ax}$.
17. Знаходження часткового розв'язку лінійного неоднорідного диференціального рівняння II порядку із сталими коефіцієнтами і правою частиною виду $f(x) = P_n(x)e^{ax} \cos bx + Q_m(x)e^{ax} \sin bx$.
18. Метод Лагранжа варіації довільних сталих.
19. Принцип суперпозиції часткових розв'язків для лінійного неоднорідного диференціального рівняння II порядку.
20. Лінійні неоднорідні диференціальні рівняння n-го порядку із сталими коефіцієнтами. Знаходження часткового розв'язку.
21. Системи диференціальних рівнянь. Розв'язання нормальної системи диференціальних рівнянь методом виключення.



2. Зразок типової індивідуальної роботи

Завдання 1. Знайти частковий розв'язок рівняння (а), та загальні розв'язки однорідного (б) і лінійного (в) рівнянь:

$$\text{а) } y' = (y+1) \operatorname{ctg} x; \quad y(\pi/2) = 4 \quad ;$$

$$\text{б) } y' = \frac{x^2 + y^2}{2xy} \quad ;$$

$$\text{в) } y' + y \cos x = e^{-\sin x} \quad .$$

Завдання 2. Знайти загальні розв'язки рівнянь лінійних однорідних диференціальних рівнянь II порядку із сталими коефіцієнтами:

$$\text{а) } y'' + 4y' + 3y = 0. \quad \text{б) } y'' - 4y' + 4y = 0.$$

$$\text{в) } y'' - 4y' + 13y = 0.$$

Завдання 3. а) Знайти загальний розв'язок рівняння; б) знайти загальний розв'язок системи рівнянь:

$$\text{а) } y'' - 6y' + 8y = 6e^x \quad ; \quad \text{б) } \begin{cases} \frac{dx}{dt} = 3x + y; \\ \frac{dy}{dt} = -x + y. \end{cases}$$

Завдання 4 (теорія). Диференціальні рівняння I порядку з відокремлюваними змінними

Зауваження. Всі рівняння цього варіанту розв'язано в роботі [5] (приклади 3, 4, 5, 7, 8, 9, 13, 15).



3. Тренінговий варіант типової індивідуальної роботи

Завдання 1. Знайти частковий розв'язок рівняння (а), та загальні розв'язки однорідного (б) і лінійного (в) рівнянь:

а) $y'(x^2+1)=2xy$; $y(1)=4$. Відп. $y=2(x^2+1)$.

б) $y'=\frac{y}{x}+\sqrt{1+\frac{y^2}{x^2}}$. Відп. $\frac{y}{x}+\sqrt{1+\frac{y^2}{x^2}}=Cx$.

в) $y'+2xy=3x^2e^{-x^2}$. Відп. $y=(x^3+C)\cdot e^{-x^2}$.

Завдання 2. Знайти загальні розв'язки рівнянь лінійних однорідних диференціальних рівнянь II порядку із сталими коефіцієнтами:

а) $y''-6y'+8y=0$. Відп. $y=C_1e^{2x}+C_2e^{4x}$.

б) $y''-6y'+9y=0$. Відп. $y=C_1e^{3x}+C_2\cdot x\cdot e^{3x}$.

в) $y''-6y'+58y=0$. Відп. $y=C_1e^{3x}\cdot\cos 7x+C_2\cdot e^{3x}\cdot\sin 7x$.

Завдання 3. а) Знайти загальний розв'язок рівняння; б) знайти загальний розв'язок системи рівнянь:

а) $y''-3y'+2y=-\sin x-7\cos x$.

Відп. $y=C_1e^x+C_2e^{2x}+2\sin x-\cos x$.

б)
$$\begin{cases} \frac{dx}{dt}=4x-8y; \\ \frac{dy}{dt}=-8x+4y. \end{cases} \quad \text{Відп.} \quad \begin{cases} x=-C_1e^{12t}+C_2e^{-4t}; \\ y=C_1e^{12t}+C_2e^{-4t}. \end{cases}$$

Завдання 4 (теорія). Однорідні диференціальні рівняння I порядку.



4. Завдання до індивідуальної роботи

Перед виконанням індивідуальної роботи необхідно опрацювати теоретичний матеріал і розібрати, як розв'язано відповідні приклади. Наведемо варіанти завдань індивідуальних робіт для студентів денної та заочної форм навчання.

Варіант №1

Завдання 1. Знайти частковий розв'язок рівняння (а), та загальні розв'язки однорідного (б) і лінійного (в) рівнянь:

а) $(1 + e^x)y' = e^x y; y(0) = 4.$

б) $y' = \frac{y}{x} + tg \frac{y}{x};$

в) $y' - \frac{y}{x} = x.$

Завдання 2. Знайти загальні розв'язки рівнянь лінійних однорідних диференціальних рівнянь II порядку із сталими коефіцієнтами:

а) $y'' - 9y' + 20y = 0.$ б) $y'' - 2y' + y = 0.$

в) $y'' - 4y' + 29y = 0.$

Завдання 3. а) Знайти загальний розв'язок рівняння; б) знайти загальний розв'язок системи рівнянь:

а) $y'' - 2y' - 8y = 16x^2 + 2;$ б)
$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = 2x + y; \\ \frac{dy}{dt} = x + 2y. \end{cases}$$

Завдання 4 (теорія). Лінійні диференціальні рівняння I порядку.



Варіант №2

Завдання 1. Знайти частковий розв'язок рівняння (а), та загальні розв'язки однорідного (б) і лінійного (в) рівнянь:

а) $y' = (2y + 1) \operatorname{ctg} x$; $y(\pi/2) = 1/2$;

б) $y' = \frac{y}{x} + \frac{y}{x} \cdot \ln \frac{y}{x}$;

в) $y' - 2xy = 2xe^{x^2}$.

Завдання 2. Знайти загальні розв'язки рівнянь лінійних однорідних диференціальних рівнянь II порядку із сталими коефіцієнтами:

а) $y'' + 5y' + 4y = 0$. б) $y'' + 4y' + 4y = 0$.

в) $y'' + 4y' + 20y = 0$.

Завдання 3. а) Знайти загальний розв'язок рівняння; б) знайти загальний розв'язок системи рівнянь:

а) $y'' + 4y = 3 \cos x$;

б)
$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = x + 5y; \\ \frac{dy}{dt} = -x - 3y. \end{cases}$$

Завдання 4 (теорія). Диференціальні рівняння. Основні поняття.



Варіант №3

Завдання 1. Знайти частковий розв'язок рівняння (а), та загальні розв'язки однорідного (б) і лінійного (в) рівнянь:

а) $y' \cdot (x^2 + 1) = 2xy$; $y(1) = 4$;

б) $y' = \frac{2y + 3x}{x}$;

в) $y' - y \operatorname{tg} x = \frac{1}{\cos^3 x}$.

Завдання 2. Знайти загальні розв'язки рівнянь лінійних однорідних диференціальних рівнянь II порядку із сталими коефіцієнтами:

а) $y'' - 6y' + 5y = 0$. б) $y'' - 8y' + 16y = 0$.

в) $y'' + 6y' + 34y = 0$.

Завдання 3. а) Знайти загальний розв'язок рівняння; б) знайти загальний розв'язок системи рівнянь:

а) $y'' - y' - 2y = 4e^x$; б)
$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -x - y; \\ \frac{dy}{dt} = -5x + 3y. \end{cases}$$

Завдання 4 (теорія). Рівняння Бернуллі.



Варіант №4

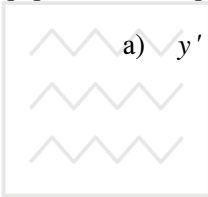
Завдання 1. Знайти частковий розв'язок рівняння (а), та загальні розв'язки однорідного (б) і лінійного (в) рівнянь:

а) $y' x \ln x = y + 1; y(e) = 2;$

б) $y' = \frac{y + \sqrt{xy}}{x};$

в) $y' - y \operatorname{ctg} x = \frac{1}{\sin x}.$

Завдання 2. Знайти загальні розв'язки рівнянь лінійних однорідних диференціальних рівнянь II порядку із сталими коефіцієнтами:



а) $y'' - 8y' + 15y = 0.$ б) $y'' + 6y' + 9y = 0.$

в) $y'' - 4y' + 85y = 0.$

Завдання 3. а) Знайти загальний розв'язок рівняння; б) Знайти загальний розв'язок системи рівнянь:

а) $y'' - 2y' = 2x + 1;$

б)
$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = x - 3y; \\ \frac{dy}{dt} = x + 5y. \end{cases}$$

Завдання 4 (теорія). Рівняння вищих порядків, що допускають пониження порядку.



Варіант №5

Завдання 1. Знайти частковий розв'язок рівняння (а), та загальні розв'язки однорідного (б) і лінійного (в) рівнянь:

$$\text{а) } y' \sin x = y \cos x; \quad y(\pi/2) = 1;$$

$$\text{б) } y' = \frac{xy - y^2}{x^2};$$

$$\text{в) } y' + \frac{y}{x} = \frac{e^{-x}}{x}.$$

Завдання 2. Знайти загальні розв'язки рівнянь лінійних однорідних диференціальних рівнянь II порядку із сталими коефіцієнтами:

$$\text{а) } y'' - 7y' + 12y = 0. \quad \text{б) } y'' + 2y' + y = 0.$$

$$\text{в) } y'' - 4y' + 29y = 0.$$

Завдання 3. а) Знайти загальний розв'язок рівняння; б) знайти загальний розв'язок системи рівнянь:

$$\text{а) } y'' - y' - 6y = 6x^2 - 4x - 3; \quad \text{б) } \begin{cases} \frac{dx}{dt} = x - 2y; \\ \frac{dy}{dt} = 3x + 6y. \end{cases}$$

Завдання 4 (теорія). Лінійні диференціальні рівняння вищих порядків.



Варіант №6

Завдання 1. Знайти частковий розв'язок рівняння (а), та загальні розв'язки однорідного (б) і лінійного (в) рівнянь:

а) $(1+x^2) y' = -xy; y(0)=1;$

б) $y' = 1 + \frac{y}{x} + \frac{y^2}{x^2};$ в) $y' - \frac{3y}{x} = x.$

Завдання 2. Знайти загальні розв'язки рівнянь лінійних однорідних диференціальних рівнянь II порядку із сталими коефіцієнтами:

а) $y'' - 5y' + 6y = 0.$ б) $y'' - 2y' + y = 0.$

в) $y'' - 4y' + 68y = 0.$

Завдання 3. а) Знайти загальний розв'язок рівняння; б) знайти загальний розв'язок системи рівнянь:

а) $y'' - 4y' + 3y = 8e^{5x};$ б)
$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = 2x - y; \\ \frac{dy}{dt} = 3x - 2y. \end{cases}$$

Завдання 4 (теорія). Принцип суперпозиції часткових розв'язків для лінійного неоднорідного диференціального рівняння II порядку.



Варіант №7

Завдання 1. Знайти частковий розв'язок рівняння (а), та загальні розв'язки однорідного (б) і лінійного (в) рівнянь:

а) $x y' + y \ln y = 0; y(1) = e;$

б) $y' = \frac{y-x}{x};$

в) $y' - \frac{2y}{x} = 3x^4.$

Завдання 2. Знайти загальні розв'язки рівнянь лінійних однорідних диференціальних рівнянь II порядку із сталими коефіцієнтами:

а) $y'' - 7y' + 10y = 0.$ б) $y'' - 14y' + 49y = 0.$

в) $y'' - 16y' + 16y = 0.$

Завдання 3. а) Знайти загальний розв'язок рівняння;
б) знайти загальний розв'язок системи рівнянь:

а) $y'' - 2y' = 6x^2 - 6x - 2;$ б)
$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = 4x + 2y; \\ \frac{dy}{dt} = -x + y. \end{cases}$$

Завдання 4 (теорія). Лінійні однорідні диференціальні рівняння. Теорема про структуру загального розв'язку лінійного однорідного диференціального рівняння.



Варіант №8

Завдання 1. Знайти частковий розв'язок рівняння (а), та загальні розв'язки однорідного (б) і лінійного (в) рівнянь:

а) $y' \operatorname{ctg} x + y = 2; y(0) = -1;$

б) $x y' = y + x \sin \frac{y}{x};$ в) $y' - \frac{y}{x} = x \cos x.$

Завдання 2. Знайти загальні розв'язки рівнянь лінійних однорідних диференціальних рівнянь II порядку із сталими коефіцієнтами:

а) $y'' - y' - 2y = 0.$ б) $y'' - 10y' + 25y = 0.$

в) $y'' - 14y' + 449y = 0.$

Завдання 3. а) Знайти загальний розв'язок рівняння; б) знайти загальний розв'язок системи рівнянь:

а) $y'' + 4y' = 17 \cos x;$ б)
$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = x + y; \\ \frac{dy}{dt} = 3x - y. \end{cases}$$

Завдання 4 (теорія). Лінійні неоднорідні диференціальні рівняння. Теорема про структуру загального розв'язку лінійного неоднорідного диференціального рівняння.



Варіант №9

Завдання 1. Знайти частковий розв'язок рівняння (а), та загальні розв'язки однорідного (б) і лінійного (в) рівнянь:

а) $(1 + \sin x) y' = y \cos x; \quad y(\pi/2) = 4;$

б) $y' = \frac{y}{x} + \sqrt{1 + \frac{y^2}{x^2}};$ в) $y' + 2xy = 3x^2 \cdot e^{-x^2}.$

Завдання 2. Знайти загальні розв'язки рівнянь лінійних однорідних диференціальних рівнянь II порядку із сталими коефіцієнтами:

а) $y'' - 3y' - 10y = 0.$ б) $y'' - 12y' + 36y = 0.$

в) $y'' - 10y' + 41y = 0.$

Завдання 3. а) Знайти загальний розв'язок рівняння; б) знайти загальний розв'язок системи рівнянь:

а) $y'' - 2y' + y = e^{2x};$ б)
$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = 3x + 8y; \\ \frac{dy}{dt} = -x - 3y. \end{cases}$$

Завдання 4 (теорія). Лінійні однорідні диференціальні рівняння II порядку із сталими коефіцієнтами. Характеристичне рівняння. Загальний розв'язок у випадку, коли корені характеристичного рівняння дійсні різні.



Варіант №10

Завдання 1. Знайти частковий розв'язок рівняння (а), та загальні розв'язки однорідного (б) і лінійного (в) рівнянь:

$$\text{а) } y' \arctg x = \frac{y}{1+x^2}; \quad y(1) = \frac{\pi}{2};$$

$$\text{б) } y' = \frac{x^2+y^2}{2xy}; \quad \text{в) } y' - \frac{2xy}{1+x^2} = x^2.$$

Завдання 2. Знайти загальні розв'язки рівнянь лінійних однорідних диференціальних рівнянь II порядку із сталими коефіцієнтами:

$$\text{а) } y'' - 9y' + 14y = 0. \quad \text{б) } y'' - 16y' + 64y = 0.$$

$$\text{в) } y'' - 18y' + 85y = 0.$$

Завдання 3. а) Знайти загальний розв'язок рівняння; б) знайти загальний розв'язок системи рівнянь:

$$\text{а) } y'' - 2y' - 8y = 16x^2 + 2; \quad \text{б) } \begin{cases} \frac{dx}{dt} = -3x - y; \\ \frac{dy}{dt} = x - y. \end{cases}$$

Завдання 4 (теорія). Однорідні диференціальні рівняння I порядку.



5. Самостійна робота студента

Самостійна робота студента включає в себе опрацювання теоретичного матеріалу курсу “Вища математика”, що розглядається у розділі “Звичайні диференціальні рівняння”, по підручниках, конспектах і навчальних посібниках, підготовку до практичних занять, виконання домашніх вправ, опрацювання окремих розділів робочої програми з навчальної дисципліни, які не виносяться на лекції, підготовку до написання самостійних робіт, до складання відповідного модуля, заліку, іспиту з обов'язковим розв'язуванням тестових завдань.

Теоретичні тестові завдання суттєво відрізняються від традиційної форми контролю знань і мають свої переваги і недоліки. Наприклад, в тестовому варіанті не можна задати питання: “Диференціальні рівняння. Основні поняття” або “Довести ту чи іншу теорему” або “Однорідні диференціальні рівняння I порядку”, тому що відповідь на такі питання потребує і часу і займає багато місця. Тому питання дроблять так, щоб відповіді були лаконічними, хоча кількість питань стає значно більшою.

Наприклад, розглянемо означення:

“Диференціальним рівнянням називається рівняння, що містить невідому функцію, її похідні різних порядків (або диференціали) і незалежні змінні”.

Традиційне питання; “Дайте означення диференціального рівняння” не підходить. Питання “Яке з наведених означень диференціального рівняння є правильним?” при якому наводиться 5 відповідей, серед яких немає безглузвих, потребує деякого часу для їх прочитання, осмислення і правильного вибору і до того ж займає багато місця на екрані монітору. А у студента на вибір правильної відповіді час обмежений, не більше 1 хвилини на 1 теоретичне питання I рівня.

Тому доводиться питання формулювати так, щоб не питання, а відповідь на нього була лаконічною, наприклад: “Як називається рівняння, що містить невідому функцію, її похідні різних порядків (або диференціали) і незалежні змінні?”.

- а) алгебраїчним
- б) інтегральним
- в) диференціальним
- г) порядковим
- д) характеристичним.



Це є значним недоліком тестової форми оцінки теоретичних знань з математики і суттєво погіршує якість математичної освіти. Доведення теорем повинно залишатися обов'язковою складовою частиною іспита з вищої математики. Це саме стосується і виведення формул, розв'язання задач та прикладів вищого рівня складності, і задач, розв'язання яких потребує геометричної ілюстрації. Крім того, суттєвим недоліком тестової форми оцінювання знань студента є те, що при обмеженій множині відповідей вказати правильну при знаходженні загального розв'язку диференціального рівняння або невизначеного інтегралу можна без розв'язування поставленої задачі, а лише шляхом перевірки вказаних розв'язків. Можливо більш доцільною була б не тестова, а комбінована форма оцінки знань з вищої математики, при якій одна задача вищого рівня і одне теоретичне питання вищого рівня оцінювались викладачем або комісією.

Але якщо у навчальному закладі тестова форма складання іспитів, заліків і модулів визнана основною, то до неї потрібно готуватися.

Тестові завдання з вищої математики по темі “Звичайні диференціальні рівняння” розбито на три рівні. Кількість питань і їх оцінювання може бути різним. Наприклад, питання першого рівня оцінюються в 1 бал кожне, другого у 2 бали, третього у 3 бали. Всього при складанні модульної роботи на комп'ютері можна заробити 15 балів. До складу білету, наприклад, вводять 6 питань першого рівня, 3 питання другого рівня і 1 питання третього рівня. В кожному білеті до кожного питання вказано по 5 відповідей, вірною з них є лише одна. Наведемо зразок такого білету.

Зауваження. Серед наведених відповідей до тестів не повинно бути ніякого натяку на правильну відповідь. Наприклад, серед них не повинно бути безглузких; правильна відповідь не повинна візуально відрізнятися від інших своїми розмірами, шрифтом... Інакше результати оцінювання знань студентів будуть необ'єктивними.

Занадто швидке закінчення контрольного випробування деякими студентами повинно викликати недовіру до результатів випробування, і у таких студентів потрібно вимагати письмові записи по розв'язанню задач II і III рівня.



6. Зразок білету з тестовими завданнями

I рівень

1. Як називається рівняння, що містить невідому функцію, її похідні різних порядків (або диференціали) та незалежні змінні?

- а) характеристичним
- б) інтегральним
- в) алгебраїчним
- г) порядковим
- д) диференціальним

2. Якщо невідома функція є функцією однієї змінної, то диференціальне рівняння називається...

- а) незалежним
- б) особливим
- в) першого порядку
- г) звичайним
- д) елементарним

Національний університет
водного господарства
та природокористування

3. Як називається диференціальне рівняння першого порядку вигляду: $f_1(x)g_1(y)dy = f_2(x)g_2(y)dx$

- а) лінійним диференціальним рівнянням першого порядку
- б) рівнянням із змінними, які можна відокремити
- в) однорідним диференціальним рівнянням першого порядку
- г) основним диференціальним рівнянням
- д) рівнянням Бернуллі

4. Як розв'язуються однорідні диференціальні рівняння першого порядку?

- а) шляхом інтегрування обох частин рівняння
- б) за допомогою підстановки $y = u \cdot x$, $y' = u'x + u$
- в) за допомогою підстановки $y = u(x) \cdot v(x)$; $y' = u'v + uv'$
- г) шляхом диференціювання обох частин рівняння
- д) за допомогою характеристичного рівняння

5. Як називається диференціальне рівняння



$$y'' + py' + qy = f(x),$$

де p і q - сталі коефіцієнти, а $f(x)$ - права частина рівняння, деяка функція, тотожно не рівна нулю?

- а) лінійним однорідним диференціальним рівнянням другого порядку із сталими коефіцієнтами
- б) неоднорідним диференціальним рівнянням
- в) лінійним однорідним диференціальним рівнянням
- г) диференціальним рівнянням із сталими коефіцієнтами.
- д) лінійним неоднорідним диференціальним рівнянням другого порядку із сталими коефіцієнтами

6. Якщо корені характеристичного рівняння лінійного однорідного диференціального рівняння II порядку із сталими коефіцієнтами будуть дійсними різними ($k_1 \neq k_2$), то загальний розв'язок такого рівняння має вигляд (де C_1, C_2 - довільні сталі):

а) $y = C_1 e^{\alpha x} \cos \beta x + C_2 e^{\alpha x} \sin \beta x$

б) $y = C_1 e^{k_1 x} + C_2 x e^{k_2 x}$

в) $y = C_1 e^{k_1 x} + C_2 x^2 e^{k_2 x}$

г) $y = C_1 e^{k_1 x} + C_2 e^{k_2 x}$

д) $y = C_1 \cos k_1 x + C_2 \sin k_2 x$

II рівень

7. Знайти загальний розв'язок рівняння $y' = x \cdot e^{x^2}$.

1) $y = \frac{1}{2} x + e^{x^2} + C$

2) $y = \frac{x}{2} \cdot e^{x^2} + C$



3) $y = \frac{1}{4} \cdot e^{x^2} + C$

4) $y = \frac{1}{8} \cdot e^{x^2} + C$

5) $y = \frac{1}{2} \cdot e^{x^2} + C$

8. Знайти загальний розв'язок рівняння $y'' - 6y' + 5y = 0$.

1) $y = C_1 \cdot e^x + C_2 \cdot e^{5x}$

2) $y = C_1 \cdot e^{-x} + C_2 \cdot e^{5x}$

3) $y = C_1 \cdot e^x + C_2 \cdot e^{-5x}$

4) $y = C_1 \cdot e^{-x} + C_2 \cdot e^{-5x}$

5) $y = C_1 \cdot e^{2x} + C_2 \cdot e^{3x}$

9. Знайти загальний розв'язок рівняння $y'' - 16y' + 100y = 0$.

1) $y = C_1 \cdot e^{8x} \cdot \cos 2x + C_2 \cdot e^{8x} \cdot \sin 2x$

2) $y = C_1 \cdot e^{8x} + C_2 \cdot e^{6x}$

3) $y = C_1 \cdot e^{4x} \cdot \cos 6x + C_2 \cdot e^{4x} \cdot \sin 6x$

4) $y = C_1 \cdot e^{8x} \cdot \cos 6x + C_2 \cdot e^{8x} \cdot \sin 6x$

5) Рівняння не має розв'язку

III рівень

10. Знайти загальний розв'язок рівняння $y' - 2xy = 2xe^{x^2}$.

1) $y = (3x + C)e^{x^2}$

2) $y = (2x + C)e^{x^2}$

3) $y = (x^2 + C) \cdot e^{x^2}$

4) $y = (4x^2 + C)e^{x^2}$

5) Рівняння не має розв'язку



7. Тренінгові завдання для підготовки до складання контрольних заходів по тестам

Ці завдання можуть бути опрацьовані під час практичних занять, в якості домашніх завдань, при самостійній підготовці.

Зуваження. В тренінговому варіанті кожного тесту наведена лише правильна відповідь. Студент при підготовці до контрольного заходу не повинен засмічувати свою пам'ять неправильними відповідями.

I рівень

1. Як називається рівняння, що містить невідому функцію, її похідні різних порядків (або диференціали) і незалежні змінні?
В. Диференціальним
2. Якщо невідома функція є функцією однієї незалежної змінної, то диференціальне рівняння називається...
В. звичайним
3. Порядком диференціального рівняння називається...
В. порядок найвищої похідної, що входить в дане рівняння
4. Що означає символічний запис $F(x, y, y', y'', \dots, y^{(n)})=0$?
В. Це символічний запис диференціального рівняння n-го порядку
5. Як називається функція $y=\varphi(x)$, підстановка якої з відповідними похідними у диференціальне рівняння $F(x, y, y', y'', \dots, y^{(n)})=0$ перетворює його у тотожність на вказаному інтервалі (a, b) ?
В. Розв'язком цього диференціального рівняння
6. Якщо функція, яка є розв'язком диференціального рівняння, задана неявно рівнянням у вигляді $\Phi(x, y) = 0$, то його називають...
В. інтегралом цього рівняння



7. Чому дорівнює число довільних сталих у розв'язку диференціального рівняння n -го порядку в загальному випадку?

В. Порядку рівняння

8. Яку назву в теорії диференціальних рівнянь має задача знаходження всіх розв'язків даного диференціального рівняння?

В. Основна задача

9. Як називаються умови

$y(x_0)=y_0$; $y'(x_0)=y_0'$; $y''(x_0)=y_0''$; ...; $y^{(n-1)}(x_0)=y_0^{(n-1)}$ для диференціального рівняння n -го порядку?

В. Початковими

10. Вкажіть, як для диференціального рівняння n -го порядку $F(x, y, y', y'', \dots, y^{(n)})=0$ в деякій області D називається функція $y=\varphi(x, C_1, C_2, \dots, C_n)$, що має такі властивості: вона є розв'язком

диференціального рівняння при будь-яких значеннях довільних сталих C_1, C_2, \dots, C_n ; для будь-яких початкових умов значення довільних сталих можна знайти однозначно так, що розв'язок $y=\varphi(x, C_1^*, C_2^*, \dots, C_n^*)$ буде задовольняти цим умовам?

В. Загальним розв'язком диференціального рівняння

11. Як називається будь-який розв'язок диференціального рівняння, який одержується із загального розв'язку при конкретних значеннях довільних сталих?

В. Частковим

12. Задача знаходження часткового розв'язку диференціального рівняння n -го порядку при заданих початкових умовах називається...

В. задачею Коші

13. Побудований на площині Oxy графік будь-якого часткового розв'язку диференціального рівняння називається...

В. інтегральною кривою цього рівняння



14. Як називаються розв'язки диференціального рівняння, які неможуть бути одержані із загального розв'язку ні при яких значеннях довільних сталих?

В. Особливими

15. Як називається диференціальне рівняння першого порядку вигляду: $g(y)dy = f(x)dx$?

В. Рівнянням з відокремленими змінними

16. Як називаються диференціальні рівняння першого порядку вигляду: $y' = f(x) \cdot g(y)$; $f_1(x) \cdot g_1(y)dy = f_2(x) \cdot g_2(y) dx$?

В. Рівняннями із змінними, які можна відокремити (з відокремлюваними змінними)

17. Як називається диференціальне рівняння першого порядку вигляду $y' = f(x, y)$, якщо для будь-якого t , ($t \neq 0$) виконується умова $f(tx, ty) = f(x, y)$?

В. Однорідним

18. Як називається диференціальне рівняння першого порядку вигляду: $y' + p(x)y = q(x)$?

В. Лінійним

19. Як називається диференціальне рівняння першого порядку $y' + p(x)y = q(x) \cdot y^n$, де $n \neq 0; 1$?

В. Рівнянням Бернуллі

20. Як розв'язуються диференціальні рівняння I порядку з відокремленими змінними?

В. Шляхом інтегрування обох частин рівняння

21. Як розв'язуються однорідні диференціальні рівняння I порядку?

В. I За допомогою підстановки $y = u \cdot x$, $y' = u' \cdot x + u$

22. Як розв'язуються лінійні диференціальні рівняння I порядку і рівняння Бернуллі?



В. За допомогою підстановки $y = u(x) \cdot v(x)$; $y' = u'v + uv'$

23. Розв'язання якого рівняння зводиться до такого вигляду:

$$\int \frac{g_1(y)}{g_2(y)} dy = \int \frac{f_2(x)}{f_1(x)} dx \quad ?$$

В. Диференціального рівняння I порядку з відокремлюваними змінними

24. Розв'язання якого рівняння зводиться до такого вигляду:

$$\int \frac{du}{f(1,u) - u} = \int \frac{dx}{x} \quad ?$$

В. Однорідного диференціального рівняння I порядку

25. Розв'язання якого диференціального рівняння I порядку зводиться до системи рівнянь для послідовного знаходження

функцій v і u : $\begin{cases} v' + p(x)v = 0; \\ u'v = q(x) \end{cases} \quad ?$

В. Лінійного диференціального рівняння I порядку

26. Яка система розв'язків лінійного однорідного диференціального рівняння n -го порядку

$$y^{(n)} + p_1(x)y^{(n-1)} + \dots + p_n(x)y = 0 \text{ на інтервалі } (a, b) \text{ називається}$$

фундаментальною?

В. Система із n лінійно незалежних на на цьому інтервалі розв'язків даного рівняння

27. Вкажіть, як називається наступна теорема: “Якщо функції $y_1(x), y_2(x), \dots, y_n(x)$ є лінійно незалежними на інтервалі $(a; b)$ розв'язками лінійного однорідного диференціального рівняння n -го порядку $y^{(n)} + p_1(x)y^{(n-1)} + \dots + p_n(x)y = 0$ (тобто утворюють фундаментальну систему розв'язків цього рівняння), то їх лінійна комбінація $C_1y_1(x) + C_2y_2(x) + \dots + C_ny_n(x)$, де C_1, C_2, \dots, C_n - довільні сталі, є загальним розв'язком цього рівняння”.

В. Теорема про структуру загального розв'язку лінійного однорідного диференціального рівняння n -го порядку



28. Як називається рівняння $y'' + py' + qy = f(x)$, де p і q - сталі коефіцієнти, а $f(x)$ - права частина рівняння, деяка функція, тотожно не рівна нулю?

В. Лінійним неоднорідним диференціальним рівнянням другого порядку із сталими коефіцієнтами

29. Як називається рівняння $y'' + py' + qy = 0$, де p і q - сталі коефіцієнти?

В. Лінійним однорідним диференціальним рівнянням другого порядку із сталими коефіцієнтами

30. Вкажіть, як називається наступна теорема: “Якщо функції

$y_1(x), y_2(x)$ є лінійно незалежними на проміжку (a, b)

розв’язками лінійного однорідного диференціального рівняння 2-го порядку із сталими коефіцієнтами $y'' + py' + qy = 0$, то їх лінійна комбінація $y(x) = C_1 y_1(x) + C_2 y_2(x)$, де C_1, C_2 - довільні сталі, є загальним розв’язком цього рівняння”.

В. Теорема про структуру загального розв’язку лінійного однорідного диференціального рівняння 2-го порядку із сталими коефіцієнтами

31. Чи так записується характеристичне рівняння для рівняння

$y'' + py' + qy = 0$, де p і q - сталі коефіцієнти: $k^2 + pk + q = 0$?

В. Так

32. Як називають систему функцій $\{ y_1(x), y_2(x), \dots, y_n(x) \}$ на інтервалі (a, b) , якщо їх лінійна комбінація

$C_1 y_1(x) + C_2 y_2(x) + \dots + C_n y_n(x)$, де C_1, C_2, \dots, C_n - довільні

сталі, тотожно рівна нулю тільки при $C_1 = C_2 = \dots = C_n = 0$?

В. Лінійно незалежною

33. Нехай розглядається лінійне однорідне диференціальне рівняння II порядку : $y'' + py' + qy = 0$, де p і q - сталі коефіцієнти. Нехай k_1 і k_2 - корені характеристичного рівняння $k^2 + pk + q = 0$. В якому випадку загальний розв’язок



рівняння має вигляд: $y = C_1 \cdot e^{k_1 x} + C_2 \cdot e^{k_2 x}$, де C_1, C_2 - довільні сталі?

В. Коли корені характеристичного рівняння дійсні, різні

34. Нехай розглядається лінійне однорідне диференціальне рівняння II порядку : $y'' + py' + qy = 0$, де p і q - сталі коефіцієнти. Нехай k_1 і k_2 - корені характеристичного рівняння $k^2 + pk + q = 0$. В якому випадку загальний розв'язок рівняння має вигляд: $y = C_1 \cdot e^{k_1 x} + C_2 \cdot x \cdot e^{k_2 x}$, де C_1, C_2 - довільні сталі?

В. Коли корені характеристичного рівняння дійсні, рівні

35. Нехай розглядається лінійне однорідне диференціальне рівняння II порядку : $y'' + py' + qy = 0$, де p і q - сталі коефіцієнти. Нехай k_1 і k_2 - корені характеристичного рівняння $k^2 + pk + q = 0$. В якому випадку загальний розв'язок рівняння має вигляд: $y = C_1 e^{\alpha x} \cos \beta x + C_2 e^{\alpha x} \sin \beta x$, де C_1, C_2 - довільні сталі?

В. Коли корені характеристичного рівняння комплексні

36. Вкажіть, як називається наступна теорема: “Загальний розв'язок лінійного неоднорідного диференціального рівняння $y'' + py' + qy = f(x)$ із сталими коефіцієнтами (y) складається із суми загального розв'язку відповідного однорідного рівняння $y'' + py' + qy = 0$, (y_0) і часткового розв'язку неоднорідного рівняння $y'' + py' + qy = f(x)$, (y^*), тобто $y = y_0 + y^*$ ”.

В. Теорема про структуру загального розв'язку лінійного неоднорідного диференціального рівняння 2-го порядку із сталими коефіцієнтами

37. Як називається наступна система диференціальних



рівнянь I порядку:

$$\begin{cases} \frac{dy_1}{dx} = f_1(x, y_1, y_2); \\ \frac{dy_2}{dx} = f_2(x, y_1, y_2), \end{cases}$$

де y_1, y_2 –

невідомі функції, x – аргумент.

В. Нормальною

II рівень

1. Знайти загальний розв'язок рівняння $y' = 9x^2 + 2x + 5 + \sin x + \frac{1}{\sqrt{x}}$.

В. $y = 3x^3 + x^2 + 5x - \cos x + 2\sqrt{x} + C$.

2. Знайти загальний розв'язок рівняння $y' = \sin^2 x$.

В. $y = \frac{1}{2}x - \frac{1}{4} \cdot \sin 2x + C$.

3. Знайти загальний розв'язок рівняння $y' = x \cdot e^{x^2}$.

В. $y = \frac{1}{2} \cdot e^{x^2} + C$.

4. Знайти загальний розв'язок рівняння $y' = \ln x$.

В. $y = \ln x \cdot x - x + C$.

5. Знайти загальний розв'язок рівняння $y' = x \cdot \sin x$.

В. $y = -x \cdot \cos x + \sin x + C$.

6. Знайти загальний розв'язок рівняння $y' = \operatorname{tg}^2 x$.

В. $y = \operatorname{tg} x - x + C$.

7. Знайти загальний розв'язок рівняння $y' = \frac{x^2}{\sin^2(x^3)}$.

В. $y = -\frac{1}{3} \cdot \operatorname{ctg}(x^3) + C$.



8. Знайти загальний розв'язок рівняння $y' = \frac{1}{\sin^2 x \cdot \cos^2 x}$.

B. $y = \operatorname{tg} x - \operatorname{ctg} x + C$.

9. Знайти загальний розв'язок рівняння $y' = \frac{1}{\sqrt{x+1} + \sqrt{(x+1)^3}}$.

B. $y = 2 \operatorname{arctg} \sqrt{x+1} + C$.

10. Знайти загальний розв'язок рівняння $y' = x \cdot e^x$.

B. $y = x \cdot e^x - e^x + C$.

11. Знайти загальний розв'язок рівняння $y'' - 6y' + 5y = 0$.

B. $y = C_1 \cdot e^x + C_2 \cdot e^{5x}$.

12. Знайти загальний розв'язок рівняння $y'' - 6y' + 9y = 0$.

B. $y = C_1 \cdot e^{3x} + C_2 \cdot x \cdot e^{3x}$.

13. Знайти загальний розв'язок рівняння $y'' - 6y' + 25y = 0$.

B. $y = C_1 \cdot e^{3x} \cdot \cos 4x + C_2 \cdot e^{3x} \cdot \sin 4x$.

14. Знайти загальний розв'язок рівняння $y'' - 16y' + 28y = 0$.

B. $y = C_1 \cdot e^{14x} + C_2 \cdot e^{2x}$.

15. Знайти загальний розв'язок рівняння $y'' - 16y' + 64y = 0$.

B. $y = C_1 \cdot e^{8x} + C_2 \cdot x \cdot e^{8x}$.

16. Знайти загальний розв'язок рівняння $y'' - 16y' + 100y = 0$.

B. $y = C_1 \cdot e^{8x} \cdot \cos 6x + C_2 \cdot e^{8x} \cdot \sin 6x$.

17. Знайти загальний розв'язок рівняння $y'' - 10y' + 16y = 0$.

B. $y = C_1 \cdot e^{8x} + C_2 \cdot e^{2x}$.



18. Знайти загальний розв'язок рівняння $y'' - 10y' + 25y = 0$.

В. $y = C_1 \cdot e^{5x} + C_2 \cdot x \cdot e^{5x}$.

19. Знайти загальний розв'язок рівняння $y'' - 10y' + 50y = 0$.

В. $y = C_1 \cdot e^{5x} \cdot \cos 5x + C_2 \cdot e^{5x} \cdot \sin 5x$.

20. Знайти загальний розв'язок рівняння $y'' - 12y' + 27y = 0$.

В. $y = C_1 \cdot e^{3x} + C_2 \cdot e^{9x}$.

21. Знайти загальний розв'язок рівняння $y'' - 12y' + 36y = 0$.

В. $y = C_1 \cdot e^{6x} + C_2 \cdot x \cdot e^{6x}$.

22. Знайти загальний розв'язок рівняння $y'' - 12y' + 61y = 0$.

В. $y = C_1 \cdot e^{6x} \cdot \cos 5x + C_2 \cdot e^{6x} \cdot \sin 5x$.

23. Знайти загальний розв'язок рівняння $y'' - 18y' + 32y = 0$.

В. $y = C_1 \cdot e^{16x} + C_2 \cdot e^{2x}$.

24. Знайти загальний розв'язок рівняння $y'' - 18y' + 81y = 0$.

В. $y = C_1 \cdot e^{9x} + C_2 \cdot x \cdot e^{9x}$.

25. Знайти загальний розв'язок рівняння $y'' - 18y' + 181y = 0$.

В. $y = C_1 \cdot e^{9x} \cdot \cos 10x + C_2 \cdot e^{9x} \cdot \sin 10x$.

26. Знайти загальний розв'язок рівняння $y'' - 8y' + 7y = 0$.

1) $y = C_1 \cdot e^{7x} + C_2 \cdot e^x$.

27. Знайти загальний розв'язок рівняння $y'' - 8y' + 16y = 0$.

В. $y = C_1 \cdot e^{4x} + C_2 \cdot x \cdot e^{4x}$.

28. Знайти загальний розв'язок рівняння $y'' - 10y' + 89y = 0$.

В. $y = C_1 \cdot e^{5x} \cdot \cos 8x + C_2 \cdot e^{5x} \cdot \sin 8x$.



29. Знайти загальний розв'язок рівняння $y''=6$.

B. $y=3x^2+C_1 \cdot x+C_2$.

30. Знайти загальний розв'язок рівняння $y''=24x$.

B. $y=4x^3+C_1 \cdot x+C_2$.

31. Знайти загальний розв'язок рівняння $y''=12x+8$.

B. $y=2x^3+4x^2+C_1 \cdot x+C_2$.

32. Знайти загальний розв'язок рівняння $y''=36x^2+6x+8$.

B. $y=3x^4+x^3+4x^2+C_1 \cdot x+C_2$.

33. Знайти загальний розв'язок рівняння $y''=8 \cdot e^{2x}$.

B. $y=2 \cdot e^{2x}+C_1 \cdot x+C_2$.

34. Знайти загальний розв'язок рівняння $y''=\sin x$.

B. $y=-\sin x+C_1 \cdot x+C_2$.

35. Знайти загальний розв'язок рівняння $y'''=48+\cos x$.

B. $y=8x^3-\sin x+C_1 \cdot x^2+C_2 \cdot x+C_3$.

III рівень

1. Знайти частковий розв'язок рівняння $(1+e^x)y'=e^x y$; $y(0)=4$.

B. $y=2(e^x+1)$.

2. Розв'язати диференціальне рівняння $y \cdot e^{y^2} dy = \frac{x^4 + \arctg^3 x}{1+x^2} dx$.

B. $\frac{1}{2} \cdot e^{y^2} = \frac{x^3}{3} - x + \arctg x + \frac{1}{4} \cdot \arctg^4 x + C$.

3. Розв'язати диференціальне рівняння і знайти його частковий розв'язок, який задовольняє вказаній початковій умові:



$$y' = (y+1) \operatorname{ctg} x; \quad y(\pi/2) = 4.$$

B. $y = 5 \sin x - 1.$

4. Розв'язати рівняння: $y' = \frac{x^2 + y^2}{2xy}.$

B. $y^2 = Cx + x^2$ або $y = \pm \sqrt{x(C+x)}.$

5. Знайти загальний розв'язок рівняння $y' = \frac{2y+3x}{x}.$

B. $y = C \cdot x^2 - 3x.$

6. Розв'язати рівняння: $y' = 1 + \frac{y}{x} + \frac{y^2}{x^2}.$

B. $e^{\operatorname{arctg} \frac{y}{x}} = Cx.$

7. Розв'язати рівняння: $y' = 1 + \frac{y}{x} + \operatorname{tg} \frac{y}{x}.$

B. $y = x \cdot \arcsin(Cx).$

8. Знайти загальний розв'язок рівняння $y' - 2xy = 2xe^{x^2}.$

B. $y = (x^2 + C) \cdot e^{x^2}.$

9. Знайти загальний розв'язок рівняння $y' - y = e^x.$

B. $y = (x+C) \cdot e^x.$

10. Знайти загальний розв'язок рівняння $y' + y \cos x = e^{-\sin x}.$

B. $y = (x+C)e^{-\sin x}.$

11. Знайти загальний розв'язок рівняння $y' - \frac{2y}{x} = 2x^3.$

B. $y = (x^2 + C) \cdot x^2.$



12. Розв'язати рівняння Бернуллі: $y' + \frac{y}{x} = -x y^2$.

B. $y = \frac{1}{x^2 + Cx}$.

13. Розв'язати рівняння $y'' = \sin^2 x$.

B. $y = \frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{8}\cos 2x + C_1x + C_2$.

14. Розв'язати рівняння $y'' + \frac{2}{x}y' = -1$.

B. $y = -\frac{x^2}{6} - \frac{C_1}{x} + C_2$.

15. Знайти загальний розв'язок рівняння $yy'' - (y')^2 = 0$.

B. $y = C_2 e^{C_1 x}$.

16. Знайти загальний розв'язок рівняння $y'' - 7y' + 12y = 24$.

B. $y = C_1 \cdot e^{3x} + C_2 \cdot e^{4x} + 2$.

17. Знайти загальний розв'язок рівняння $y'' - 9y' + 18y = 36$.

B. $y = C_1 \cdot e^{6x} + C_2 \cdot e^{3x} + 2$.

18. Знайти загальний розв'язок рівняння $y'' - 8y' + 41y = 82$.

B. $y = C_1 \cdot e^{4x} \cdot \cos 5x + C_2 \cdot e^{4x} \cdot \sin 5x + 2$.

19. Знайти загальний розв'язок рівняння $y'' + 2y' + 5y = 10$.

B. $y = C_1 \cdot e^{-x} \cdot \cos 2x + C_2 \cdot e^{-x} \cdot \sin 2x + 2$.



20. Знайти загальний розв'язок рівняння $y'' - y = 4x + 5$.

B. $y = C_1 \cdot e^x + C_2 \cdot e^{-x} - 4x - 5$.

21. Знайти загальний розв'язок рівняння $y'' + 4y = 8x$.

B. $y = C_1 \cdot \cos 2x + C_2 \cdot \sin 2x + 2x$.

22. Знайти загальний розв'язок рівняння $y'' - 2y' + 2y = x$.

B. $y = C_1 \cdot e^x \cdot \cos x + C_2 \cdot e^x \cdot \sin x + \frac{1}{2} \cdot x + \frac{1}{2}$.

23. Знайти загальний розв'язок рівняння $y'' - 5y' + 6y = e^x$.

B. $y = C_1 \cdot e^{2x} + C_2 \cdot e^{3x} + \frac{1}{2} \cdot e^x$.

24. Знайти загальний розв'язок рівняння $y'' + 9y = \cos x$.

B. $y = C_1 \cdot \cos 3x + C_2 \cdot \sin 3x + \frac{1}{8} \cdot \cos x$.

25. Знайти загальний розв'язок рівняння

$$y'' - 3y' + 2y = -\sin x - 7 \cos x ,$$

B. $y = C_1 \cdot e^x + C_2 \cdot e^{2x} - \cos x + 2 \sin x$.

26. Знайти загальний розв'язок рівняння $y'''' + y' = e^{2x}$.

B. $y = C_1 + C_2 \cdot \cos x + C_3 \cdot \sin x + 0,1 e^{2x}$.

27. Знайти загальний розв'язок рівняння $y'''' - y'' - y' + y = 8$.

B. $y = C_1 \cdot e^x + C_2 \cdot x \cdot e^x + C_3 \cdot e^{-x} + 8$.



28. Знайти загальний розв'язок рівняння: $y^{IV} - 13y'' + 36y = 0$.

В. $y = C_1 \cdot e^{2x} + C_2 \cdot e^{-2x} + C_3 \cdot e^{3x} + C_4 \cdot e^{-3x}$.

29. Знайти загальний розв'язок рівняння:

$$y^{IV} - 20y'' + 64y = 128.$$

В. $y = C_1 \cdot e^{2x} + C_2 \cdot e^{-2x} + C_3 \cdot e^{4x} + C_4 \cdot e^{-4x} + 2$.

30. Розв'язати систему диференціальних рівнянь:
$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = 3x + y; \\ \frac{dy}{dt} = -x + y. \end{cases}$$

В.
$$\begin{cases} x = 2C_1 \cdot e^{3t} - 4C_2 \cdot e^{-3t}; \\ y = C_1 \cdot e^{3t} + C_2 \cdot e^{-3t}. \end{cases}$$

31. Розв'язати систему диференціальних рівнянь:
$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = 4x - 8y; \\ \frac{dy}{dt} = -8x + 4y. \end{cases}$$

В.
$$\begin{cases} x = -C_1 \cdot e^{12t} + C_2 \cdot y^{-4t}; \\ y = C_1 \cdot e^{12t} + C_2 \cdot e^{-4t}. \end{cases}$$

32. Розв'язати систему диференціальних рівнянь і знайти її частковий розв'язок:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = 3x + y; \\ \frac{dy}{dt} = -x + y. \end{cases}; \quad x(0) = 1; \quad y(0) = 0. \quad \text{В.} \quad \begin{cases} x = e^{2t}(1+t); \\ y = e^{2t}(-t). \end{cases}$$

8. Рекомендована література

1. Шкіль М.І. Звичайні диференціальні рівняння: [навчальний посібник] / Шкіль М.І., Сотніченко М.А. –К.: Вища школа, 1992.– 304 с.

2. Пискунов Н.С. Дифференциальное и интегральное исчисление. – М.:Наука., 1985. Т.1.2.

3. Данко П.Е., Попов А.Г., Кожевникова Т.Я. Высшая математика в упражнениях и задачах. –М.: Высшая школа, 1980. Ч.1,2

4. Задачи и упражнения по математическому анализу /Под редакцией Демидовича Б.П./ .-М.:Наука, 1978.

5. Брушковський О.Л. Вища математика. Частина II. Диференціальне та інтегральне числення функції однієї змінної. Звичайні диференціальні рівняння : [навчальний посібник] /О.Л. Брушковський . – Рівне: НУВГП. 2008. – 266 с.

6. Брушковський О.Л. Вища математика. Для студентів I курсу заочної форми навчання напрямів підготовки “Економіка підприємства”, “Облік і аудит”, “Фінанси і кредит”: [навчальний посібник] / О.Л. Брушковський., І.В. Дубчак. – Рівне, НУВГП, 2010. 144 с

7. Мізюк В.Г. Вища математика: [навчальний посібник] / В.Г.Мізюк. – Рівне : НУВГП, 2008. – 245 с.