УДК 744:004 (075.8)

Крівцов В. В., к.т.н., доцент, Дєєв С. С., к.т.н., доцент (Національний університет водного господарства та природокористування, м. Рівне)

ЗАСТОСУВАННЯ МЕТОДІВ АНАЛІТИЧНОЇ ГЕОМЕТРІЇ ДЛЯ СУПРОВОДУ ГРАФІЧНИХ ПОБУДОВ В ПРОЕКЦІЯХ З ЧИСЛОВИМИ ПОЗНАЧКАМИ

В статті показано можливість використання математичного апарату для супроводу графічних побудов при розв'язуванні метричних та позиційних задач в проекціях з числовими позначками.
Ключові слова: проекції з числовими позначками, рівняння прямої та площини.

В статье показана возможность использования математического аппарата для сопровождения графических построений при решении метрических и позиционных задач в проекциях с числовыми позначками.
Ключевые слова: проекции с числовими обозначениями, уравнение прямой и плоскости.

In the article possibility of the use of mathematical vehicle is shown for accompaniment of graphic constructions at the decision of metrical and position tasks in projections with numerical projections.
Keywords: projections with numerical symbols, equations of line and plane.

Авторами вперше в Україні ще в 1977 році [1] запропоновано поєднати описовий характер вивчення графічних дисциплін з алгебраїчним аналізом геометричних фігур, що розглядаються. Доцільність аналітичного супроводу геометричних залежностей була доведена в подальшому практикою викладання інженерної графіки в провідних вищих навчальних закладах держави. Про актуальність цього питання свідчить також включення в програму дисципліни „Нарисна геометрія, інженерна та комп'ютерна графіка" [2] розділу „Обчислювальна геометрія", видання посібників і підручників [3-5], де невід'ємною складовою викладання положень інженерної графіки є застосування математичних методів опису геометричних фігур.

В даний час є безсумнівним той факт, що застосування математичних методів в інженерній графіці дозволяє студентам сприймати графічний розв'язок позиційних та метричних задач більш узагальнено і поглиблено, ґрунтовніше опанувати класифікацію різноманітних геометричних фігур і їх положення в просторі, що значно підвищує ефективність вивчення графічних дисциплін. Взаємо збагачення методів аналітичної геометрії та інженерної графіки полягає в тому, що наочність останньої дає змогу додати конструк-

тивного змісту аналітичним залежностям, причому аналітичний супровід положень інженерної графіки не дублює аналітичну геометрію, а показує єдність, взаємозв'язок різних геометричних методів.

Вивчення студентами положень інженерної графіки із застосуванням обчислювальної геометрії є найбільш прогресивним і сучасним. Ефективність такої методики доведена також практикою викладання графічних дисциплін в НУВГП, де в навчальний процес впроваджені розробки викладачів кафедри нарисної геометрії, інженерної та машинної графіки за даною тематикою, наприклад, методичні вказівки №№ 035-185, 035-186, 035-187 та інші.

В статті вперше показана можливість використання математичних методів для супроводу графічних побудов в проекціях з числовими позначками. Цей спецрозділ інженерної графіки вивчається студентами за напрямом підготовки „Водні ресурси", „Будівництво"; на основних положеннях якого ґрунтується проектування на земної поверхні різноманітних гідромеліоративних, гідротехнічних, будівельних та інших споруд.

Покажемо на конкретних прикладах, як можна використовувати математичні методи, в першу чергу методи аналітичної геометрії, для супроводу графічних побудов при розв'язуванні позиційних та метричних задач в проекціях з числовими позначками.

Приклад виконання розрахункової частини до графічної роботи «Позиційні та метричні задачі в проекціях з числовими позначками»

Задача 1. За координатами точок А, В, С побудувати на плані площину α, що задана трикутником АВС. В площині α провести горизонталі з підйомом (перевищенням) 1м, накреслити масштаб спаду α_i площини α. Визначити величину інтервалу l і кут спаду (нахилу) площини α до площини проекцій π_o. Указати напрям простирання, побудувати і визначити кут простирання φ площини α.

Для даного прикладу координати точок: А(13.0; 4.0; 4.0), В(8.0; 2.0; 6.4), С(7.0; 6.5; 2.7).

Графічний спосіб розв'язування задачі показано на рис.1.

1. Перевірка градуювання прямої ВС аналітичним способом

Перевірка градуювання прямої ВС аналітичним способом полягає у визначенні інтервалу прямої ВС за формулою

$$l_{BC} = k\frac{L_{BC}}{h_{BC}},$$

де l_{BC} – інтервал прямої, м; h_{BC} – підйом (перевищення) відрізка ВС, м; k – розмірний коефіцієнт що дорівнює 1 м; L_{BC} – закладання відрізка ВС, м.

Обчислюємо величину закладання L_{BC} як відстань між двома точками площини π_0:

$$L_{BC} = d = \sqrt{(X_B - X_C)^2 + (У_e - У_n)^2} = \sqrt{(8.0-7.0)^2 + (2.0-6.5)^2} \approx 4.6\ м\cdot$$

Величину підйому відрізка ВС обчислюємо за формулою

$$h_{BC} = |Z_B - Z_C|,$$

де h_{BC} – величина підйому відрізка ВС, м;

Z_B – числова позначка точки В, м;

Z_C – числова позначка точки С, м.

$$h_{BC} = |6.4 - 2.7| м = 3.7 \text{ м}.$$

Тоді інтервал прямої ВС:

$$l_{BC} = k \, {}^{L_{BC}}\!/_{h_{BC}} = 1 \cdot {}^{4.6}\!/_{3.7} \cong 1.2 \text{ м}.$$

Довжину відрізка $C_{2.7}$ 3.0 прямої ВС обчислюємо за формулою

$$\left| C_{2.7} 3.0 \right| = x = \Delta n_1 L_{BC},$$

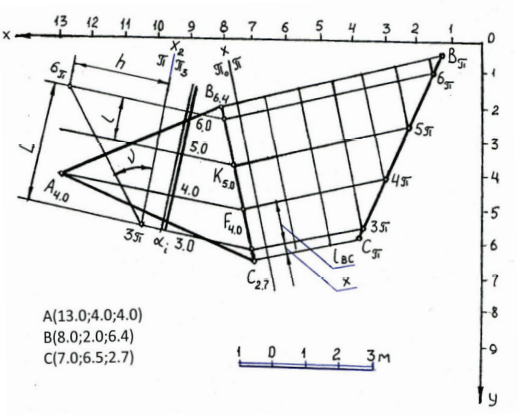

Рис. 1. Графічний спосіб розв'язування задачі 1

де x – довжина відрізка $C_{2.7}$ 3.0;

l_{BC} – інтервал прямої ВС, м;

Δn_1 – різниця чисел, які є позначками точок С і 3.0.

Маємо:

$\Delta n_1 = |2.7 - 3.0| = 0.3$

$x = 0.3 \cdot 1.2 м = 0.4$ м.

Перевірка градуювання прямої, що здійснена на рис. 1 способом профілю, виконуємо таким чином: точка з числовою позначкою 3.0 віддалена від точки $C_{2.7}$ на відстані 4мм $\left| C_{2.7} 3.0 \right|$=0,44, враховуючи масштаб 1:100 рис. 1. Точки з позначкою 3.0, 4.0 , 5.0, 6.0 відстоять одна від одної на відстані,що дорівнює 12мм (l_{BC}=1,2м).

2. Визначення кута нахилу γ площини α до площини проекцій

Кут нахилу γ площини α до площини проекцій π_o можна визначити за формулою

$$tg\,\gamma = \frac{h}{L},$$

де γ – кут нахилу площини α до π_o: h – величина підйому відрізка масштабу схилу, м; L – величина закладання відрізка масштабу схилу площини, м.

Для розрахунків беремо відрізок масштабу уклону площини між точками з позначками 3.0 і 6.0 м.

Тоді величина підйому відрізка

$$h = 6.0 м - 3.0 м = 3{,}0 м.$$

Величина закладання масштабу уклону площини α_i буде дорівнювати $L=3l$; де l – інтервал площини α, м.

Інтервал площини – це відстань між проекціями горизонталей площини, числові позначки яких відрізняються на одиницю довжини (1м).

Інтервал площини l вимірюємо на рисунку, врахувавши масштаб зображення. Для даного прикладу l =1.2 м, а закладання L=3 l =3·1.2м=3.6 м.

Тоді
$$tg\gamma = \frac{3.0}{3.6} = 0.83\cdot$$

За таблицею тангенсів $\gamma \approx 40^o$.

Кут нахилу площини α(ΔABC) до площини π_o можна визначити за формулою

$$\cos\gamma = \frac{A_1A_2 + B_1B_2 + C_1C_2}{\sqrt{A_1^2 + B_1^2 + C_1^2}\cdot\sqrt{A_2^2 + B_2^2 + C_2^2}},$$

де γ – кут нахилу площини α, град; A_1, B_1, C_1 – коефіцієнти рівняння площини α; A_2, B_2, C_2 – коефіцієнти рівняння площини π_o.

Рівняння горизонтальної площини проекцій π_o має вигляд z = O. Тоді A_2=O: B_2=O; C_2=1.

Для визначення коефіцієнтів A_1, B_1, C_1 напишемо рівняння площини α у вигляді:

$$A_1x + B_1y + C_1z + D_1 = 0\cdot$$

Площина α задана трьома точками A(13; 4; 4), B(8; 2; 6.4), C(7; 6.5; 2.7). Її рівняння має вигляд:

$$\begin{vmatrix} x - x_A & y - y_A & z - z_A \\ x_B - x_A & y_B - Y_A & z_B - z_A \\ x_C - x_A & y_C - y_A & z_C - z_A \end{vmatrix} = 0.$$

Підставляючи в це рівняння координати x, y, z точок A_1, B_1, C_1, маємо:

$$\begin{vmatrix} x-13 & y-4 & z-4 \\ 8-13 & 2-4 & 6.4-4 \\ 7-13 & 6.5-4 & 2.7-4 \end{vmatrix} = 0'$$

$$(x-13)(2.6-6)-(y-4)(6.5+14.4)+(z-4)(-12.5-12) = 0,$$

$$-3.4x + 44.2 - 20.9y + 83.6 - 24.5z + 98 = 0.$$

Звідси: $3.4x + 20.9y + 24.5z - 225.8 = 0$ – лінійне рівняння площини α, що проходить через точки A, B, C.

Тоді A_1=3.4; B_1=20.9; C_1=24.5. Звідси

$$\cos v = \frac{24.5\cdot 1}{\sqrt{3.4^2 + 20.9^2 + 24.5^2}\cdot\sqrt{1^2}} = \frac{24.5}{\sqrt{1048.62}} = \frac{21.5}{32.38} = 0.76$$

За таблицею косинусів v≈40°.

Інтервал l площини α можна також визначити за формулою $tgv = \frac{h}{\ell}$. З останньої формули маємо: $l = \frac{h}{tgv}$, де l – інтервал площини, h – перевищення рівня 1м, v – кут нахилу площини α до π_0, град:

$$l = \frac{1м}{tg40^o} \cong 1.2м.$$

Крім цього, перевірку градуювання прямої ВС аналітичним способом можна здійснити іншим чином. Для цього визначаємо координати точки F, яка має позначку 4.0 м і належить прямій ВС. Для цього напишемо рівняння прямої ВС, як прямої, що проходить через 2 точки В (8.0; 2.0; 6.4) і С (7.0; 6.5; 2.7).

$$\frac{X_F - X_B}{X_C - X_B} = \frac{У_F - У_e}{У_„ - У_e} = \frac{Z_F - Z_B}{Z_C - Z_B}.$$

Підставимо в рівняння Z_F=4.0 і визначимо X_F і $У_F$:

$$\frac{X-8}{7-8} = \frac{У-2}{6.5-2.0} = \frac{4-6.4}{2.7-6.4}.$$

$$Звідки\ X_A = 7,4\ м\ і\ Y_F = 4,9\ м.$$

Точка F (7.4; 4.9; 4.0). Таким же способом визначимо координати точки К прямої ВС, яка має позначку 5.0 м:

$$\frac{X-8}{7-8} = \frac{5-6.4}{2.7-6.4} \quad \frac{X-8}{7-8} \approx 0.37.$$

Звідки X_K = 7.6 м і Y_K = 3.7 м.

Інтервал l площини α дорівнює відстані від точки К (7.6; 3.7; 5.0) до прямої AF, яка є горизонтальною проекцією горизонталі площини α з позначкою 4.0 м.

Складемо рівняння проекції прямої AF, яка проходить через 2 точки: A(13.0; 4.0; 4.0); F(7.4; 4.9; 4.0)

$$\frac{X - X_F}{X_A - X_F} = \frac{У - У_F}{У_A - У_F} \text{ або } \frac{X-7.4}{13-7.4} = \frac{У-4.9}{4.0-4.9}.$$

Рівняння має вигляд:

$$0.9x + 5.6y - 34.1 = 0.$$

Нормальний вид рівняння проекції прямої AF

$$0.16x + 0.98y - 6.01 = 0.$$

Відстань від точки К(7.6; 3.7) до проекції прямої AF:

$$d = |0.9 \cdot 7.6 + 5.6 \cdot 3.7 - 34.1|\ м = 1.16\ м.$$

Інтервал площини l =d=1.16 м.

Перевіряємо кут нахилу ν площини α до π_0:

$$tg\nu = \frac{1}{L} \cdot k,$$

де ν = кут нахилу площини, град.; l – інтервал площини, м; k – коефіцієнт, що дорівнює 1м.

$$tg\nu = \frac{1}{1.16} \cdot 1 = 0.86.$$

За таблицею ν≈40°.

Задача 2. За координатами точок А, В, С побудувати на плані трикутник АВС і визначити його дійсну величину.

Графічне розв'язування цієї задачі показано на рис. 2.

Для даного прикладу координати точок: А(13.0; 4.0; 4.0), В(8.0; 2.0; 6.4), С(7.0; 6.5; 2.7).

Для визначення дійсної величини трикутника визначаємо перевищення точки $B_{6.4}$ над горизонталлю AF трикутника АВС, яка має позначку 4.0м:

$$\Delta h_B = (6.4 - 4.0)м = 2.4м.$$

Аналітичним способом здійснюємо перевірку довжини сторін трикутника $A_{4.0}$ $B_{4.0}$ $C_{4.0}$. Дійсна величина сторони

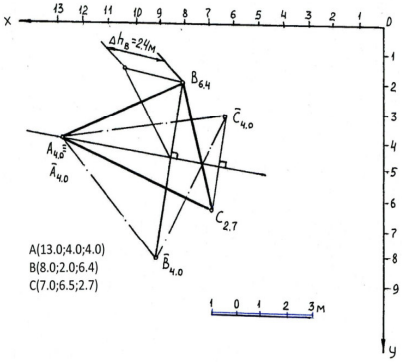

Рис. 2. Графічний спосіб розв'язування задачі 2

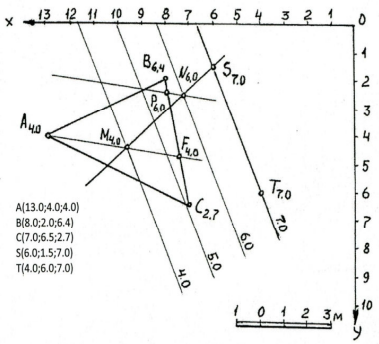

Рис. 3. Графічний спосіб розв'язування задачі 3

$$AB = A_{4.0}\bar{B}_{4.0} = \sqrt{(X_A - X_B)^2 + (Y_A - Y_e)^2 + (Z_A - Z_B)^2}$$

$$AB = \sqrt{(13-8)^2 + (4-2)^2 + (4-6.4)^2} = \sqrt{25+4+5.76} \approx 5.9м,,$$

$$AB = 5.9м.$$

$$AC = A_{4.0}\bar{C}_{4.0} = \sqrt{(X_A - X_C)^2 + (Y_A - Y_C)^2 + (Z_A - Z_B)^2}$$

$$AC = \sqrt{(13-7)^2 + (4-6.5)^2 + (4-2.7)^2} = \sqrt{36 + 6.25 + 1.69} = 6.6м$$

$$AC = 6.6м.$$

$$BC = \bar{B}_{4.0}\,\bar{C}_{4.0} = \sqrt{(X_B - X_C)^2 + (У_B - У_C)^2 + (Z_B - Z_C)^2},$$

$$BC = \sqrt{(8-7)^2 + (2-6.5)^2 + (6.4-2.7)^2} = \sqrt{1^2 + 4.5^2 + 3.7^2} = \sqrt{1 + 20.25 + 13.69} = 5.9м,$$

$$BC = 5.9.$$

Довжини сторін трикутника, знайдені графічним та аналітичним способом збігаються.

Задача 3. За координатами точок A, B, C, S, T побудувати на плані трикутник ABC, що задає площину α, і відрізок горизонталі, який разом із спадом (нахилом) площини i задає площину β. Побудувати лінію MN перетину площин α і β_o. Графічне розв'язування задачі показано на рис. 3.

Лінія перетину площин α і β є пряма, яка належить одночасно площинам α і β. Її можна задати системою двох рівнянь, які є рівняннями площин α і β.

Рівняння площини α, яка задана трьома точками: A(13.0; 4.0; 4.0), B(8.0; 2.0: 6.4), C(7.0; 6.5; 2.7), наведено в задачі 1:

$$3.4x + 20.9y + 24.5z - 225.8 = 0.$$

Площина β задана горизонталлю $S_{7.0}$ $T_{7.0}$ і величиною спаду (нахилу) i=1:1.5 (інтервал ℓ =1.5м).

Напишемо рівняння горизонтальних проекцій горизонталей з позначками 4.0 і 6.0 для площин α (A, B, C) і β (S, T, i).

Рівняння прямої $A_{4.0}F_{4.0}$ запишемо як рівняння прямої, яка проходить через дві точки $A_{4.0}$ і $F_{4.0}$.

Це рівняння наведено в задачі 1:

$$0.9x + 5.6y - 34.1 = 0.$$

Для написання рівняння горизонталі площини α з позначкою 6.0 визначаємо координати точки $P_{6.0}$, яка належить прямій BC.

Рівняння прямої BC наведено в задачі 1:

$$\frac{X - X_B}{X_C - X_B} = \frac{У - У_B}{У_C - У_B} = \frac{Z - Z_B}{Z_C - Z_B}.$$

Підставимо координати точок:

$$\frac{X_P - 8}{7-8} = \frac{6.0-6.4}{2.7-6.4} \quad \frac{X_P - 8}{-1} = \frac{-0.4}{-3.7},$$

$$X_P = 8.0 - 0.11$$

$$X_P = 7.89.$$

$$\frac{У_P - У_B}{У_C - У_B} = \frac{Z_P - Z_B}{Z_C - Z_B}$$

$$\frac{У_P - 2.0}{6.5-2.0} = \frac{6.0-6.4}{2.7-6.4} \quad \frac{У_P - 2.0}{4.5} = \frac{-0.4}{-3.7},$$

$$У_m = 2.0 + 0.49 \quad У_m = 2.49\ м.$$

Рівняння проекції горизонталі площина α з позначкою 6.0 напишемо, як рівняння прямої, яка проходить через точку P (7.89; 2.49; 6.0) паралельно до прямої AF. Рівняння AF:

$$0.9x + 5.6y - 34.1 = 0 \cdot$$

Кутовий коефіцієнт $k = -\frac{0.9}{5.6}$.

Запишемо рівняння прямої, проекція якої проходить через точку P паралельно до проекції прямої AF:

$$y - y_F = k(x - x_F),$$

$$y - 2.49 = -\frac{0.9}{5.6}(x - 7.89),$$

$$0.9x + 5.6y - 21.04 = 0.$$

Для перевірки координат точок M і N, які належать лінії перетину площин α і β, потрібно написати рівняння проекцій горизонталей площини β з позначками 6.0 і 4.0.

Напишемо рівняння проекції горизонталі ST, яка має позначку 7.0 м і проходить через точки S(6.0; 1.5; 7.0) і T(4.0; 6.0; 7.0):

$$\frac{X - X_T}{X_S - X_T} = \frac{У - У_T}{У_S - У_T} \quad \frac{X - 4.0}{6.0 - 4.0} = \frac{У - 6.0}{1.5 - 6.0},$$

$$\frac{X - 4}{2} = \frac{У - 6}{-4.5}.$$

Звідси рівняння проекції горизонталі ST: 4.5x+2y-30=0.

Рівняння проекції горизонталі площини β з позначкою 6.0 м напишемо як рівняння прямої, паралельної прямій ST, і яка віддалена від неї на відстані, що дорівнює інтервалу площини l =1.5 м.

Умова паралельності прямих, відстань між якими d:

$$d = \mu(Ax + By + C),$$

де d – відстань між прямими; A, B, C – коефіцієнти прямої ;

$\mu = \frac{1}{\sqrt{K^2 + B^2}}$ – *нормуючий множник*.

Для даного прикладу $d=l_B$=1.5м.

Рівняння проекції прямої ST 4.5x+2y-30=0.

Тоді A=4.5, B=2, C=-30, звідси

$$\mu = \frac{1}{\sqrt{4.5^2 + 2^2}} = \frac{1}{4.9},$$

$$Ax + By + C = 1.5 \cdot 4.9$$

$$4.5x + 2y - 30 - 7.3 = 0.,$$

Рівняння проекції горизонталі площини β з позначкою 6.0 м:

$$4.5x + 2y - 37.3 = 0.$$

Напишемо рівняння проекції горизонталі площини β, яка паралельна проекції прямої ST і має позначку 4.0 м. Відстань d між проекціями цих горизонталей:

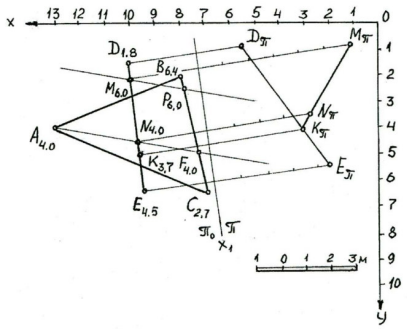

Рис. 4. Графічний спосіб розв'язування задачі 4

$$d = 3l_\beta = 3 \cdot 1.5\ м = 4.5\ м.$$

Тоді рівняння проекції горизонталі, яка має позначку 4.0 м:

$$4.5x + 2y - 52.05 = 0.$$

Координати точки М(Хм, Ум) дорівнюють координатам точки перетину двох прямих, які є проекціями горизонталей з позначками 4.0 м площин α і β.

Розв'яжемо систему рівнянь:

$$\begin{cases} 0.9x + 5.6y - 34.1 = 0 \\ 4.5x + 2y - 52.05 = 0 \end{cases}$$

$X_M = 9.6$ м, $Y_M = 4.4$ м.

Координати точки М (9.6; 4.4; 4.0).

Для визначення координат точки N з позначкою 6.0 м розв'яжемо систему рівнянь:

$$\begin{cases} 0.9x + 5.6y - 21.04 = 0 \\ 4.5x + 2y - 37.3 = 0, \end{cases}$$

$X_N = 7.1$ м, $Y_N = 2.7$ м.

Координати точки N(7.1; 2.7; 6.0). Координати точок М і N, які належать лінії перетину площин α і β, відповідають точкам $M_{4.0}$ і $N_{6.0}$, що одержані при графічному способі розв'язування задачі.

Задача 4. За координатами точок A, B, C, D, E побудувати на плані трикутник ABC, що задає площину α і відрізок прямої загального положення DE.

Визначити точку К перетину прямої DE з площиною α.

Графічне розв'язування задачі наведено на рис. 4.

Для даного прикладу координати точок:

A(130; 4.0; 4.0); B(8.0; 2.0; 6.4); C(7.0; 6.5; 2.70; D(10.0; 1.5; 1.8); E(9.5; 6.5; 4.5).

Для знаходження точки перетину площини α і прямої DE потрібно розв'язати систему рівнянь, які задають площину α і пряму DE.

Рівняння площини α (ΔABC)

$$\begin{vmatrix} x - x_A & y - y_A & z - z_A \\ x_B - x_A & y_B - Y_A & z_B - z_A \\ x_C - x_A & y_C - y_A & z_C - z_A \end{vmatrix} = 0,$$

$$\begin{vmatrix} x-13 & y-4 & z-4 \\ 8-13 & 2-4 & 6.4-4 \\ 7-13 & 6.5-4 & 2.7-4 \end{vmatrix} = 0.$$

Рівняння площини α (ΔABC): 3.4x+20.9y+24,5z-225.8=0.

Напишемо рівняння прямої DE як прямої, що проходить через 2 точки:

$$\frac{X-X_E}{X_D-X_E}=\frac{У-У_E}{У_D-У_E}=\frac{Z-Z_E}{Z_D-Z_E},$$

$$\frac{X-9.5}{10-9.5}=\frac{У-6.5}{1.5-6.5}=\frac{Z-4.5}{1.8-4.5},$$

$$\frac{X-9.5}{0.5}=\frac{У-6.5}{-5}=\frac{Z-4.5}{-2.7}=t\ .$$

Складемо систему

$$\begin{cases} 3.4x+20.9e+24.5z-225.8=0 \\ \dfrac{x-9.5}{0.5}=t \\ \dfrac{y-6.5}{-5}=t \\ \dfrac{z-4.5}{-2.7}=t \end{cases}$$

$$x=9.5+0.5t,$$

$$y=6.5-5t,$$

$$z=4.5-2.7t.$$

Підставимо значення x, y, z у рівняння площини:

$$3.4(9.5+0.5t)+20.9(6.5-5t)+24.5(4.5-2.7t)-225.8=0$$

$$32.3+1.7t+135.85-104.5t+110.25-66.15t-225.8=0$$

$$-168.95t+52.6=0$$

$$t=0.31$$

Підставимо значення t=0.31 у вираз

$$x=9.5+0.5t \quad x=9.5+0{,}5\cdot 0.31$$

$$x=9.5+0.16 \quad x=9.66 \quad x_K=9.66м;$$

$$y=6.5-5\cdot t \quad y=6.5-5\cdot 0.31$$

$$y=6.5-1.55 \quad y=4.95м;$$

$$z=4.5-2.7t \quad z=4.5-2.7\cdot 0.31$$

$$z=4.5-0.84=3.66 \quad z_K=3.66м.$$

Координати точки К(9.66; 4.95; 3.66) відповідають координатам точки $К_{3.7}$, яку побудовано графічним способом на рис. 4.

1. Крівцов В. В., Дєєв С. С. Застосування методів аналітичної геометрії в курсі нарисної геометрії / В. В. Крівцов, С. С. Дєєв // Інженерна графіка та геометричне моделювання із застосуванням комп'ютерної технолог. – Рівне : УДАВГ, 1997. – С. 89-92. **2.** Програми дисципліни „Нарисна геометрія, інженерна та комп'ютерна графіка"/ Михайленко В. Є., Ковальов С. М., Ванін В. В., Скидан І. А. – К., 2005. – 34 с. **3.** Нарисна геометрія : підручник / Михайленко В. Є., Євстіфєєв М. Ф., Ковальов С. М., Кащенко О. В. – К. : Вища шк., 2004. – 303 с. **4.** Інженерна та комп'ютерна графіка : підручник / В. Є.Михайленко, В. М.Найдиш, А. М. Підкоритов, І. А.Скидан. – К. : Вища шк., 2004. – 350 с. **5.** Кириченко А. Ф. Теоретичні основи інженерної графіки : підручник для вищих технічних навчальних закладів / А. Ф. Кириченко. – Київ : ВД „Професіонал", 2004. – 496 с.

Рецензент: д.т.н., доцент Науменко Ю. В. (НУВГП)