УДК 628.315.3+519.63

Сівак В. М., к.т.н., доцент (Національний університет водного господарства та природокористування, м. Рівне), **Пригорницький Д. О., к.т.н., доцент, Климюк Ю. Є., к.т.н., викладач** (Рівненський державний гуманітарний університет, м. Рівне)

ПОБУДОВА ПРОСТОРОВОГО ФІЛЬТРАЦІЙНОГО ПОЛЯ ДЛЯ ОДНОГО КЛАСУ ФІЛЬТРІВ ІЗ ТРИШАРОВОЮ ЗАСИПКОЮ

Розроблено алгоритм числової побудови просторового фільтраційного поля у фільтрах із тришаровою засипкою, які мають форму криволінійних паралелепіпедів, обмежених двома еквіпотенціальними поверхнями і чотирма поверхнями течії та розділених деякими еквіпотенціальними поверхнями на три підобласті, які характеризуються різними сталими коефіцієнтами фільтрації. Наведено результати числових розрахунків.
Ключові слова: алгоритм, фільтраційне поле, коефіцієнт фільтрації, числові розрахунки.

Разработан алгоритм числового построения пространственного фильтрационного поля в фильтрах с трехслойной засыпкой, имеющих форму криволинейных параллелепипедов, ограниченных двумя эквипотенциальными поверхностями и четырьмя поверхностями течения и разделенных некоторыми эквипотенциальными поверхностями на три подобласти, характеризующиеся различными постоянными коэффициентами фильтрации. Приведены результаты численных расчетов.
Ключевые слова: алгоритм, фильтрационное поле, коэффициент фильтрации, числовые расчеты.

The algorithm for numerical construction of spatial filtration field in filters with three layered loading, which are curvilinear parallelepipeds, bounded by two equipotential surfaces and four surfaces of current and separated by two equipotential surfaces into three subareas, which are characterized by different constant filtration coefficients is developed. The results of numerical calculations are presented.
Keywords: algorithm, filtration field, filtration coefficient, numerical calculations.

Вступ. При дослідженні просторових процесів фільтрування води через пористі засипки виникає чимало труднощів, пов'язаних не тільки з побудовою системи диференціальних рівнянь у частинних похідних і накладанням відповідних граничних та початкових умов, а й з врахуванням геометричної складності області, у якій шукається розв'язок задачі. У зв'язку із цим для випадків областей, обмежених еквіпотенціальними поверхнями і поверхнями течії, у рівняннях конвективної дифузії й граничних та початкових умовах доцільно перейти до нових незалежних

змінних – координат області комплексного потенціалу. Завдяки цьому суттєво спрощується запис задачі, а її розв'язання полягає в послідовному розв'язанні фільтраційної задачі, яка в [1-3] зводиться до побудови просторових аналогів конформних відображень одно- та двозв'язних областей, обмежених еквіпотенціальними поверхнями та поверхнями течії, на відповідні прямокутні паралелепіпеди, що автоматично дозволяє вирішити проблему побудови розрахункової сітки у фізичній області та знаходженні поля швидкості фільтрації, і задачі конвективної дифузії, наближений розв'язок якої у випадку переважання конвективних і сорбційних процесів над дифузійними та десорбційними шукається з використанням асимптотичних методів та побудовою відповідних примежових поправок [4-6]. У цій роботі нами адаптовано алгоритм, описаний в [1], для безпосереднього застосування його до побудови просторового фільтраційного поля у фільтрах із тришаровою засипкою.

Постановка задачі. Для фільтра, що має форму криволінійного паралелепіпеда $G_z = ABCDA_*B_*C_*D_*$ ($z=(x,y,z)$), обмеженого гладкими, ортогональними між собою в кутових точках та вздовж ребер, двома еквіпотенціальними поверхнями $ABB_*A_* = \{z: f_1(x,y,z)=0\}$, $CDD_*C_* = \{z: f_2(x,y,z)=0\}$ і чотирма поверхнями течії $ADD_*A_* = \{z: f_3(x,y,z)=0\}$, $BCC_*B_* = \{z: f_4(x,y,z)=0\}$, $ABCD = \{z: f_5(x,y,z)=0\}$, $A_*B_*C_*D_* = \{z: f_6(x,y,z)=0\}$ та розділеного еквіпотенціальними поверхнями $E_pF_pF_{*p}E_{*p} = \{z: f_{*p}(x,y,z)=0\}$ ($p=1,2$) на три підобласті $G_z^1 = ABF_1E_1A_*B_*F_{*1}E_{*1}$, $G_z^2 = F_1E_1E_2F_2F_{*1}E_{*1}E_{*2}F_{*2}$ і $G_z^3 = E_2F_2CDE_{*2}F_{*2}C_*D_*$ (рис. 1, а), розглянемо модельну задачу:

$$\vec{v} = \kappa \cdot grad\,\varphi,\ div\,\vec{v} = 0, \tag{1}$$

$$\varphi\Big|_{ABB_*A_*} = \varphi_*,\ \varphi\Big|_{CDD_*C_*} = \varphi^*,\ \varphi'_{\vec{n}}\Big|_{ADD_*A_*\cup BCC_*B_*\cup ABCD\cup A_*B_*C_*D_*} = 0, \tag{2}$$

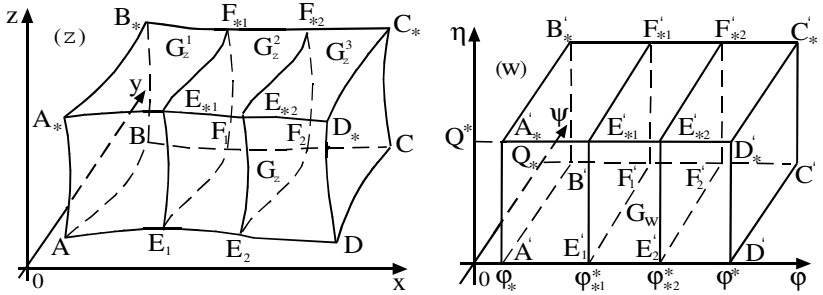
$$\varphi\Big|_{E_pF_pF_{*p}E_{*p-}} = \varphi\Big|_{E_pF_pF_{*p}E_{*p+}},\ \kappa_p\cdot\varphi'_{\vec{n}}\Big|_{E_pF_pF_{*p}E_{*p-}} = \kappa_{p+1}\cdot\varphi'_{\vec{n}}\Big|_{E_pF_pF_{*p}E_{*p+}}\ (p=1,2), \tag{3}$$

де $\varphi = \varphi(x,y,z)$ і $\vec{v}(v_x, v_y, v_z)$ – відповідно потенціал та вектор швидкості фільтрації ($0 < \varphi_* \le \varphi \le \varphi^* < \infty$, $|\vec{v}| = \sqrt{v_x^2(x,y,z)+v_y^2(x,y,z)+v_z^2(x,y,z)} > v_* >> 0$), κ – коефіцієнт фільтрації, що характеризує область G_z ($\kappa = \kappa_p = const$ при $(x,y,z)\in G_z^p$, $p=\overline{1,3}$), $\vec{n}$ – зовнішня нормаль до відповідної поверхні, (3) – умови узгодженості на еквіпотенціальних поверхнях $E_pF_pF_{*p}E_{*p}$ ($p=1,2$).

Шляхом введення пари функцій $\psi = \psi(x,y,z)$, $\eta = \eta(x,y,z)$ (просторово комплексно спряжених із функцією $\varphi = \varphi(x,y,z)$) таких, що $grad\,\varphi(x,y,z) = grad\,\psi(x,y,z)\times grad\,\eta(x,y,z)$ [7], і заміною останньої з граничних умов (2) на умови: $\psi\Big|_{ADD_*A_*} = 0$, $\psi\Big|_{BCC_*B_*} = Q_*$, $\eta\Big|_{ABCD} = 0$,

$\eta\big|_{A_*D_*C_*B_*} = Q^*$, задачу (1) – (3) замінимо більш загальною задачею на знаходження просторового аналогу конформного відображення області G_z на відповідну область комплексного потенціалу $G_w = \{ w = (\varphi, \psi, \eta):\ \varphi_* \le \varphi \le \varphi^*,\ 0 \le \psi \le Q_*,\ \ 0 \le \eta \le Q^* \}$ (рис. 1, б), де φ^*_{*p} ($p = 1,2$), Q_*, Q^*, $Q = Q_* \cdot Q^*$ – невідомі величини:

$$\begin{cases} \kappa \cdot \varphi'_x = \psi'_y \cdot \eta'_z - \psi'_z \cdot \eta'_y,\ \kappa \cdot \varphi'_y = \psi'_z \cdot \eta'_x - \psi'_x \cdot \eta'_z,\ \kappa \cdot \varphi'_z = \psi'_x \cdot \eta'_y - \psi'_y \cdot \eta'_x; \\ \varphi\big|_{ABB_*A_*} = \varphi_*,\ \varphi\big|_{DCC_*D_*} = \varphi^*,\ \psi\big|_{ADD_*A_*} = 0,\ \psi\big|_{BCC_*B_*} = Q_*,\ \eta\big|_{ADCB} = 0,\ \eta\big|_{A_*D_*C_*B_*} = Q^*, \\ \varphi\big|_{E_pF_pF_{*p}E_{*p-}} = \varphi\big|_{E_pF_pF_{*p}E_{*p+}} = \varphi^*_{*p},\ \kappa_p \cdot \varphi'_{\bar{n}}\big|_{E_pF_pF_{*p}E_{*p-}} = \kappa_{p+1} \cdot \varphi'_{\bar{n}}\big|_{E_pF_pF_{*p}E_{*p+}}\ (p = 1,2). \end{cases} \quad (4)$$



а) б)

Рис. 1. Просторова область фільтрації G_z (а) та відповідна їй область комплексного потенціалу G_w (б)

Відповідний просторовий аналог оберненої до (4) крайової задачі на конформне відображення $z = z(w)$ області G_w на G_z при невідомих значеннях величин φ^*_{*p} ($p = 1,2$), Q_*, Q^*, Q запишеться у вигляді:

$$\begin{cases} x'_\varphi = \kappa\cdot(y'_\psi\cdot z'_\eta - z'_\psi\cdot y'_\eta),\ y'_\varphi = \kappa\cdot(z'_\psi\cdot x'_\eta - x'_\psi\cdot z'_\eta),\ z'_\varphi = \kappa\cdot(x'_\psi\cdot y'_\eta - y'_\psi\cdot x'_\eta); \\ f_1\left(x(\varphi_*,\psi,\eta), y(\varphi_*,\psi,\eta), z(\varphi_*,\psi,\eta)\right) = 0, \\ f_2\left(x(\varphi^*,\psi,\eta), y(\varphi^*,\psi,\eta), z(\varphi^*,\psi,\eta)\right) = 0, \\ f_3\left(x(\varphi,0,\eta), y(\varphi,0,\eta), z(\varphi,0,\eta)\right) = 0, \\ f_4\left(x(\varphi,Q_*,\eta), y(\varphi,Q_*,\eta), z(\varphi,Q_*,\eta)\right) = 0, \\ f_5\left(x(\varphi,\psi,0), y(\varphi,\psi,0), z(\varphi,\psi,0)\right) = 0, \\ f_6\left(x(\varphi,\psi,Q^*), y(\varphi,\psi,Q^*), z(\varphi,\psi,Q^*)\right) = 0, \\ f_{*p}\left(x(\varphi^*_{*p},\psi,\eta), y(\varphi^*_{*p},\psi,\eta), z(\varphi^*_{*p},\psi,\eta)\right) = 0, \\ \kappa_p\cdot\sqrt{x'^2_\varphi(\varphi^*_{*p},\psi,\eta) + y'^2_\varphi(\varphi^*_{*p},\psi,\eta) + z'^2_\varphi(\varphi^*_{*p},\psi,\eta)}\,\Big|_{E_pF_pF_{*p}E_{*p+}} = \\ = \kappa_{p+1}\cdot\sqrt{x'^2_\varphi(\varphi^*_{*p},\psi,\eta) + y'^2_\varphi(\varphi^*_{*p},\psi,\eta) + z'^2_\varphi(\varphi^*_{*p},\psi,\eta)}\,\Big|_{E_pF_pF_{*p}E_{*p-}} \quad (p=1,2). \end{cases} \tag{5}$$

Різницевий аналог задачі та алгоритм числового розв'язання. Аналогічно [1] в області G_w вводимо рівномірну ортогональну сітку:

$$G_w^\gamma = \left\{\left(\varphi_i,\psi_j,\eta_k\right):\ \varphi_i = \begin{cases} \varphi_* + \Delta\varphi_1\cdot i,\ i=\overline{0,n_1}, \\ \varphi^*_{*1} + \Delta\varphi_2\cdot(i-n_1),\ i=\overline{n_1+1,n_1+n_2}, \\ \varphi^*_{*2} + \Delta\varphi_3\cdot(i-n_1-n_2),\ i=\overline{n_1+n_2+1,n+1}; \end{cases} \quad \psi_j = \Delta\psi\cdot j,\right.$$

$$j=\overline{0,m+1};\quad \eta_k = \Delta\eta\cdot k,\quad k=\overline{0,l+1};\quad \Delta\varphi_1 = \frac{\varphi^*_{*1}-\varphi_*}{n_1},\quad \Delta\varphi_2 = \frac{\varphi^*_{*2}-\varphi^*_{*1}}{n_2},$$

$$\left.\Delta\varphi_2 = \frac{\varphi^*-\varphi^*_{*2}}{n_3+1},\quad \Delta\psi = \frac{Q_*}{m+1},\quad \Delta\eta = \frac{Q^*}{l+1},\quad \gamma_p = \frac{\Delta\varphi_p}{\Delta\psi\cdot\Delta\eta}\ (p=\overline{1,3})\right\},$$ де

$n = n_1+n_2+n_3$, m, $l\in N$ – параметри розбиття області комплексного потенціалу, а $\Delta\varphi_p$ ($p=\overline{1,3}$), $\Delta\psi$, $\Delta\eta$ – кроки сітки відповідно по змінних φ, ψ та η (рис. 1, б). Через $x_{i,j,k} = x(\varphi_i,\psi_j,\eta_k)$, $y_{i,j,k} = y(\varphi_i,\psi_j,\eta_k)$, $z_{i,j,k} = z(\varphi_i,\psi_j,\eta_k)$ позначимо координати відповідних вузлів сітки у G_z.

Для числової побудови відображення прямокутного паралелепіпеда G_w на криволінійну область G_z (при відповідності вершин) запишемо різницеві аналоги перших трьох рівнянь (5) у рівномірній сітковій області G_w^γ через ліві та праві різницеві схеми відповідно:

$$\begin{cases} x_{i,j,k} = x_{i-1,j,k} + \dfrac{\kappa_p \cdot \gamma_p}{4}\Big(\big(y_{i,j+1,k} - y_{i,j-1,k}\big)\big(z_{i,j,k+1} - z_{i,j,k-1}\big) - \\ -\big(y_{i,j,k+1} - y_{i,j,k-1}\big)\big(z_{i,j+1,k} - z_{i,j-1,k}\big)\Big), \\ y_{i,j,k} = y_{i-1,j,k} + \dfrac{\kappa_p \cdot \gamma_p}{4}\Big(\big(x_{i,j,k+1} - x_{i,j,k-1}\big)\big(z_{i,j+1,k} - z_{i,j-1,k}\big) - \\ -\big(x_{i,j+1,k} - x_{i,j-1,k}\big)\big(z_{i,j,k+1} - z_{i,j,k-1}\big)\Big), \\ z_{i,j,k} = z_{i-1,j,k} + \dfrac{\kappa_p \cdot \gamma_p}{4}\Big(\big(x_{i,j+1,k} - x_{i,j-1,k}\big)\big(y_{i,j,k+1} - y_{i,j,k-1}\big) - \\ -\big(x_{i,j,k+1} - x_{i,j,k-1}\big)\big(y_{i,j+1,k} - y_{i,j-1,k}\big)\Big), \\ i = \overline{1, n_1 - 1},\ \text{p=1};\ i = \overline{n_1 + 1, n_1 + n_2 - 1},\ \text{p=2}; \\ i = \overline{n_1 + n_2 + 1, n};\ \text{p=3},\ j = \overline{1, m},\ k = \overline{1, l}, \end{cases} \tag{6}$$

$$\begin{cases} x_{i,j,k} = x_{i+1,j,k} - \dfrac{\kappa_p \cdot \gamma_p}{4}\Big(\big(y_{i,j+1,k} - y_{i,j-1,k}\big)\big(z_{i,j,k+1} - z_{i,j,k-1}\big) - \\ -\big(y_{i,j,k+1} - y_{i,j,k-1}\big)\big(z_{i,j+1,k} - z_{i,j-1,k}\big)\Big), \\ y_{i,j,k} = y_{i+1,j,k} - \dfrac{\kappa_p \cdot \gamma_p}{4}\Big(\big(x_{i,j,k+1} - x_{i,j,k-1}\big)\big(z_{i,j+1,k} - z_{i,j-1,k}\big) - \\ -\big(x_{i,j+1,k} - x_{i,j-1,k}\big)\big(z_{i,j,k+1} - z_{i,j,k-1}\big)\Big), \\ z_{i,j,k} = z_{i+1,j,k} - \dfrac{\kappa_p \cdot \gamma_p}{4}\Big(\big(x_{i,j+1,k} - x_{i,j-1,k}\big)\big(y_{i,j,k+1} - y_{i,j,k-1}\big) - \\ -\big(x_{i,j,k+1} - x_{i,j,k-1}\big)\big(y_{i,j+1,k} - y_{i,j-1,k}\big)\Big), \\ i = \overline{1, n_1 - 1},\ \text{p=1};\ i = \overline{n_1 + 1, n_1 + n_2 - 1},\ \text{p=2}; \\ i = \overline{n_1 + n_2 + 1, n},\ \text{p=3};\ j = \overline{1, m},\ k = \overline{1, l}. \end{cases} \tag{7}$$

Крайові умови, які визначають область G_z, запишемо у вигляді системи

$$\begin{cases} f_1\left(x_{0,j,k}, y_{0,j,k}, z_{0,j,k}\right) = 0,\ f_2\left(x_{n+1,j,k}, y_{n+1,j,k}, z_{n+1,j,k}\right) = 0, \\ f_3\left(x_{i,0,k}, y_{i,0,k}, z_{i,0,k}\right) = 0,\ f_4\left(x_{i,m+1,k}, y_{i,m+1,k}, z_{i,m+1,k}\right) = 0, \\ f_5\left(x_{i,j,0}, y_{i,j,0}, z_{i,j,0}\right) = 0,\ f_6\left(x_{i,j,l+1}, y_{i,j,l+1}, z_{i,j,l+1}\right) = 0, \\ i = \overline{0, n+1},\ j = \overline{0, m+1},\ k = \overline{0, l+1}. \end{cases} \tag{8}$$

З метою забезпечення ортогональності сітки за рівняння зв'язку пригра-ничних вузлів із граничними використаємо умови ортогональності ліній течії та еквіпотенціальних ліній до відповідних ділянок границь області G_z, які у сітковій області G_w^γ записуються такими числово-аналітичними різницевими

рівняннями:

$$\frac{f'_{1x}\left(x_{0,j,k},y_{0,j,k},z_{0,j,k}\right)}{x_{1,j,k}-x_{0,j,k}}=\frac{f'_{1y}\left(x_{0,j,k},y_{0,j,k},z_{0,j,k}\right)}{y_{1,j,k}-y_{0,j,k}}=\frac{f'_{1z}\left(x_{0,j,k},y_{0,j,k},z_{0,j,k}\right)}{z_{1,j,k}-z_{0,j,k}},$$

$$\frac{f'_{2x}\left(x_{n+1,j,k},y_{n+1,j,k},z_{n+1,j,k}\right)}{x_{n,j,k}-x_{n+1,j,k}}=\frac{f'_{2y}\left(x_{n+1,j,k},y_{n+1,j,k},z_{n+1,j,k}\right)}{y_{n,j,k}-y_{n+1,j,k}}=\frac{f'_{2z}\left(x_{n+1,j,k},y_{n+1,j,k},z_{n+1,j,k}\right)}{z_{n,j,k}-z_{n+1,j,k}},$$

$$\frac{f'_{3x}\left(x_{i,0,k},y_{i,0,k},z_{i,0,k}\right)}{x_{i,1,k}-x_{i,0,k}}=\frac{f'_{3y}\left(x_{i,0,k},y_{i,0,k},z_{i,0,k}\right)}{y_{i,1,k}-y_{i,0,k}}=\frac{f'_{3z}\left(x_{i,0,k},y_{i,0,k},z_{i,0,k}\right)}{z_{i,1,k}-z_{i,0,k}},$$

$$\frac{f'_{4x}\left(x_{i,m+1,k},y_{i,m+1,k},z_{i,m+1,k}\right)}{x_{i,m,k}-x_{i,m+1,k}}=\frac{f'_{4y}\left(x_{i,m+1,k},y_{i,m+1,k},z_{i,m+1,k}\right)}{y_{i,m,k}-y_{i,m+1,k}}=\frac{f'_{4z}\left(x_{i,m+1,k},y_{i,m+1,k},z_{i,m+1,k}\right)}{z_{i,m,k}-z_{i,m+1,k}},$$

$$\frac{f'_{5x}\left(x_{i,j,0},y_{i,j,0},z_{i,j,0}\right)}{x_{i,j,1}-x_{i,j,0}}=\frac{f'_{5y}\left(x_{i,j,0},y_{i,j,0},z_{i,j,0}\right)}{y_{i,j,1}-y_{i,j,0}}=\frac{f'_{5z}\left(x_{i,j,0},y_{i,j,0},z_{i,j,0}\right)}{z_{i,j,1}-z_{i,j,0}},$$

$$\frac{f'_{6x}\left(x_{i,j,l+1},y_{i,j,l+1},z_{i,j,l+1}\right)}{x_{i,j,l}-x_{i,j,l+1}}=\frac{f'_{6y}\left(x_{i,j,l+1},y_{i,j,l+1},z_{i,j,l+1}\right)}{y_{i,j,l}-y_{i,j,l+1}}=\frac{f'_{6z}\left(x_{i,j,l+1},y_{i,j,l+1},z_{i,j,l+1}\right)}{z_{i,j,l}-z_{i,j,l+1}},$$

$$i=\overline{0,n+1},\ \ j=\overline{0,m+1},\ \ k=\overline{0,l+1}. \qquad (9)$$

Координати вузлів на еквіпотенціальних поверхнях $E_pF_pF_{*p}E_{*p}$ ($p=1,2$) уточнюємо, використовуючи наступні різницеві рівняння:

$$\kappa_1\cdot\Delta\varphi_1\cdot\sqrt{\left(x_{n_1+1,j,k}-x_{n_1,j,k}\right)^2+\left(y_{n_1+1,j,k}-y_{n_1,j,k}\right)^2+\left(z_{n_1+1,j,k}-z_{n_1,j,k}\right)^2}=$$

$$=\kappa_2\cdot\Delta\varphi_2\cdot\sqrt{\left(x_{n_1,j,k}-x_{n_1-1,j,k}\right)^2+\left(y_{n_1,j,k}-y_{n_1-1,j,k}\right)^2+\left(z_{n_1,j,k}-z_{n_1-1,j,k}\right)^2}, \quad (10)$$

$$\kappa_2\cdot\Delta\varphi_2\cdot\sqrt{\left(x_{n_1+n_2+1,j,k}-x_{n_1+n_2,j,k}\right)^2+\left(y_{n_1+n_2+1,j,k}-y_{n_1+n_2,j,k}\right)^2+\left(z_{n_1+n_2+1,j,k}-z_{n_1+n_2,j,k}\right)^2}=$$

$$=\kappa_3\cdot\Delta\varphi_3\cdot\sqrt{\left(x_{n_1+n_2,j,k}-x_{n_1+n_2-1,j,k}\right)^2+\left(y_{n_1+n_2,j,k}-y_{n_1+n_2-1,j,k}\right)^2+\left(z_{n_1+n_2,j,k}-z_{n_1+n_2-1,j,k}\right)^2}, \quad (11)$$

$$f_{*1}\left(x_{n_1,j,k},y_{n_1,j,k},z_{n_1,j,k}\right)=0\ ,\ \ j=\overline{0,m+1},\ k=\overline{0,l+1}\ , \qquad (12)$$

$$f_{*2}\left(x_{n_1+n_2,j,k},y_{n_1+n_2,j,k},z_{n_1+n_2,j,k}\right)=0\ ,\ \ j=\overline{0,m+1},\ k=\overline{0,l+1} \qquad (13)$$

та

$$\frac{f'_{*1x}\left(x_{n_1,j,k},y_{n_1,j,k},z_{n_1,j,k}\right)}{x_{n_1,j,k}-x_{n_1-1,j,k}}=\frac{f'_{*1y}\left(x_{n_1,j,k},y_{n_1,j,k},z_{n_1,j,k}\right)}{y_{n_1,j,k}-y_{n_1-1,j,k}}=$$

$$=\frac{f'_{*1z}\left(x_{n_1,j,k},y_{n_1,j,k},z_{n_1,j,k}\right)}{z_{n_1,j,k}-z_{n_1-1,j,k}},\ \ j=\overline{0,m+1},\ k=\overline{0,l+1}\ , \qquad (14)$$

$$\frac{f'_{*2x}\left(x_{n_1+n_2,j,k},y_{n_1+n_2,j,k},z_{n_1+n_2,j,k}\right)}{x_{n_1+n_2,j,k}-x_{n_1+n_2-1,j,k}}=\frac{f'_{*2y}\left(x_{n_1+n_2,j,k},y_{n_1+n_2,j,k},z_{n_1+n_2,j,k}\right)}{y_{n_1+n_2,j,k}-y_{n_1+n_2-1,j,k}}=$$

$$=\frac{f'_{*2z}\left(x_{n_1+n_2,j,k},y_{n_1+n_2,j,k},z_{n_1+n_2,j,k}\right)}{z_{n_1+n_2,j,k}-z_{n_1+n_2-1,j,k}},\quad j=\overline{0,m+1},\ k=\overline{0,l+1} \tag{15}$$

або

$$\frac{f'_{*1x}\left(x_{n_1,j,k},y_{n_1,j,k},z_{n_1,j,k}\right)}{x_{n_1,j,k}-x_{n_1+1,j,k}}=\frac{f'_{*1y}\left(x_{n_1,j,k},y_{n_1,j,k},z_{n_1,j,k}\right)}{y_{n_1,j,k}-y_{n_1+1,j,k}}=$$

$$=\frac{f'_{*1z}\left(x_{n_1,j,k},y_{n_1,j,k},z_{n_1,j,k}\right)}{z_{n_1,j,k}-z_{n_1+1,j,k}},\quad j=\overline{0,m+1},\ k=\overline{0,l+1}\ , \tag{16}$$

$$\frac{f'_{*2x}\left(x_{n_1+n_2,j,k},y_{n_1+n_2,j,k},z_{n_1+n_2,j,k}\right)}{x_{n_1+n_2,j,k}-x_{n_1+n_2+1,j,k}}=\frac{f'_{*2y}\left(x_{n_1+n_2,j,k},y_{n_1+n_2,j,k},z_{n_1+n_2,j,k}\right)}{y_{n_1+n_2,j,k}-y_{n_1+n_2+1,j,k}}=$$

$$=\frac{f'_{*2z}\left(x_{n_1+n_2,j,k},y_{n_1+n_2,j,k},z_{n_1+n_2,j,k}\right)}{z_{n_1+n_2,j,k}-z_{n_1+n_2+1,j,k}},\quad j=\overline{0,m+1},\ k=\overline{0,l+1}\ . \tag{17}$$

Інваріанти відображення γ_p ($p=\overline{1,3}$) є невідомими величинами і визначаються в процесі розрахунку. Формули для їх наближеного знаходження одержимо на підставі умови “подібності в малому” відповідних елементарних паралелепіпедів областей G_z і G_w :

$$\gamma_1=\frac{\kappa_1}{n_1(m+1)(l+1)}\sum_{i,j,k=0}^{n_1-1,m,l}\gamma_{i,j,k}\ ,\ \gamma_2=\frac{\kappa_2}{n_2(m+1)(l+1)}\sum_{i,j,k=0}^{n_2-1,m,l}\gamma_{n_1+i,j,k}\ ,$$

$$\gamma_3=\frac{\kappa_3}{(n_3+1)(m+1)(l+1)}\sum_{i,j,k=0}^{n_3,m,l}\gamma_{n_1+n_2+i,j,k}\ , \tag{18}$$

де

$$\gamma_{i,j,k}=4\left(\sqrt{\left(x_{i+1,j,k}-x_{i,j,k}\right)^2+\left(y_{i+1,j,k}-y_{i,j,k}\right)^2+\left(z_{i+1,j,k}-z_{i,j,k}\right)^2}+\right.$$

$$+\sqrt{\left(x_{i+1,j+1,k}-x_{i,j+1,k}\right)^2+\left(y_{i+1,j+1,k}-y_{i,j+1,k}\right)^2+\left(z_{i+1,j+1,k}-z_{i,j+1,k}\right)^2}+$$

$$+\sqrt{\left(x_{i+1,j,k+1}-x_{i,j,k+1}\right)^2+\left(y_{i+1,j,k+1}-y_{i,j,k+1}\right)^2+\left(z_{i+1,j,k+1}-z_{i,j,k+1}\right)^2}+$$

$$\left.+\sqrt{\left(x_{i+1,j+1,k+1}-x_{i,j+1,k+1}\right)^2+\left(y_{i+1,j+1,k+1}-y_{i,j+1,k+1}\right)^2+\left(z_{i+1,j+1,k+1}-z_{i,j+1,k+1}\right)^2}\right)/$$

$$\left(\left(\sqrt{\left(x_{i,j+1,k}-x_{i,j,k}\right)^2+\left(y_{i,j+1,k}-y_{i,j,k}\right)^2+\left(z_{i,j+1,k}-z_{i,j,k}\right)^2}+\right.\right.$$

$$+\sqrt{\left(x_{i+1,j+1,k}-x_{i+1,j,k}\right)^2+\left(y_{i+1,j+1,k}-y_{i+1,j,k}\right)^2+\left(z_{i+1,j+1,k}-z_{i+1,j,k}\right)^2}+$$

$$+\sqrt{\left(x_{i,j+1,k+1}-x_{i,j,k+1}\right)^2+\left(y_{i,j+1,k+1}-y_{i,j,k+1}\right)^2+\left(z_{i,j+1,k+1}-z_{i,j,k+1}\right)^2}+$$

$$+\sqrt{\left(x_{i+1,j+1,k+1}-x_{i+1,j,k+1}\right)^2+\left(y_{i+1,j+1,k+1}-y_{i+1,j,k+1}\right)^2+\left(z_{i+1,j+1,k+1}-z_{i+1,j,k+1}\right)^2}\Bigg)\times$$

$$\times\Bigg(\sqrt{\left(x_{i,j,k+1}-x_{i,j,k}\right)^2+\left(y_{i,j,k+1}-y_{i,j,k}\right)^2+\left(z_{i,j,k+1}-z_{i,j,k}\right)^2}+$$

$$+\sqrt{\left(x_{i+1,j,k+1}-x_{i+1,j,k}\right)^2+\left(y_{i+1,j,k+1}-y_{i+1,j,k}\right)^2+\left(z_{i+1,j,k+1}-z_{i+1,j,k}\right)^2}+$$

$$+\sqrt{\left(x_{i,j+1,k+1}-x_{i,j+1,k}\right)^2+\left(y_{i,j+1,k+1}-y_{i,j+1,k}\right)^2+\left(z_{i,j+1,k+1}-z_{i,j+1,k}\right)^2}+$$

$$+\sqrt{\left(x_{i+1,j+1,k+1}-x_{i+1,j+1,k}\right)^2+\left(y_{i+1,j+1,k+1}-y_{i+1,j+1,k}\right)^2+\left(z_{i+1,j+1,k+1}-z_{i+1,j+1,k}\right)^2}\Bigg)\Bigg).$$

Невідомі величини φ_{*p}^{*} ($p=1,2$) знаходимо за формулами:

$$\varphi_{*1}^{*}=\frac{n_1\cdot\gamma_1\cdot\varphi^{*}+\left(n_2\cdot\gamma_2+\left(n_3+1\right)\cdot\gamma_3\right)\cdot\varphi_{*}}{n_1\cdot\gamma_1+n_2\cdot\gamma_2+\left(n_3+1\right)\cdot\gamma_3}, \tag{19}$$

$$\varphi_{*2}^{*}=\frac{\left(n_1\cdot\gamma_1+n_2\cdot\gamma_2\right)\cdot\varphi^{*}+\left(n_3+1\right)\cdot\gamma_3\cdot\varphi_{*}}{n_1\cdot\gamma_1+n_2\cdot\gamma_2+\left(n_3+1\right)\cdot\gamma_3}, \tag{20}$$

витрату Q за однією з формул

$$Q=\Delta\varphi_p\cdot\frac{\left(m+1\right)\left(l+1\right)}{\gamma_p}\ \ (\ p=\overline{1,3}\ ), \tag{21}$$

а величини Q_{*}, Q^{*} відповідно за формулами

$$Q_{*}=\sqrt{\frac{Q\cdot\left(m+1\right)}{\tilde{\gamma}\cdot\left(l+1\right)}},\ Q^{*}=\sqrt{\frac{\tilde{\gamma}\cdot Q\cdot\left(l+1\right)}{m+1}}, \tag{22}$$

де

$$\tilde{\gamma}=\frac{1}{\left(n+1\right)\left(m+1\right)\left(l+1\right)}\sum_{i,j,k=0}^{n,m,l}\tilde{\gamma}_{i,j,k}\ ,$$

$$\tilde{\gamma}_{i,j,k}=\Bigg(\sqrt{\left(x_{i,j,k+1}-x_{i,j,k}\right)^2+\left(y_{i,j,k+1}-y_{i,j,k}\right)^2+\left(z_{i,j,k+1}-z_{i,j,k}\right)^2}+$$

$$+\sqrt{\left(x_{i+1,j,k+1}-x_{i+1,j,k}\right)^2+\left(y_{i+1,j,k+1}-y_{i+1,j,k}\right)^2+\left(z_{i+1,j,k+1}-z_{i+1,j,k}\right)^2}+$$

$$+\sqrt{\left(x_{i,j+1,k+1}-x_{i,j+1,k}\right)^2+\left(y_{i,j+1,k+1}-y_{i,j+1,k}\right)^2+\left(z_{i,j+1,k+1}-z_{i,j+1,k}\right)^2}+$$

$$+\sqrt{\left(x_{i+1,j+1,k+1}-x_{i+1,j+1,k}\right)^2+\left(y_{i+1,j+1,k+1}-y_{i+1,j+1,k}\right)^2+\left(z_{i+1,j+1,k+1}-z_{i+1,j+1,k}\right)^2}\Bigg)/$$

$$\left(\sqrt{\left(x_{i,j+1,k}-x_{i,j,k}\right)^2+\left(y_{i,j+1,k}-y_{i,j,k}\right)^2+\left(z_{i,j+1,k}-z_{i,j,k}\right)^2}+\right.$$

$$+\sqrt{\left(x_{i+1,j+1,k}-x_{i+1,j,k}\right)^2+\left(y_{i+1,j+1,k}-y_{i+1,j,k}\right)^2+\left(z_{i+1,j+1,k}-z_{i+1,j,k}\right)^2}+$$

$$+\sqrt{\left(x_{i,j+1,k+1}-x_{i,j,k+1}\right)^2+\left(y_{i,j+1,k+1}-y_{i,j,k+1}\right)^2+\left(z_{i,j+1,k+1}-z_{i,j,k+1}\right)^2}+$$

$$\left.+\sqrt{\left(x_{i+1,j+1,k+1}-x_{i+1,j,k+1}\right)^2+\left(y_{i+1,j+1,k+1}-y_{i+1,j,k+1}\right)^2+\left(z_{i+1,j+1,k+1}-z_{i+1,j,k+1}\right)^2}\right).$$

Розв'язок різницевої задачі (7) – (17) знаходимо шляхом поетапної параметризації величин γ_p ($p=\overline{1,3}$), координат граничних та внутрішніх вузлів відповідної сітки у вихідній області G_z^{γ}. А саме, задавши параметри розбиття сіткової області G_w^{γ} (n_1, n_2, n_3, m та l), параметр ε, що характеризує точність наближення розв'язку відповідної різницевої задачі, початкові наближення координат граничних вузлів $\left(x_{0,j,k}^{(0)}, y_{0,j,k}^{(0)}, z_{0,j,k}^{(0)}\right)$, $\left(x_{n+1,j,k}^{(0)}, y_{n+1,j,k}^{(0)}, z_{n+1,j,k}^{(0)}\right)$, $j=\overline{0,m+1}$, $k=\overline{0,l+1}$, $\left(x_{i,0,k}^{(0)}, y_{i,0,k}^{(0)}, z_{i,0,k}^{(0)}\right)$, $\left(x_{i,m+1,k}^{(0)}, y_{i,m+1,k}^{(0)}, z_{i,m+1,k}^{(0)}\right)$, $i=\overline{1,n_1-1}$, $k=\overline{0,l+1}$, $\left(x_{n_1+i,0,k}^{(0)}, y_{n_1+i,0,k}^{(0)}, z_{n_1+i,0,k}^{(0)}\right)$, $\left(x_{n_1+i,m+1,k}^{(0)}, y_{n_1+i,m+1,k}^{(0)}, z_{n_1+i,m+1,k}^{(0)}\right)$, $i=\overline{1,n_2-1}$, $k=\overline{0,l+1}$, $\left(x_{n_1+n_2+i,0,k}^{(0)}, y_{n_1+n_2+i,0,k}^{(0)}, z_{n_1+n_2+i,0,k}^{(0)}\right)$, $\left(x_{n_1+n_2+i,m+1,k}^{(0)}, y_{n_1+n_2+i,m+1,k}^{(0)}, z_{n_1+n_2+i,m+1,k}^{(0)}\right)$, $i=\overline{1,n_3}$, $k=\overline{0,l+1}$, $\left(x_{i,j,0}^{(0)}, y_{i,j,0}^{(0)}, z_{i,j,0}^{(0)}\right)$, $\left(x_{i,j,l+1}^{(0)}, y_{i,j,l+1}^{(0)}, z_{i,j,l+1}^{(0)}\right)$, $i=\overline{1,n_1-1}$, $j=\overline{1,m}$, $\left(x_{n_1+i,j,0}^{(0)}, y_{n_1+i,j,0}^{(0)}, z_{n_1+i,j,0}^{(0)}\right)$, $\left(x_{n_1+i,j,l+1}^{(0)}, y_{n_1+i,j,l+1}^{(0)}, z_{n_1+i,j,l+1}^{(0)}\right)$, $i=\overline{1,n_2-1}$, $j=\overline{1,m}$, $\left(x_{n_1+n_2+i,j,0}^{(0)}, y_{n_1+n_2+i,j,0}^{(0)}, z_{n_1+n_2+i,j,0}^{(0)}\right)$, $\left(x_{n_1+n_2+i,j,l+1}^{(0)}, y_{n_1+n_2+i,j,l+1}^{(0)}, z_{n_1+n_2+i,j,l+1}^{(0)}\right)$, $i=\overline{1,n_3}$, $j=\overline{1,m}$ і вузлів поверхонь розділу $\left(x_{n_1,j,k}^{(0)}, y_{n_1,j,k}^{(0)}, z_{n_1,j,k}^{(0)}\right)$, $\left(x_{n_1+n_2,j,k}^{(0)}, y_{n_1+n_2,j,k}^{(0)}, z_{n_1+n_2,j,k}^{(0)}\right)$, $j=\overline{0,m+1}$, $k=\overline{0,l+1}$ (так, щоб виконувались рівності відповідно (8), (12) і (13)), початкові наближення координат внутрішніх вузлів обох областей $\left(x_{i,j,k}^{(0)}, y_{i,j,k}^{(0)}, z_{i,j,k}^{(0)}\right)$, $i=\overline{1,n_1-1}$, $j=\overline{1,m}$, $k=\overline{1,l}$, $\left(x_{n_1+i,j,k}^{(0)}, y_{n_1+i,j,k}^{(0)}, z_{n_1+i,j,k}^{(0)}\right)$, $i=\overline{1,n_2-1}$, $j=\overline{1,m}$, $k=\overline{1,l}$ і $\left(x_{n_1+n_2+i,j,k}^{(0)}, y_{n_1+n_2+i,j,k}^{(0)}, z_{n_1+n_2+i,j,k}^{(0)}\right)$, $i=\overline{1,n_3}$, $j=\overline{1,m}$, $k=\overline{1,l}$, за формулами (18) знаходимо початкові наближення $\gamma_p^{(0)}=\gamma_p\left(x_{i,j,k}^{(0)}, y_{i,j,k}^{(0)}, z_{i,j,k}^{(0)}\right)$ інваріантів відображення γ_p ($p=\overline{1,3}$). Уточнення координат внутрішніх вузлів $\left(x_{i,j,k}^{(s)}, y_{i,j,k}^{(s)}, z_{i,j,k}^{(s)}\right)$, $i=\overline{1,n_1-1}$, $j=\overline{1,m}$,

$k=\overline{1,l}$, $\left(x^{(s)}_{n_1+i,j,k}, y^{(s)}_{n_1+i,j,k}, z^{(s)}_{n_1+i,j,k}\right)$, $i=\overline{1,n_2-1}$, $j=\overline{1,m}$, $k=\overline{1,l}$ і $\left(x^{(s)}_{n_1+n_2+i,j,k}, y^{(s)}_{n_1+n_2+i,j,k}, z^{(s)}_{n_1+n_2+i,j,k}\right)$, $i=\overline{1,n_3}$, $j=\overline{1,m}$, $k=\overline{1,l}$ проводимо на основі почергового розв'язання систем (6) і (7) із використанням значень з попереднього кроку ітерації s ($s=0,1,\ldots$ – номер кроку ітерації). Далі підправляємо координати граничних вузлів, розв'язуючи наближено систему рівнянь, сформовану з (8) і (9), координати вузлів поверхонь розділу на основі рівнянь (10) – (13) та почергового використання (14), (15) і (16), (17). Потім знаходимо нові наближення γ_p ($p=\overline{1,3}$) за формулами (18), величин φ^*_{*p} ($p=1,2$), Q, Q_* і Q^* – за формулами (19) – (22) та перевіряємо виконання умов стабілізації координат вузлів сітки і величин φ^*_{*p} ($p=1,2$), Q відносно кроку ітерації відповідно

$$\max_{x_{i,j,k},\, y_{i,j,k},\, z_{i,j,k}\in\partial G_z}\left(\left|x_{i,j,k}{}^{(s+1)}-x_{i,j,k}{}^{(s)}\right|, \left|y_{i,j,k}{}^{(s+1)}-y_{i,j,k}{}^{(s)}\right|,\right.$$
$$\left.\left|z_{i,j,k}{}^{(s+1)}-z_{i,j,k}{}^{(s)}\right|\right)<\varepsilon,\ \left|\varphi^{*\,(s+1)}_{*1}-\varphi^{*\,(s)}_{*1}\right|<\varepsilon,\ \left|\varphi^{*\,(s+1)}_{*2}-\varphi^{*\,(s)}_{*2}\right|<\varepsilon,$$
$$\left|Q^{(s+1)}-Q^{(s)}\right|<\varepsilon. \qquad (23)$$

Якщо умови (23) не виконуються, то повертаємося до уточнення координат внутрішніх вузлів сітки і т.д. У протилежному випадку для отриманих вузлів сітки обчислюємо нев'язку перших трьох рівнянь системи (5) $\delta=\sqrt{\delta_1^2+\delta_2^2+\delta_3^2}$, де $\delta_1=\max\limits_{\substack{i,j,k=1\\ i\neq n_1\\ i\neq n_1+n_2}}^{n,m,l}\left|\left((x_{i+1,j,k}-x_{i-1,j,k})-\frac{\kappa_p\cdot\gamma_p}{2}\cdot\left((y_{i,j+1,k}-y_{i,j-1,k})\times\right.\right.\right.$ $\left.\left.\left.\times(z_{i,j,k+1}-z_{i,j,k-1})-(z_{i,j+1,k}-z_{i,j-1,k})(y_{i,j,k+1}-y_{i,j,k-1})\right)\right)\right|$, $\delta_2=\max\limits_{\substack{i,j,k=1\\ i\neq n_1\\ i\neq n_1+n_2}}^{n,m,l}\left|\left((y_{i+1,j,k}-y_{i-1,j,k})-\right.\right.$ $\left.\left.-\frac{\kappa_p\cdot\gamma_p}{2}\cdot\left((z_{i,j+1,k}-z_{i,j-1,k})(x_{i,j,k+1}-x_{i,j,k-1})-(x_{i,j+1,k}-x_{i,j-1,k})(z_{i,j,k+1}-z_{i,j,k-1})\right)\right)\right|$, $\delta_3=$ $=\max\limits_{\substack{i,j,k=1\\ i\neq n_1\\ i\neq n_1+n_2}}^{n,m,l}\left|\left((z_{i+1,j,k}-z_{i-1,j,k})-\frac{\kappa_p\cdot\gamma_p}{2}\cdot\left((x_{i,j+1,k}-x_{i,j-1,k})(y_{i,j,k+1}-y_{i,j,k-1})-(y_{i,j+1,k}-y_{i,j-1,k})\times\right.\right.\right.$ $\left.\left.\left.\times(x_{i,j,k+1}-x_{i,j,k-1})\right)\right)\right|$, $p=\begin{cases}1,\ i=\overline{1,n_1-1},\\ 2,\ i=\overline{n_1+1,n_1+n_2-1}.\\ 3,\ i=\overline{n_1+n_2+1,n}.\end{cases}$ Якщо точність отриманого

розв'язку нас не задовольняє, то збільшуємо кількість вузлів розбиття сітки G_z^γ та розв'язуємо задачу заново.

Для одержаних координат вузлів гідродинамічної сітки на основі рівняння руху (1) та умов (3) величини швидкості у внутрішніх вузлах сітки G_z^γ знаходимо за формулою $v_{i,j,k} = \sqrt{v_{x\,i,j,k}^2 + v_{y\,i,j,k}^2 + v_{z\,i,j,k}^2}$, $i = \overline{1, n_1 - 1}$, p=1; $i = \overline{n_1 + 1, n_1 + n_2 - 1}$, p=2; $i = \overline{n_1 + n_2 + 1, n}$, p=3; $j = \overline{1, m}$, $k = \overline{1, l}$, $v_{x\,i,j,k} =$ $= 2\frac{\kappa_p \cdot \Delta\varphi}{J_{i,j,k}}\left(\left(y_{i,j+1,k} - y_{i,j-1,k}\right)\left(z_{i,j,k+1} - z_{i,j,k-1}\right) - \left(y_{i,j,k+1} - y_{i,j,k-1}\right)\left(z_{i,j+1,k} - z_{i,j-1,k}\right)\right)$, $v_{y\,i,j,k} = 2\frac{\kappa_p \cdot \Delta\varphi}{J_{i,j,k}}\left(\left(x_{i,j,k+1} - x_{i,j,k-1}\right)\left(z_{i,j+1,k} - z_{i,j-1,k}\right) - \left(x_{i,j+1,k} - x_{i,j-1,k}\right)\left(z_{i,j,k+1} - \right.\right.$ $\left.\left. - z_{i,j,k-1}\right)\right)$, $v_{z\,i,j,k} = 2\frac{\kappa_p \cdot \Delta\varphi}{J_{i,j,k}}\left(\left(x_{i,j+1,k} - x_{i,j-1,k}\right)\left(y_{i,j,k+1} - y_{i,j,k-1}\right) - \left(x_{i,j,k+1} - x_{i,j,k-1}\right) \times \right.$ $\left. \times \left(y_{i,j+1,k} - y_{i,j-1,k}\right)\right)$, $J_{i,j,k} = \left(x_{i+1,j,k} - x_{i-1,j,k}\right)\left(y_{i,j+1,k} - y_{i,j-1,k}\right)\left(z_{i,j,k+1} - z_{i,j,k-1}\right) +$ $+ \left(x_{i,j,k+1} - x_{i,j,k-1}\right)\left(y_{i+1,j,k} - y_{i-1,j,k}\right)\left(z_{i,j+1,k} - z_{i,j-1,k}\right) + \left(x_{i,j+1,k} - x_{i,j-1,k}\right)\left(y_{i,j,k+1} - \right.$ $\left. - y_{i,j,k-1}\right)\left(z_{i+1,j,k} - z_{i-1,j,k}\right) - \left(x_{i,j,k+1} - x_{i,j,k-1}\right)\left(y_{i,j+1,k} - y_{i,j-1,k}\right)\left(z_{i+1,j,k} - z_{i-1,j,k}\right) -$ $- \left(x_{i+1,j,k} - x_{i-1,j,k}\right)\left(y_{i,j,k+1} - y_{i,j,k-1}\right)\left(z_{i,j+1,k} - z_{i,j-1,k}\right) - \left(x_{i,j+1,k} - x_{i,j-1,k}\right)\left(y_{i+1,j,k} - \right.$ $\left. - y_{i-1,j,k}\right)\left(z_{i,j,k+1} - z_{i,j,k-1}\right)$. Формули для знаходження величин швидкостей у граничних вузлах і на поверхнях розділу отримуються аналогічно [1].

Програмна реалізація алгоритму та числові приклади. Вище описаний алгоритм був реалізований у вигляді пакету програм для сучасних багатоядерних ПЕОМ під управлінням ОС Windows, який дозволяє отримувати як числові результати роботи алгоритму, так і візуальне їх представлення у вигляді графіків, малюнків тощо. Для перевірки його коректної роботи було проведено числовий експеримент побудови просторового фільтраційного поля у фільтрі із тришаровою засипкою, форму якого описано поверхнями $f_1(x, y, z) =$ $= x - 2$, $f_2(x, y, z) = (x - 4.0777343)^2 + y^2 + z^2 - 0.3169799$, $f_3(x, y, z) = (x - 2)^2 +$ $+ (y - 6.1553671)^2 + z^2 - 41.8885438$, $f_4(x, y, z) = (x - 2)^2 + (y + 6.1553671)^2 +$ $+ z^2 - 41.8885438$, $f_5(x, y, z) = f_6(x, y, z) = \left(x^2 - 4x + y^2 + z^2\right)^2 + 16y^2 - 93.2548340z^2$, а поверхні розділу $f_{*1}(x, y, z) = (x - 5.5936395)^2 + y^2 + z^2 - 8.9142448$, $f_{*2}(x, y, z) = (x - 4.3533586)^2 + y^2 + z^2 - 1.5382967$. При цьому було побудовано розрахункову динамічну сітку в G_z (рис. 2) при $n_1 = 13$, $n_2 = 14$, $n_3 = 13$

($n = 40$), $m = 16$, $l = 12$, $\varphi_* = 0$, $\varphi^* = 198.05$, $\kappa_1 = 5.6$ м/добу, $\kappa_2 = 8.4$ м/добу, $\kappa_3 = 9.8$ м/добу (параметри n_1, n_2, n_3, m і l вибирали з умови найбільшої подібності побудованої сітки до кубічної), знайдено фільтраційну витрату $Q = 0.077303$ м^3/год, потенціали на поверхнях розділу $\varphi^*_{*1} = 79.78$, $\varphi^*_{*2} = 148.626$, обчислено величини швидкості фільтрації |*v*| (рис. 3), що відповідають величині середньої швидкості руху води через засипку криволінійного фільтру 1 м/год. Нев'язка δ числових розрахунків становить 0,001.

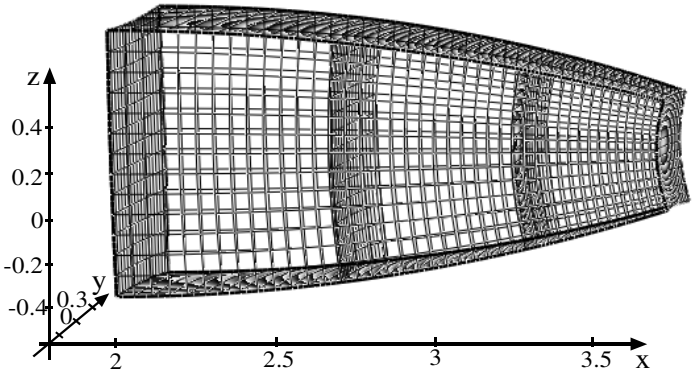


Рис. 2. Розрахункова динамічна сітка в G_z

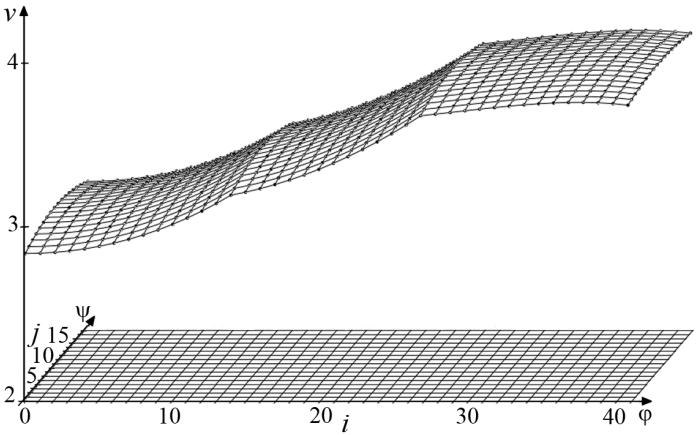


Рис. 3. Розподіл величин швидкості фільтрації вздовж поверхні течії $\eta(x, y, z) = \overline{\eta}_4$ для області G_z

Висновки і зауваження. Результати проведеного числового експерименту свідчать про ефективність запропоновано підходу до числової побудови фільтраційного поля у фільтрах із тришаровою засипкою, які мають форму криволінійних паралелепіпедів, обмежених двома еквіпотенціальними поверхнями і чотирма поверхнями течії та розділених деякими еквіпотенціальними поверхнями на три підобласті, які характеризуються різними сталими коефіцієнтами фільтрації. В [6] показано, що така форма фільтрів з одношаровою засипкою дозволяє більш раціонально використовувати сорбційну ємкість і продовжити термін фільтроциклу на 3-6%. Отримані нами результати дають змогу провести теоретичне дослідження підвищення їх ефективності на прикладі фільтрів з тришаровою засипкою.

1. Климюк Ю. Є. Числове розв'язання обернених крайових задач на просторові конформні відображення криволінійних паралелепіпедів на прямокутні / Ю. Є. Климюк, Д. О. Пригорницький // Волинський математичний вісник. Серія прикладна математика. Випуск 5 (14). – Рівне : РДГУ, 2008. – С. 104-143. **2.** Климюк Ю. Є. Числове розв'язання обернених крайових задач на просторові конформні відображення двоз'язних областей із розрізом на прямокутні паралелепіпеди / Ю. Є. Климюк, Д. О. Пригорницький // Волинський математичний вісник. Серія прикладна математика. Випуск 6 (15). – Рівне : РДГУ, 2009. – С. 59-71. **3.** Климюк Ю. Є. Числова реалізація просторових аналогів конформних відображень областей, обмежених двома замкненими еквіпотен-ціальними поверхнями / Ю. Є. Климюк, Д. О. Пригорницький // Волинський математичний вісник. Серія прикладна математика. Випуск 7 (16). – Рівне : РДГУ, 2010. – С. 84-92. **4.** Бомба А. Я. Числово-асимптотичне наближення розв'язків просторових модельних задач процесу фільтрування / А. Я. Бомба, Ю. Є. Климюк, А. П. Сафоник, В. М. Сівак // Фізико-математичне моделювання та інформаційні технології. – 2010. – Вип. 11. – С. 29-39. **5.** Сівак В. М. Числово-асимптотичне наближення розв'язку просторової модельної задачі процесу видалення залишкового алюмінію при фільтруванні через окислювально-відновні завантаження / В. М. Сівак, А. Я. Бомба, Ю. Є. Климюк // Гідромеліорація та гідротехнічне будівництво: збірн. наук. праць. – Вип. 34. – Рівне : НУВГП. – 2009. – С. 252-261. **6.** Климюк Ю. Є. Моделювання процесу доочистки води від залишкових катіонів алюмінію фільтруванням через аніоноактивні завантаження із врахуванням зміни фільтраційних властивостей середовища / Ю. Є. Климюк, В. М. Сівак // Волинський математичний вісник. Серія прикладна математика. Випуск 7 (16). – Рівне : РДГУ, 2010. – С. 93-109. **7.** Рауз. Х. Механика жидкости / Х. Рауз. – М. : Стройиздат, 1967. – 390 с.

Рецензент д.т.н., проф. Власюк А. П. (НУВГП)