

УДК 004.89

Кондратенко Ю. П., д.т.н., професор, Сіденко Є. В., аспірант  
(Чорноморський державний університет ім. П. Могили, Миколаїв)

## МЕТОД АГРЕГАЦІЇ УЗАГАЛЬНЕНИХ ТРАПЕЦІЙНИХ ЛІНГВІСТИЧНИХ ТЕРМІВ ДЛЯ ЗАДАЧ БАГАТОКРИТЕРІЙНОГО ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ

В статті наведено результати аналізу алгоритмів багатокритерійного прийняття рішень на основі оцінок експертів, які представлені у вигляді лінгвістичних термів (ЛТ). Для підвищення ефективності процесу вибору найкращого рішення авторами запропоновано метод агрегації узагальнених трапеційних ЛТ. Апробація методу підтверджує його високу ефективність, зокрема при розв'язанні багатокритерійної задачі вибору транспортної компанії з множини існуючих альтернативних варіантів.

**Ключові слова:** нечітка множина, лінгвістичний терм, агрегація, ймовірність, песимістична позиція, оптимістична позиція, транспортна компанія.

**Вступ.** Процес багатокритерійного прийняття рішень полягає у виборі найкращого рішення серед альтернативних варіантів за визначеним переліком критеріїв. Моделювання на основі експертних знань про систему представляє собою підхід, в основу якого покладено знання та досвід людини, яка виступає експертом в питаннях, що пов'язані з реальною системою [1]. Пошук рішення багатокритеріальної задачі не представляє особливих труднощів, якщо перевага по одному з критеріїв призводить до такої ж переваги за іншим критерієм, тобто якщо критерії кооперуються [2]. Складність виникає в тому випадку, коли оцінки рішення за відповідними критеріями непорівняльні між собою. При цьому виникають ситуації, в яких експерту складно оцінити альтернативне рішення, використовуючи лише кількісну шкалу оцінювання. Це пов'язано з тим, що судження експерта в більшості випадків приймають мовну форму у вигляді нечітких множин, правил та граматик [3]. Так, наприклад, експерту простіше оцінити транспортну компанію за критерієм «рівень страхування вантажу» в нечіткій формі (за допомогою лінгвістичних оцінок – термів), наприклад «рівень страхування вантажу – *низький* або *нижче середнього*», ніж дати точну кількісну оцінку. Розв'язання задач багатокритерійного прийняття рішень в умовах невизначеності, при яких оцінки експерта коливаються в межах декількох лінгвістичних значень оцінювального па-

раметра, є актуальною проблемою на сьогоднішній день. Це пов'язано зі складністю розробки моделей, які враховують відповідні умови невизначеності, оскільки експертні оцінки в більшості випадків представляються у вигляді нечітких інтервальних ЛТ [2]. При цьому експерт зазвичай вказує оцінку в межах декількох ЛТ для кожного альтернативного рішення за відповідним критерієм.

**Аналіз останніх досліджень.** Все більш актуальною стає потреба в обробці нечіткої, тобто якісної, інформації, процес формалізації якої є досить складним [1, 2]. Крім того, автоматизація процесів підтримки прийняття рішень в умовах невизначеності набуває особливого значення в умовах швидкого і динамічного росту функціональних можливостей сучасних засобів інформатизації [3].

Для вимірювання очікувань клієнта використовуються різні методи оцінок, зокрема, анкетні опитування, експертні оцінки, статистичні методи тощо. Складність полягає в тому, що більшість параметрів системи неможливо вимірювати кількісно, тобто складно отримати формалізовані оцінки. Очікування клієнта, як правило, базуються на його суб'єктивній думці, досвіді його роботи і найчастіше виражаються такими висловлюваннями, як «бажано, щоб вантаж був доставлений о 12 годині», «існує можливість оплати в межах від 2000 до 3500» тощо. У відповідних твердженнях є елементи нечіткості. Інструментом для формалізації нечітких очікувань споживачів виступає математичний апарат, що базується на теорії нечітких множин [4, 5].

Мотивацією використання нечіткої логіки для вирішення багато-критерійних задач прийняття рішень є можливість зручної і зрозумілої лінгвістичної інтерпретації процесів побудови моделей суджень людини, що полегшує їх впровадження в інтерактивні комп'ютерні системи підтримки прийняття рішень [2]. Дослідження нечіткої логіки пов'язане, в першу чергу, з необхідністю розробки інтелектуальних систем, здатних взаємодіяти з людиною, сприймаючи від неї вербальну (нечітку) інформацію. Нечіткі системи відносно до інших мають ряд переваг [2]:

- можливість обробки та аналізу нечітких вхідних даних;
- нечітка формалізація критеріїв оцінки та порівняння;
- проведення якісних оцінок як вхідної інформації, так і вихідних результатів;
- швидке моделювання складних динамічних систем та їх порівняльний аналіз із заданим ступенем точності.

В процесі прийняття рішень оцінки експерта можуть коливатися в межах декількох ЛТ. Для вибору найкращого рішення у відповідній ситуації, в дослідженнях [6, 7] запропоновано концепцію коливальних

нечітких множин, а також відношення між ними та нечіткими множинами типу-2, n-типу і мультимножинами. В роботі [8] В. Farhadinia представив декілька підходів для оцінки міри порівняння коливальних нечітких множин. Авторами дослідження [9] запропоновано використання різнотипних мір відстаней між коливальними нечіткими множинами. В роботі [10] V. Torra та Y. Narukawa представили розширений принцип узагальнення існуючих операцій над нечіткими множинами для коливальних нечітких множин. В роботі [11] авторами запропоновано метод багатокритерійного прийняття рішень на основі порівняння значень ймовірності нечітких коливальних множин. В роботі [12] представлено оператор усереднення нечітких множин коливального типу для прийняття рішень в умовах, де значення вагових коефіцієнтів критеріїв заздалегідь невідомі. Авторами робіт [11, 13] запропоновано використання коливальних нечітких ЛТ для формування контекстновільних граматик, що дозволяють спростити процес представлення знань експертів та підвищити ефективність прийняття рішень. Y. Tang та J. Zheng в роботі [14] ввели поняття послідовності ЛТ в багатокритерійних задачах прийняття рішень і представили нечітку модель, в якій експертні оцінки виражені за допомогою декількох ЛТ. В роботі [15] розглядається процес трансформації ЛТ трикутної форми в трапеційну шляхом їх попередньої агрегації, при цьому переведення трапеційних ЛТ в нечіткі інтервали  $I(x_i)$  здійснюється на основі моделей  $\alpha$ -перерізів, а вибір найкращого рішення – на основі порівняльного аналізу альтернатив за показником ймовірності  $p(I(x_i) \geq [0,1])$  того, що інтервал  $I(x_i)$  більше за інтервал  $[0,1]$  (або дорівнює) для песимістичної та оптимістичної позицій людини, що приймає рішення (ЛПР).

Результати досліджень [4, 16] показали низьку ефективність діяльності фірм при виборі компанії-перевізника. Це пов'язано з недостатньою апріорною інформацією про рівень тарифів на перевезення, вартість і види наданих різними перевізниками послуг та ін. Задача вибору транспортної компанії представляє собою багатокритерійну задачу прийняття рішень, тому існує можливість застосування відповідних методів, зокрема методу аналізу ієрархій (АНП), нечіткого методу аналізу ієрархій (FАНП); методу для впорядкування переваг за схожістю з ідеальним рішенням з використання чітких і нечітких чисел (TOPSIS); методу простого адаптивного зважування (SAW); комплексу пропорційної оцінки (COPRAS) та ін. [17].

**Постановка завдання.** Розглянуті методи та підходи для вирішення багатокритерійних задач прийняття рішень полягають у виборі най-

кращого рішення серед існуючих варіантів на основі експертних оцінок, що представлені у вигляді нечітких множин. При цьому не враховується можливість оцінки рішення за відповідними критеріями для декількох експертів. Також, в більшості випадків ЛПР складно прийняти рішення на основі песимістичної або оптимістичної позиції, оскільки результат залежить лише від крайніх (мінімальних або максимальних) оцінок експертів. Метою даного дослідження є розробка методу агрегації трапеційних ЛТ для підвищення ефективності процесу вибору найкращого рішення серед існуючих альтернативних варіантів за визначеним переліком критеріїв при коливних лінгвістичних оцінках експертів.

**Результати досліджень.** Розв'язання багатокритерійної задачі прийняття рішень розглянемо на прикладі задачі вибору найкращої транспортної компанії для доставки вантажу [4, 18, 19]. Процес вибору транспортної компанії для перевезення вантажу передбачає формування матриці експертних оцінок (табл. 1). Аналіз літературних джерел [4, 5, 20] дозволяє виділити 19 найбільш важливих критеріїв прийняття рішень в задачах транспортної логістики. Запропонований авторами метод буде проілюстровано на прикладі вибору найкращого рішення з 4-х альтернатив згідно з 8-ма критеріями. Зокрема, експерту пропонується оцінити якість транспортного обслуговування відповідних 4-х транспортних компаній ( $x_1$  – транспортна компанія «Вега»,  $x_2$  – транспортна компанія «ЛюксАвто»,  $x_3$  – транспортна компанія «Кур'єр» та  $x_4$  – транспортна компанія «Експрес») за такими критеріями:  $C_1$  – імідж компанії,  $C_2$  – супровід вантажу,  $C_3$  – рівень страхування,  $C_4$  – моніторинг руху транспортного засобу,  $C_5$  – збереженість вантажу за кількістю,  $C_6$  – збереженість вантажу за якістю,  $C_7$  – своєчасність доставки,  $C_8$  – гнучкість системи оплати послуг. Шкала оцінювання представлена у вигляді  $\{H$  – низький,  $HC$  – нижче середнього,  $C$  – середній,  $BC$  – вище середнього,  $B$  – високий} нечітких ЛТ трикутної форми. Граматика формування експертних оцінок дозволяє використання операторів {*в межах, та нижче, вище*} для представлення суджень експертів в межах декількох ЛТ трикутної форми.

Таблиця 1

Експертне оцінювання альтернативних рішень

Альтернативні рішення	Критерії прийняття рішень							
	$C_1$	$C_2$	$C_3$	$C_4$	$C_5$	$C_6$	$C_7$	$C_8$
$x_1$	С	в межах ВС та В	ВС	С	в межах С та ВС	вище ВС	ВС	в межах С та ВС
$x_2$	НС	в межах НС та С	НС	С	в межах С та ВС	в межах НС та ВС	ВС	в межах НС та С
$x_3$	С	в межах С та ВС	С	ВС	в межах С та ВС	ВС	С	в межах С та ВС
$x_4$	в межах НС та С	НС	нижче НС	НС	в межах НС та С	НС	нижче С	С

Оскільки експертні оцінки в деяких випадках (таблиця 1) знаходяться в межах декількох ЛТ, то за методом багатокритерійного прийняття рішень на основі коливальних нечітких ЛТ, що запропонований S.M. Chen та J.A. Hong в роботі [15], можна трансформувати відповідну матрицю лінгвістичних оцінок рішень (таблиця 1) в матрицю інтервальних оцінок (таблиця 2).

При агрегації (рис. 1) ЛТ трикутної форми [11, 13], що представлені в таблиці 2 як експертні оцінки, об'єднуються в ЛТ трапеційної форми.

При цьому модель ЛТ трапеційної форми можна представити у вигляді  $S_i^j = (a_1, a_2, a_3, a_4)$ , де  $i$  – номер альтернативного рішення;  $j$  – номер критерію.

Таблиця 2

Матриця інтервальних експертних оцінок альтернативних рішень

Альт. рішення	Критерії прийняття рішень							
	$C_1$	$C_2$	$C_3$	$C_4$	$C_5$	$C_6$	$C_7$	$C_8$
$x_1$	{С}	{ВС, В}	{ВС}	{С}	{С, ВС}	{ВС, В}	{ВС}	{С, ВС}
$x_2$	{НС}	{НС, С}	{НС}	{С}	{С, ВС}	{НС, С, ВС}	{ВС}	{НС, С}
$x_3$	{С}	{С, ВС}	{С}	{ВС}	{С, ВС}	{ВС}	{С}	{С, ВС}
$x_4$	{НС, С}	{С}	{Н, НС}	{НС}	{НС, С}	{НС}	{Н, НС, С}	{С}

Таблиця 3

Матриця трапеційних ЛТ альтернативних рішень

Альт. рішення	Критерії прийняття рішень							
	$C_1$	$C_2$	$C_3$	$C_4$	$C_5$	$C_6$	$C_7$	$C_8$
$x_1$	(0.25, 0.5, 0.5, 0.75)	(0.5, 0.75, 1, 1)	(0.5, 0.75, 0.75, 1)	(0.25, 0.5, 0.5, 0.75)	(0.25, 0.5, 0.75, 1)	(0.5, 0.75, 1, 1)	(0.5, 0.75, 0.75, 1)	(0.25, 0.5, 0.75, 1)
$x_2$	(0, 0.25, 0.25, 0.5)	(0, 0.25, 0.5, 0.75)	(0, 0.25, 0.25, 0.5)	(0.25, 0.5, 0.5, 0.75)	(0.25, 0.5, 0.75, 1)	(0, 0.25, 0.75, 1)	(0.5, 0.75, 0.75, 1)	(0, 0.25, 0.5, 0.75)
$x_3$	(0.25, 0.5, 0.5, 0.75)	(0.25, 0.5, 0.75, 1)	(0.25, 0.5, 0.5, 0.75)	(0.5, 0.75, 0.75, 1)	(0.25, 0.5, 0.75, 1)	(0.5, 0.75, 0.75, 1)	(0.25, 0.5, 0.5, 0.75)	(0.25, 0.5, 0.75, 1)
$x_4$	(0, 0.25, 0.5, 0.75)	(0.25, 0.5, 0.5, 0.75)	(0, 0, 0.25, 0.5)	(0, 0.25, 0.25, 0.5)	(0, 0.25, 0.5, 0.75)	(0, 0.25, 0.25, 0.5)	(0, 0, 0.5, 0.75)	(0.25, 0.5, 0.5, 0.75)

Результат агрегації трикутних ЛТ в трапеційні ЛТ представлено в таблиці 3, де кожний трапеційний ЛТ представлений моделлю з 4-х параметрів  $S_i^j = (a_1, a_2, a_3, a_4)$ , наприклад

$$S_1^5 = (0.25, 0.5, 0.5, 0.75).$$

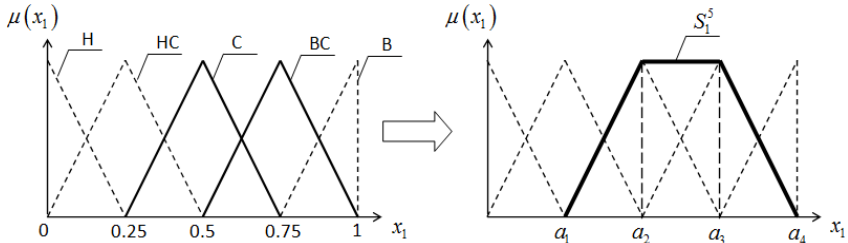


Рис. 1. Агрегація ЛТ для альтернативного рішення  $x_1$  за критерієм  $C_5$  в узагальнений трапеційний терм  $S_1^5$

На основі формули (1) відповідні узагальнені трапеційні терми  $S_i^j$  необхідно трансформувати в інтервальні оцінки  $I(x_i^j)$ . При цьому показник  $\alpha$  обирається в межах  $[0, 1]$ . Розглянемо для прикладу  $\alpha = 0,5$ .

$$I(x_i^j) = [I_L, I_R] = [\alpha(a_2 - a_1) + a_1, a_4 - \alpha(a_4 - a_3)], j \in (1, \dots, n), i \in (1, \dots, m), (1)$$

де  $I_L$  та  $I_R$  – ліва та права границя інтервальної оцінки.

В таблиці 4 представлені інтервальні оцінки  $I(x_i^j)$  для узагальнених трапеційних лінгвістичних термів, що наведені в таблиці 3.

Для знаходження найкращого рішення за песимістичною позицією ЛПР [11,15] необхідно виконати операцію мінімум (2) для всіх інтервалів (таблиця 4) по кожному з альтернативних рішень, а також розрахувати показник ймовірності за формулою (3).

$$I_{\min}(x_i) = [\min I_L, \min I_R] = [\min(I_L(x_i^j)), \min(I_R(x_i^j))], j \in (1, \dots, n), i \in (1, \dots, m) (2)$$

Таблиця 4

Інтервальні оцінки трапеційних ЛТ альтернативних рішень

Альт. рішення	Критерії прийняття рішень							
	$C_1$	$C_2$	$C_3$	$C_4$	$C_5$	$C_6$	$C_7$	$C_8$
$x_1$	[0.375, 0.625]	[0.625, 1]	[0.625, 0.875]	[0.375, 0.625]	[0.375, 0.875]	[0.625, 1]	[0.625, 0.875]	[0.375, 0.875]
$x_2$	[0.125, 0.375]	[0.125, 0.625]	[0.125, 0.375]	[0.375, 0.625]	[0.375, 0.875]	[0.125, 0.875]	[0.625, 0.875]	[0.125, 0.625]
$x_3$	[0.375, 0.625]	[0.375, 0.875]	[0.375, 0.625]	[0.625, 0.875]	[0.375, 0.875]	[0.625, 0.875]	[0.375, 0.625]	[0.375, 0.875]
$x_4$	[0.125, 0.625]	[0.375, 0.625]	[0, 0.375]	[0.125, 0.375]	[0.125, 0.625]	[0.125, 0.375]	[0, 0.625]	[0.375, 0.625]

$$p(I_{\min}(x_i) \geq [0,1]) = \max \left( 1 - \max \left( \frac{1 - I_L}{I_R - I_L + 1}, 0 \right), 0 \right), i \in (1, \dots, m). (3)$$

Операція максимум (замість операції мінімум) виконується при застосуванні формули (2) при оптимістичній позиції ЛПР в процесі прийняття рішень [15].

За формулою (2) знаходимо інтервал  $I_{\min}(x_i)$  з мінімальними оцінками експерта за кожним рішенням та, використовуючи формулу (3),

розраховуємо показник ймовірності  $p(I_{\min}(x_i) \geq [0,1])$  для всіх рішень:

– для альтернативного рішення  $x_1$  інтервал  $I_{\min}(x_1) = [0.375, 0.625]$  та  $p(I_{\min}(x_1) \geq [0,1]) = 0.5$ ;

– для альтернативного рішення  $x_2$  інтервал  $I_{\min}(x_2) = [0.125, 0.375]$  та  $p(I_{\min}(x_2) \geq [0,1]) = 0.3$ ;

– для альтернативного рішення  $x_3$  інтервал  $I_{\min}(x_3) = [0.375, 0.625]$  та  $p(I_{\min}(x_3) \geq [0,1]) = 0.5$ ;

– для альтернативного рішення  $x_4$  інтервал  $I_{\min}(x_4) = [0, 0.375]$  та  $p(I_{\min}(x_4) \geq [0,1]) = 0.27$ .

Ранжування альтернативних рішень проводиться за показником ймовірності. Отже, згідно з *песимістичною позицією ЛПП* найкращими є рішення  $x_1$  та  $x_3$ , оскільки значення показника ймовірності відповідних рішень найбільші, тобто  $p(I_{\min}(x_1) \geq [0,1]) = p(I_{\min}(x_3) \geq [0,1]) > p(I_{\min}(x_2) \geq [0,1]) > p(I_{\min}(x_4) \geq [0,1])$ .

При цьому  $x_1 = x_3 > x_2 > x_4$ .

Відповідно до *оптимістичної позиції ЛПП*, знаходимо інтервал  $I_{\max}(x_i)$  з максимальними оцінками експерта за кожним рішенням та розраховуємо показник ймовірності  $p(I_{\max}(x_i) \geq [0,1])$  для всіх рішень:

– для альтернативного рішення  $x_1$  інтервал  $I_{\max}(x_1) = [0.625, 1]$  та  $p(I_{\max}(x_1) \geq [0,1]) = 0.72$ ;

– для альтернативного рішення  $x_2$  інтервал  $I_{\max}(x_2) = [0.625, 0.875]$  та  $p(I_{\max}(x_2) \geq [0,1]) = 0.7$ ;

– для альтернативного рішення  $x_3$  інтервал  $I_{\max}(x_3) = [0.625, 0.875]$  та  $p(I_{\max}(x_3) \geq [0,1]) = 0.7$ ;



– для альтернативного рішення  $x_4$  інтервал  $I_{\max}(x_4) = [0.375, 0.625]$  та  $p(I_{\max}(x_4) \geq [0, 1]) = 0.5$ .

За оптимістичною позицією ЛПП, найкращим є рішення  $x_1$ , оскільки значення його показника ймовірності найбільше, тобто  $p(I_{\max}(x_1) \geq [0, 1]) > p(I_{\max}(x_2) \geq [0, 1]) = p(I_{\max}(x_3) \geq [0, 1]) > p(I_{\max}(x_4) \geq [0, 1])$ .

При цьому  $x_1 > x_2 = x_3 > x_4$ .

Сформулюємо більш детально основні етапи реалізації запропонованого авторами методу агрегації узагальнених трапеційних ЛТ.

*Крок 1.* Формування матриці експертних оцінок. На цьому етапі експерт оцінює кожне альтернативне рішення  $x_i$  по відношенню до визначеного переліку критеріїв  $C_j$  за лінгвістичною шкалою оцінювання, що представлена у вигляді ЛТ відповідної форми, наприклад, трикутної форми  $\{H, HC, C, BC, B\}$ . При цьому оцінка експерта може коливатися в межах декількох ЛТ.

*Крок 2.* Трансформація матриці експертних оцінок в матрицю інтервальних оцінок. На даному етапі оцінки експерта, що знаходилися у визначених межах ЛТ трансформуються в оцінки інтервального типу. Якщо, наприклад, експерт оцінив рішення  $x_1$  за критерієм  $C_5$  як «в межах C та BC», то відповідна оцінка трансформується в інтервал  $\{C, BC\}$ .

*Крок 3.* Агрегація ЛТ в узагальнені трапеційні терми. При цьому відбувається об'єднання інтервальних оцінок (ЛТ трикутної форми) в узагальнені трапеційні терми  $S_i^j$ , а також представлення відповідних термів у вигляді  $S_i^j = (a_1, a_2, a_3, a_4)$ , де  $i$  – номер альтернативного рішення;  $j$  – номер критерію.

*Крок 4.* Агрегація узагальнених трапеційних ЛТ  $S_i^j$  в осереднені (комбіновані) трапеційні терми  $GS_i$ . Це дозволяє враховувати як мінімальні (песимістична позиція ЛПП), так і максимальні (оптимістична позиція ЛПП) експертні оцінки одночасно. При цьому виключається необхідність визначення інтервалів  $I(x_i)$  для всіх окремих узагаль-

нених трапеційних ЛТ, зокрема для песимістичної та оптимістичної позицій ЛПР.

*Крок 5.* Приведення осереднених трапеційних термів по кожному рішенню до нечітких інтервалів. На даному етапі за формулою (1) відбувається трансформація осереднених трапеційних ЛТ  $GS_i$  в нечіткі інтервали  $I(x_i)$  при відповідному виборі значення параметру  $\alpha, \alpha \in [0,1]$ .

*Крок 6.* Визначення показника ймовірності  $p(I(x_i) \geq [0,1])$  для кожного альтернативного рішення. Ранжування рішень за відповідним показником.

Розглянемо особливості реалізації запропонованого авторами методу агрегації узагальнених трапеційних ЛТ на прикладі задачі вибору найкращої транспортної компанії для доставки вантажу.

Результати реалізації *Кроків 1, 2 та 3* наведені в таблицях 1, 2 та 3, відповідно. На 4-му *кроці* виконаємо агрегацію попередньо сформованих трапеційних ЛТ ( $S_i^j$ ) (таблиця 3) в осереднені трапеційні терми  $GS_i$  по кожному рішенню (рис. 2 – приклад для першого альтернативного рішення):

- |                                |                 |         |
|--------------------------------|-----------------|---------|
| – для першого                  | альтернативного | рішення |
| $GS_1 = (0.25, 0.5, 1, 1);$    |                 |         |
| – для другого                  | альтернативного | рішення |
| $GS_2 = (0, 0.25, 0.75, 1);$   |                 |         |
| – для третього                 | альтернативного | рішення |
| $GS_3 = (0.25, 0.5, 0.75, 1);$ |                 |         |
| – для четвертого               | альтернативного | рішення |
| $GS_4 = (0, 0, 0.5, 0.75).$    |                 |         |

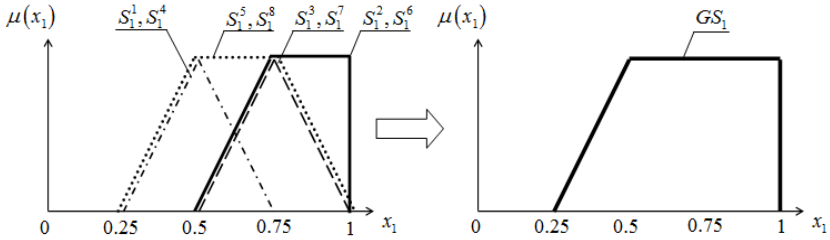


Рис. 2. Агрегація ЛТ ( $S_i^j$ ) рішення  $x_1$  за всіма критеріями  $\{C_1, \dots, C_8\}$  в осереднений ЛТ ( $GS_1$ )

Використовуючи формули (1) та (3), приведемо ЛТ  $GS_i$  (Кроки 5, б) в нечіткі інтервали  $I(x_i)$  для знаходження показника ймовірності  $p(I(x_i) \geq [0, 1])$  для всіх альтернативних рішень:

- для рішення  $x_1$  -  $I(x_1) = [0.375, 1]$  та  $p(I(x_1) \geq [0, 1]) = 0.62$ ;
- для рішення  $x_2$  -  $I(x_2) = [0.125, 0.875]$  та  $p(I(x_2) \geq [0, 1]) = 0.5$ ;
- для рішення  $x_3$  -  $I(x_3) = [0.375, 0.875]$  та  $p(I(x_3) \geq [0, 1]) = 0.58$ ;
- для рішення  $x_4$  -  $I(x_4) = [0, 0.625]$  та  $p(I(x_4) \geq [0, 1]) = 0.38$ .

За результатами реалізації методу агрегації узагальнених трапеційних ЛТ при виборі найкращої транспортної компанії для доставки вантажу з множини альтернативних варіантів  $\{x_1, x_2, x_3, x_4\}$  найкращим є рішення  $x_1$  (транспортна компанія «Вега»), оскільки ранжування відповідних показників ймовірності  $p(I(x_1) \geq [0, 1]) > p(I(x_3) \geq [0, 1]) > p(I(x_2) \geq [0, 1]) > p(I(x_4) \geq [0, 1])$

дозволяє визначити наступний порядок пріоритетності рішень  $x_1 > x_3 > x_2 > x_4$ .

В таблиці 5 представлено результати застосування існуючих алгоритмів багатокритерійного прийняття рішень на основі песимістичної та оптимістичної позицій ЛПР [11, 15] та запропонованого авторами методу агрегації узагальнених трапеційних ЛТ.

Порівняльний аналіз існуючих алгоритмів, зокрема з використанням песимістичної і оптимістичної позицій ЛПР [15] та запропонованого авторами методу агрегації узагальнених трапеційних ЛТ показує, що найкращим рішенням залишається альтернативний варіант  $x_1$ . При цьому рішення  $x_3$  (наступне за рангом) при застосуванні методу агрегації узагальнених трапеційних ЛТ співпадає за рангом з відповідним рішенням при реалізації алгоритмів на основі песимістичної та оптимістичної позицій ЛПР [15]. Це доводить доцільність використання запропонованого авторами методу агрегації узагальнених трапеційних ЛТ в задачах багатокритерійного прийняття рішень

Таблиця 5

Порівняльний аналіз результатів застосування досліджуваних методів прийняття рішень

Методи прийняття рішень	Ранжування рішень	Час виконання
Прийняття рішень на основі <i>песимістичної</i> позиції ЛПР [11,15]	$x_1 = x_3 > x_2 > x_4$	2300 мкс
Прийняття рішень на основі <i>оптимістичної</i> позиції ЛПР [11,15]	$x_1 > x_2 = x_3 > x_4$	2300 мкс
Прийняття рішень на основі запропонованого авторами <i>методу агрегації узагальнених трапеційних ЛТ</i>	$x_1 > x_3 > x_2 > x_4$	1350 мкс

**Висновки.** Запропонований метод агрегації узагальнених трапеційних ЛТ дозволяє спростити процес вибору найкращого альтернативного варіанту (в порівнянні з існуючими методами) та підвищити ефективність, зокрема швидкодію процесів багатокритерійного прийняття рішень. Дане твердження базується на основі порівняльного аналізу часової тривалості обчислювальних операцій при реалізації відповідних методів. Зокрема час виконання програмного коду для реалізації методу агрегації узагальнених трапеційних ЛТ складає 1350 мкс, а для методу багатокритерійного прийняття рішень на основі коливаль-

них нечітких термів з використанням песимістичної та оптимістичної позицій ЛПР [15] – 2300 мкс.

Апробація методу агрегації узагальнених трапеційних термів підтверджує його високу ефективність, в т.ч. при розв'язанні багатокритерійної задачі вибору транспортної компанії з множини існуючих альтернативних варіантів.

- 1.** Ротштейн А. П. Интеллектуальные технологии идентификации: нечёткая логика, генетические алгоритмы, нейронные сети / А. П. Ротштейн. – Винница : УНИВЕРСУМ, 1999. – 320 с.
- 2.** Пегат А. Нечеткое моделирование и управление; пер. с англ. / А. Пегат. – М. : БИНОМ, 2012. – 798 с.
- 3.** Кофман А. Введение в теорию нечетких множеств / А. Кофман. – М. : Радио и связь, 1982. – 482 с.
- 4.** Транспортная логистика. Под общ. ред. Миротина Л. Б. – М. : Издательство «Экзамен», 2005. – 512 с.
- 5.** Денисенко М. П. Організація та проектування логістичних систем / М. П. Денисенко, П. Р. Левковець, Л. І. Михайлова. – К. : Центр учбової літератури, 2010. – 336 с.
- 6.** Torra V. Hesitant fuzzy sets / V. Torra // *International Journal of Intelligent Systems*. – 2010. – № 25(6). – P. 529-539.
- 7.** Zadeh L.A. Fuzzy sets / L.A. Zadeh // *Information and Control*. – 1965. – № 8(3). – P. 338-353.
- 8.** Farhadinia B. Information measures for hesitant fuzzy sets and interval-valued hesitant fuzzy sets / B. Farhadinia // *Information Sciences*. – 2013. – № 240(13). – P. 129-144.
- 9.** Xu Z. Distance and similarity measures for hesitant fuzzy sets / Z. Xu, M. Xia // *Information Sciences*. – 2011. – № 181(11). – P. 2128-2138.
- 10.** On hesitant fuzzy sets and decision: Proceedings of 2009 IEEE International Conference on Fuzzy Systems / V. Torra, Y. Narukawa. – 2009. – P. 1378-1382.
- 11.** Fuzzy decision making based on hesitant fuzzy linguistic term sets: Proceedings of the 2013 Fifth Asian Conference on Intelligent Information and Database Systems / L. W. Lee, S. M. Chen. – Kuala Lumpur, Malaysia. – 2013. – P. 21-30.
- 12.** Wei C. Operators and comparisons of hesitant fuzzy linguistic term sets / C. Wei, N. Zhao, X. Tang // *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*. – 2013. – № 21(2) (in press).
- 13.** Rodriguez R. M. Hesitant fuzzy linguistic term sets for decision making / R. M. Rodriguez, L. Martinez, F. Herrera // *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*. – 2012. – № 20(1). – P. 109-119.
- 14.** Tang Y. Linguistic modelling based on semantic similarity relation among linguistic labels / Y. Tang, J. Zheng // *Fuzzy Sets Syst*. – 2006. – № 157. – P. 1662-1673.
- 15.** Chen S. M. Multicriteria Linguistic Decision Making Based on Hesitant Fuzzy Linguistic Term Sets and the Aggregation of Fuzzy Sets / S. M. Chen, J. Hong // *Information Sciences*. – 2014 (in press).
- 16.** Максимов Д. В. Метод выбора перевозчика при использовании стратегии аутсорсинга транспортных услуг / Д. В. Максимов, В. М. Момот // *Вісник Донецької академії автомобільного транспорту*. – 2010. – № 1. – С. 13-18.
- 17.** Недашковская Н. И. Методология обработки нечеткой экспертной информации в задачах предвидения / Н. И. Недашковская, Н. Д. Панкратова // *Проблемы управления и информатики*. – 2007. – № 2. – С. 40-55.
- 18.** Decision-Making and Fuzzy Estimation of Quality Level for Cargo Delivery: Proceeding of the 2nd World Conference on Soft Computing / Y. P. Kondratenko, Ie. V. Sidenko. – Baku, Azerbaijan, 2012. – P. 418-423.
- 19.** Kondratenko Y. P. Optimisation

problems in marine transportation / Y. P. Kondratenko // Incidencia de las relaciones economicas internacionales en la recuperacion economica del area mediterranea. Barcelona: Real Academia de Ciencias Economicas y Financieras. – 2011. – P. 43-52. 20. Kondratenko Y. P. Method of Actual Correction of the Knowledge Database of Fuzzy Decision Support System with Flexible Hierarchical Structure / Y. P. Kondratenko, Ie. V. Sidenko // Computational Techniques in Modeling and Simulation. Studies in Financial Optimization and Risk Management, C. Zopounidis, Series Ed. – NOVA Publishers. – 2013. – P. 55-74.

Рецензент: к.т.н., доцент Круліковський Б. Б.

---

**Kondratenko Y. P., Doctor of Engineering, Professor, Sidenko E. V., Post-graduate Student** (Petro Mohyla Black Sea State University, Mykolaiv)

### **AGGREGATION METHOD OF GENERALIZED TRAPEZOIDAL LINGUISTIC TERMS FOR MULTICRITERIA DECISION MAKING PROBLEMS**

**This paper presents the results of the analysis algorithms of multicriteria decision making based on expert estimates, which are presented in the form of linguistic terms (LT). To increase the efficiency of the process of choosing the best solution the authors proposed method of aggregation generalized trapezoidal LT. Method approbation proves its high efficiency, in particular for solving multicriteria problem of choosing a transport company from the set of existing alternatives.**

**Keywords:** fuzzy set, linguistic term, aggregation, likelihood values, pessimistic attitude, optimistic attitude, transport company.

---

**Кондратенко Ю. П., д.т.н., профессор, Сиденко Е. В., аспирант** (Черноморский государственный университет им. П. Могилы, Николаев)

### **МЕТОД АГРЕГАЦИИ ОБОБЩЕННЫХ ТРАПЕЦИЕВИДНЫХ ЛИНГВИСТИЧЕСКИХ ТЕРМОВ ДЛЯ ЗАДАЧ МНОГОКРИТЕРИАЛЬНОГО ПРИНЯТИЯ РЕШЕНИЙ**

**В статье приведены результаты анализа алгоритмов многокритериального принятия решений на основе оценок экспертов, которые представлены в виде лингвистических термов (ЛТ). Для по-**

вышения эффективности процесса выбора наилучшего решения авторами предложен метод агрегации обобщенных трапециевидных ЛТ. Апробация метода подтверждает его высокую эффективность, в частности при решении многокритериальной задачи выбора транспортной компании из множества существующих альтернативных вариантов.

**Ключевые слова:** нечеткое множество, лингвистический терм, агрегация, вероятность, пессимистическая позиция, оптимистичная позиция, транспортная компания.

---