

АКСЕЛЕРОМЕТРИЧНІ ІНЕРЦІАЛЬНІ МІКРОСИСТЕМИ ОРІЄНТАЦІЇ

Розглянуто варіанти реалізації мікросистем орієнтації тільки на акселерометрах та акселерометрах і гіроскопах. Визначено умови мінімізації випадкової похибки на виході комплексованої інерціальної системи орієнтації. Отримано варіант чисельної реалізації комплементарного фільтра інерціального вимірювального модуля.

Ключові слова: мікроелектромеханічна система, акселерометрична та гіроскопічна інерціальні системи орієнтації, комплексування систем орієнтації, комплементарний фільтр.

A.V. RUDYK
 National Aviation University

ACCELEROMETRIC INERTIAL MICROSYSTEMS OF ORIENTATION

The variants of realization of microsystems of orientation only on accelerometers and accelerometers with gyroscopes are considered. The conditions for minimizing the random error at the output of the complex inertial orientation system are determined. A variant of numerical realization of a complementary filter of an inertial measuring module is obtained.

Keywords: microelectromechanical system, accelerometer inertial orientation system, gyroscopic inertial orientation system, integration of orientation systems, complementary filter.

Серед відомих на даний час мікросистем орієнтації одними з найбільш поширених є інерціальні системи, реалізовані на базі акселерометрів та за потребою гіроскопів та магнітометрів, виконаних за технологією мікроелектромеханічних систем (МЕМС). Використання таких систем обумовлено перш за все тим, що вони мають малу масу та габаритні розміри, а також високі завадозахищеність, надійність та автономність, тобто параметри орієнтації визначаються без зовнішньої орієнтації.

1. Моделлю акселерометричної інерціальної системи орієнтації (АІСО) можна вважати фізичний маятник, орієнтований вздовж дійсної вертикалі, визначаючи кути відхилення об'єкту відносно цього напрямку за співвідношенням $\beta = \arcsin \frac{n}{g}$, де n – показання акселерометра. Однак маятник можна

використовувати для визначення вертикалі тільки при переміщенні без прискорень. При прискореному русі маятник орієнтується за уявною вертикаллю, тобто АІСО буде видавати невірні значення кутів орієнтації. Якщо мобільний об'єкт переміщується горизонтально з прискоренням g , то АІСО буде видавати невірний сигнал величиною 45° .

Окрім суттєвої чутливості до прискорень об'єкту вихідний сигнал АІСО зашумлений. Якщо шум акселерометрів описати моделлю білого шуму величиною, що визначається випадковим блуканням швидкості (*Velocity Random Walk, (VRW)*) $v_{VRW} = \sigma_{WN} \sqrt{T_0}$ з розмірністю $\dim v_{VRW} = [m/c^{3/2}]$ або $\dim v_{VRW} = [mkg/\sqrt{G\mu}]$, то густина шуму АІСО буде мати значення v_{VRW}/g , а середньоквадратичне відхилення (СКВ) АІСО, викликане білим шумом акселерометрів, оцінюється за співвідношенням

$$\sigma_{WN}^A = \frac{v_{VRW}}{g\sqrt{T_0}},$$

де T_0 – період дискретизації вихідного сигналу акселерометра.

Наприклад, МЕМС-акселерометр типу *Gemini CAS211/291* виробництва компанії *Silicon Sensing Systems Ltd.* має власний шум (СКЗ) $100 \text{ мкг}/\sqrt{G\mu} = 9.81 \cdot 10^{-4} \text{ м}/c^{3/2}$ [1], тобто при періоді дискретизації 10 мс СКВ похибки кута буде мати значення

$$\sigma_{WN}^A = \frac{180}{\pi} \cdot \frac{9.81 \cdot 10^{-4}}{9.81 \cdot \sqrt{0.01}} \approx 0.057^\circ.$$

Таким чином, зашумленість та чутливість до прискорень об'єкту в більшості випадків не дозволяють використовувати АІСО як систему орієнтації. Крім того, АІСО дозволяє визначати кути відхилення об'єкту тільки відносно площини горизонту, не дозволяючи їх визначення в площині горизонту.

2. Комплексування акселерометричної та гіроскопічної інерціальних систем орієнтації. Гіроскопічна інерціальна система орієнтації (ГІСО) через наявність дрейфу, викликаного випадковим блуканням кута, та невибірковість до вертикалі може використовуватися тільки нетривалий час, а АІСО – тільки при переміщенні об'єкту без прискорень. Тому АІСО та ГІСО об'єднують за аналогією до

традиційної гіроскопічної вертикалі, використовуючи позитивні властивості кожної. Блок-схема комплексування АІСО та ГІСО на прикладі кута тангажу наведена на рис. 1.

Для виключення повільного дрейфу ГІСО її вихідні сигнали пропускають через фільтр верхніх частот (ФВЧ), який надає низькочастотні коливання, а вихідні сигнали АІСО пропускають через фільтр нижніх частот (ФНЧ). Для того, щоб фільтри не впливали на корисний сигнал, необхідно, щоб ФНЧ та ФВЧ задовольняли умову інваріантності

$$K_{\text{ФНЧ}}(p) + K_{\text{ФВЧ}}(p) = 1, \tag{1}$$

де $K_{\text{ФНЧ}}(p)$ та $K_{\text{ФВЧ}}(p)$ – передавальні функції ФНЧ та ФВЧ відповідно.

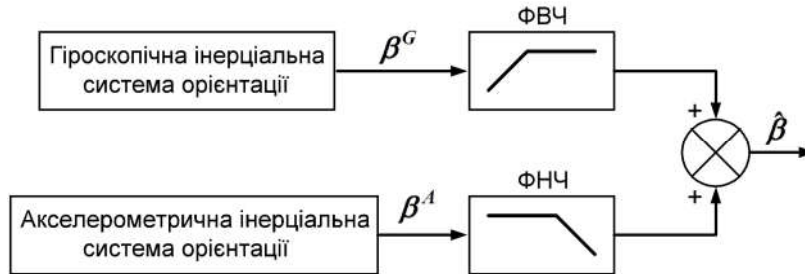


Рис. 1. Блок-схема комплексування АІСО та ГІСО

В найпростішому випадку в якості ФНЧ можна використовувати аперіодичне коло першого порядку, а в якості ФВЧ – інерційне диференціальне коло, передавальні функції яких мають такий вигляд:

$$K_{\text{ФНЧ}}(p) = \frac{1}{1 + p\tau}; \quad K_{\text{ФВЧ}}(p) = \frac{p\tau}{1 + p\tau}, \tag{2}$$

де τ – стала часу фільтрів.

В даному випадку вихідний сигнал комплексної інерціальної системи орієнтації буде мати вигляд

$$\hat{\beta}(p) = \frac{1}{1 + p\tau} \cdot \beta^A(p) + \frac{p\tau}{1 + p\tau} \cdot \beta^G(p). \tag{3}$$

Співвідношення (3) визначає операторне зображення вихідного сигналу комплементарного фільтра (*complementary filter*) [2, 3]. Дві інерціальні системи орієнтації АІСО та ГІСО видають показання кута тангажу β з похибками відповідно $\Delta\beta^A$ та $\Delta\beta^G$:

$$\beta^A = \beta + \Delta\beta^A; \quad \beta^G = \beta + \Delta\beta^G,$$

де β^A та β^G – показання кута тангажу, отримані за АІСО та ГІСО відповідно.

З структури передавальних функцій (2) видно, що вони відповідають умові інваріантності (1). Відповідно до блок-схеми (рис. 1) оцінка кута тангажу на виході комплементарного фільтра має вигляд

$$\hat{\beta}(p) = \beta(p) + \frac{1}{1 + p\tau} \cdot \Delta\beta^A(p) + \frac{p\tau}{1 + p\tau} \cdot \Delta\beta^G(p). \tag{4}$$

З співвідношення (4) виходить, що фільтри не спотворюють дійсний сигнал кута тангажу, що є перевагою комплексування порівняно з безпосередньою фільтрацією окремо взятих АІСО та ГІСО. Збурення, викликані прискоренням рухом об'єкту, що містяться в похибках блоку АІСО, після проходження через ФНЧ будуть повільно за експоненційним законом уводити ГІСО до положення уявної вертикалі. Якщо час дії прискорення невеликий, то похибки ГІСО будуть незначними. При тривалій дії прискорення необхідно відключити корекцію АІСО та переводити ГІСО в автономний режим. Крім того, ФНЧ пропускає низькочастотний сигнал, пов'язаний з розворотом дійсної вертикалі при обльоті Землі, що надає системі властивість вибіркової.

Комплексування АІСО та ГІСО зводиться до вірного вибору сталої часу фільтрів τ . В основі принципу дії ГІСО лежить інтегрування кінематичних рівнянь, тому справедливим є таке наближене рівняння:

$$\Delta\beta^G \approx \Delta\omega/p,$$

а співвідношення (4) набуває вигляду

$$\hat{\beta}(p) \approx \beta(p) + \frac{1}{1 + p\tau} \cdot \Delta\beta^A(p) + \frac{\tau}{1 + p\tau} \cdot \Delta\omega. \tag{5}$$

З співвідношення (4) можна зробити висновок, що похибки акселерометрів і гіроскопів АІСО та ГІСО пропускаються через ФНЧ та ФВЧ з передавальними функціями (2) відповідно. Якщо вважати, що похибки акселерометрів $\Delta\beta^A$ та гіроскопів $\Delta\beta^G$ мають тільки складові, що визначаються білим шумом і

характеризуються випадковими блуканнями швидкості v_{VRW} та кута (*Angle Random Walk, (ARW)*) θ_{ARW} , то задачею оптимізації є вибір сталої часу фільтрів, при якій забезпечується мінімум СКВ похибки обчислення кута тангажу. Використовуючи відому методику визначення СКВ випадкового процесу на виході лінійної системи з вхідним стаціонарним випадковим процесом (в даному випадку білим шумом), отримуємо [4]:

- СКВ AICO та GICO після фільтрації:

$$\sigma_{AICO} = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{v_{VRW}^2}{|1+i\omega\tau|^2 \cdot g^2} d\omega} = \frac{v_{VRW}}{g\sqrt{2\tau}}; \quad \sigma_{GICO} = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\tau^2 \theta_{ARW}^2}{|1+i\omega\tau|^2} d\omega} = \theta_{ARW} \sqrt{\frac{\tau}{2}};$$

- СКВ комплексної інерціальної системи орієнтації (KICO):

$$\sigma_{KICO} = \sqrt{\frac{\tau}{2} \cdot \left(\theta_{ARW}^2 + \frac{v_{VRW}^2}{g^2 \tau^2} \right)}. \quad (6)$$

З аналізу співвідношення (6) слідує, що мінімум СКВ спостерігається при виконанні умови

$$\tau = \frac{v_{VRW}}{g \cdot \theta_{ARW}}. \quad (7)$$

Тому що при прискореному русі об'єкту необхідно гальмувати процес наближення системи до уявної вертикалі, що відповідає збільшенню сталої часу, то з співвідношення (6) необхідно зменшувати величину шуму гіроскопів θ_{ARW} . Відомо, що перехідний процес в аперіодичному колі першого порядку закінчується приблизно за час 3τ , тобто за цей часовий інтервал буде досягнута уявна вертикаль KICO.

3. Чисельна реалізація комплементарного фільтра. При чисельній реалізації комплементарного фільтра часто нехтують неголономністю кутової швидкості, а кути відхилення визначають безпосереднім інтегруванням кутових швидкостей, тобто $\beta^G(p) = \omega_G(p)/p$, де ω_G – сигнал відповідного гіроскопа. Тоді рівняння комплементарного фільтра за каналом тангажу буде мати вигляд

$$\hat{\beta}(p) = \frac{\beta^A(p) + \tau \cdot \omega_G(p)}{1 + p\tau}.$$

Використовуючи відому методику переходу від операторного рівняння до різницевого, отримуємо чисельну реалізацію комплементарного фільтра:

$$\hat{\beta}_{k+1} = k_{K\Phi} (\hat{\beta}_k + T_0 \omega_{G,k}) + (1 - k_{K\Phi}) \beta_k^A, \quad (8)$$

де $\omega_{G,k}$ – сигнал гіроскопа; T_0 – період дискретизації; β_k^A – кут, отриманий за показаннями акселерометрів; $k_{K\Phi} = \frac{\tau}{\tau + T_0}$ – коефіцієнт дискретного комплементарного фільтра, значення якого підбирається експериментально для конкретного інерціального вимірювального модуля.

Література

1. Рудик А. В. Аналіз похибок MEMS-акселерометрів методом варіацій Алана / А. В. Рудик // Вісник Житомирського державного технологічного університету. Серія: Технічні науки. – 2017. – № 1. – С. 87-96.
2. Robert Mahony, Tarek Hamel, and Jean-Michel Pflimlin. Complementary filter design on the special orthogonal group SO (3). Institute of Electrical and Electronic Engineers, December 2005.
3. IMU Data Fusing: Complementary, Kalman, and Mahony Filter [Електронний ресурс]. URL: <http://www.olliw.eu/2013/imu-data-fusing/#refRO1>.
4. Матвеев В. В. Бескарданные инерциальные системы ориентации и навигации: монография. /LAP Lambert Academic Publishing (Германия), 2015. – 142 с.

References

1. Rudyk A. V. Analiz pohybok MEMS-akselerometriv metodom variacij Alana / A. V. Rudyk // Visnyk Zhytomyr'skogo derzhavnogo tehnologichnogo universytetu. Serija: Tehnichni nauky. – 2017. – № 1. – S. 87-96.
2. Robert Mahony, Tarek Hamel, and Jean-Michel Pflimlin. Complementary filter design on the special orthogonal group SO (3). Institute of Electrical and Electronic Engineers, December 2005.
3. IMU Data Fusing: Complementary, Kalman, and Mahony Filter. URL: <http://www.olliw.eu/2013/imu-data-fusing/#refRO1>.
4. Matveev V. V. Beskardannyye ynercyal'nyye systemy oryentacyyu y navygacyyu: monografyja. /LAP Lambert Academic Publishing (Germany), 2015. – 142 s.