

Міністерство освіти і науки України
Національний університет водного господарства та природокористування
Навчально-науковий інститут автоматики, кібернетики та обчислювальної техніки

Кафедра прикладної математики

«ЗАТВЕРДЖУЮ»

Проректор з науково-педагогічної,
методичної та виховної роботи

_____ О. А. Лагоднюк

“ ____ ” _____ 2019 р.

04-01-59

РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ
Program of the Discipline

«Рівняння математичної фізики»
«Equations of mathematical physics»

Спеціальність 113 «Прикладна математика»,
Specialty – 113 «Applied Mathematics»

Рівне-2019

Робоча програма «Рівняння математичної фізики» для студентів, які навчаються за спеціальністю 113 «Прикладна математика». Рівне: НУВГП, 2019. 12 с.

Розробник:

Мартинюк Петро Миколайович, д.т.н., доцент, професор кафедри прикладної математики.

Робоча програма затверджена на засіданні кафедри прикладної математики

Протокол від “ 28 ” серпень 2019 року №16

Завідувач кафедри _____ (П. М. Мартинюк)
(підпис)

Схвалено науково-методичною комісією за спеціальністю 113 «Прикладна математика»

Протокол від “ 30 ” серпень 2019 року № 8

Голова науково-методичної комісії _____ (П. М. Мартинюк)
(підпис)

© Мартинюк П. М., 2019 рік
© НУВГП, 2019 рік

Вступ

«Рівняння математичної фізики» відноситься до циклу дисциплін професійної підготовки бакалаврів спеціальності 113 «Прикладна математика». Програма дисципліни «Рівняння математичної фізики» складена відповідно до освітньо-професійної програми спеціальності 113 «Прикладна математика» та стандарту вищої освіти за вказаною спеціальністю для першого (бакалаврського) рівня вищої освіти (затверджений наказом МОН України №1242 від 13.11.2018). Дисципліни, що передують вивченню «Рівнянь математичної фізики»: «Математичний аналіз», «Алгебра та геометрія», «Звичайні диференціальні рівняння», «Функціональний аналіз». Дисципліни, що вивчаються супутньо із зазначеною дисципліною або ґрунтуються на ній: «Числові методи математичної фізики», «Теорія функцій комплексної змінної», «Математичне моделювання».

Анотація

Суть навчальної дисципліни «Рівняння математичної фізики» - класична теорія диференціальних рівнянь в частинних похідних (ДРЧП) другого порядку. З цією метою в зміст вказаної дисципліни включено теми стосовно класифікації ДРЧП другого порядку, класифікації та постановок крайових задач, диференціальних операцій в криволінійних координатах, спеціальних функцій математичної фізики. Із методів математичної фізики основна увага зосереджена на методі Фур'є. Висвітлено елементи якісної теорії крайових задач. Наведено елементи теорії інтегральних рівнянь та їх зв'язок з крайовими задачами для рівнянь еліптичного типу.

Ключові слова: диференціальні рівняння в частинних похідних, фізичний процес, математична модель, крайова задача, існування розв'язку, єдність розв'язку, стійкість розв'язку, метод Фур'є, інтегральне рівняння.

Abstract

The essence of the discipline "Equations of Mathematical Physics" is the classical theory of partial differential equations (PDE) of the second order. To this end, the content of this discipline includes topics related to the classification of the second-order PDE, the classification and formulation of boundary value problems, differential operations in curvilinear coordinates, and special functions of mathematical physics. Among the methods of mathematical physics, the Fourier method is focused on. The elements of the qualitative theory of boundary value problems are highlighted. The elements of the theory of integral equations and their relation to boundary-value problems for elliptic-type equations are presented.

Keywords: partial differential equations, physical process, mathematical model, boundary value problem, existence of a solution, unity of a solution, stability of a solution, Fourier method, integral equation.

1. Опис навчальної дисципліни

Найменування показників	Галузь знань, спеціальність, спеціалізація, рівень вищої освіти	Характеристика навчальної дисципліни
		денна форма навчання
Кількість кредитів – 5	Галузь знань 11 Математика та статистика	Цикл навчальних дисциплін професійної підготовки
Модулів – 2	Спеціальність 113 Прикладна математика	Рік підготовки:
Змістових модулів – 5		3-й
Індивідуальне науково-дослідне завдання: –		Семестр
Загальна кількість годин – 150		5-й
		Лекції
Тижневих годин для денної форми навчання: аудиторних – 3,8 Самостійної роботи студента – 5,6	Рівень вищої освіти: бакалавр	40 год.
		Практичні, семінарські
		20 год.
		Лабораторні
		-
		Самостійна робота
		90 год.
Індивідуальні завдання:		
	-	
	Вид контролю: іспит	

Примітка.

Співвідношення кількості аудиторних занять, самостійної та індивідуальної роботи студентів в процентах до загальної кількості годин складає відповідно: для денної форми навчання – 40% до 60%.

2. Мета та завдання навчальної дисципліни

Мета: Вивчення основ теорії диференціальних рівнянь в частинних похідних (ДРЧП) другого порядку, в тому числі – якісної. Закладення основ та початкових відомостей з теорії математичного моделювання фізичних процесів.

Завдання: Розвинення в студента у структуру та чітку систему знань тих початкових відомостей з теорії диференціальних рівнянь з частинними похідними та методів їх розв'язання, які передбачаються даним курсом. Підготувати студентів до використання отриманих знань і навиків у вивченні спеціальних предметів та розв'язуванні практичних задач. Підготувати студентів до використання отриманих знань і навиків при написанні курсових та кваліфікаційних (бакалаврських і магістерських) робіт.

У результаті вивчення навчальної дисципліни студент повинен

знати:

1. Класифікацію ДРЧП другого порядку.
2. Класифікацію граничних умов.
3. Класифікацію крайових задач.
4. Постановки основних типів крайових задач.
5. Основні теореми існування та єдиності розв'язків поставлених крайових задач та методи їх доведення.
6. Метод Фур'є розв'язування типових крайових задач.
7. Інтегральні рівняння та їх класифікацію.

вміти:

1. Виводити основні рівняння математичної фізики.
2. Визначати тип ДРЧП другого порядку та зводити їх до канонічного вигляду.
3. Застосовувати метод Фур'є до розв'язування основних типів крайових задач у регулярних областях (пряма, відрізок, прямокутник, круг).
4. Визначати тип крайової задачі та умови її (задачі) коректності.

3. Програма навчальної дисципліни

МОДУЛЬ 1

ЗМІСТОВИЙ МОДУЛЬ 1.

Класифікація диференціальних рівнянь в частинних похідних та метод характеристик

Тема 1. Класифікація ДРЧП другого порядку.

Поняття характеристик. Класифікація та зведення до канонічного виду ДРЧП другого порядку. Лінійні ДРЧП другого порядку зі сталими коефіцієнтами.

Тема 2. Фізичні процеси, що приводять до ДРЧП другого порядку.

Виведення рівняння коливань струни. Нестационарні рівняння теплоперенесення. Поняття про стаціонарність фізичного процесу та еліптичні рівняння.

Тема 3. Класифікація крайових задач.

Граничні та початкові умови. Їх фізична інтерпретація. Класифікація крайових задач. Постановки крайових задач для еліптичних рівнянь. Поняття про коректність

постановки крайової задачі. Некоректні задачі математичної фізики. Редукція загальної задачі.

Тема 4. Задача Коші для хвильового рівняння.

Задача Коші для гіперболічних рівнянь. Метод характеристик. Формули Даламбера, Кірхгофа, Пуассона. Принцип Дюгамеля.

ЗМІСТОВИЙ МОДУЛЬ 2.

МЕТОД РОЗДІЛЕННЯ ЗМІННИХ (МЕТОД ФУР'Є)

Тема 5. Метод розділення змінних (метод Фур'є) для одновимірних перших мішаних крайових задач.

Перша мішана крайова задача для однорідного хвильового рівняння (вільні коливання струни). Перша мішана крайова задача для однорідного параболічного рівняння. Перша мішана крайова задача для неоднорідного хвильового рівняння (вимушені коливання струни). Перша мішана крайова задача для неоднорідного параболічного рівняння. Випадок неоднорідних граничних умов першого роду.

Тема 6. Метод розділення змінних (метод Фур'є) для крайових задач в прямокутнику.

Перша мішана крайова задача для гіперболічного рівняння в прямокутнику. Перша мішана крайова задача для параболічного рівняння. Задача Діріхле для рівняння Лапласа.

Тема 7. Задача Коші для рівнянь параболічного типу.

Постановка задачі Коші для параболічних рівнянь. Метод відокремлення змінних (метод Фур'є) для задачі Коші в одновимірному випадку. Формула Пуассона та фундаментальний розв'язок рівняння теплопровідності. Задача Коші в n -вимірному просторі.

Тема 8. Спеціальні функції математичної фізики.

Загальна задача Штурма-Ліувілля. Функції Бесселя.

Тема 9. Позначення та криволінійні координати в математичній фізиці.

Позначення в математичній фізиці. Диференціальні операції в криволінійних координатах.

Тема 10. Метод розділення змінних (метод Фур'є) для крайових задач в крузі.

Метод Фур'є для першої мішаної крайової задачі для однорідного хвильового рівняння в крузі. Метод Фур'є для першої мішаної крайової задачі для однорідного параболічного рівняння в крузі. Задача Діріхле для рівняння Лапласа. Інтеграл Пуассона.

МОДУЛЬ 2

ЗМІСТОВИЙ МОДУЛЬ 3.

МЕТОД ФУНКЦІЙ ГРІНА ДЛЯ ЕЛІПТИЧНИХ РІВНЯНЬ

Тема 11. Фундаментальний розв'язок рівняння Лапласа.

Гармонічні функції в обмежених та необмежених областях. Формули Гріна. Фундаментальний розв'язок рівняння Лапласа.

Тема 12. Метод функції Гріна.

Основна інтегральна формула Гріна та основна формула теорії гармонічних функцій. Функція Гріна для оператора Лапласа. Приклади функцій Гріна для деяких областей.

ЗМІСТОВИЙ МОДУЛЬ 4. ЕЛЕМЕНТИ ЯКІСНОЇ ТЕОРІЇ КРАЙОВИХ ЗАДАЧ МАТЕМАТИЧНОЇ ФІЗИКИ

Тема 13. Крайові задачі для гіперболічних рівнянь.

Існування та єдність розв'язку задачі Коші в одновимірному випадку. Стійкість розв'язку задачі Коші. Узагальнений розв'язок задачі Коші. Єдиність розв'язку першої мішаної крайової задачі для гіперболічного рівняння.

Тема 14. Принцип максимуму.

Принцип максимуму для параболічних рівнянь та наслідки з нього. Принципи максимуму для еліптичних рівнянь та наслідки з нього.

Тема 15. Якісна теорія крайових задач для рівнянь параболічного типу.

Єдиність та стійкість розв'язку першої мішаної крайової задачі. Єдиність розв'язків другої та третьої мішаних крайових задач. Єдиність розв'язку задачі Коші. Стійкість розв'язку задачі Коші.

Тема 16. Якісна теорія крайових задач для рівнянь еліптичного типу.

Єдиність та неперервна залежність від граничних умов розв'язку задачі Діріхле для рівняння Пуассона. Єдиність розв'язку задачі Неймана для рівняння Пуассона.

ЗМІСТОВИЙ МОДУЛЬ 5.

Вступ до теорії інтегральних рівнянь

Тема 17. Класифікація інтегральних рівнянь.

Класифікація лінійних інтегральних рівнянь. Інтегральні рівняння з виродженими ядрами. Теореми Фредгольма.

Тема 18. Наближені методи розв'язання інтегральних рівнянь.

Метод послідовних наближень. Наближені методи розв'язання інтегральних рівнянь Фредгольма другого роду. Інтегральні рівняння Фредгольма першого роду. Деякі методи розв'язання некоректних задач.

Тема 19. Зведення крайових задач для рівнянь еліптичного типу до розв'язування інтегральних рівнянь

Потенціал об'єму, простого та подвійного шарів. Властивості потенціалів. Логарифмічні потенціали. Задача Діріхле для рівняння Лапласа. Задача Неймана для рівняння Лапласа. Задача Діріхле для рівняння Пуассона.

4. Структура навчальної дисципліни

Назви змістових модулів і тем	Кількість годин					
	усього	денна форма				
		у тому числі				
		л	п	лаб	інд	с.р.
1	2	3	4	5	6	7
Модуль 1						
Змістовий модуль 1. Класифікація диференціальних рівнянь в частинних похідних та метод характеристик						
Тема 1. Класифікація ДРЧП другого порядку.	12	2	4			6
Тема 2. Фізичні процеси, що приводять до ДРЧП другого порядку.	8	2				6

Тема 3. Класифікація крайових задач.	2	1				1
Тема 4. Задача Коші для хвильового рівняння.	16	2	2			12
Разом за змістовим модулем 1	38	7	6			25
Змістовий модуль 2. Метод розділення змінних (метод Фур'є)						
Тема 5. Метод розділення змінних (метод Фур'є) для одновимірних перших мішаних крайових задач.	24	2	6			16
Тема 6. Метод розділення змінних (метод Фур'є) для крайових задач в прямокутнику.	8	4				4
Тема 7. Задача Коші для рівнянь параболічного типу.	13	2	4			7
Тема 8. Спеціальні функції математичної фізики.	17	2				15
Тема 9. Позначення та криволінійні координати в математичній фізиці.	3	2				1
Тема 10. Метод розділення змінних (метод Фур'є) для крайових задач в крузі.	3	2				1
Разом за змістовим модулем 2	68	14	10			44
Модуль 2						
Змістовий модуль 3.						
Метод функції Гріна для еліптичних рівнянь						
Тема 11. Фундаментальний розв'язок рівняння Лапласа.	6	2	2			2
Тема 12. Метод функції Гріна.	6	2	1			3
Разом за змістовим модулем 3	12	4	4			5
Змістовий модуль 4.						
Елементи якісної теорії крайових задач математичної фізики						
Тема 13. Крайові задачі для гіперболічних рівнянь.	3	2				1
Тема 14. Принцип максимуму.	3	2				1
Тема 15. Якісна теорія крайових задач для рівнянь параболічного типу.	3	2				1
Тема 16. Якісна теорія крайових задач для рівнянь еліптичного типу.	3	2				1
Разом за змістовим модулем 4	12	8				4
Змістовий модуль 5.						
Вступ до теорії інтегральних рівнянь						
Тема 17. Класифікація інтегральних рівнянь.	4	2				2

Тема 18. Наближені методи розв'язання інтегральних рівнянь.	4	2			2
Тема 19. Зведення крайових задач для рівнянь еліптичного типу до розв'язування інтегральних рівнянь	8	2			6
Контрольна робота	4		2		2
Разом за змістовим модулем 5	20	6	2		12
Усього годин	150	40	20		90

5. Теми практичних занять

№ з/п	Назва теми	Кількість годин
1	2	3
1.	Класифікація ДРЧП другого порядку.	2
2.	Зведення до канонічного вигляду лінійних ДРЧП зі сталими коефіцієнтами.	2
3.	Задача Коші для рівнянь гіперболічного типу. Метод характеристик.	2
4.	Метод розділення змінних (метод Фур'є) для рівнянь гіперболічного типу.	2
5.	Метод розділення змінних для рівнянь параболічного типу.	2
6.	Задача Коші для рівнянь параболічного типу.	4
7.	Граничні задачі для рівнянь еліптичного типу	4
8.	Контрольна робота	2
	Всього за курс	20

6. Самостійна робота

Розподіл навчального часу на вивчення дисципліни „Рівняння математичної фізики”

Число кредитів ЕСТС	Загальний обсяг дисципліни	Розподіл часу		Частка самостійної роботи, в %
		Аудиторні заняття	Самостійна робота	
5	150	60	90	60

Розподіл самостійної роботи студента

Опрацювання лекційного матеріалу	0,5*40=	20 годин
Підготовка до практичних занять	0,5*20=	10 годин
Підготовка до іспиту	6*5=	30 годин
Всього		60 годин
Резерв		30 години

Завдання для самостійної роботи

№з/п	Назва теми	К-ть год. сам. роботи
1	Виведення рівняння звукових хвиль	6
2	Задача Гурса	6
3	Спеціальні функції математичної фізики	9
4	Елементи теорії потенціалу	9
Загальна кількість годин		30

7. Методи навчання

1. Проведення лекційних занять.
2. Практичні заняття з використанням різних методик їх проведення.
3. Проведення контрольних тестувань.

Підсумком самостійної роботи над вивченням дисципліни „Рівняння математичної фізики” є складання конспекту за темами, вказаними у завданнях для самостійної роботи. Загальний обсяг конспекту визначається з умови повноти та якості викладеного матеріалу.

Конспект оформлюється на стандартному папері формату А4 або в зошиті. Конспект може бути рукописним або друкованим і виконується українською мовою.

Перевірка конспекту з самостійної роботи відбувається у терміни, спільно обумовлені студентом і викладачем.

8. Методи контролю

Оцінювання навчальних досягнень студентів за усіма видами навчальних робіт проводиться за *поточним* та *підсумковим* контролюми. Поточний контроль знань студентів з навчальної дисципліни проводиться у вигляді модульного комп’ютерного незалежного тестування. Контрольні завдання за змістовим модулем включають тестові питання трьох рівнів складності.

Контроль самостійної роботи проводиться:

- з лекційного матеріалу – шляхом перевірки конспектів;
- з практичних занять – з допомогою перевірки виконаних домашніх завдань, шляхом проведення письмових тестів та контрольної роботи.

Усі контрольні заходи включено до 100-бальної шкали оцінювання.

Підсумковий семестровий контроль знань відбувається на екзамені у вигляді незалежного комп’ютерного тестування.

Основними критеріями, що характеризують рівень компетентності студента при оцінюванні результатів поточного та підсумкового контролів з навчальної дисципліни «Рівняння математичної фізики», є:

- виконання всіх видів навчальної роботи, що передбачені робочою програмою навчальної дисципліни;
- глибина і характер знань навчального матеріалу за змістом навчальної дисципліни;
- характер відповідей на поставлені питання (чіткість, лаконічність, логічність, послідовність тощо);
- обґрунтування вибору методу для розв’язання тих чи інших задач;

- рівень вміння аналізувати та захищати одержані результати.

Критерії оцінювання результатів поточної роботи (завдань, що виконуються на практичних заняттях, результати самостійної роботи студентів) проводиться у % від кількості балів, виділених на завдання, із заокругленням до цілого числа:

0% – завдання не виконано;

40% – завдання виконано частково та містить суттєві помилки методичного або розрахункового характеру;

60% – завдання виконано повністю, але містить суттєві помилки у розрахунках або в методиці;

80% – завдання виконано повністю і вчасно, проте містить окремі несуттєві недоліки (розмірності, висновки, оформлення тощо);

100% – завдання виконано правильно, вчасно і без зауважень.

9. Розподіл балів, які отримують студенти

Модуль 1. Поточне тестування та СРС										Модуль 2. Поточне тестування та СРС									Підсумков. контроль	Загальна кількість балів
Змістовий модуль 1				Змістовий модуль 2						Змістовий модуль 3		Змістовий модуль 4				Змістовий модуль 5				
10				20						8		12				10			40	100
T1	T2	T3	T4	T5	T6	T7	T8	T9	T10	T11	T12	T13	T14	T15	T16	T17	T18	T19		
2	2	3	3	3	3	3	3	4	4	4	4	3	3	3	3	3	3	4		

T1, T15...T19 – теми змістових модулів.

Шкала оцінювання

У екзаменаційній відомості результати навчання проставляються за двома шкалами – 100-бальною та національною. Позитивні оцінки виставляються тільки тим студентам, які виконали всі види навчальної роботи, передбачені робочою програмою навчальної дисципліни, і набрали за результатами поточного та підсумкового контролів не менше 60 балів. Конвертація 100-бальної шкали у 4-х бальну здійснюється за наступною таблицею:

Сума балів за всі види навчальної діяльності	Оцінка за національною шкалою
	для екзамену
90–100	відмінно
82–89	добре
74–81	

64–73	задовільно
60–63	
35–59	незадовільно з можливістю повторного складання
0–34	незадовільно з обов'язковим повторним вивченням дисципліни

10. Методичне забезпечення

1. Мартинюк П. М. Рівняння математичної фізики: навч. посібник. Рівне: Вид-во НУВГП, 2007. 178 с. – Режим доступу: <http://ep3.nuwm.edu.ua/2165/>

11. Рекомендована література

Базова література

1. Перестюк М.О., Маринець В. В. Теорія рівнянь математичної фізики. Київ: Либідь, 2006. 422 с.
2. Tikhonov A. N., Samarskii A. A. Equations of Mathematical Physics. New York: Dover, 1990. 765 p.
3. Курпа Л. В., Лінник Г. Б. Рівняння математичної фізики. Харків: Вид-во «Підручник НТУ «ХПІ», 2011. 312 с.
4. Піх С. С., Попель О. М., Ровенчак А. А., Тальянський І. І. Методи математичної фізики. Львів: Львівський національний університет імені Івана Франка, 2011. 404 с.

Допоміжна література

1. Положій Г. М. Рівняння математичної фізики. Київ: Рад. шк., 1959. 479с.
2. Піх С. С., Ровенчак А. А., Криницький Ю. С. 1001 задач з математичної фізики. Львів: Львівський національний університет імені Івана Франка, 2006. 328 с.

Інформаційні ресурси

1. Стандарт вищої освіти України. Ступінь вищої освіти: бакалавр. Спеціальність 113 «Прикладна математика»: затв. Наказом М-ва освіти і науки України від 13.11.2018 р. №1242. – Режим доступу: <https://mon.gov.ua/ua/osvita/visha-osvita/naukovo-metodichna-rada-ministerstva-osviti-i-nauki-ukrayini/zatverdzeni-standarti-vishoyi-osviti>

2. Наукова бібліотека НУВГП (м. Рівне, вул. Олекси Новака, 75) / [Електронний ресурс]. – Режим доступу: <http://nuwm.edu.ua/naukova-biblioteka>

3. Цифровий репозиторій НУВГП. – Режим доступу: <http://ep3.nuwm.edu.ua/>.

4. Обласна наукова бібліотека (м. Рівне, майдан Короленка, 6) / [Електронний ресурс]. – Режим доступу: <http://www.lib.rv.ua/>

5. Рівненська централізована бібліотечна система (м. Рівне, вул. Київська, 44) / [Електронний ресурс]. – Режим доступу: <http://www.cbs.rv.ua/>

6. Національна бібліотека ім. В.І. Вернадського / [Електронний ресурс]. – Режим доступу: <http://www.nbuv.gov.ua/>

7. Пошукова система Google / [Електронний ресурс]. – Режим доступу: <http://www.google.com.ua>