МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

ОДЕСЬКА ДЕРЖАВНА АКАДЕМІЯ
ТЕХНІЧНОГО РЕГУЛЮВАННЯ ТА ЯКОСТІ

VIII Міжнародна науково-практична конференція

«ТЕХНІЧНЕ РЕГУЛЮВАННЯ, МЕТРОЛОГІЯ ТА ІНФОРМАЦІЙНІ ТЕХНОЛОГІЇ: ЄВРОПЕЙСЬКИЙ ВЕКТОР»

11 – 12 жовтня 2018 р.

Одеса 2018

УДК 389:621:531:006.07:53.08:539.4
ББК 30
Т 38

Рекомендовано до друку рішенням Вченої ради
Одеської державної академії технічного регулювання та якості (ОДАТРЯ)
Міністерства освіти і науки України від 27.09.2018 р., протокол № 2.

Головний редактор:
Л. В. Коломієць, доктор технічних наук, професор, ректор ОДАТРЯ

Відповідальний за випуск:
Г. Д. Братченко, доктор технічних наук, професор.

Матеріали подані в авторській редакції.
За зміст публікації несе відповідальність автор.

Т 38 **Технічне регулювання, метрологія та інформаційні технології: європейський вектор:** матеріали VIII Міжнародної науково-практичної конференції (Одеса, 11-12 жовтня 2018 р.) / ред. Л. В. Коломієць, Г. Д. Братченко, В. Д. Постоварова; Одеська державна академія технічного регулювання та якості. – Одеса, Бондаренко М. О., 2018. – 206 с.

ISBN 978-617-7424-73-3

У збірнику представлено матеріали конференції, присвяченої проблемам технічного регулювання та якості, стандартизації та споживчої політики, метрології та метрологічного забезпечення, розробки інформаційно-вимірювальних систем та приладобудування.

Розраховано на викладачів, аспірантів, наукових та інженерних працівників, які спеціалізуються в області вивчення та дослідження цих проблем.

УДК 389:621:531:006.07:53.08:539.4
ББК 30

ISBN 978-617-7424-73-3

ХАРАКТЕРИСТИКИ ПРИСКОРЕННЯ ЯК ВИМІРЮВАНОЇ ВЕЛИЧИНИ

Рудик А.В.[1]; Рудик В.А.[2]; Матей М.І.[3]

1 – к.т.н., доцент, докторант, Національний авіаційний університет, Київ, Україна (a.v.rudyk@nuwm.edu.ua)

2 – студентка, Київський національний університет будівництва та архітектури, Україна, (vikka2612@gmail.com)

3 – студент, Київський національний університет будівництва та архітектури, Україна, (nomiso432@gmail.com)

Анотація – Розглянуто характеристики прискорення як вимірюваної величини. Отримано проекції вектора уявного прискорення на його осі при додаванні компонент вектора прискорення сили тяжіння до складових кориолісова і відносного прискорення та модель абсолютного прискорення об’єкту, що переміщується по поверхні Землі або навколо неї.

Ключові слова – прискорення, відносне прискорення, переносне прискорення, кориолісове прискорення, прискорення сили тяжіння, прискорення гравітаційного поля Землі.

CHARACTERISTICS OF ACCELERATION AS A MEASURABLE VALUE

Rudyk A.V.[1]; Rudyk V.A.[2]; Matei M.I.[3]

1 – PhD., Associate Professor, Doctorate, National Aviation University, Kyiv, Ukraine (a.v.rudyk@nuwm.edu.ua)

2 – student, Kyiv National University of Construction and Architecture, Ukraine (vikka2612@gmail.com)

3 – student, Kyiv National University of Construction and Architecture, Ukraine (nomiso432@gmail.com)

Abstract – The characteristics of acceleration as the measured value are considered. The projections of the imaginary acceleration vector on its axis are obtained by adding the components of the gravity acceleration vector to the components of the Coriolis and relative acceleration and the model of absolute acceleration of the object moving along or around the Earth's surface.

Keywords – acceleration, relative acceleration, portable acceleration, Coriolis acceleration, acceleration of gravity, acceleration of the gravitational field of the Earth.

Прискоренням $\vec{a}$ є векторна фізична величина, що визначається як перша похідна від швидкості $\vec{v}$ за часом і визначає швидкість зміни швидкості об’єкта (або друга похідна вектора положення $\vec{r}$ за часом) [1]:

$$\vec{a} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t},\ (\Delta t \to 0); \quad \vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{d^2\vec{r}}{dt^2}.$$

З прискоренням пов’язані такі параметрами руху об’єкту, як швидкість (векторна величина, яка описує зміни розташування об’єкту у деякій системі відліку) та різкість (або ривок) $\vec{s}$, що є другою похідною швидкості за часом:

$$\vec{v} = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t},\ (\Delta t \to 0); \quad \vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}; \qquad \vec{s} = \frac{d\vec{a}}{dt} = \frac{d^2\vec{v}}{dt^2} = \frac{d^3\vec{r}}{dt^3}.$$

При проведенні вимірювань важливо, що прискорення як фізична величина є вектор, тобто необхідно враховувати не тільки зміну модуля векторної величини (величини прискорення), але й зміну її напрямку. Як одиниця прискорення в СІ є м/с^2, однак в гравіметрії застосовується така внесистемна одиниця, як гал (*gal*), що дорівнює 1 см/с^2 [2].

При описанні динаміки об’єкту не в декартових, а в узагальнених координатах q_i (в гамільтоновому або в лагранжовому формулюваннях механіки), вводять узагальнені прискорення $\ddot{q}_i$ – перші похідні за часом узагальнених швидкостей $\dot{q}_i$ або другі похідні за часом узагальнених координат.

Якщо на траєкторії об'єкту відомі координати $\vec{r}(t_0)=\vec{r}_0$, вектор швидкості $\vec{v}(t_0)=\vec{v}_0$ в деякий момент часу t_0 та залежність прискорення від часу $\vec{a}(t)$, то, інтегруючи це рівняння, отримують координати та швидкість об'єкту в будь-який момент часу t (як до, так і після моменту часу t_0) [3]:

$$\vec{v}(t)=\vec{v}_0+\int_{t_0}^{t}\vec{a}(t)dt;\ \vec{r}(t)=\vec{r}_0+(t-t_0)\vec{v}_0+\int_{t_0}^{t}\int_{t_0}^{t}\vec{a}(t)dt^2.$$

При складному русі об'єкту відносно деякої системи відліку, яка у свою чергу рухається відносно іншої системи відліку, абсолютне прискорення об'єкту відносно першої системи відліку $\vec{a}_a$ визначається сумою відносного $\vec{a}^r$ (відносно другої системи відліку), переносного $\vec{a}^e$ та поворотного (кориолісова) $\vec{a}^c$ прискорень (теорема Кориоліса):

$$\vec{a}_a=\vec{a}^r+\vec{a}^e+\vec{a}^c=\vec{a}^r+\vec{a}^e+2\cdot[\vec{\omega}\times\vec{v}_r],$$

де $\vec{\omega}$ – вектор кутової швидкості поворотного руху системи; $\vec{v}_r$ – вектор відносної швидкості руху об'єкту.

В задачах навігації кориолісове прискорення викликано переносною кутовою швидкістю обертання Землі та лінійною відносною швидкістю об'єкту і виражається векторним добутком [4]

$$\vec{a}^c=2\cdot[\vec{\omega}_3\times\vec{v}_r]=2\cdot\begin{vmatrix} i_g & j_g & k_g \\ \omega_3\cos\varphi & \omega_3\sin\varphi & 0 \\ V_{X^g} & V_{Y^g} & V_{Z^g} \end{vmatrix}$$

з відповідними проекціями на осі $OX^gY^gZ^g$ (φ – широта) (рис. 1):

$$a^c_{X^g}=2\omega_3 V_{Z^g}\sin\varphi;\qquad a^c_{Y^g}=-2\omega_3 V_{Z^g}\cos\varphi;\qquad a^c_{Z^g}=2\omega_3\left(V_{Y^g}\cos\varphi-V_{X^g}\sin\varphi\right).$$

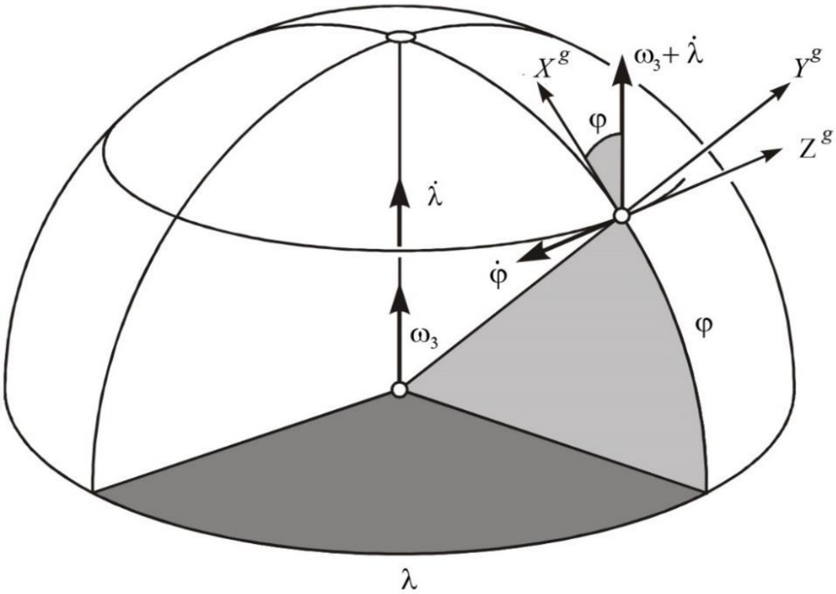

Рисунок 1 – Осі географічної системи координат $OX^gY^gZ^g$

Відносне прискорення $\vec{a}^{r}$ викликане зміною відносної лінійної швидкості $\vec{v}_r = iV_{X^g} + jV_{Y^g} + kV_{Z^g}$ та рухом об'єкту вздовж сферичної поверхні Землі з відносною кутовою швидкістю $\vec{\omega}'$:

$$\vec{a}^{r} = \vec{v}'^{r} + \left[\vec{\omega}' \times \vec{v}_r\right] = \vec{v}'^{r} + \begin{vmatrix} i & j & k \\ \frac{V_{Z^g}}{R} & \frac{V_{Z^g}}{R} tg\varphi & -\frac{V_{X^g}}{R} \\ V_{X^g} & V_{Y^g} & V_{Z^g} \end{vmatrix},$$

а його проекції на осі географічної системи координат визначаються так [5]:

$$a^{r}_{X^g} = \dot{V}_{X^g} + \frac{V^2_{Z^g}}{R} tg\varphi + \frac{V_{X^g}V_{Y^g}}{R}; \qquad a^{r}_{Y^g} = \dot{V}_{Y^g} - \frac{V^2_{Z^g}}{R} - \frac{V^2_{X^g}}{R};$$

$$a^{r}_{Z^g} = \dot{V}_{Z^g} + \frac{V_{Z^g}V_{Y^g}}{R} - \frac{V_{X^g}V_{Z^g}}{R} tg\varphi.$$

Переносне прискорення $\vec{a}^{e}$ викликане кутовою швидкістю обертання Землі та визначається як $\vec{a}^{e} = \vec{\omega}_З \times \left[\vec{\omega}_З \times \vec{R}\right]$, де $\vec{R}$ – радіус-вектор положення, що з'єднує центр Землі та мобільний об'єкт. Проекції переносного прискорення:

$$a^{e}_{X^g} = \omega_З^2 R \sin\varphi \cos\varphi; \qquad a^{e}_{Y^g} = -\omega_З^2 R \cos^2\varphi; \qquad a^{e}_{Z^g} = 0.$$

При складанні вектора переносного прискорення $\vec{a}^{e}$ з вектором $\vec{g}_0$ прискорення гравітаційного поля Землі утворюється вектор прискорення сили тяжіння $\vec{g}$, напрямок якого збігається з геоцентричною вертикаллю, а проекції визначаються так: $g_X = g_Z = 0,\ g_Y = g$. Якщо додати складові вектора прискорення сили тяжіння з компонентами відносного та поворотного прискорень, отримаємо проекції вектора прискорення в географічній (нормальній) системі координат [6]:

$$n_{X^g} = \dot{V}_{X^g} + \frac{V^2_{Z^g}}{R} tg\varphi + \frac{V_{X^g}V_{Y^g}}{R} + 2\omega_З V_{Z^g} \sin\varphi;$$

$$n_{Y^g} = \dot{V}_{Y^g} - \frac{V^2_{Z^g}}{R} - \frac{V^2_{X^g}}{R} - 2\omega_З V_{Z^g} \cos\varphi + g;$$

$$n_{Z^g} = \dot{V}_{Z^g} + \frac{V_{Z^g}V_{Y^g}}{R} - \frac{V_{X^g}V_{Z^g}}{R} tg\varphi + 2\omega_З\left(V_{Y^g}\cos\varphi - V_{X^g}\sin\varphi\right).$$

В роботі [7] представлено модель абсолютного прискорення об'єкту $\vec{a}_{a.g}$, що переміщується по поверхні або навколо Землі (в супровідному базисі):

$$\vec{a}_{a.g} = \ddot{\vec{h}} + 2\vec{\omega} \times \dot{\vec{h}} + \vec{\omega} \times \left(\vec{\omega} \times \vec{r}_g\right) + 2\vec{\omega}_{З.g} \times \vec{v}_г + \vec{\varepsilon} \times \vec{r}_g, \tag{1}$$

де $\vec{\omega} = \vec{\omega}_{З.g} + \vec{\omega}^0_g$ – абсолютна кутова швидкість базису g; $\vec{v}_г = \vec{\omega}^0_g \times \vec{r}_g$ – горизонтальна складова відносної лінійної швидкості; $\vec{\omega}_{З.g} = \left[0,\ \omega_З\cos\varphi,\ \omega_З\sin\varphi\right]^T$ – вектор кутової швидкості обертання Землі; $\vec{\omega}^0_g = \left[-\frac{V_{X^g}}{R}, \frac{V_{Z^g}}{R}, \frac{V_{Z^g}}{R} tg\varphi\right]^T$ – вектор кутової швидкості супровідного базису, який виникає при переміщенні відносно Землі; $\vec{r}_g = [0, 0, R]^T$ – радіус-вектор в супровідному базисі; $\dot{\vec{h}} = \frac{\tilde{d}\vec{r}_g}{dt}$ – похідна радіус-вектора в супровідному базисі; $\vec{\varepsilon} = \frac{\tilde{d}}{dt}\vec{\omega}_g^0 = \left[-\frac{\dot{V}_{X^g}}{R}, \frac{\dot{V}_{Z^g}}{R}, \left(\frac{V_{Z^g}}{R} tg\varphi\right)'\right]^T$ – тангенціальне прискорення.

Складовими вектора абсолютного прискорення в співвідношенні (1) є: $\ddot{\vec{h}} = \frac{\tilde{d}^2\vec{r}_g}{dt^2} = \frac{d}{dt}\left(\frac{\tilde{d}\vec{r}_g}{dt}\right) - \left(\vec{\omega}_{3.g} + \vec{\omega}_g^0\right) \times \dot{\vec{h}}$ – друга локальна похідна радіус-вектора в супровідному базисі; $2\vec{\omega} \times \dot{\vec{h}}$ та $2\vec{\omega}_{3.g} \times \vec{v}_г$ – складові поворотного прискорення, які виникають при зміні висоти у супровідному базисі та при горизонтальному переміщенні; $\vec{\omega} \times \left(\vec{\omega} \times \vec{r}_g\right)$ – доцентрове прискорення; $\dot{\vec{v}}_г = \vec{\varepsilon} \times \vec{r}_g = \vec{i}\dot{V}_{X^g} + \vec{k}\dot{V}_{Z^g}$ – горизонтальна складова відносного лінійного прискорення [7].

Якщо записати $\vec{g} = \vec{g}' - \vec{\omega}_{3.g} \times \left(\vec{\omega}_{3.g} \times \vec{r}_g\right)$, уявне прискорення визначимо так:

$$\vec{n}_g = \vec{a}_{a.g} - \vec{g}' = \dot{\vec{v}} + \left(2\vec{\omega}_{3.g} + \vec{\omega}_g^0\right) \times \vec{v} - \vec{g}, \tag{2}$$

де $\vec{v} = \dot{\vec{h}} + \vec{\omega}_{3.g} \times \vec{r}_g$ – відносна лінійна швидкість в базисі g відносно Землі; $\vec{g}'$ – вектор прискорення гравітаційної сили тяжіння.

Вектор прискорення можна представити в проекціях на осі різних систем координат (інерціальної (i), земної (e), географічної (g), зв'язаної (b)) при використанні матриць переходу C_m^n між ними, де m та n – символи систем координат.

ЛІТЕРАТУРА (REFERENCES)

[1] Рудик А. В. Наукові основи та принципи побудови приладової системи вимірювання прискорення мобільного робота. Монографія / А. В. Рудик, В. П. Кваснiков. – Харків : Мачулін, 2018.–272 с.

[2] Рудик А. В. Методи оцінки просторового положення об'єктів / А. В. Рудик // Інтегровані інтелектуальні робототехнічні комплекси (ІІРТК-2016). Матеріали 9-ої міжнародної НПК. – Київ : НАУ, 2016. – С. 31–33.

[3] Рудик А. В. Методи вимірювання швидкості та прискорення / А. В. Рудик // Інтегровані інтелектуальні робототехнічні комплекси (ІІРТК-2017). Матеріали 10-ої міжнародної НПК – Київ : НАУ, 2017 – С. 25–27.

[4] Рудик А. В. Багатофункціональні сенсори для мобільної робототехніки / А. В. Рудик // Вісник Інженерної академії України – 2016 – № 1. – С. 30–36.

[5] Тяпкин В. Н. Методы определения навигационных параметров подвижных средств с использованием спутниковой радионавигационной системы ГЛОНАСС : монография / В. Н. Тяпкин, Е. Н. Гарин – Красноярск : Сибирский федеральный университет, 2012 – 260 с.

[6] Матвеев В. В. Инерциальные навигационные системы : учебное пособие / В. В. Матвеев – Тула : Издательство ТулГУ, 2012. – 199 с.

[7] Мелешко, В. В. Бесплатформенные инерциальные навигационные системы / В. В. Мелешко, О. И. Нестеренко. – Кировоград: ПОЛИМЕД – Сервис, 2011. – 171 с.

Наукове видання

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

ОДЕСЬКА ДЕРЖАВНА АКАДЕМІЯ ТЕХНІЧНОГО РЕГУЛЮВАННЯ ТА ЯКОСТІ

Восьма Міжнародна
науково-практична конференція

ТЕХНІЧНЕ РЕГУЛЮВАННЯ, МЕТРОЛОГІЯ ТА ІНФОРМАЦІЙНІ ТЕХНОЛОГІЇ: ЄВРОПЕЙСЬКИЙ ВЕКТОР

11 – 12 жовтня 2018 р.

Підписано до друку 04.10.2018 р.
Формат 60*84/16. Папір офсетний. Гарнітура TimesNewRoman.
Друк офсетний. Ум.друк.арк. 12,12. Наклад 150 прим.

Надруковано з готового оригінал-макету у друкарні «Апрель»
ФОП Бондаренко М. О.
65045, м. Одеса, вул. В. Арнаутська, 60
тел.: +38 0482 35 79 76
www.aprel.od.ua