

ІНЖЕНЕРНІ КОНСТРУКЦІЇ

УДК 624.014

Пелешко І. Д., к.т.н., доцент, Іванейко В. М., аспірант

(Національний університет «Львівська політехніка», м. Львів),

Юрченко В. В., к.т.н., доцент (Київський національний університет будівництва та архітектури, м. Київ)

ЗМІННІ ПРОЕКТУВАННЯ ДЛЯ ФОРМУЛЮВАННЯ ЗАДАЧ ОПТИМІЗАЦІЇ ТОПОЛОГІЇ СТРИЖНЕВИХ КОНСТРУКЦІЙ

У статті запропоновано спосіб формування множини варіантів розміщення стрижнів і розроблено змінні проектування для формулювання та розв'язування задач пошуку оптимальної топології стрижневих конструкцій. Запропонований підхід реалізований у програмі OptCAD.

Ключові слова: металеві конструкції, оптимальне проектування, задача оптимізації, оптимізація топології, змінні проектування.

Металеві стрижневі конструкції широко застосовуються в будівництві багатьох інженерних споруд. Оптимальне проектування дозволяє покращити їхні техніко-економічні показники. У більшості робіт з оптимізації металевих конструкцій розглядаються параметричні задачі, обмежені попередньо визначеною топологією, при можливості зміни її параметрів [1]. Проте більше зацікавлення інженерів та науковців викликає задача пошуку оптимальної топології (розташування та кількості вузлів і стрижнів конструкції), яку можна віднести до структурно-параметричних задач. Розв'язок такої задачі дозволяє зменшити вартість конструкції за рахунок використання додаткових резервів несучої здатності в порівнянні з параметричною задачею пошуку [2, 3, 4].

Топологія будь-якої стрижневої системи утворюється набором її структурних елементів, таких як вузли й стрижні. Під час розв'язку задачі пошуку оптимальної топології стрижневої конструкції синтез її нових топологічних рішень може відбуватися шляхом випадкової або спрямованої варіації вихідної топології [1].

Поширеним способом синтезу нових топологічних рішень стрижневих конструкцій є метод базової конструкції (ground structure), уперше запропонований у [5]. Метод широко використовується для оптимізації топології ферм [4]. Суть методу полягає у видаленні «надлиш-

кових» стрижнів із початкової базової конструкції, яка включає визначену проектувальником сітку вузлів і всі можливі об'єднання цих вузлів стрижнями. Кількість та розміщення вузлів є фіксованими. Кожному стрижню такої конструкції ставиться у відповідність змінна проектування, що відповідає за його площу поперечного перерізу. Якщо в оптимальному проектному рішенні площа поперечного перерізу деякого стрижня буде меншою за деяке мале значення, тоді цей стрижень видаляється з конструкції і оптимізаційний розрахунок повторюється за нового топологічного рішення.

На основі методу “ground structure” розроблено модифіковані методи синтезу нових топологічних рішень, що відрізняються способом видалення стрижнів із початкового проекту, або можливістю, окрім видалення, ще й додавання стрижнів між вузлами конструкції [6, 7, 8].

Альтернативним є метод, у якому синтез нових топологічних рішень відбувається за допомогою додавання нових вузлів до початкового проекту [9]. Спершу для заданої топології визначають оптимальні розміри поперечних перерізів елементів та розташування вузлів конструкції. Після цього додають нові вузли до конструкції й починають оптимізацію спочатку. Умова додавання нових вузлів і кількість нових стрижнів залежить від топологічних критеріїв, запропонованих авторами.

У процесі синтезу нових топологічних рішень складно уникнути виникнення «вироджених» стрижневих конструкцій, тобто таких, при яких конструкція перетворюється в геометрично змінну, або її структурні елементи (вузли чи стрижні) накладаються один на одного. Існуючі на сьогодні методи синтезу не в повній мірі забезпечують можливість автоматичного контролю за «виродженими» топологічними рішеннями стрижневих конструкцій.

Розглянемо задачу оптимізації топології стрижневої системи у формі задачі нелінійного програмування як задачу пошуку таких значень змінних проектування \vec{X} , при яких значення функції критерію оптимальності є найменшим (або найбільшим):

$$f(\vec{X}) \rightarrow \min, \quad (1)$$

з урахуванням обмежень, що враховують нормативні, технологічні та інші вимоги до конструкції:

$$\psi_k(\vec{X}) = 0, \quad k = \overline{1, N_\psi}, \quad (2)$$

$$\varphi_p(\vec{X}) \leq 0, \quad p = \overline{N_\psi + 1, N_\varphi}, \quad (3)$$

де $f(\vec{X})$ – функція мети; $\vec{X} = \{X_1, X_2, \dots, X_{N_x}\}^T$ – вектор змінних проектування; $\psi_k(\vec{X})$ – функції обмежень-рівностей; $\varphi_p(\vec{X})$ – функції обмежень-нерівностей; N_x – загальна кількість змінних проектування; N_ψ – кількість обмежень-рівностей; N_φ – загальна кількість обмежень.

За **мету роботи** було висунуто розробку дискретних змінних проектування, що призначені для опису варіації топології стрижневої конструкції і забезпечують можливість автоматичного контролю за «виродженими» топологічними рішеннями.

Розміщення стрижня в просторовій стрижневій конструкції однозначно задається розміщенням двох вузлів, що належать стрижню (початкового вузла w_1 та кінцевого вузла w_2), а також правилом **П** орієнтації осей локальної тривимірної декартової правої системи координат $O_l X_l Y_l Z_l$, що пов'язується зі стрижнем. Зазвичай початок O_l локальної системи координат стрижня збігається з його вузлом w_1 , а вісь $O_l X_l$ спрямована в напрямку вузла w_2 . Вісь $O_l Y_l$ можна зорієнтувати, наприклад, паралельно до площини XOY глобальної системи координат (або до деякої іншої площини). У випадку, коли вісь $O_l X_l$ є перпендикулярною до площини XOY , тоді формулюють інше, аналогічне правило. Таким чином, за наявності правила **П**, що дозволяє зорієнтувати локальні осі, розміщення деякого стрижня конструкції можна однозначно описати як

$$(w_1, w_2, \mathbf{P}). \quad (4)$$

У сформульованій задачі оптимізації (1)-(3) варіацію топології стрижневої конструкції (іншими словами, синтез нових топологічних рішень) будемо здійснювати шляхом перебору можливих варіантів розміщення стрижнів (4) сталого за довжиною перерізу, при цьому кількість стрижнів та вузлів конструкції приймемо незмінною.

Аналізуючи конструкцію, проектувальник може виявити раціональні варіанти її розрахункової схеми, що відрізняються між собою розміщенням одного або декількох стрижнів. Серед цих схем іноді складно вибрати найкращу без відповідного розрахунку. Щоб знайти найкращий варіант конструкції, достатньо сформулювати та розв'язати задачу оптимізації топології цієї конструкції. Із цією метою для кожного стрижня, який може мати змінне розташування, треба записати вузли, що задають можливе розміщення i -го його кінця в кортеж (упорядковану сукупність елементів) \mathbf{U}^i :

$$\mathbf{U}^i = \{u_s^i \mid s = 1 \dots n_i, u_s^i \in \mathbf{C}\}, \quad i = \overline{1, 2}, \quad (5)$$

де i – номер кінця стрижня (1 – початок, 2 – кінець стрижня); s – номер вузла в кортежі; n_i – кількість можливих розміщень i -го кінця стрижня; u_s^i – визначений вузол стрижневої системи; \mathbf{C} – множина вузлів стрижневої системи.

Варіанти розміщення i -го кінця стрижня потрібно врахувати в задачі оптимізації відповідною дискретною змінною проектування X_i . Допустимими значеннями цієї змінної є натуральні числа $1 \leq X_i \leq n_i$, а її поточним значенням є номер елемента у кортежі \mathbf{U}^i .

Якщо i -й кінець описано за допомогою змінної проектування X_i , то вузол w_i , що задає кінець стрижня, буде збігатися в кортежі \mathbf{U}^i з вузлом, що має порядковий номер, який дорівнює поточному значенню змінної проектування X_i

$$w_i = u_{X_i}^i, \quad u_{X_i}^i \in \mathbf{U}^i. \quad (6)$$

Опишемо стрижень зі змінним розміщенням його початку або кінця. Використаємо змінну X_1 , щоб задавати варіанти розміщення початку стрижня, а змінну X_2 – його кінця. Тоді розміщення стрижня можна записати так:

$$(u_{X_1}^1, w_2, \mathbf{\Pi}), \quad w_2 = const, \quad u_{X_1}^1 \in \mathbf{U}^1, \quad (7)$$

$$(u_{X_1}^1, w_2, \mathbf{\Pi}), \quad w_1 = const, \quad u_{X_2}^2 \in \mathbf{U}^2, \quad (8)$$

тут \mathbf{U}^1 та \mathbf{U}^2 – кортежі вузлів, які задають можливі варіанти розміщення кінців деякого стрижня.

Розташування стрижня зі змінним розміщенням обох його кінців можна записати так:

$$(u_{X_1}^1, u_{X_2}^2, \mathbf{\Pi}). \quad (9)$$

При такому способі опису розміщення стрижня варіанти його розміщення утворюються з комбінації вузлів у кортежах \mathbf{U}^1 та \mathbf{U}^2 , а кількість варіантів визначається як добуток $n_1 \cdot n_2$. Серед цих можливих варіантів розміщення стрижня іноді складно уникнути таких, при яких конструкція перетвориться в геометрично змінну, або не буде технологічною. Щоб можна було позбутися цього недоліку, кожен варіант розміщення стрижня потрібно формувати окремо, використовуючи пари вузлів, які визначають розміщення двох кінців стрижня. Вибрані пари вузлів запишемо в кортежі \mathbf{U}^1 та \mathbf{U}^2 однакової довжини ($n_1 = n_2$) так, щоб у першому кортежі були вузли, що задають розміщення початку стрижня, а в другому – кінця. У задачі оптимізації топології варіанти

розміщення двох кінців стрижня, що записані в кортежах \mathbf{U}^1 та \mathbf{U}^2 треба описати змінною проектування X_0 . Допустимими значеннями цієї змінної є натуральні числа $1 \leq X_0 \leq n_0$, ($n_0 = n_1 = n_2$), а її поточним значенням є номер елемента у двох кортежах \mathbf{U}^1 та \mathbf{U}^2 . Тоді розміщення стрижня можна записати так:

$$(u_{X_0}^1, u_{X_0}^2, \mathbf{\Pi}). \quad (10)$$

Такий спосіб опису розташування стрижня дозволяє використати одну змінну проектування для задавання варіантів розміщення стрижня із двома змінними кінцями. Необхідно зазначити, що коли один і той самий вузол потрібно використати для опису декількох варіантів розміщення стрижня, то цей вузол у кортежі \mathbf{U}^i буде повторюватися.

Запропонований підхід реалізовано у програмі OptCAD, що призначена для оптимального проектування стрижневих конструкцій. У програмі передбачено два типи дискретних змінних проектування, які можна використати для опису розміщення стрижня (4): *просту* змінну, значенню якої відповідає один вузол, та *комплексну* змінну, значенню якої відповідає декілька вузлів. Для створення користувачем цих змінних проектування в програмі використовують діалогове вікно, зображене на рис. 1.

Щоб створити змінну проектування, необхідно задати її ім'я, кортеж (кортежі) можливих значень, а також її поточне значення.

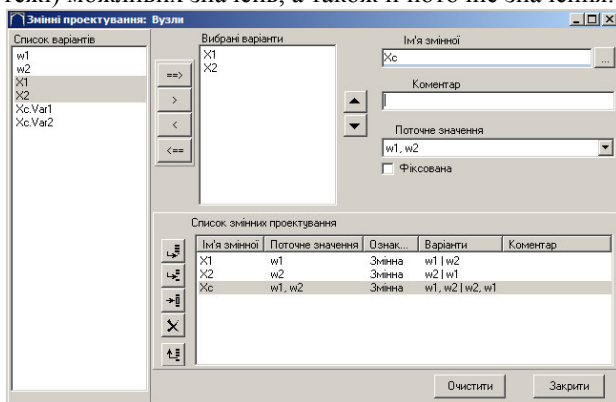


Рис. 1. Вікно програми OptCAD для формування змінних проектування, що описують розміщення стрижнів

Наведемо приклад створення простої змінної проектування X1. Для формування кортежу можливих значень цієї змінної з поля «Список

варіантів» вибирають вузли $w1$ та $w2$. Вибрані вузли відображаються в полі «Вибрані варіанти», де, за потребою, можна змінювати їхній порядок. Після цього заповнюють поля: «Ім'я змінної» і «Коментар» та вибирають поточне значення з випадного списку «Поточне значення». Після введення всіх необхідних даних за допомогою кнопок у полі «Список змінних проектування» створюють нову змінну проектування, що відображається також у полі «Список варіантів».

Розглянемо приклад створення комплексної змінної проектування Xc . На відміну від простої змінної проектування, для формування кортежів можливих значень комплексної змінної замість вузлів у полі «Список варіантів» вибирають раніше створені прості змінні $X1$ та $X2$.

Поточному значенню комплексної змінної проектування, яка створена із двох простих змінних, відповідає два вузли (один із кортежу змінної $X1$, а другий із кортежу змінної $X2$). Щоб забезпечити можливість використання комплексної змінної для опису розміщення кінця стрижня, програма автоматично генерує імена $Xc.Var1$, $Xc.Var2$, що утворені з імені змінної проектування (Xc) і суфіксів $.Var1$, $.Var2$. Після створення комплексної змінної ці імена відображаються в полі «Список варіантів» і можуть бути використані для формування варіантів значень при створенні інших комплексних змінних проектування.

Розміщення кінця стрижня в програмі OptCAD (рис. 2) можна описати за допомогою імен вузлів, імен простих змінних проектування, або за допомогою комплексних змінних проектування (Xc).

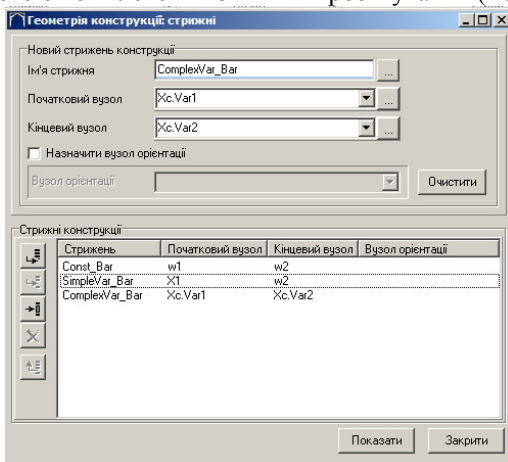


Рис. 2. Вікно програми OptCAD для опису стрижнів

Наведемо послідовність опису стрижня з використанням, напри-

клад, комплексної змінної проектування X_c . Для цього імена комплексних змінних $X_c.Var1$ та $X_c.Var2$ потрібно вибрати з відповідних випадних списків «Початковий вузол» та «Кінцевий вузол». Після цього, у відповідному полі потрібно ввести ім'я стрижня та додати новий стрижень за допомогою кнопок у полі «Стрижні конструкції».

Усі можливі елементи для опису кінців стрижня у випадних списках «Початковий вузол» та «Кінцевий вузол» беруться з поля «Список варіантів» вікна «Змінні проектування: вузли», представленого на рис. 1.

Відзначимо, що ім'я комплексної змінної можна використовувати для будь-якого кінця одного стрижня або для кінців різних стрижнів. Схожим способом описують стрижні, використовуючи прості змінні проектування. Для цього в одному з випадних списків «Початковий вузол» або «Кінцевий вузол» вибирають ім'я простої змінної проектування.

Сформулюємо та розв'яжемо задачу оптимізації топології ферми, що зображена на рис. 3, з використанням комплексних змінних проектування.

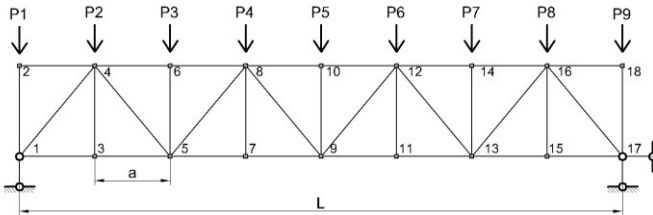


Рис. 3. Початковий проект ферми

У вузлах верхнього поясу ферми прикладені зосереджені сили, величина яких залежить від розміру панелі.

Змінними в цій задачі прийнято ширину панелей ферми, координати вузлів верхнього поясу ферми, розміри поперечного перерізу кожного стрижня та розташування розкосів у кожній панелі ферми. Варіанти розміщення кожного розкосу описано за допомогою комплексної змінної проектування так, що розкіс може бути висхідним або низхідним у межах панелі ферми. Використано 8 комплексних змінних. Множина варіантів топологічних рішень решітки ферми, що утворена з використанням цих змінних, включає розкісну низхідну або висхідну, трикутну, або змішану решітку ферми.

Для розв'язання цієї задачі використано метод пошуку гармонії [11], який може ефективно розв'язувати задачі з дискретними й непе-

рервними змінними проектування. Результат розв'язання задачі зображено на рис. 4.

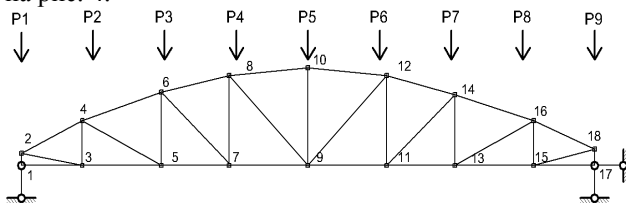


Рис. 4. Схема ферми з оптимальною топологією

Отримана оптимальна топологія ферми відповідає існуючим рекомендаціям щодо вибору типу решіток сегментних ферм. Маса ферми зменшилася на 10,5% у порівнянні з масою цієї ж ферми, геометрію якої оптимізували при сталій топології.

Висновки. Розроблено змінні проектування, які дозволяють описати різні варіанти розташування стрижня конструкції при формулюванні задачі оптимізації. Ці змінні реалізовано в програмі OptCAD, що забезпечує їхнє використання на практиці для формулювання й розв'язування задач оптимізації. Підтверджено ефективність використання розроблених змінних проектування в задачі оптимізації топології решітки ферми покриття.

У подальшому необхідно розробити спосіб зміни кількості стрижнів стрижневої системи при розв'язанні задач пошуку її оптимальної топології.

1. Пермяков В. О. Оптимальне проектування металевих стержневих конструкцій на базі гібридного генетичного алгоритму / В. О. Пермяков, В. В. Юрченко, І. Д. Пелешко // Ресурсоекономічні матеріали, конструкції, будівлі та споруди. Збірник наукових праць. – Рівне, 2008. – Вип. 16, Ч. 1. – С. 303-310.
2. Наумов А. Е. Проектирование топологии стержневых систем при физических ограничениях / А. Е. Наумов // Сборник научных трудов SWorld. Материалы международной научно-практической конференции «Научные исследования и их практическое применение. Современное состояние и пути развития 2012». – Одесса : КУПРИЕНКО, 2012. – Выпуск 3. Том 12. – ЦИТ : 312-653 – С. 81-83.
3. Rozvany G. Topology optimization of structures and composite continua / G. Rozvany, N. Olhoff. – Dordrecht : Kluwer academic publishers, 2001. – 392 p. – ISBN 0-7923-6806-1.
4. Bendsøe M. P. Topology optimization theory, methods and applications / M. P. Bendsøe, O. Sigmund. – Berlin : Springer-Verlag, 2003. – 370 p. – ISBN 3-540-42992-1.
5. Dorn W. S. Automatic design of optimal structures / W. S. Dorn, R. E. Gomory, H. J. Greenberg // J. de Mecanique. – 1964. – № 3. – P. 25-52.
6. Hagishita T. Topology optimization of trusses by growing ground structure method / T. Hagishita, M. Ohsaki // Struct. Multidisc. Optim. –

2009. – № 37. – P. 377-393. **7.** McKeown J. J. Growing optimal pin-jointed frames / J. J. McKeown // *Struct. Optim.* – 1998. – № 15. – P. 92-100. **8.** Wojczuk D. Optimal design of trusses with account for topology variation / D. Wojczuk, Z. Mróz // *Mech. Struct. & Mach.* – 1998. – № 26. – P. 21-40. **9.** Wojczuk D. Optimal topology and configuration design of trusses with stress and buckling constraints / D. Wojczuk, Z. Mróz // *Structural Optimization: Springer-Verlag*, 1999. – P. 25-35. **10.** Wojczuk D. Topology optimization of trusses using bars exchange method / D. Wojczuk, A. Rębosz-Kurdek // *Bulletin of the polish academy of science technical sciences.* – 2012. – № 60(2). – P. 185-189. **11.** Пелешко І. Д. Ефективність застосування методу пошуку гармонії для розв'язування задач оптимізації металевих конструкцій / І. Д. Пелешко, М. В. Гоголь, В. М. Іванейко // *Збірник наукових праць Українського інституту сталевих конструкцій імені В. М. Шимановського.* – 2012. – № 10. – С. 119-131.

Рецензент: д.т.н., професор Гнідець Б. Г. (НУ «Львівська політехніка»)

Peleshko I. D., Candidate of Engineering, Associate Professor, Ivaneyko V. M., Post-graduate Student (National University "Lviv Polytechnic"), **Yurchenko V. V., Candidate of Engineering, Associate Professor** (Kyiv National University of Construction and Architecture)

DESIGN OF VARIABLES FOR FORMULATION OF TOPOLOGY OPTIMIZATION PROBLEMS ROD DESIGNS

The method of formation a set of variants of bars positions has been proposed by this paper. Design variables for formulating and solving topology optimization problem have been also developed. Proposed methodology has been realized under OptCAD software.

Keywords: steel structures, optimum design, optimization problem, topology optimization, design variables.

Пелешко И. Д., к.т.н., доцент, Иванейко В. М., аспирант
(Национальный университет «Львовская политехника», г. Львов),
Юрченко В. В., к.т.н., доцент (Киевский национальный университет
строительства и архитектуры)

ПЕРЕМЕННЫЕ ПРОЕКТИРОВАНИЯ ДЛЯ ФОРМУЛИРОВКИ ЗАДАЧ ОПТИМИЗАЦИИ ТОПОЛОГИИ СТЕРЖНЕВЫХ КОНСТРУКЦИЙ

В статье предложен способ формирования множества вариантов размещения стержней и разработаны переменные проектирования для формулирования и решения задач поиска оптимальной топологии стержневых конструкций. Предложенный подход реализован в программе OptCAD.

Ключевые слова: металлические конструкции, оптимальное проектирование, задача оптимизации, оптимизация топологии, переменные проектирования.