

Міністерство освіти і науки України
Національний університет водного господарства
та природокористування
Кафедра агроінженерії

02-06-01М

МЕТОДИЧНІ ВКАЗІВКИ

до виконання практичних робіт з освітньої компоненти
«Енергозбереження в АПК»
для здобувачів вищої освіти другого (магістерського) рівня
за освітньо-професійною програмою «Агроінженерія»
спеціальності 208 «Агроінженерія»
денної та заочної форм навчання

Рекомендовано науково-методичною
радою з якості ННМІ
Протокол № 10 від 05 липня 2023 р.

Рівне – 2023

Методичні вказівки до виконання практичних робіт з освітньої компоненти «Енергозбереження в АПК» для здобувачів вищої освіти другого (магістерського) рівня за освітньо-професійною програмою «Агроінженерія» за спеціальності 208 «Агроінженерія» денної та заочної форм навчання [Електронне видання] / Голотюк М. В., Куницький С. О., Бундза О. З., Ювчик Н. О. – Рівне : НУВГП, 2023. – 27 с.

Укладачі:

Голотюк М. В. – к.т.н., доцент кафедри агроінженерії,
Бундза О. З. – к.т.н., доцент кафедри агроінженерії,
Куницький С. О. – к.т.н., провідний науковий співробітник,
Ювчик Н. О. – аспірантка.

Відповідальний за випуск: Налобіна О. О., в. о. завідувача кафедри агроінженерії.

Керівник групи забезпечення спеціальності
208 «Агроінженерія»

Налобіна О. О.

Методичні вказівки схвалено на засіданні кафедри агроінженерії
Протокол № 1 від 04 липня 2023 року.

Схвалено науково-методичною радою з якості ННМІ
Протокол № 10 від 05 липня 2023 року.

© М. В. Голотюк, О. З. Бундза,
С. О. Куницький, Н. О. Ювчик, 2023
© НУВГП, 2023

ЗМІСТ

Вступ.....	3
1. Методика розв’язування оптимізаційних виробничих задач за допомогою надбудови “Excel” “Пошук рішення”	4
1.1. Структура надбудови “Пошук рішення”	4
1.2. Звіт про результати пошуку рішення.....	9
1.3. Налаштування параметрів пошуку рішення.....	9
2. Приклади математичних моделей виробничих задач лінійного програмування.....	13
2.1. Задача про планування випуску продукції.....	14
2.2. Задача про оптимальний розкрій матеріалів.....	15
2.3. Транспортна задача.....	15
2.4. Оптимізація графіка зайнятості працівників	18
Варіанти завдань для самостійної роботи.....	18
Список рекомендованої літератури.....	27

Вступ

При вирішенні інженерних та виробничих задач необхідно швидко прийняти правильне рішення, скласти оптимальний план виробничої діяльності. Прийняття рішення пов'язане з вибором оптимального варіанту, в якому, досить часто, шукані величини виражені неявно і залежать від багатьох виробничих факторів.

Для вирішення такого роду задач існує математичний апарат, який дозволяє відшукати оптимальний варіант побудови плану виробничої діяльності.

Найпростішим методом пошуку оптимального рішення є графічний. Більш складними, але точнішими методами є: симплекс-метод, модифікований двоїтий симплекс-метод, транспортний. Вказані методи відносяться до математичного лінійного програмування.

До виробничих задач, для яких оптимальне рішення можна знайти методами лінійного програмування належать:

- знаходження оптимального плану випуску продукції;
- раціональне використання виробничих потужностей та технічних засобів;
- задача розкрою матеріалів;
- транспортна задача (мінімізація транспортних витрат на перевезення вантажів);
- планування виходу на роботу працівників (графік зайнятості) та ін.

Для розв'язування виробничих задач за допомогою ПЕОМ доцільно використовувати системи **Mathcad**, **Matlab**, табличний процесор **Microsoft Excel** та інші пакети прикладних програм.

1. Методика розв'язку оптимізаційних виробничих задач за допомогою надбудови “Excel” “Пошук рішення”.

1.1. Структура надбудови “Пошук рішення”

“Пошук рішення” – це надбудова “Excel”, яка дозволяє вирішувати задачі з декількома незалежними змінними, тобто такі задачі, в яких змінні взаємодіють одна з одною за допомогою різних

формул. Надбудова “Пошук рішення” може знайти оптимальне рішення задачі.

Найбільш зручно знайомитись із “Пошуком рішення”, застосовуючи його для вирішення конкретних виробничих задач. В пакет програм “Microsoft Office” входить робоча книга “Excel” з прикладами задач. Вона знаходиться у файлі C:\Program Files\Microsoft Office\Office\Examples\Solver\Solvsamp.xls. Після відкриття цієї робочої книги з’являється перша задача, яка показана на рис. 1.1. В кожному робочому листі є пояснення до прикладу і опис основних комірок, які використовуються в задачі.

- **Короткий огляд.** Це перший лист в книзі Solvsamp.xls. В ньому вирішується задача підвищення прибутковості компанії шляхом вибору оптимальної кількості засобів, які повинні бути витрачені на рекламу.

The screenshot shows the Microsoft Excel interface with the following data table:

1	Краткий обзор надстройки "Поиск решения"					
2	Месяц	1 квартал	2 квартал	3 квартал	4 квартал	Всего
3	Сезонность	0,9	1,1	0,8	1,2	
4	Число продаж	3 592	4 390	3 192	4 789	15 962
5	Выручка от реализации	143 662р.	175 587р.	127 700р.	191 549р.	638 498р.
6	Затраты на сбыт	89 789	#####	79 812	#####	399 061
7	Валовая прибыль	53 873	65 845	47 887	71 831	239 437
8	Торговый персонал	8 000	8 000	9 000	9 000	34 000
9	Реклама	10 000	10 000	10 000	10 000	40 000
10	Посветные затраты	21 549	26 338	19 155	28 732	95 775
11	Суммарные затраты	39 549	44 338	38 155	47 732	169 775
12	Произв. прибыль	14 324р.	21 507р.	9 732р.	24 099р.	69 662р.
13	Норма прибыли	10%	12%	8%	13%	11%
14	Цена изделия	40р.				
15	Затраты на изделие	25р.				

Legend (Цветаевые обозначения):

- Blue box: Результат
- Green box: Изменяемые данные
- Red box: Ограничения

Additional text in the spreadsheet:

21 В следующих примерах показано, как для приведенной выше модели можно находить значения, для которых заданный параметр имеет наибольшее или наименьшее значение, вводить ограничения, и сохранять модель.

Строка	Содержимое	Пояснение
3	Фиксированное знач.	Сезонная поправка: во 2 и 4 кварталах уровень продаж выше, чем в 1 и 3.
5	=35*В3*(B11+3000)*0.5	Ожидаемое число продаж по кварталам: в строке 3 - сезонная поправка, в строке 11 отработаны затраты на рекламу.

Рис.1.1. Робоча книга Excel Solvsamp.xls з прикладами задач

- **Структура виробництва.** В цьому прикладі представлена задача оптимізації асортименту товарів, які випускаються, враховуючи затрати на виробництво і об'єм випуску кожного із товарів.
- **Транспортна задача.** Показана задача оптимізації роботи декількох заводів – виробників в залежності від потреб декількох гуртових складів, а також оптимізація витрат для забезпечення всіх складів необхідною кількістю товарів.
- **Графік зайнятості.** Таку задачу доводиться вирішувати на більшості підприємств: планувати зайнятість таким чином, щоб забезпечити потреби виробництва, які постійно змінюються при мінімально можливих витратах.
- **Управління капіталом.** В цій задачі показано, як можливо оптимізувати прибуток, який отримано від різних видів інвестицій (розглядаються одно-, трьох, і шестимісячні кредити), і при цьому врахувати можливість використання частини прибутку у випадку необхідності.
- **Портфель цінних паперів.** В цьому прикладі визначається оптимальне співвідношення різних видів цінних паперів, які необхідно мати для того, щоб максимально збільшити прибуток при мінімально можливому ризику.
- **Проектування ланцюга.** Розглядається задача розрахунку електричного ланцюга у відповідності з визначеними конструктивними вимогами.

Для більшості із задач, які наведені в прикладах, спочатку необхідно відповідним чином налаштувати засіб “Пошук рішення”. Наприклад, щоб запустити “Пошук рішення” для задачі про графік зайнятості необхідно виконати наступні дії:

1. Відкриваємо робочий лист **Графік зайнятості**.
2. Вибираємо команду **Сервіс ⇒ Пошук рішення**.

З'явиться діалогове вікно “Пошук рішення” (рис.2).

Якщо в меню **Сервіс** відсутня команда **Пошук рішення**, тоді необхідно завантажити цю надбудову Excel. Виберіть команду **Сервіс ⇒ Надбудови** і активізуйте надбудову **Пошук рішення**. Якщо цієї надбудови немає в діалоговому вікні **Надбудови**, то необхідно за допомогою панелі управління **Windows** встановити цю надбудову із інсталяційного пакету Microsoft Office.

В діалоговому вікні “Пошук рішення” є три основних

параметри:

- **Встановити цільову комірку**
- **Змінюючи комірки**
- **Обмеження**

Спочатку необхідно заповнити поле **Встановити цільову комірку**. В усіх задачах для засобу “Пошук рішення” оптимізується результат в одній із комірок робочого листа. Цільова комірка пов’язана з іншими комірками цього робочого листа за допомогою формул. Засіб “Пошук рішення” використовує формули, які дають результат в цільовій комірці, для перевірки можливих значень. В даному випадку використовують групу перемикачів параметра **Рівнюю**, щоб вказати, яким чином необхідно оптимізувати результат в цій цільовій комірці. Можна вибрати пошук найменшого або найбільшого значення для цільової комірки або встановити конкретне значення.

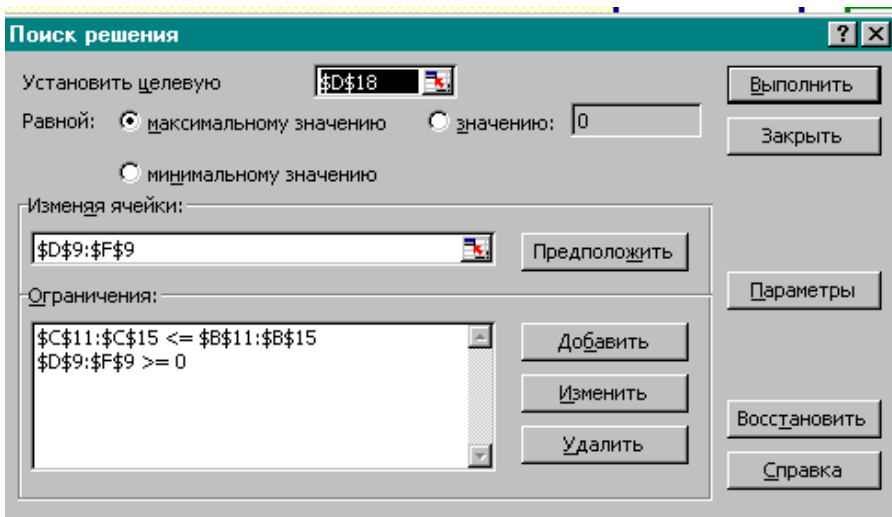


Рис. 1.2. Діалогове вікно для налаштування параметрів надбудови Excel “Пошук рішення”

Другий важливий параметр “Пошуку рішення” – це параметр **Змінюючи комірки**. Комірки, які змінюються – це ті комірки, значення в яких будуть змінюватись для того, щоб оптимізувати результат в цільовій комірці. Для пошуку рішення можна вказати до

200 комірок, які змінюються. До комірок, які змінюються існує дві основні вимоги:

1. комірки не повинні включати формул;
2. зміна їх значень повинна відображатись на зміні результату в цільовій комірці (цільова комірка залежна від комірок, які змінюються).

Третій, основний параметр, який необхідно вводити для пошуку рішення, - це список обмежень. **Обмеження** – це правила, які “Пошук рішення” буде використовувати при знаходженні правильної відповіді. Якщо обмеження вибрані некоректно, то “Пошук рішення” може видати рішення, які не будуть мати змісту, наприклад скласти графік для від’ємного значення робочого часу або запропонувати, щоб підприємство випускало нереальну кількість продукції.

Після натискання на кнопку **Виконати** “Пошук рішення” починає шукати відповідь. Коли відповідь буде знайдена, з’являється діалогове вікно **Результати пошуку рішення** (рис.1.3).

Перед тим, як приймати рішення, яке запропоноване “Пошуком рішення”, необхідно перевірити результат, який був запропонований. Якщо рішення має зміст і є прийнятним, то можна підтвердити результати, після чого зміни будуть внесені в робочий лист.

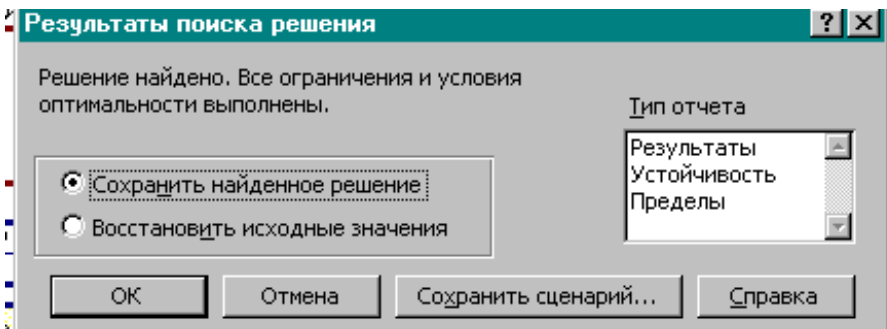


Рис.1.3. Діалогове вікно **Результати пошуку рішення**.

1.2. Звіт про результати пошуку рішення

Існує три типи звітів, які можна проглянути після того, як “Пошук рішення” закінчить свою роботу: **Результати**, **Стійкість** і **Межі**. В діалоговому вікні **Результати пошуку рішення** можна вибрати потрібний звіт, перш ніж клацнути по кнопці **ОК**. Кожен звіт створюється на окремому листу робочої книги.

В звіті про результати представлені результати, які отримані за допомогою “Пошук рішення”. В цей звіт включені вихідні і кінцеві значення цільової комірки, перевірки всіх комірок, які змінюються і поправка на обмеження, які були визначені для даної задачі.

В звіті про стійкість приводяться відомості про відносну стійкість кожної комірки, що змінюється, на цільову комірку.

В звіті по межах показаний вплив обмежень на пошук рішення.

1.3. Налаштування параметрів пошуку рішення

Перед тим, як вирішувати задачу, клацнувши по кнопці **Виконати** в діалоговому вікні **Пошук рішення**, доцільно змінити деякі параметри. Це також необхідно зробити в тому випадку, коли автоматично знайти рішення не вдалось або знайдене рішення виявилось неприйнятним. Для цього в діалоговому вікні **Пошук рішення** необхідно клацнути по кнопці **Параметри**. Відкриється діалогове вікно **Параметри пошуку рішення** (рис.1.4). В табл. 1.1 описані опції цього діалогового вікна.

Таблиця 1.1.

Параметри пошуку рішення

№ з/п	Параметри	Опис
1	2	3
1.	Максимальний час	Визначає максимальний час виконання задачі. В цьому полі можна вказати час до 32767 с (9,1 год)
2.	Гранична	Визначає максимальну кількість

	кількість ітерацій	можливих рішень, які будуть випробувані перш, ніж “Пошук рішення” не знайде прийнятного рішення, або представить найкращий із результатів, який зможе знайти за допомогою такої кількості ітерацій. Максимальна кількість – 32767 ітерацій.
3.	Відносна похибка	Точність, з якою виконується наближення комірки до цільового значення або до вказаних границь. Обчислення з великою кількістю знаків після коми (наприклад, 0,000001, встановлене по замовчуванню) дають більш точні рішення, ніж обчислення з меншою кількістю знаків (наприклад, 0,01), однак при більшій точності для рішення задачі необхідно більше часу.
4.	Допустиме відхилення	Якщо в задачі встановлено цілочисельне обмеження, то її трудніше вирішити. Для задач з цілочисельним обмеженням можна ввести більш високе значення відхилення, щоб пошук рішення виконувався швидше за рахунок деякої втрати точності.
5.	Сходжуваність	Для нелінійних задач сходжуваність показує мінімальне значення зміни, яке повинно враховуватись в кожній ітерації. Якщо зміна значення цільової комірки менша за вказане значення сходжуваності для п’яти ітерацій, пошук рішення припиняється і пропонується найкращий із знайдених варіантів. Чим менше вказане значення сходжуваності, тим більше часу потрібно для пошуку рішення.

6.	Лінійна модель	Якщо відомо, що дана задача має лінійний характер, то можна встановити цей параметр, щоб скоротити час, необхідний для пошуку рішення.
7.	Невід'ємні значення	Якщо цей параметр встановлений, то від'ємні значення не будуть підставлятись в жодну із комірок, які змінюються. (Альтернатива – запис обмеження, що всі значення в комірках, які змінюються, більші або дорівнюють нулю).
8.	Автоматичне масштабування	Якщо комірки, які змінюються і цільова комірка відрізняються на декілька порядків, тоді необхідно встановити цей параметр, щоб результати були точними.
9.	Показувати результати ітерацій	Якщо встановлений цей параметр, то після кожної виконаної ітерації пошук рішення буде зупинятись. Це допоможе виконати налагодження пошуку рішення.
10.	Завантажити модель	Завантажує модель – набір параметрів пошуку – із збереженого набору параметрів робочого листа.
11.	Зберегти модель	Зберігає модель в одній або декількох комірках робочого листа, після чого її можна знову використовувати. Кнопки Завантажити модель і Зберегти модель використовуються для збереження моделі в проміжках між сеансами роботи або при роботі з кількома моделями для однієї і тієї ж задачі.
12.	Оцінки	

	Лінійна	Цей параметр встановлюється, якщо задача має лінійний характер.
	Квадратична	Цей параметр встановлюється, якщо задача має нелінійний характер.
13.	Різниці	
	Прямі	Цей перемикач встановлений по замовчуванню і підходить для вирішення більшості задач. Використовується, якщо комірки, які мають обмеження незначно змінюються при кожній ітерації.
	Центральні	Якщо комірки, які мають обмеження змінюються швидко і на великі значення, то установка цього перемикача може підвищити точність обчислень.
14.	Метод пошуку	
	Ньютона	Метод Ньютона – один із двох методів, який використовується для пошуку рішення. Він вимагає більше пам'яті, але виконується при меншій кількості ітерацій.
	Спряжених градієнтів	Вимагає менше пам'яті, але використовує більше ітерацій. Застосовується при роботі з дуже великими задачами.

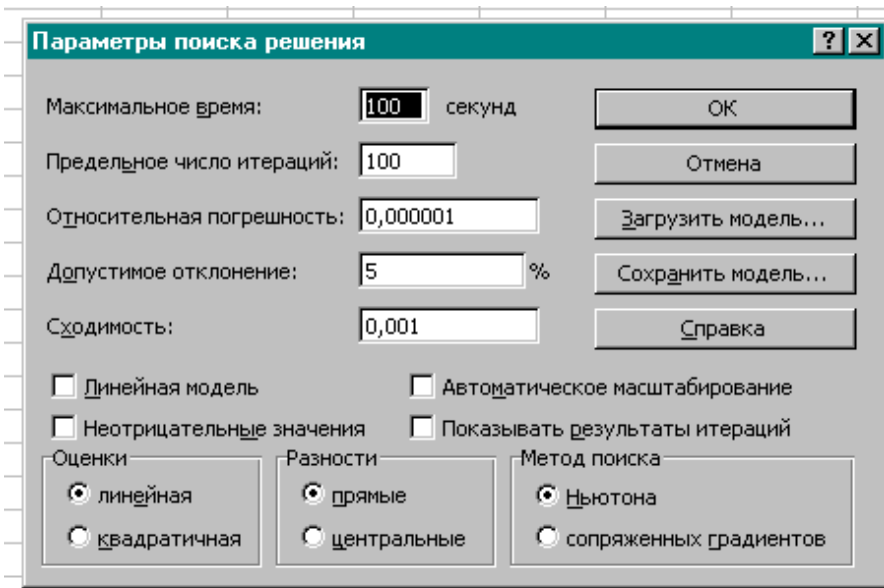


Рис.1.4. Діалогове вікно *Параметри пошуку рішення*

2. Приклади математичних моделей виробничих задач лінійного програмування.

Лінійне програмування – це розділ математики, в якому вивчаються методи знаходження мінімуму, або максимуму лінійної функції скінченного числа змінних при умові, що змінні задовільняють скінченному числу додаткових умов (обмежень), які мають вигляд лінійних рівнянь або лінійних нерівностей.

Тобто, в загальному випадку, задача лінійного програмування може бути сформульована наступним чином.

Необхідно знайти такі значення дійсних змінних x_1, x_2, \dots, x_n , для яких цільова функція

$$Q(x) = p_1x_1 + p_2x_2 + \dots + p_nx_n$$

прийме мінімальне (максимальне) значення на множині точок, координати яких задовільняють умови:

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n = b_1 ,$$

$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n = b_2 ,$$

.....

$$a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n = b_m ,$$

$$x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0, \dots, \quad x_n \geq 0.$$

Коефіцієнти a_{ij} , b_i , p_j ($i=1,2, \dots, m; j=1,2, \dots, n$) – дійсні числа, причому $b_1 \geq 0, \quad b_2 \geq 0, \dots, \quad b_m \geq 0$.

На початковому етапі вирішення оптимізаційних задач необхідно скласти математичну модель задачі, враховуючи фактори, від яких залежить кінцевий результат. Приклади складання математичних моделей виробничих задач наведені нижче.

2.1. Задача про планування випуску продукції

Необхідно виготовити чотири види деталей A_i в кількостях від a_i до b_i ($i=1, 2, 3, 4$). Прибуток від реалізації однієї деталі складає p_i . На виготовлення кожної деталі A_i витрачається a_{ij} хвилин робочого часу на кожному із верстатів M_j ($j=1, 2, 3$), ресурс використання яких повинен бути в межах від n_j до m_j хвилин. Необхідно скласти такий план виробництва, щоб прибуток від реалізації деталей був максимальний.

Модель задачі

Вводимо змінну x_i – кількість деталей виду A_i , які необхідно виготовити.

Тоді:

$$a_{1j}x_1 + a_{2j}x_2 + a_{3j}x_3 + a_{4j}x_4 \leq m_j \text{ для } j=1, 2, 3;$$

$$a_{1j}x_1 + a_{2j}x_2 + a_{3j}x_3 + a_{4j}x_4 \geq n_j \text{ для } j=1, 2, 3;$$

$$x_i \leq b_i, \quad x_i \geq a_i, \quad x_i \geq 0 \text{ для } i=1, 2, 3, 4.$$

Прибуток від реалізації деталей (цільова функція):

$$P_{\max}(x) = p_1x_1 + p_2x_2 + p_3x_3 + p_4x_4.$$

2.2. Задача про оптимальний розкрій матеріалів

Для заготовок у вигляді стержнів довжиною l кожний є варіанти розкрою Z_i ($i=1, 2, 3, 4, 5, 6$). Необхідно отримати a_j частин T_j довжиною l_j ($j=1, 2, 3, 4$). При кожному варіанті розкрою отримуємо k_{ij} частин T_j . Яким чином слід проводити розкрій, щоб отримати необхідну кількість частин з мінімальної кількості стержнів?

Модель задачі

Вводимо змінну x_i – кількість стержнів, розрізаних згідно варіанту розкрою Z_i .

Тоді:

$$k_{1j}x_1 + k_{2j}x_2 + k_{3j}x_3 + k_{4j}x_4 + k_{5j}x_5 + k_{6j}x_6 \geq a_j \quad \text{для } j=1, 2, 3, 4;$$

$$x_i \geq 0 \quad \text{для } i=1, 2, 3, 4, 5, 6.$$

Мінімальна кількість стержнів (цільова функція):

$$Q_{\min}(x) = x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6.$$

Примітка: умова $k_{i1}l_1 + k_{i2}l_2 + k_{i3}l_3 + k_{i4}l_4 \leq l$, накладена на коефіцієнти, міститься у визначенні “варіант розкрою” і не належить до умов оптимізації.

2.3. Транспортна задача.

Транспортна задача полягає в знаходженні такого плану перевезень продукції від m складів до n споживачів, при якому витрати будуть мінімальні. Якщо споживач j отримує одиницю продукції (по прямій дорозі) із складу i , то виникають витрати p_{ij} . При цьому робимо припущення, що транспортні витрати пропорційні кількості продукції, яка перевозиться, тобто на перевезення k одиниць продукції витрати складають kp_{ij} .

Припустимо, що

$$\sum_{i=1}^m b_i = \sum_{j=1}^n a_j ,$$

де b_i – кількість продукції на i -му складі;
 a_j – потреби j -го споживача.

Позначивши через x_{ij} кількість продукції, що перевозиться від i -го складу до j -го споживача, отримаємо математичну модель задачі лінійного програмування, яку необхідно вирішити відносно цільової функції K_{\min} :

$$\sum_{i=1}^m x_{ij} = a_j \quad \text{для } j=1, \dots, n;$$

$$\sum_{j=1}^n x_{ij} = b_i \quad \text{для } i=1, \dots, m;$$

$$x_{ij} \geq 0 \quad \text{для } i=1, \dots, m \text{ та } j=1, \dots, n;$$

$$K_{\min} = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n p_{ij} x_{ij} .$$

Зауваження: якщо $\sum_{i=1}^m b_i > \sum_{j=1}^n a_j$, то кількість продукції

$\sum_{i=1}^m b_i - \sum_{j=1}^n a_j$ залишиться на складах. В такому випадку необхідно

вводити “фіктивного” споживача $n+1$ з потребами $\sum_{i=1}^m b_i - \sum_{j=1}^n a_j$, а

транспортні витрати $p_{i,n+1}$ приймаємо рівними нулю для всіх i . Якщо

$\sum_{i=1}^m b_i < \sum_{j=1}^n a_j$, то потреби споживачів не можуть бути задоволені,

тому початкові умови необхідно змінити таким чином, щоб задовольнити потреби споживачів.

Транспортну задачу характеризують транспортною таблицею та

таблицею витрат:

	a_1	.	.	.	a_n
b_1	.				
.		.			
.			.		
.				.	
b_m					.

a_1	.	.	.	a_n
p_{11}	.	.	.	p_{1n}
.				.
.				.
.				.
p_{m1}	.	.	.	p_{mn}

Допустимий план перевезень необхідно представити у вигляді транспортної таблиці:

	a_1	.	.	.	a_n
b_1	x_{11}	.	.	.	x_{1n}
.	.				.
.	.				.
.	.				.
b_m	x_{m1}	.	.	.	x_{mn}

Сума елементів рядка i повинна бути рівна b_i , а сума елементів стовпця j повинна бути рівна a_j , і всі x_{ij} повинні бути додатними.

Таким чином, отримаємо **модель транспортної задачі**:

$$x_{11} + x_{12} + \dots + x_{1n} = b_1;$$

$$x_{11} + x_{21} + \dots + x_{m1} = a_1;$$

$$x_{21} + x_{22} + \dots + x_{2n} = b_2;$$

$$x_{12} + x_{22} + \dots + x_{m2} = a_2;$$

.....

$$x_{m1} + x_{m2} + \dots + x_{mn} = b_m.$$

$$x_{1n} + x_{2n} + \dots + x_{mn} = a_n.$$

$$x_{ij} \geq 0 \text{ для } i=1, \dots, m \text{ та } j=1, \dots, n.$$

Мінімальна транспортна робота (цільова функція):

$$K_{\min} = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n p_{ij} x_{ij} .$$

2.4. Оптимізація графіка зайнятості працівників

Для забезпечення безперервного випуску продукції на підприємстві, де необхідна кількість працівників a_j ($j=1, 2, \dots, n$) у визначений день T_j розподілена нерівномірно по днях тижня, запроваджено позмінне виконання робіт із Z_i – можливими на протязі тижня робочими змінами ($i=1, 2, \dots, 7$). Необхідно визначити мінімальну кількість робітників у кожній робочій зміні Z_i , за умови виконання запланованого об'єму робіт у повному обсязі.

Модель задачі.

Вводимо змінну x_i – кількість робітників, які працюють у робочій зміні Z_i .

Умовно приймаємо, що зміна Z_i працює ($k_{ij}=1$), а у випадку $k_{ij}=0$ – дана зміна не виходить на роботу.

Тоді:

$$k_{1j}x_1 + k_{2j}x_2 + k_{3j}x_3 + k_{4j}x_4 + k_{5j}x_5 + k_{6j}x_6 + k_{7j}x_7 \geq a_j \text{ для } j=1, 2, \dots, n;$$

$$x_i \geq 0 \text{ для } i=1, 2, 3, 4, 5, 6, 7.$$

Мінімальна кількість працівників (цільова функція):

$$R_{\min}(x) = x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6 + x_7 .$$

3. Варіанти завдань для самостійної роботи

Задача 1.

Для виробництва трьох видів виробів (А, В, С) використовується сировина типів I, II та III, причому закупівля сировини типу I та III обмежена можливостями постачальників. В табл. 3.1 приведені норми витрат сировини, ціни на сировину та на вироби, а також обмеження по закупівлі сировини.

Необхідно скласти план виробництва продукції з метою отримання максимального прибутку.

Таблиця 3.1

Тип сировини	Вартість 1 кг сировини, у.о.	Норми витрат сировини на один виріб, кг			Обмеження по закупівлі сировини, кг
		A	B	C	
I	2	1	3	<i>a</i>	3000
II	1	4	1	3	-
III	<i>b</i>	6	5	2	3320
	Вартість одного виробу, у.о.	$6b+12$	$5b+22$	<i>c</i>	

Вихідні дані згідно варіанту приведені в табл. 3.2.

Таблиця 3.2

№ вар.	Вихідні дані		
	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>
1.	2	1	17
2.	2	2	19
3.	2	3	21
4.	2	4	23
5.	3	1	21
6.	3	1	22
7.	3	2	23
8.	3	2	24

9.	3	2	25
10.	3	3	25
11.	3	3	26
12.	3	4	26
13.	4	1	25
14.	4	1	27
15.	4	2	26
16.	4	2	27
17.	4	3	28
18.	4	3	30
19.	4	4	30
20.	4	4	32
21.	2	2	20
22.	1	2	15
23.	3	2	20
24.	3	1	25
25.	2	1	15
26.	2	4	19

Задача 2.

Металургійний цех в якості сировини закуповує латунь типів I, II та III – різні за складом сплави міді та цинку (з деякими добавками) – та переплавляє цю сировину в співвідношенні 1:1:3, для того щоб отримати сплав, який містить 57 % міді та 34 % цинку.

З'явилась можливість закуповувати сировину нових типів IV, V та VI. Характеристики сировини кожного типу наведені в табл. 3.3. Яку сировину необхідно закуповувати тепер цеху, і в яких пропорціях переплавляти, щоб випускати той же сплав, витрачаючи на сировину якомога менше коштів?

Таблиця 3.3

Тип сировини	Вміст міді, %	Вміст цинку, %	Вартість, у.о./кг
I	75	20	5
II	60	30	3
III	50	40	2
IV	<i>a</i>	$95 - a$	<i>c</i>
V	<i>b</i>	$90 - b$	2
VI	45	40	1

Вихідні дані згідно варіанту приведені в табл. 3.4.

Таблиця 3.4

№ вар.	Вихідні дані		
	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>
1.	72	58	4,2
2.	72	60	4
3.	72	62	4,2
4.	72	62	4
5.	72	65	4,2
6.	72	70	4,2
7.	68	58	3,4
8.	68	60	3,2
9.	68	62	3,4
10.	68	64	3,2
11.	68	65	3,4
12.	68	70	3,4
13.	72	60	4,2
14.	68	58	3,2
15.	74	58	4,6
16.	74	60	4,4
17.	74	62	4,6
18.	74	64	4,4
19.	74	65	4,6
20.	74	70	4,6

21.	73	56	3,2
22.	73	58	4,6
23.	73	61	4,4
24.	73	59	4,8
25.	72	61	3,6
26.	71	69	3,2

Задача 3

Нафтопереробний завод може використовувати дві різні технології перегонки нафти для виробництва бензину, гасу, солярного масла. В табл. 3.5 наведені дані, які вказують вихід продукції, відходи, виробничі витрати (вартість нафти, заробітна плата, амортизація та ін.) та завантаження обладнання в розрахунку на 1 т переробленої нафти. Крім того, вказані вартість 1 т готової продукції та добовий об'єм замовлення, який необхідно задовольнити.

Ресурс обладнання складає 75 маш-год на добу. Всі відходи повинні пройти через очисні споруди, продуктивність яких складає c т/добу. Надходження нафти та попит на всю продукцію заводу необмежені. Скласти такий план випуску продукції за добу, при якому прибуток буде максимальним.

Таблиця 3.5

Назва продукції	Вихід продукції, т		Вартість 1 т готового продукту, у.о.	Добовий об'єм замовлення, т
	Технологія №1	Технологія №2		
Бензин	0,6	0,3	100	117
Гас	0,1	0,3	50	54
Солярове масло	-	0,3	20	-
Відходи	0,3	0,1	-	-
Виробничі витрати, у.о.	<i>a</i>	<i>b</i>		
Завантаження обладнання, маш.-год.	0,2	0,05		

Вихідні дані згідно варіанту приведені в табл. 3.6.

Таблиця 3.6

№ вар.	Вихідні дані		
	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>
1.	13	37	130
2.	15	37	135
3.	17	37	140
4.	19	37	145
5.	21	37	130
6.	21	39	135
7.	23	39	140
8.	25	39	145
9.	29	41	130
10.	31	41	135
11.	37	43	140
12.	39	45	145
13.	37	45	130
14.	35	45	135
15.	33	45	140
16.	39	45	145
17.	31	45	130
18.	37	45	135
19.	35	45	140
20.	33	45	145
21.	14	37	125
22.	16	38	130
23.	18	40	135
24.	20	42	140
25.	30	42	130
26.	38	44	135

Задача 4.

Для копання котлована об'ємом a м³ будівельники отримали три екскаватори. Екскаватор ЕО-4121 продуктивністю $\Pi_1 = 22,5$ м³/год витрачає за годину $Q_1 = 10$ літрів/годину дизельного палива.

Характеристики екскаваторів ЕО-3323 та ЕО-2621 складають відповідно: $P_2 = 10 \text{ м}^3/\text{год}$, $Q_2 = b \text{ л/год}$; $P_3 = 5 \text{ м}^3/\text{год}$, $Q_3 = 2 \text{ л/год}$. Екскаватори можуть працювати одночасно, не заважаючи один одному. Запас палива у будівельників обмежений і рівний c літрів.

Відомо, якщо копати котлован лише екскаватором ЕО-2621, то дизельного палива вистачить, але це займе дуже багато часу.

Визначити, як необхідно використовувати дану техніку, для того щоб час на будівництво котлована був мінімальним.

Вихідні дані згідно варіанту приведені в табл. 3.7.

Таблиця 3.7

№ вар.	Вихідні дані		
	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>
1.	1350	10/3	548
2.	1080	4	460
3.	1080	11/3	444
4.	1440	10/3	580
5.	1140	4	480
6.	1350	11/3	552
7.	1620	10/3	656
8.	2160	11/3	888
9.	1200	4	500
10.	1320	4	550
11.	1890	11/3	777
12.	1200	4	510
13.	1800	10/3	728
14.	1380	4	580
15.	1620	11/3	666
16.	1500	4	630
17.	1980	10/3	800
18.	1890	11/3	780
19.	1860	4	780
20.	1140	4	470
21.	1520	10/3	600

22.	1680	11/3	715
23.	1200	11/3	768
24.	1320	10/3	512
25.	1460	11/3	758
26.	1970	4	650

Задача 5.

Для серійного виробництва рам зварної конструкції необхідні комплекти заготовок профільного прокату.

Кожний комплект складається із a заготовок довжиною 1800 мм та b заготовок довжиною 700 мм. Яким чином необхідно розрізати c полос прокату стандартної довжини 6000 мм, щоб отримати максимальну кількість вказаних комплектів?

Вихідні дані згідно варіанту приведені в табл. 3.8.

Таблиця 3.8

№ вар.	Вихідні дані		
	a	b	c
1.	1	3	660
2.	1	3	720
3.	1	3	780
4.	1	3	840
5.	2	5	660
6.	2	5	770
7.	2	5	880
8.	2	5	990
9.	3	7	640
10.	3	7	800
11.	3	7	960
12.	3	8	510
13.	3	8	680
14.	3	8	850
15.	4	9	600
16.	4	9	630
17.	4	9	660
18.	4	9	690

19.	4	9	720
20.	4	9	750
21.	2	3	750
22.	2	4	560
23.	3	4	890
24.	3	5	1020
25.	2	7	1110
26.	3	9	980
27.	4	6	690

Список рекомендованої літератури

1. Ресурсо- та енергозбереження : навч. посіб. / Хітров І. О., Гавриш В. С., Кристопчук М. Є., Корнієнко В. Я. Рівне : НУВГП, 2014. 108 с.
2. Корчемний М., Федорейко В., Щербань В. Енергозбереження в агропромисловому комплексі. Тернопіль : Підручники і посібники, 2001. 984 с.
3. Відновлювальні джерела енергії : монографія / С. Р. Боблях, М. М. Мельничук, В. С. Мельник, Р. М. Ігнатюк. Луцьк: Волинський національний університет ім. Лесі Українки, 2012. 227 с.
4. Відновлювана енергетика в аграрному виробництві : навч. посіб. / Скидан О. В., Голуб Г. А., Кухарець С. М. та ін. ; за ред. Скидана О. В. та Голуба Г. А. ; Нац. ун-т біоресурсів і природокористування України, Житомирський нац. агрокол. ун-т. Київ ; Житомир : НУБіП України, 2018. 319 с.
5. Бакалін Ю. І. Енергозбереження та енергетичний менеджмент : навч. посіб. / 3-є вид., перероб. та доп. Харків : БУРУНіК, 2006. 320 с.
6. Відновлювані джерела енергії / За заг. ред. С. О. Кудрі. Київ : Інститут відновлюваної енергетики НАНУ, 2020. 392 с.
7. Виробнича експлуатація і ремонт машин та обладнання : навч. посіб. / Романюк В. І., Гавриш В. С., Хітров І. О., Кононов Ю. А., Голотюк М. В. Рівне : НУВГП, 2016. 290 с.
8. Сонячна енергетика: теорія та практика : монографія / Й. С. Мисак, О. Т. Возняк, О. С. Дацько, С. П. Шаповал ; М-во освіти і науки України, Нац. ун-т «Львів. політехніка». Львів : Вид-во Львів. політехніки, 2014. 340 с. : іл. Бібліогр.: С. 323—337 (176 назв). ISBN 978-617-607-597-4
9. Моделювання управління транспортними потоками з використанням інтелектуальних транспортних систем / Голотюк М. В., Дорошук В. О., Пахаренко В. Л., Кучерук М. О. *Вісник НУВГП, серія: Технічні науки*. Рівне : НУВГП, 2018. Вип. 3(83). С. 110–118.