



Національний університет  
водного господарства  
та природокористування

Міністерство освіти і науки України  
Національний університет водного господарства  
та природокористування  
Навчально-науковий інститут автоматики, кібернетики та  
обчислювальної техніки  
Кафедра прикладної математики

**ЗАТВЕРДЖУЮ**

Проректор з науково-педагогічної,  
методичної та виховної роботи

\_\_\_\_\_ О.А.Лагоднюк  
“ \_\_\_\_\_ ” \_\_\_\_\_ 2018р.

**04-01-57**



**РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ**

**Program of the Discipline**

**Теорія ймовірностей**  
**Probability theory**

спеціальність 113 “Прикладна математика”

specialty 113 “Applied mathematics”

Рівне – 2018



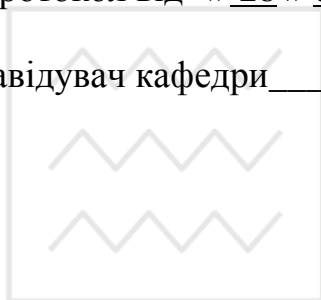
Робоча програма “Теорія ймовірностей” для студентів які навчаються, за спеціальністю 113 “Прикладна математика”. – Рівне: НУВГП, 2018. – 11 с.

**Розробник:** Прищепа Оксана Володимирівна,  
к.ф.-м.н., доцент кафедри прикладної математики.

Робочу програму схвалено на засіданні кафедри прикладної математики

Протокол від « 28 » серпня 2018 року № 1

Завідувач кафедри \_\_\_\_\_ П.М. Мартинюк



Національний університет  
водного господарства  
та природокористування

Схвалено науково-методичною комісією за спеціальністю 113 “Прикладна математика”

Протокол від « 6 » вересня 2018 року № 1

Голова науково-методичної комісії \_\_\_\_\_ П.М. Мартинюк



## ВСТУП

Програма нормативної навчальної дисципліни “Теорія ймовірностей” складена відповідно до освітньо-професійної програми підготовки бакалавра спеціальності “Прикладна математика”.

Предметом вивчення навчальної дисципліни є теоретичні засади імовірнісно-статистичного апарату, закони, що діють у сфері масових випадкових подій та явищ.

Міждисциплінарні зв'язки: дисципліна є складовою частиною блоку природничо-математичної підготовки та відноситься до навчальних дисциплін циклу загальної підготовки студентів за спеціальністю “Прикладна математика”. Вивчення курсу передбачає наявність систематичних та ґрунтовних знань із курсів – “Математичний аналіз”, “Дискретна математика” та є базою для вивчення таких дисциплін як “Випадкові процеси та їх моделювання”, “Теорія систем, системний аналіз та теорія прийняття рішень”.

Вимоги до знань та умінь визначаються галузевими стандартами вищої освіти України.

### Анотація

Теорія ймовірностей є важливим розділом математики, що вивчає закономірності випадкових явищ. Теорія ймовірностей має прикладний характер, що дає можливість застосовувати її до розв'язання задач у різноманітних сферах людської діяльності.

**Ключові слова:** ймовірність, випадкова подія, випадкова величина, функція розподілу, щільність розподілу, математичне сподівання, дисперсія, коваріація, коефіцієнт кореляції, закон великих чисел.

### Abstract

Probability theory is an important branch of mathematics that studies the laws of random phenomena. Probability theory is applied nature, which makes it possible to apply it to solving problems in different areas of human activity.

**Keywords:** probability, random event, random variable, distribution function, density function, expected value, variance, covariance, correlation coefficient, law of large numbers.



## 1. Опис навчальної дисципліни

Найменування показників	Галузь знань, спеціальність, спеціалізація, рівень вищої освіти	Характеристика навчальної дисципліни
		денна форма навчання
Кількість кредитів – <b>4</b>	Галузь знань 11 Математика та статистика	Нормативна
Модулів – <b>2</b>		
Змістових модулів – <b>3</b>	Спеціальність 113 Прикладна математика	<b>Рік підготовки:</b>
Індивідуальне науково-дослідне завдання: –		3-й
Загальна кількість годин – <b>120</b>	Рівень вищої світи: <b>бакалавр</b>	<b>Семестри</b>
Тижневих годин для денної форми навчання: аудиторних – <b>3,7</b> самостійної роботи студента – <b>5,5</b>		5-й
		<b>Лекції</b>
		24 год.
		<b>Практичні</b>
		24 год.
		<b>Самостійна робота</b>
		72 год.
		<b>Індивідуальні завдання:</b>
–		
Вид контролю:		
<b>екзамен</b>		

Примітка.

Співвідношення кількості годин аудиторних занять до самостійної та індивідуальної роботи становить (%):

для денної форми навчання – **40%** до **60 %**.



## 2. Мета та завдання навчальної дисципліни

**Мета:** засвоєння студентами основних понять і методів теорії ймовірності, опанування методами застосування теорії ймовірності до побудови математичних моделей в різних галузях науки, техніки та економіки.

**Завдання:** Сформувати в студентів знання основних понять і методів теорії ймовірностей. Підготувати студентів до використання отриманих знань і навиків у вивченні спеціальних предметів.

У результаті вивчення навчальної дисципліни студент повинен

**знати:** ймовірнісні-статистичні методи та їх теоретичні основи.

**вміти:** застосовувати ймовірнісні-статистичні методи для оцінки стохастичних процесів.

## 3. Програма навчальної дисципліни

**Вступ.** Предмет теорії ймовірності і математичної статистики та його роль в математичній та програмістській підготовках студентів. Роль предмету в формуванні наукового світогляду.

### МОДУЛЬ 1 ЗМІСТОВИЙ МОДУЛЬ 1

#### **Тема 1. Основні поняття теорії ймовірностей.**

Предмет та основні поняття теорії ймовірностей. Стохастичний експеримент, простір елементарних подій. Випадкова подія, операції над випадковими подіями. Частота події (статистична ймовірність події). Класичне означення ймовірності, геометричне означення ймовірності. Злічення ймовірнісна схема.

#### **Тема 2. Аксиоматика теорії ймовірностей.**

Поняття ймовірнісного простору. Аксиоматичне означення ймовірності. Властивості ймовірності. Теореми додавання. Умовні ймовірності. Незалежність подій. Теореми добутку. Формула повної ймовірності. Формула Байєса.

#### **Тема 3. Послідовності незалежних випробувань Бернуллі. Схема Бернуллі.**

Схема Бернуллі. Біноміальна формула. Найімовірніша кількість успіхів. Теорема Пуассона. Локальна та інтегральна теореми Муавра-Лапласа та їх застосування.

### МОДУЛЬ 2 ЗМІСТОВИЙ МОДУЛЬ 2

#### **Тема 4. Дискретні випадкові величини та їх характеристики.**

Поняття випадкової величини. Закон розподілу випадкової величини. Функції випадкових величин. Випадкові величини та їх числові



характеристики. Розподіли: біноміальний, Пуассона, геометричний, гіпергеометричний.

### Тема 5. Неперервні випадкові величини.

Поняття неперервної випадкової величини. Функція розподілу випадкової величини Властивості функції розподілу. Щільність розподілу випадкової величини та її властивості. Числові характеристики неперервної випадкової величини. Розподіли: рівномірний, нормальний, показниковий, Ерланга. Функції випадкових величин, відшукання їх розподілів. Нормальний закон розподілу випадкових величин. Правило трьох сигм.

## ЗМІСТОВИЙ МОДУЛЬ 3

### Тема 6. Багатовимірні випадкові величини.

Поняття багатовимірної випадкової величини. Функція розподілу та щільність розподілу. Числові характеристики багатовимірної випадкової величини. Розподіл двовимірних дискретних випадкових величин. Функції двовимірних дискретних випадкових величин. Розподіл двовимірних неперервних випадкових величин. Функції двовимірних неперервних випадкових величин. Числові характеристики двовимірних випадкових величин та їх функцій. Коваріація та коефіцієнт кореляції, їх властивості. Двовимірні нормально розподілені випадкові величини та їх характеристики.

### Тема 7. Граничні теореми теорії ймовірностей.

Нерівність Чебишова. Закон великих чисел. Підсилений закон великих чисел. Центральна гранична теорема.

## 4. Структура навчальної дисципліни

Назви змістових модулів і тем	Кількість годин					
	Усього	денна форма				
		у тому числі				
		Л	п	лаб	інд	с.р.
1	2	3	4	5	6	7
<b>Модуль 1</b>						
<b>Змістовий модуль 1</b>						
<b>Тема 1. Вступ. Основні поняття теорії ймовірностей.</b>	12	4	4			4
<b>Тема 2. Аксиоматика теорії ймовірностей.</b>	18	4	4			10



<b>Тема 3. Послідовності незалежних випробувань Бернуллі. Схема Бернуллі.</b>	16	2	2			12
<b>Разом за змістовим модулем 1</b>	<b>46</b>	<b>10</b>	<b>10</b>			<b>26</b>
<b>Модуль 2</b> <b>Змістовий модуль 2</b>						
<b>Тема 4. Дискретні випадкові величини та їх характеристики.</b>	20	4	4			12
<b>Тема 5. Неперервні випадкові величини.</b>	20	4	4			12
<b>Разом за змістовим модулем 2</b>	<b>40</b>	<b>8</b>	<b>8</b>			<b>24</b>
<b>Змістовий модуль 3</b>						
<b>Тема 6. Багатовимірні випадкові величини.</b>	20	4	4			12
<b>Тема 7. Граничні теореми теорії ймовірностей.</b>	14	2	2			10
<b>Разом за змістовим модулем 3</b>	<b>34</b>	<b>6</b>	<b>6</b>			<b>22</b>
<b>Разом за курс</b>	<b>120</b>	<b>24</b>	<b>24</b>			<b>72</b>

### 5. Теми практичних занять

№з/п	Назва практичних занять	Кількість годин
1	2	3
1.	Стохастичний експеримент та простір елементарних подій. Класичне означення ймовірності.	2
2.	Геометричне означення ймовірності. Зліченна ймовірнісна схема.	2
3.	Умовні ймовірності. Незалежні події. Формула повної ймовірності та формула Байєса.	4
4.	Схема незалежних випробувань Бернуллі. Найімовірніше число успіхів. Практичне використання граничних теорем.	2
5.	Дискретні випадкові величини та їх числові характеристики.	4
6.	Неперервні випадкові величини та їх числові характеристики.	2
7.	Нормально розподілені випадкові величини.	2
8.	Багатовимірні випадкові величини та їх характеристики. Коефіцієнт кореляції.	4
9.	Закон великих чисел. Нерівність Чебишова.	2
<b>Всього</b>		<b>24</b>



## 6. Самостійна робота

### Розподіл навчального часу на вивчення дисципліни „Теорія ймовірностей”

#### 6.1. Розподіл годин самостійної роботи студента

Число кредитів ЕСТС	Загальний обсяг дисципліни	Розподіл часу		Частка самостійної роботи, в %
		Аудиторні заняття	Самостійна робота	
4	120	48	72	60

Підготовка до аудиторних занять (0,5 год. на 1 год. аудиторних занять) – 24 год.

Підготовка до контрольних заходів (6 год. на 1 кредит) – 24 год.

Опрацювання окремих тем програми або їх частин, які не викладаються на лекціях – 24 год.

#### 6.2. Завдання для самостійної роботи

№з/п	Назва теми	К-ть год. сам. роботи
1	Послідовності незалежних випробувань Бернуллі. Схема Бернуллі	4
2	Неперервні випадкові величини та їх числові характеристики.	10
3	Багатовимірні випадкові величини та їх характеристики. Коефіцієнт кореляції.	10
<b>Загальна кількість годин</b>		<b>24</b>

Звіт про самостійну роботу не надається. Вивчення відповідного матеріалу перевіряється під час поточного та підсумкового контролів знань.

## 7. Методи навчання

Лекції проводяться з використанням технічних засобів навчання і супроводжуються демонстрацією презентацій лекційного матеріалу та прикладів за допомогою відео проєктора.

Практичні заняття проводяться в аудиторії з виконанням завдань біля дошки та завдань для самостійної роботи.

Проведення контрольних тестувань.

## 8. Методи контролю

Оцінювання навчальних досягнень студентів за усіма видами навчальних робіт проводиться за *поточним* та *підсумковим* контролями. Поточний контроль знань студентів з навчальної дисципліни проводиться у письмовій формі та за допомогою тестів. Контрольні завдання включають тестові питання трьох рівнів складності.

Контроль самостійної роботи проводиться:

з лекційного матеріалу – шляхом перевірки конспектів;





з практичних занять – з допомогою перевірки виконаних завдань та шляхом проведення тестувань.

Усі контрольні заходи включено до 100-бальної шкали оцінювання.

Підсумковий семестровий контроль знань відбувається на екзамені у формі тестування.

Основними критеріями, що характеризують рівень компетентності студента при оцінюванні результатів поточного та підсумкового контролів з навчальної дисципліни «Теорія ймовірностей», є:

- виконання всіх видів навчальної роботи, що передбачені робочою програмою навчальної дисципліни;
- глибина і характер знань навчального матеріалу за змістом навчальної дисципліни.

### 9. Розподіл балів, які отримують студенти

Модуль 1. Поточне тестування та СРС			Модуль 2. Поточне тестування та СРС				Підсумков. Контроль	Загальна кількість балів
Змістовий модуль 1			Змістовий модуль 2		Змістовий модуль 3			
26			20		14		40	100
T1	T2	T3	T4	T5	T6	T7		
8	10	8	10	10	8	6		

T1, T2...T7– теми змістових модулів.

### Шкала оцінювання:

Сума балів за всі види навчальної діяльності	Оцінка за національною шкалою
	для екзамену
90–100	відмінно
82–89	Добре
74–81	
64–73	задовільно
60–63	
35–59	не зараховано з можливістю повторного складання
0–34	не зараховано з обов'язковим повторним вивченням дисципліни



## 10. Методичне забезпечення

Методичне забезпечення навчальної дисципліни "Теорія ймовірностей" включає:

1. Опорний конспект лекцій (у електронному і паперовому носіїві) по всіх темах курсу, у тому числі і для самостійного вивчення.

2. Пакети тестових завдань по кожній темі і в цілому по всьому курсу дисципліни (навчальна платформа Moodle).

3. 04-02-03 Брушковський, О. Л. and Дубчак, І. В. and Цецик, С. П. (2013) МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ І ЗАВДАННЯ до самостійної роботи та підготовки до практичних занять з дисципліни „Теорія ймовірностей” для студентів напрямів підготовки: 6.030504 „Економіка підприємства”, 6.030509 „Облік і аудит”, 6.030508 „Фінанси і кредит”, 6.030507 „Маркетинг”, 6.030503 „Міжнародна економіка”, 6.030502 „Економічна кібернетика” денної форми навчання. URL:<http://ep3.nuwm.edu.ua/id/eprint/3696>

4. 04-02-07 Ярмуш, Я. І. and Самолюк, І. В. (2015) МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ І ЗАВДАННЯ до самостійної роботи із дисципліни “Теорія ймовірностей і математична статистика” з розділу ”ТЕОРІЯ ЙМОВІРНОСТЕЙ” для студентів напряму підготовки 6.030505 “Управління персоналом та економіка праці” денної форми навчання. URL:<http://ep3.nuwm.edu.ua/id/eprint/5611>

## 11. Рекомендована література

### Базова

1. Андронов А.М., Копытов Е.А., Гринглаз Л.Я, Теория вероятностей и математическая статистика. С.П.Б.: Питер, 2004. 460с.
2. Вентцель Е.С., Овчаров Л. А. Задачи и упражнения по теории вероятностей: Учеб. Пособие для студ. вузов, 5-е изд., испр. М.: Издательский центр «Академия», 2003. 448 с.
3. Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика. М.: Высшая школа, 2003. 479с.
4. Дороговцев А.Я., Сильвестров Д.С., Скороход А.В., Ядренко М.И. Теория вероятностей. Сборник задач. Киев: Вища школа, 1980. 432 с.
5. Шефтель З.Г. Теория ймовірностей. К.: Вища школа, 1994. 193с.

### Допоміжна

1. Гмурман В. Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике. М.: Высш. шк., 2002. 405 с.
2. Лебедев Є.О., Шарапов М.М. Курс лекцій з теорії ймовірностей. К.: Норіта-плюс, 2007. 168.
3. Севаст'янов Б. А., Чистяков В. П., Зубков А. М., Сборник задач по теории вероятностей. М.: Наука, 1980. 224с.
4. Феллер В. Введение в теорию вероятностей и математическая статистика. М.: Мир, 3-е изд., т.1, т.2.. 1984.



## 12. Інформаційні ресурси

1. Карташов М.В. Імовірність, процеси, статистика. К.: Видавничополіграфічний центр «Київський університет», 2008. 494 с. URL: [http://probability.univ.kiev.ua/userfiles/kmv/VPS\\_Pv.pdf](http://probability.univ.kiev.ua/userfiles/kmv/VPS_Pv.pdf)
2. Тутубалин В.Н. Теория вероятностей и случайные процессы. М., изд-во МГУ, 1992, 400с. URL: <https://www.twirpx.com/file/63271>
3. Авраменко В. І., Карімов І. К. Теорія ймовірностей і математична статистика : навч. Посібник. 2-ге вид., перероб. і доп. Дніпродзержинськ: ДДТУ, 2013. 245 с. URL: <http://www.dstu.dp.ua/Portal/Data/3/21/7-18-b4.pdf>





Національний університет  
водного господарства  
та природокористування



Національний університет  
водного господарства  
та природокористування